

Debreceni Egyetem

Műszaki Kar
Építőmérnöki tanszék



Szimmetrikus kétnyílású vasbeton faltartók vizsgálata rácsmodell alkalmazásával

Készítette: **Dubovinszky Ádám** építőmérnök hallgató
Zimány Zoltán építőmérnök hallgató

Belső konzulens: Dr. Kovács Imre
Tanszékvezető: Dr. Kovács Imre

Debrecen
2013.
Tartalomjegyzék

Bevezetés.....	2
1.0 Témafelvetés.....	2
2.0 Tartószerkezetekről általában	2
2.1 Felületszerkezetek.....	3
2.1.1 Sík felületű tartók	4
2.1.2 Görbült felületű tartók	4
3.0 Rugalmasságtan elméletéről általában	5
4.0 Vasbeton falak, faltartók, merevítő falak	6
5.0 Rácsmodell bevezetése	9
5.1 A modellalkotás általános elvei	10
5.2 Rúdszerkezetek rácsmodelljei	14
5.3 Feszültségfolyamok alakulása	19
6.0 Szerkezeti analízis	21
6.1 A peremfeltételek problematikája.....	21
6.2 Rácsmodellek megoldása.....	23
6.3 Eredmények összefoglalása	27
7.0 Konklúzió	34
8.0 Jelmagyarázat	37
9.0 Függelék	39
Köszönetnyilvánítás	
Irodalomjegyzék.....	
Ábrajegyzék	

Bevezetés

A magasépítés az épületek szerkezeteinek létrehozására irányuló komplex téralkotó tevékenység, amely a tudomány, a művészet és a technika eszközeit együttesen használva alkot egészet.

Napjaink technológiai fejlődésének köszönhetően egyre inkább előtérbe kerül az acélszerkezetek szerepe. Szem előtt kell tartanunk viszont a gazdaságosságot, mint a tervezés egyik legfőbb szempontját, valamint azt, hogy az acél egyes környezeti hatásoknak nem tud ellenállni. Ilyen esetekben kell kihasználnunk a vasbetonszerkezetek nyújtotta lehetőségeket.

A magasépítési vasbetonszerkezetek egyesítik a betonacélok húzószilárdságát a beton nyomószilárdságával, illetve kihasználják a beton környezeti hatásokkal szembeni kiváló ellenálló képességét. A gazdaságosságot, valamint a két anyag megfelelő együttlétezését figyelembe véve gondosan megtervezett vasvezetést és keresztmetszeti kialakítást kell létrehoznunk, melyre több számítási módszer és eljárás is alkalmazható.

1.0 Témafelvetés

TDK dolgozatunk témája a rácselmélet alkalmazása, amely egyike a lehetséges vasvezetés kialakítási módszereknek. Az elmélet alkalmazhatóságának létjogosultságát vasbeton falak, faltartók és merevítő falak vizsgálatán keresztül végezzük. Mivel a magyar szakirodalom a témakört visszafogottan tárgyalja, így kutatásunk során sorra vettük a kapcsolódó nemzetközi szakirodalmakat és szabványokat.

Kutatómunkánk során egyrészt azt vizsgáljuk meg, hogy az említett szabványok és szakirodalmak között milyen mértékű eltérések fedezhetők fel, valamint e különbségek milyen mértékű eltérést okoznak mind a vasmennyiség, mind a keresztmetszet kialakításával kapcsolatban, másodsorban a rácsmodell kialakításának, felvételének lehetőségét elemezzük e szempontok szem előtt tartásával.

2.0 Tartószerkezetekről általában

A tartószerkezeteket geometriájuk alapján három fő csoportba (rudak és gerendák, felületi tartók, tömbök) sorolhatjuk.

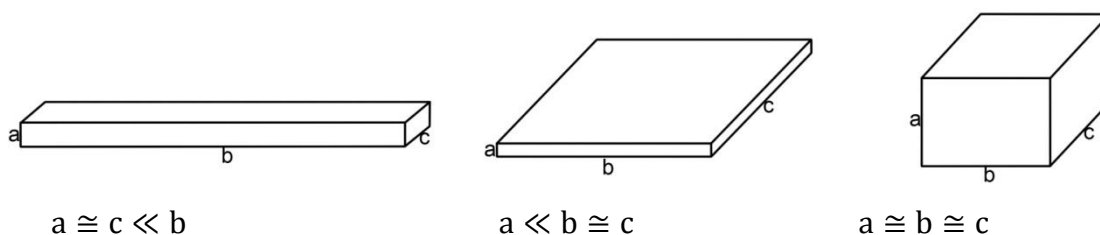
Rudakról és gerendákról akkor beszélhetünk, ha két fő méretük a harmadikhoz viszonyítva kicsiny. Ezek az úgynevezett egydimenziós szerkezetek. A rudat általában tengelyvonalával szokás ábrázolni (a keresztmetszetek súlypontjait összekötő vonal), amely lehet egyenes vagy görbe. A rúdelemekből összeállított tartókat nevezzük gerenda- vagy

rúdszerkezeteknek, melyek erőjátékának vizsgálatához az esetek többségében elegendő a rúdtengelyre merőleges metszetekben fellépő feszültségek és igénybevételek meghatározása (1. ábra)[1].

A felülettartók vagy más néven kétdimenziós szerkezetek esetén a két fő méretéhez viszonyítva a harmadik kicsiny. Középfelületüket a vastagsági méret felezőpontjai adják, amelyek sík vagy görbült felületet határozhatnak meg. Ezen középfelület bármely pontjának meghatározásához két koordinátát kell megadni. A koordináták által meghatározott pontban térbeli, speciális esetben síkbeli feszültségi, illetve igénybevételi állapot uralkodhat (1. ábra)[1].

Tömbnek, vagy háromdimenziós szerkezetnek pedig azokat a tartószerkezeteket nevezzük, amelyeknél mind a három méret közel azonos nagyságrendű. Ezen szerkezetekben térbeli feszültségi állapot uralkodik (1. ábra)[1].

A technológia fejlődése során a felületi tartók egyre nagyobb szerephez jutottak. A legelső felületi tartószerkezetek az egyirányban teherviselő vasbeton lemez volt, majd ezt követően jelent meg a kétirányban teherviselő lemez. További fejlődést jelentett a lemezművek alkalmazása, valamint a héjszerkezetek alkalmazása [1].



1. ábra: Tartószerkezetek alaptípusai

(Szerkesztett ábra, forrás:[1])

2.1 Felületszerkezetek

A felületszerkezetek pontos vizsgálatához alakjuk szerint további két csoportba kell sorolnunk a tartószerkezeteket. Sík felületű tartóknak a sík felületekből összeállítható tárcsákat, lemezeket, lemezműveket nevezzük, míg görbült felületű tartóknak az egyszer görbült, és kétszer görbült szerkezeteket, más néven héjakat nevezzük.

Mivel a felületi tartók kétdimenziósak, számításuk lényegesen összetettebb, mint a rúdszerkezeteké. Mivel a felületszerkezetek bármely pontján általában térbeli feszültségállapot uralkodik, a gyakorlatban sok esetben síkbeli problémává egyszerűsítik. A feszültségek meghatározására a rugalmasságtan szolgál mindaddig, míg a terhek

növekedésével a szerkezet egyes elemei képlékeny állapotba nem kerülnek. Ilyen esetekben képlékeny elven végezzük el a számításokat, és a törőteher intenzitását a törési elmélet alapján határozzuk meg [1].

2.1.1 Sík felületű tartók

Tárcsáknak nevezzük azokat sík felületű tartószerkezeteket, amelyekben a középfelület síkjában működnek a terhelőerők. Kialakul az úgynevezett tárcsahatás, melynek során a síkjukban működő belső erők felveszik, majd áthárítják a terheket. A tárcsák alakja lehet szabályos (négyyszög, kör), illetve szabálytalan alakú is, így megtámasztásuk is igen sokféle. Beszélhetünk vonal mentén megtámasztott, vonal mentén befogott, szabadszélű, illetve pontonként megtámasztott tárcsákról [1].

Lemezeknek nevezzük azokat a sík felületű tartókat, amelyekben a terhelőerők a középfelületre merőlegesen működnek. A terheket hajlítás és az úgynevezett lemezhatás útján veszik fel, és adják át. Lemezek geometriája igazán sokrétű lehet. Beszélhetünk három-, négy- illetve sokszög lemezekről, valamint kör és körgyűrű alapú lemezekről. A lemezek megtámasztása hasonlóan a tárcsákhoz, számos alternatívát kínál. Megtámaszthatók vonal mentén vagy pontszerűen, illetve a megtámasztás lehet szabadon elforduló, befogott, egyes esetekben pedig megtámasztás nélküli oldalakról is beszélhetünk.

A lemezek és tárcsák kapcsolatából álló térbeli tartószerkezeteket lemezműveknek nevezzük. Ezen szerkezetek a terheket részben lemezhatás, részben tárcsahatás révén veszik fel és adják át az alátámasztásokra. Ebben az esetben az alátámasztás történhet vonal mentén vagy pontonként [1].

2.1.2 Görbült felületű tartók

A görbe lemezeket, más néven héjakat sorolhatjuk a felületi tartószerkezetek második nagy csoportjába. A héjak középfelülete elméletben tetszés szerinti görbe felület lehet, azonban a gyakorlatban legtöbbször az egyszer, illetve kétszer görbült felületek a legjellemzőbbek.

Az egyszer görbült felületek esetén egy térgörbe mentén az alkotót önmagával párhuzamosan (donga), vagy oly módon mozgatunk, hogy az alkotó mindig egy meghatározott ponton menjen át (kúpfelületek).

Kétszer görbült felületről akkor beszélhetünk, ha a felület valamely pontján áthaladó normálisra illeszkedő metszősíkok görbe vonalban metszik a felületet. a gyakorlatban legfőképp alkalmazott típusai a translációs felületek és a forgásfelületek.

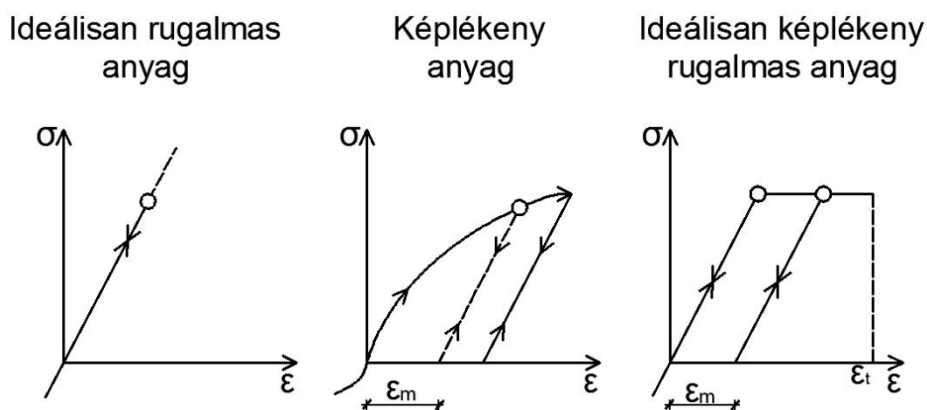
Görbe felületű tartók megtámasztása a síklemezekéhez hasonló módon történhet, viszont héjak esetén a megtámasztó tartó tengelyvonala maga is síkbeli, vagy térgörbe lehet [1].

3.0 Rugalmasságtani elméletről általában

A felületi tartók számításának bonyolultságát az adja, hogy bármely pontjában térbeli feszültségi állapotok uralkodnak, szemben az egydimenziós rúdszerkezetekkel. Gyakorlatban azonban ezeket legtöbbször síkbeli problémává egyszerűsítjük. A feszültségeket a rugalmasságtan alapján tudjuk meghatározni mindaddig, amíg a szerkezet rugalmasan viselkedik. Amikor a terheket odáig növeltük, hogy egyes pontok képlékenyen kezdenek viselkedni, a törőterhet a képlékenységtan, törési elmélete szerint határozhatjuk meg (2.ábra).

A rugalmasságtan alkalmazási lehetősége feltételhez kötöttek, felhasználásukkal felírhatóak az összeférhetőségi, azaz kompatibilitási, valamint az egyensúlyi egyenletek, és meghatározhatóak az igénybevételek. Ezen feltételek a következők:

- a felületi tartó vastagsága kicsi a másik két méretéhez képest,
$$h \ll l_x \approx l_y [1]$$
- a szerkezet homogén anyagú, a Hooke-féle törvény értelmében a feszültség-megnyúlás diagramja ferde egyenes [1]
- a felület normálisán lévő pont, a felület normálisán marad az alakváltozás lefolyása után is [1]
- a vastagság viszonyítva csekély a középfelület elmozdulása, $e \ll h [1]$
- elhanyagolhatóak a felületre merőleges feszültségek [1]

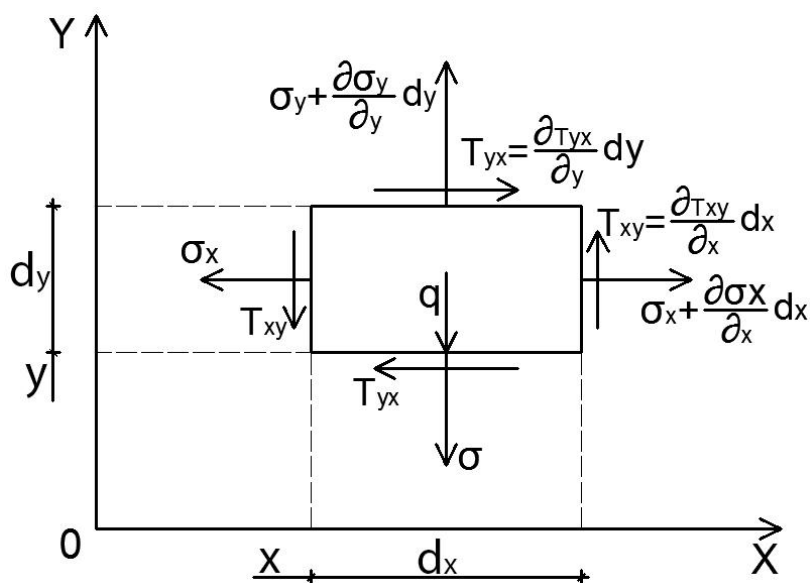


2.ábra: Anyagok feszültség-nyúlás diagramjai
(Szerkesztett ábra, forrás:[1])

4.0 Vasbeton falak, faltartók, merevítő falak

Faltartóknak, illetve tárcsáknak alapvetően azokat a sík lemezszerkezeteket nevezzük, melyekre csak a középfelület síkjában működnek erők (3.ábra), és a támaszköz/magasság arányuk kisebb 2-nél kéttámaszú szerkezet esetében, illetve 2,5-nél folytatólagos többtámaszú tartóknál.

A feszültségkomponenseket, a Bernoulli-Navier-féle feltevés használatával, egyensúlyi kijelentések alapján határozhatjuk meg általában. Azonban nagyméretű tárcsáknál a feszültségkomponensek meghatározása statikailag határozatlan feladat, mivel a Bernoulli-Navier feltevés ez esetben már nem érvényes.



