



Debreceni Egyetem

Műszaki Kar

Építőmérnöki tanszék

Egyirányban teherviselő vasbeton lemezek közelítő méretfelvétele

Készítette: **Ancsin Krisztián János építőmérnök hallgató**

Horváth István építőmérnök hallgató

Belső konzulens: Dr. Kovács Imre

Tanszékvezető: Dr. Kovács Imre

Debrecen

2013.

Egyirányban teherviselő vasbeton lemez közelítő méretfelvétele

Írta: Ancsin Krisztián János, Horváth István

Debreceni Egyetem Műszaki Kar

2013. Debrecen

Tartalomjegyzék

1.0 Bevezetés.....	5
1.1 Téma Ismertetése.....	5
1.2 Méretfelvételtől adódó problémák.....	6
2.0 Alakváltozás vizsgálatok; MSZ EN 1992-1-1:2010.....	7
3.0 Problémafelvetés	16
4.0 A javasolt eljárás bemutatása	24
5.0 Szemléltetés egy példafeladaton keresztül	33
5.1 MSZ EN 1992-1-1:2010 szabvány szerinti tervezés	33
5.2 A szerzők által javasolt elv szerinti tervezés	35
6.0 Megállapítások:	39
7.0 Hivatkozások	40

Egyirányban teherviselő vasbeton lemez közelítő méretfelvétele

Írta: Ancsin Krisztián János, Horváth István

Debreceni Egyetem Műszaki Kar

2013. Debrecen

Jelölések

Latin nagybetűk

$E_{c,eff}$	a beton alakváltozási modulusa
E_{cd}	a beton rugalmassági modulusának tervezési értéke
E_{cm}	a beton húrmodulusa
E_s	a betonacél rugalmassági modulusának tervezési értéke
$E \cdot I$	hajlítómerevség
I	tehetetlenségi nyomaték
L	nyílásköz

Latin kisbetűk

a	távolság, méret
a_c	a betonkeresztmetszet fajlagos területe
a_s	a vasalás fajlagos keresztmetszeti területe
$a_{s,min}$	minimális fajlagos acél-keresztmetszeti területe
b	alemez szélessége
d	átmérő; a keresztmetszet hatékony magassága
f_{cd}	a beton nyomószilárdságának tervezési értéke a beton hengeren mért nyomószilárdságának karakterisztikus értéke 28 napos korban
f_{ck}	
f_{cm}	a beton hengeren mért nyomószilárdságának várható értéke
f_{ctd}	a beton tengelyirányú húzószilárdságának tervezési értéke
f_{ctk}	a beton tengelyirányú húzószilárdságának karakterisztikus értéke
f_{ctm}	a beton tengelyirányú húzószilárdságának várható értéke
f_y	a betonacél folyáshatára
f_{yd}	a betonacél folyáshatárának tervezési értéke
f_{yk}	a betonacél folyáshatárának karakterisztikus értéke
g_k	az állandó hatás karakterisztikus értéke
l	hosszúság, támaszköz
q_k	az esetleges hatás karakterisztikus értéke
s	fajlagos statikai nyomaték
u	a a_c területű keresztmetszet kerülete
v	a lemez teljes magassága

Egyirányban teherviselő vasbeton lemez közelítő méretfelvétele

Írta: Ancsin Krisztián János, Horváth István

Debreceni Egyetem Műszaki Kar

2013. Debrecen

w	lehajlás
x	a semleges tengely távolsága a keresztmetszet nyomott szélső szálától
x, y, z	koordináták
z	erőkar

Görög kisbetűk

α_{eff}	az acél és a beton rugalmassági modulusának az aránya
γ	parciális tényező
γ_C	a beton parciális tényezője
γ_G	a g állandó hatás parciális tényezője
γ_Q	a q esetleges hatás parciális tényezője
γ_s	a betonacél parciális tényezője
ζ	elosztási tényező
ε	fajlagos összenyomódás, zsugorodás
ξ	a beton relatív nyomott öve
ρ	a hosszirányú vasalás-hányad
σ	feszültség
$\varphi(\infty, t_0)$	a kúszási tényező végértéke
ψ	az esetleges hatások reprezentatív értékeit meghatározó tényezők
ψ_0	a kombinációs értékhez
ψ_1	a gyakori értékhez
ψ_2	a kvázi-állandó értékhez

1.0 Bevezetés

1.1 Téma Ismertetése

A számítógépek elterjedése lehetővé tette, hogy bonyolult tartószerkezet erőjátékát egyszerűen, aránylag rövid idő alatt meg lehet határozni. Ebből kifolyólag feleslegessé vált sok közelítéssel élő kézi számításmód. Így elterjedt az a felfogás, hogy számítógépes programokkal minden megoldható és nincs többé szükség semmiféle közelítő, kézi számításra.

„Kiderült azonban, hogy továbbra is nagy szükség van az egyszerű közelítő módszerekre, mégpedig több okból. A szerkezet megtervezésének első szakaszában szemléletes áttekintésre van szükségünk nemcsak az erőjáték követéséhez, hanem annak eldöntéséhez is, hogy egyáltalán megvalósítható-e a szerkezet, és hogy mit kell módosítani az igénybevételek kedvezőbbé tételéhez.” (Kollár Lajos – Paládi-Kovács Ádám, Közelítő számítások, méretfelvétel, Bp.: Műegyetem Kiadó, 2006)

A TDK dolgozat egyirányban teherhordó monolit vasbeton lemezek közelítő méretfelvételével foglalkozik.

Témájának megválasztásánál fontos volt, hogy ennek a kutatásnak eredményei nagyban segítsék a gyakorlati tervezést, azok alkalmazhatók legyenek mind mérnökök, mind mérnökhallgatók számára.

Az építőmérnöki tanulmányok során, vasbetonszerkezetek tárgykörben felmerül az a probléma, hogy egy lemez tervezése során különösebb számítás nélkül, tapasztalatok alapján vesszük fel a szerkezet vastagságát. Mivel ez a becslés nem mindig pontos, illetve nem feltétlenül hordozza magában a gazdaságos kialakítás lehetőségét, felvetődik az a gondolat, szükséges egy viszonylag egyszerű, pontos közelítő méretfelvételi eljárás kidolgozása.

Az MSZ EN 1992-1-1:2010 szabványban, a használhatósági határállapotban az alakváltozások részletes számításának mellőzéseit biztosító, a szerkezeti karcsúságon alapuló eljárás, mely alkalmasnak tűnik a közelítő méretfelvételt célzó módszer kidolgozásának alapjául.

A dolgozatban áttekintésre kerülnek a szakirodalomban megtalálható különböző eljárások, az alakváltozások közelítő és pontos meghatározásának, továbbá a méretfelvételre vonatkozó ajánlott összefüggések.

A szerzők a különböző országokban használt módszerei, méretfelvételi megoldásokat vetik össze egymással, illetve az általuk kidolgozott közelítő méretfelvételeket célzó összefüggések eredményeivel.

A dolgozat három fő tematikus részből áll. Elsőként részletes bemutatásra kerül az MSZ EN 1992-1-1:2010 szabvány javaslata, majd ez az egyes országokban használtakkal kerül összehasonlításra. A szerzők által kidolgozott javaslat a Debreceni Egyetem Műszaki Karának építőmérnök szakos hallgatók házi feladat eredményein keresztül kerül szemléltetésre, a levonható következtetések. Végezetül az MSZ EN 1992-1-1:2010 szabvány és a szerzők által kidolgozott javaslat kerül összehasonlításra egy számpéldán keresztül.

1.2 Méretfelvételtől adódó problémák

Egy vasbeton tartószerkezet kötött tervezése hajlításra valamely tapasztalati összefüggés alapján történő szerkezeti vastagság felvételével indul. Az építész tervek valamint az épület funkciójából adódóan a terhek tervezési értékei meghatározhatók. A kapott terhekből a statikai váz függvényében az igénybevételek, azt követően hajlításra és a nyírásra szükséges vasalás határozható meg. Ezt követően a használhatósági határállapotban el kell végezni bizonyos ellenőrzéseket (alakváltozások, repedéstágasság, feszültség korlátozás). A szerkezet tervezése akkor teljes, ha mind a szilárdsági, mind a használhatósági kritériumoknak megfelel.

A szilárdsági méretezésnél általában nem szokott probléma felmerülni, a hajlításra és a nyírásra történő méretezés több ismert módszerrel végrehajtható. A használati határállapotban elvégzett ellenőrzések azonban felülírhatják az erőtan tervezés eredményeit, ami a tervezési feladat megváltozott paraméterekkel történő megismétlését jelenti.

Ennek megfelelően a tervezés kritikus fázisa az MSZ EN 1992-1-1:2010 alapján a használhatósági határállapotban végrehajtott ellenőrzés szempontjából vezethető vissza, mely a tartószerkezeti elemek feszültségeinek, repedezettségeinek, és lehajlásainak korlátozására tér ki. Ezek közül az alakváltozások vizsgálata kulcs a szerkezet méretének megfelelő megadásához. Az alakváltozás vizsgálat végrehajtható részletes számítással, illetve annak mellőzésére szolgáló összefüggése alapján.

A dolgozat - tekintettel a részletes vizsgálat paramétereinek nagy számára - a közelítő alakváltozás vizsgálat alapján ismertetett eljárást, egyirányban teherviselő monolit vasbeton

lemezek vizsgálatain keresztül mutatja be. A módszer célja olyan szerkezeti magasság meghatározása, mely a tervezés első lépésében már kielégíti az alakváltozási kritériumokat.

2.0 Alakváltozás vizsgálatok; MSZ EN 1992-1-1:2010

A Magyarországon hatályban lévő vasbetonszerkezetek tervezésére vonatkozó szabvány az MSZ EN 1992-1-1:2010. Ennek az alakváltozások ellenőrzésére szóló javaslatára tér ki a dolgozat részletesen.

A szabvány kimondja az alábbi általános megfontolásokat:

- „Egy tartószerkezeti elem vagy egy tartószerkezet alakváltozásának nem szabad olyan mértékűnek lennie, amely kedvezőtlen értelemben befolyásolja a tartószerkezeti elem vagy a tartószerkezet rendeltetésszerű működését vagy megjelenését.” (MSZ EN 1992-1-1:2010, 7.4.1 Fejezet, 119. o.)
- „A tartószerkezet, valamint a burkolatok, a válaszfalak és a rögzített szerelvények jellegének, továbbá a szerkezet rendeltetésszerű működésének figyelembevételével kell a megfelelő lehajlási határértékeket meghatározni.” (EN 1992-1-1:2010, 7.4.1 Fejezet, 119. o.)
- „Egy tartószerkezet megjelenését és általános használhatóságát kedvezőtlen értelemben befolyásolja, ha egy gerenda, lemez vagy konzol kváziállandó terhek hatására számított lehajlása meghaladja a támaszköz 250-ed részét. A lehajlás a támaszokat összekötő egyenestől mérve értendő. A teljes lehajlás vagy annak egy része túlemeléssel ellensúlyozható, de a zsaluzat felhajlása sehol se haladja meg a támaszköz 250-ed részét.” (EN 1992-1-1:2010, 7.4.1 Fejezet, 120. o.)
- A lehajlási megfelelése igazolható a következőkben tárgyalt részletes lehajlás számításnak a vonatkozó határértékekkel való összehasonlításával. (EN 1992-1-1:2010, 7.4.1 Fejezet, 120. o.)
- „Ha erre a számításra van szükség, akkor az alakváltozásokat az ellenőrzés céljának megfelelő teherelrendezésekre kell kiszámítani.” (EN 1992-1-1:2010, 7.4.3 Fejezet, 121. o.)

