



Építőmérnöki kar

OTDK dolgozat, Műszaki Tudomány Szekció

**Lyukgyengítés hatása vékonyfalú oszlopok kihajlására:  
numerikus vizsgálatok gerenda- és héjmodellek  
alkalmazásával**

Geleji Borbála, Szedlák Máté

Konzulensek: Dr. Ádány Sándor (BME), Visy Dávid (BME)

Dolgozat lezárása:

Budapest, 2013. 10. 24.

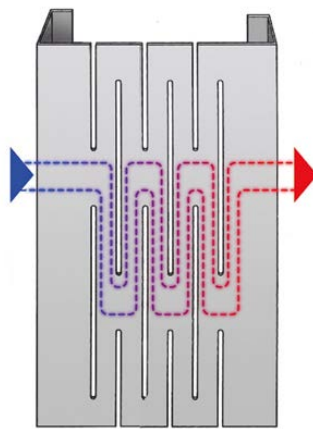
# Tartalomjegyzék

|                                                     |    |
|-----------------------------------------------------|----|
| 1. Bevezetés.....                                   | 2  |
| 1.1. Fogalommagyarázat.....                         | 4  |
| 2. Szerkezeti kialakítás.....                       | 5  |
| 2.1. Geometria .....                                | 5  |
| 2.1.1. I szelvény .....                             | 5  |
| 2.1.2. C szelvény .....                             | 6  |
| 2.2. Anyagmodell .....                              | 7  |
| 3. Számítások .....                                 | 8  |
| 3.1. Analitikus számítás.....                       | 8  |
| 3.1.1. Euler-féle klasszikus módszer.....           | 8  |
| 3.1.2. Héjmodell .....                              | 8  |
| 3.1.3. Nyírási-héjmodell .....                      | 9  |
| 3.2. Végeselemes modellek .....                     | 10 |
| 3.2.1. Héjmodell .....                              | 10 |
| 3.2.2. Rúdmodell .....                              | 17 |
| 4. Eredmények.....                                  | 21 |
| 4.1. Modellek összehasonlítása .....                | 21 |
| 4.1.1. Tömör I szelvény.....                        | 21 |
| 4.1.2. Tömör C szelvény .....                       | 25 |
| 4.2. Lyukasztás hatása .....                        | 26 |
| 4.2.1. Nagy áttöréseket tartalmazó I szelvény ..... | 26 |
| 4.2.2. Nagy áttöréseket tartalmazó C szelvény.....  | 31 |
| 4.2.3. Perforált C szelvény.....                    | 32 |
| 5. Összefoglalás.....                               | 37 |
| 6. Irodalomjegyzék.....                             | 40 |

# 1. Bevezetés

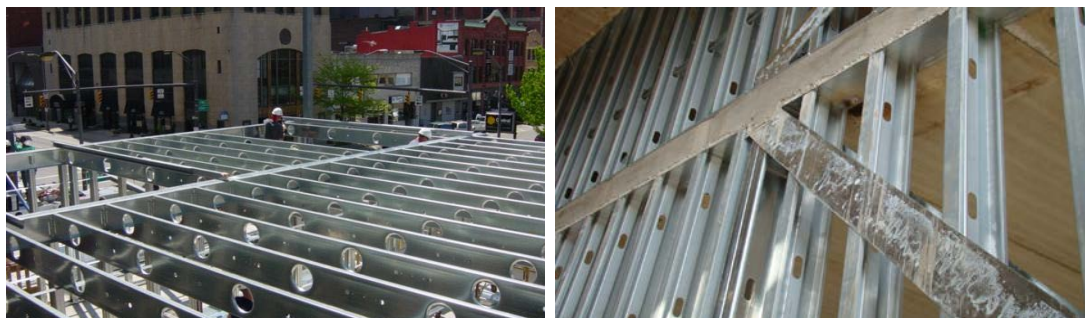
Az elmúlt fél évszázadban egyre inkább előtérbe került az energiatakarékosság, a fenntartható építés kérdésköre, ami új szempontként került be az építőipar termékeinek elbírálásába. Kezdvén a 70-es években indult környezetvédelmi kampánytól, napjainkban már a hosszabb távú gazdaságosságot is figyelembe véve igyekszünk tervezni, építeni. Mérlegeljük azt is, hogy a létesítmény teljes élettartama alatt a fenntartáshoz, sőt akár az esetleges javításokhoz, mennyi energiára, pénzre, és egyéb erőforrásra lesz szükség.

Többek között ezen előzmények miatt figyeltek fel arra is, hogy egy épületnek a hűtése-fűtése mennyi energiát igényel. Több széles körben alkalmazott építőanyag, mint például a beton és az acél tulajdonságai között szerepel, a jó hővezetés, vagyis rossz hőszigetelés. Ezen tulajdonságuknál fogva az ilyen szerkezetek a homlokzathoz közel kerülve úgynevezett szerkezeti hőhidakat képezhetnek az épületekben. Az ilyen hőhidak az egész szerkezet hőszigetelő képességét lecsökkentik, növelik az átlagos hőátbocsátási tényezőt, ami a drágább hűtés-fűtés mellett a penészesedés veszélyét is felveti. [Csanaky, 2009.] Ilyen szempontok alapján kezdődhetett el az 1.1-es ábrához hasonló perforált vékonyfalú acéloszlopok gyártása. Ezek esetében ugyanis az egymástól eltolt, résszerű lyukak megnövelik a hővezetés úthosszát, ezáltal számottevően javul a teljes fal- vagy tetőszerkezet hőszigetelése, az eredő hőátbocsátási tényező a perforáció kedvező hatása miatt kb. 1,5-szer alacsonyabb. [Proidea, 2013.] Ez a gyakorlatban azt jelenti, hogy egy 120-200 mm gerincmagasságú tömör elem esetén amennyiben 170 mm vastag külső kiegészítő hőszigetelés szükséges, úgy ugyanez a hőátbocsátási tényező elérhető perforált elem esetén egy 120 mm vastag külső hőszigeteléssel is. [Váradi, 2010.]



1.1. ábra – Perforáció hatása a hővezetésre (LINDAB)

Az elemek lyukasztásának más oka is lehet. Nagyobb lyukak kialakítását igényelheti például a gépészeti csövek, elektromos vezetékek elhelyezése, vagy anyagtakarékossági szempontok.



*1.2. ábra – gerenda- és oszlopáttörések*

Elmondható tehát, hogy lyugyengített szelvényeket napjainkban elterjedten alkalmaznak, miközben az ilyen geometriájú profilok méretezésére jelenleg nincsenek egzakt eljárások. A közelmúltban számos kutatás foglalkozott a lyukgyengítések hatásával, pl. [Cristopher D. Moen, B.W. Schafer 2008., Cristopher D. Moen, B.W. Schafer 2009., José I. Restrepo, Andrew M. Bersofsky 2011., Qijie Ma, Peijun Wang 2013.]. TDK dolgozatunk célja szintén a lyukgyengítés hatásának vizsgálata a vékonyfalú acélelemek stabilitásvesztésére. Más kutatásokhoz képest dolgozatunkban az jelenti az újdonságot, hogy a vizsgálatot globális jellegű stabilitásvesztésre korlátozzuk (azaz: kihajlásra), de a vizsgálathoz – több egyszerűbb modell mellett – héjelemekből épített vége-selembes modellt is alkalmazunk, melyet olyan módon alakítunk ki, hogy a kihajláshoz tartozó kritikus állapotot széles hossztartományban képes legyen pontosan számítani. A kritikus értékek számítása mellett a többféle modell alkalmazása a modellek általános összehasonlítására is lehetőséget ad.

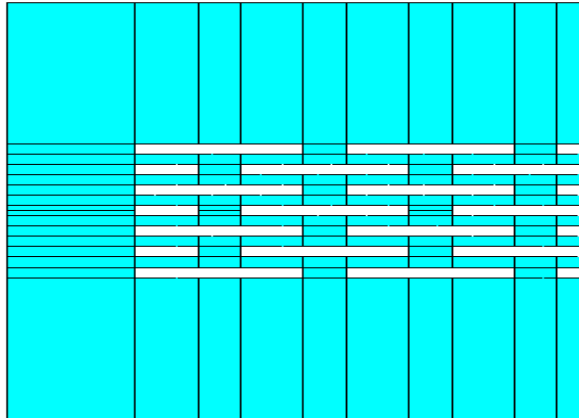
A dolgozatban először leírjuk a vizsgált szelvények geometriáját, felvázoljuk az alkalmazott modelleket. Ezt követően ismertetjük az általunk elvégzett modellkísérleteket, és azok eredményét, melynek célja annak a feltárása volt, hogy a lyukgyengítés mekkora hatással van a kritikus erő nagyságára mind az erős-, mind a gyenge tengely körüli kihajlás esetében. Közös munkánk során többfajta szelvényt vizsgáltunk, mint például I, C, szigma, kalap és omega szelvények tömör, illetve nagy áttöréseket tartalmazó és többsorosan perforált esetei, ám ezek közül jelen dolgozatba csak az I és C szelvények vizsgálata került be. Az alábbiakban megvizsgálunk néhány tömör gerincű illetve nagy áttöréseket tartalmazó I szelvényt, továbbá néhány tömör gerincű, nagy áttöréseket tartalmazó, illetve perforált C szelvényt.

## 1.1. Fogalommagyarázat

Rúdmodell: olyan egydimenziós modellt értünk alatta, melyben a vonal mentén minden pontban keresztmetszeti jellemzőket definiálunk.

Héjmodell: olyan felületelemekből álló modellként definiáljuk, melyek vastagsággal bírnak, illetve síkjukban és síkjukra merőlegesen is képesek teherviselésre.

Slotted perforáció, perforáció, vagy többsoros perforáció alatt az alábbi esetet értjük:



1.3. ábra - Perforáció

A perforálás a gyakorlatban gyakran a lemez teljes hosszán megtalálható. Mi a lemez szélein egy legalább 1-1 cm-es részt perforálatlanul hagytunk. Ennek az oka az volt, hogy az Ansys modellünk egyszerűbb kialakításhoz szükséges volt, hogy a végkeresztmetszetek összefüggőek legyenek. Ebből kifolyólag a többi modellünket is ehhez igazítottuk.

A rúdmodelleket az Axis VM 11 R3e program [Axis], a héjmodelleket pedig az Ansys Mechanical 13 [Ansys] program segítségével készítettük el.

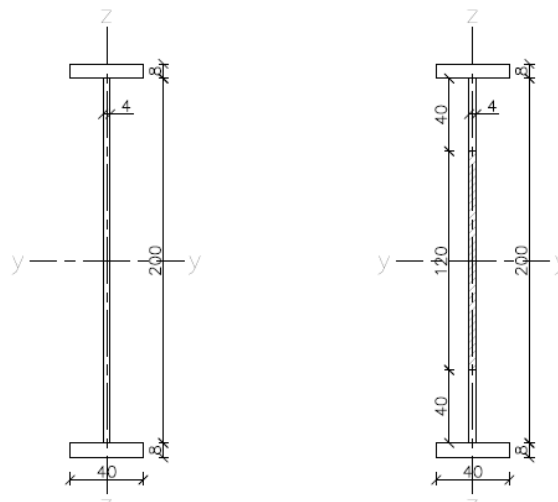
## 2. Szerkezeti kialakítás

500 mm, 1000 mm, 1500 mm és 2000 mm hosszúságú oszlopokat vizsgáltuk. Megtámasztásuk minden esetben mindkét végén csuklós, vagyis a kihajlási hosszuk megegyezik a hosszúságukkal. Az oszlop mindkét végét egy-egy 1 kN nagyságú tengelyirányú nyomóerő terheli.

### 2.1. Geometria

#### 2.1.1. I szelvény

Elsőként egy általunk felvett geometriával rendelkező I szelvényű oszlopot vizsgáltunk. Ez a szelvény méreteiben az IPE 220-ashoz hasonlít, de tettünk ehhez képest néhány módosítást a könnyebb kezelhetőség, illetve a lyukasztás hatásának jobb megfigyelhetősége érdekében. Ezen okokból kerekítettük a hálózati magassági méretet, csökkentettük a szelvényvastagságot, és az övek szélességét. Így a gerinc magassága 200 mm, vastagsága 4 mm, az övek szélessége 40 mm, vastagsága pedig 8 mm.



2.1. ábra - I szelvény geometriája

##### 2.1.1.1. Lyukgyengítés

A tömör gerincű kialakítás mellett a korábban már említett, viszonylag nagy, négyzet alakú 120 x 120 mm nagyságú lyukakkal ellátott elemeket is vizsgáltunk. Ebből modelleztünk 1, 2, 3 és 4 darab lyukkal ellátott oszlopot is. Ez utóbbit csak a legalább 1000 mm hosszúságú esetekben, ugyanis az 500 mm hosszú tartón nem helyezhető el egymás mellett négy darab 120 x 120 mm nagyságú lyuk. A lyukak kiosztása egyetlen sorból áll, ami keresztirányban középen helyezkedik el. Hosszirányban a lyukak kiosztása olyan, hogy ha az oszlop hossza  $L$  és a lyuk

hossza HL, akkor N darab áttörés esetén a szomszédos áttörések között illetve az oszlopok végein a tömör szakaszok egyenlő hosszúak, és hosszuk pontosan  $\frac{L-(HL*N)}{N+1}$ .

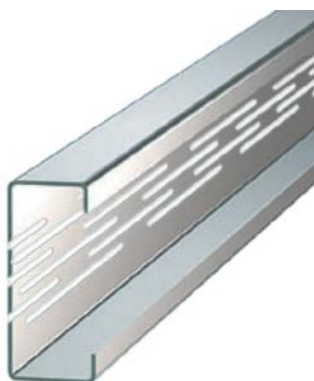
### 2.1.2. C szelvény

A felvett C szelvény hálózati méretei hasonlóak a fentebb leírt I szelvényéhez, vagyis a gerinc magassága 200 mm, az övek szélessége 40 mm. Eltérést jelent itt a merevítők jelenléte, 20 mm külmérettel, illetve a szelvényvastagság, ami a teljes szelvény esetében egységesen 2 mm.

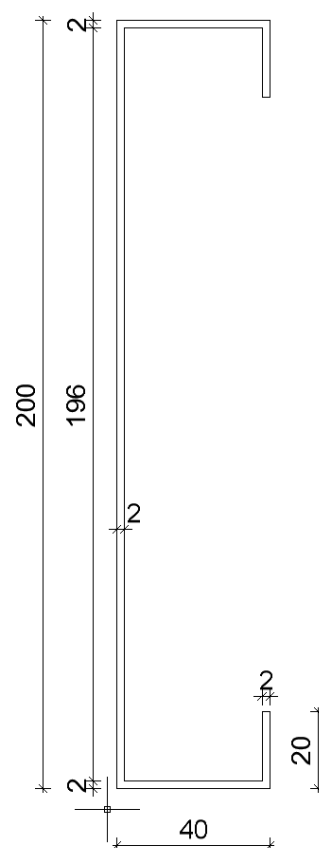
#### 2.1.2.1. Lyukgyengítés

C szelvény esetében kétféle lyukasztást vizsgáltunk. Az egyik a már I szelvényénél is alkalmazott viszonylag nagy (120 x 120 mm), négyzet alakú lyukakkal ellátott oszlop. Ezen szelvény esetében is 1, 2, 3 és 4 darab lyukkal gyengített oszlopot vizsgáltunk, ez utóbbit csak a legalább 1000 mm hosszúságú esetben. Az áttörések kiosztása az I szelvényénél alkalmazottal teljesen egyenértékű.