3.ábra: Síkbeli feszültségi állapotban egy felületelemre működő feszültségek
(Szerkesztett ábra, forrás:[1])

Síkbeli feszültségi állapot esetén a Hooke-törvény szerint, a fajlagos hosszváltozások az

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E} \cdot (\sigma_x - \mu \cdot \sigma_y) \quad \text{és az} \quad \varepsilon_y = \frac{1}{E} \cdot (\sigma_y - \mu \cdot \sigma_x),$$

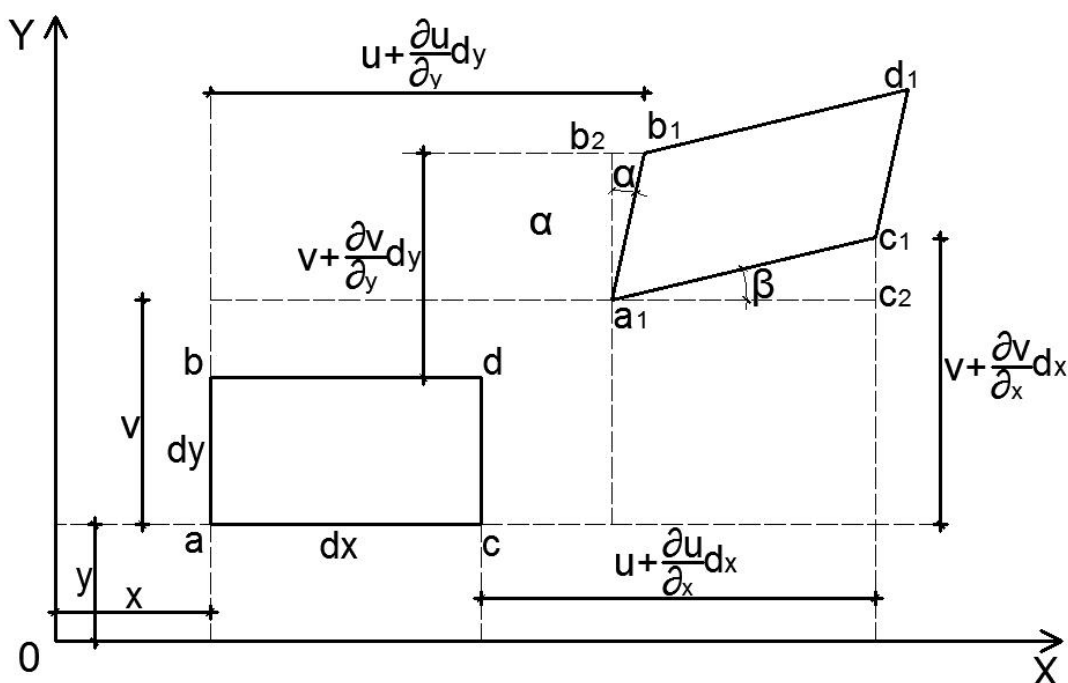
a fajlagos szögváltozás a

$$\gamma_{xy} = \gamma_{yx} = \frac{1}{G} \cdot \tau_{xy} = \frac{2 \cdot (1 + \mu)}{E} \cdot \tau_{xy}$$

összefüggésekkel írható fel, ahol is E a rugalmassági, G a csavarási modulus, μ pedig a Poisson-féle szám reciproka, azonban ez három egyenlet hat ismeretlennel, a megoldáshoz további, geometriai/kinematikai egyenletek felírása szükséges. Ezek az alakváltozás következtében előálló elmozduláskomponensek, és a fajlagos hosszváltozások/szögváltozások közötti differenciális összefüggéseket adják meg, a vizsgált pontban. A tartó pontjainak elmozdulás az $u=u(x,y)$, és a $v=v(x,y)$ függvényekkel határozhatóak meg, így síkbeli feszültségi állapotban a fajlagos hosszváltozások az

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} \quad \text{és az} \quad \varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y},$$

a fajlagos szögtorzulások a $\gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}$ egyenletekkel írhatóak le. [1]



4.ábra: A felületelem eltolódása és torzulása derékszögű koordináta-rendszerben.

(Szerkesztett ábra, forrás:[1])

A 4. ábra alapján felírható geometriai egyenletek (3 egyenlet, 2 ismeretlennel):

$$\alpha = \operatorname{tg} \alpha = \frac{\partial u}{\partial y} \cdot \frac{dy}{dx}$$

$$\beta = \frac{\partial v}{\partial x} \cdot \frac{dx}{dy}$$

$$\gamma_{xy} = \alpha + \beta$$

Ezek alapján az u , és v elmozdulásfüggvények adottak, deriváltjaikkal kifejezhetők az alakváltozási komponensek, azonban ezek nem adhatóak meg tetszőlegesen, így további összefüggések állnak fent közöttük. Ezeket úgy kapjuk, ha kétszer differenciáljuk a geometriai egyenleteket:

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial y^2} = \frac{\partial^2}{\partial y^2} \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right) = \frac{\partial^3 u}{\partial x \partial y^2}, \quad \frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial x^2} = \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right) = \frac{\partial^2 v}{\partial x^2 \partial y},$$

majd összeadjuk őket:

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial x^2} = \frac{\partial^3 u}{\partial x \partial y^2} + \frac{\partial^3 v}{\partial x^2 \partial y} = \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right), \quad \gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}.$$

Így jutunk el az alakváltozások összeférhetőségét kifejező, ún. összeférhetőségi egyenlethez:

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \gamma_{xy}}{\partial x \partial y},$$

ami fizikailag a következőt jelenti: az elemi részek úgy deformálódnak, hogy ezek az alakváltozás után is illeszthetők, a felület folytonosságának és hézagmentességének biztosításával. [1]

A feladat megoldásához további két egyenlet felírására van szükségünk, mivel az eddigi levezetés során hat egyenletet (3 szilárdságtani, 3 geometriai) kaptunk 8 ismeretlennel. A fennmaradó két egyenletet statikai egyensúlyi kijelentések alapján kapjuk, ezek a tárcsa elemi részére ható erők vetületi egyensúlyát fejezik ki. A tárcsa önsúlya legyen x irányban zérus, y irányban q , így az egyensúlyi egyenletek – a 4. ábra alapján – a következő képpen alakulnak:

$$\sum_i X_i = 0 \quad \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} dx dy + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} dx dy = 0$$

$$\sum_i Y_i = 0 \quad \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} dx dy + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} dx dy - q dx dy = 0,$$

egyszerűsítve:

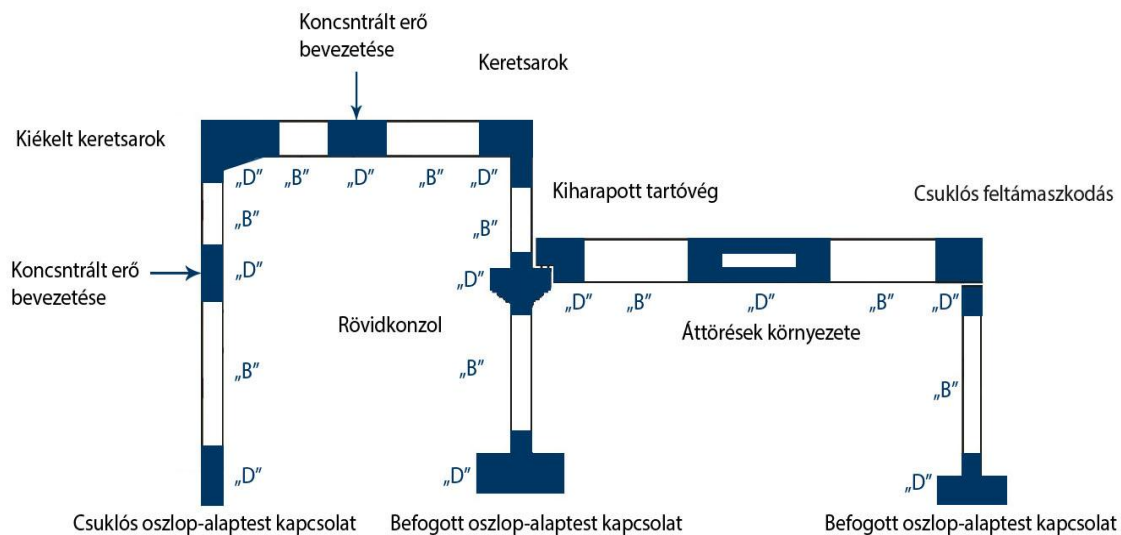
$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} = 0 \qquad \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} - q = 0,$$

mivel ezek újabb ismeretleneket nem tartalmaznak, a feladat megoldásához elégséges mennyiségű egyenletet kapunk. [1]

A tárcsafeladatokat háromféle módszerrel oldhatjuk meg: az erőmódszer esetén az u , és v elmozdulásokat kell kiküszöbölnünk, az összeférhetőségi egyenletbe, a fizikai egyenletek behelyettesítésével. Így a két statikai egyenlethez kapunk még egy összefüggést, amivel három egyenlet áll rendelkezésünkre a σ_x , σ_y és τ_{xy} meghatározásához. A mozgásmódszer esetében a statikai egyenletekben lévő feszültségeket mozgásokkal fejezzük ki, így két egyenletet kapunk az u , és v ismeretlenek megoldásához. Végül pedig a két módszert kombinálva is megoldható a feladat, itt egyetlen differenciálegyenletbe foglaljuk össze az összes egyenletet. [1]

5.0 Rácsmodell bevezetése

A vasbeton szerkezetek vizsgálatának egyik lehetséges módszere, a terhelés hatására, a szerkezetben ébredő belső erők vagy feszültségek vizsgálata. Ilyenkor a szerkezetben a terhek és a támaszok között kialakuló, alapvetően a síkbeli feszültségi állapot elvei alapján meghatározott főfeszültségek illetve főtrajektória vonalakat elemezzük. A trajektória vonalak alapján húzott és nyomott zónákat különböztetünk meg, ezzel előállíthatunk egy olyan számítási modellt, ahol tisztán elkülönülnek a pozitív és a negatív feszültségek, amiket helyettesíthetünk rudakkal a tervezés megkönnyítése érdekében. Az így kapott modellt, mivel húzott és nyomott rudak rendszeréből áll, rács modellnek nevezzük. Az ilyen modelleket olyan szerkezeteknél érdemes használni, ahol a Bernoulli-Navier-féle feltevés már nem érvényes, azonban ezen modell bármilyen egyéb szerkezeti elem esetén alkalmazható. Ezek alapján bármely összetett szerkezeten belül meg lehet különböztetni úgynevezett B-zónákat (Bernoulli/gerenda-zóna), és D-zónákat (zavart zónák) (5. ábra). Zavart zónának nevezzük azokat a tartórészeket, ahol a geometriai, statikai, illetve geometriai-statikai folytonosság nem áll fenn, ilyenek a koncentrált erők bevezetésének környezete, rövidkonzolok, kiharapott tartóvégek, áttörések környezete, pontalapok, valamint a faltartók [2].



5. ábra: Zavart zónák
(Szerkesztett ábra, forrás:[2])

A rácsos tartó modellt már a 19. század végén sikerrel alkalmazták, először faltartók, később konzolok és egyéb szerkezetek számításánál, majd 1982-től kezdődően fogadták el a módszer használatát általános szerkezeti elemekre, és teljes szerkezetekre is. A módszer elsősorban az alábbi mérnököknek köszönhető: Emil Mörsch (1872-1950) nevéhez fűződik a vasbeton szerkezetek törőnyomatékának meghatározásához kidolgozott számítási eljárás. Rácsmodellek alkalmazhatóságának kiterjesztése Schlaich-nak és Weischede-nek [3] köszönhető, mely alapján vasbeton elemek és komplett szerkezetek is megoldhatóvá váltak ezen módszerrel. Majd a későbbiekben az eljárás alapjául szolgáló feszültségeket Muttoni, Schwartz és Thürlimann [4] trajektória vonalakkal szemléltette. Ezt követően számos ország és szervezet szabványába került bele világszerte.

5.1 A modellezés általános elvei

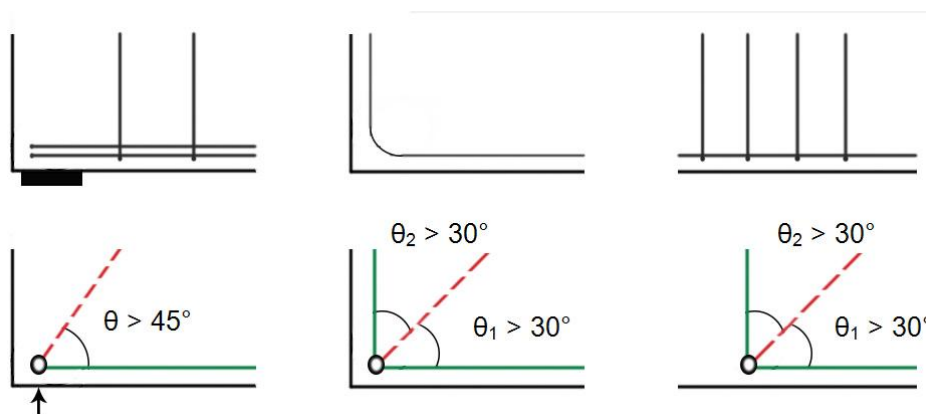
A modellalkotást a lehető legegyszerűbb modellekkel kell elvégezni minél kisebb számú húzott és nyomott rácsrúddal. Amennyiben a felvett modell adta eredmények távol állnak az erőjátékból származtatható fizikai tapasztalattól, a modellt meg kell változtatni, de a fizikai jelenség szem előtt tartásával.

A rugalmas viselkedéshez való igazodás nem azt jelenti, hogy teljes mértékben lekövetjük a rugalmas elméletet, hanem azt fejezi ki, hogy a fő erőfolyamokhoz igazítjuk a szerkezet rácsrúdjait. Különösen igaz ez a húzott rácsrudak elhelyezkedésére és irányára,

melyeket a főfeszültség zónákhoz igazítunk. Azokban a zónákban ahol kisebb a feszültség intenzitása, ott kevésbé szigorúan kell ragaszkodnunk szerkesztési szabályokhoz.

A húzott- nyomott zónákat kellő odafigyeléssel lekövetve kialakulnak a modell csomópontjai és rácsrúdjai, melyek segítségével egy egyszerű és hatékony vasvezetés alakítható ki. Ajánlott felszín közeli vasalás kialakítása, hogy megakadályozzuk, szabályozzuk a repedések kialakulását. Abban az esetben, ha több párhuzamos húzott rudat alkalmazunk egy feszített feszültség mezőben, célszerű ezeket egyetlen húzott rúddal ábrázolni ezek súlyponti tengelyében, valamint a végső vasvezetési elrendezésnek igazodnia kell a kiindulási modellhez [5].

Amikor lehetséges, a legjobb kihasználtság érdekében a csomópontokban találkozó húzott és nyomott rácsrudak közötti szögeknek legalább 45° -osnak kell lenniük. Abban a gyakori esetben, amikor egy átlós helyzetű húzott rácsrúd találkozik két, egymással derékszöget bezáró nyomott rácsrúddal, eltekinthetünk az előző szabálytól (6. ábra).

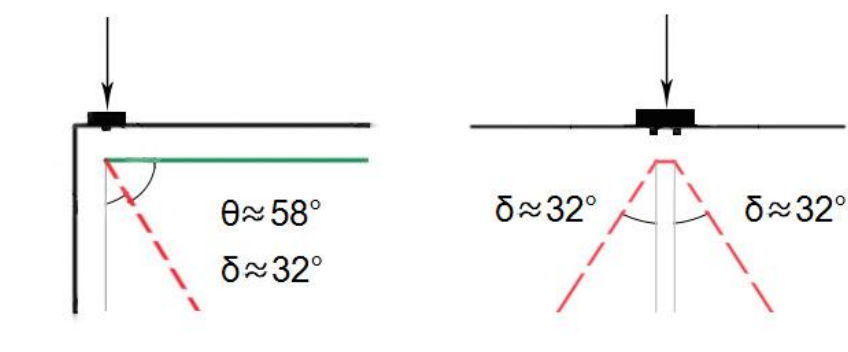


6. ábra: Csomóponti alapesetek hajlásszögei (1.eset)
(Szerkesztett ábra, forrás:[5])

Ezzel szemben egyes szabványok sokkal kisebb szögek alkalmazását is lehetővé teszik, mint az Eurocode-ban megállapított $\cot\theta=2,5$ ($22,9^\circ$) [7], illetve a DIN szerinti $\cot\theta=3,0$ ($19,08^\circ$) [8]. Ezek az alsó határok főként a gerenda jellegű szerkezetek esetén alkalmazhatók, ahol a nyírásvizsgálatánál jelentős nyíróerő redukálásra adnak lehetőséget.