Egyirányban teherviselő vasbeton lemez közelítő méretfelvétele

Írta: Ancsin Krisztián János, Horváth István

Debreceni Egyetem Műszaki Kar

2013. Debrecen

- „Az alkalmazott számítási módszernek a számítás céljának megfelelő pontossággal kell tükröznie a figyelembe vett tartószerkezet valódi erőjátékát.” (EN 1992-1-1:2010, 7.4.3 Fejezet, 121. o.)
- „Az olyan szerkezeti elemeket, melyek várható terhelése a szerkezeti elem egyik pontján sem eredményezi a beton húzószilárdságának a túllépését, repedésmentesnek¹ kell tekinteni.” (EN 1992-1-1:2010, 7.4.3 Fejezet, 122. o.)
- A várhatóan nem teljes hosszban, de mégis berepedő szerkezeti elemek erőjátéka a repedésmentes teljes hosszban berepedt viselkedés közötti tulajdonságokat mutat; az ilyen, túlnyomó részben hajlított szerkezeti elemek erőjátékára vonatkozóan megfelelő becslést jelent a következő összefüggés (EN 1992-1-1:2010, 7.4.3 Fejezet, 122. o.) – a kúszás és a zsugorodás hatásának figyelembe vételével:

$$w = \zeta \cdot w_{II} + (1 - \zeta) \cdot w_I$$

ahol:

w_I : az I. feszültségi állapotban meghatározható lehajlás értéke:

$$w_I = \frac{5}{384} \cdot \frac{p_{qp} \cdot L_{eff}^4}{E_{c,eff} \cdot I_I} + \frac{1}{8} \cdot L_{eff}^2 \cdot \kappa_{I,cs} \text{ melyben } \kappa_{I,cs} = \varepsilon_{cs} \cdot \frac{E_s \cdot s_{s,I}}{E_{c,eff} \cdot I_I}$$

w_{II} : az II. feszültségi állapotban meghatározható lehajlás értéke:

$$w_{II} = \frac{5}{384} \cdot \frac{p_{qp} \cdot L_{eff}^4}{E_{c,eff} \cdot I_{II}} + \frac{1}{8} \cdot L_{eff}^2 \cdot \kappa_{II,cs} \text{ melyben } \kappa_{II,cs} = \varepsilon_{cs} \cdot \frac{E_s \cdot s_{s,II}}{E_{c,eff} \cdot I_{II}}$$

ζ : egy keresztmetszetben a húzott beton merevítő hatása

$$= 1 - 0,5 \cdot \left(\frac{m_{crack}}{m_{Ed,quasi}} \right)^2$$

m_{crack} : a repesztőnyomaték értéke

A repesztőnyomaték értékét a repedésmentes állapotban meghatározott keresztmetszeti jellemzők alapján:

$$m_{crack} = f_{ctm} \cdot \frac{I_I}{v - x_I} \text{ melyben } v: \text{ a lemez szerkezeti vastagsága}$$

¹ A feszültségek és a lehajlások számítása során a keresztmetszeteket általában akkor kell repedésmentesnek tekinteni, ha hajlító-húzó feszültség nem haladja meg az $f_{ct,eff}$ értéket. Az $f_{ct,eff}$ értékét az f_{ctm} vagy az $f_{ctm,fi}$ értékre lehet felvenni, feltéve, hogy a hosszirányú minimális vasalást is ugyanezen érték alapján számítják. (MSZ EN 1992-1-1:2010, 7.1. Fejezet, 112. o.) (f_{ctm} : a beton húzószilárdságának átlagos értéke)

Egyirányban teherviselő vasbeton lemez közelítő méretfelvétele

Írta: Ancsin Krisztián János, Horváth István

Debreceni Egyetem Műszaki Kar

2013. Debrecen

$m_{Ed,quasi}$: a mezőnyomaték értéke a kvázi-állandó hatások alapján

$$\frac{m_{Ed}}{m_{Ed,quasi}} = \frac{P_{Ed}}{P_{Ed,quasi}} \rightarrow m_{Ed,quasi} = m_{Ed} \cdot \frac{P_{Ed}}{P_{Ed,quasi}}$$

L_{eff} : a nyomatéki nullpontok közötti távolság

$P_{Ed,quasi}$: a terhelés tervezési értéke használhatósági határállapot kvázi-állandó hatáskombinációja alapján

$E_{c,eff}$: a beton kúszását is figyelembe vevő alakváltozási modulus: $E_{c,eff} = \frac{E_{cm}}{1 + \varphi(\infty, t_0)}$

$\varphi(\infty, t_0)$ a beton kúszási tényezőjének végértéke

ε_{cs} : a beton zsugorodásának végértéke

$s_{s,I}$: a húzott acélbetétek statikai nyomatéka a semleges tengelyre az I. feszültségi (repedésmentes) állapotban

$s_{s,I} = a_{s,prov} \cdot (d - x_I)$ melyben d : a lemez km. dolgozó magassága

A lemez lehajlása a mezőközépi vasalás figyelembe vételével határozható meg, a repedésmentes és berepedt állapotban számítható ideális keresztmetszeti jellemzők segítségével. A keresztmetszet homogén keresztmetszetként történő figyelembe vételéhez α_{eff} értékére van szükség:

$\alpha_{eff} = \frac{E_s}{E_{c,eff}}$ melyben E_s : a betonacél rugalmassági modulusa

a_I : az ideális keresztmetszeti terület repedésmentes állapotban:

$$a_I = b \cdot v + (\alpha_{eff} - 1) \cdot a_{s,prov}$$

$a_{s,prov}$: a mezőben kialakított vasalás keresztmetszeti területe

x_I : a súlyponti tengely helyzete repedésmentes állapotban, amennyiben a statikai nyomatékot a nyomott beton zóna szálára írjuk fel:

$$x_I = \frac{s_{s,I}}{a_I} = \frac{\frac{b \cdot v^2}{2} + (\alpha_{eff} - 1) \cdot a_{s,prov} \cdot d}{a_I}$$

I_I : a tehetetlenségi nyomaték repedésmentes állapotban:

$$I_I = \frac{b \cdot v^3}{12} + b \cdot v \left(\frac{v}{2} - x_I \right)^2 + (\alpha_{eff} - 1) \cdot a_{s,prov} \cdot (d - x_I)^2$$

Egyirányban teherviselő vasbeton lemez közelítő méretfelvétele

Írta: Ancsin Krisztián János, Horváth István

Debreceni Egyetem Műszaki Kar

2013. Debrecen

$s_{s,II}$: a húzott acélbetétek statikai nyomatóka a semleges tengelyre a II. feszültségi (beped) állapotban

A semleges tengely helyzetét berepedt állapotban a semleges tengelyre felírt statikai nyomatók segítségével határozhatjuk meg:

$$s_x = \frac{b \cdot x_{II}^2}{2} - \alpha_{eff} \cdot a_{s,prov} \cdot (d - x_{II}) = 0 \rightarrow \frac{b}{2} \cdot x_{II}^2 + \alpha_{eff} \cdot a_{s,prov} \cdot x_{II} - \alpha_{eff} \cdot a_{s,prov} \cdot d = 0 \rightarrow x_{II}$$

I_{II} : a tehetetlenségi nyomatók berepedt állapotban:

$$I_{II} = \frac{b \cdot x_{II}^3}{3} + \alpha_{eff} \cdot a_{s,prov} \cdot (d - x_{II})^2$$

A húzott acélbetétek statikai nyomatóka a semleges tengelyre a II. feszültségi (beped) állapotban:

$$s_{s,II} = a_{s,prov} \cdot (d - x_{II})$$

A repedésmentes és a berepedt állapotban lévő keresztmetszet tehetetlenségi nyomatókainak, továbbá a repesztőnyomatók értékének meghatározásához szükségünk van a beton lassú alakváltozását figyelembe vevő alakváltozási modulus értékére (MSZ EN 1992-1-1:2010, 3.1.4 Fejezet, 30. o.).

Ennek meghatározása beltéri (RH=50%) és kültéri (RH=80%) környezet figyelembe vételével grafikonok alapján történik (MSZ EN 1992-1-1:2010, 3.1.4 Fejezet, 3.1 ábra, 31. o.).

Az alakváltozási modulus meghatározására szolgáló grafikonok közül az első a terhelés felvételének ideje, t_0 és a beton kúszási tényezőjének végértéke között adja meg az összefüggést az egyes cementosztályok S (CEM 32,5N), N(CEM 32,5 R, CEM 42,5 N) és R (CEM 42,5 R, CEM 52,5 N, CEM 52,5 R) függvényében.

A terhelés felvételének idejét napokban határozzuk meg az MSZ 4798-1:2004 alapján, értékét alapvetően a beszállított szerkezet típusa, az alkalmazott cement fajtája, valamint a tervezett beton szilárdsági osztálya határozza meg (MSZ 4798-1:2004, L Melléklet, NAD L.1 és NAD L.2 Táblázat, 138.-139. o.), (1. táblázat és 2. táblázat). A teherfelvétel kora jelentős mértékben befolyásolja a beton kúszási tényezőjének végértékét, meghatározására szolgáló második grafikonon a keresztmetszet alakját jellemző helyettesítő méret, h_0 és az alkalmazott beton szilárdsági osztályának függvényében meghatározott segédgörbék találhatók. A helyettesítő méret értéke:

Egyirányban teherviselő vasbeton lemez közelítő méretfelvétele

Írta: Ancsin Krisztián János, Horváth István

Debreceni Egyetem Műszaki Kar

2013. Debrecen

$$h_0 = \frac{2 \cdot a_c}{u}$$

melyben:

a_c : a keresztmetszeti terület: $a_c = b \cdot v$

$u = 2 \cdot (b + v)$

A cement szilárdsági osztálya	A beton szilárdsági osztálya			
	C8/10	C12/15	C16/20	C25/30
	Az oldalzsuluzat eltávolításának legkorábbi időpontja, nap			
CEM 32,5	3	2	2	1
CEM 42,5	-	2	1	1
CEM 52,5	-	-	1	1

1. táblázat: Az oldalzsuluzat eltávolításának legkorábbi időpontja

(MSZ 4798-1:2004, L Melléklet, NAD L.1 Táblázat, 138. o.)

A cement szilárdsági osztálya	A beton szilárdsági osztálya					
	C16/20	C20/25	C25/30	C30/37	C35/45	C40/50
	Az teherhordó zsuluzat és állványzat eltávolításának legkorábbi időpontja, nap					
CEM 32,5	21	20	19	17	15	-
CEM 42,5	18	17	15	12	10	10
CEM 52,5	14	13	12	10	8	6

2. táblázat: A teherhordó zsuluzat és állványzat eltávolításának legkorábbi időpontja

(MSZ 4798-1:2004, L Melléklet, NAD L.2 Táblázat, 139. o.)

A beton zsugorodásának végértéke $\varepsilon_{cd,0}$, a száradási $\varepsilon_{cd,\infty}$, és az autogén $\varepsilon_{ca}(\infty)$ zsugorodások végértékeinek összegeként határozható meg. A száradási zsugorodás végértékét a helyettesítő méret függvényében meghatározható k_h tényező, a zsugorodás kezdeti értéke $\varepsilon_{cd,0}$, a cement osztálya és a relatív páratartalom alapján számítjuk ki. (3. táblázat)

$$\varepsilon_{cd,\infty} = k_h \cdot \varepsilon_{cd,0}$$

$$\varepsilon_{ca}(\infty) = 2,5 \cdot (f_{ck} - 10) \cdot 10^{-6}$$

$$\varepsilon_{cs} = \varepsilon_{cd,\infty} + \varepsilon_{ca}(\infty)$$

Egyirányban teherviselő vasbeton lemez közelítő méretfelvétele

Írta: Ancsin Krisztián János, Horváth István

Debreceni Egyetem Műszaki Kar

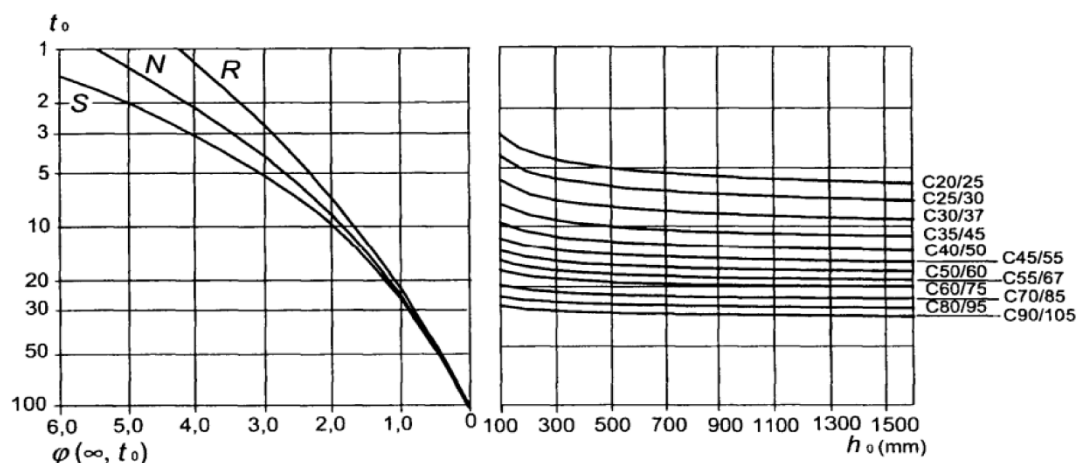
2013. Debrecen

$f_{ck}/f_{ck,cube}$	$\varepsilon_{cd,0}$ [‰] (CEM N osztály)					
	Relatív páratartalom [‰]					
	20	40	60	80	90	100
C20/25	0,62	0,58	0,49	0,3	0,17	0,00
C40/50	0,48	0,46	0,38	0,24	0,13	0,00
C60/75	0,38	0,36	0,3	0,19	0,10	0,00
C80/95	0,30	0,28	0,24	0,15	0,08	0,00
C90/105	0,27	0,25	0,21	0,13	0,07	0,00

h_0 [mm]	k_h
100	1,00
200	0,85
300	0,75
>500	0,70

3. táblázat: A gátolatlan száradási zsugorodás végértékének meghatározása
(MSZ EN 1992-1-1:2010, 3.1.4 Fejezet, 3.2. Táblázat, 3.3. Táblázat, 32.-33. o.)

A beton kúszási tényezőjének végértékét lépésekben grafikonon határozzuk meg (1. ábra):
 $\varphi(\infty, t_0)$



1. ábra: A beton kúszási tényezőjének meghatározása
(MSZ EN 1992-1-1:2010, 3.1.4 Fejezet, 3.1 ábra, 31. o)

A fentiekben ismertetett részletes vizsgálat alapján megállapítható, hogy az eredményhez nagyszámú ismeretlen tényezőt kell meghatározni, jelentős időráfordítást eredményez. Ennek kiküszöbölésére szolgál a támaszköz/magasság arány ellenőrzése és a következőkben tárgyalt, nagyszámú kísérleti eredményre épülő, azaz empirikus jellegű közelítő vizsgálat, mely megfelelés esetén biztosítja a részletes vizsgálat mellőzését.