A másik lehetőség a perforált C szelvény alkalmazása. Ez esetben keskeny, hosszú lyukak helyezkednek el a gerincen több sorban, egymáshoz képest eltolva.



2.3. ábra - Perforált C szelvény



2.2. ábra - C szelvény geometriája

Itt 9, 11, 13 és 15 lyuksorral ellátott oszlopokat modelleztünk. A páratlan számú lyuksor alkalmazásának az az oka, hogy így a keresztmetszet továbbra is egyszerűen szimmetrikus marad. A lyukak hossza 50 mm, magassága 5 mm. A lemezsávok magassága szintén 5 mm. A lyukak közötti lemezrészecskék hossza 12,5 mm, vagyis negyedannyi a lyukak hosszához képest, mint az a 2.4. ábrán is látható.



2.4. ábra - Perforáció geometriája

## 2.2. Anyagmodell

A vizsgált acélszelvényeket a Hooke-modellnek megfelelő tökéletesen rugalmas izotróp anyagnak feltételezzük. A rugalmassági modulusát  $E=210$  GPa-nak vettük fel, a Poisson-tényező értékét 0-nak feltételeztük. Ennek oka, hogy így könnyebb az egyes módszerek eredményeit összehasonlítani, ugyanis eltűnik a Poisson-tényezőtől adódó különbség a rúd- és héjmodell adta eredményekből. [Ádány, Visy 2012.] Ezekből az adatokból a nyírási rugalmassági modulus értéke  $G=105$  GPa-ra adódik.

### 3. Számítások

#### 3.1. Analitikus számítás

##### 3.1.1. Euler-féle klasszikus módszer

Tömör szelvények esetében mindegyik elemhosszúságra kiszámoltuk az Euler-féle kritikus erőket:

$$F_{\text{krit}} = \frac{\pi^2 \cdot EI}{L^2}$$

A képletben  $F_{\text{krit}}$  a kritikus erő,  $EI$  az oszlop merevsége,  $L$  az oszlop hosszúsága.

Ugyanezzel a módszerrel meghatároztuk a kritikus erőket a teljes inercia számításával, és úgy is, hogy a súlyponti tagokat (azaz  $b_i^3/12$  tagok) elhanyagoltuk, és csak a Steiner-tagokat vettük figyelembe. Az inerciák számításakor kétfajta geometriát vettünk figyelembe. Egyrészt kiszámítottuk a valós geometria esetén a fent említett módokon, másrészt a héjmodell sajátosságai alapján az egyes elemek átfedése miatt meghatároztunk az előzőnél valamelyest nagyobb inerciákat is. Utóbbi számításra a modellek összevethetősége miatt volt szükség, mint azt később látni fogjuk.

##### 3.1.2. Héjmodell

A héjmodell alapú analitikus megoldásokat [Ádány, 2012.] és [Ádány, Visy 2012.] adja meg. A levezetések abból indulnak ki, hogy az oszlop vékony lemezsávokból épül fel, mely lemezek a saját síkjukban (síkbeli feszültségállapotú) tárcsaszzerűen viselkednek, síkjukra merőlegesen pedig a Kirchhoff-féle lemezelméletet követik. A kritikus erőkre vonatkozó képleteket síkbeli és elcsavarodó kihajlásokra is megadják, mi csak a síkbeli kihajlással foglalkozunk. Több esetet vizsgálunk meg, ebből mi a  $y_{yn}$  és az ehhez szükséges  $y_{yn}$  jelűt használtuk fel. Ez arra utal, hogy figyelembe veszi-e az eset

- a normálfeszültségek másodrendű tagját
- vastagság menti változásokat a külső potenciálban
- vastagság menti változásokat a belső potenciálban

Így az  $y_{yn}$  eset nem veszi figyelembe a normálfeszültségek másodrendű tagját, és a vastagság menti változásokat a belső potenciálban; de figyelembe veszi a vastagság menti változásokat a külső potenciálban. A  $y_{yn}$  eset pedig az előbbihez képest annyiban különbözik, hogy

figyelembe veszi a normál feszültségek másodrendű tagját. Bővebben lásd: [Ádány, 2012.] és [Ádány, Visy 2012.].

A felhasznált képletek az alábbiak.

$$F_{cr,Z}^{yyn} = \frac{1}{\frac{1}{F_{cr,Z}^{nyn}} + \frac{1}{F_a} \cdot \frac{I_Z}{I_{Z,r}}}$$

ahol

$$F_{cr,Z}^{nyn} = \frac{1}{1 - \nu^2} \cdot \frac{\pi^2 \cdot EI_{Z,r}}{L^2}$$

$$F_a = \frac{EA}{1 - \nu^2}$$

és a képletekben  $E=210$  GPa a rugalmassági modulus,  $\nu$  a Poisson-tényező,  $L$  az elem hossza,  $A$  a keresztmetszeti terület,  $I_Z$  és  $I_{Z,r}$  a másodrendű nyomatékok a  $Z$  tengely körül a súlyponti inercia (a  $b_i^3 t_i / 12$  tagok) figyelembe vételével illetve elhanyagolásával.

### 3.1.3. Nyírási-héjmodell

Nyírást is figyelembe tud venni ez a másik héjmodell alapú analitikus megoldás, melyet [Ádány, 2014.] közöl. A kritikus erő számítása a nyírás figyelembe vételével:

$$F_{crit} = \frac{F_a}{2\alpha_1 \cdot F_{X,r}} (F_{X,r}\alpha_2 + F_{s,Z}\alpha_3 \pm \sqrt{(F_{X,r}\alpha_2 + F_{s,Z}\alpha_3)^2 - \frac{4\alpha_1 \cdot F_{X,r}}{F_a} (F_{X,r} \cdot F_{s,Z} + \Delta F_X (F_{X,r} + F_{s,Z})\alpha_4)})$$

az alábbi jelölésekkel.

A nyírási merevséget figyelembe vevő tag,  $G$  a nyírási rugalmassági modulus,  $A_{s,Z}$  a nyírt keresztmetszeti rész:

$$F_{s,Z} = G \cdot A_{s,Z}$$

Az Euler-féle kihajlás kritikus ereje elhanyagolva a súlyponti inerciákat,  $E$  a rugalmassági modulus,  $\nu=0$  a Poisson-tényező,  $L$  az elem hossza,  $I_Z$  és  $I_{Z,r}$  a másodrendű nyomatékok a  $Z$  tengely körül a súlyponti inercia (a  $b_i^3 t_i / 12$  tagok) figyelembe vételével illetve elhanyagolásával.

$$F_{X,r} = \frac{\pi^2 \cdot E I_{Z,r}}{(1 - \nu^2) \cdot L^2}$$

Euler-féle kritikus erő a teljes és Steiner tagokból számított inercia különbségéből:

$$\Delta F_X = \frac{\pi^2 \cdot E (I_Z - I_{Z,r})}{(1 - \nu^2) \cdot L^2}$$

$\alpha$  tényezők:

$$\alpha_1 = 1 + \frac{\Delta F_X}{F_a} \quad \alpha_2 = 1 + 2 \cdot \frac{\Delta F_X}{F_a} \quad \alpha_3 = 1 + \frac{F_{X,r}}{F_a} + \frac{\Delta F_{X,r}}{F_a} \quad \alpha_4 = 1$$

Az előző modell jelöléseivel itt az yyy esetet vizsgáltuk, vagyis figyelembe vettük a normálfeszültségek másodrendű tagját, a vastagság menti változásokat a belső és a külső potenciálban is.

## 3.2. Végeelemes modellek

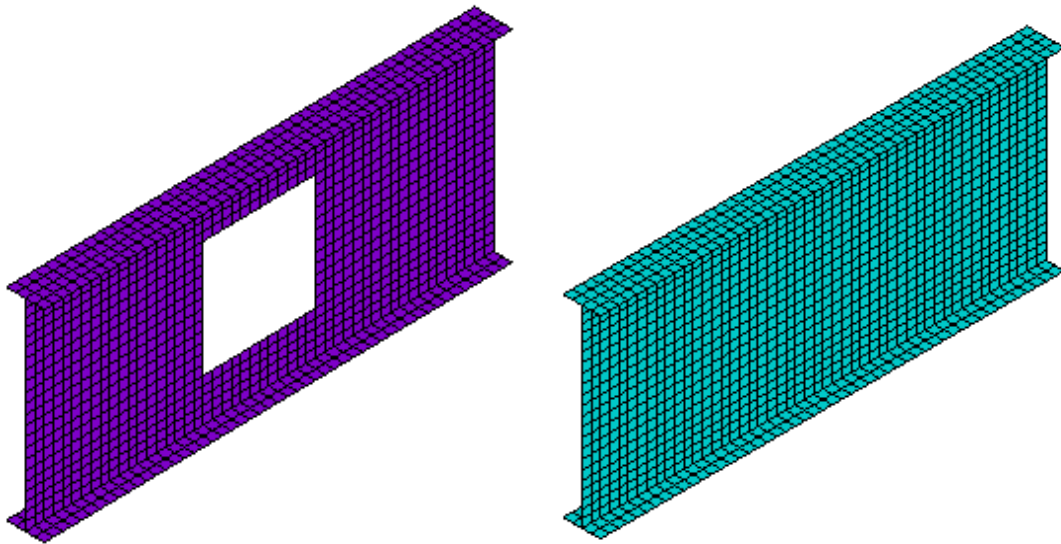
A globális stabilitásvesztés numerikus vizsgálata során kétfajta megközelítéssel dolgoztunk. Az egyik esetben héjelemeket használtunk, míg a másik esetben rúdmodellt alkalmaztunk. Mindkét esetben fontos volt, hogy a paramétereket úgy definiáljunk, hogy a modellek és a belőlük kapott eredmények egymással és az analitikus számítással összehasonlíthatóak legyenek. A számításokhoz héjmodell esetében az Ansys, míg rúdmodell esetében az Axis programokat használtuk.

### 3.2.1. Héjmodell

A héj-végelemek alkalmazásakor a lyukgyengítés nélküli vékonyfalú elemeken korábban végzett összehasonlító vizsgálatoknál [Ádány, Visy 2012.] alkalmazott paramétereket tekintettük a modell kezdeti paramétereinek. Ennek megfelelően esetenként kétfajta végeelemet alkalmaztunk. Az egyik elemtípus az Ansys SHELL63-as eleme, melyet izotróp anyagként vettünk fel, rugalmassági modulusa  $E=210$  GPa, Poisson tényezője  $\nu=0$ , nyírási modulusa  $G=105$  GPa. A SHELL63-as elem 6 szabadságfokú. Ezen felül azt is vizsgáltuk, hogy hogyan változik a modell, ha erre a rétegre ráhelyezünk egy második réteget is, amely egy speciális elemtípus, az ún. nyírási panel (shear panel). A nyírási panelt az Ansys SHELL28-as elemével vettük fel. A nyírási panel olyan elemtípus, mely lényegében nyírásra dolgozik, ennek megfelelően az rugalmassági modulusa azonos a SHELL63-as eleménél alkalmazott  $E = 210$

GPa értékkel, míg a nyírás modulus értékét 1000-szeresére növeltük a SHELL63-as elem nyírási modulusához képest. A nyírási panel rugalmassági modulusa tehát  $E=210$  GPa, Poisson tényezője  $\nu=0$ , nyírási modulusa  $G=105000$  GPa. A SHELL28-as elem csomópontjai 3 szabadságfokúak: az x, y, z irányú eltolódások megengedettek.

A nyírópaneleket kétféleképpen helyezhetjük el: egyrészt lehetséges, hogy a modellen lévő felületeken (a lyukak kivételével) elhelyezzük a SHELL63-as elemeket és a SHELL28-as elemeket. Egy másfajta megközelítésben lehetséges, hogy a SHELL63-as elemeket az előző módon helyezzük el, míg a SHELL28-as nyírási paneleket nem csak ennek megfelelően, hanem a lyukakra is kiterjesztve helyezzük el. Ez gyakorlatilag annyit jelent, hogy a lyukak elnyíródását egy belső merevítéssel meggátoljuk a 3.2. ábrán látható módon.



3.1. oszlop lefedése SHELL63-as elemmel

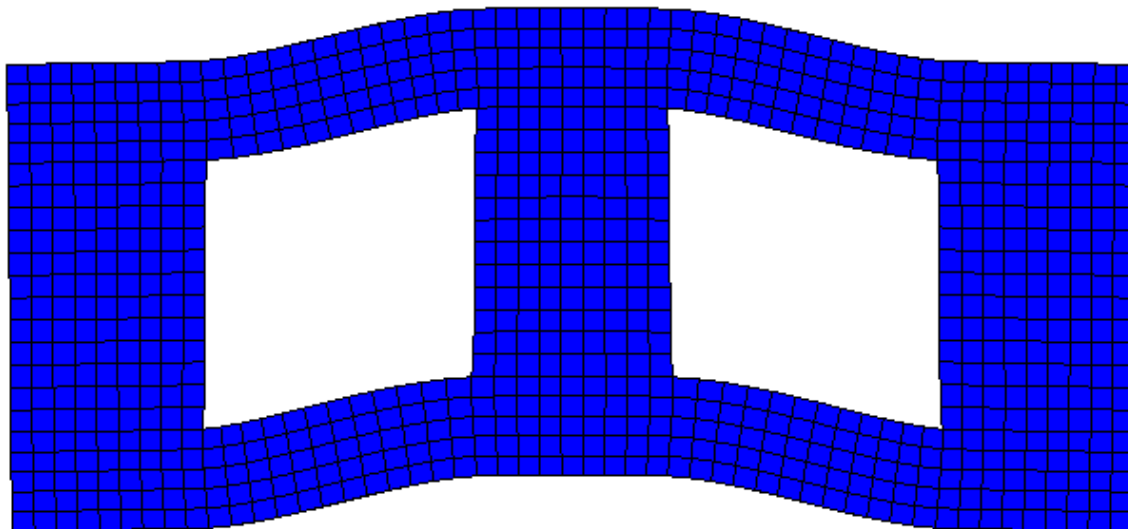
3.2. oszlop lefedése SHELL28-as elemmel

Az oszlop két végén csuklós, hossz tengely körüli elcsavarodást gátló megtámasztást alkalmaztunk. A tartóvégeken az öblösödés megengedett.

#### 3.2.1.1. Diafragmák

A végeleemes hálót úgy határoztuk meg, hogy a tartó hossz tengelye mentén „keresztmetszetek” jöjjenek létre, mely keresztmetszet tehát az azonos hosszirányú koordinátával rendelkező csomópontok összessége. A tartó minden egyes keresztmetszetében minden esetben „diafragmákat” helyeztünk el. A diafragma elnevezés itt nem valós szerkezeti elemet jelöl, hanem olyan kényszereket, amelyek egy valódi diafragmához hasonló módon merevítik a szerkezetet. Konkrétan: a diafragmákat minden egyes helyen külön-külön vettük fel úgy, hogy egy adott keresztmetszetben az egyes csomópontok egymáshoz képest a metszet síkjában (globális X és Y tengely irányában) nem tolódhatnak el. Minden más elmozdulási

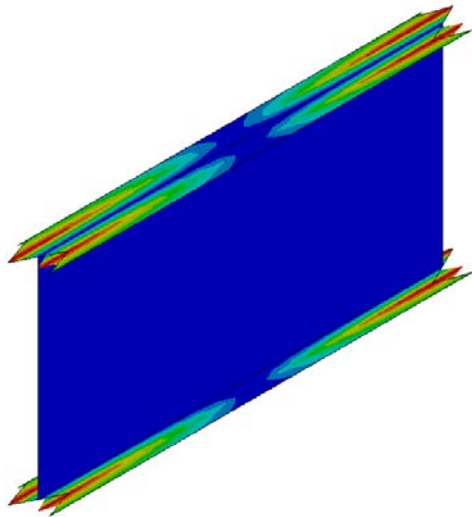
szabadságfokot meghagytunk. Ez tehát azt is jelenti, hogy a sík keresztmetszetek elvét a diafragmák önmagukban nem biztosítják, azaz a keresztmetszetek öblösödhetnek. Ugyanakkor, ha a diafragmák mellett a végelemek nyírási deformációit is meggátoljuk (a nyírási panel alkalmazásával), a keresztmetszetek a klasszikus gerendamodellben feltételezett módon, csak merevtest-szerűen tudnak elmozdulni.



