

Toroidális módusszám meghatározása közben jelentkező szisztematikus hibák vizsgálata az ASDEX Upgrade tokamakon

OTDK dolgozat

Pölöskei Péter Zsolt

Fizika BSc hallgató

BME TTK

Témavezetők:

Dr. Pokol Gergő egyetemi docens

BME Nukleáris Technikai Intézet

Horváth László Fizikus MSc hallgató

BME TTK

2015

Kivonat

Jövőnk egyik ígéretes energiaforrása a magenergia felszabadításán alapuló fúziós energiatermelés, aminek egyik megvalósítási lehetősége az, amikor mesterségesen kialakított erős mágneses tér segítségével tartjuk össze a plazmát. Ebben az esetben a több százmillió kelvin hőmérsékletű, ionizált részecskék a mágneses erővonalak mentén kezdenek mozogni, így azokat egy tórusz alakú készülékben, esetünkben egy tokamakba, jól elszigetelve tarthatjuk a határoló elemektől.

Amennyiben egy plazmahullám hullámhossza összemérhető a berendezés méretével, az axiálszimmetria miatt a plazmában különböző globális módusok jöhetnek létre, melyek térbeli szerkezetét poloidális és toroidális módusszámokkal, illetve radiális sajátfüggvénnyel jellemezhetjük. A módusszámok meghatározása a plazma instabilitás azonosításának első lépése [1].

A toroidális módusszámok meghatározásának egyik lehetősége, hogy ábrázoljuk a mágneses szonda jeleiből számított keresztfázisokat a relatív szondapozíció függvényében, és a kapott pontthalmazra egyeneseket illesztünk, aminek a meredeksége fogja meghatározni a módusszámot. Először kiegészítettem az NTI Wavelet Tools diagnosztikai programcsomag módusszám-meghatározó rutinját egy modullal, ami képes figyelembe venni a keresztfázisok mérési bizonytalanságait [2], így megfelelő súlyozással tudja számítani a Q_{min} illeszkedési próbát. Mindemellett implementáltam egy χ^2 próbát számító részt is, így kritériumot kaptam arra nézve, hogy mikor fogadhatunk el egy meghatározott módusszámot.

A kiegészítés során végzett vizsgálatok azt mutatták, hogy a legjobban illeszkedő módusok esetén is a keresztfázisok szignifikánsan eltértek az illesztő egyenesektől, ami motivált arra, hogy tovább vizsgáljam a keresztfázisok ideálistól való eltérését a módusok időfejlődése közben. Ennek során különböző lövésekhez tartozó mágneses szondák jeleit az NTI Wavelet Tools-zal feldolgoztam, és az így kapott spektrogramokon egy gerinckövető algoritmus segítségével követtem le a különböző módusokat. A kapott gerinceken végig haladva meghatároztam minden egyes mért időpillanatban a mért és a várt fázisok közötti különbséget. Ez a különbség egy nemnulla várható értékű valószínűségi változó lett, amiből arra következtethettem, hogy a rendszerünk szisztematikus hibával terhelt, amit a szondapozíciók, illetve a keresztfázis hibájának korrekciójával lehet figyelembe venni. A továbbfejlesztett adatfeldolgozási eljárással az ASDEX Upgrade tokamak különböző plazmahullámait vizsgáltam.

Tartalomjegyzék

1. Bevezetés	5
1.1. Fúzióról általában	5
1.2. Plazmadiagnostikai eszközök, mágneses szondák	6
2. Toroidális módusszám meghatározása és problémái	9
2.1. Lineáris idő-frekvencia transzformációk, keresztspektrum . . .	9
2.2. Módusszám meghatározásának elméleti háttere	11
2.3. Módusszám meghatározásának gyakorlati megvalósítása	12
3. Módusszám-meghatározó rutin fejlesztése	15
3.1. Módusszám vizsgálata a becsült hibák figyelembe vételével . .	17
3.2. Módusok időbeli realizációjának vizsgálata	20
4. Korrekció alkalmazása	25
5. Összefoglalás és kitekintés	27
Irodalomjegyzék	31
Függelék	34

1. fejezet

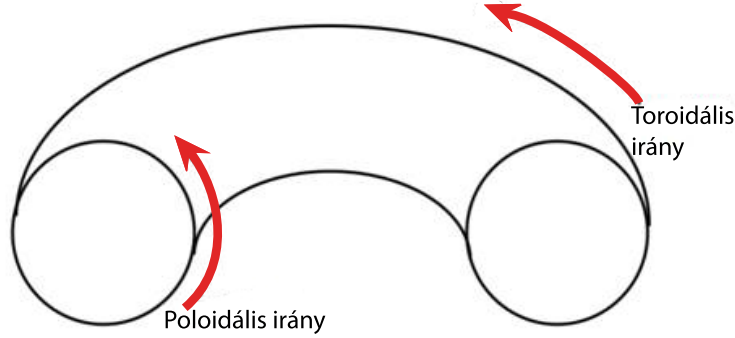
Bevezetés

1.1. Fúzióról általában

A 21. században elképzelhetetlen lenne életünk elektromos áram, energia nélkül, de a technológia fejlődésével párhuzamosan energiaigényünk is növekszik. Ennek a fedezésére alternatívát kell találnunk, mégpedig olyat, ami káros környezeti hatásoktól mentes és minden régió számára elérhető üzemanyagból gazdálkodik. Ennek egyik lehetősége a fúziós energiatermelés, melynek során könnyű atommagok egyesítésével nyerhetünk energiát [3]. A korai vizsgálatok azt mutatták ki, hogy fúziós energiatermelés szempontjából a deutérium tríciummal való egyesítése rendelkezik a legkedvezőbb paraméterekkel, így a kutatások ez irányba folytatódtak. A további vizsgálatok rámutattak, hogy pozitív energiamérleggel rendelkező fúziót csak olyan körülmények között tudnak létrehozni, ahol az atomok átlagos energiája eléri a magok egyesülésének küszöbenergiáját. Ez több százmillió kelvin hőmérsékletnek felel meg. Ilyen körülmények között az atomok már erősen ionizált állapotban vannak, így felmerül a kérdés, hogy hogyan lehetne kellően hosszú ideig összetartani ezt a kvázisemleges rendszert.

Ennek egyik lehetősége, ha egy tórusz alakú készülékben erős (toroidális irányú) mágneses teret hozunk létre, mert ekkor a töltött részecskék a rájuk ható mágneses tér hatására az erővonalak mentén kezdenek mozogni, így jól meghatározott helyen, a berendezés belsejében lokalizálódnak. Egy ilyen konstrukció az orosz eredetű tokamak, amivel már a fúziós kutatások kezdeti időszakban is ígéretes eredményeket értek el. A készülék előnyei között említhető még, hogy az axiálszimmetria miatt, sok jelenség kétdimenziós közelítésben vizsgálható. Így bevezethetjük a toroidális irányt, ami a tóruszt egy vízszintes síkkal metszve jelöli ki a körüljárási irányt, valamint a poloidális irányt, ami egy függőleges síkmetszet esetén adja a körüljárási irányt,

ezt szemlélteti a 1.1 ábra.



1.1. ábra. Tórusz kitüntetett irányai.