Ha az épületek gerendáinak vagy lemezeinek olyanok a méretei, melyek kielégítik a bekezdésben szereplő támaszköz/magasság arányra vonatkozó korlátokat, akkor úgy

Egyirányban teherviselő vasbeton lemez közelítő méretfelvétele

Írta: Ancsin Krisztián János, Horváth István

Debreceni Egyetem Műszaki Kar

2013. Debrecen

tekinthető, hogy azok lehajlása nem haladja meg a már említett MSZ EN 1992-1-1:2010, 7.4 Fejezet, 7.4.1 Alfejezet (4. és 5. bekezdés) 120. oldalán meghatározott határértékeket. A támaszköz/magasság arányára vonatkozó korlátok a következő összefüggések felhasználásával, és azok olyan módosító tényezőkkel való szorzásával határozhatók meg, melyek az alkalmazott vasalás típusát és egyéb paramétereket vesznek figyelembe. Ezekben az összefüggésekben a túlemelés semmilyen módon nincs figyelembe véve. (MSZ EN 1992-1-1:2010, 7.4.2 Fejezet, 120.o.)

$$\left(\frac{L}{d}\right)_{\lim} = K \cdot \left[1 + 1,5 \cdot \sqrt{f_{ck}} \cdot \frac{\rho_0}{\rho} + 3,2 \cdot \sqrt{f_{ck}} \cdot \left(\frac{\rho_0}{\rho} - 1\right)^{\frac{3}{2}} \right], \text{ ha } \rho \leq \rho_0 \quad 1.a$$

$$\left(\frac{L}{d}\right)_{\lim} = K \cdot \left[1 + 1,5 \cdot \sqrt{f_{ck}} \cdot \frac{\rho_0}{\rho - \rho'} + \frac{1}{12} \cdot \sqrt{f_{ck}} \cdot \sqrt{\frac{\rho'}{\rho_0}} \right], \text{ ha } \rho > \rho_0 \quad 1.b$$

ahol:

L/d a támaszköz/magasság arányra vonatkozó határérték,

K a különböző statikai vázakat figyelembe vevő tényező,

ρ_0 a referencia-acélhányad $= 10^{-3} \cdot \sqrt{f_{ck}}$

ρ a terhek a vonatkozó tervezési értékeiből számított nyomaték felvételéhez szükséges húzott acélhányad a mezőközépen (konzolok esetén támasznál)

ρ' a terhek vonatkozó tervezési értékéből számított nyomaték felvételéhez szükséges nyomott acélhányad a mezőközépen (konzolok esetén a támasznál)

f_{ck} MPa mértékegységében helyettesítendő be.

A két összefüggést azzal a feltételezéssel határozták meg, hogy a tervezés során a vonatkozó használhatósági határállapotban a meghatározott teher hatására, berepedt keresztmetszet figyelembevételével egy gerenda vagy egy lemez mezőközépi keresztmetszetében, vagy konzol esetén a támasznál számítható acélfeszültség 310 MPa. (MSZ EN 1992-1-1:2010, 7.4.2 Fejezet, 120.o.)

Ettől eltérő feszültség szint esetén a következő összefüggésből származó értéket meg kell szorozni $310/\sigma_s$ értékkel. Szokásos esetekben a biztonság javára való közelítést jelent az a feltételezés, hogy: (MSZ EN 1992-1-1:2010, 7.4.2 Fejezet, 121.o.)

Egyirányban teherviselő vasbeton lemez közelítő méretfelvétele

Írta: Ancsin Krisztián János, Horváth István

Debreceni Egyetem Műszaki Kar

2013. Debrecen

$$\frac{310}{\sigma_s} = \frac{500}{\frac{f_{yk} a_{s,req}}{a_{s,prov}}}$$

ahol:

σ_s a vonatkozó használhatósági határállapotban meghatározott teherből számított acél húzófeszültség a mezőközépen (konzolok esetén a támasznál)

$a_{s,prov}$ az e keresztmetszetben elhelyezett acél-keresztmetszeti terület,

$a_{s,req}$ az e keresztmetszetben teherbírási határállapotban szükséges acél-keresztmetszeti terület.

Fejlemez keresztmetszetek esetén, ha a fejlemez szélességének és a borda szélességének az aránya nagyobb, mint az 1.a és 1.b összefüggés szerinti l/d értéket meg kell szorozni 0,8-del.

Olyan 7 m-nél nagyobb támaszközü gerendák és lemezek (a síklemezek kivételével) esetén, melyek túlzott mértékű lehajlás esetén károsodásra hajlamos válaszfalakat támasztanak alá, a már említett összefüggés szerinti l/d értékeket meg kell szorozni $7/l_{eff}$ -el (ahol l_{eff} m-ben értendő). Olyan síklemez esetén, melynek legnagyobb támaszköze meghaladja a 8,5 m-t, és amelyek túlzott mértékű lehajlás esetén károsodásra hajlamos válaszfalakat támasztanak alá, a már említett összefüggés szerinti l/d értékeket meg kell szorozni $8,5/l_{eff}$ -el (ahol l_{eff} m-ben értendő). (MSZ EN 1992-1-1:2010, 7.4.2 Fejezet, 121.o.)

A K adott tagországokban alkalmazandó értéke az ország nemzeti mellékletben található meg. A K ajánlott értékeit a 4. táblázat tartalmazza. A (1.a-1.b) összefüggésből a szokásos esetekre (C30/37, $\sigma_s=310$ MPa, különböző statikai vázak, valamint $\rho=0,5\%$ és $\rho=1,5\%$ acélhányadok) adódó értékek szintén megtalálhatók a táblázatban. (MSZ EN 1992-1-1:2010, 7.4.2 Fejezet, 121.o.)

Egyirányban teherviselő vasbeton lemez közelítő méretfelvétele

Írta: Ancsin Krisztián János, Horváth István

Debreceni Egyetem Műszaki Kar

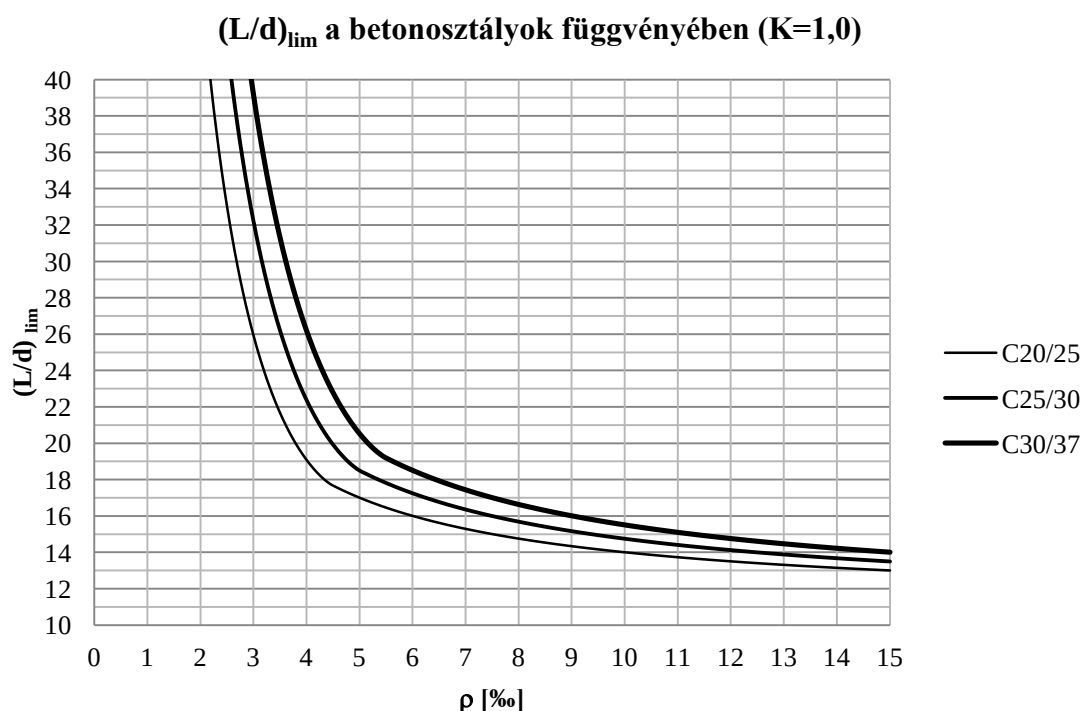
2013. Debrecen

Statikai váz	K	Magas szinten kihasznált beton $\rho=1,5\%$	Alacsony szinten kihasznált beton $\rho=0,5\%$
Kéttámaszú gerenda, peremein megtámasztott, egy- vagy kétirányban teherviselő lemez	1	14	20
Folytatólagos többtámaszú gerenda, egyirányban teherviselő folytatólagos többtámaszú lemez, vagy kétirányban teherviselő, a hosszabbik oldala mentén folytatólagos többtámaszú lemez szélső nyílása	1,3	18	26
Gerenda, illetve egy- vagy kétirányban teherviselő lemez közbenső nyílása	1,5	20	30
Oszlopokkal alátámasztott, gerenda nélküli lemez (síklemez) (nagyobb nyílás alapján)	1,2	17	24
Konzol	0,4	6	8
1. MEGJEGYZÉS: A megadott értékek általában a biztonság javára tett közelítést jelentenek, és a számítások gyakran azt igazolják, hogy karcsúbb szerkezeti elemek is alkalmazhatók 2. MEGJEGYZÉS: Kétirányban teherviselő lemezek esetén ellenőrzést a rövidebbik támaszköz alapján kell elvégezni. Síklemezek esetén a hosszabbik támaszközt kell figyelembe venni. 3. MEGJEGYZÉS: A síklemezre megadott határértékek az oszlopok vonalában értelmezett, támaszköz/250 értékű mezőközépi lehajlásnál enyhébb korlátozásnak felelnek meg. A tapasztalatok ezt megfelelőnek mutatják.			

4. táblázat: A támaszköz/hasznos magasság arányok kiindulási értékei tengelyirányú nyomás nélküli vasbeton szerkezeti elemek esetén
(MSZ EN 1992-1-1:2010, 7.4.2 Fejezet, 7.4.N táblázat, 121. o)

3.0 Problémafelvetés

A szabvány által megadott összefüggés a vizsgált betonosztályokra nézve ρ függvényében grafikusán ábrázolható (2. ábra):



2. ábra: Az $(L/d)_{\text{lim}}$ (1.a-b) összefüggés a betonosztályok függvényében

A grafikonról leolvasható, hogy minél nagyobb a ρ , annál vastagabb szerkezeti magasság szükséges, és minél kisebb érték ρ , annál vékonyabb szerkezeti vastagság válik lehetővé. Meg kell jegyezni azt is, hogy a szabvány a 7,0 m-nél nagyobb támaszközü lemezekre az (L/d) -re vonatkozó összefüggést $(7/L_{\text{eff}})$ értékkel még megszorozza (MSZ EN 1992-1-1:2010, 7.4.2 Fejezet, 121.o.) ami egy 1,0-nél kisebb számmal való szorzást jelent gyakorlatilag. Ez pedig azt jelenti, hogy a biztonság javára az (L/d) -re vonatkozó alapösszefüggés szerinti számításhoz képest egy vastagabb szerkezeti magasság kerül kialakításra.

Egyirányban teherviselő monolit vasbeton lemezszerkezetek tervezése során, a hallgatói feladatokban szereplő födémek geometriai kialakítása, a födémek rétegrendjei

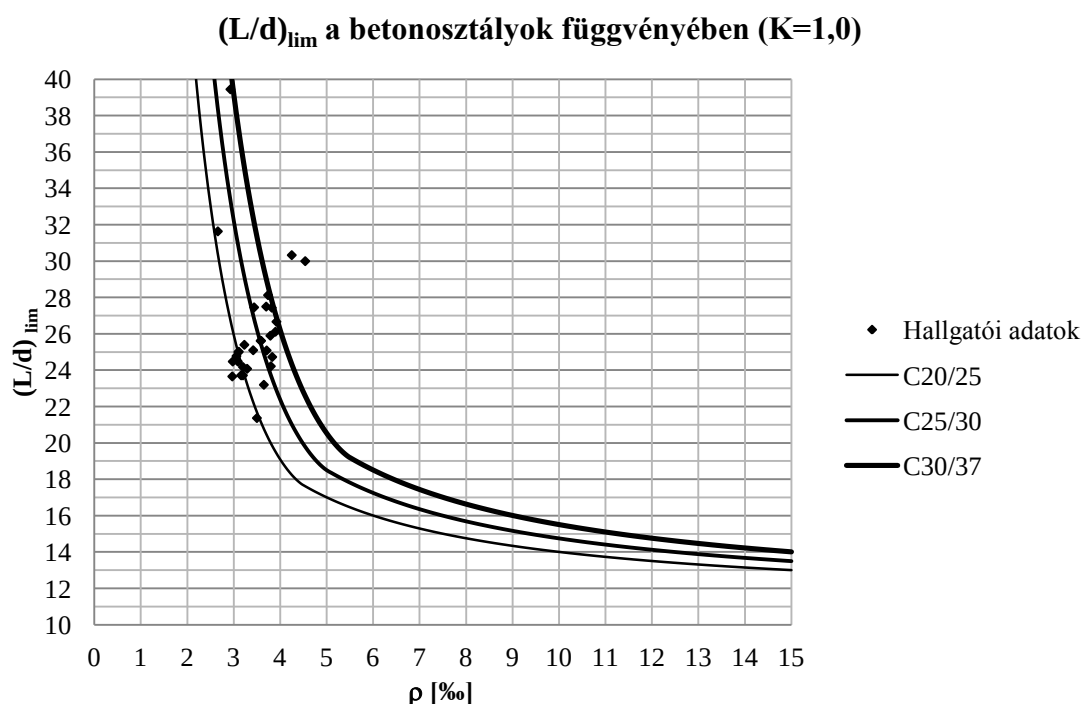
Egyirányban teherviselő vasbeton lemez közelítő méretfelvétele