*3.3. - Végelemek elmozdulása diafragmák alkalmazása esetén (ha a nyírási panelek a nemlyukas lemezrészekre vannak ráhelyezve)*

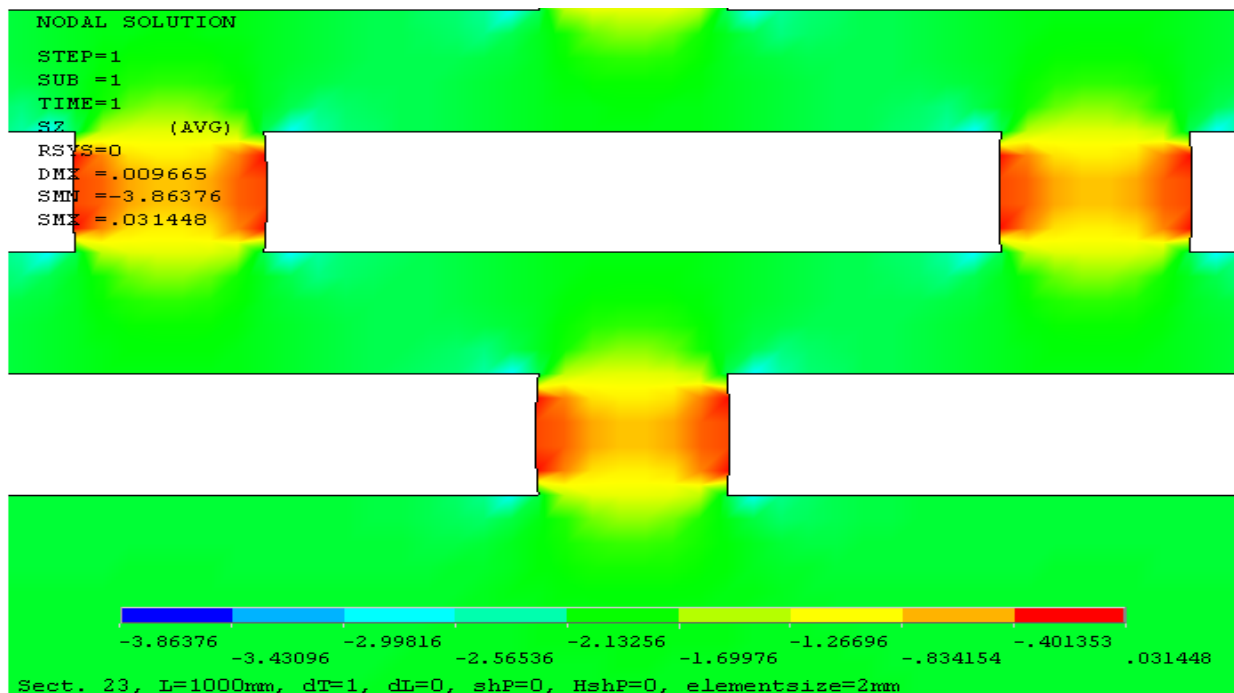
#### **3.2.1.2. Végeselemes háló**

A végeselemes háló a hasonló mérettartományú tömör gerincű modellekhez képest lényegesen sűrűbbre veendő fel. A gyakorlatban ez legkevesebb közel 3000 elemet jelent 10 mm-ben maximalizált hálómérettel az oszlop egy folyómétere esetén, míg legtöbb közel 8000 elemet 2 mm-ben maximalizált háló esetén az oszlop folyómétere esetén. 2000 mm-es oszlop legsűrűbb hálózása esetén ez összeen több mint 30 000 elemet jelentett. Ennek a futtatása egy síkbeli kihajlás számítása esetén legbonyolultabb modellünkben (shell holeshear – lásd később: 4.1. fejezet) közel 15 percet vett igénybe. Ennek a sűrítésnek két fő oka van: egyrészt az általunk vizsgált I szelvény 40-40 mm-es öveit a gerinc 20 mm-es részekre osztja, így az öveken lévő elemek száma ritka háló esetén akár 1 vagy 2 elemre is korlátozódhat. Amennyiben az öveken legfeljebb 2 végeelem volt, akkor bizonyos esetekben (jellemzően nagy kritikus erőknél, tehát főleg erős tengely körüli kihajláskor 500 mm hosszú tartók esetén) a stabilitásvesztési mód nehezen értelmezhető nyírási tönkremenetel volt.



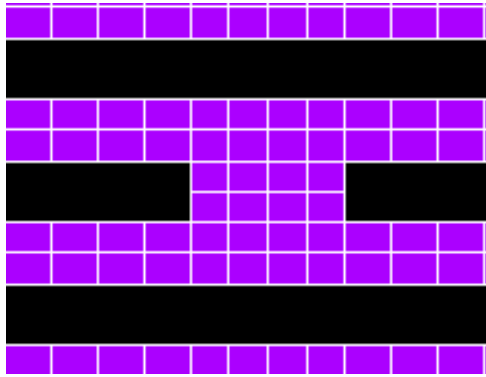
3.4. ábra - Övek nyírási stabilitásvesztése

A vizsgálatok során azt tapasztaltuk, hogy amennyiben az övek egy-egy felére legalább 3-3 végelem kerül, akkor ezek a tönkremeneteli módok nem fordulnak elő, az eredmények jól összevethetőek lesznek a többi vizsgálattal. A másik ok a perforált lyukasztás esetén fellépő anomália volt: nyírópanel nélküli vizsgálatnál, amennyiben a lyuk elég magas volt (kb. 10 mm), a végelem élhossz maximális mérete pedig nagyobb vagy egyenlő volt a lyuk magasságával, úgy előfordult, hogy egy soron belül a lyukasztások között olyan hálózás jött létre, mely esetében keresztirányban a háló egyetlen sorból állt, az elemek magassága ezen a helyen így megegyezett a lyuk magasságával. A különbség az egysoros (ritkább) és többsoros (sűrűbb) hálózásból számolt eredmények között az, hogy előbbi esetben az egész keresztmetszett nyomott volt, míg az utóbbi esetben a lyukak között kismértékű húzás volt megfigyelhető. A 3.5. ábrán ennek megfelelően kismértékű deformáció is megfigyelhető, miszerint a közbenő szakasz a lyuk magasságának felénél nem engedi azt összenyomódni, a lyuk deformálódni fog.

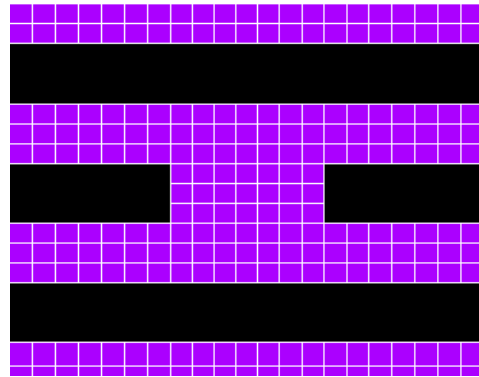


3.5. ábra - Feszültségábra a perforációk között a teljes keresztmetszetre ható egyenletes megoszló nyomóerő esetén

A jelenséget részben magyarázza, ha az alábbi módon közelítjük meg: vizsgáljuk a lyukasztások közti lemezzakaszt elkülönítve. Ekkor a környező elemek összenyomódása úgy modellezhető, mintha a lemezdarabunk alsó és felső élein befelé ható él menti vízszintes, megoszló erők. Ezen erők hatására a lemez sarokpontja egymáshoz közelíteni fognak. Az elemmagasság felében viszont a szélső pontok csak akkor fognak közeledni egymáshoz külső teher hiányában, ha azokra húzás hat. Ez a húzás jelenik meg a 3.5. ábrán látható módon. Ezen jelenség kimutatásához az szükséges, hogy ezeken a közbenső lemezdarabokon a háló legalább 2 sorból álljon. Esetünkben ez 5 mm magas perforáció esetén első esetben 4 mm-es végelelem méretet indokol (2 elem / lyuk keresztirányban), míg a második esetben 2 mm-es végelelem mérettel vizsgáltuk a tartót (3 elem / lyuk keresztirányban).

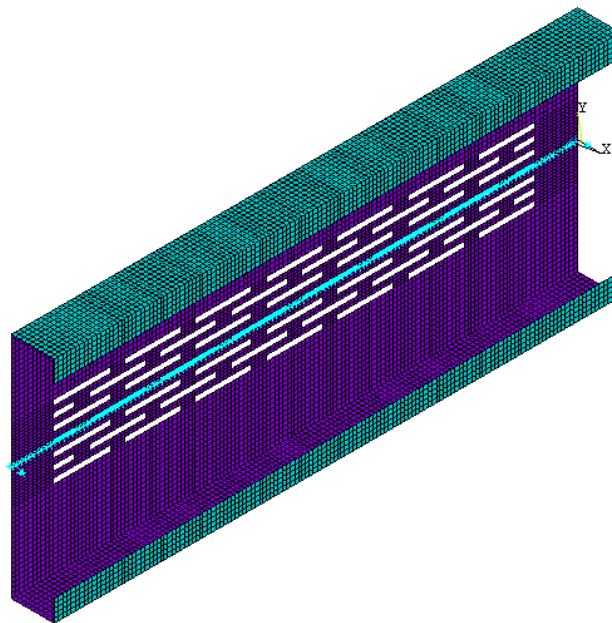


3.6. ábra - 4 mm-es háló



3.7. ábra - 2 mm-es háló

ELEMENTS



Sect. 23, I=500mm, dT=1, dL=0, shP=0, HshP=0, elementsize=4mm

3.8. ábra - 500 mm-es elem teljes 4 mm-es hálózása

### Vizsgált esetek

A fenti tényállás mellett az alábbi paramétereket kombináltuk:

- szelvény alakja: I / C
- szelvény hossza: 500 mm / 1000 mm / 1500 mm / 2000 mm
- gerinc lyukasztása: tömör / nagyméretű lyukak / perforált
- Nagyméretű lyukak esetén a lyukak száma összesen: (0) / 1 / 2 / 3 / 4 db
- perforáció esetében a lyuksorok száma: 9 / 11 / 13 / 15 db
- nyírópanel megléte: nincs / minden meglévő elemen van, lyukasztáson nincs / a kilyukasztott felületekre is elhelyezzük

- háló mérete: tömör illetve nagyméretű lyukak esetében 10 mm / 3 mm, slotted esetben 4 mm / 2 mm

A fentiek alapján minden geometriailag lehetséges kombinációt megvizsgáltunk.

### 3.2.1.3. Modellezés

A modellezés során a változatos geometriai és egyéb paraméterek miatt adatelőkészítő programra volt szükségünk. Ehhez alapul használtuk fel a korábban Visy Dávid és Dr. Ádány Sándor által írt Ansys makrót, melyet a korábban említett vizsgálat során alkalmaztak. Az általuk fejlesztett makró az alábbi, számunkra releváns lehetőségeket tudja: I, C keresztmetszet parametrikus felépítése tetszőleges hosszban. Többféle megtámasztási lehetőség a tartóvégeken. Többfajta teher a tartóvégeken illetve opcionálisan a tartó mentén. Keresztmetszeti jellemzők számítása az Eurocode 3.1.3 [Eurocode, 2006.] alapján. Különböző kihajlási alakok kikényszerítése az elmozdulási szabadságfokok korlátozásával. Nyírási panel opcionális elhelyezése.

A mi célunk az volt, hogy a lyukak hatását vizsgálhassuk a korábban leírt módokon. Ennek megfelelően az alábbi módosításokat végeztük el a kódon:

- Vizsgálni kívánt keresztmetszetek geometriájának megfelelő megválasztása, parametrikus leírása
- A kód parametrizálása a nagyméretű lyukak parametrikus felvételének érdekében
- A kód parametrizálása a slotted perforáció parametrikus felvételének érdekében
- A nyírási panel kiosztásának újragondolása. Annak a lehetőségnek a megteremtése, hogy a nyírási paneleket szükség esetén a lyukasítások által törölt elemek helyén is el tudjuk helyezni
- A végelelemes hálózás parametrikus megadása a fent említett problémák vizsgálatának céljából
- Továbbá elkezdjük a kód szabadabb felhasználását és az Axissal együttműködést segítő hibakeresési és fejlesztői mód kiterjesztését

A kód továbbfejlesztése az eredeti szerzők közreműködésével zajlott, így nagy segítséget nyújtott benne Visy Dávid és Dr. Ádány Sándor.

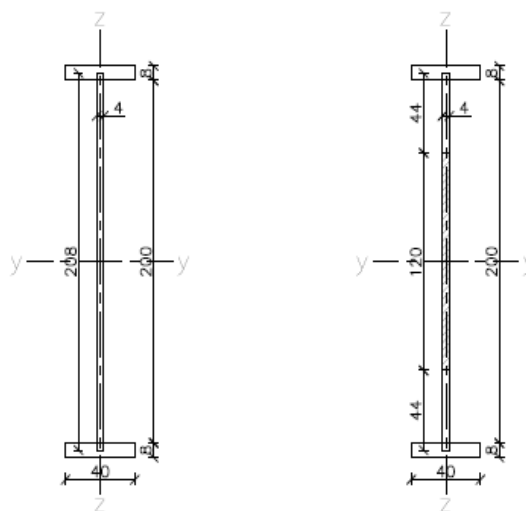
### 3.2.2. Rúdmodell

A rúdmodelljeinket Axis programmal vizsgáltuk. Itt is többféle számítást végeztünk: első esetben a program által a valós geometriából automatikusan számolt inerciával határoztuk meg a kritikus erőket, másik esetben pedig az Ansys-os számításokban használt inerciák megadásával futtattuk a számítást. Az eltérés oka az, hogy az Axis –ha a beépített keresztmetszeti jellemző modulokat használjuk- a keresztmetszet befoglaló méretei alapján a pontos, az elemi szilárdságtannak

megfelelő módon határozza meg a keresztmetszeti jellemzőket. Ezzel szemben az Ansys-os számításokhoz általunk kifejlesztett adatelőkészítő modulban átfedések vannak a szelvény elágazási pontjaiban, hasonlóan ahhoz, ahogy az Ansys héjelemei is átfedéseket tartalmaznak, lásd a 3.9. ábrát. .