A készülékbe hidrogén izotópkeveréket juttatva, külső energiabetáplálás segítségével ionizálják az elegyet, így érik el, hogy az később plazma állapotba kerülhessen. A plazmában, mint kiterjedt, jó elektromos vezetőben hullámok terjedhetnek. Amennyiben a plazmában kialakuló hullámok hullámhossza összemérhető a készülék méreteivel, globális hullámok, úgynevezett módusok jöhetnek létre. Ezeknek a leírását toroidális illetve poloidális módusszámmal (n, m) , illetve radiális sajátfüggvénnyel $(\xi(r, \theta^*))$ tehetjük meg [4] :

$$\xi(r, \theta^*, \varphi, t) = \xi(r, \theta^*) \exp[i(m\theta^* - n\varphi - \omega t)] \quad (1.1)$$

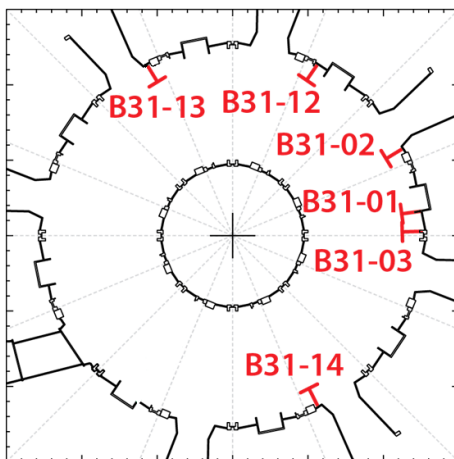
ahol $(m\theta^* - n\varphi - \omega t)$ a hullám fázisa, ω a körfrekvenciája, r , θ^* és φ pedig a tórusz úgynevezett egyenes B koordinátái. Ebben a koordinátarendszerben a mágneses erővonalak egyenesek, így egy tényleges fúziós készülékben fellépő mágneses tér torzulást egy megfelelő koordinátarendszer transzformáció írja le [5].

Mivel a plazmainstabilitások azonosításának egyik lehetősége a módusszámok ismeretén alapszik [6], így természetes igénynek tűnik ezeknek pontos ismerete. A módusszám meghatározásának egyik lehetősége a tokamak falára elhelyezett mágneses szondák jeleinek feldolgozásával történhet.

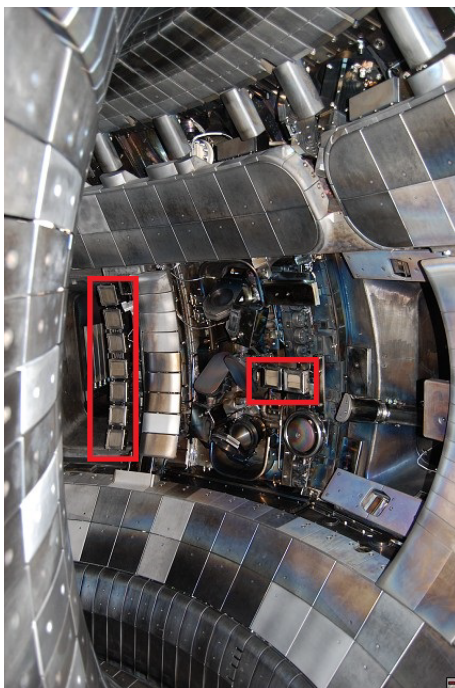
1.2. Plazmadiagnosztikai eszközök, mágneses szondák

Fúziós kutatásokban a mágneses tér vizsgálatára leggyakrabban használt eszközök a mágneses szondák. Ezeknek működése a Faraday-féle indukciós törvényen alapszik, így ha a szonda helyén a mágneses tér szerkezet változik,

akkor a változás nagyságával arányos feszültség indukálódik bennük, így közvetetten a tér változását mérhetjük. Az 1.2 és 1.3 ábrákon a jelfeldolgozás során használt eszközök elhelyezkedése, és tényleges megjelenésük látható.



1.2. ábra. Az ASDEX Upgrade tokamak toroidális mágneses szondáinak elhelyezkedése toroidális metszetben.



1.3. ábra. Az ASDEX Upgrade tokamak B31-03 és B31-01 jelzésű mágneses szondái, illetve egy poloidális szondasor.

Az így mért jeleknek legfőbb problémája, hogy a plazma eredő mágneses terének hatását reprezentálják, így nem tudjuk, hogy az adott mérési adat milyen térbeli pozícióhoz köthető. Mivel a módusszámok meghatározásának kritikus lépése a szondapozíciók meghatározása így fontos tudni, hogy ez a hatás mennyire torzíthatja a mérési adatainkat, okozhat-e szisztematikus hibát a mérések során.

Dolgozatom célja ezen vagy más okból származó szisztematikus hibák felismerése és lehetőség szerinti korrigálása a mérések kiértékelése során.

2. fejezet

Toroidális módusszám meghatározása és problémái

Toroidális módusszám meghatározásának egyik lehetséges módszere, ha a mért jeleinket az idő-frekvencia síkon vizsgáljuk, annak spektrális felbontásával. Ezzel egyúttal lehetőségünk nyílik tranziens, gyorsan változó jelek kiértékelésére is, ami az általam vizsgált esetekben fennállt. A nyers jelek feldolgozásának ez egy standard módszere, aminek megvalósítása a jelünk lineáris idő-frekvencia transzformációjával történik. A továbbiakban ennek alapjait ismertetem.

2.1. Lineáris idő-frekvencia transzformációk, keresztspektrum

A fejezetben szereplő definíciók Stephane Mallat könyvének leírását követik [7]. Egyféle lineáris idő-frekvencia transzformáció az STFT (Short Time Fourier Transform - rövid idejű Fourier-transzformáció), aminek során a jelünket olyan idő-frekvencia bázison fejtük ki, ahol a $g_{u,\xi}$ atomokat u idő- és ξ frekvencia eltolással állítjuk elő.

$$g_{u,\xi} = e^{i\xi t} g(t - u). \quad (2.1)$$

Esetünkben $g_{u,\xi}$ az úgynevezett Gábor-atom (2.2), mely egy időben és frekvenciába eltolt Gauss-függvény. Az atomok olyan normált ($\|g_{u,\xi}\| = 1$) komplex függvények melyek időben és frekvenciában jól lokalizáltak.

$$g_{u,\xi}(t) = \frac{1}{\sqrt{\sqrt{\pi}\sigma_t}} \cdot \exp\{i\xi t\} \exp\left\{-\frac{(t-u)^2}{2\sigma_t^2}\right\}. \quad (2.2)$$

Ennek segítségével a transzformáltat a következő módon számíthatjuk:

$$Sf(u, \xi) = \langle f, g_{u, \xi} \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) e^{-i\xi t} g(t - u) dt . \quad (2.3)$$

Az így előállított idő-frekvencia transzformált abszolútérték-négyzete értelmezhető, mint a jel energia eloszlása. Ezt spektrogramnak nevezzük:

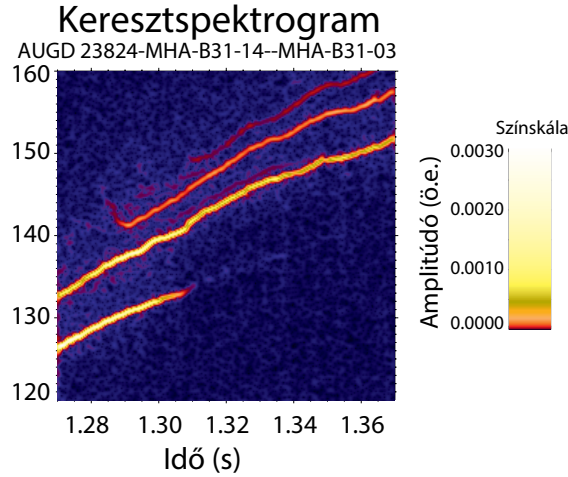
$$P_s f(u, \xi) = |Sf(u, \xi)|^2 \equiv (Sf(u, \xi))(Sf(u, \xi))^* . \quad (2.4)$$

Amennyiben vesszük két jelnek az STFT-jét ($Sf_1(u, \xi)$, $Sf_2(u, \xi)$) és képezzük az alábbi szorzatot:

$$C_{12}(u, \xi) = (Sf_1(u, \xi))(Sf_2(u, \xi))^* \quad (2.5)$$

ahol, * komplex konjugálást jelöl, akkor az így kapott kifejezést ($C_{12}(u, \xi)$) a két jel keresztspektrogramjának nevezzük.