Írta: Ancsin Krisztián János, Horváth István

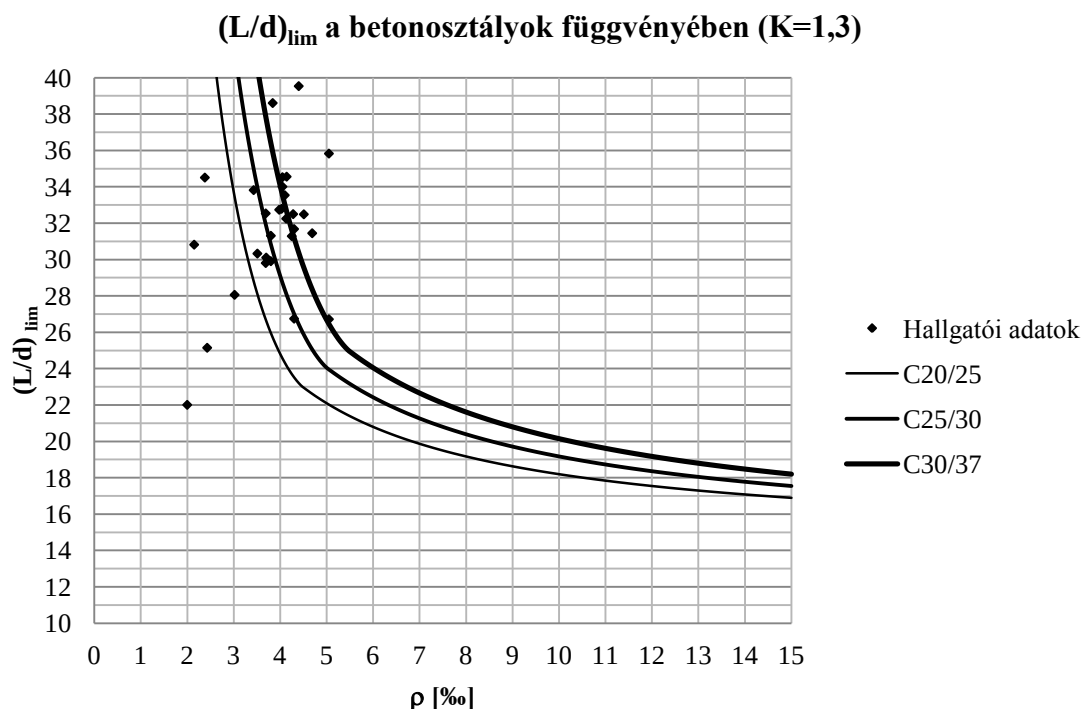
Debreceni Egyetem Műszaki Kar

2013. Debrecen

valamint az épületre vonatkozó funkcióból adódó hasznos teher értékek olyan kialakításúak voltak, amelyek a valós életben előforduló épületek szerkezeti kialakításával összhangban álltak. A feladatok két- és háromtámaszú statikai vázzal rendelkeztek. A kész, beadott házi feladatok végeredményeit a szabvány által taglalt összefüggéssel kerültek összehasonlításra, melyek grafikus ábrázolásának eredményeit a 3. és 4. ábra mutatja.



3. ábra: A kéttámaszú statikai vázzal rendelkező házi feladatok végeredményei összehasonlítva az $(L/d)_{\lim}$ (1.a-b) összefüggésével



4. ábra: A háromtámaszú statikai vázzal rendelkező házi feladatok végeredményei összehasonlítva az $(L/d)_{\lim}$ (1.a-b) összefüggésével

A két diagram mutatja, hogy a szerkezetek zöme közelítő vizsgálattal nem felelt meg. A tervezési feladat többféleképpen folytatódhat:

- a lehajlás részletes számításával.
- új (L/d) érték felvételével a már kialakított vashányad függvényében.

Általában az utóbbi megoldást szokás választani. Addig kell új keresztmetszeti magasságot felvenni, amíg az (L/d) -re vonatkozó összefüggés szerinti ellenőrzésre a szerkezet megfelel, illetve az erre vonatkozó határértékek a legjobban közelítenek egymáshoz: $\left(\frac{L}{d}\right)_{\lim} \approx \left(\frac{L_{\text{eff}}}{d_{\text{eff}}}\right)$. Ekkor elmondható az, hogy a szerkezet a leggazdaságosabban lett kialakítva. Ez az iterációs eljárás azonban igen hosszadalmas.

A közelítő vizsgálat erőtani méretezést követően lett elvégezve, ez azt is jelentette, hogy az acélbetétekben ébredő feszültség nem 310 MPa. A nyomott betonövek relatív magasságai (ξ) kisebbek, mint 0,49, tehát az acélbetétek képlékeny állapotban voltak. A $\frac{310}{\sigma_s}$ - sel való szorzást ellenőrzésnél tehát minden egyes esetben el kellett végezni (1.4. MSZ EN

Egyirányban teherviselő vasbeton lemez közelítő méretfelvétele

Írta: Ancsin Krisztián János, Horváth István

Debreceni Egyetem Műszaki Kar

2013. Debrecen

1992-1-1:2010, 7.4.2 Alfejezet, 121.o.). Ez tehát az (L/d) -re vonatkozó összefüggést az alábbiak szerint módosítja:

$$\left(\frac{L}{d}\right)_{\lim} = \frac{500}{f_{yk}} \cdot \frac{a_{s,prov}}{a_{s,req}} \cdot K \cdot \left[1 + 1,5 \cdot \sqrt{f_{ck}} \cdot \frac{\rho_0}{\rho} + 3,2 \cdot \sqrt{f_{ck}} \cdot \left(\frac{\rho_0}{\rho} - 1\right)^{\frac{3}{2}} \right], \text{ ha } \rho \leq \rho_0$$

$$\left(\frac{L}{d}\right)_{\lim} = \frac{500}{f_{yk}} \cdot \frac{a_{s,prov}}{a_{s,req}} \cdot K \cdot \left[1 + 1,5 \cdot \sqrt{f_{ck}} \cdot \frac{\rho_0}{\rho} \right], \text{ ha } \rho > \rho_0$$

Ez azonban azt is jelenti, hogy $f_{yk} = 500$ MPa karakterisztikus folyáshatárú betonacélok esetén az (L/d) értéke egy 1,0-nél nagyobb számmal lett megszorozva. Ezt azért is fontos megjegyezni, mert

- A kiindulási (L/d) hányados kedvezőbb értéket kap,
- a tervezés kiindulási fázisában az $\frac{a_{s,prov}}{a_{s,req}}$ értékét nem lehet kellő pontossággal megbecsülni.

Tervezési feladatok elején lehetőség van az (L/d) értékét táblázati értékek alapján felvenni, illetve azok közé beinterpolálni (4. táblázat). A táblázati értékek azonban igen speciális vizsgálatok eredményei. Több nemzet szabványában, a közelítő alakváltozás vizsgálatánál javasolt (L/d) értékeket az alábbi táblázat mutatja be (5. táblázat).

Egyirányban teherviselő vasbeton lemez közelítő méretfelvétele

Írta: Ancsin Krisztián János, Horváth István

Debreceni Egyetem Műszaki Kar

2013. Debrecen

Szabvány	Konzol	Kéttámaszú tartó	Folytatólagos többtámaszú tartó		Síklemmez	Megjegyzés
			szélső	közbenső		
BS 8110	7	20	20	26		$\sigma_s=460\text{N/mm}^2$
Eurocode 2						
magas szinten kihasznált beton	7	15	20	22	18	$\sigma_s=460\text{N/mm}^2$
alacsony szinten kihasznált beton	9	22	28	33	26	
magas szinten kihasznált beton	6	14	18	20	17	$\sigma_s=400\text{N/mm}^2$
alacsony szinten kihasznált beton	8	20	26	30	24	
Model Code 90						
magas szinten kihasznált beton	6	16	20	22	18	$\sigma_s=460\text{N/mm}^2$
alacsony szinten kihasznált beton	7	22	28	33	26	
magas szinten kihasznált beton	7	18	23	25	21	$\sigma_s=400\text{N/mm}^2$
alacsony szinten kihasznált beton	10	25	32	35	30	
CSA A23.3-94						
egyirányban teherviselő lemezek	13	28	31	35		$\sigma_s=460\text{N/mm}^2$
egyirányban teherviselő lemezek	10	20	24	28		$\sigma_s=400\text{N/mm}^2$
ACI 318-92						
egyirányban teherviselő lemezek	13	25	29	35		$\sigma_s=460\text{N/mm}^2$
egyirányban teherviselő lemezek	10	20	24	28		$\sigma_s=400\text{N/mm}^2$
NS 3473 E						
gerendák	8	16	18	21		$\sigma_s=460\text{N/mm}^2$
egyirányban teherviselő lemezek	10	21	24	28		
gerendák	8	16	18	21		$\sigma_s=400\text{N/mm}^2$
egyirányban teherviselő lemezek	10	21	24	28		
DD ENV 1992-1						
alacsony szinten kihasznált beton	7	18	23	25	21	$\sigma_s=400\text{N/mm}^2$
normál szinten kihasznált beton	10	25	32	35	30	
magas szinten kihasznált beton	14	34	44	38	41	

5. táblázat: Több nemzet szabványában, a közelítő alakváltozás vizsgálatánál javasolt (L/d) értékek

(<http://www.scribd.com/doc/154658857/Span-to-Depth-Various-Codes>)

(<http://www.scribd.com/doc/180923130/span-to-depth-various-codes>)

Egyirányban teherviselő vasbeton lemez közelítő méretfelvétele

Írta: Ancsin Krisztián János, Horváth István

Debreceni Egyetem Műszaki Kar

2013. Debrecen

A fenti táblázatban közölt adatok bár számos egyezést és hasonló tendenciát mutatnak, az egyes szerkezeti elemek betonszilárdsági osztályát nem ismertetik, vagy csak egyetlen szilárdsági osztályra vonatkoznak (pl.: MSZ EN 1992-1-1:2010, C30/37). További értelmezési nehézséget okoz, hogy számos esetben nem egyértelmű a nyomott öv kihasználtságának mértéke (pl.: alacsony szint, normál szint, magas szint). Az összehasonlító elemzés további akadály, hogy a használati határállapotban számítható acélbetét feszültségi korlátok sem egyeznek (pl.: 310, 400, 460MPa).

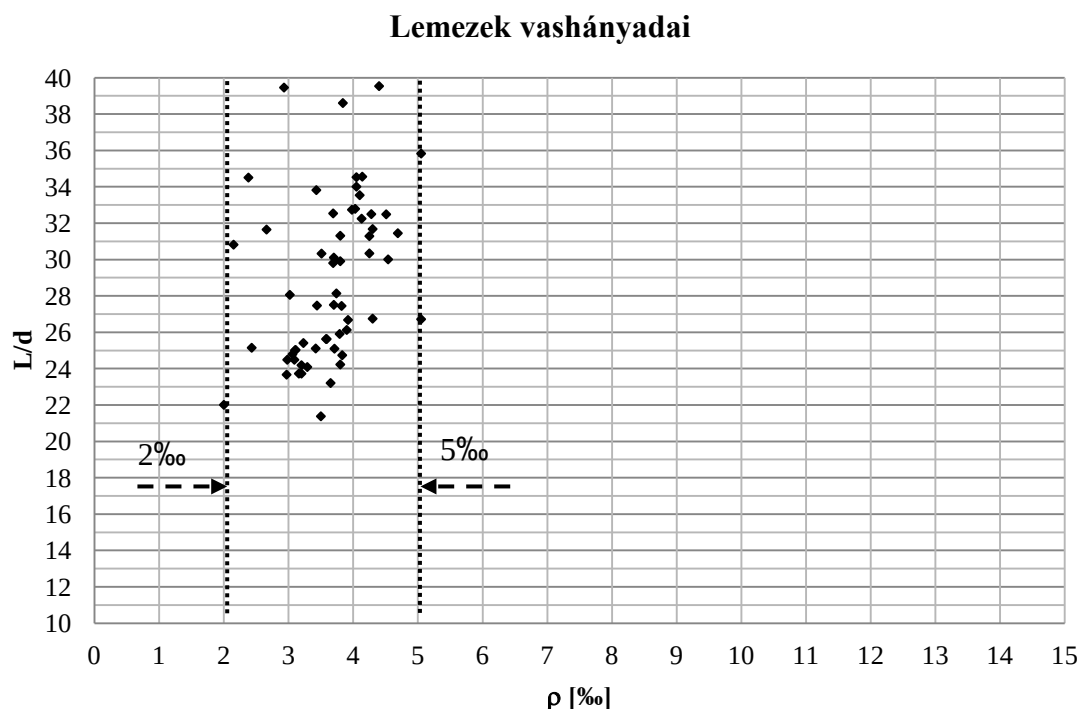
$$\rho = \frac{a_{s,req}}{b \cdot d} \quad a_{s,req} = \frac{b \cdot x \cdot f_{cd}}{f_{yd}}$$
$$\rho = \frac{a_{s,req}}{b \cdot d} = \frac{\frac{b \cdot x \cdot f_{cd}}{f_{yd}}}{b \cdot d} = \frac{f_{cd} \cdot x}{f_{yd} \cdot d} \approx \frac{f_{cd}}{f_{yd}} \cdot \xi \rightarrow \xi = \rho \cdot \frac{f_{yd}}{f_{cd}}$$

$$\text{ha } \rho = 5\text{‰} \rightarrow \xi = 5 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{435}{f_{cd}} \rightarrow 5 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{435}{20,00} \sim 5 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{435}{13,33} = \mathbf{0,109 \sim 0,163}$$

$$\text{ha } \rho = 15\text{‰} \rightarrow \xi = 15 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{435}{f_{cd}} \rightarrow 15 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{435}{20,00} \sim 15 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{435}{13,33} = \mathbf{0,326 \sim 0,489}$$

Tehát az alacsony kihasználtságú keresztmetszet relatív magassága 5‰ esetén $\xi=0,109-0,163$ között, a magas szinten kihasznált (15‰) keresztmetszet esetén $\xi=0,326-0,489$ között változik. Ez utóbbi igen széles sávban mozog a szilárdság függvényében.