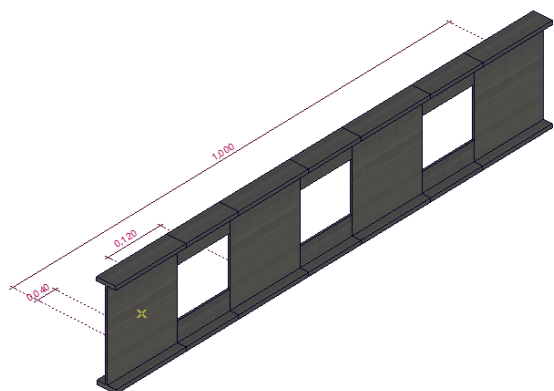
A vizsgált hosszúságok: 500 mm, 1000 mm, 1500 mm, és 2000 mm. A modell térbeli, így alap esetben minden csomópont szabad, mind a 6 szabadságfokát tekintve. Az erős tengely körüli kihajlás vizsgálatához viszont az oszlopokat több ponton meg kellett támasztani a gyenge tengely körüli kihajlás meggátolására. Emiatt az oszlopok minden esetben 0,04-0,08 m hosszúságú szakaszokból állnak (3.11. ábra), és a rajtuk található csomópontok esetében ilyenkor csak a többi öt szabadságfok szerinti elmozdulást engedélyeztük. Megjegyzendő, hogy ilyen sűrű szelvényváltásnál a végelemek méreteit célszerű lényegesen kisebb értékre felvenni. A modelljeinkben legfeljebb 5 mm hosszúságú végelemeket alkalmaztunk. A támasz az oszlop egyik végén minden eltolódást és a hossz tengely körüli elcsavarodást gátolja, a másik végén lévő pedig az x és y (vagyis a keresztirányú) eltolódásokat és szintén a hossz tengely körüli elcsavarodást gátolja. A teher az oszlop két végén ható 1 kN nagyságú hossz tengely irányú nyomóerő.

A vonalelemeket rúdként definiáltuk, vagyis húzás-nyomást, nyírást, hajlítást és csavarást is képes felvenni. Anyagjellemzőként a S235-ös acél tulajdonságait módosítottuk a fentebb leírtaknak megfelelően. Az alkalmazott szelvények a 3.10. ábrán láthatóak. Fontos megjegyezni, hogy a lyukasztott szelvényt nem mint elágazó két külön rúd kezeltük, hanem egy darab keresztmetszetnek vettük fel, melynek súlypontja középen van. A végelem háló

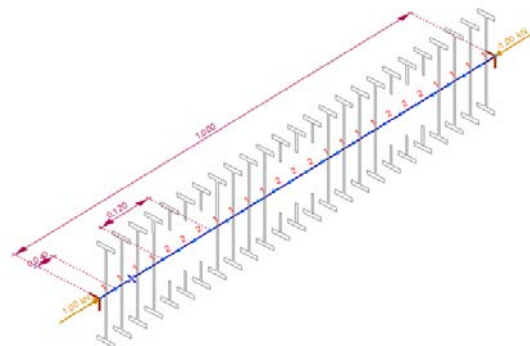


3.9. ábra - Átfedő elemek geometriája

maximális elemmérete 5 mm. A számítás egyik esetben sem igényelte több kihajlási alak meghatározását, minden esetben a várt gyenge vagy éppen erős tengely körüli, 1db (közelítően) fél-szinusz hullám alakú síkbeli kihajlási alak volt az első.

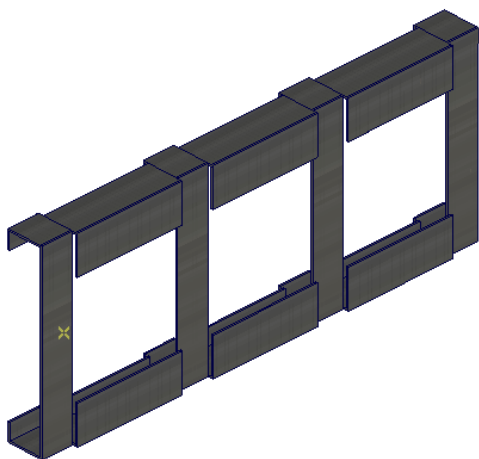


3.10. ábra - Axis 3D-s nézet

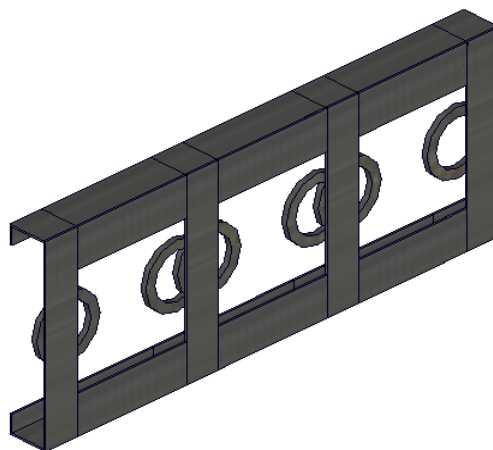


3.11. ábra - Axis drótváz nézet

A C szelvények modellje az I-hez hasonlóan készült. Ez esetben is elkészítettük 500 mm, 1000 mm, 1500 mm és 2000 mm hosszúságú teli oszlopok modelljét, és a gerincen nagyobb, 120 x 120 mm négyzet alakú lyukakkal ellátottakat is. Itt a lyukasztott esetben problémát jelentett az a tény, hogy a teli és a lyukas szelvények súlypontjának a helyzete nem esik egybe. Az Axis program a szelvényeket úgy helyezi el, hogy a vonalelem az oszlop súlyvonalán megy keresztül a 3.12. ábrán látható módon.

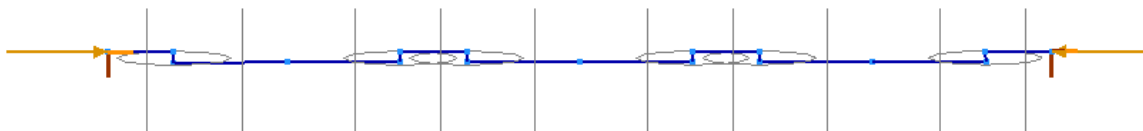


3.12. ábra – Eredeti, súlyponti tengely



3.13. ábra - Korrigált tengely

Ez a probléma orvosolható a szelvényváltásoknál a tengelyre merőlegesen beillesztett merev elemekkel (ld. 3.13. ábra)

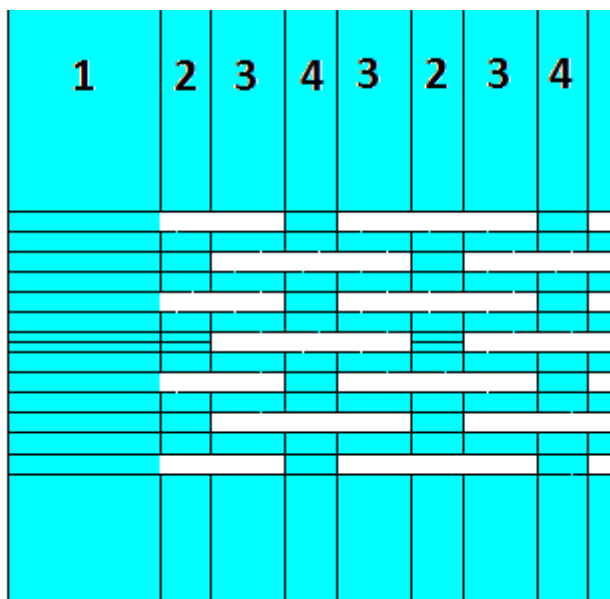


3.14. ábra - merev testekkel korrigált C szelvény felülnézete

A perforált C esetében sűrűbben kell felvenni csomópontokat az elem hossza mentén, itt ugyanis sokkal több szelvényváltásra van a szükség a 0,1-0,2 m közötti hosszúságú vonalelemek miatt.

Négyféle szelvényre van szükség: 1. a tömör C szelvény, 2. csak a felülről indulva páratlan sorszámú lyuksorok jelenlétével bíró szelvény, 3. ahol mindegyik lyuksor szerepel, és a 4. ahol a csak felülről indulva páros sorszámú lyuksorok találhatók. (lásd 3.15. kép) Így a kívánt perforált elem előállítható úgy, hogy a szelvényeket 1-2-3-4-3-2-3-4 sorrendben helyezzük el.

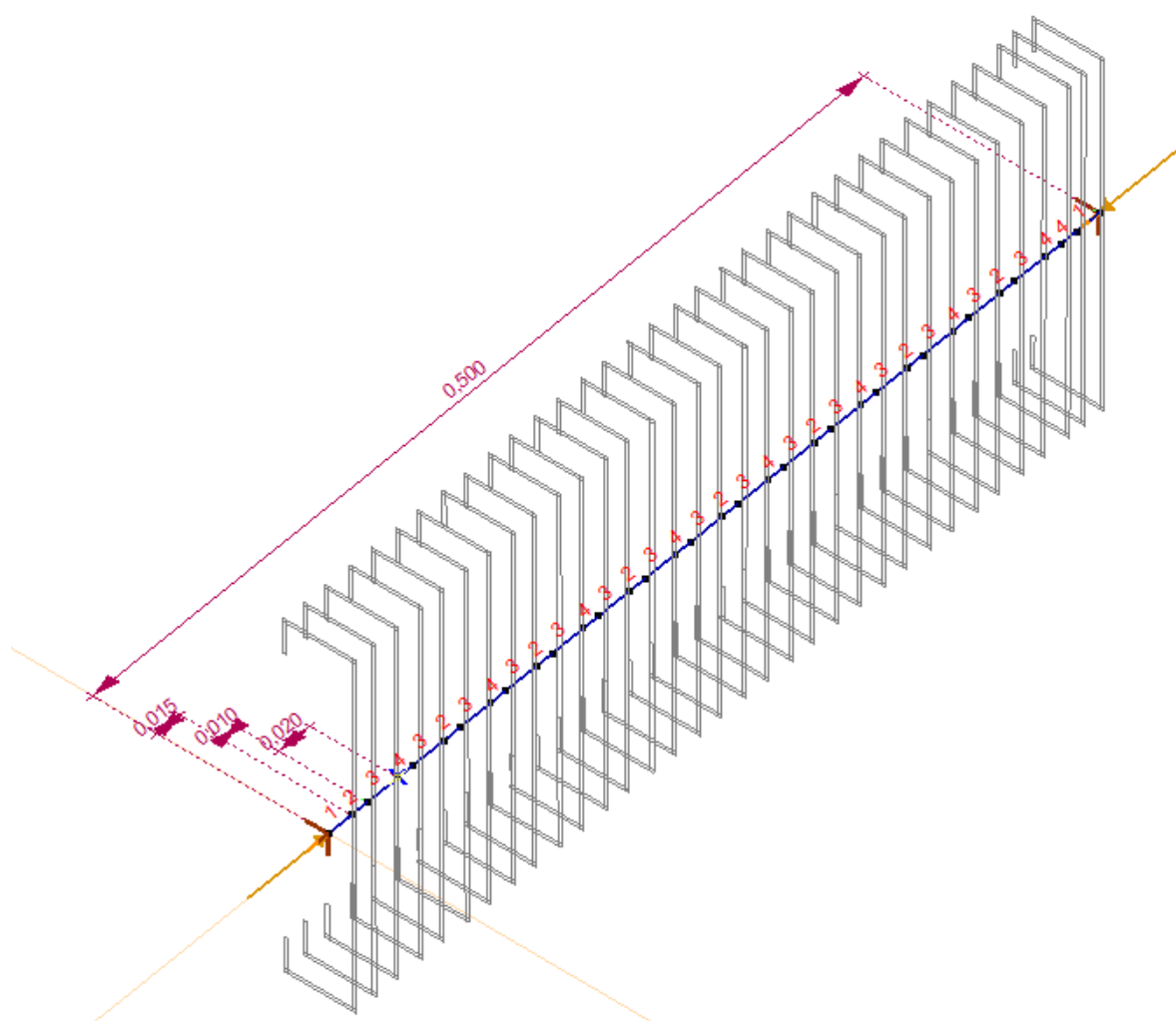
Ebben az esetben a lyukasztott szelvények geometriáját már nem rajzoltuk meg az Axis program szelvénytérképezőjében, csak a tulajdonságoknál írtuk be a különböző inerciákat.



3.15. ábra - szelvényváltások az oszlop végén

|   | Név              | Alak   | h<br>[cm] | b<br>[cm] | tw<br>[cm] | tf<br>[cm] | A <sub>x</sub><br>[cm <sup>2</sup> ] | A <sub>y</sub><br>[cm <sup>2</sup> ] | A <sub>z</sub><br>[cm <sup>2</sup> ] | I <sub>x</sub><br>[cm <sup>4</sup> ] | I <sub>y</sub><br>[cm <sup>4</sup> ] | I <sub>z</sub><br>[cm <sup>4</sup> ] |
|---|------------------|--------|-----------|-----------|------------|------------|--------------------------------------|--------------------------------------|--------------------------------------|--------------------------------------|--------------------------------------|--------------------------------------|
| 1 | C_szelvény       | Egyedi | 20,4      | 4,0       | 0          | 0          | 6,32                                 | 0,98                                 | 38,60                                | 1,0                                  | 356,3                                | 13,0                                 |
| 2 | C_szelvény_1perf | Egyedi | 20,4      | 4,0       | 0          | 0          | 5,82                                 | 0                                    | 0                                    | 1,0                                  | 352,8                                | 12,5                                 |
| 3 | C_szelvény_2perf | Egyedi | 20,4      | 4,0       | 0          | 0          | 5,42                                 | 0                                    | 0                                    | 1,0                                  | 338,1                                | 11,9                                 |
| 4 | C_szelvény_3perf | Egyedi | 20,4      | 4,0       | 0          | 0          | 5,92                                 | 0                                    | 0                                    | 1,0                                  | 354,3                                | 12,6                                 |

3.16. ábra - Keresztmetszeti jellemzők az Axis programban perforált C szelvény esetén



3.17. ábra - Perforált C szelvény szelvényváltásai

Ez esetben is a függelékben található számított inerciákat használtuk. Az elem két végén, a támaszoknál teli szelvény maradt, a héjmodelles esethez hasonlóan.

## 4. Eredmények

### 4.1. Modellek összehasonlítása

Vizsgáltuk a síkbeli kihajlást mind a gyenge, mind az erős tengely körül, kétszeresen szimmetrikus I szelvényre, valamint egyszeresen szimmetrikus C szelvényre. A kritikus erő értékeit az egyes hosszakhoz illetve lyukasztásokhoz négyféle analitikus, és ötféle numerikus modellen határoztuk meg. A számítási modellek a következők:

Numerikus modellek:

1. Héjmodell (röviden shell): A oszlopon keresztmetszeti alakváltozást gátló diafragmák találhatóak.
  2. Héjmodell (shell shearp): Az előző tulajdonságok mellett ezen nyírási panelek is találhatók a héjelemeken.
  3. Héjmodell (shell holeshearp): A nyírási panelek a lyukakon is jelen vannak.
  4. Rúdmodell (beam)
  5. Rúdmodell (beam full): az előzőekkel megegyező, de az Ansysból kapott inerciával számolva
- A héjmodelles megoldások esetében kétféle diszkretizálást alkalmaztunk (lásd 3.2.1. fejezet), a rúdmodellnél pedig a kétféle eredményt az inercia kétféle számításából adódik (lásd 3.2.2. fejezet).