A rövid idejű Fourier-transzformáció során képzett függvények komplex értékűek, így a (2.5) egyenlettel definiált komplex értékű függvény abszolút értéke a két jel abszolút értékének szorzata, míg fázisa, a komplex konjugálás miatt, a két transzformált fázisának különbsége. Érdeemes megjegyezni, hogy a keresztspektrogram, a spektrogrammal ellentétben komplex értékű függvényt ad eredményül, mely fázisának (röviden keresztfázis) értelmezése szükséges a módusszámok meghatározásához.



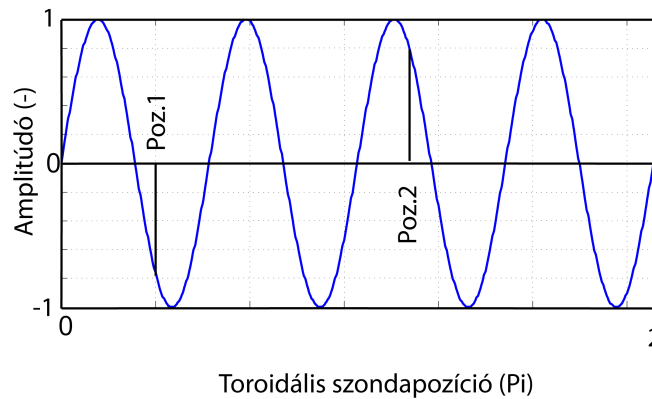
2.1. ábra. Az ASDEX Upgrade tokamak #23824 kisülésében a B31-14 és a B31-03 -as mágneses szondák között számított keresztspektrogram abszolút értéke.

A 2.1 ábrán két szonda jelei között számított keresztspektrogram abszolút értéke látható. Megfigyelhető három egymástól jól elkülönülő módus, amik időben és frekvenciában is jól meghatározott helyhez köthetőek.

2.2. Módusszám meghatározásának elméleti háttere

Ahogy az előző fejezetben láttuk, a keresztspektrogramok komplex értékű függvények, melynek mind fázisának, mind amplitúdójának fizikai jelentése fontos számunkra. Amennyiben egy adott frekvencián a keresztspektrogram abszolút értéke magasabb a környezetéhez képest, és ehhez egy időben állandó fázisösszefüggés is tartozik, akkor ez arra utalhat, hogy az adott frekvencia mindkét jelben dominánsan szerepet tölt be [8].

Vizsgáljuk meg azt az esetet, amikor egy toroidális, szabályos térbeli szerkezetű módus módusszámát szeretnénk meghatározni. Egy ilyen esetet ábrázol a 2.2 ábra.



2.2. ábra. 4-es toroidális módusszámú, szabályos térbeli szerkezetű módus egy rögzített időpillanatnál. $A(\varphi) = A_0 \sin(4\varphi)$

Ezt a közelítést alkalmazhatjuk esetünkben, mert a vizsgált szondáink egy adott poloidális síkban helyezkednek el, így fázisuk egy adott időpillanatban csak a toroidális pozíciójuktól függ (lásd (1.1) egyenlet). Jelölje n a hullám módusszámát. Ekkor a hullám fázisa (Θ) a következő alakban írható a szondapozíció (φ) függvényében:

$$\Theta_i = n\varphi_i \quad (2.6)$$

A (2.6) egyenlet alapján, hogyha a két szonda ugyanazt a jelet méri, csak más térbeli pozícióban, tehát a két jel egymásnak eltoltja, akkor a kereszt-

fázis a köztük levő távolság függvényében lineárisan kell hogy változzon. Az egyenes meredekségét az adott frekvenciához tartozó módusszám határozza meg. Így formálisan az alábbi kifejezéseket írhatjuk fel a módusszám meghatározására:

$$\Delta\Theta_{12}(\xi) = \text{Arg}(C_{12}(u, \xi)) \quad (2.7)$$

$$\Delta\Theta_{12}(\xi) = n(\xi)\Delta\varphi_{12} \quad (2.8)$$

ahol $\text{Arg}(\cdot)$ az adott komplex értékű függvény fázisa, $\Delta\Theta_{12}$ a keresztfázis, n a módusszám, $\Delta\varphi_{12}$ pedig a relatív szondapozíció radiánban. Így módszerrel kapunk arra, hogyan határozhatunk meg módusszámot a szondák pozícióinak, illetve kereszt-spektrumainak ismeretében. A kereszt-spektrogramokból a (2.7) képlettel kiszámítjuk adott időpontban a keresztfázisokat, és ezeket ábrázoljuk a relatív szondapozíciók függvényében. A kapott ponthalmazra egy origón átmenő egyenest illesztünk, aminek a meredeksége fogja meghatározni a toroidális módusszámot.

2.3. Módusszám meghatározásának gyakorlati megvalósítása

A BME Nukleáris Technika Intézete által fejlesztett, IDL (Interactive Data Language) [9] programozási nyelven implementált NTI Wavelet Tools egy olyan jeldiagnosztikai programcsomag, ami képes nyers jelek idő-frekvencia analízisére, mindemellett koherencia és módusszám számításokat is tud végezni [10]. Vizsgálataimat ezzel a programmal végeztem, az 1.2 ábrán látható hat szonda (öt lineárisan független szondapár) jeleit feldolgozva, majd az ehhez tartozó módusszám számító rutin fejlesztését hajtottam végre.

Fázisdiagramok előállítása

A rutin bemenete az kereszt-spektrogramokból számítható keresztfázisok, az egyes szondapozíciók, és a vizsgálandó idő-frekvencia pont. Mindemellett megadhatóak még opcionális bemenetek, amik a rutin főbb számításaiban irrelevánsak, csak a grafikus megjelenítésben játszanak szerepet.