A hallgatói feladatok áttekintése alapján megállapítható, hogy az egyes szerkezetek vashányadai 2‰ - 5‰ között változtak (5. ábra). A magasépítési gyakorlat legjellemzőbb értékére tehát a táblázat még alacsony szinten kihasznált szerkezeti elemekre (egyirányban teherviselő lemez) sem ad választ.



5. ábra: A lemezek vashányadai hallgatói feladatok alapján

Megállapítható, hogy a vasbeton lemezek tervezésének első lépéseként feltételezett L/d értékét pontosan a tapasztalatok alapján lehet felvenni, ez azonban nem garantálja minden esetben azt, hogy már a legelső feltételezésnél a leggazdaságosabb keresztmetszet kerül kialakításra.

A különböző szabványok, az (L/d) -re vonatkozó összefüggésben nem tesznek említést egy igen fontos paraméterről, a teher tervezési értékéről. Az épület funkciójából adódóan egy szerkezettervező kellő tapasztalattal már jól megbízható konstrukciós vastagságot képes megbecsülni. Elvileg a teher tervezési értékének hatása a különböző módon kihasznált nyomott beton övben keresendő, ennek a lemezek esetében már láttuk bizonytalanságait. Az építész tervek a szerkezet tervezésnél már ismertek, a födémek rétegrendjei már kialakításra kerültek, tehát erre vonatkozóan súlyelemzés már elvégezhető. Egy épület hasznos terheit pedig az „MSZ EN 1991-1-1 Eurocode 1: A tartószerkezeteket terhelő hatások. 1-1. rész: Általános hatások – Sűrűség, önsúly és az épületek hasznos terhei” című szabvány kellő pontossággal definiálja. Általánosságban egy vasbeton szerkezetnél elmondható az, hogy az

Egyirányban teherviselő vasbeton lemez közelítő méretfelvétele

Írta: Ancsin Krisztián János, Horváth István

Debreceni Egyetem Műszaki Kar

2013. Debrecen

igénybevételek tervezési értékeinek meghatározásához a teher a teherbírasi határállapot tartós- és ideiglenes tervezési helyzetéhez tartozó hatáskombinációjában számítható:

$$\sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} \cdot G_{k,j} + \gamma_{Q,1} \cdot Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \gamma_{Q,i} \cdot \psi_{0,i} \cdot Q_{k,i}$$

Vasbetonszerkezetek önsúlya a szerkezet vastagságától nagyban függ, és az (L/d) értékből számított dolgozó magasságot is befolyásolja. A terhek tervezési értékénél a parciális biztonsági tényező teherbírasi határállapotban $\gamma_G = 1,35$. Ez a biztonsági tényező igen megnöveli a terhek értékét. Dolgozatban kizárólag a tartós-és ideiglenes tervezési helyzethez tartozó hatáskombináció került vizsgálatra.

Összefoglalásként megállapítható, hogy a *támaszköz/dolgozó magasság* arány megállapításában az előírások a tervezett beton szilárdsági adatait (f_{cd} ; f_{ck} ; ρ_0), a szerkezet statikai vázát (K ; L ; L_{eff}), továbbá a nyomatéki teherbírás biztosításához szükséges vashányadot (ρ) veszik figyelembe. A terhek hatásáról, továbbá gerendák esetében a keresztmetszet alakjának hatásáról nem esik szó. Dolgozat célja tehát egy olyan (L/d) érték meghatározása, mely a tervezés első fázisában a terhek, továbbá a beton szilárdsági osztályának függvényében kellő biztonsággal adja meg a szükséges szerkezeti vastagságot a részletes alakváltozási vizsgálat mellőzését biztosító $(L/d)_{lim} > (L/d)$ teljesülése mellett.

4.0 A javasolt eljárás bemutatása

Vasbeton lemezek hajlítási méretezésének - kötött tervezés esetén - első lépése a nyomott betonöv magasságának meghatározása (x), a jól megbecsült, vagy az eddigi közelítő képletek által kiszámított és felvett dolgozó magasság (d) ismeretében. A nyomott betonöv magasságát megadó összefüggés a nyomatéki egyenletből vezethető le:

$$x = d - \sqrt{d^2 - \frac{2 \cdot m_{Ed}}{b \cdot f_{cd}}}$$

Fontos, hogy a dolgozó magasság a lehető legpontosabban legyen felvéve továbbá az, hogy a megválasztott dolgozó magasság - ami egyben a szerkezet tényleges vastagságát is definiálja - később a lehajlásokra vonatkozó $(L/d)_{\lim} > (L/d)$ kritériumnak is megfeleljen.

Vizsgáljuk most meg a nyomatéki egyenletet!

$$m_{Ed} \leq m_{Rd} = b \cdot x_0 \cdot f_{cd} \cdot \left(d - \frac{x_0}{2} \right)$$

Fenti alapösszefüggés - a törés pillanatában - tartalmazza a tervezett beton nyomószilárdságának tervezési értékét (f_{cd}), a vizsgált keresztmetszet szélességét (b), a nyomott betonöv magasságát (x) és a dolgozó magasságot (d). A tervezés alapjául szolgáló nyomaték tervezési értéke (m_{Ed}), a statikai váz (L) és a teherelrendezés (p_{Ed}) függvényében határozható meg.

Az MSZ EN 1992-1-1:2010 a lehajlások részletes számításának mellőzését biztosító összefüggésében, valamint a nyomatéki egyenletben a 6. táblázatban ismertetett mennyiségekkel dolgozik (6. táblázat):

Egyirányban teherviselő vasbeton lemez közelítő méretfelvétele

Írta: Ancsin Krisztián János, Horváth István

Debreceni Egyetem Műszaki Kar

2013. Debrecen

MSZ EN 1992-1-1:2010	Nyomatéki egyenlet
	$m_{Ed} (p_{Ed})$
ρ_0	b
ρ	x
f_{ck}	f_{cd}
L	L
d	d
K	K

6. táblázat: Az MSZ EN 1992-1-1:2010 lehajlás korlátozásokra vonatkozó összefüggésekben és a nyomatéki egyenletben szereplő paraméterek összehasonlítás

Látható, hogy mind a két, egymástól független összefüggésben valamilyen módon a támaszköz (L) és a dolgozó magasság (d) figyelembe van véve. Ebből az is sejthető, hogy a nyomatéki egyenlet megfelelő átalakításokkal d -re, majd később ismertetett módon (L/d) -re is rendezhető.

Vasbeton keresztmetszet törőnyomatéka a húzott acélbetétek súlyponti tengelyére felírt nyomatéki egyenlet alapján:

$$m_{Rd} = b \cdot x \cdot f_{cd} \cdot \left(d - \frac{x}{2} \right) \geq m_{Ed}$$

A nyomatéki egyenletből a dolgozó magasság kifejezhető:

$$m_{Ed} \leq b \cdot x \cdot f_{cd} \cdot \left(d - \frac{x}{2} \right)$$

$$m_{Ed} \leq b \cdot x \cdot f_{cd} \cdot d - b \cdot f_{cd} \cdot \frac{x^2}{2}$$

$$2 \cdot m_{Ed} \leq 2 \cdot b \cdot x \cdot f_{cd} \cdot d - b \cdot f_{cd} \cdot x^2$$

$$b \cdot f_{cd} \cdot x^2 + 2 \cdot m_{Ed} \leq 2 \cdot b \cdot x \cdot f_{cd} \cdot d$$

$$\frac{b \cdot f_{cd} \cdot x^2 + 2 \cdot m_{Ed}}{2 \cdot b \cdot x \cdot f_{cd}} \leq d$$

Tehát a dolgozó magasság (d) a nyomatéki egyenletből kifejezhető. Az egyenlet különböző ekvivalens átalakításokkal olyan alakra hozható, ahol a támaszköz/dolgozó magasság aránya (L/d) a húzott vasalási hányad függvényében (ρ) kifejezhető legyen:

Egyirányban teherviselő vasbeton lemez közelítő méretfelvétele

Írta: Ancsin Krisztián János, Horváth István

Debreceni Egyetem Műszaki Kar

2013. Debrecen

a nyomott öv magassága:

$$a_{s,req} = \frac{b \cdot x \cdot f_{cd}}{f_{yd}} \rightarrow x = \frac{a_{s,req} \cdot f_{yd}}{b \cdot f_{cd}}$$

a nyomatéki teherbírás biztosításához szükséges húzott vasalásra vonatkozó vashányad:

$$\rho = \frac{a_{s,req}}{b \cdot d} \rightarrow a_{s,req} = \rho \cdot b \cdot d$$

tehát a nyomott betonöv magassága felírható:

$$x = \frac{a_{s,req} \cdot f_{yd}}{b \cdot f_{cd}} = \frac{\rho \cdot b \cdot d \cdot f_{yd}}{b \cdot f_{cd}} = \rho \cdot d \cdot \frac{f_{yd}}{f_{cd}}$$

$$x = \rho \cdot d \cdot \frac{f_{yd}}{f_{cd}} \rightarrow \frac{x}{d} = \xi = \rho \cdot \frac{f_{yd}}{f_{cd}}$$

ezt visszahelyettesítve a nyomatéki egyenletbe:

$$b \cdot f_{cd} \cdot \left(\rho \cdot d \cdot \frac{f_{yd}}{f_{cd}} \right)^2 + 2 \cdot m_{Ed} \leq 2 \cdot b \cdot \rho \cdot d \cdot \frac{f_{yd}}{f_{cd}} \cdot f_{cd} \cdot d$$

Kéttámaszú tartót vizsgálva, ahol az MSZ EN 1992-1-1:2010 adta $(L/d)_{lim}$ -ben szereplő K értéke 1,0, továbbá a lemezekre jellemző egyenletesen megoszló terhet figyelembe véve (L/d) értéke kifejezhető:

$$b \cdot f_{cd} \cdot \left(\rho \cdot d \cdot \frac{f_{yd}}{f_{cd}} \right)^2 + 2 \cdot \frac{p_{Ed} \cdot L^2}{8} \leq 2 \cdot b \cdot \rho \cdot d \cdot \frac{f_{yd}}{f_{cd}} \cdot f_{cd} \cdot d$$

$$\frac{b \cdot \rho^2 \cdot d^2 \cdot f_{yd}^2}{f_{cd}} + \frac{p_{Ed} \cdot L^2}{4} \leq 2 \cdot b \cdot \rho \cdot f_{yd} \cdot d^2$$

$$4 \cdot b \cdot \rho^2 \cdot f_{yd}^2 \cdot d^2 + p_{Ed} \cdot L^2 \cdot f_{cd} \leq 8 \cdot b \cdot \rho \cdot f_{yd} \cdot f_{cd} \cdot d^2$$

$$p_{Ed} \cdot L^2 \cdot f_{cd} \leq (8 \cdot b \cdot \rho \cdot f_{yd} \cdot f_{cd} - 4 \cdot b \cdot \rho^2 \cdot f_{yd}^2) \cdot d^2$$

$$\left(\frac{L}{d} \right)^2 \leq \frac{8 \cdot b \cdot \rho \cdot f_{yd} \cdot f_{cd} - 4 \cdot b \cdot \rho^2 \cdot f_{yd}^2}{p_{Ed} \cdot f_{cd}}$$

Egyirányban teherviselő vasbeton lemez közelítő méretfelvétele

Írta: Ancsin Krisztián János, Horváth István

Debreceni Egyetem Műszaki Kar

2013. Debrecen

$$\left(\frac{L}{d}\right)^2 \leq \frac{2 \cdot \rho \cdot f_{yd} - \rho^2 \cdot \frac{f_{yd}^2}{f_{cd}}}{p_{Ed}} \cdot 4 \cdot b$$

tehát

$$\frac{L}{d} \leq \sqrt{\frac{2 \cdot \rho \cdot f_{yd} - \rho^2 \cdot \frac{f_{yd}^2}{f_{cd}}}{p_{Ed}} \cdot 4 \cdot b}$$