Analitikus számítás:

6. Euler-féle kritikus erő a súlyponti inercia elhanyagolásával (anal beam thin)
7. Euler-féle kritikus erő a teljes inercia figyelembe vételével (anal beam thick)
8. Héjmodell alapú analitikus megoldás (anal shell)
9. Nyírást is felvevő, héjmodell alapú analitikus megoldás (anal shell shear)

#### 4.1.1. Tömör I szelvény

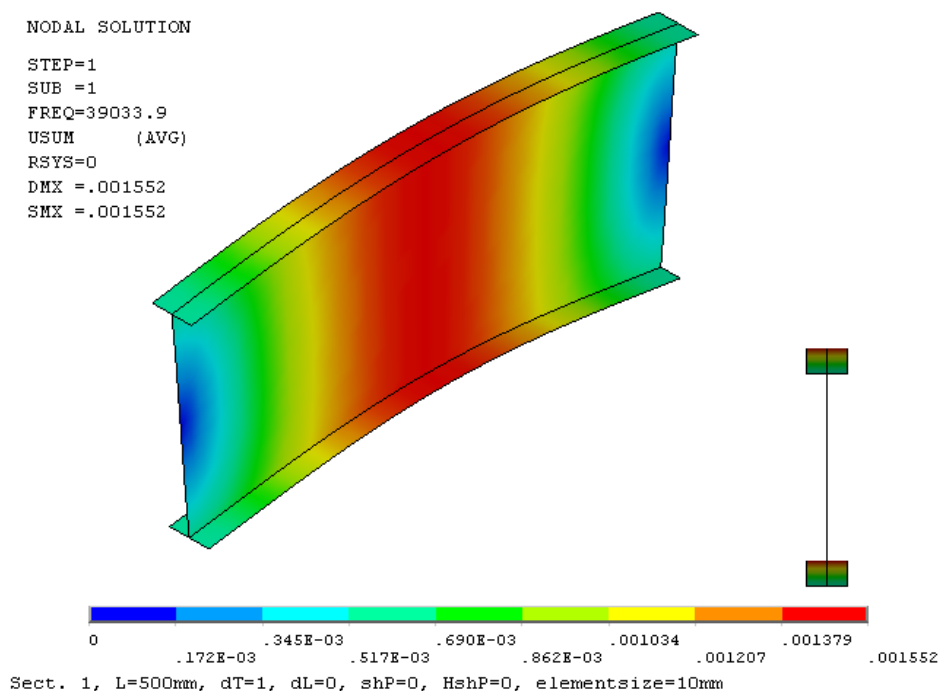
Nézzük először a modellek összehasonlítását a tömör szelvények esetében! A 3. modell itt lyukak hiányában nem értelmezhető, illetve szigorú értelemben véve az eredmény megegyezne a 2. modell eredményével. A táblázat az 500 mm hosszú oszlop eredményeit tartalmazza:

|  | 1.1<br>shell<br>ritka | 1.2<br>shell<br>sűrű | 2.1<br>shell | 2.2<br>shell | 4.<br>beam<br>full | 5.<br>beam | 6. anal<br>beam<br>thin | 7. anal<br>beam<br>thick | 8. anal<br>shell | 9. anal<br>shell<br>shear |
|--|-----------------------|----------------------|--------------|--------------|--------------------|------------|-------------------------|--------------------------|------------------|---------------------------|
|--|-----------------------|----------------------|--------------|--------------|--------------------|------------|-------------------------|--------------------------|------------------|---------------------------|

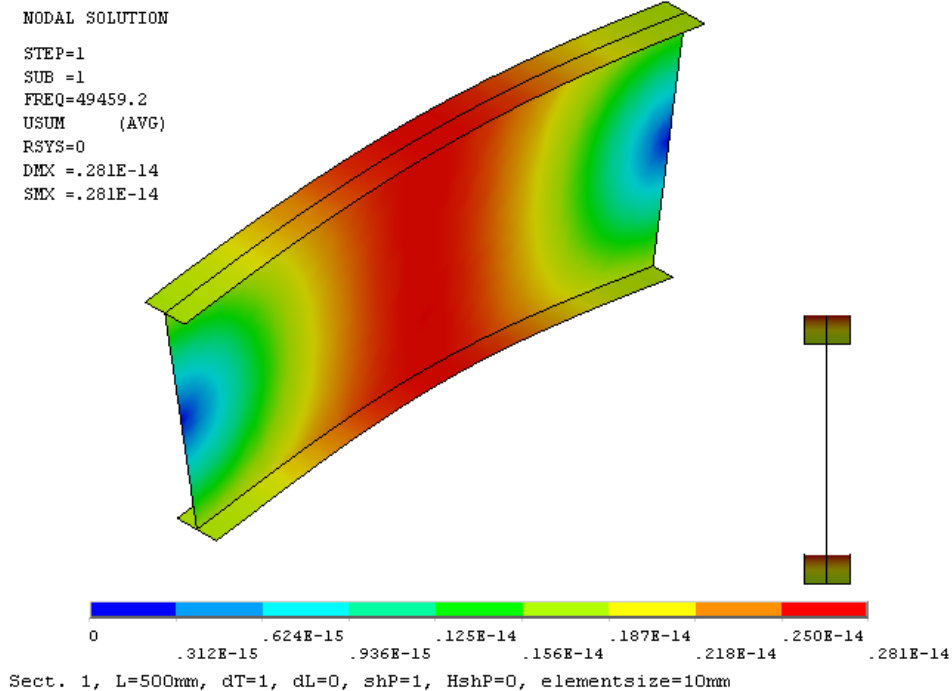
|                   |        |        |                |               |        |        |        |        |        |        |
|-------------------|--------|--------|----------------|---------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
|                   |        |        | shear<br>ritka | shear<br>sűrű |        |        |        |        |        |        |
| gyenge<br>tengely | 706,99 | 706,31 | 715,33         | 715,00        | 716,29 | 707,17 | 707,45 | 716,65 | 714,97 | 707,67 |
| erős<br>tengely   | 39034  | 39017  | 51457          | 64947         | 79526  | 82258  | 82257  | 82285  | 64689  | 39424  |

4.1. ábra - modellek összehasonlítása az 500 mm hosszú tömör I szelvényen

Héjmodell esete. Az első ún. "shell" modellnél (4.2. ábra) a második ún. "shell shear" (4.3. ábra) több kényszert tartalmaz a nyírópanelek jelenléte miatt, ez magyarázza a látható különbséget a második javára. Ezekhez hasonló eredményeket láthatunk a 9. és a 8. modell esetében, ezek között is ugyanez a különbség - a nyírás - látható. Az 1. és a 9. modell is összevethető, ezek a nyírást figyelembe vevő eset numerikus illetve analitikus megoldása. Látható, hogy az eltérés igen kicsi, 0,2% alatti a gyenge tengely körül, és 1 % körüli az erős tengely esetében is. Ugyanígy a 2. és 8. modell eredményei is hasonlóak, ezek ugyanis a numerikus és analitikus megoldása a nyírást elhanyagoló eseteknek. Itt a gyenge tengely körüli eredmények különbsége gyakorlatilag elhanyagolható, illetve az erős tengely körüli is, ha a sűrű hálózást figyeljük.



4.2. ábra - 500 mm hosszú I szelvény, "shell"

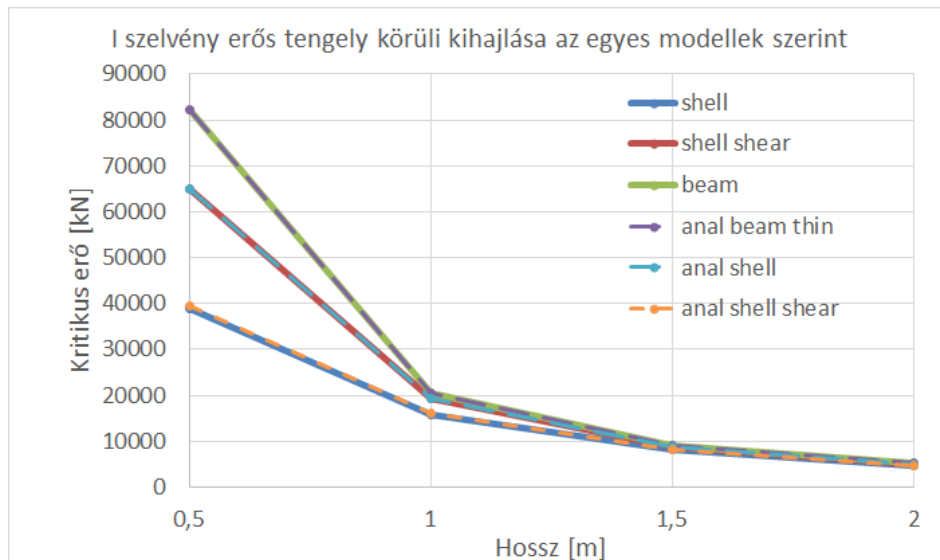


4.3. ábra - 500 mm hosszú I szelvény, "shell shear"

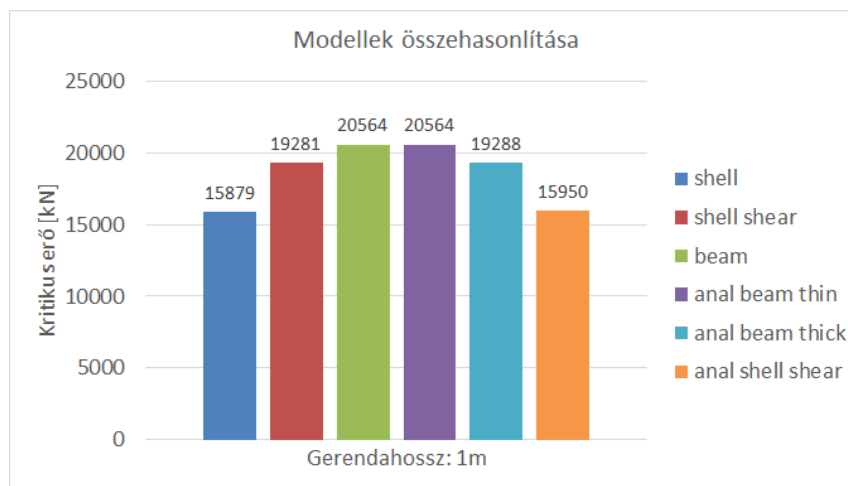
A különböző hálózásoknál megfigyelhető, hogy nincs nagy különbség a kritikus erők között. Az egyetlen kivétel ez alól a 25%-os különbséggel bíró 2. modell erős tengely körüli kihajlásra. Itt tehát a ritkább hálózás nem ad még elég pontos eredményt.

Rúdmodell esetei. Az Axis rúdmodell (beam full) és az Euler-féle klasszikus módszer (6. és 7. modell) is összehasonlítható. Az azonos inerciák alapján végzett számítások eredményei között szinte nincs különbség. Itt különbséget a különböző inercia számítási módok adhatnak.

A különbségek jobban megfigyelhetők az erős tengely körüli kihajlásnál, így elemezzük ebben az esetben a modellek eredményeit:



4.4. ábra



4.5. ábra

Tendenciájukat tekintve látható, hogy az egyes modellek között egyre kisebb különbség van, ahogy növeljük az elem hosszát, ezért is elemeztük a modellek különbözőségeit az általunk vizsgált legrövidebb, 500 mm-es hosszban. A fentebb említett összehasonlítható modellpárok itt jól láthatók, a 9. modell görbéje alól éppen hogy kilátszik az elsőé, vagyis ezek igen közeli eredményeket adtak. A 4. modell görbéje teljesen eltűnik a 6. mögött. A 2. és 8. esetében is alig látható a különbség.

A rúdmodellből számított eredmények a hosszúság csökkentésével a végtelenbe tartanak, míg a héjmodellből számolt kritikus erők értéke kevésbé meredeken emelkedik, létezik maximális értéke. A legnagyobb eredményt tehát a rúdmodellek szerint számolt értékek adják. Ezekben az esetekben van a legtöbb kényszer, ugyanis ott a keresztmetszetek a rúd tengelyére merőlegesek maradnak, vagyis az Euler-Bernoulli-féle rúdmodell feltételezéseit alkalmazzák.

A 2. illetve 8. modell esetében már héjmodellről van szó, a keresztmetszetek nem feltétlenül maradnak merőlegesek a tengelyre. Így a modell “lágyabb” lesz, kevesebb a kényszer, az eredmények ezáltal kisebbek lesznek. A harmadik, nyírást is figyelembe vevő eseteknél (1. és 9. modell) hasonló okokból lesznek az eredmények még kisebbek.

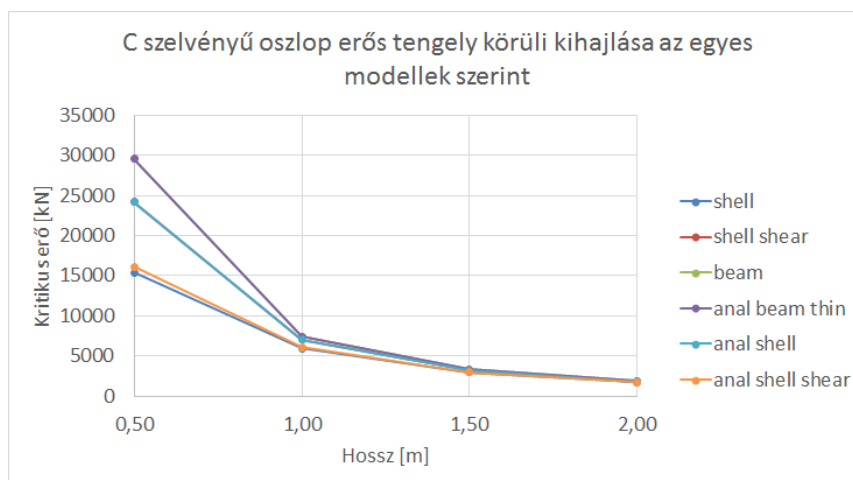
#### 4.1.2. Tömör C szelvény

Következőnek vizsgáljunk egy másik szelvényt, ami már nem kétszeresen szimmetrikus! Ismét az 500 mm hosszú oszlop eredményeit vizsgáltuk:

|                   | 1.1<br>shell<br>ritka | 1.2<br>shell<br>sűrű | 2.1<br>shell<br>shear<br>ritka | 2.2<br>shell<br>shear<br>sűrű | 4.<br>beam<br>thick | 5.<br>beam<br>thin | 6. anal<br>thin | 7. anal<br>beam<br>thick | 8. anal<br>shell | 9. anal<br>shell<br>shear |
|-------------------|-----------------------|----------------------|--------------------------------|-------------------------------|---------------------|--------------------|-----------------|--------------------------|------------------|---------------------------|
| gyenge<br>tengely | 944,06                | 943,35               | 1071,6                         | 1071,3                        | 1080,6              | 1078,8             | 1078,7          | 1080,1                   | 1071,4           | 1007,7                    |
| erős<br>tengely   | -                     | 15383,<br>20         | -                              | 24150,<br>30                  | 29540,<br>59        | 29519,<br>41       | 29518,<br>85    | 29838,<br>23             | 24373,<br>28     | 16102,<br>55              |

4.6. ábra - Modellek összehasonlítása az 500 mm hosszú tömör C szelvényen

Ebben az esetben a ritka hálózás alkalmazásával nem kaptuk vissza a globális fél-szinus hullám alakú kihajlási alakot az Ansys modellekben, helyette az övek lokális tönkremenetele ment végbe az első 120 kihajlási alakon. Tovább nem vizsgáltuk, ezeket az eredményeket elvetettük, a sűrűbb hálózással ugyanis kaptunk megfelelő eredményeket.



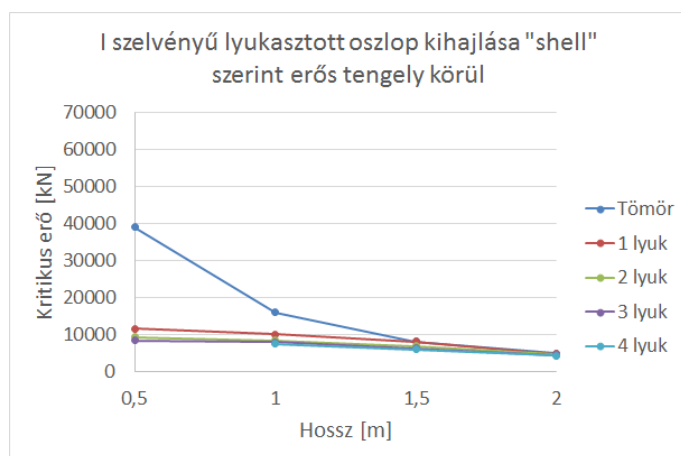
4.7. ábra

C szelvény esetében jobban kitűnik a rövid oszlopok esetében az 1. és a 9. modell közötti különbség, ami abból adódik, hogy az analitikus számítás esetében a gerinc egyenes marad, míg a numerikus esetben nem feltétlenül (az öblösödés miatt).