Koncentrált erők, mint például csomóponti erők vagy támaszerők, amelyek a szerkezeti elem felszínén vagy sarokpontjában lépnek fel, jellemzően a 7. ábra szerint kell ábrázolni. Azon koncentrált erők esetén, amelyek pontosan a szerkezeti elem sarokpontjában

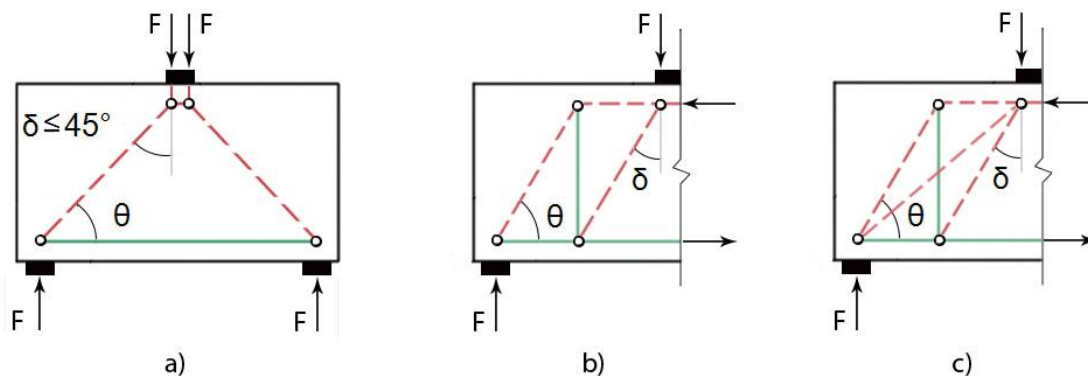
vagy attól távol működnek, a keletkező rácsrudak hajlásszöge a rugalmas elmélet szerint adódik, miszerint $\delta = 32,5^\circ$ megegyezik a támasz szöggel $\theta = 62,5^\circ$ [5].



7. ábra: Csomóponti alapesetek hajlásszögei (2. eset)
(Szerkesztett ábra, forrás:[5])

Ez a szög egy lehetőséget mutat a rácsrudak ideális irányára, illetve helyzetére a koncentrált erőktől eredően és egyben a fő rácsrudak elhelyezésének megoldásául szolgálhat. Bár a feszültség eloszlás egyenletesen változik és vált irányt annak eredetétől távolodva, a rácsrudakat mégis egyenesnek feltételezzük.

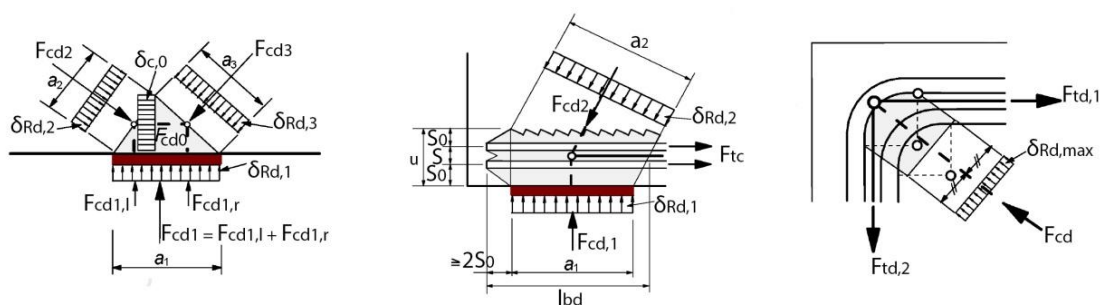
Egyes esetekben a zavart zónák környezetében a szerkezeti elem alakjától illetve a peremfeltételektől függően megengedett és szükséges eltérni a rácsrúd ideális irányától annak érdekében, hogy egy egyszerűbb modellt kapjunk. Ezt a példát láthatjuk a magas gerendán a 8. ábra 'a' pontjában, ahol a hajlásszöget $\delta = 45^\circ$ -ra vettük fel, ahogyan azt a szabvány előírja rácsrudak esetén a támasz-csomópontban ($\theta > 45^\circ$). Nagyobb támaszköz-magasság arány esetén (8. ábra 'b' pontja) szükségessé válik egy köztes függőleges rácsrúd annak érdekében, hogy kielégítsük a rácsrudak elhelyezésének geometriai szabályait. A két eset szükség esetén kombinálható is, ezt szemlélteti a 8. ábra 'c' pontja. Ezek az alapesetek felhasználhatók számos modell megalkotásához. Alkalmazható például koncentrált erőkkel a támasz közelében terhelt gerendák, rövidkonzol és oszlop-gerenda kapcsolatok esetén is [5].



8. ábra: Ideális rácsrúd hajlósszögek
(Szerkesztett ábra, forrás:[5])

Úgy a húzott, mind a nyomott rácsrudak esetén kellő távolságot kell tartanunk a szerkezeti elem szélétől, hogy kezelni tudjuk a repedések kialakulását.

A rácsmodelleket gyakran ábrázolják kinematikai szerkezetekként. Bár ez nem jelenti azt, hogy a szerkezet stabilitási hiányban szenvedne, mert a rácsos szerkezetű négyszög panel legcsekélyebb elmozdulása, alakváltozása is keresztirányú nyomófeszültséget ébreszt a betonban, hogy egyensúlyban tartsa a szerkezetet. A tervező szükség esetén hozzáadhat, annyi keresztirányú szerkezeti elemet a modellhez amennyit szükségesnek érez annak érdekében, hogy statikailag határozott szerkezetet hozzon létre. Ezek az úgynevezett zérus elemek nem visel semmilyen lényeges erőt és nem lesz hatással az erőfolyamra feltéve, hogy a kapott erők egyensúlyt biztosítanak a kinematikai modellben [5]. A fő csomópontokban ébredő erők és feszültségek eloszlását a 9. ábra szemlélteti, mely az ellenőrzés alapjául szolgál [7].

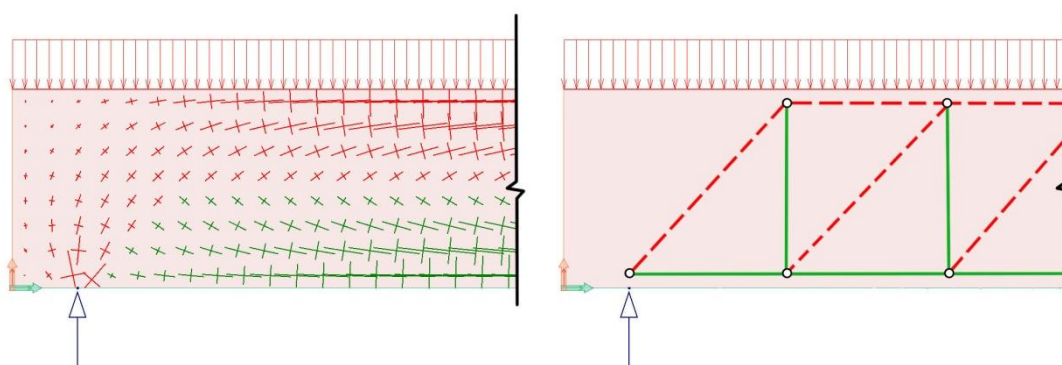


9. ábra: Csomóponti feszültségek
(Szerkesztett ábra, forrás:[7])

5.2 Rúdszerkezetek rácsmodelljei

A szerkesztési szabályok, és a belső erőfolyamok figyelembe vételével, létre tudjuk hozni az 4. ábrán látható zavart zónák megoldásához szükséges rácsmodelleket. Ebben a pontban ilyen modellek létrehozását mutatjuk be. Mivel a modelleket a belső feszültségi ábra alapján hozzuk létre, ezekhez hasonlóan pirossal jelöltük a nyomott, zölddel a húzott rudakat.

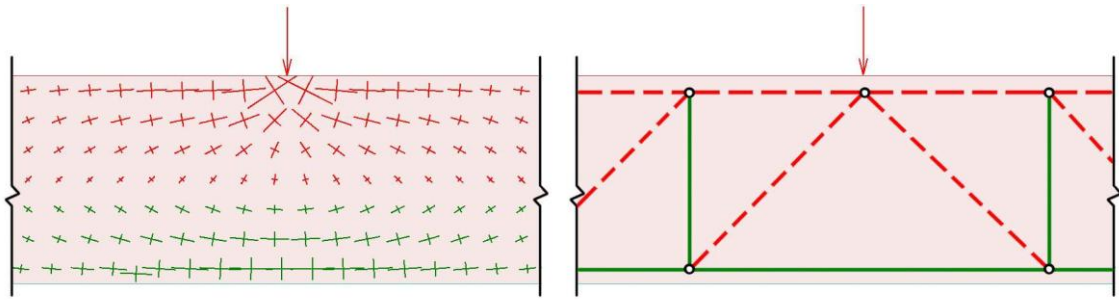
A legelterjedtebb rácsmodell, koncentrált erő bevezetésének egy speciális eseténél használjuk, ahol a zavart zónát okozó koncentrált erő a megtámasztásnál hat a szerkezetre. Ilyen esetekben a nyírási ellenállás vizsgálatához a 10. ábra szerint célszerű felvenni a modellünket, így lehetőségünk nyílik mind a ferde nyomott beton rácsrudak ellenőrzésére, mind a nyírási vasalás megtervezésére. A modell esetében a nyomott beton rácsrudak hajlásszögét $\theta=45^\circ$ -ra, a húzott acélbetétekét pedig $\theta=90^\circ$ -ra feltételezzük, amit általában függőleges kengyelezéssel veszünk fel. Ilyen szerkezetek mind az előregyártásban, mind a monolit építésben megtalálhatók.



10. ábra: Alátámasztás okozta zavart-zóna rácsmodellje

(Szerkesztett ábra, forrás:[7])

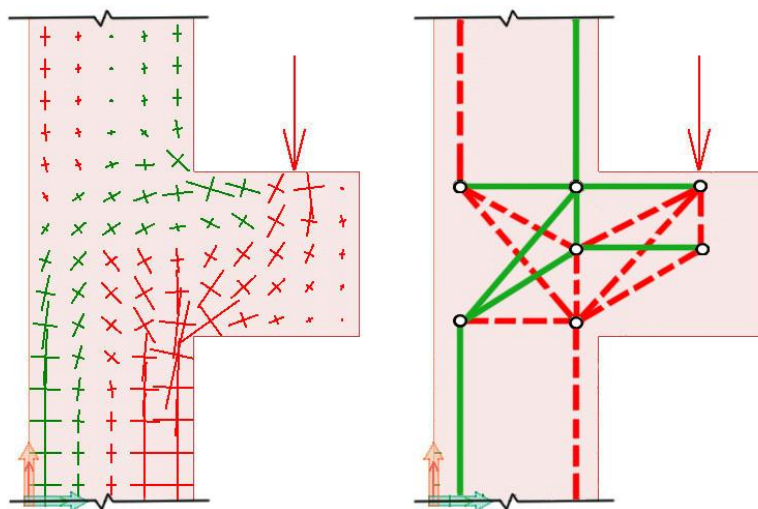
Ennek fordított esete, amikor a koncentrált erő nem a támasz oldaláról érkezik, hanem egy külső erő hozza létre a zavart zónát (11. ábra). Azonban az analógia így nem változik, a modell kialakítása hasonló ez előzőnél megismertéhez.



11. ábra: Koncentrált erő bevezetésének rácsmodellje
(Szerkesztett ábra, forrás:[7])

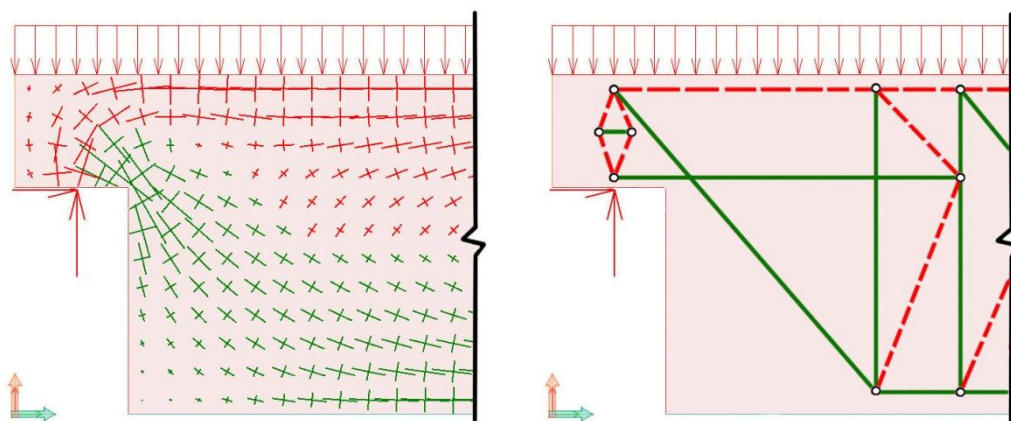
A 12. ábrán látható rövidkonzol, és a 13. ábrán lévő kiharapott tartóvég problémája elsősorban az előregyártott szerkezetek elterjedésének köszönhető. Ezek a rendszerek azért váltak kedvelté, mert egymáshoz illesztve egy egységes, állandó keresztmetszetű gerenda képét mutatják. Mindkét szerkezetben zavart zónát okoz a koncentrált erő bevezetése, és a geometriai folytonosság hiánya. Ezért a rácsmodell is bonyolultabbá válik. Azonban a trajektória vonalakból láthatóan jól elkülönült húzott-nyomott zónák alakulnak ki, így a modell a szerkesztési szabályoknak megfelelően előállítható. Feladatunk ezután szintén a nyomott oldalról a beton teherbírásának ellenőrzése és a húzott fővasalás megtervezése. Valamint a kengyelezés kialakítása a konzol geometriájától függően, ami lehet vízszintes illetve függőleges irányú.

A kiharapott tartóvég esetében, az előregyártás sajátosságai miatt ezek a szerkezetek kéttámaszú kivitelben készülnek, így az alsó száluk húzott a felső pedig nyomott lesz. Mivel a támasznál „hiányzik” a tartó alsó része, úgy kell kialakítani a rácsmodellt, és ennek megfelelően a vasalást is, hogy a húzóerőket az alsó húzott szálhoz lehessen vezetni.



12. ábra: Rövidkonzol rácsmodellje

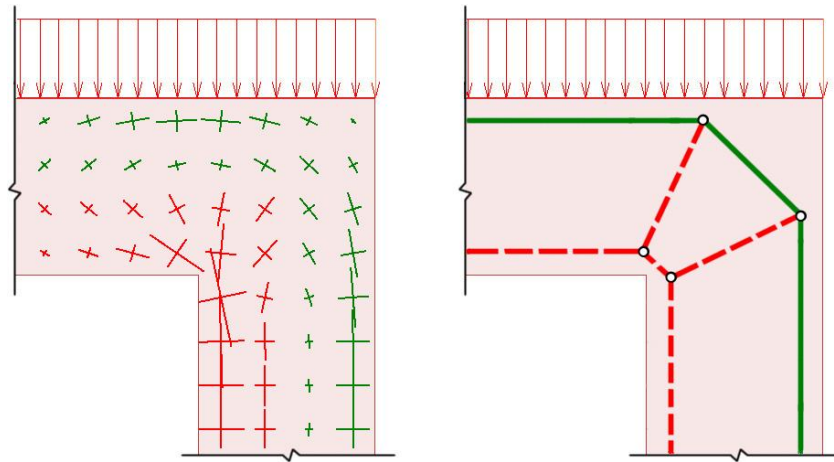
(Szerkesztett ábra, forrás:[7])



13. ábra: Kiharapott tartóvég rácsmodellje

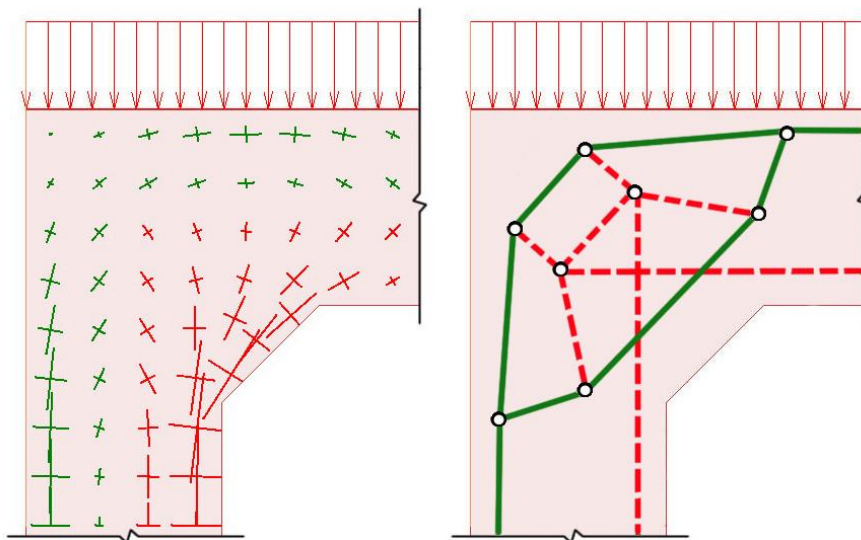
(Szerkesztett ábra, forrás:[7])

Abban az esetben, ha a szerkezetünket monolit kivitelben akarjuk megoldani, meg kell oldanunk a keretek sarkainál fellépő zavart-zóna problémáját. A 14. ábrán látható módon a húzott zóna kívül, a nyomott zóna belül alakul ki mind a gerenda szélén, mind az oszlopban, így ezek egymáshoz kapcsolódását kell lekezelnünk rácsrudakkal.