A támaszköz/dolgozó magasság arányára (L/d) egy olyan összefüggés vezethető le, ahol paraméterként a vasbeton keresztmetszet szélessége (b), a húzott vashányad (ρ), ill. a terhek tervezési értéke (p_{Ed}) szerepel, adott betonminőség mellett. Vasbeton lemezek tervezésénél $b=1000\text{mm}$, tehát ez a paraméter és a betonacél ismertnek tekinthető. A támaszköz (L) alatt az effektív tartószakaszt érthető (L_{eff}), azaz a nyomatéki nullpontok közötti távolságot, ami kéttámaszú tartó esetén az elméleti támaszköz, eltérő statikai vázak esetén pedig célszerű az MSZ EN 1992-1-1:2010 által javasolt $L_{eff}=L/K$ értékkel meghatározni. Tehát kéttámaszú tartótól eltérő statikai váz esetében a nyomaték nullpontok és a vizsgált nyílasközök aránya gyakorlatilag valamilyen K számmal szintén jellemezhető. Ez formailag a következőt jelenti:

$$\frac{L/K}{d} = \sqrt{\frac{2 \cdot \rho \cdot f_{yd} - \rho^2 \cdot \frac{f_{yd}^2}{f_{cd}}}{p_{Ed}} \cdot 4 \cdot b} \rightarrow \frac{L}{d} = K \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot \rho \cdot f_{yd} - \rho^2 \cdot \frac{f_{yd}^2}{f_{cd}}}{p_{Ed}} \cdot 4 \cdot b} \quad 2.a$$

Vizsgáljuk meg az összefüggésben szereplő p_{Ed} paramétert! Korábban definiálásra került, hogy a dolgozat kizárólag a teherbírási határállapot tartós és ideiglenes tervezési helyzetéhez tartozó hatáskombinációval foglalkozik. Egy közbenső födém tervezése esetén általában a hasznos terhen kívül nincs más esetleges hatás, tehát a hasznos teher önmagában domináns esetleges tehernek tekinthető, amelynek biztonsági tényezője a vizsgált hatáskombinációban $\gamma_Q=1,5$. A dolgozatban a magasépítésre jellemző „A” és „E” használati osztályok között található funkciók szerinti besorolásokat elemeztük. A szerkezet önsúlyának pedig $v=100 - 400\text{mm}$ -es födémvastagságok közötti értékeket vizsgáltunk. A rétegrend és az egyéb gépészeti elemek önsúlyát egyszerűsítési okokból kifolyólag egy átlagosnak mondható

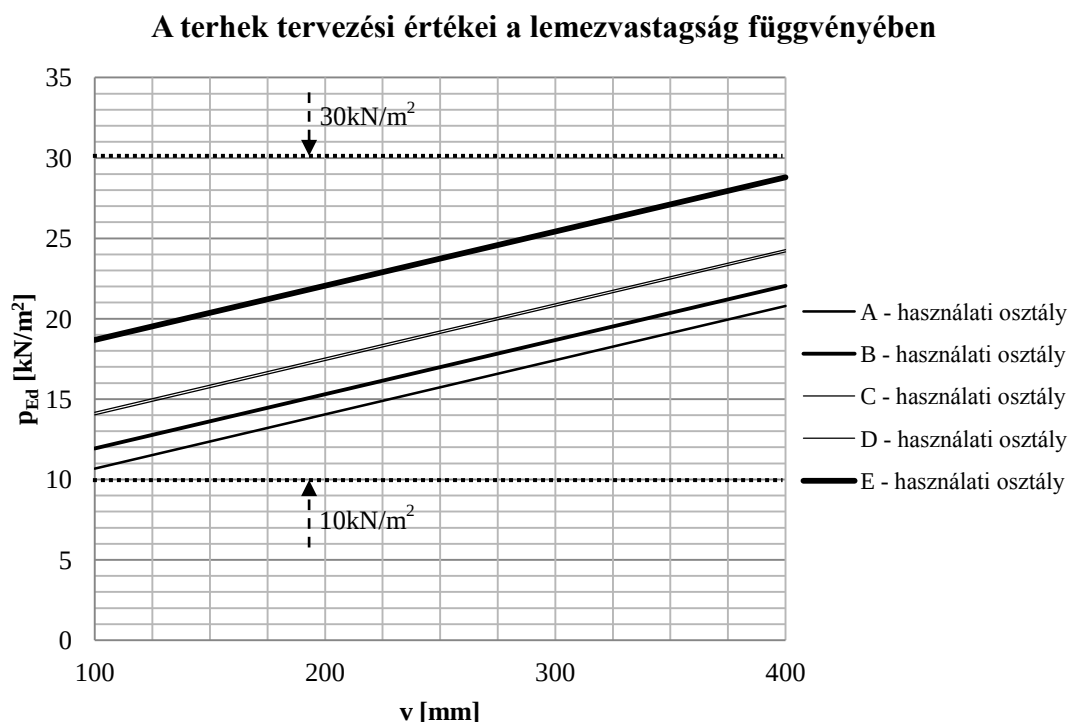
Egyirányban teherviselő vasbeton lemez közelítő méretfelvétele

Írta: Ancsin Krisztián János, Horváth István

Debreceni Egyetem Műszaki Kar

2013. Debrecen

3 kN/m²-es teherként vettük fel. Vasbeton térfogatsúlya $\gamma_k=25\text{kN/m}^3$. A képletben szereplő p_{Ed} paraméterre az egyes használati osztályok esetére 5 görbét sikerült előállítanunk a szerkezeti vastagság függvényében (6. ábra).



6. ábra: A terhek tervezési értékei teherbírasi határállapot tartós és ideiglenes tervezési helyzetéhez tartozó hatáskombinációban a lemezvastagság (v) függvényében.

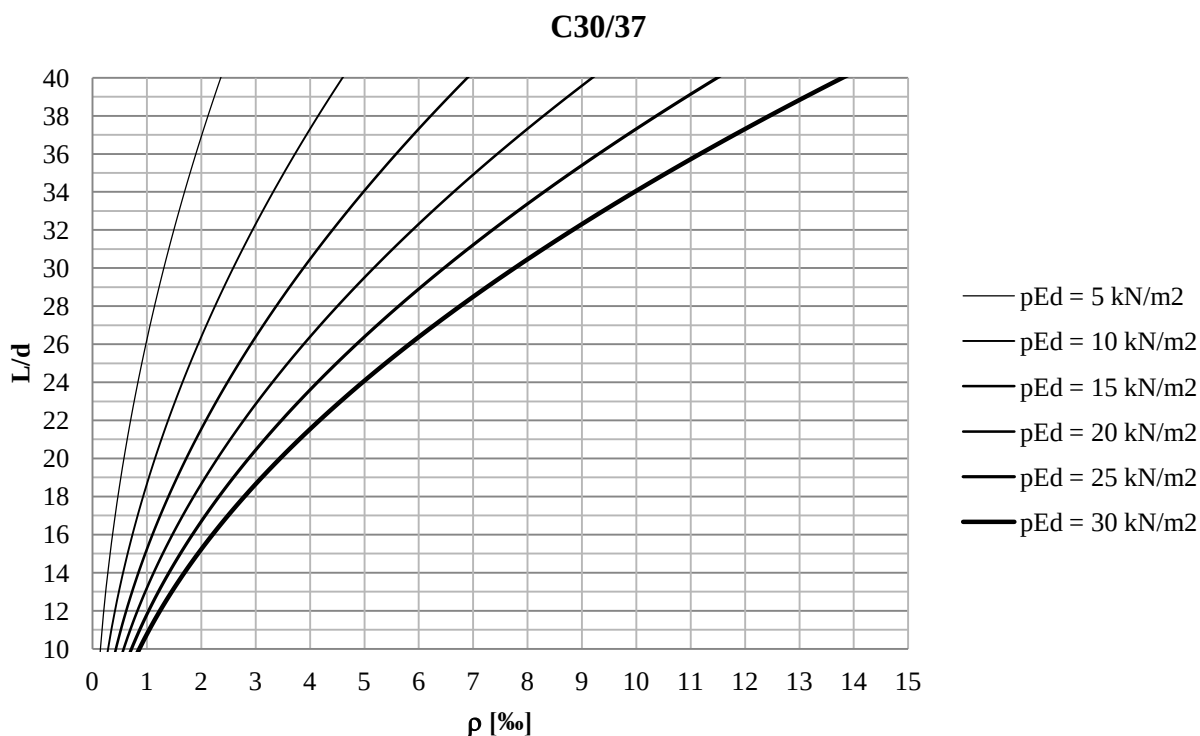
A grafikon (6. ábra) mutatja, hogy a teher tervezési értékei 10-30kN/m² értékek között mozognak. További vizsgálatok céljából a terhek tervezési értékére 6 különböző teherérték lett felvéve, számszerűen $5 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$ -től $30 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$ -ig, $5 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$ -es lépcsőkben. A korábban levezetésre került összefüggés (2.a) - adott beton szilárdsági osztály mellett - $b=1000\text{mm}$ széles lemezsávon, $f_{yk}=500\text{MPa}$ karakterisztikus folyáshatárú betonacélokra a lemezek hajlítási teherbírásához szükséges vashányad (ρ) függvényében ábrázolásra kerültek (7.ábra). A képletben szereplő p_{Ed} paraméterek az előzőekben taglaltak szerint lettek felvéve. A szerzők által javasolt összefüggés értékei a mellékletben tételesen megtekinthetők.

Egyirányban teherviselő vasbeton lemez közelítő méretfelvétele

Írta: Ancsin Krisztián János, Horváth István

Debreceni Egyetem Műszaki Kar

2013. Debrecen



7. ábra: (L/d) értékei p_{Ed} paraméterek figyelembe vételével ρ függvényében

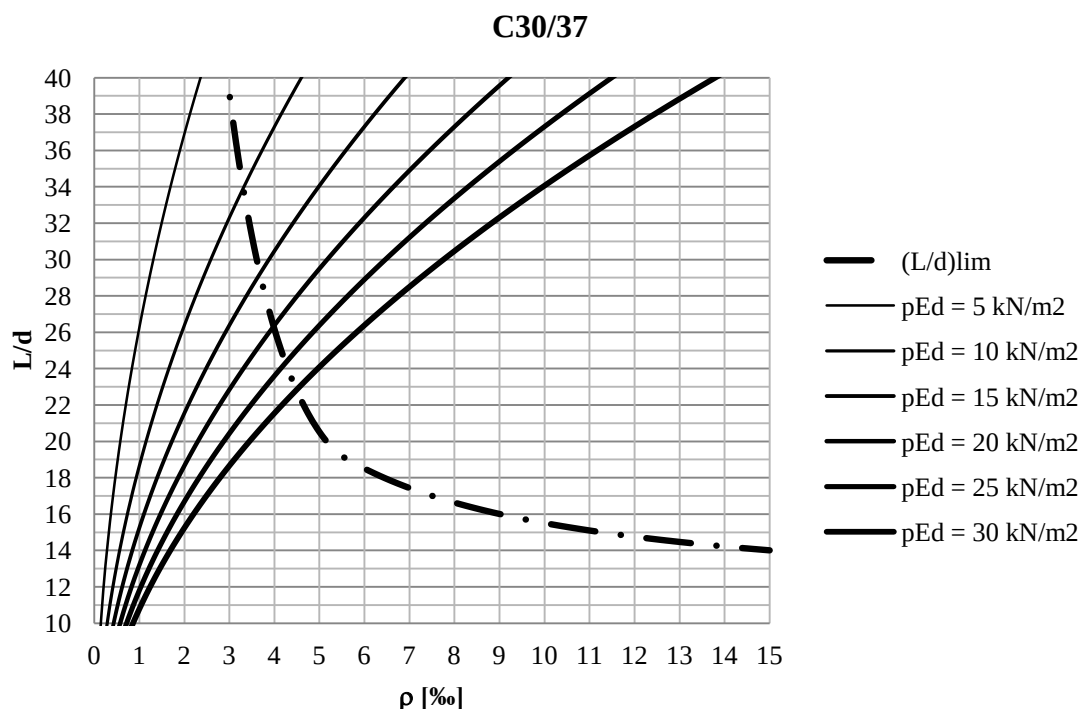
Az MSZ EN 1992-1-1:2010 szabvány a lehajlások részletes számításának mellőzésére vonatkozó összefüggése (L/d) értékeit a nyomatéki teherbíráshoz szükséges vashányad függvényében vizsgálja. A dolgozatban levezetésre került összefüggés (L/d) értékei szintén ρ függvényében adnak értékeket. Tehát a két függvény ugyanabban a koordináta-rendszerben ábrázolható (8. ábra).