Látható tehát, hogy a numerikus és analitikus modellekből számolt eredmények jól összevethetőek, azok az elvárt relációknak megfelelnek. Minden numerikus modellnek megfeleltethető egy analitikus számítási módszer, kölcsönösen igazolva egymás eredményeit. Feltételezhetjük tehát, hogy számítási modelljeink az elvárt módon működnek, paraméterezésük megfelelő, és hasonló konfiguráció mellett elvárhatjuk, hogy az analitikusan nem ellenőrzött esetekben, tehát a lyukasztott és a perforált geometriánál is megfelelően működnek.

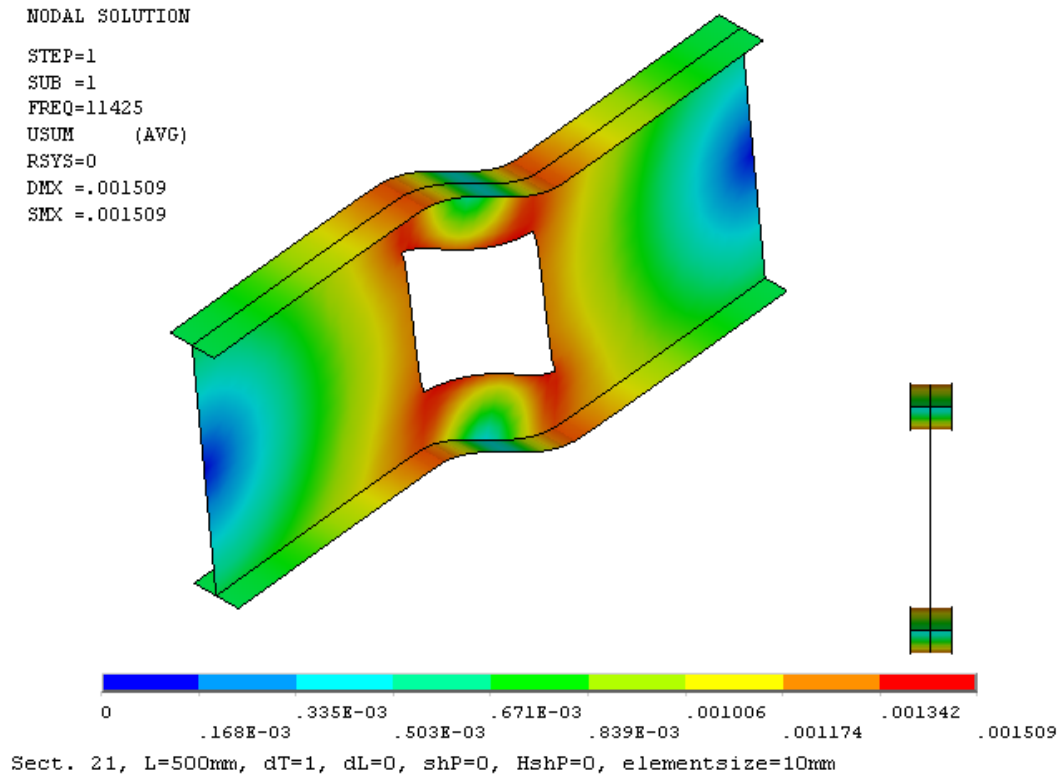
## 4.2. Lyukasztás hatása

### 4.2.1. Nagy áttöréseket tartalmazó I szelvény

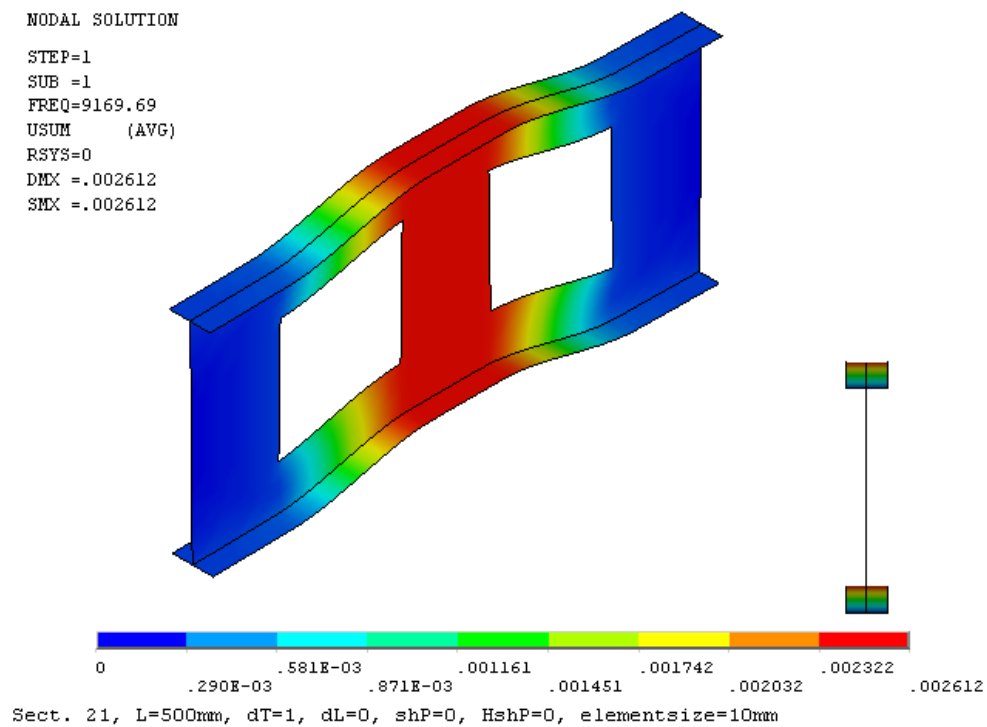


4.8. ábra

Megfigyelhető, hogy az első lyuk jelenléte nagyobb csökkenést jelent a kritikus erőben, mint a másodiké, és ez a különbség tovább csökken a következő lyukak hozzáadásával. Az 500 mm hossz esetében például az első lyuk 29%-ára csökkenti a kritikus erőt, a második lyuk további 6%, a harmadik már csak 2% csökkenést jelent, vagyis 21%-a tömör rúdnak.



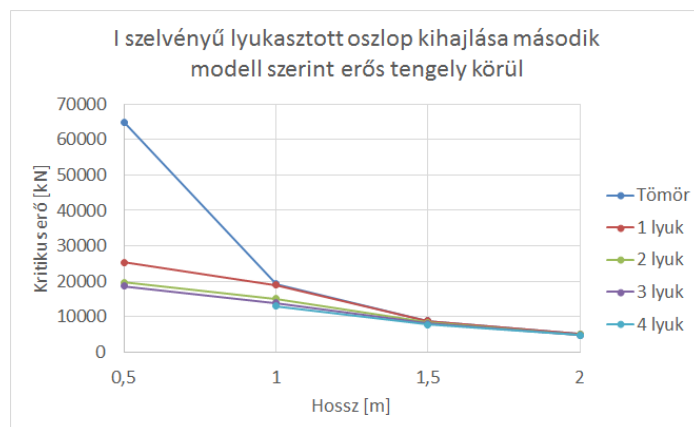
4.9. ábra - 500 mm, I szelvény 1 lyuk, “shell”, normál háló, erős tengely körül



4.10. ábra - 500 mm, I szelvény 2 lyuk, “shell”, normál háló, erős tengely körül

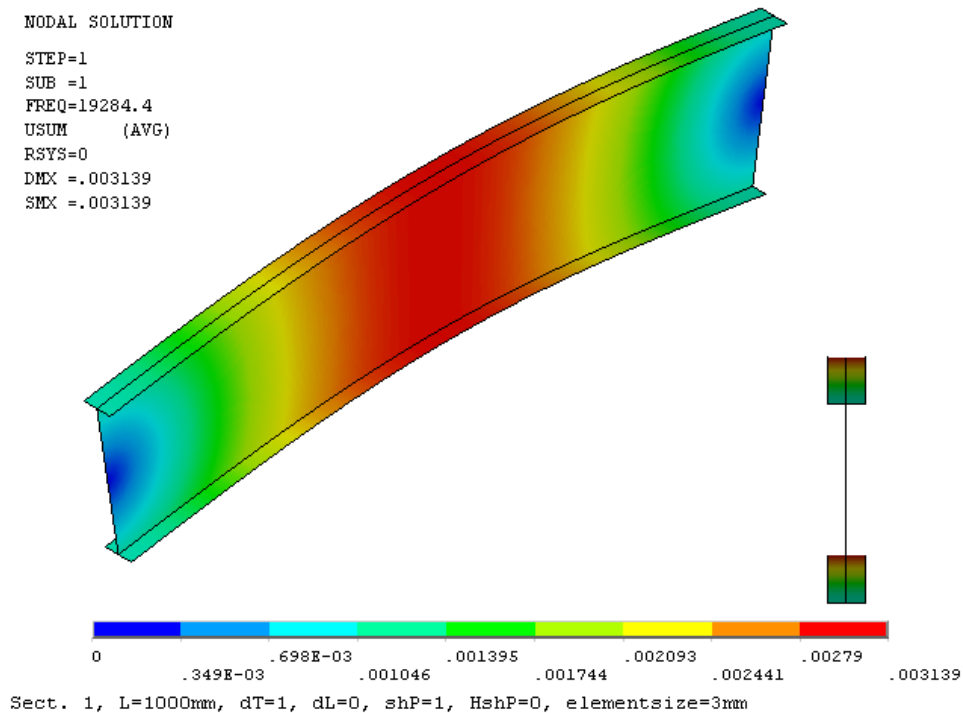
Az 1000 mm hosszú oszlop esetében az első lyuk csökkent 63%-ra, a második 52%-ra, a harmadik 49%-ra és itt már elfér negyedik lyuk is, ami további 2%-ot csökkent, ami 47%-a tömör esetnek. A lyukasztás vizsgálatánál is megfigyelhetjük azt, hogy a hosszabb elemek esetében a hatása egyre kisebb. 2000 mm-es esetben már mind a négy lyuk is csak 13% csökkenést jelent.

A lyukasztás megváltoztatja viszont a görbék alakját. Ennek oka abban áll, hogy a modell figyelembe veszi a lyukkal gyengített keresztmetszet nyírását.



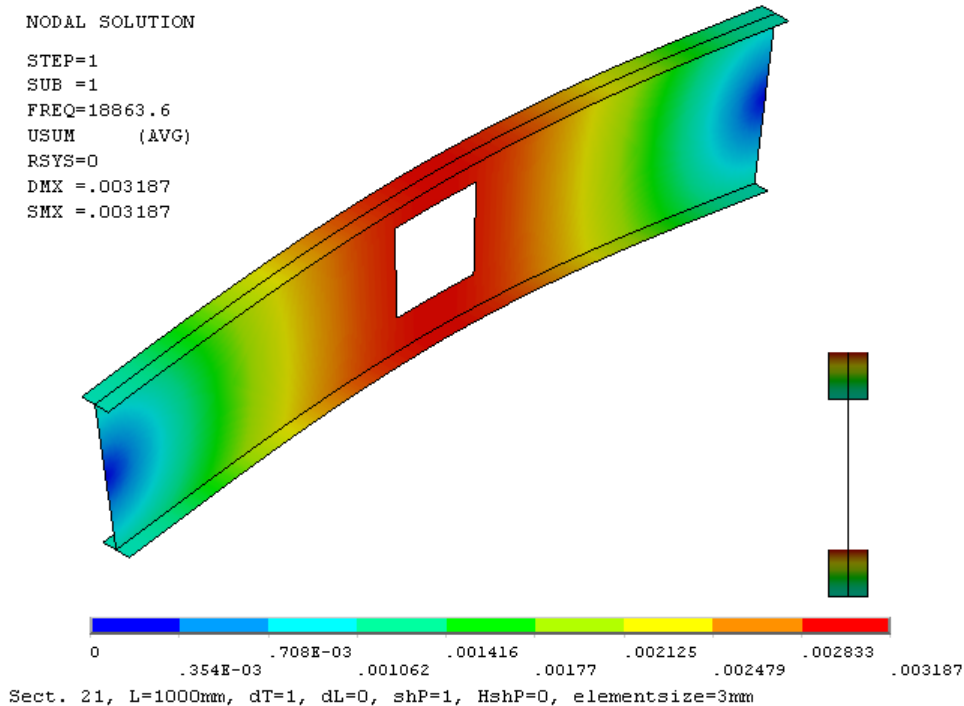
4.11. ábra

A második modellben (shell shear) a nyírási panelek gátolják a nyírást, így ott kisebb az eltérés például a tömör és az egy lyukkal ellátott eset között. Ezek a nyírási panelek viszont ebben a modellben csak a szelvény anyagon vannak, a lyukak környezetében így még létrejöhet nyírási deformáció. Ez az oka annak, hogy itt a lyukasztott esetek közelebb kerültek a tömörhez ugyan, de a lyukasztás még mindig megváltoztatja a görbe alakját. Az 500 mm hosszú rúdon itt az első lyuk 39%-ra csökkenti a kritikus erőt, a második 30%-ra, míg a harmadik kicsit több, mint 1%-kal csökkenti tovább.

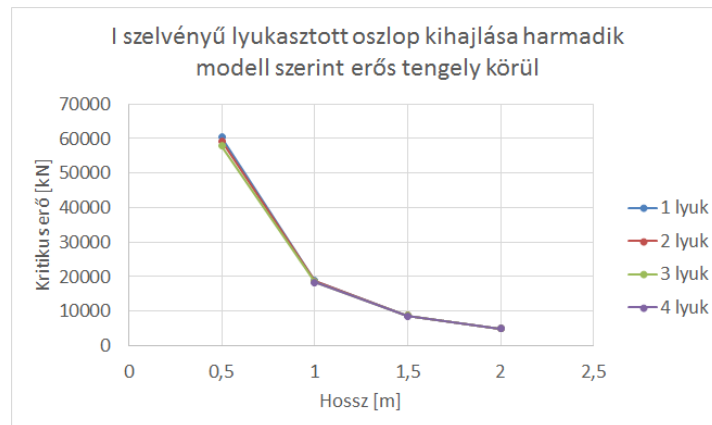


4.1. ábra - 1000 mm, tömör I szelvény, “shell shear”, sűrű háló, erős tengely körül

Az 1000 mm-es esetben mind a négy lyuk 67%-ára csökkenti a tömör oszlop kritikus erejét. 2000 mm hosszánál pedig már csak 6%-ot veszít a kritikus erőből.