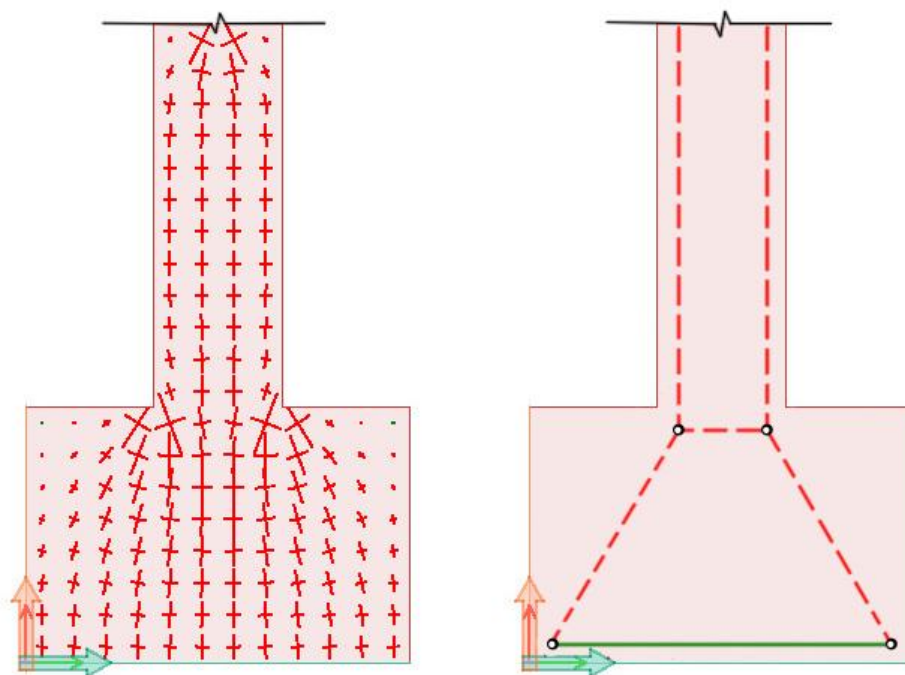
14. ábra: Keretsarok rácsmodellje
(Szerkesztett ábra, forrás:[7])

Bonyolultabbá válik a rácsmodell hálózata, ha keretsarok teherbírását kiékeléssel akarjuk növelni. Ekkor az 15. ábrán látható módon plusz rács rudak bevezetésével kell lekövetnünk a módosított geometria okozta változást az erőfolyam lefutásában.



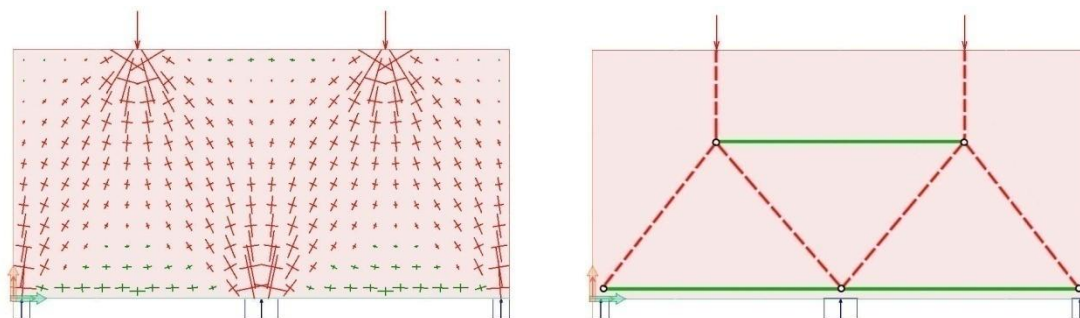
15. ábra: Kiékelte keretsarok rácsmodellje
(Szerkesztett ábra, forrás:[7])

A pontalapokra jellemző alaptesteket megvizsgálva láthatjuk, hogy az eset egy koncentrált erő bevezetésével hasonlatos. Mivel az alaptest arányai egy faltartóéhoz hasonlíthatóak, a beton okozta átboltozódó hatás itt is érvényesül (16. ábra).

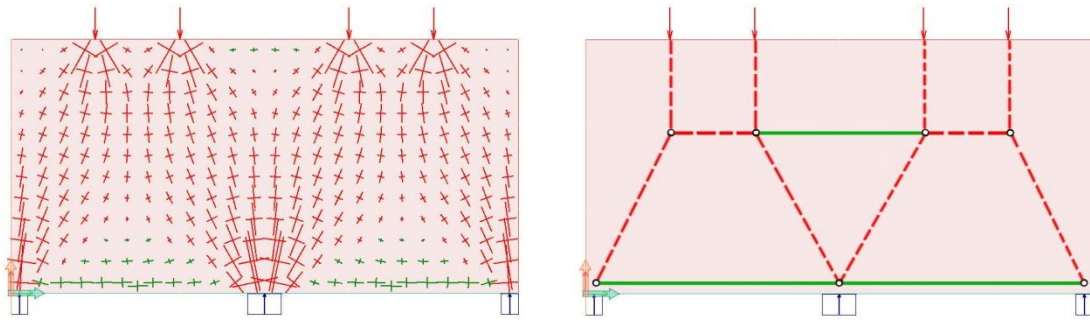


16. ábra: Alaptest rácsmodellje

Faltartók esetében a feladat megoldásakor több tényező is változhat, szemben a többi szerkezettel, ahol a sémák nagyvonalakban azonosak. Az ilyen tárcsáknál gyakorlatilag az egész tartót rácsmodell alkalmazásával oldjuk meg, míg sok másiknál lehetőség van megkülönböztetni zavart, és nem zavart zónákat. Ezért a geometria és a terhelések változtatásával más-más modell megalkotására van szükség. Meg kell említeni, hogy ennél a modellnél is van egy bizonyos szintű közelítés, mivel a megoldáshoz megoszló erő esetén is koncentrált erőkké kell redukálni a terheket, és így ezek felvétele a tervezőre van bízva. Kialakítástól függően a 17. és a 18. ábrán látható módon különböző rácsmodell hozhatóak létre.



17. ábra: Háromtámaszú faltartó rácsmodellje

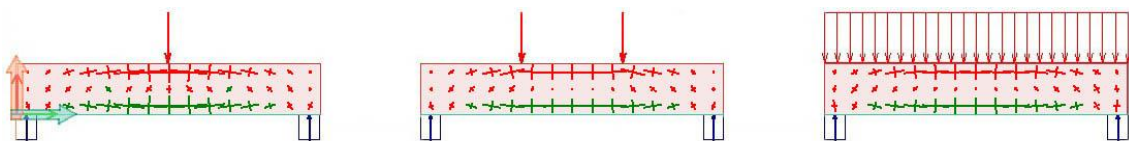


18. ábra: Háromtámaszú faltartó rácsmodellje több erő bevezetésével

5.3 Feszültségfolyamok alakulása

A rácsmodell kialakításához, először a szerkezet belsejében ébredő feszültségeket, és ezek irányát kell értelmeznünk. Ezek szemléltetéséhez három kéttámaszú tartót vizsgálunk. A modellezést FEM-Design 12.0 Educational programmal hajtottuk végre. Kiindulásként nézzünk meg egy átlagos magasságú gerendát, a három eltérő terhelési móddal: először egy mezőközépre helyezett koncentrált erővel, másodsor a támaszköz harmad pontjaiba helyezett erővel, végül egy egyenletesen megoszló terheléssel (19. ábra).

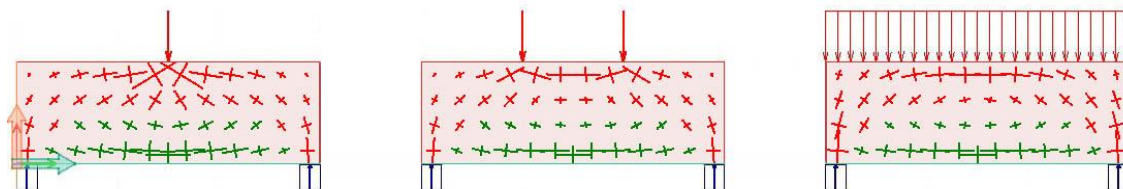
Mivel a keresztmetszet gerenda jellegű, nem tud jelentős boltozati hatás létrejönni, illetve a gerenda jellegű viselkedésnek köszönhetően a Bernoulli- Navier féle hipotézis a tartó középső tartományában érvényben marad. Nyomófeszültség a felső, a húzófeszültség az alsó szálak környezetében ébred. A trajektória-vonalakat vizsgálva láthatjuk, hogy a kialakult feszültségek vízszintes irányban terjednek, a kis keresztmetszeti méretnél fogva a három különböző terhelési forma hasonló eredményekkel szolgál.



19. ábra: Kéttámaszú gerenda feszültségei

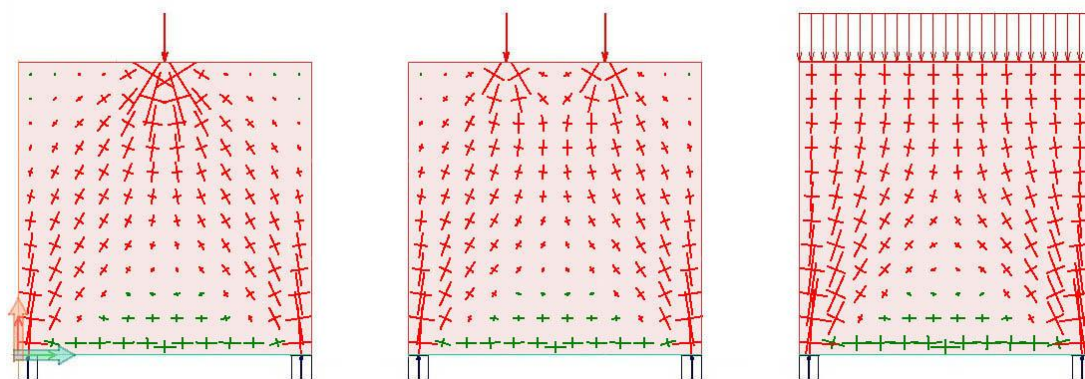
Ha növeljük a keresztmetszet magasságát, de még a támaszköz/magasság arány 2.0 fölött marad, gerendának tekintjük a szerkezetet, azonban a feszültségek eloszlása már más képet mutat (20. ábra). Boltozati hatás - ugyanannál a teherszintnél - kezd kialakulni, a trajektória-vonalak szöget zárnak be a vízszintessel. Előjelüket tekintve, a teherrel a támaszig tartó erőfolyamban nyomófeszültségek, ezekre merőlegesen húzófeszültségek keletkeznek. Ennél az esetnél már érdemes különbséget tenni a három terhelési formától, ugyanis eltérő trajektóriák alakulnak ki. A nagyobb felület jól mutatja a zavart zónák kialakulását a

támaszok környezeténél, és a koncentrált erő bevezetésénél. A megoszló erővel terhelt gerenda esetén látható legjobban az átboltozódó hatás, amely a beton erőátadási tulajdonságaiból fakad.



20. ábra: Magas gerenda feszültségei

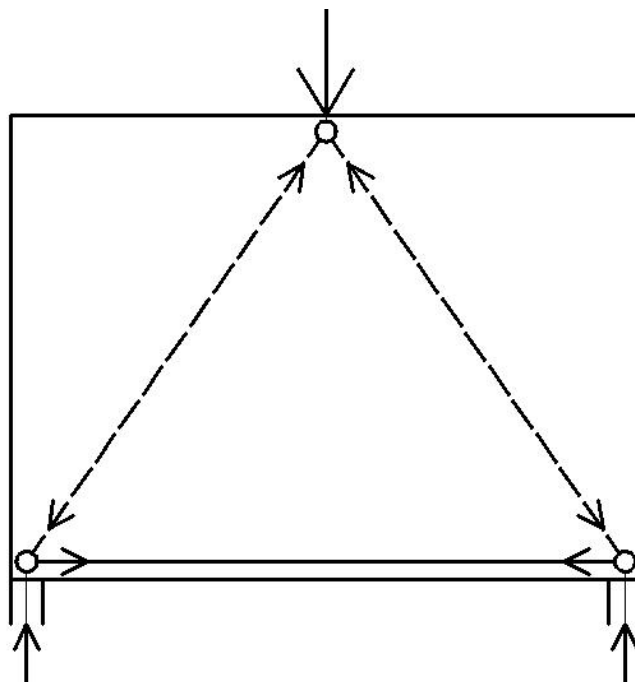
Ha tovább növeljük a keresztmetszet magasságát, elérjük azt az arányt, amikor már faltartókról beszélhetünk, és a Bernoulli-hipotézis itt már nem érvényes. Példánkban 1.0-ás támaszköz/magasság arányt használtunk. A három vizsgált tartóból ennél a leglátványosabb a különbség az eltérő erő-bevezetési módok között. A tartó magasságából fakadóan mindegyik esetben jól látható a boltozati hatás, azonban a koncentrált erőkkel terhelteknél, az erő-bevezetés továbbra is zavart zónákat okoz az erőbevezetés környezetében. A boltozati hatás kialakulásának magassága alatt a főfeszültségek irányai már elhajlanak (21. ábra).



21. ábra: Kéttámaszú faltartóban ébredő feszültségek

A feszültségek irányát és előjelét megvizsgálva láthatjuk, hogy leegyszerűsítve az erőbevezetéstől a nyomófeszültségek ferdén tartanak a támaszok irányába, rájuk merőlegesen pedig húzó feszültségek működnek. Így ezen trajektóriák mentén alakulnak ki a szerkezeten keletkező legnagyobb repedések. Mivel itt, a teher, és a támaszok között alakulnak ki az első repedések, és a legnagyobb nyomófeszültségek, ezt az irányt modellezhetjük egy-egy nyomott rácsrúddal. Az 21. ábrán látható módon a legnagyobb húzófeszültség a tartó alsó szálában jön létre, a boltozati hatás miatt a két támasz oldalirányban távolodni akar egymástól, így itt -

akárcsak egy vonórudas ív esetén - egy húzott rudat iktathatunk be. Ezekkel a lépésekkel megkapjuk a legegyszerűbb rácsmodell vázát, melyet a 22. ábra szemléltet.