Egyirányban teherviselő vasbeton lemez közelítő méretfelvétele

Írta: Ancsin Krisztián János, Horváth István

Debreceni Egyetem Műszaki Kar

2013. Debrecen



8. ábra: A szerzők által levezetett (22. o./ 2.a) illetve a szabványban szereplő (10. o./ 1.a-b) összefüggések összehasonlítása

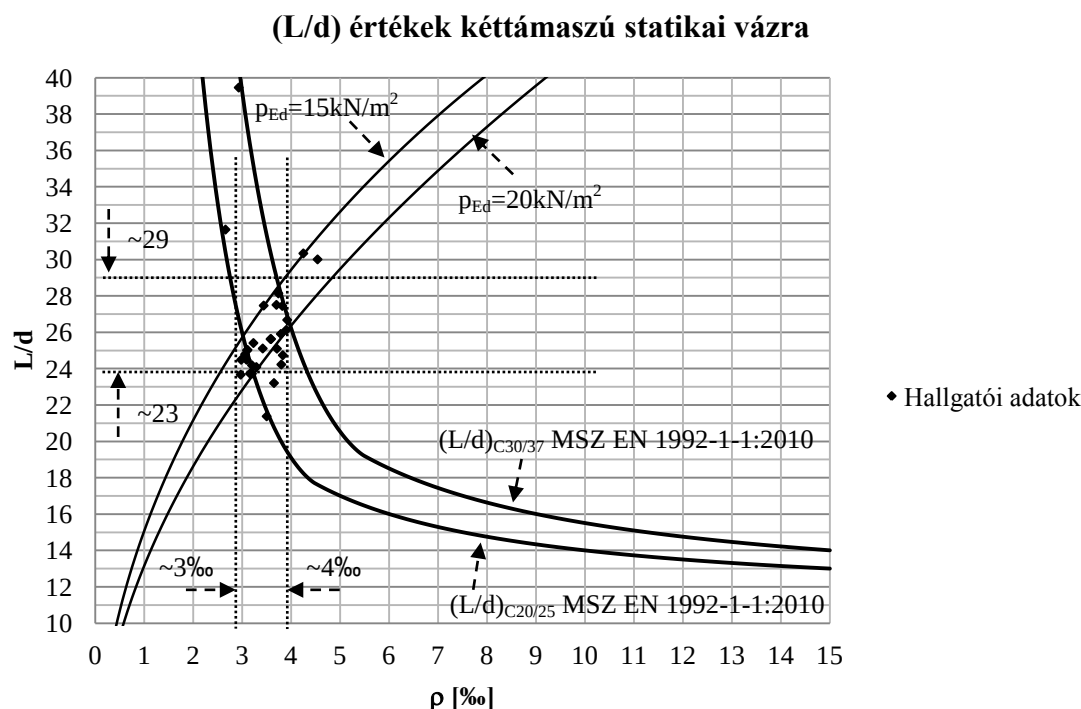
A grafikonok mutatják, hogy adott teherszintre maximálisan mekkora vashányaddal vasalható be a szerkezet úgy, hogy az MSZ EN 1992-1-1:2010 szabvány a lehajlások részletes számításának mellőzésére vonatkozó összefüggésére még megfeleljen. A hallgatói adatok feldolgozását követően megállapítható, hogy a terhek tervezési értékei $15\text{-}20\text{ kN/m}^2$ közötti értékeket vettek fel. A szerzők által levezetésre került összefüggés $p_{Ed}=15\text{ kN/m}^2$ és $p_{Ed}=20\text{ kN/m}^2$ paraméterek mellett, az MSZ EN 1992-1-1:2010 szabvány lehajlások részletes számításának mellőzésére vonatkozó összefüggése - adott betonszilárdsági osztály mellett -, valamint a hallgatói adatok egy diagramon ábrázolhatóak (9. ábra).

Egyirányban teherviselő vasbeton lemez közelítő méretfelvétele

Írta: Ancsin Krisztián János, Horváth István

Debreceni Egyetem Műszaki Kar

2013. Debrecen



9. ábra: A hallgatói adatok, a szerzők által kidolgozott (2.a) valamint a szabvány szerinti összefüggés összehasonlítása (1.a-b)

A vizsgált teherszintek közötti tartományban a hallgatói adatok egyezést mutatnak a szerzők által javasolt összefüggéssel.

A 8. ábra alapján az MSZ EN 1992-1-1:2010 szabvány a lehajlások részletes számításának mellőzésére vonatkozó, valamint a dolgozatban levezetett összefüggés grafikonjai metszéspontokat eredményeznek. Ez a megállapítás formailag a következő egyenletet elégíti ki:

$$\sqrt{\frac{2 \cdot \rho \cdot f_{yd} - \rho^2 \cdot \frac{f_{yd}^2}{f_{cd}}}{p_{Ed}}} \cdot 4 \cdot b = \left\{ \begin{array}{l} \left[11 + 1,5 \cdot \sqrt{f_{ck}} \cdot \frac{\rho_0}{\rho} + 3,2 \cdot \sqrt{f_{ck}} \cdot \left(\frac{\rho_0}{\rho} - 1 \right)^{\frac{3}{2}} \right], \text{ ha } \rho \leq \rho_0 \\ \left[11 + 1,5 \cdot \sqrt{f_{ck}} \cdot \frac{\rho_0}{\rho} \right], \text{ ha } \rho > \rho_0 \end{array} \right\}$$

Algebrailag igen nehezen oldható meg ez az egyenlet, továbbá a mindennapi használatra való tekintettel a szerzők nem vállalkoztak ennek levezetésére, helyette grafikus úton történő leolvasás eredményeit közölték az alábbi táblázatban (7. táblázat).

Egyirányban teherviselő vasbeton lemez közelítő méretfelvétele

Írta: Ancsin Krisztián János, Horváth István

Debreceni Egyetem Műszaki Kar

2013. Debrecen

	C20/25		C25/30		C30/37	
p_{Ed}	$(L/d)_{lim}$	ρ_{max}	$(L/d)_{lim}$	ρ_{max}	$(L/d)_{lim}$	ρ_{max}
[kN/m ²]		[‰]		[‰]		[‰]
5	38,70	2,20	40,00	2,50	40,00	2,94
10	30,00	2,70	31,80	3,00	34,00	3,30
15	25,80	3,00	27,30	3,40	29,20	3,70
20	23,20	3,30	24,70	3,70	26,20	4,00
25	21,50	3,50	23,80	3,90	24,20	4,25
30	20,20	3,75	21,30	4,20	22,80	4,50

7. táblázat: A szerzők által javasolt összefüggés és a szabvány által közölt, az (L/d) -re vonatkozó grafikonok metszéspontjai, eltérő terhekre vizsgálva

5.0 Szemléltetés egy példafeladaton keresztül

Kiindulási adatok:

Tervezzük meg egy irodaépület közbelső monolit vasbeton födémét, az alábbi paraméterek ismeretében. A kisebbik nyílásköz 6,3m (f_x) a nagyobbik nyílásköz (f_y) pedig 14,0m hosszú. A lemez 38cm vastag falazaton fekszik fel 20cm (f_f) vastagságban. A lemezperemek egyben a koszorúk is, melyek előtt 180mm vastag hőszigetelés készül. Tervezett betonminőség C20/25, a kitételi osztály pedig X0v(H), melyben az adalékanyag legnagyobb szemnagysága 16mm (d_{max}), az alkalmazott cement CEM 42,5 osztályú, valamint a tervezett konzisztencia F3 osztályú. A lemez vasalását B500A minőségű acélbetétekkel alakítjuk ki.

A beton jelölése: C20/25 – X0v(H) – 16 – F3 (450±30 mm) – CEM 42,5 – MSZ 4798-1: 2004

5.1 MSZ EN 1992-1-1:2010 szabvány szerinti tervezés

A tervezési folyamatot, továbbá az iterációs lépéseket az alábbi táblázat foglalja össze (8. táblázat). A számítás részletes menete a mellékletben megtalálható.

Felhasznált összefüggések:

$$d = v - (C_{nom} + \emptyset_s); \quad x = d - \sqrt{d^2 - \frac{2 \cdot m_{Ed}}{b \cdot f_{cd}}}; \quad a_{s,req} = \frac{b \cdot x \cdot f_{cd}}{f_{yd}}; \quad x_f = \frac{a_{s,prov} \cdot f_{yd}}{b \cdot f_{cd}}; \quad \xi = \frac{x_f}{d};$$

$$m_{Rd} = b \cdot x \cdot f_{cd} \cdot \left(d - \frac{x}{2}\right); \quad \rho_0 = \sqrt{f_{ck}} \cdot 10^{-3}; \quad \rho = \frac{a_{s,req}}{b \cdot d};$$

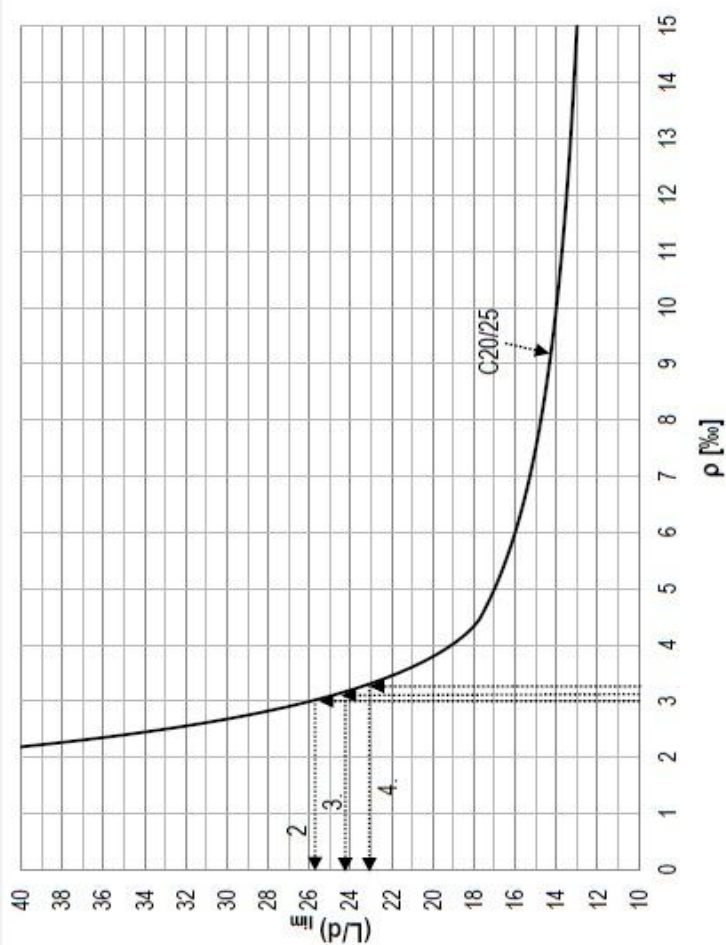
$$\left(\frac{L}{d}\right)_{lim} = \frac{500}{f_{yk}} \cdot \frac{a_{s,prov}}{a_{s,req}} \cdot K \cdot \left[1 + 1,5 \cdot \sqrt{f_{ck}} \cdot \frac{\rho_0}{\rho} + 3,2 \cdot \sqrt{f_{ck}} \cdot \left(\frac{\rho_0}{\rho} - 1\right)^{\frac{3}{2}} \right]$$

Egyirányban teherviselő vasbeton lemez közelítő méretfelvétele

Írta: Ancsin Krisztián János, Horváth István

Debreceeni Egyetem Műszaki Kar

2013. Debrecen



Keresztmetszeti gazdaságos kialakítása MSZ EN 1992-1-1:2010 7.4.2 Fejezet 121. o. alapján																		
Iteráció	L [m]	ρ_{felt} [‰]	$(L/d)_{\text{lim}}$ [-]	v [mm]	P_{Ed} [kN/m ²]	m_{Ed} [kNm/m]	d [mm]	x [mm]	$a_{s,\text{req}}$ [mm ² /m]	$\rho = A_{s,\text{req}}/b \cdot d$ [‰]	$a_{s,\text{prov}}$ [mm ² /m]	d_{eff} [mm]	x_f [mm]	ξ [-]	m_{Rd} [kNm/m]	$m_{\text{Ed}}/m_{\text{Rd}}$ [%]	$(L/d)_{\text{lim}}$ [-]	(L/d) [-]
1.	6,50	5,00	20,00	360	19,36	102,26	329	24,20	742	2,255	Ø12/150 (754)	329	24,60	0,07	103,87	98	38,89	19,76
2.	6,50	3,00	25,92	290	17,12	90,43	259	27,66	848	3,274	Ø12/130 (870)	259	28,38	0,11	92,65	98	23,94	25,10
3.	6,50	3,30	23,12	320	18,14	95,78	289	26,03	798	2,760	Ø12/140 (808)	289	26,36	0,09	96,95	99	29,23	22,49
4.	6,50	3,15	24,42	300	17,46	92,21	269	27,07	830	3,085	Ø12/130 (870)	269	28,38	0,11	96,43	96	26,26	24,16

8. táblázat: Keresztmetszet gazdaságos kialakítása MSZ EN 1992-1-1:2010 szerint

Egyirányban teherviselő vasbeton lemez közelítő méretfelvétele

Írta: Ancsin Krisztián János, Horváth István

Debreceni Egyetem Műszaki Kar

2013. Debrecen

5.2 A szerzők által javasolt elv szerinti tervezés

A kiindulási és a geometriai adatok ugyanazok, csak a változó adatok kerülnek bemutatásra. A teher becsült tervezési értéke $17,00 \text{ kN/m}^2$. A 9. táblázatban szereplő értékek közzé beinterpolálva:

	C20/25	
p_{Ed}	$(L/d)_{lim}$	ρ_{max}
[kN/m²]		[‰]
15	25,80	3,00
17	24,46	3,12
20	23,20	3,30

9. táblázat: A szerzők által javasolt értékek

A dolgozó magasság:

$$\frac{6500}{d} \approx 24,46 \rightarrow d \approx 266 \text{ mm}$$

A lemez vastagsága:

$$v = 266 + \frac{12}{2} + 25 = 297 \text{ mm} \rightarrow 300 \text{ mm}$$

A monolit vasbeton lemez önsúlya: $g_{lem} = 0,30 \text{ m} \cdot 25 \text{ kN/m}^3 = 7,50 \text{ kN/m}^2$