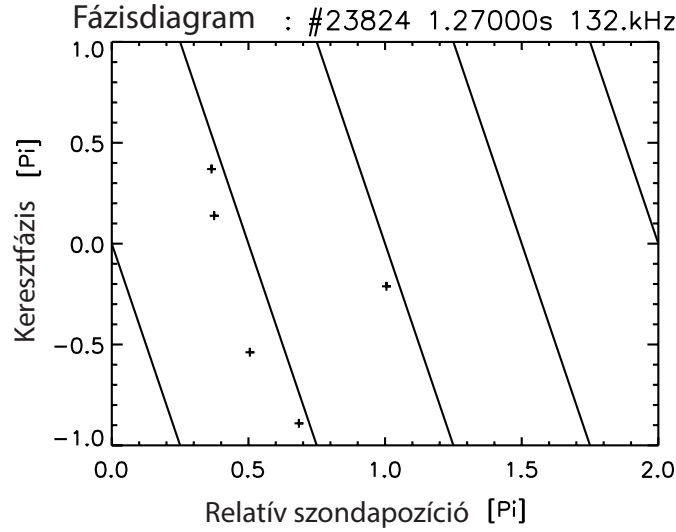
A rutin először meghatározza az összes lehetséges relatív szondapozíciót és a hozzájuk tartozó keresztfázist. Mivel mindkét érték 2π periodikus, belátható, hogy a $[0, 2\pi]$ és a $[-\pi, \pi]$ tartományba transzformálhatóak véges számú 2π eltolással. Erre azért van szükség, mert mindkét érték 2π periodikus, így ha nem végeznénk el a transzformációt, akkor nem feltétlenül

lennének egyértelműek az ábrázolandó adatpontjaink. Egy rögzített szondapozícióhoz egyaránt megfeleltethető lenne egy fázisérték és ennek tetszőleges 2π -vel való eltoltja. A transzformáció hatással van az illesztendő origón átmenő, és a toroidális módusszám meredekségű egyenesre is, így az az eredetileg illesztendőnek 2π -vel vett osztási maradékértéke lesz.

Mivel tudjuk, hogy a mágneses szondák által detektálható módusok kis abszolút értékű egész számok, így elegendő azt vizsgálni, hogy melyik egész meredekségű illesztő egyenes esetén lesz a legkisebb a mért adatok eltérése ettől.

$$Q(n) = \sum_{i=1}^l w_i (n\Delta\varphi_i - \Delta\Theta_i)^2 \quad (2.9)$$

A fenti egyenletben az összes lehetséges szondapárra történik az összegzés. Ezzel az eljárással előállított fázisdiagramot ábrázol a 2.3 ábra.



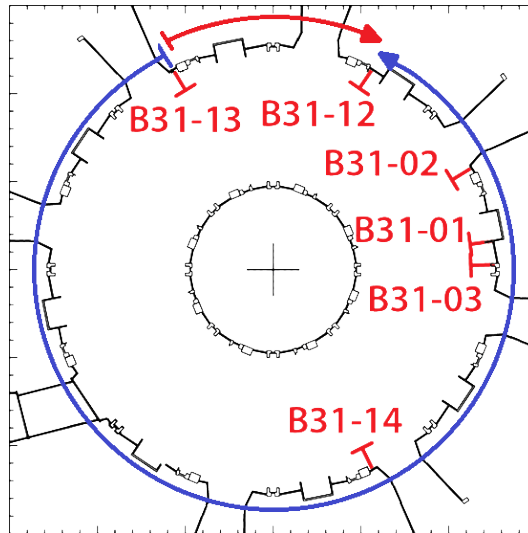
2.3. ábra. Az ASDEX Upgrade tokamak # 23824-es kisülésében az 1.27 s - 132 kHz-es spektrumponthoz tartozó -4-es toroidális módus.

Ebben az esetben nem vesszük figyelembe azt, hogy a relatív fázis, mint minden valószínűségi változó rendelkezik szórással, így a súlytényezőket (w_i) konstans egynek tekintjük. Ekkor egyszerűen a mért értékekből következtünk a módusszámra. Ezzel a módszerrel készített ábrákat nevezzük fázisdiagramoknak, amik jól szemléltetik a módus struktúráját adott idő- frekvencia pontban.

3. fejezet

Módusszám-meghatározó rutin fejlesztése

Az ábrázolással kapcsolatban elsőként felmerülő kérdés az volt, hogy szükséges-e a relatív szondapozíciókat a $[0, 2\pi]$ intervallumon ábrázolni. A toroidális szimmetria miatt elégnek kellene lennie a $[0, \pi]$ intervallumnak is, ekkor mindig a két szonda között levő kisebbik szöggel számolunk. Ezt az önkényes választási lehetőséget szemlélteti a 3.1 ábra. Így ha egy relatív szondapozí-



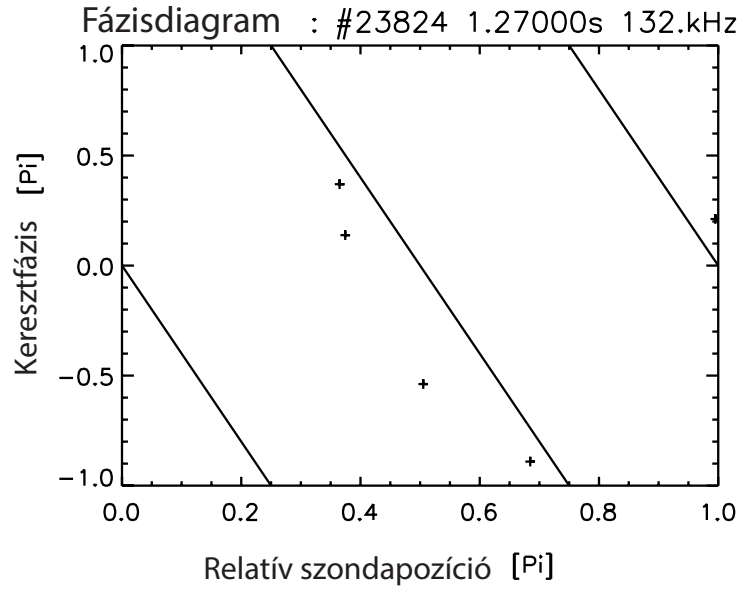
3.1. ábra. Az ASDEX Upgrade tokamak toroidális mágneses szondáinak elhelyezkedése felülnézetben.

ció ($\Delta\varphi$) nagyobb, mint π , akkor ehelyett vehetjük a $2\pi - \Delta\varphi$ szöget, ami már kisebb, mint π . Ez egy $\Delta\varphi = \pi$ egyenesre való tükrözésnek felel meg. A tükrözés során a szondapár között mérhető keresztfázis előjelet vált, így

az eredeti értéket mínusz egyszeresére kell változtatni. A transzformációt az alábbi módon végeztem el:

$$\Delta\varphi \mapsto 2\pi - \Delta\varphi \quad (3.1)$$

$$\Delta\Theta \mapsto -\Delta\Theta \quad (3.2)$$



3.2. ábra. Az ASDEX Upgrade tokamak #23824 -es kisülésében az 1.27 s - 132 kHz-es spektrumponthoz tartozó -4-es toroidális módus fázisdiagramja.

Az eljárást implementáltam a módusszám-meghatározó rutinba, így megszüntettem annak eshetőségét, hogy ugyanazt az adatot különböző módon kiértékelve más-más ábrát kapjunk.

A 2.3 és a 3.2 ábrán ugyan annak a kisülésnek, ugyanazt az idő-frekvencia pontját ábrázoltam. Az egyértelműsítő eljárást a jobb szélső adatpont esetében figyelhetjük meg, ennek során fázisa ellentettjére változik.