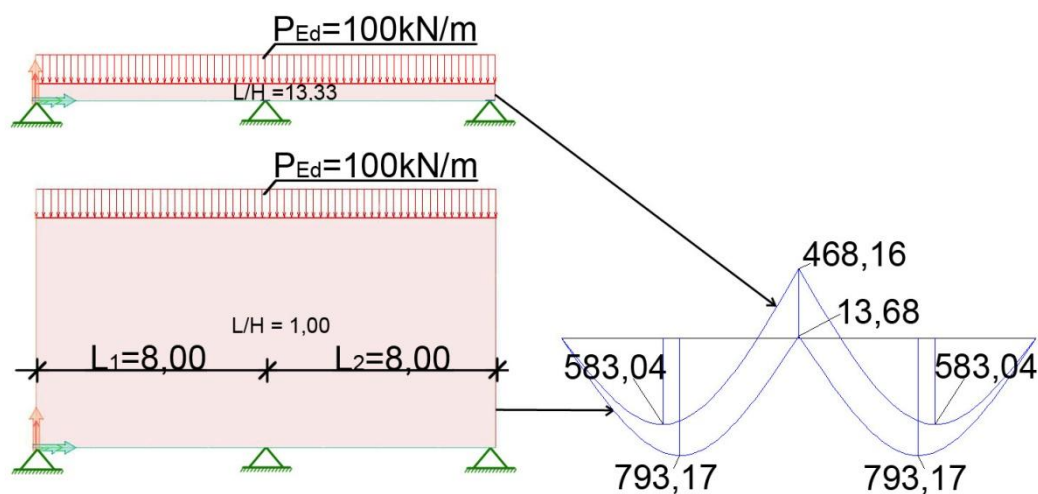
22. ábra: Koncentrál erővel terhelt kéttámaszú faltartó rácsmodellje

6.0 Szerkezeti analízis

A dolgozatunk keretében egyenletesen megoszló erővel terhelt, azonos nyílásközű, háromtámaszú faltartókat vizsgáltunk, amiket az $L/H=20$ arányú gerenda-jellegű szerkezet tanulmányozásával kezdtük, és egészen az $L/H=1$ arányú faltartókig folytattuk. Ezen tartományon belül a támaszköz/tartómagasság arányt egyenletesen változtattuk. A támaszerők meghatározásához végelelemes programot használtunk, ezután a nyíró-, és a nyomatéki ábrákat kézi számítással határoztuk meg. Erre azért volt szükség, mert a tárcsa jellegű szerkezetek reakcióerőinek hatására az átboltozódási hatás miatt eltérnek a gerendáétól. Mivel a szabványok, csak kisebb támpontokat adnak a tervezéshez, és nagyfokú szabadságot nyújtanak a tervezőnek, ezért a módszer időigényes, és túl sok közelítést tartalmaz. Tehát a kezdeti feltevésünk az volt, hogy a rácsmodell alkalmazását felgyorsítsuk a faltartók megoldásához. Ezt a gépi, és a kézi számítás kombinálásával végeztük, így egy egyszerűsített kézi számítási módszert hoztunk létre, amely kiküszöböli a tervezési bizonytalanságokat.

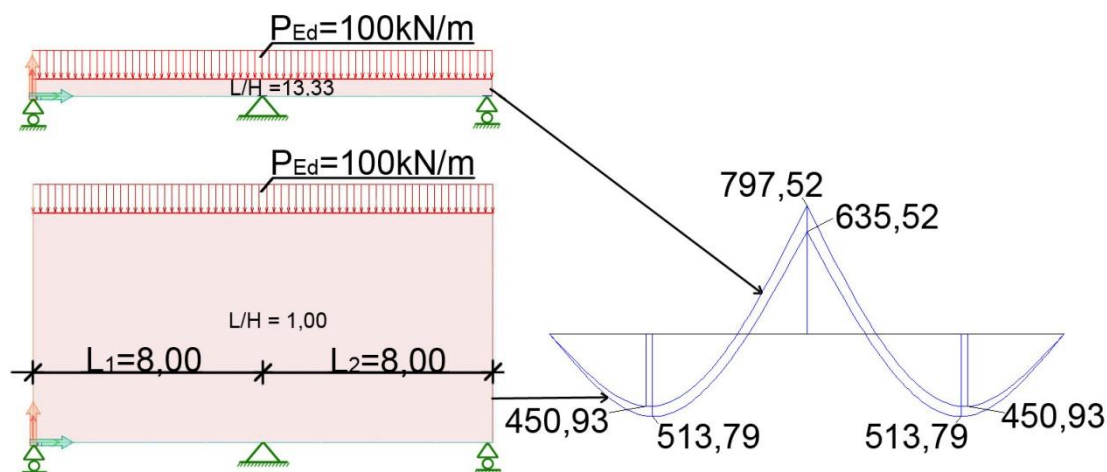
6.1 A peremfeltételek problematikája

A feladat megoldásának egyik kiindulási pontja, a peremfeltételek megfelelő megválasztása, mivel ezek számításaink szerint jelentősen növelhetik, vagy csökkenthetik az igénybevételeket, következésképpen a kialakítandó vasalás mennyiségét is. A peremfeltételek igénybevételekre gyakorolt hatása jelentős, de ezek pontos felvételére a kapcsolódó szerkezetek merevségének ismerete nélkül nehezen becsülhető meg, így a vízszintes eltolódás lehetőségét -mint két szélső értéket- engedélyeztük illetve gátoltuk. Elsőként mindhárom alátámasztást olyan csuklós megtámasztásként definiáltuk, melyeknél az x és y irányú elmozdulást gátoltuk ($R_x=1E+10$ kN/m). Megfigyelhető, hogy a tartómagasság növelésével a háromtámaszú tartónk nyomatéki ábrája, két darab kéttámaszú tartóéhoz konvergál (23. ábra). A jelenség oka az x -irányú megfogásból adódik, mivel a boltozati hatás így tud tökéletesen kialakulni. Ennek következtében a középső támasz feletti negatív nyomaték a nullához tart, ezért többletvasalásra egyre kisebb mértékben van szükség ebben a keresztmetszetben. Ezzel párhuzamosan hasonló mértékű nyomatéknövekedés figyelhető meg a támaszközökben, erre a húzott fővasalás kialakításánál figyelni kell.



23. ábra: Nyomatékváltozás x irányban gátolt elmozdulás esetén.

Második esetben a két szélső támaszt X -irányban eltolódni képes csuklós megtámasztásként definiáltuk ($R_x=0$ kN/m). Ilyen peremfeltételek mellett a boltozati hatás kisebb mértékben tud kialakulni, így a nyomatéki ábra megváltozása kevésbé jelentős, mind a középső támasz fölött, mind a támaszközökben, ahogy ezt az 24. ábrán láthatjuk. A magasság növelésével a szerkezet továbbra is háromtámaszú tartóként viselkedik, ezért a középső támasz felett jelentős nyomatékok alakulnak ki. Ennek hatására a keresztmetszet teherbírását többletvasalás elhelyezésével tudjuk biztosítani bármely L/H arány esetén.



24. ábra: Nyomatékváltozás x irányú eltolódás engedélyezése esetén

Az optimális peremfeltételek megadásához figyelembe kell vennünk, hogy az ismertetett esetek idealizált szélsőértékek, melyek valós körülmények között nem teljesülhetnek. Az ilyen faltartók esetében a megtámasztások jellemzően vasbeton oszlopok, amelyek csak bizonyos fokú merevséggel rendelkeznek, így nem tudnak ideális megtámasztást biztosítani, azonban gördülő alátámasztásként sem definiálhatóak pontosan. A peremfeltételek megadásához az alátámasztások merevségének vizsgálatára van szükség, mely során meghatározzuk ezek eltolódási merevségét, ezzel pontosítva az igénybevételek meghatározását.

6.2 Rácsmodellek megoldása

Első lépésként meghatároztuk a reakcióerőket, illetve nyomatéki szélsőértékeket mindkét peremfeltételi esetben, amelyeknél jelentős eltéréseket figyeltünk meg. A kapott eredményeket elemezve olyan összefoglaló segédtablázatokat hoztunk létre, amelyek segítségével gyorsan meghatározhatóak ezek a reakcióerők, és nyomatéki szélsőértékek (25. ábra).

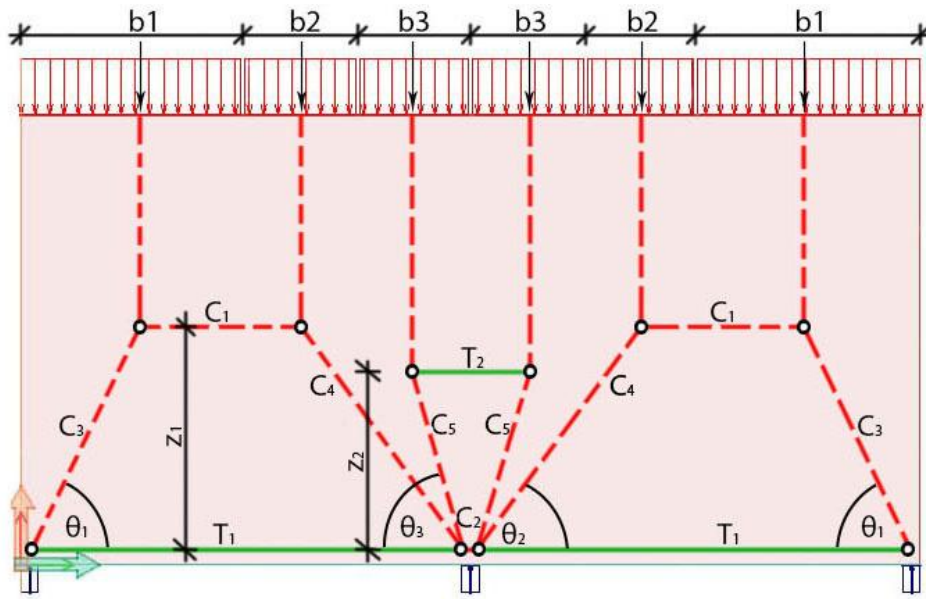
X-irányú elmozdulás gátolt				
L/H	$\alpha_A=\alpha_C$	α_B	$\beta_{AB}=\beta_{BC}$	β_B
20,00	2,667	0,800	14,222	8,000
13,33	2,343	0,872	10,977	13,671
8,00	2,339	0,873	10,944	13,791
5,33	2,319	0,879	10,751	14,559
4,00	2,280	0,891	10,400	16,267
3,20	2,233	0,906	9,968	19,203
2,67	2,183	0,923	9,530	23,873
2,29	2,137	0,940	9,133	31,201
2,00	2,095	0,957	8,780	43,980
1,78	2,068	0,968	8,556	60,514
1,60	2,043	0,979	8,349	94,787
1,45	2,028	0,986	8,225	145,191
1,33	2,019	0,991	8,150	216,216
1,23	2,012	0,994	8,092	349,345
1,14	2,011	0,995	8,085	377,358
1,07	2,009	0,996	8,069	467,836
1,00	2,011	0,995	8,088	365,297
$R = \frac{P \cdot L}{\alpha} \quad M = \frac{P \cdot L^2}{\beta}$				

X-irányú elmozdulás megengedett				
L/H	$\alpha_A=\alpha_C$	α_B	$\beta_{AB}=\beta_{BC}$	β_B
20,00	2,667	0,800	14,222	8,000
13,33	2,664	0,800	14,193	8,025
8,00	2,663	0,801	14,187	8,030
5,33	2,658	0,802	14,134	8,076
4,00	2,646	0,804	14,006	8,189
3,20	2,631	0,807	13,841	8,342
2,67	2,612	0,810	13,647	8,534
2,29	2,592	0,814	13,440	8,754
2,00	2,573	0,818	13,237	8,985
1,78	2,551	0,822	13,017	9,257
1,60	2,539	0,825	12,895	9,418
1,45	2,523	0,828	12,729	9,651
1,33	2,513	0,831	12,629	9,799
1,23	2,506	0,832	12,561	9,903
1,14	2,499	0,834	12,490	10,016
1,07	2,498	0,834	12,480	10,033
1,00	2,494	0,835	12,442	10,095
$R = \frac{P \cdot L}{\alpha} \quad M = \frac{P \cdot L^2}{\beta}$				

25. ábra: Reakcióerők és nyomatékok meghatározása

Ezen értékek meghatározásához ismernünk kell a támaszköz/tartómagasság arányt, és a megoszló erő nagyságát. Következő lépésként ki kell választanunk a megfelelő α , illetve β értékeket a táblázatból, szükség esetén interpolálás elvégzésével. Ezek után a táblázatok alatt található képletekbe behelyettesítve megkaphatjuk a keresett igénybevételeket.

Az optimális rácsmodell geometriai kialakítása során számos olyan ismeretlennel találkoztunk, amire a szabványok és segédletek nem nyújtanak kielégítő választ. Ezeket szemlélteti az 26. ábra.



26. ábra: A rácsmodell geometriai kialakítása
(Szerkesztett ábra, forrás [6])

Az első ilyen sarkalatos kérdés a megoszló erő koncentrált erőkké való redukálása (26. ábra: b_1 , b_2 , b_3). A számítás első lépéseként a b_1 , b_2 , b_3 távolságokat a támaszköz viszonyában vettünk fel, arányszámokat képezve, melyeknek összege 1-et ad: $b_1 + b_2 + b_3 = 1$. Célszerűen a b_1 értéket a nyíróerő ábra inflexiós pontjához vettük fel, ahol a támaszközben lévő nyomatéki ábra a maximális értéket veszi fel, így a C_3 jelű húzott rúd θ_1 hajlásszögét optimális keretek közé szorítottuk. Ezek után geometriai viszonyok alapján a nyomott rácsrudak hajlásszögeit a[6]

$$\cot(\theta_1) = \frac{b_1 \cdot L}{2 \cdot Z_1}, \text{ és } \cot(\theta_2) = \frac{\left(\frac{b_2}{2} + b_3\right) \cdot L - a \cdot f_2 + a' \cdot f_2}{Z_1}$$

képlet alapján határozhatjuk meg, amelyben az a_{f2} és a'_{f2} értékek a középső támasz szélességétől függő tényezők, a Z_1 pedig a támaszközben lévő húzott és nyomott rácsrudak tengelytávolságát jelöli. Ezen rácsrudak tengelytávolságát a belső erők okozta feszültségek eredőjének karja adja, amely a következőképpen számítható:

$$Z_1 = 0,5 \cdot H \cdot \left(1 - \frac{H}{L}\right)$$

A középső támasz feletti keresztmetszetben a belső erőkkel keletkező feszültségek eredőjének karját Z_2 -vel jelölhetjük, ami az előző esethez hasonlóan határozható meg, ha:

$$- \quad H/L \geq 2 \quad Z_2 = 0,66 \cdot H$$

- $H/L = 1,5$ $Z_2=0,50 \cdot H$
- $H/L = 1$ $Z_2=0,35 \cdot H$

Köztes esetekben interpolálással határoztuk meg a tengelytávolságok értékét. A megoldáshoz további egyenletekre van szükségünk, melyeket szintén a geometriai viszonyok alapján képezhetők:

$$b_1 \cdot \cot(\theta_1) = b_2 \cdot \cot(\theta_2) \text{ és } a'_{f2} = \frac{b_2}{b_2+b_3} \cdot \frac{af_2}{4}$$

Az ezekből képzett egyenletrendszert több lépésben átalakítva a következő nem lineáris egyenlethez jutunk:

$$b_1 \cdot \cot(\theta_1) = b_2 \cdot \frac{\left(1 - b_1 - \frac{b_2}{2}\right) \cdot L - af_2 + \frac{b_2}{b_2 - (1 - b_1 - b_2)} \cdot \frac{af_2}{4}}{0,7 \cdot L}$$

Ezen nem lineáris egyenletet megoldva iterációval meghatározható a b_2 és b_3 pontos értéke. Ezek után már minden szükséges adat a rendelkezésünkre áll a rácsrudak hajlásszögének meghatározásához, valamint a rácsmodell kialakításhoz.

Végző lépésként meghatároztuk a rúderőket, melyeket különböző módszerekkel határoztuk meg attól függően, hogy azok ferde vagy vízszintes helyzetűek voltak.