Egy átlagos rétegrend önsúlya: $g_{rtg} \approx 2,0 \text{ kN/m}^2$

Épületgépészeti és villamossági berendezések terhe: $g_l \approx 0,1 \text{ kN/m}^2$

Födémkonstrukció terhe összesen: $g_{inf} = g_{lem} + g_{rtg} = 7,50 + 2,0 = 9,50 \text{ kN/m}^2$

Az önsúly karakterisztikus értéke: $g_{sup} = g_{lem} + g_{rtg} + g_l = 7,50 + 2,0 + 0,1 = 9,60 \text{ kN/m}^2$

Tartós és ideiglenes tervezési helyzethez tartozó teherkombináció teherbírasi határállapotban:

$$\sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} G_{k,j} + \gamma_{Q,1} Q_{k,1} + \sum_{i \geq 2} \gamma_{Q,i} \psi_{0,i} Q_{k,i}$$

$$p_{Ed} = 1,35 \cdot 9,60 + 1,5 \cdot 3,0 = 17,46 \text{ kN/m}^2 \approx 17,00 \text{ kN/m}^2$$

Vizsgálat teherbírasi határállapotban:

A lemez mezőnyomaték tervezési értéke:

Egyirányban teherviselő vasbeton lemez közelítő méretfelvétele

Írta: Ancsin Krisztián János, Horváth István

Debreceni Egyetem Műszaki Kar

2013. Debrecen

$$m_{Ed} = \frac{p_{Ed} \cdot L^2}{8} = \frac{17,46 \cdot 6,50^2}{8} = 92,21 \text{ kNm/m}$$

Mezővasalás tervezése és ellenőrzése:

A lemez dolgozó magasságának meghatározása:

$$d = v - (C_{nom} + \phi_s) = 300 - \left(25 + \frac{12}{2}\right) = 269 \text{ mm}$$

A lemez nyomott övének kihasználtságához tartozó hajlítónyomaték:

$$\begin{aligned} m_{Rd0} &= b \cdot x_0 \cdot d \cdot f_{cd} \cdot \left(d - \frac{x_0}{2}\right) = b \cdot d^2 \cdot f_{cd} \cdot \xi_0 \cdot \left(1 - \frac{\xi_0}{2}\right) = \\ &= 1000 \cdot 269^2 \cdot 13,33 \cdot 0,49 \cdot \left(1 - \frac{0,49}{2}\right) = 356,84 \text{ kNm/m} \end{aligned}$$

$$m_{Ed} = 92,21 \text{ kNm/m} < m_{Rd0} = 356,84 \text{ kNm/m}$$

Tehát a keresztmetszet bevasalható!

A lemez nyomott öve a nyomatéki egyenlet alapján:

$$x = d - \sqrt{d^2 - \frac{2 \cdot m_{Ed}}{b \cdot f_{cd}}} = 269 - \sqrt{269^2 - \frac{2 \cdot 92,21 \cdot 10^6}{1000 \cdot 13,33}} = 27,07 \text{ mm}$$

A mezőben szükséges húzott acélbetétek keresztmetszeti területe az acélbetétek képlékeny állapotát feltételező vetületi egyenlet alapján:

$$a_{s,req} = \frac{b \cdot x \cdot f_{cd}}{f_{yd}} = \frac{1000 \cdot 27,07 \cdot 13,33}{435} = 830 \text{ mm}^2/\text{m}$$

A mezőben szükséges húzott acélbetétek keresztmetszeti területe az acélbetétek képlékeny állapotát feltételező vetületi egyenlet alapján:

$$\frac{1000}{a_{s,req}} \cdot \frac{\phi^2 \cdot \pi}{4} = \frac{1000}{830} \cdot \frac{14^2 \cdot \pi}{4} = 186 \text{ mm} \rightarrow a_{s,prov} = \phi 14/180 (855 \text{ mm}^2/\text{m})$$

$$\frac{1000}{a_{s,req}} \cdot \frac{\phi^2 \cdot \pi}{4} = \frac{1000}{830} \cdot \frac{12^2 \cdot \pi}{4} = 136 \text{ mm} \rightarrow a_{s,prov} = \phi 12/130 (870 \text{ mm}^2/\text{m})$$

$$\frac{1000}{a_{s,req}} \cdot \frac{\phi^2 \cdot \pi}{4} = \frac{1000}{830} \cdot \frac{10^2 \cdot \pi}{4} = 94 \text{ mm} \rightarrow a_{s,prov} = \phi 10/90 (873 \text{ mm}^2/\text{m})$$

Alkalmazzunk Ø12/130-as mezővasalást!

Egyirányban teherviselő vasbeton lemez közelítő méretfelvétele

Írta: Ancsin Krisztián János, Horváth István

Debreceni Egyetem Műszaki Kar

2013. Debrecen

Ellenőrzés:

Az alkalmazott vasalással a nyomott öv magassága a tönkremenetel pillanatában:

$$x_f = \frac{a_{a,prov} \cdot f_{yd}}{b \cdot f_{cd}} = \frac{870 \cdot 435}{1000 \cdot 13,33} = 28,38 \text{ mm}$$

A nyomott beton öv relatív magassága a tönkremenetelkor ($d = 269 \text{ mm}$)

$$\xi = \frac{x_f}{d} = \frac{28,38}{269} = 0,11 < \xi_0 = \frac{560}{f_{yd} + 700} = \frac{560}{435 + 700} = 0,49$$

Tehát a húzott acélbetétek valóban képlékeny állapotban vannak!

A keresztmetszet törőnyomatéka:

$$m_{Rd} = b \cdot x \cdot f_{cd} \cdot \left(d - \frac{x}{2} \right) = 1000 \cdot 28,38 \cdot 13,33 \cdot \left(269 - \frac{28,38}{2} \right) = 96,43 \text{ kNm/m}$$

$$m_{Ed} = 92,21 \text{ kNm/m} < m_{Rd} = 96,43 \text{ kNm/m}$$

A keresztmetszet teherbírása megfelelő, teherbírási tartalék ~4%!

Ellenőrizzük az acélbetétek megnyúlását! A húzott acélbetétekben számítható fajlagos alakváltozás törési állapotban:

$$\frac{\epsilon_{cu3}}{1,25 \cdot x_f} = \frac{\epsilon_s}{d - 1,25 \cdot x_f} \rightarrow \epsilon_s = \epsilon_{cu3} \cdot \frac{d - 1,25 \cdot x_f}{1,25 \cdot x_f} = 3,50\text{‰} \cdot \frac{269 - 1,25 \cdot 28,38}{1,25 \cdot 28,38} = 23,04\text{‰}$$

$$\epsilon_s = 23,04\text{‰} < \epsilon_{cu} = 25\text{‰}$$

A nyomott beton öv szélső szálában számítható fajlagos összenyomódás az acélbetétek elszakadásakor:

$$\frac{\epsilon_c}{1,25 \cdot x_f} = \frac{\epsilon_{su}}{d - 1,25 \cdot x_f} \rightarrow \epsilon_c = \epsilon_{su} \cdot \frac{1,25 \cdot x_f}{d - 1,25 \cdot x_f} = 25\text{‰} \cdot \frac{1,25 \cdot 28,38}{269 - 1,25 \cdot 28,38} = 3,80\text{‰}$$

$$\epsilon_c = 3,82\text{‰} > \epsilon_{cu} = 3,50\text{‰}$$

Tehát a keresztmetszet tönkremenetelét a nyomott betonöv kimerülése okozza!

Szerkesztési szabályok ellenőrzése:

A minimális vasmennyiség:

$$a_{s,min} = \max \left\{ 0,26 \cdot \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} \cdot b \cdot d \right\} = \max \left\{ 0,26 \cdot \frac{2,20}{500} \cdot 1000 \cdot 269 = 308 \right\} = 350 \text{ mm}^2/\text{m} < a_{s,prov} = 870 \text{ mm}^2/\text{m}$$
$$\left\{ 0,0013 \cdot b \cdot d \right\} = 350$$

Tehát a keresztmetszet a minimális vasalás szempontjából megfelel!

Egyirányban teherviselő vasbeton lemez közelítő méretfelvétele

Írta: Ancsin Krisztián János, Horváth István

Debreceni Egyetem Műszaki Kar

2013. Debrecen

A javasolt maximális acélbetét távolság a legnagyobb nyomaték környezetében elhelyezett acélbetétekre vonatkozó korlát szempontjából:

$$s_{\max, \text{slab}} = \min \left\{ \frac{2 \cdot h}{250 \text{mm}} \right\} = \min \left\{ \frac{2 \cdot 300}{250 \text{mm}} = \frac{600 \text{mm}}{250 \text{mm}} \right\} = 250 \text{ mm}$$

$$s = 130 \text{mm} < s_{\max, \text{slab}} = 250 \text{mm}$$

Tehát az acélbetét-távolság a szerkesztési szabályoknak megfelel!

Vizsgálat használhatósági határállapotban - Lehajlás vizsgálat:

Közelítő alakváltozás vizsgálat a 2.0 pontban ismertettek alapján:

$$\rho_0 = \sqrt{f_{ck}} \cdot 10^{-3} = \sqrt{20} \cdot 10^{-3} = 4,47 \cdot 10^{-3}$$

$$\rho = \frac{a_{s, \text{req}}}{b \cdot d} = \frac{830}{1000 \cdot 269} = 3,085 \cdot 10^{-3} \approx 3,120 \cdot 10^{-3}$$

$$\rho_0 = 4,47 \cdot 10^{-3} > \rho = 3,085 \cdot 10^{-3}$$

$$\left(\frac{L}{d} \right)_{\text{lim}} = \frac{500}{f_{yk}} \cdot \frac{a_{s, \text{prov}}}{a_{s, \text{req}}} \cdot K \cdot \left[11 + 1,5 \cdot \sqrt{f_{ck}} \cdot \frac{\rho_0}{\rho} + 3,2 \cdot \sqrt{f_{ck}} \cdot \left(\frac{\rho_0}{\rho} - 1 \right)^{\frac{3}{2}} \right]$$

$$\left(\frac{L}{d} \right)_{\text{lim}} = \frac{500}{500} \cdot \frac{870}{830} \cdot 1,0 \cdot \left[11 + 1,5 \cdot \sqrt{20} \cdot \frac{4,47}{3,085} + 3,2 \cdot \sqrt{20} \cdot \left(\frac{4,47}{3,085} - 1 \right)^{\frac{3}{2}} \right] = 26,26$$

$$\frac{L}{d} = \frac{6500}{269} = 24,16 \approx 24,46$$

$$\left(\frac{L}{d} \right)_{\text{lim}} = 26,26 > \frac{L}{d} = 24,16$$

A lemez lehajlása közelítő vizsgálattal megfelel!

6.0 Megállapítások:

1. Az MSZ EN 1992-1-1:2010 szabvány használhatósági határállapotban az alakváltozások vizsgálatára a lehajlások részletes számítását, továbbá az annak mellőzését biztosító összefüggést ismerteti.
2. A lehajlás részletes számításának mellőzésére adott javaslat a keresztmetszet karcsúságát a nyomaték felvételéhez szükséges vashányad függvényében adja meg.
3. Ez az összefüggés a szerkezeti vastagság megválasztásának alapjául szolgálhat. A képletben szereplő paraméterek azonban csak az erőtan mértevezést követően válnak ismertté.
4. A szerzők javaslatot adnak egy lehetséges méretfelvételi eljárásra, mely a nyomatéki egyenlet, valamint az MSZ EN 1992-1-1:2010 szabvány által megadott összefüggéseken alapul.
5. A módszert a szerzők a DE MK építőmérnök szakos hallgatói által készített házi feladatok nagyszámú eredményei alapján igazolták.
6. A szerzők által kidolgozott javaslat lehetőséget ad különböző statikai vázakkal rendelkező, eltérő szerkezetek vizsgálatára is (kétirányban teherviselő lemez, síklemez, gerenda, fejlemezzel együttdolgozó gerenda). Ezt a későbbiekben szakdolgozat formájában tárgyalják.

7.0 Hivatkozások

Kollár Lajos – Paládi-Kovács Ádám;

Közelítő számítások, méretfelvétel, Bp.: Műegyetem Kiadó, 2006

MSZ EN 1992-1-1:2010, Eurocode 2: Betonszerkezetek tervezése

MSZ 15022-7:1986, Vasbetonszerkezetek, 1986

MSZ 4798-1-2004, Beton

CEB-FIB Model Code 1990

BS 8110-1:1997, Structural use of concrete

Canadian Code CSA A23.3 -94, Anchor bolt design, 1996

ACI 318-92: Building Code Requirements for Reinforced concrete, 1992

NS 3473.E: Concrete structures - Design and detailing rules, 2004

BS DD ENV 1992-1-1:1992

DIN 1045-1:2008-08, Tragwerke aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton

Professor J.A. Wium:

Deflections of Reinforced Concrete Flat Slabs, Date of Award: March 2010

http://scholar.sun.ac.za/bitstream/handle/10019.1/2389/01_Eigelaar,%20E.M.pdf

Prof. Dr.-Ing. Alfons Goris:

Beitrag zur Verformungsberechnung im Stahlbetonbau mit kritischer Bewertung bestehender Regelungen

<http://d-nb.info/1013084306/34>