3.1. Módusszám vizsgálata a becsült hibák figyelembe vételével

Egy korábbi tanulmány [11] egy lehetséges módszert ad arra, hogy a mért jelünk bizonytalanságának ismeretében hogyan tudjuk a rövid idejű Fourier-transzformált keresztspektrogramok hibáit becsülni. Így lehetőségünk nyílik arra, hogy ezt figyelembe véve számíthassuk az illeszkedési próbákat. Ennek első lépése a súlytényezők meghatározása, aminek lényege, hogy a nagyobb hibával mért adatok kisebb szerepet kapjanak az illeszkedés vizsgálatánál, míg a kisebb hibával rendelkező pontjainkat nagyobb súlytényezőt kapjanak. Ezeknek a meghatározását a következő módon végezhetjük [12]:

$$w_j = \frac{1}{l} \frac{1}{\sum_{i=1}^l \sigma_i^2} \sigma_j^2. \quad (3.3)$$

Az összegzés az egyes mérési pontokra történik, és σ_i az i -dik kiértékelendő adat szórása. Ezután a szórások ismeretében a (2.9) egyenletet már a súlytényezőkkel is számíthatjuk. Az eljárást beépítettem a már meglevő rutinba, így korrekt módon, a becsült hibákat figyelembe véve tudtam az illesztést vizsgálni. Emellett kiegészítettem a grafikus ábrázoló részét a programnak, hogy a szórások is láthatóak legyenek az ábrákon (3.3(a)).

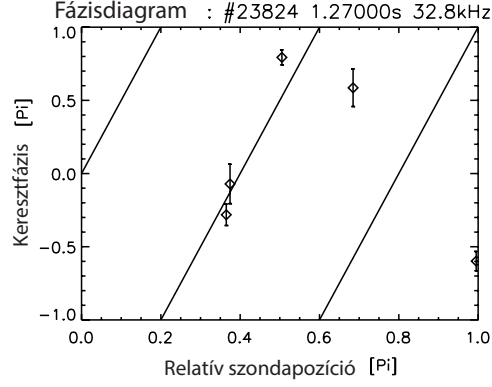
A 3.3(b) ábrán megfigyelhető, hogy erős módusok esetén a becsült hibák elenyészőek, a grafikus megjelenítésen nehezen kivehetőek, illetve az, hogy az illesztett egyenes szóráson kívül esik a pontok többségénél, így felmerül a kérdés, hogy mennyire is jó, elfogadható az illesztésünk.

χ^2 illeszkedési próba

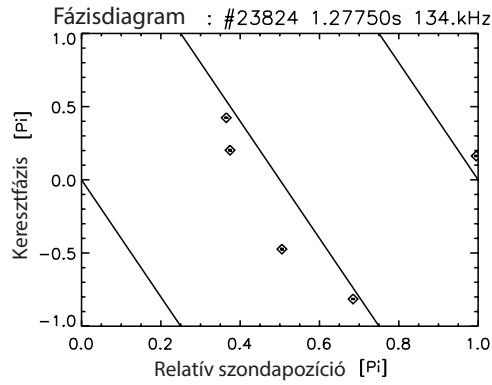
A χ^2 próba egy statisztikai hipotézispróba, ami számszerű értékkel szolgál arról, hogy egy illesztést mikor fogadhatunk el. A χ^2 eloszlás nulla várható értékű és egy szórású független valószínűségi változók összegeként áll elő. Ez esetünkben a következő formális kifejezést jelöli:

$$\sum_{i=1}^l \frac{(x_{\text{vart},i} - x_{\text{mert},i})^2}{\sigma_i^2} = \sum_{i=1}^l \frac{(n\Delta\varphi_i - \Delta\Theta_i)^2}{\sigma_i^2} \quad (3.4)$$

Amennyiben az így képzett összeg értéke kisebb, mint az adott konfidencia szinthez meghatározott kvantilis, akkor elfogadjuk a nullhipotézisünket, az illesztést helyesnek tekintjük.



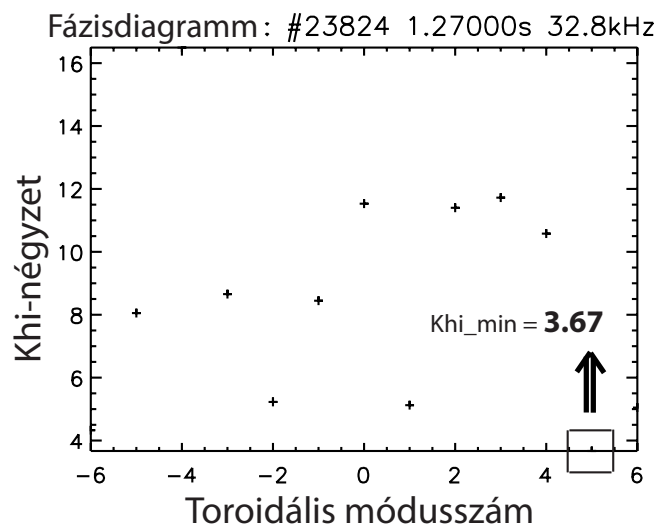
(a) A #23824-es kisülésben alacsony frekvenciás zajra számított fázisdiagram.



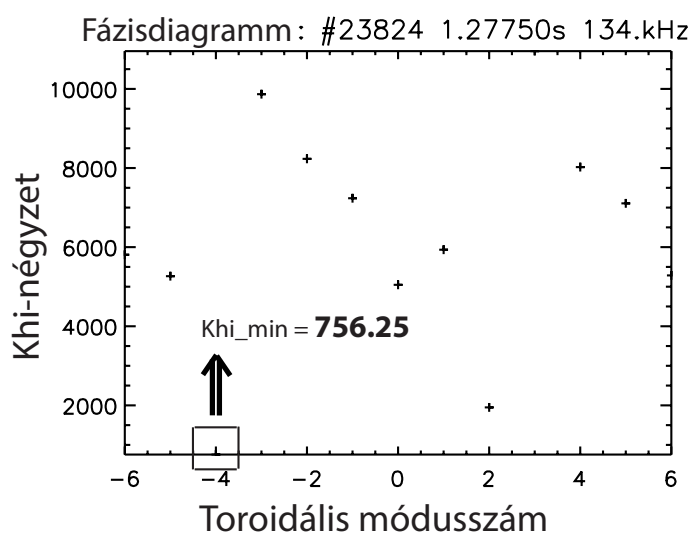
(b) A #23824-es kisülésben egy -4-es módus fázisdiagramja az 1.2775s-134 kHz pontban.

3.3. ábra. Az ASDEX Upgrade tokamak #23824-es kisülésében számított fázisdiagramok

A 3.4 és 3.5 ábrákat összevetve jól látszik, hogy az alacsony frekvenciás zajra számított toroidális módusszám elfogadhatóbb, mint a tényleges módusnál, így ott kellene elfogadnunk a meghatározott módusszámot, ahol nincs is tényleges módusunk. Ennek ismeretében kezdtem vizsgálni különböző módusok időbeli realizációját.