Ferde rácsrudak esetén a rúderő a koncentrált erő ferde komponenséből származik, amelyet az alábbi módon számítottunk:

- $C_3 = b_1 \cdot L \cdot P_{Ed} \cdot \sin(\theta_1)$
- $C_4 = b_2 \cdot L \cdot P_{Ed} \cdot \sin(\theta_2)$
- $C_5 = b_3 \cdot L \cdot P_{Ed} \cdot \sin(\theta_3)$

Vízszintes rácsrudak esetén a rúderőt a nyomatéki szélsőértékekből származtattuk. A C_1 és T_1 , valamint a C_2 és T_2 rúderők páronként egyenlő nagyságúak, de ellentett értelműek, valamint Z_1 és Z_2 távolságra helyezkednek el egymástól. Ezek ismeretében a nyomatékokból az alábbi módokon határoztuk meg értéküket:

- $C_1 = T_1 = M_{AB}^+ / Z_1$
- $C_2 = T_2 = M_B^- / Z_2$

6.3 Eredmények összefoglalása

Az előző pontban ismertetett eljárásról elmondhatjuk, hogy sikerült konkretizálni és minimálisra csökkenteni a közelítések mértékét, viszont a számítás menete továbbra is hosszadalmas és nehézkes. A tartó magasságának változtatásával kapott rúderők elemzése során megfigyeltük, hogy ezek lineárisan változva követik le az L/H arány változását mindkét peremfeltétel esetén annak ellenére, hogy a két eset során a szerkezetek erőjátéka merőben eltérő, ezt szemlélteti a 27. és 28. ábrán található 2 táblázat, valamint a 29. és 30. ábrán látható grafikonok. A grafikonok szemléletesen mutatják, hogy a rúderők függvényei aszimptotikus jellegűek, ez ebben az esetben azt jelenti, hogy a tartómagasság növelésével egy bizonyos határértéket elérve a rúderők nem mutatnak további jelentős csökkenést, értékük közelítőleg stagnál. Ennek fő oka, hogy a tartómagasság növekedésével nem változik jelentősen a rácsmodell kialakítása.

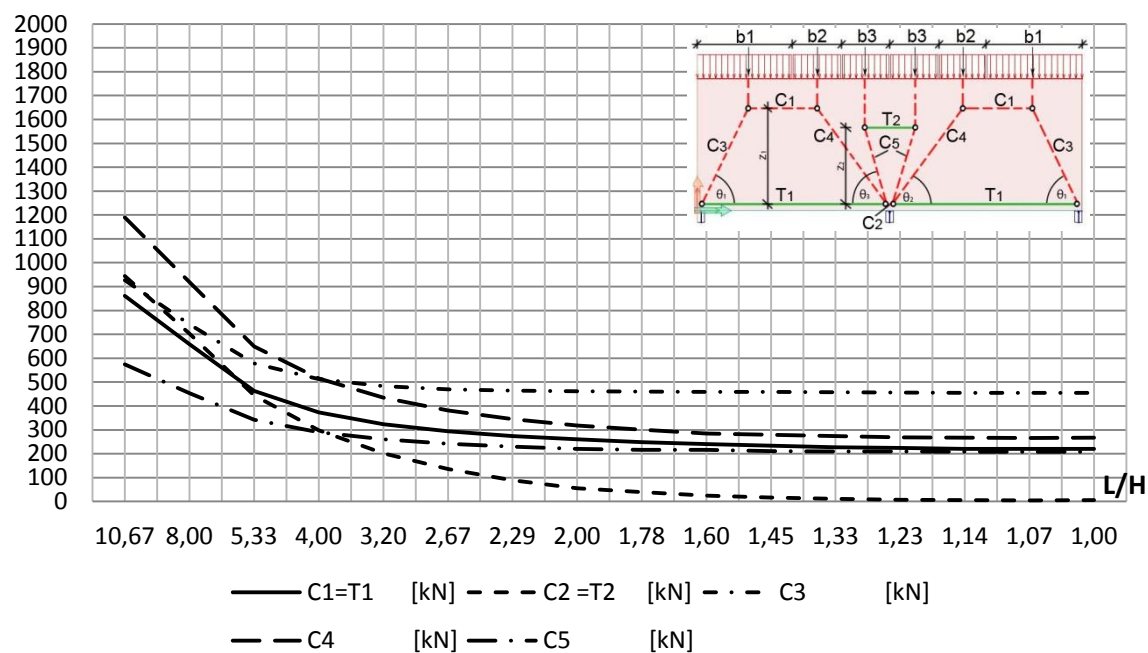
x irányú elmozdulás gátolt					
L/H	C ₁ =T ₁ [kN]	C ₂ =T ₂ [kN]	C ₃ [kN]	C ₄ [kN]	C ₅ [kN]
10,67	861,23	944,32	926,49	1189,18	573,70
8,00	658,91	703,15	742,38	919,08	453,98
5,33	463,49	444,04	577,83	649,73	341,70
4,00	372,95	298,06	512,02	514,92	290,02
3,20	323,55	201,99	482,79	434,34	260,74
2,67	293,58	135,39	469,58	381,27	242,34
2,29	273,79	88,80	463,79	344,77	229,70
2,00	260,32	55,12	462,11	318,29	220,58
1,78	248,55	39,46	459,76	301,07	216,85
1,60	240,50	24,82	459,52	284,85	216,48
1,45	233,36	16,03	458,34	278,97	211,38
1,33	227,61	10,72	457,01	273,26	210,00
1,23	223,76	6,61	456,34	269,13	209,10
1,14	220,64	6,10	454,96	267,41	208,81
1,07	219,75	4,90	454,89	266,50	208,34
1,00	219,80	6,26	454,49	267,41	208,35

27. ábra: Rúderők változása gátolt x-irányú elmozdulás esetén

x irányú elmozdulás megengedett					
L/H	C ₁ =T ₁ [kN]	C ₂ =T ₂ [kN]	C ₃ [kN]	C ₄ [kN]	C ₅ [kN]
12,31	763,18	1857,90	820,56	1609,16	761,15
8,00	510,22	1200,73	592,63	1088,37	524,88
5,33	355,78	789,41	467,07	773,63	389,09
4,00	280,23	581,21	413,69	622,10	328,09
3,20	236,33	454,50	386,98	536,69	293,14
2,67	208,18	369,25	372,38	484,46	269,74
2,29	188,91	308,36	363,96	452,10	251,38
2,00	175,59	261,88	359,50	430,82	236,37
1,78	164,92	253,55	355,72	425,91	219,41
1,60	157,74	243,79	354,27	420,36	207,02
1,45	151,98	237,50	352,87	418,73	195,93
1,33	147,68	234,14	351,82	419,94	185,62
1,23	144,98	230,67	351,52	423,18	175,41
1,14	142,95	229,47	350,81	428,65	166,20
1,07	142,52	227,24	351,08	427,21	165,61
1,00	142,72	226,97	350,99	436,10	156,88

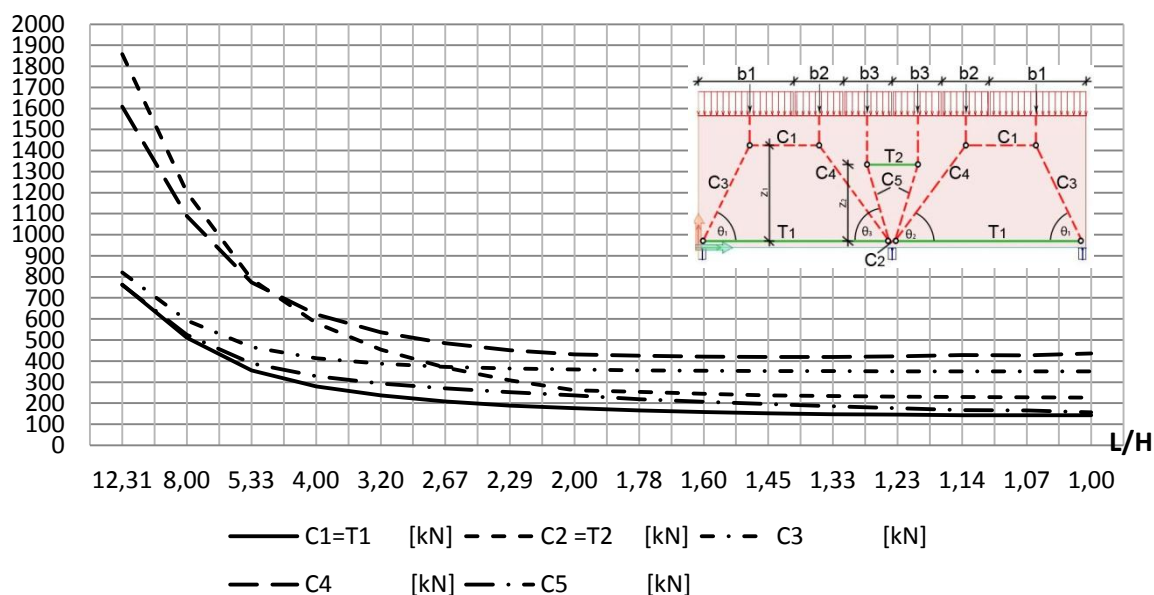
28. ábra: Rúderők változása engedélyezett x-irányú elmozdulás esetén

Rúderők [kN]



29. ábra: Rúderők változásának szemléltetése gátolt x-irányú elmozdulás esetén

Rúderők [kN]



30. ábra: Rúderők változásának szemléltetése engedélyezett x-irányú elmozdulás esetén

Ezt a lineáris viselkedést alapul véve egy olyan számítási módot határoztunk meg amellyel az L/H arány valamint a megoszló erő függvényében meghatározhatók a rúderők:

$$C_i = 1,25 \cdot 10^{-3} \cdot L \cdot P_{Ed} \cdot C_{ii}$$

C_i [a számítani kívánt rúderő]

C_{ii} [a táblázatból származtatott érték]

Az egyenlet három változót tartalmaz, melyekből kettő a szerkezet geometriájából, valamint terheléséből következik. Az L jelű változó a támaszköz szélességét jelöli, melyet méter dimenzióban kell behelyettesíteni, a P_{Ed} pedig a szerkezetre ható megoszló terhelés mértékét jelenti, melyet kN/m dimenzióban kell használnunk. A harmadik változó jele C_{ii} , melynek értéke az L/H arány, illetve a helyes megtámasztási viszony ismeretében a megfelelő táblázatból eredeztethető. Szükség esetén interpolációval számítható, vagy a grafikonról leolvasható.

A rúderők meghatározása után utolsó lépésként a nyomott betonzóna és a csomópontok ellenőrzése, valamint a vasmennyiség meghatározása van hátra. Ezek vizsgálatára nem térünk ki részletesebben a kutatásunk során, mivel ezen számítások levezetését a különféle szabványok részletesen tartalmazzák.

A módszer egyszerűségét és gyorsaságát az alábbi két példával kívánjuk szemléltetni.

1. Példa:

1. Geometria:

Peremfeltétel: $R_x = R_y = 1E+10$ kN/m (X irányban gátolt elmozdulás)

$L = 7,6$ m

$H = 1,9$ m $\rightarrow L/H = 4$

2. Teher:

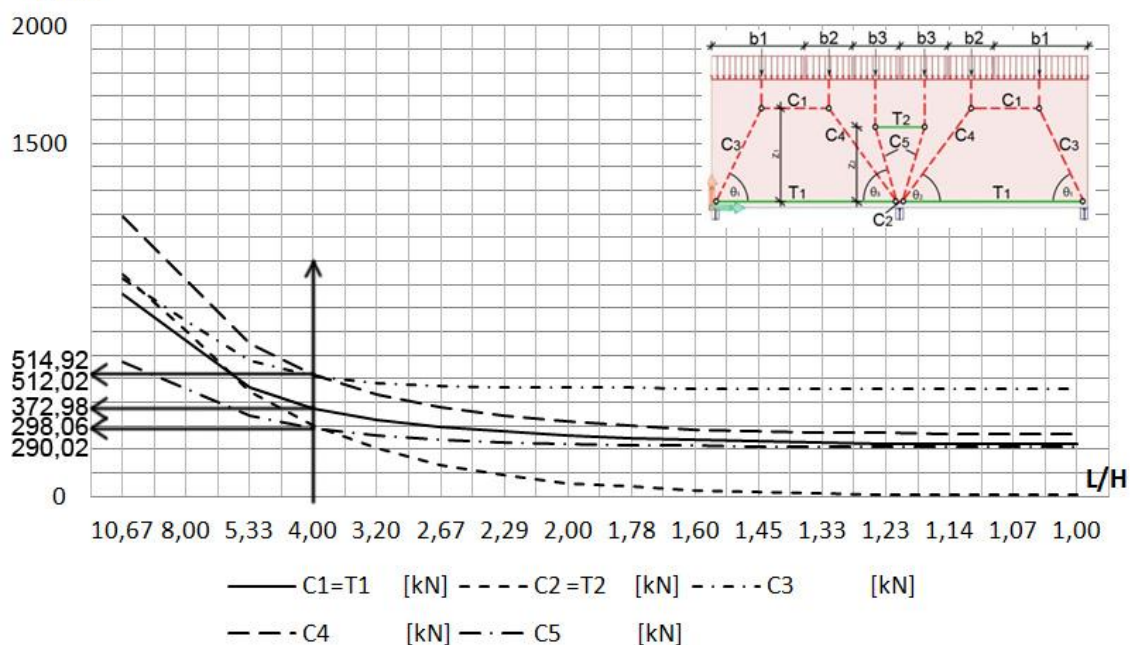
$P_{Ed} = 125$ kN/m

3. Megoldás:

Történhet táblázattal vagy grafikonnal:

x irányú elmozdulás gátolt					
L/H	C ₁ =T ₁ [kN]	C ₂ =T ₂ [kN]	C ₃ [kN]	C ₄ [kN]	C ₅ [kN]
5,33	463,49	444,04	577,83	649,73	341,70
4,00	372,95	298,06	512,02	514,92	290,02
3,20	323,55	201,99	482,79	434,34	260,74
1,00	219,80	6,26	454,49	267,41	208,35

Rúderők
[kN]



31. ábra: 1. példa segédletei

$$C_x = 1,25 \cdot 10^{-3} \cdot L \cdot P_{Ed} \cdot C_i$$

$$C_1 = T_1 = 1,25 \cdot 10^{-3} \cdot 7,6 \cdot 125 \cdot 372,95 = \underline{\underline{442,88 \text{ kN}}}$$

$$C_2 = T_2 = 1,25 \cdot 10^{-3} \cdot 7,6 \cdot 125 \cdot 298,06 = \underline{\underline{353,95 \text{ kN}}}$$

$$C_3 = 1,25 \cdot 10^{-3} \cdot 7,6 \cdot 125 \cdot 512,02 = \underline{\underline{608,02 \text{ kN}}}$$

$$C_4 = 1,25 \cdot 10^{-3} \cdot 7,6 \cdot 125 \cdot 514,92 = \underline{\underline{609,09 \text{ kN}}}$$

$$C_5 = 1,25 \cdot 10^{-3} \cdot 7,6 \cdot 125 \cdot 290,02 = \underline{\underline{344,40 \text{ kN}}}$$

2. Példa:

1. Geometria:

Peremfeltétel: $R_x=R_y = 0$ kN/m (x irányú szabad elmozdulás)

$L=7,6$ m

$H=1,9$ m $\rightarrow L/H=4$

2. Teher:

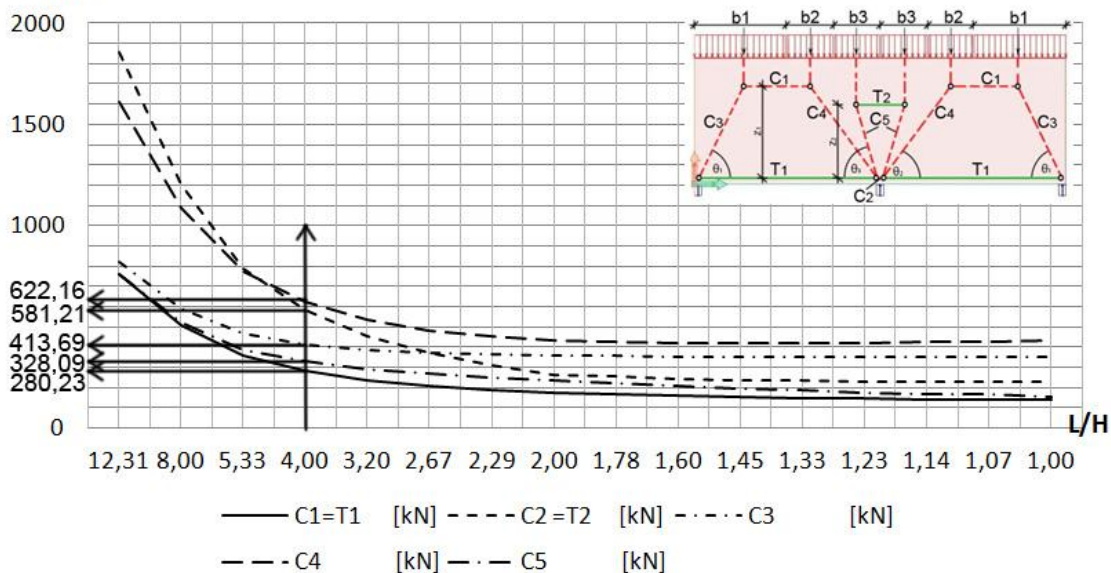
$P_{Ed}=125$ kN/m

3. Megoldás:

Történhet táblázattal vagy grafikonnal:

x irányú elmozdulás megengedett					
L/H	$C_1=T_1$ [kN]	$C_2=T_2$ [kN]	C_3 [kN]	C_4 [kN]	C_5 [kN]
5,33	355,78	789,41	467,07	773,63	389,09
4,00	280,23	581,21	413,69	622,10	328,09
3,20	236,33	454,50	386,98	536,69	293,14
1,00	142,72	226,97	350,99	436,10	156,88