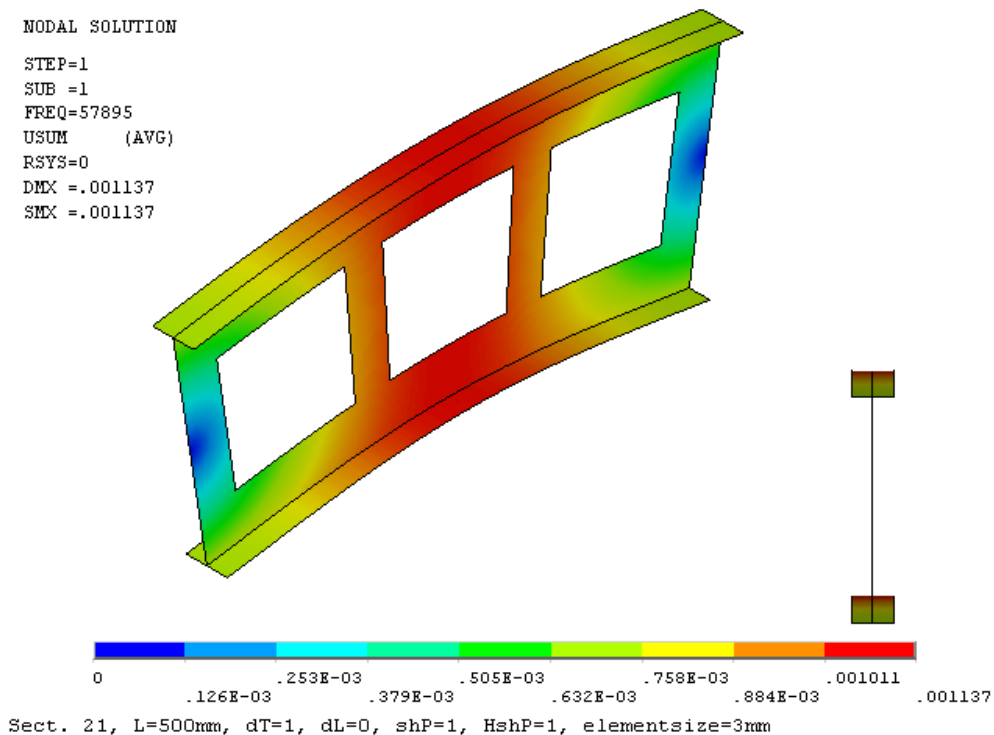


4.2. ábra - 1000 mm, I szelvény 1 lyuk, “shell shear”, sűrű háló, erős tengely körül



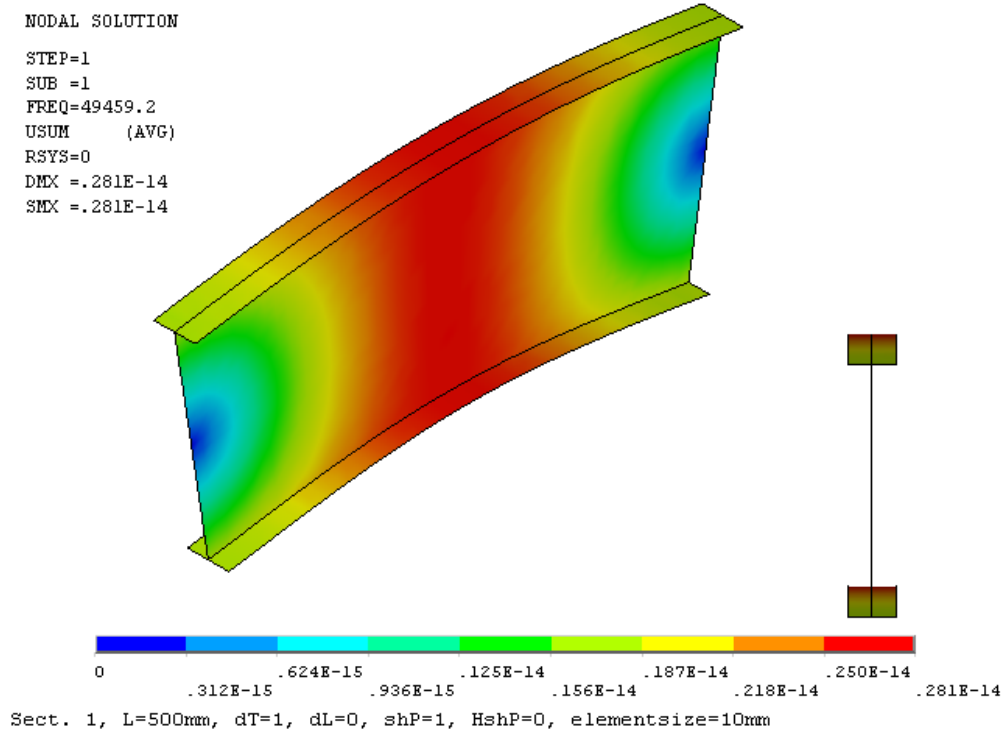
4.12. ábra

A shell holeshear modell esetében a lyukakra is elhelyezett nyírópanelek kizárják a lyukakkal gyengített keresztmetszetek elnyíródását.



4.13. ábra - 500 mm, I szelvény 3 lyuk, “shell holeshear”, sűrű háló, erős tengely körül

Látható, hogy ez esetben lényegesen kisebb a kritikus erő csökkenése a lyukasztás miatt. A legjelentősebb eltérés az 500 mm hosszú oszlopnál jelentkezik, itt a három lyukkal ellátott rúd kritikus ereje 95%-a a tömörének.



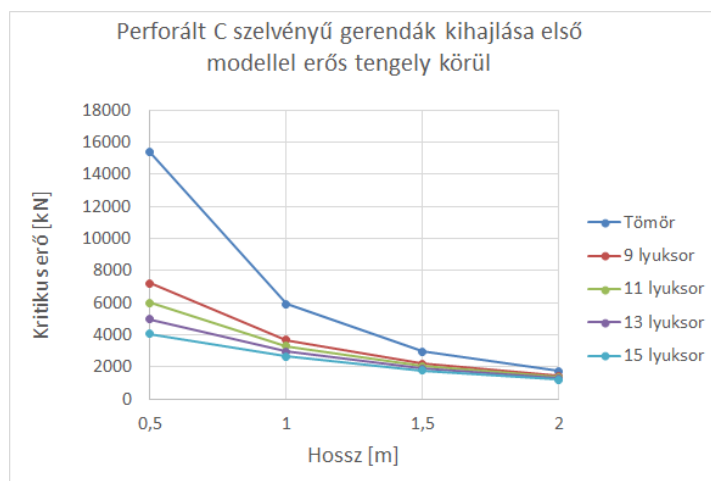
4.14. ábra - 500 mm, I szelvény, “shell shear”, normál háló, erős tengely körül

Az Axis rúdmodell eredményei is tendenciájukat tekintve ilyen eredményeket adnak. Számértékbeli különbség adódik viszont az inerciák eltérő számítási módjából, az Ansys programban ugyanis az átfedéssel számolt, míg az Axisban átfedés nélküli inerciák szerepelnek. A rúd- és héj-végeselemes modell között további különbség, hogy a rúdmodell egyenletes feszültségeloszlást feltételez a keresztmetszetben, míg a héjmodell egy ennél realisabb, nem egyenletes feszültségeloszlással számol, ami különösen a lyukas szelvények esetén kimutatható különbséget okoz a kritikus terhek értékében.

#### 4.2.2. Nagy áttöréseket tartalmazó C szelvény

A C szelvényre is igazak az I szelvény lyukasztott eseténél felsoroltak. Felmerült itt viszont egy további probléma, amit a rúdmodell leírásánál már felvetettünk. Az egyes rúdelemek csak a szelvények súlyponti tengelyeit jelentik. A tömör C és a lyukasztott C szelvényeknek viszont eltérőek a súlyponti koordinátái, így a szelvények nem folytatólagosan csatlakoznak egymáshoz (lásd 3.12. ábra). Ezt a problémát két jellemző esetben megvizsgáltuk merev testek beiktatásával is (lásd 3.13. ábra). 500 mm hosszú oszlop 3 lyuk esetben az eltérés 0,03%, 2000 mm 4 lyukas esetben már csak 0,01%. Látható, hogy ezek az eltérések igen kicsik, így ezt a problémát a többi esetben elhanyagoltuk.

#### 4.2.3. Perforált C szelvény

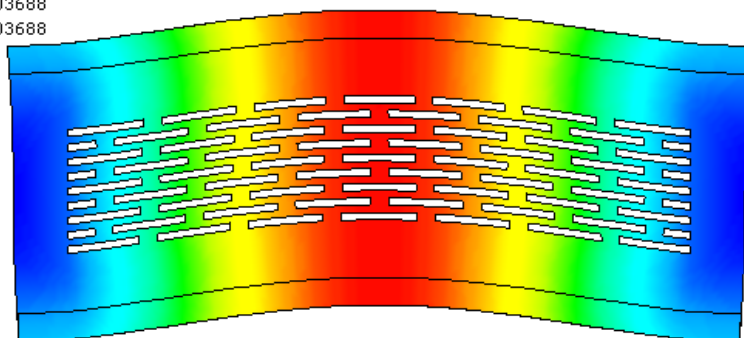


4.15. ábra

Ebben az esetben jobban megmarad a tömör görbe jellege a perforáltaknál is, vagyis láthatóan a hossz csökkenésével egyre meredekebben emelkedik a kritikus erő értéke, még itt a nyírást figyelembe vevő esetben is.

NODAL SOLUTION

STEP=1  
SUB =1  
FREQ=7246.28  
USUM (AVG)  
RSYS=0  
DMX =.003688  
SMX =.003688



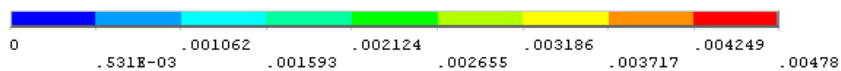
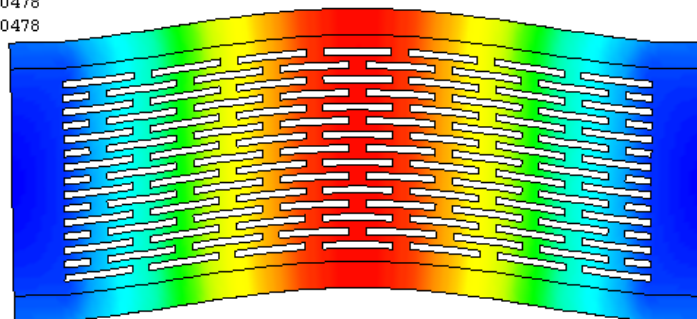
0 .410E-03 .819E-03 .001229 .001639 .002049 .002458 .002868 .003278 .003688  
Sect. 23, L=500mm, dT=1, dL=0, shP=0, HshP=0, elementsize=4mm

4.16. ábra - 500 mm, C 9 lyuksorral, "shell", normál háló, erős tengely körül

Bár itt is jelentős csökkenést jelent a lyukgyengítés. A 9 lyuksoros eset a tömör kritikus erejének 46%-át adja, 11 lyuksorra 39%, 13 lyuksorra 32% és 15 lyuksorra 26% a kritikus erő a tömör rúdhoz képest.

NODAL SOLUTION

STEP=1  
SUB =1  
FREQ=4089.34  
USUM (AVG)  
RSYS=0  
DMX =.00478  
SMX =.00478

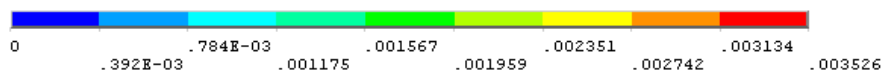
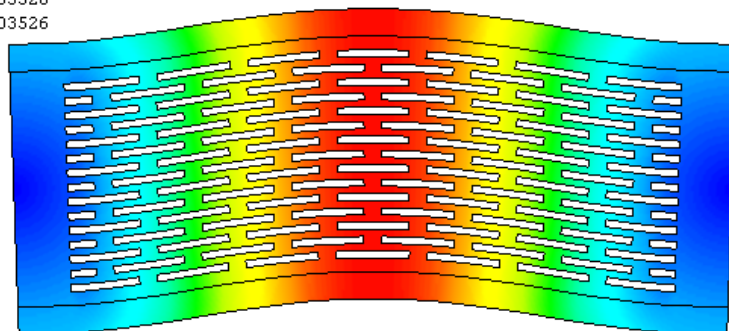


Sect. 23, L=500mm, dT=1, dL=0, shP=0, HshP=0, elementsize=4mm

4.17. ábra - 500 mm, C 15 lyuksorral, “shell”, normál háló, erős tengely körül

NODAL SOLUTION

STEP=1  
SUB =1  
FREQ=7391.36  
USUM (AVG)  
RSYS=0  
DMX =.003526  
SMX =.003526

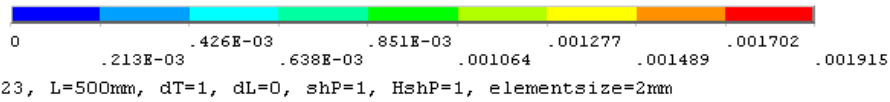
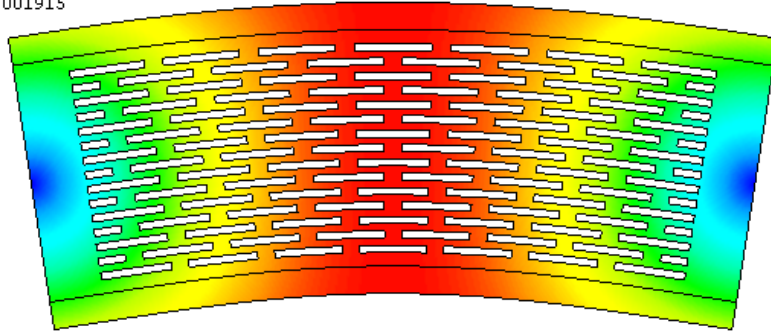


Sect. 23, L=500mm, dT=1, dL=0, shP=1, HshP=0, elementsize=2mm

4.3. ábra - 500 mm, C 15 lyuksorral, “shell shear”, sűrű háló, erős tengely körül

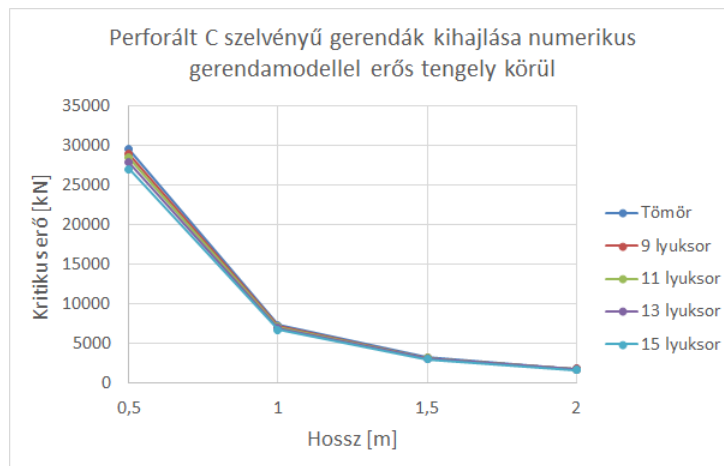
NODAL SOLUTION

STEP=1  
SUB =1  
FREQ=21944.8  
USUM (AVG)  
RSYS=0  
DMX =.001915  
SMX =.001915



4.4. ábra - 500 mm, C 15 lyuksorral, “shell holeshear”, sűrű háló, erős tengely körül

A shell shear és a shell holeshear modell rendre kisebb csökkenéseket ad, míg végül a legkisebb gyengítés a rúdmodellnél adódik:



4.18. ábra

Itt a 9 lyuksor jelent 2% csökkenést, 11 lyuksor 4%-ot, 13 lyuksor 6%-ot, és a 15 lyuksor pedig 8%-ot, így ez utóbbi esetben a kritikus erő értéke 92%-a a tömör rúdénak.

Tendenciájukat tekintve ismét az első és második modell (shell, shell shear) valamint a harmadik és negyedik modell (shell holeshear, beam) mutat hasonlóságot.