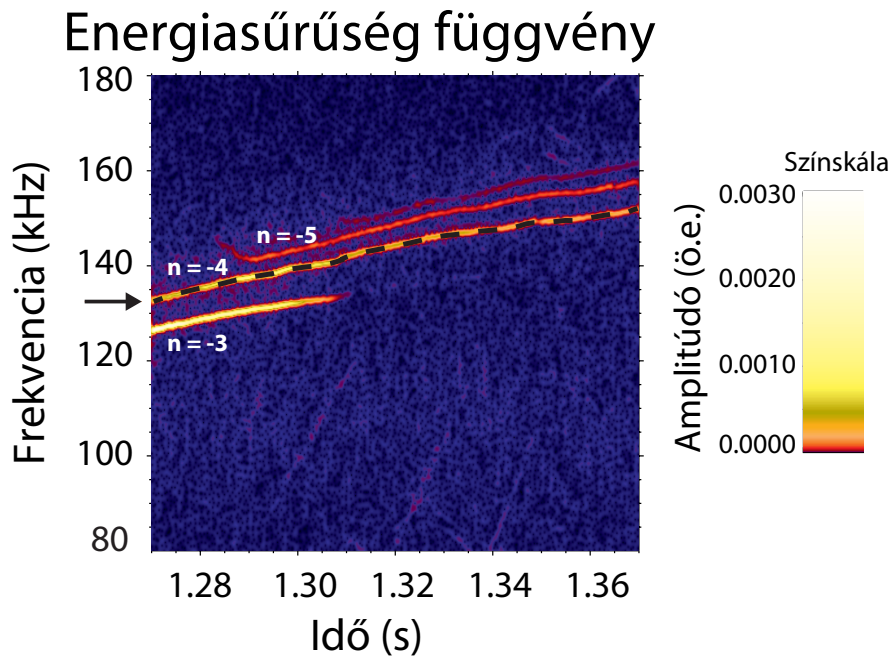
3.4. ábra. Alacsony frekvenciás zajra (3.3(a)) számított χ^2 próba a #23824 -es kisülésben.



3.5. ábra. Valós módusra (3.3(b)) számított χ^2 próba a #23824 -es kisülésben.

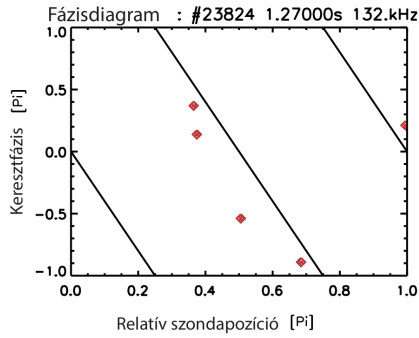
3.2. Módusok időbeli realizációjának vizsgálata

A munka további részében a módusok időbeli alakulását vizsgáltam. A spektrogram analízisen alapuló eljárások szerint, amelyik frekvencia tartományon egy módus domináns szereppel rendelkezik, ott a spektrogram energiatartalmának maximuma van [7], így első lépésként a spektrogramokból meghatároztam az adott módushoz tartozó idő-frekvencia gerinceket.

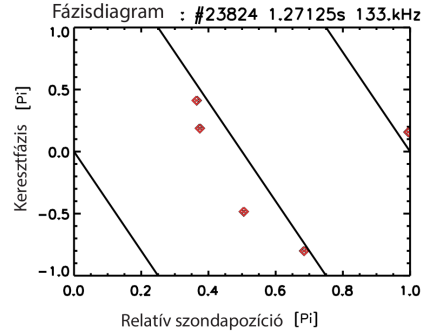


3.6. ábra. Az ASDEX Upgrade #23824 -es kisülésében a B31-14 -es szonda jeléből számított spektrogram abszolútértéke, -4-es módushoz tartozó gerinc szaggatott feketével kiemelve.

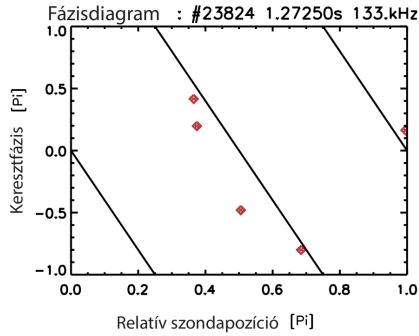
A gerinc pontjaiba vizsgálva a fázisdiagramokat azt tapasztaltam, hogy a mérési pontjaink nem a legkisebb négyzetek módszerével meghatározott illesztő egyenes körül szórtak, hanem egy bizonyos karakterisztikus távolságba. Ezt a jelenséget szemlélteti a 3.7 ábra négy egymást követő időpillanatban a -4-es módushoz tartozó gerinc mentén.



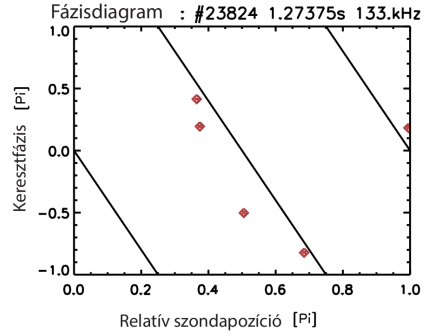
(a) $t = 1.27000$ s



(b) $t = 1.27125$ s



(c) $t = 1.27250$ s



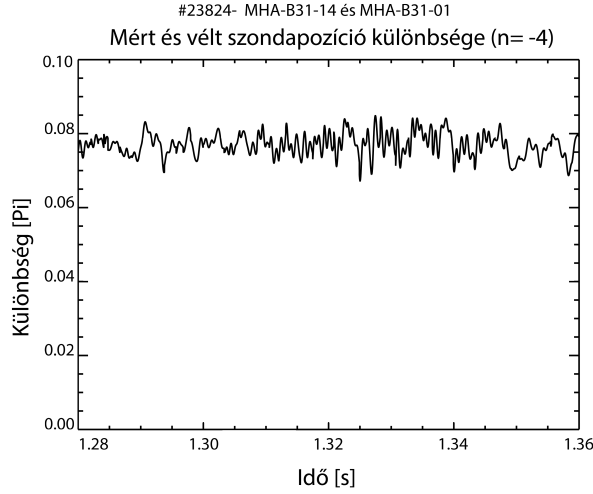
(d) $t = 1.27375$ s

3.7. ábra. *ASDEX Upgrade #23824-es kisülés -4-es módusának fázisdiagramja 4 különböző időpillanatban.*

Így arra következtethettem, hogy a rendszerünkben szisztematikus hibák léptek fel a mérés során. Ennek meghatározására készítettem egy rutint, amit a már meglevő NTI Wavelet Tools programcsomagba illesztettem. A program minden egyes mintavételezett időpillanatban meghatározza az összes szondapárra az elméletileg legjobban illeszkedő egyenestől való eltéréseket szondapozícióban, és ezt grafikusán szemlélteti minden egyes szondapárra.

$$D_i(t) = \frac{n\Delta\varphi_i - \Delta\Theta_i(t)}{n} \quad (3.5)$$

ahol D_i az i -dik szondapárra számított eltérés adott t időpillanatban.



3.8. ábra. *ASDEX Upgrade - #23824* kisülésben a B31-14-es és a B31-01-es jelzésű mágneses szonda keresztfázisából a legjobban illeszkedő módus alapján meghatározott relatív szondapozíció és a tényleges különbsége az idő függvényében.

Az 3.8 ábráról látszik, hogy $D(t)$ a mért időszakaszon jó közelítéssel állandónak tekinthető, így természetesnek tűnhet korrekcióra ennek időátlagának a választása.