Rúderők
[kN]



32. ábra: 2. példa segédletei

$$C_x = 1,25 \cdot 10^{-3} \cdot L \cdot P_{Ed} \cdot C_i$$

$$C_1 = T_1 = 1,25 \cdot 10^{-3} \cdot 7,6 \cdot 125 \cdot 280,23 = \underline{\underline{332,77 \text{ kN}}}$$

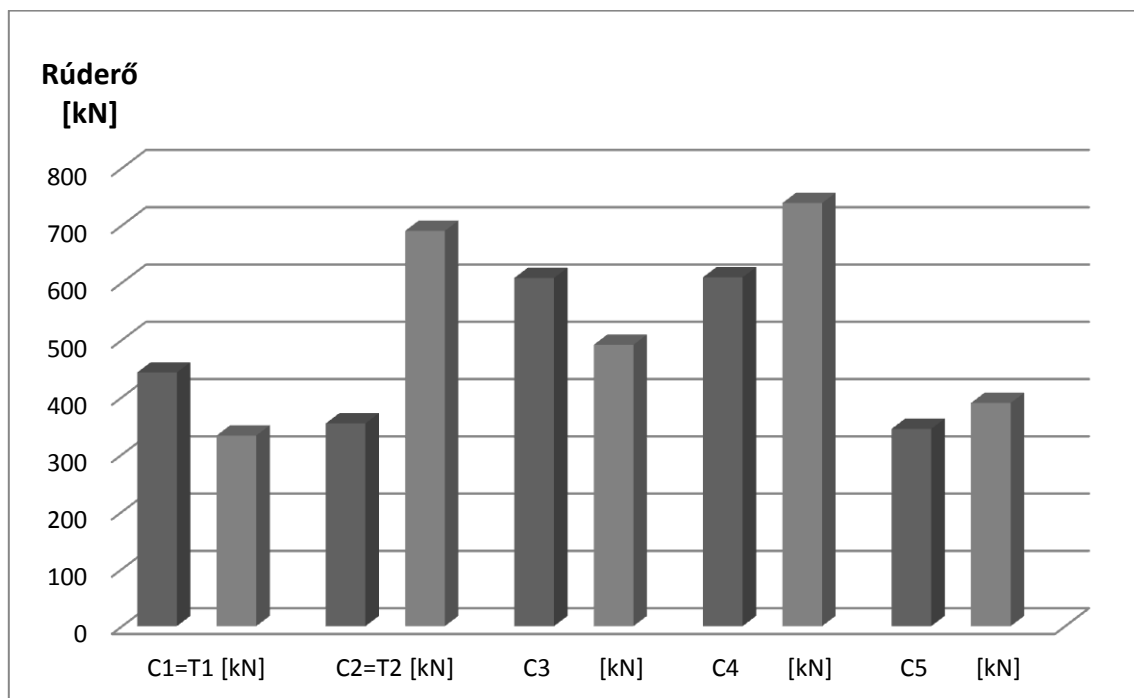
$$C_2 = T_2 = 1,25 \cdot 10^{-3} \cdot 7,6 \cdot 125 \cdot 581,21 = \underline{\underline{690,19 \text{ kN}}}$$

$$C_3 = 1,25 \cdot 10^{-3} \cdot 7,6 \cdot 125 \cdot 413,69 = \underline{\underline{491,26 \text{ kN}}}$$

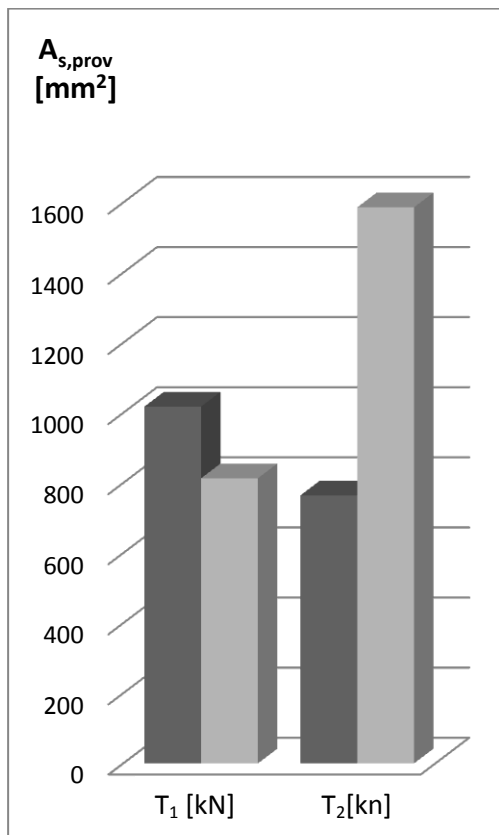
$$C_4 = 1,25 \cdot 10^{-3} \cdot 7,6 \cdot 125 \cdot 622,10 = \underline{\underline{738,74 \text{ kN}}}$$

$$C_5 = 1,25 \cdot 10^{-3} \cdot 7,6 \cdot 125 \cdot 328,09 = \underline{\underline{389,61 \text{ kN}}}$$

A peremfeltételek okozta különbsége jól láthatóak mind a rúderőkben a 33. ábrán, mind a vasmennyiségekben a 34. ábrán.



33. ábra: Rúderőbeli különbségek peremfeltételektől függően



	X-irányú elmozdulás	
	Gátolt	Szabad
$A_{s,prov,T1}$ [mm ²]	1018,11	764,99
$A_{s,prov,T2}$ [mm ²]	813,68	1586,64

34. ábra: Vasmennyiségek összehasonlítása a T_1 és T_2 rudak esetében

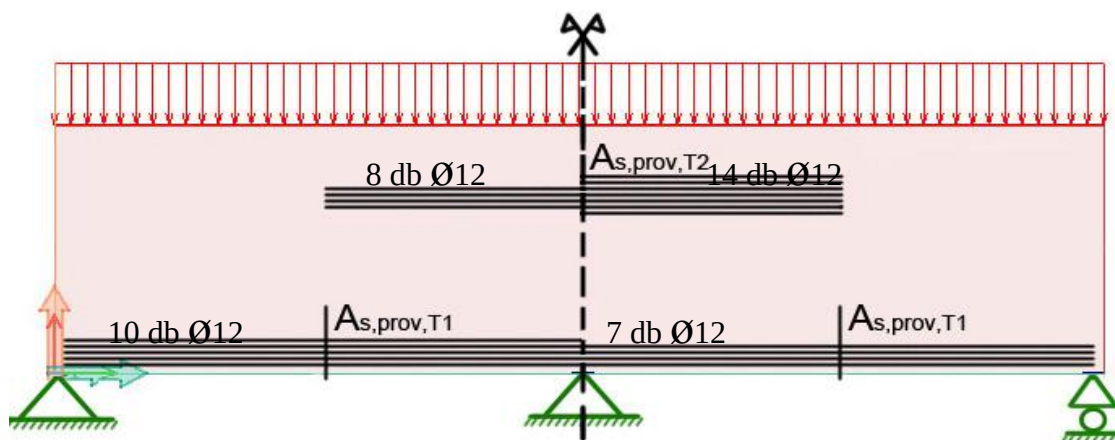
7.0 Konklúzió

Kezdeti feltevésünk az volt, hogy a rácsmodellek alkalmazási lehetőségeit vizsgáljuk és mutatjuk be vasbeton faltartók esetében. Viszont a kutatási munka során szembesültünk azzal, hogy a rácsmodellek geometriai kialakítása tisztázatlan, és számos közelítést tartalmaz, így kezdeti célunk ezek tisztázásával bővült.

Az első ilyen pont a peremfeltételek tisztázatlan helyzete volt, melyekre a szakirodalmak és tervezési segédletek nem térnek ki. Éppen ezért arra a döntésre jutottunk, hogy olyan közelítő számítást alakítunk ki, amely leköveti a szélsőértékeket. Ezek felhasználásával a minimális és a maximális vasmennyiség könnyedén számítható az anyagminőség függvényében.

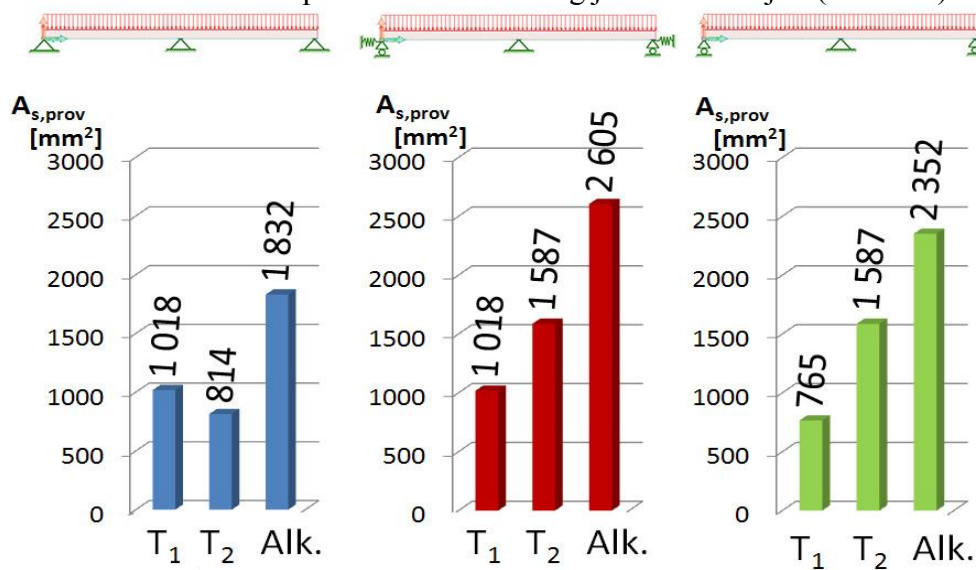
Amennyiben a peremfeltételek pontos értéke nem meghatározható, a biztonság javára az alábbi közelítést tehetjük. Meghatározzuk mindkét szélsőérték esetén az alkalmazandó vasmennyiségeket a T_1 és T_2 fő húzott zónákban, majd a két eset közül a nagyobb vasmennyiségeket alkalmazzuk (35. ábra). Tehát a támaszközi vasalást az X-irányban gátolt

peremfeltételi esetből, a középső támasz felett pedig az X-irányban szabadon elmozduló peremfeltételi esetből számítjuk.



35. ábra: Kiegészítő húzott vasalás

Ebben az esetben a szerkezet fajlagos vasmennyisége ugyan nő, de a pontatlan peremfeltételek miatt fennálló problémát a biztonság javára közelítjük (36. ábra.).



	X-irányú elmozdulás			Peremfeltételek ismerete nélkül javasolt vasmennyiség
	Gátolt	Engedett		
$A_{s,prov,T1}$ [mm ²]	1018,11	764,99	- >	1018,11
$A_{s,prov,T2}$ [mm ²]	813,68	1586,64	- >	1586,64
$\Sigma A_{s,prov}$ [mm ²]	1831,79	2351,63	- >	2604,76

36. ábra: Alkalmazott kiegészítő vasmennyiség

A nyomatéki szélsőértékek valamint a húzott- nyomott zónák helyzetéből eredeztetett nyomatéki karok meghatározása teljes mértékben a tervezőre van bízva. Ezen probléma figyelmen kívül hagyása az eredmények nagyfokú torzulását okozza. Ennek pontos meghatározásához elengedhetetlen a belső erők okozta feszültségek eloszlásának alapos ismerete. Ezen eredmények vizsgálatával jutottunk a 6.2-as pontban ismertetett összefüggésekre.

Az előző pontban ismertetett módszerrel könnyedén megkaphatók a rúderők, a támaszerők és nyomatékok számítása nélkül is. Viszont igény szerint ezek is könnyedén számíthatók a már bemutatott 25. ábra segítségével.

Napjainkban háttérbe szorulnak a kézi számítások és a végeselemes programok használta válik egyeduralkodóvá, azonban ha egy gyors közelítő számításra van szükségünk, akkor ez a módszer nagyszerűen alkalmazható. Számításaink során azt tapasztaltuk, hogy a módszer csupán néhány százalékos eltérést mutat a végeselemmel modellezett számításhoz képest. Ezen eljárás előnye továbbá az is, hogy gépi számítás esetén a tervező által tévesen definiált modell visszaellenőrizhető, hiszen a program helytelen kezdeti feltételekkel is lefuttatható.

Összegzésképpen elmondhatjuk, hogy egy olyan egyszerűsítő számítási módszert alakítottunk ki, amely lehetővé teszi minden rúderő meghatározását bármely olyan 3 támaszú faltartó esetén, amely egyenletesen megoszló erővel terhelt, és azonos támaszközökkel rendelkezik. Így nincs szükség bonyolult matematikai számítások elvégzésére, mint például nem lineáris egyenletek megoldása.

Láthatjuk, hogy ez a témakör még rengeteg megválaszolatlan kérdést tartalmaz. Ezért az ismertetett adatok segítségével különböző perspektívákból közelítve számos további kutatási irány elképzelhető. Egyrészt a rácsmodellek akár más geometriai formában is kialakíthatóak, más terhelési esetek is felvehetőek illetve a statikai váz változása is jelentős problémákat vet fel.