#### 4.2.3.1. Csökkentő tényező alkalmazása

A nyírási-héjmodell analitikus számítási módszerbe bevezettünk egy olyan  $\rho$  csökkentő tényezőt, aminek a segítségével kézi számítással jó közelítést adhatunk a perforált szelvények kritikus erőire. Először a váltakozó négy különböző perforált szelvényből álló rudakat (3.17. ábra) kellett valamilyen kezelhetőbb formára hozni. Ezért a különböző lyukasztással ellátott keresztmetszeteknek kiszámoltuk külön a jellemzőit, majd ezekből meghatároztunk átlagos keresztmetszeti jellemzőket, amik egy prizmatikus, de a gyengítést figyelembe vevő szelvényt írnak le. Ezeket az egyes szelvényváltozatok megjelenésének aránya alapján felvett súlysúlyszámokkal átlagoltuk ki a perforált keresztmetszeti jellemzőkből.

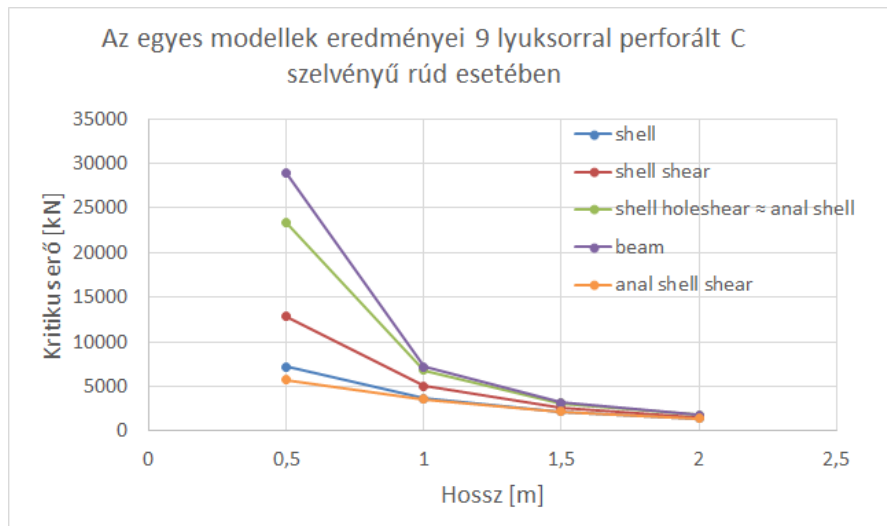
$$\text{súlysúlyszámok: } s_1 = 0,45 \quad s_2 = \frac{1-s_1}{2} \quad s_3 = s_2$$

$$\text{keresztmetszeti terület súlyozása: } A_{\text{perf}} = s_1 \cdot A_{1,\text{perf}} + s_2 \cdot A_{2,\text{perf}} + s_3 \cdot A_{3,\text{perf}}$$

Az inercia számításnál is ehhez hasonló súlyozott átlagot számoltunk. Felvéve egy kellően nagy redukciós tényezőt ( $\rho = 100\,000$ ) elhanyagoltuk a nyírást (anal shell modell), és így a shell shear héjmodell eredményeihez közelítve kalibráltuk a perforált szelvényekre vonatkozó keresztmetszeti jellemzők súlyszámait. A csökkentő tényezővel a nyírt keresztmetszeti rész nyírási merevségét kell megszorozni. A nyírást is figyelembe vevő módszerhez pedig iterációs folyamat eredményeként határoztunk meg a lyuksorok számától függő redukciós tényezőket úgy, hogy a hosszabb (gyakorlatban inkább előforduló) tartományban közelítse jobban a nyírást is figyelembe vevő numerikus héjmodell eredményeit.

A redukciós tényező tehát:

- 9 lyuksor esetén  $\rho = 0,17$
- 11 lyuksor esetén  $\rho = 0,135$
- 13 lyuksor esetén  $\rho = 0,115$
- 15 lyuksor esetén  $\rho = 0,1$



4.19. ábra

A csökkentő tényezővel módosított módszer összehasonlítása 9 lyuksorral ellátott esetben a korábbi modellekkel a 4.19. ábrán látható. Megfigyelhető, hogy a módszer az 1000mm-es hosszról kezdve jól közelíti a nyírást is figyelembe vevő numerikus héjmodell eredményeit. 500 mm-es esetben az eltérés 20% körüli, 1000 mm-nél 3%, 1500mm és 2000 mm esetén már ezrelékes nagyságrendű. Itt még jobban megfigyelhető, hogy a rúdmodell a hosszal közelítve nullához a kritikus erő a végtelenbe tart. A shell holeshear modell már héjmodellként minimálisan figyelembe veszi a nyírási alakváltozásokat, ezért ad kisebb eredményeket. A shell shear modell esetében már a lyukak környékén a kihajlási alakban látható nyírási deformáció is létrejöhet tovább csökkentve a kritikus erő értékeit. Ehhez ad nagyon hasonló értékeket az anal shell analitikus megoldás. A shell modell figyelembe veszi a nyírást a szelvények lemezein is, így még kisebb értékeket ad. Ezt próbáltuk meg közelíteni az anal shell shear modellben alkalmazott csökkentő tényezős megoldással.

## 5. Összefoglalás

A vékonyfalú oszlopok esetében jellemző tönkremeneteli mód a stabilitásvesztés. Az oszlopkihajlás klasszikus stabilitási probléma, a kihajláshoz tartozó kritikus teherre vonatkozó megoldás sokféle esetre ismert. A lyukakkal gyengített vékonyfalú oszlopok eseteire azonban már jóval kevesebb megoldást sorolhatunk fel. Vizsgálataink fókuszában a lyukgyengítéseknek a kihajlásra való hatása áll. Különböző alakú és eloszlású lyukgyengítéseket vettünk figyelembe, közöttük nagy, téglalap alakú nyílásokat és kicsi, de nagyszámú elnyújtott nyílásokat is. A végeselemes héjmodell előállítására adatelőkészítő programot fejlesztettünk, mely lehetővé tette parametrikus vizsgálatok elvégzését. A számításokat több különböző modellen, több módszerrel elvégeztük, összehasonlítva az eljárások eredményeit, és elemezve a lyukgyengítés hatását.

Hasonló témakörben történtek már korábbi vizsgálatok is. A mi munkánk ezektől abban különbözik, hogy széles körben alkalmazható héjmodellel vizsgáltuk a jelenséget. Bár csak a globális, síkbeli kihajlás esetét vizsgáltuk, ezen keresztül számos egyszerűbb és bonyolultabb modell hasonlóságait vagy éppen különbségeit tudtuk kiemelni. Dolgozatunkban általunk felvett geometriájú C és I szelvényeket alkalmaztunk. A I szelvény szokatlanul keskeny övét a lyukgyengítés okozta jelenségek felerősítése érdekében vettük fel. Ehhez hasonló befoglaló mérettel bíró C szelvényt is vizsgáltunk. A jobb összehasonlíthatóság érdekében az acélszerkezetek esetében alkalmazott anyagmodellben a Poisson-tényező értékét nullára, és ezáltal a nyírási modulus is a rugalmassági modulusból és a zérus Poisson-tényezőből számolt értékre ( $G=105 \text{ GPa}$ ) megváltoztattuk. Ismertetjük az oszlopokra elkészített modelleket. Az ötféle numerikus modell:

- shell: héjmodell a nyírás figyelembevételével
- shell shear: héjmodell a nyírási alakváltozások részleges elhanyagolásával
- shell holeshear: héjmodell, ami nem veszi figyelembe a nyírást
- beam: gerendamodell a súlyponti inercia elhanyagolásával
- beam full: gerendamodell a súlyponti inercia figyelembe vételével

A négyféle analitikus számítási módszer pedig:

- anal beam: Euler-féle klasszikus módszer a súlyponti inercia elhanyagolásával
- anal beam full: Euler kihajlás a súlyponti inercia figyelembe vételével
- anal shell: héjmodell alapú analitikus eljárás

- anal shell shear: héjmodell alapú, nyírást is figyelembe vevő analitikus módszer

Az egyes modellek esetében változtattuk az alábbi paramétereket: szelvény alakja, hossza, gerinc lyukasztása, lyukak illetve lyuksorok száma, nyírás figyelembe vétele, és végül numerikus modellek esetén a végeelem háló osztásköze.

Vizsgálataink arra irányultak, hogy az alkalmazott modellek és számítási eljárások hogyan írják le a jelenséget, hogyan viszonyulnak egymáshoz a hossz illetve a lyukasztás változtatása esetén. Továbbá arra, hogy a vékonyfalú oszlopok kihajlására milyen hatással van a nagy áttörések, vagy perforáció alkalmazása.

A jelenség jobban megfigyelhető volt az erős tengely körüli kihajlás esetében. A hosszabb oszlopok esetében az alkalmazott modellek eredményei összetartottak, mindegyik jól közelíti a valós viselkedést. Rövidebb rudak esetében kiemelt horderejű az a kérdés, hogy a modell vagy számítási eljárás figyelembe veszi-e a nyírási alakváltozásokat. Ennek hatása a tömör rudak esetében is lényeges, a perforált esetekben és még inkább a nagyobb lyukakkal ellátott esetekben fokozott jelentőségű. Így a nyírást nem figyelembe vevő rúdmodell (beam, beam full) és Euler-féle klasszikus módszer (anal, anal full) adja a legnagyobb kritikus erőt. Köztes megoldást jelentenek a nyírópaneles héjmodellek (shell shear, shell holeshear), illetve a héjmodell alapú analitikus megoldás (anal shell), és a legkisebb kritikus erő értékeket pedig a nyírást figyelembe vevő héjmodell (shell) és héjmodell alapú analitikus megoldás (anal shell shear) eredményezi. Ennek oka egyrészt, hogy a több kényszert tartalmazó modell merevebb, ezért nagyobb kritikus erőt ad. A rúdmodellek nem veszik figyelembe a nyírás hatását, és a keresztmetszet mentén létrejövő feszültségkülönbségeket, alakí torzulásokat. Ezzel a legtöbb kényszert tartalmazza a modelljeink közül. A nyírópaneles héjmodellek bár a nyírást még többé-kevésbé kiküszöbölik, már héjmodellként külön értelmezik a keresztmetszet öveit, gerincét, így különbségeket is figyelembe tudnak venni. A legkevesebb kényszert pedig a nyírást is figyelembe vevő héjmodellek alkalmazzák. Másrészt, az eredmények különbségeit indokolja az a megállapításunk is, hogy amennyiben a nyílás mérete elég nagy, a nyílás olyan stabilitásvesztési módokat is előhozhat, amelyek, bár nem járnak a keresztmetszet alaktorzulásával, nagyon különböznek a klasszikus globális kihajlási módoktól.

A lyukasztás nem csak lecsökkenti a kritikus erő értékét, de a nyírást figyelembe vevő modellek bemutatják, hogy tendenciálisan is változást okoz. Míg a tömör rudak esetében a kisebb hosszúságú esetek felé tartva a kritikus erő-hossz görbe meredeksége jelentős növekedést mutat (akár végtelenbe tartó), addig a lyukasztott rudaknál ez a meredekség ugyan nő, de lényegesen kisebb mértékben. A lyukgyengítés jelenléte olyan feszültségeloszlást hoz létre, melyet a

rúdmodellek nem képesek pontosan leírni. Ez különbségeket okoz a gerenda- és héjmodellek eredményei között.

A perforált esetekre a nyírást is figyelembe vevő analitikus megoldás képleteit módosítva egy  $\rho$  csökkentő tényezővel a hosszabb eseteket pontosabban közelítő eljárást kaptunk. A numerikus eredményekhez kalibrálással, majd a csökkentő tényezőket a lyuksorok számától függően iterációs folyamat eredményként kaptuk meg. Ezen csökkentő tényezők alkalmazásával a lyukasztott oszlopok kritikus erőinek számítására egyszerűen, akár kézi számításra alkalmas módszert alapoztunk meg.

További kutatások témája lehet: az eredmények megvizsgálása  $\nu=0,3$  Poisson-tényezővel, térbeli elcsavarodó kihajlás vizsgálata, valamint a csökkentő tényező módszerből akár méretezési eljárás is kidolgozható a lyukgyengített vékonyfalú oszlopok tervezéséhez.

## 6. Irodalomjegyzék

1. Ádány. S., Dunai, L., Kollár, P. L.: „Behaviour and Design of Cold-Formed Slotted Studs”, Proceedings of the Stability and Ductility of Steel Structures (SDSS 2002), 26-28, September, 2002, Budapest, Hungary, pp. 195-202.
2. Ádány S.: “Global Buckling of Thin-Walled Columns: Analytical Solutions based on Shell Model”, Thin-Walled Structures (2012), Vol 55, pp 64-75.
3. Ádány S., Visy D. Global Buckling of Thin-Walled Columns: Numerical Studies, Thin-Walled Structures, Vol 54 (2012), pp 82-93.
4. Ádány S.: “Flexural Buckling of Simply Supported Thin-Walled Columns with Consideration of Membrane Shear Deformations: Analytical Solutions based on Shell Model”, Thin-Walled Structures, Vol 74, January 2014, pp 36-48.
5. ANSYS Mechanical 13 (<http://www.ansys.com/>)
6. Axis VM 11 R3e (<http://www.axisvm.hu/>)
7. Cristopher D. Moen, B.W. Schafer: [Elastic buckling of cold-formed steel columns and beams with holes](#), *Engineering Structures*, Volume 31, Issue 12, December 2009, Pages 2812-2824
8. Cristopher D. Moen, B.W. Schafer: [Elastic buckling of thin plates with holes in compression or bending](#), *Thin-Walled Structures*, Volume 47, Issue 12, December 2009, Pages 1597-1607
9. Cristopher D. Moen, B.W. Schafer: [Experiments on cold-formed steel columns with holes](#), *Thin-Walled Structures*, Volume 46, Issue 10, October 2008, Pages 1164-1182
10. Csanaky, J. E. (2009.). Hőhidak energetikai számítása. Magyar építéstechnika, 28-30.
11. Eurocode 3 (2006): EN 1993-1-3, General rules, Supplementary rules for cold-formed members and sheeting, October 23, 2006.
12. Hegedűs I. and Kollár, L. P. (1999). Application of the sandwich theory in the stability analysis of structures. In: Structural Stability in Engineering Practice. Ed.: Kollár L., 187-241. E & FN Spon, London, UK
13. José I. Restrepo, Andrew M. Bersofsky: [Performance characteristics of light gage steel stud partition walls](#), *Thin-Walled Structures*, Volume 49, Issue 2, February 2011, Pages 317-324

14. Proidea. (2013. október 17). Online termékinformációs katalógus tervezőknek, kivitelezőknek, építtetőknél. Forrás: [www.proidea.hu: http://www.proidea.hu/lindab-profil-188402/lindab-perforalt-c-u-falprofilok-337592.shtml](http://www.proidea.hu/lindab-profil-188402/lindab-perforalt-c-u-falprofilok-337592.shtml)
15. Qijie Ma, Peijun Wang: [Simplified stability design method for the stiffened plate with slotted holes under uniform compression](#), *Thin-Walled Structures*, Volume 68, July 2013, Pages 35-41
16. Váradi J.: Belső acélvázazs homlokzati rendszer fejlesztése – hő- és páratechnikai aspektusok, A PhD disszertáció tézisei, Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem Magasépítési Tanszék, (2010) Budapest
17. Zhenyu Yao, Kim J.R. Rasmussen: [Material and geometric nonlinear isoparametric spline finite strip analysis of perforated thin-walled steel structures—Analytical developments](#), *Thin-Walled Structures*, Volume 49, Issue 11, November 2011, Pages 1359-1373
18. Zhenyu Yao, Kim J.R. Rasmussen: [Inelastic local buckling behaviour of perforated plates and sections under compression](#), *Thin-Walled Structures*, Volume 61, December 2012, Pages 49-70