Mivel a nyers jelek feldolgozását úgy végeztem, hogy nem átlagoltam sem időben, sem pedig frekvenciában, így elkerültük annak lehetőségét, hogy a sztochasztikus háttérzaj miatt korreláltak legyenek a kapott adataink. Így a rutinnal nyert effektív szondapozíció korrekció értékek additívan viselkednek, így ha öt szondapárt úgy választunk ki, hogy ezeknek a különböző kombinációjaként a többi tíz is előállítható. Az ezekhez tartozó korrekciós értékek is rendelkezni fognak hasonlóan additív tulajdonsággal. Így egy relatív szondapozíció korrekció formálisan az alábbi módon fejezhető ki másik két korrekció segítségével:

$$D\varphi_{ij} = D\varphi_{ik} + D\varphi_{kj} \quad (3.6)$$

Különböző lövésekre és módusszámokra meghatároztam az egyes szondapárokhoz tartozó effektív szondapozíció korrekciós tényezőt, és a tapasztalati szórásukat. A kapott eredményeket a B31-14-es szondához viszonyítva a 3.1-es táblázat tartalmazza.

Lövésszám		# 23824		# 23824		# 23824	
szonda		módus -3		módus -4		módus -5	
1	2	átlag	szórás	átlag	szórás	átlag	szórás
B31-14	B31-03	0,0168	0,0029	0,0363	0,0045	0,0353	0,0059
B31-14	B31-01	0,0726	0,003	0,0768	0,003	0,0689	0,0053
B31-14	B31-02	0,1421	0,0026	0,1138	0,0025	0,0875	0,006
B31-14	B31-12	-0,0179	0,0023	0,0212	0,0034	0,0317	0,0085
B31-14	B31-13	0,0388	0,0034	0,0401	0,0042	0,03644	0,0082

Lövésszám		# 23824		# 21083		# 21083	
szonda		módus -4, 1. int.		módus -5, 1.int.		módus -6, 1.int.	
1	2	átlag	szórás	átlag	szórás	átlag	szórás
B31-14	B31-03	0,0461	0,0031	0,0449	0,0031	0,0362	0,0041
B31-14	B31-01	0,0457	0,0029	0,052	0,0038	0,0433	0,0044
B31-14	B31-02	0,0703	0,0043	0,0529	0,0043	0,0358	0,0051
B31-14	B31-12	0,0077	0,0049	0,0431	0,0031	0,0379	0,0039
B31-14	B31-13	0,0441	0,0033	0,0334	0,0027	0,0254	0,0033

Lövésszám		# 21083		# 21083		# 21083	
szonda		módus -4, 2.int.		módus -5, 2.int.		módus -6, 2.int.	
1	2	átlag	szórás	átlag	szórás	átlag	szórás
B31-14	B31-03	0,0353	0,0098	0,0479	0,0026	0,0406	0,0031
B31-14	B31-01	0,0494	0,0138	0,0623	0,0039	0,0532	0,0035
B31-14	B31-02	0,0842	0,0051	0,0693	0,005	0,051	0,0054
B31-14	B31-12	0,0033	0,0138	0,0428	0,0042	0,0398	0,0039
B31-14	B31-13	0,0476	0,0038	0,0389	0,0031	0,031	0,0037

3.1. táblázat. *Effektív szondapozíció korrekciós tényezők a B31-14-es szondához viszonyítva.*

Az int. rövidítések egy lövésen belül két különböző időintervallumon megjelenő, ugyanazon toroidális módusszámhoz tartozó módusokat jelöli

Az összes többi korrekciós tényező az additivitás miatt ezekből előállítható. Additivitási modellünk helyességét a rutin által meghatározott többi korrekciós tényező ismeretében vizsgáltam, és sikerült igazolni ennek helyességét.

4. fejezet

Korrekcio alkalmazása

A 3.2. fejezetben bemutatott 3.1-es táblázat értékeinek ismeretében megbecsültem az egyes szondapárok relatív szondapozíció korrekcióit ($D_{\varphi_{ij}}$) és tapasztalati szórásait ($\sigma_{\varphi_{ij}}$). Majd ezekkel az értékekkel elvégeztem a relatív szondapozíció, és annak bizonytalanságának korrekcióját, egy már korábban vizsgált lövésre. Ennek során az ASDEX #23824-es lövésének -4-es módusát vizsgáltam. Amennyiben feltesszük, hogy ismerjük a módusszámot, akkor relatív szondapozíció tapasztalati szórását megfeleltethetjük egy keresztfázis szórásnak:

$$\sigma_{\Theta_{ij}} = n\sigma_{\varphi_{ij}} \quad (4.1)$$

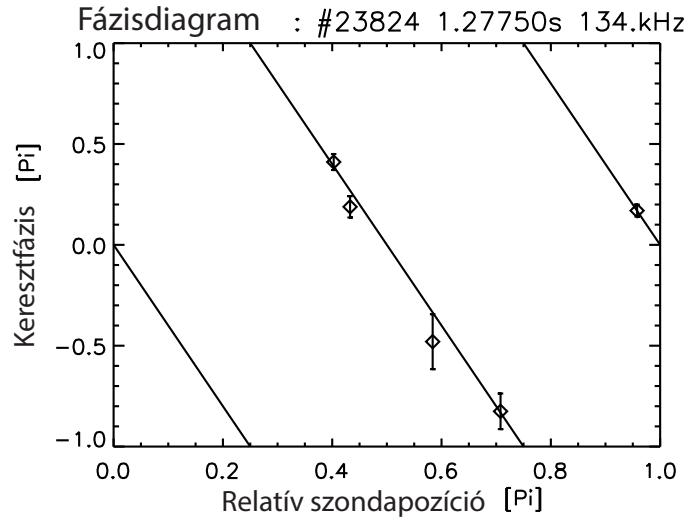
Így az alábbiak szerint korrigáltam a mérés kiértékelését:

$$\tilde{\varphi}_{ij} = \varphi_{ij} + C_{\varphi_{ij}} \quad (4.2)$$

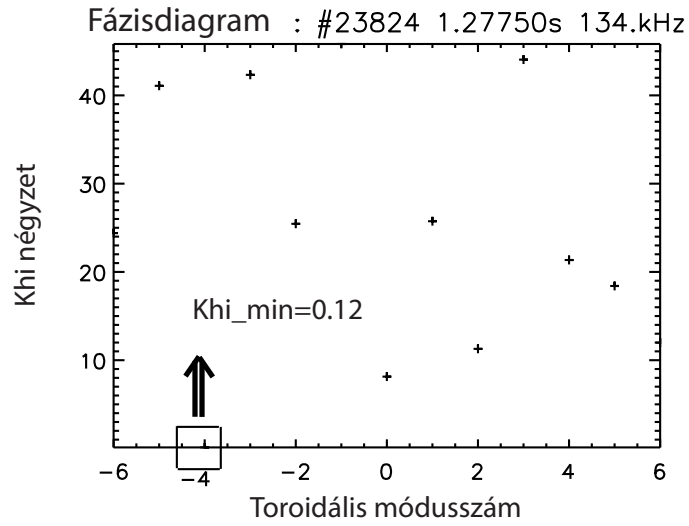
$$\tilde{\sigma}_{\Theta_{ij}}^2 = \sigma_{\Theta_{ij}}^2 + (n\sigma_{\varphi_{ij}})^2 \quad (4.3)$$

ahol, $\tilde{\cdot}$ vel a korrigált értékeket jelöltem.

A 4.1 ábrán csak öt egymástól független szondapárt vizsgáltam, és a 4.2 ábrával összevetve jól látszik, hogy nagyságrendekkel jobb illeszkedést lehet elérni korrekció alkalmazásával, ami egy 95%-nak feltételezett konfidencia szint mellett kisebb, mint az adott kvantilis értéke, így elfogadható az illesztésünk. Így arra a következtetésre jutottam, hogy fontos az adott szonda érzékeny tartományának helyzetére vonatkozó korrekciók ismerete.



4.1. ábra. ASDEX Upgrade - #23824 korrigált fázisdiagram. (vö. 3.3(b))



4.2. ábra. ASDEX Upgrade - #23824 korrigált χ^2 próba a 4.1 fázisdiagramhoz. (vö. 3.5)

5. fejezet

Összefoglalás és kitekintés

Munkám során továbbfejlesztettem az NTI Wavelet Tools módusszám -meghatározó rutinját: először egyértelműsítettem a fázisdiagramok ábrázolását a relatív szondapozíció $[0, \pi]$ intervallumra való szűkítésével, majd ezután a becsült keresztfázis-hibákhoz tartozó számításokat végeztem. Beépítettem a hibákból meghatározható súlytényezőket az illesztésvizsgálathoz, és kiegészítettem a rutint egy χ^2 próbát számító egységgel. Így számszerű kritériumot kaptam arra nézve, hogy mikor fogadhatunk el egy módusszám értéket.

A kezdeti vizsgálatok rámutattak, hogy az elméletileg feltételezett toroidális módusok meghatározásánál a χ^2 próba negatív eredményt ad, míg egy tetszőleges sztochasztikus zajra alkalmazva jobban elfogadhatónak tartja annak módusszámát. Ennek során merült fel annak a kérdése, hogy mit is mértünk a mágneses szondáinkkal.

A dolgozat második részében a mért jeleink szisztematikus hibáit kerestem a módusok időbeli fejlődésének vizsgálatával. Ennek során az egyes módusokhoz tartozó idő-frekvencia gerinceken meghatároztam minden egyes szondapárra az elméletileg feltételezett keresztfázis és mért keresztfázis különbségeket. Mivel a különbség a vártakkal ellentétben nem egy nulla várható értékű valószínűségi változó volt, hanem egy bizonyos karakterisztikus érték körül szórt, így ebből következtettünk az adott keresztfázisra vonatkozó korrekcióra. Ezután a legkisebb négyzetek módszerével meghatározott módusszám ismeretében ebből relatív szondapozíció eltéréseket határoztam meg. Időben átlagolva ezeket az értékeket különböző lövésekre és módusszámokra megbecsültem minden egyes szondapárra egy relatív szondapozíció korrekciós értéket, és annak tapasztalati szórását.

Ezeknek az ismeretében egy már korábban vizsgált lövésre alkalmaztam a korrekciókat, az így kiértékelt adatok nagyságrendekkel jobb illeszkedést mutattak, mint az eddigiek.

A továbbiakban tervezem, hogy számos másik lövést és módust megvizs-

gálva elkészíték egy statisztikát, ami pontosabb korrekció értékekkel szolgálhat. Emellett megvizsgálnám azt, hogy a szisztematikus hibáink milyen paraméterektől függhetnek (például módusszám, frekvencia), valamint elméleti modellt alkotni arra, hogy a mágneses szondák különböző átviteli függvényei hogyan torzítják a relatív szisztematikus hibáinkat, ami az effektív szondapozíció-eltéréseknek egy alternatívája lehet a megfigyelt szisztematikus hibák magyarázatában.

Köszönetnyilvánítás

Köszönettel tartozom témavezetőimnek, Pokol Gergőnek és Horváth Lászlónak akik nélkül a dolgozat nem jöhetett volna létre, és minden olyan barátomnak, akik építőjellegű kritikáikkal formálták végső alakjára ezen dolgozatot.

Irodalomjegyzék

- [1] T. Szepesi, S. Kalvin, G. Kocsis, K. Lackner, P.T. Lang, M. Maraschek, G. Pokol, and G. Por. Investigation of pellet-driven magnetic perturbations in different tokamak scenarios. *Plasma Physics and Controlled Fusion*, 2009.
- [2] G.I. Pokol, N. Lazányi, G. Papp, G. Pór, V. Igochine, and ASDEX Upgrade Team. Continuous linear time-frequency transforms in the analysis of fusion plasma transients. In *Proceedings of the 40th EPS Conference on Plasma Physics, Espoo, 2013*, Europhysics Conference Abstracts, pages P-5.116, 2013. <http://ocs.ciemat.es/EPS2013PAP/pdf/P5.116.pdf>.
- [3] John Wesson. *Tokamaks*. Clarendon Press, Oxford, third edition, 2004.
- [4] John Wesson. *Tokamaks*. Clarendon Press, Oxford, third edition, 2004. <http://www.oup.com/us/catalog/general/subject/Physics/NuclearParticleAstrophysics/?view=usa&ci=0198509227>.
- [5] W.D. D’haeseleer, W.N.G. Hitchon, J.D. Callen, and J.L. Shohet. *Flux coordinates and magnetic field structure*. Springer-Verlag, Berlin, 1991.
- [6] M. Sertoli, L. Horváth, G.I. Pokol, V. Igochine, and L. Barrera. Characterization of saturated MHD instabilities through 2d electron temperature profile reconstruction from 1d ece measurements. *Nuclear Fusion*, 53(5):053015, 2013.
- [7] Stephane Mallat. *A Wavelet Tour of Signal Processing, Third Edition: The Sparse Way*. Academic Press, 3rd edition, 2008.
- [8] G. Pór. *Műszaki Diagnosztika*. Egyetemi jegyzet (előkészületben), 2005.
- [9] Interactive Data Language hivatalos honlapja. <http://www.exelisvis.com/ProductsServices/IDL.aspx>.

- [10] NTI Wavelet Tools. *Publikus fejlesztői oldal*, 2011. <http://deep.reak.bme.hu:3000/projects/wavelet/wiki>.
- [11] L. Horváth, G.I. Pokol, and G. Papp. Short time fourier transform in nti wavelet tools. *Tanulmány BME-NTI-593/2012*, 2012.
- [12] Zoltan Szatmary. *Mérések kiértékelése. Egyetemi jegyzet*. 2010.

I. Függelék

Kutatási feladat bemutatása

Feladatom az NTI Wavelet Tools plazmadiagnosztikai programcsomag fázisdiagram meghatározó rutinjának kiegészítése volt a becsült keresztfázis bizonytalanság értékek figyelembe vételével.

- Először az fázisdiagramok ábrázolásának módosítását végeztem el. Egyértelműsítettem az ábrázolandó adatpontok elhelyezkedését a relatív szondapozíció $[0, \pi]$ intervallumra való szűkítésével.

-Ezután a [11] tanulmány által megbecsült hiba értékekből súlytényezőket számítottam az illeszkedésvizsgálathoz.

-Grafikus kiegészítést végeztem a keresztfázis hibák megjelenítésével a fázisdiagramokon.

-Implementáltam egy χ^2 próbát számító modult is a programba, így statisztikai értelemben kritériumot kaptam arra nézve, hogy mikor fogadhatok el egy illesztést.

-Különböző módusok időbeli realizációját vizsgálva szisztematikus hibákat vettem észre. Ennek a korrekciójára dolgoztam ki egy lehetséges eljárást. Demonstrációs céllal alkalmaztam ezt, egy korábbi ASDEX Upgrade tokamak kisülésében megfigyelt módusra. A korrigált adathalmazra már pozitív eredményt kaptunk a χ^2 próba által.

Lezárás dátuma: 2014. május 2.