8.0 Jelmagyarázat

Oszlop megjelölése	Megnevezés	Számítási mód
A [kN]	Támaszerő (alapeset)	Végeselemes programmal számítva
B [kN]	Támaszerő (alapeset)	Végeselemes programmal számítva
C [kN]	Támaszerő (alapeset)	Végeselemes programmal számítva
V_A [kN]	Nyíróerő	$V_A = A$
V_B [kN]	Nyíróerő	$V_B = A - (q \cdot L)$
V_C [kN]	Nyíróerő	$V_C = C$
a [m]	Nyomatéki maximum helye	$a = \frac{V_A}{\frac{V_A - V_B}{L}}$
M_{AB} [kNm]	Nyomatéki szélsőérték mezőben	$M_{AB} = \frac{V_A \cdot a}{2}$
M_{BC} [kNm]	Nyomatéki szélsőérték mezőben	$M_{BC} = \frac{V_C \cdot a}{2}$
M_B [kNm]	Nyomatéki szélsőérték támasz felett	$M_B = M_{AB} + \frac{V_B \cdot (L - a)}{2}$
z₁ [m]	Belső erők karja támaszközből	$z_1 = 0,5 \cdot H \cdot \left(1,9 - \frac{H}{L}\right)$
z₂ [m]	Belső erők karja támasz felett	$H/L \geq 2 \quad Z_2 = 0,66 \cdot H$ $H/L = 1,5 \quad Z_2 = 0,50 \cdot H$ $H/L = 1 \quad Z_2 = 0,35 \cdot H$
θ₁ [fok]	C ₃ rácsrúd hajlásszöge	$\theta_1 = \arctg\left(\frac{z_1}{\frac{a}{2}}\right)$
cotθ₁	C ₁ rácsrúd hajlásszögének kotangense	$\cot \theta_1 = \frac{\cos \theta_1}{\sin \theta_1}$
θ₂	C ₂ rácsrúd hajlásszöge	$\theta_2 = \arctg\left(\frac{z_1}{\frac{b_2}{2} + b_3} \cdot L\right)$
cotθ₂	C ₄ rácsrúd hajlásszögének kotangense	$\cot \theta_2 = \frac{\cos \theta_2}{\sin \theta_2}$

θ_3	[fok]	C ₅ rácsrúd hajlásszöge	$\theta_3=\arctg\left(\frac{Z_2}{\frac{b_3}{2}} \cdot L\right)$
$\cot\theta_3$		C ₅ rácsrúd hajlásszögének kotangense	$\cot\theta_3=\frac{\cos\theta_3}{\sin\theta_3}$
α_A		„A” támaszerő meghatározásához használt segédmennyiség	$\alpha_A=\frac{P_{Ed} \cdot L}{A}$
α_B		„B” támaszerő meghatározásához használt segédmennyiség	$\alpha_B=\frac{P_{Ed} \cdot L}{B}$
β_{AB}		Támaszközi nyomatékmaximum meghatározásához használt segédmennyiség	$\beta_{AB}=\frac{P_{Ed} \cdot L^2}{M_{AB}}$
β_B		Középső támasz feletti nyomaték meghatározásához használt segédmennyiség	$\beta_B=\frac{P_{Ed} \cdot L^2}{M_B}$
C_1	[kN]	C ₁ jelű rácsrúd rúdereje	$C_1=\frac{M_{AB}}{Z_1}$
C_2	[kN]	C ₂ jelű rácsrúd rúdereje	$C_2=\frac{M_B}{Z_2}$
C_3	[kN]	C ₃ jelű rácsrúd rúdereje	$C_3=\frac{A}{\sin\theta_1}$
C_4	[kN]	C ₄ jelű rácsrúd rúdereje	$C_4=\frac{b_2 \cdot L \cdot P_{Ed}}{\sin\theta_2}$
C_5	[kN]	C ₅ jelű rácsrúd rúdereje	$C_5=\frac{b_3 \cdot L \cdot P_{Ed}}{\sin\theta_3}$
T_1	[kN]	T ₁ jelű rácsrúd rúdereje	$T_1=C_1$
T_2	[kN]	T ₂ jelű rácsrúd rúdereje	$T_2=C_2$
b_1		Koncentrált erők meghatározásához használt arányszám	$b_1=\frac{a}{L}$
b_2		Koncentrált erők meghatározásához használt arányszám	Többváltozós egyenletrendszerből iterációval meghatározva
b_3		Koncentrált erők meghatározásához használt arányszám	
$b_1 \cdot \cot\theta_1$		$b_1 \cdot \cot\theta_1=b_2 \cdot \frac{\left(1-b_1 \cdot \frac{b_2}{2}\right) \cdot L-a f_2+\frac{b_2}{\left[b_2 \cdot\left(1-b_1 \cdot b_2\right)\right]^4} \cdot a f_2^2}{0,7 \cdot L}$	

9.0 Függelék

X - irányban gátolt elmozdulás: 4 / 1.

L [m]	H [m]	L/H	H/L	P _{Ed} [kN/m]	A [kN]	B [kN]	C [kN]	V _A [kN]	V _B [kN]	V _C [kN]	a [m]	M _{AB} =M _{BC} [kNm]	M _B [kNm]	z ₁	z ₂
8	0,4	20,00	0,05	100	300,00	1000,00	300,00	300,00	-500,00	300,00	3,00	450,00	-800,00		
8	0,6	13,33	0,08	100	341,48	917,04	341,48	341,48	-458,52	341,48	3,41	583,04	-468,16		
8	0,75	10,67	0,09	100	341,57	916,86	341,57	341,57	-458,43	341,57	3,42	583,35	-467,44	0,68	0,50
8	1	8,00	0,13	100	341,99	916,02	341,99	341,99	-458,01	341,99	3,42	584,79	-464,08	0,89	0,66
8	1,5	5,33	0,19	100	345,05	909,89	345,05	345,05	-454,95	345,05	3,45	595,30	-439,60	1,28	0,99
8	2	4,00	0,25	100	350,82	898,36	350,82	350,82	-449,18	350,82	3,51	615,37	-393,44	1,65	1,32
8	2,5	3,20	0,31	100	358,34	883,31	358,34	358,34	-441,66	358,34	3,58	642,04	-333,28	1,98	1,65
8	3	2,67	0,38	100	366,49	867,01	366,49	366,49	-433,51	366,49	3,66	671,57	-268,08	2,29	1,98
8	3,5	2,29	0,44	100	374,36	851,29	374,36	374,36	-425,64	374,36	3,74	700,73	-205,12	2,56	2,31
8	4	2,00	0,50	100	381,81	836,38	381,81	381,81	-418,19	381,81	3,82	728,89	-145,52	2,80	2,64
8	4,5	1,78	0,56	100	386,78	826,44	386,78	386,78	-413,22	386,78	3,87	747,99	-105,76	3,01	2,68
8	5	1,60	0,63	100	391,56	816,87	391,56	391,56	-408,44	391,56	3,92	766,60	-67,52	3,19	2,72
8	5,5	1,45	0,69	100	394,49	811,01	394,49	394,49	-405,51	394,49	3,94	778,11	-44,08	3,33	2,75
8	6	1,33	0,75	100	396,30	807,40	396,30	396,30	-403,70	396,30	3,96	785,27	-29,60	3,45	2,76
8	6,5	1,23	0,81	100	397,71	804,57	397,71	397,71	-402,29	397,71	3,98	790,87	-18,32	3,53	2,77
8	7	1,14	0,88	100	397,88	804,23	397,88	397,88	-402,12	397,88	3,98	791,54	-16,96	3,59	2,78
8	7,5	1,07	0,94	100	398,29	803,43	398,29	398,29	-401,71	398,29	3,98	793,17	-13,68	3,61	2,79
8	8	1,00	1,00	100	397,81	804,39	397,81	397,81	-402,19	397,81	3,98	791,26	-17,52	3,60	2,80

X - irányban gátolt elmozdulás: 4 / 2.

L [m]	H [m]	L/H	H/L	P _{Ed} [kN/m]	θ ₁	cot θ ₁	θ ₂	cot θ ₂	θ ₃	cot θ ₃	α _A	α _B	β _{AB}	β _B
8	0,4	20,00	0,05	100							2,667	0,800	14,222	8,000
8	0,6	13,33	0,08	100							2,343	0,872	10,977	13,671
8	0,75	10,67	0,09	100	21,634	2,521	11,160	5,069	23,446	2,306	2,342	0,873	10,971	13,692
8	1	8,00	0,13	100	27,430	1,927	14,513	3,863	30,102	1,725	2,339	0,873	10,944	13,791
8	1,5	5,33	0,19	100	36,666	1,343	20,683	2,649	41,288	1,139	2,319	0,879	10,751	14,559
8	2	4,00	0,25	100	43,248	1,063	26,183	2,034	49,942	0,841	2,280	0,891	10,400	16,267
8	2,5	3,20	0,31	100	47,921	0,903	31,046	1,661	56,592	0,660	2,233	0,906	9,968	19,203
8	3	2,67	0,38	100	51,303	0,801	35,270	1,414	61,686	0,539	2,183	0,923	9,530	23,873
8	3,5	2,29	0,44	100	53,820	0,731	38,878	1,240	65,634	0,453	2,137	0,940	9,133	31,201
8	4	2,00	0,50	100	55,714	0,682	41,918	1,114	68,729	0,389	2,095	0,957	8,780	43,980
8	4,5	1,78	0,56	100	57,274	0,643	44,334	1,024	69,274	0,378	2,068	0,968	8,556	60,514
8	5	1,60	0,63	100	58,441	0,614	46,203	0,959	69,551	0,373	2,043	0,979	8,349	94,787
8	5,5	1,45	0,69	100	59,394	0,592	47,818	0,906	70,128	0,361	2,028	0,986	8,225	145,191
8	6	1,33	0,75	100	60,129	0,574	48,925	0,872	70,295	0,358	2,019	0,991	8,150	216,216
8	6,5	1,23	0,81	100	60,637	0,563	49,708	0,848	70,424	0,356	2,012	0,994	8,092	349,345
8	7	1,14	0,88	100	60,990	0,555	50,145	0,835	70,505	0,354	2,011	0,995	8,085	377,358
8	7,5	1,07	0,94	100	61,113	0,552	50,351	0,829	70,599	0,352	2,009	0,996	8,069	467,836
8	8	1,00	1,00	100	61,079	0,553	50,252	0,832	70,656	0,351	2,011	0,995	8,088	365,297

X - irányban gátolt elmozdulás: 4 / 3.

L [m]	H [m]	L/H	H/L	P _{Ed} [kN/m]	C ₁ [kN]	C ₂ [kN]	C ₃ [kN]	C ₄ [kN]	C ₅ [kN]	T ₁ [kN]	T ₂ [kN]	A _{s,req,T1} [mm ²]	A _{s,req,T2} [mm ²]
8	0,4	20,00	0,05	100									
8	0,6	13,33	0,08	100									
8	0,75	10,67	0,09	100	861,23	944,32	926,49	1189,18	573,70	861,23	944,32	1979,84	2170,86
8	1	8,00	0,13	100	658,91	703,15	742,38	919,08	453,98	658,91	703,15	1514,74	1616,44
8	1,5	5,33	0,19	100	463,49	444,04	577,83	649,73	341,70	463,49	444,04	1065,50	1020,78
8	2	4,00	0,25	100	372,95	298,06	512,02	514,92	290,02	372,95	298,06	857,36	685,20
8	2,5	3,20	0,31	100	323,55	201,99	482,79	434,34	260,74	323,55	201,99	743,79	464,34
8	3	2,67	0,38	100	293,58	135,39	469,58	381,27	242,34	293,58	135,39	674,91	311,25
8	3,5	2,29	0,44	100	273,79	88,80	463,79	344,77	229,70	273,79	88,80	629,40	204,13
8	4	2,00	0,50	100	260,32	55,12	462,11	318,29	220,58	260,32	55,12	598,44	126,72
8	4,5	1,78	0,56	100	248,55	39,46	459,76	301,07	216,85	248,55	39,46	571,39	90,72
8	5	1,60	0,63	100	240,50	24,82	459,52	284,85	216,48	240,50	24,82	552,88	57,07
8	5,5	1,45	0,69	100	233,36	16,03	458,34	278,97	211,38	233,36	16,03	536,46	36,85
8	6	1,33	0,75	100	227,61	10,72	457,01	273,26	210,00	227,61	10,72	523,25	24,65
8	6,5	1,23	0,81	100	223,76	6,61	456,34	269,13	209,10	223,76	6,61	514,40	15,20
8	7	1,14	0,88	100	220,64	6,10	454,96	267,41	208,81	220,64	6,10	507,22	14,02
8	7,5	1,07	0,94	100	219,75	4,90	454,89	266,50	208,34	219,75	4,90	505,18	11,27
8	8	1,00	1,00	100	219,80	6,26	454,49	267,41	208,35	219,80	6,26	505,28	14,38

X - irányban gátolt elmozdulás: 4 / 4.

L [m]	H [m]	L/H	H/L	P _{Ed} [kN/m]	b1	b2	b3	(b1·cotθ ₁)'	b1·cotθ ₁
8	0,4	20,00	0,05	100					
8	0,6	13,33	0,08	100					
8	0,75	10,67	0,09	100	0,427	0,2877	0,285	1,08	1,08
8	1	8,00	0,13	100	0,427	0,2879	0,285	0,82	0,82
8	1,5	5,33	0,19	100	0,431	0,28685	0,282	0,58	0,58
8	2	4,00	0,25	100	0,439	0,284	0,277	0,47	0,47
8	2,5	3,20	0,31	100	0,448	0,28	0,272	0,40	0,40
8	3	2,67	0,38	100	0,458	0,2752	0,267	0,37	0,37
8	3,5	2,29	0,44	100	0,468	0,2705	0,262	0,34	0,34
8	4	2,00	0,50	100	0,477	0,2658	0,257	0,33	0,33
8	4,5	1,78	0,56	100	0,483	0,263	0,254	0,31	0,31
8	5	1,60	0,63	100	0,489	0,257	0,254	0,30	0,63
8	5,5	1,45	0,69	100	0,493	0,2584	0,248	0,29	0,29
8	6	1,33	0,75	100	0,495	0,2575	0,247	0,28	0,28
8	6,5	1,23	0,81	100	0,497	0,2566	0,246	0,28	0,28
8	7	1,14	0,88	100	0,497	0,2566	0,246	0,28	0,28
8	7,5	1,07	0,94	100	0,498	0,2565	0,246	0,27	0,27
8	8	1,00	1,00	100	0,497	0,257	0,246	0,27	0,27

X - irányban szabad elmozdulás: 4 / 1.

L [m]	H [m]	L/H	H/L	P _{Ed} [kN/m]	A [kN]	B [kN]	C [kN]	V _A [kN]	V _B [kN]	V _C [kN]	a [m]	M _{AB} =M _{BC} [kNm]	M _B [kNm]	z ₁	z ₂
8	0,4	20,00	0,05	100	300,00	1000,00	300,00	300,00	-500,00	300,00	3,00	450,00	-800,00		
8	0,6	13,33	0,08	100	300,31	999,39	300,31	300,31	-499,69	300,31	3,00	450,93	-797,52		
8	0,65	12,31	0,08	100	300,37	999,26	300,37	300,37	-499,63	300,37	3,00	451,11	-797,04	0,59	0,43
8	1	8,00	0,13	100	300,94	998,12	300,94	300,94	-499,06	300,94	3,01	452,82	-792,48	0,89	0,66
8	1,5	5,33	0,19	100	302,31	995,38	302,31	302,31	-497,69	302,31	3,02	456,96	-781,52	1,28	0,99
8	2	4,00	0,25	100	304,10	991,79	304,10	304,10	-495,90	304,10	3,04	462,38	-767,20	1,65	1,32
8	2,5	3,20	0,31	100	306,26	987,47	306,26	306,26	-493,74	306,26	3,06	468,98	-749,92	1,98	1,65
8	3	2,67	0,38	100	308,61	982,77	308,61	308,61	-491,39	308,61	3,09	476,20	-731,12	2,29	1,98
8	3,5	2,29	0,44	100	310,96	978,07	310,96	310,96	-489,04	310,96	3,11	483,48	-712,32	2,56	2,31
8	4	2,00	0,50	100	313,58	972,84	313,58	313,58	-486,42	313,58	3,14	491,66	-691,36	2,80	2,64
8	4,5	1,78	0,56	100	315,06	969,89	315,06	315,06	-484,94	315,06	3,15	496,31	-679,52	3,01	2,68
8	5	1,60	0,63	100	317,11	965,77	317,11	317,11	-482,89	317,11	3,17	502,79	-663,12	3,19	2,72
8	5,5	1,45	0,69	100	318,36	963,27	318,36	318,36	-481,64	318,36	3,18	506,77	-653,12	3,33	2,75
8	6	1,33	0,75	100	319,22	961,57	319,22	319,22	-480,78	319,22	3,19	509,51	-646,24	3,45	2,76
8	6,5	1,23	0,81	100	320,13	959,73	320,13	320,13	-479,87	320,13	3,20	512,42	-638,96	3,53	2,77
8	7	1,14	0,88	100	320,26	959,48	320,26	320,26	-479,74	320,26	3,20	512,83	-637,92	3,59	2,78
8	7,5	1,07	0,94	100	320,75	958,49	320,75	320,75	-479,25	320,75	3,21	514,40	-634,00	3,61	2,79
8	8	1,00	1,00	100	320,56	958,88	320,56	320,56	-479,44	320,56	3,21	513,79	-635,52	3,60	2,80

X - irányban szabad elmozdulás: 4 / 2.

L [m]	H [m]	L/H	H/L	P _{Ed} [kN/m]	θ ₁	cot θ ₁	θ ₂	cot θ ₂	θ ₃	cot θ ₃	α _A	α _B	β _{AB}	β _B
8	0,4	20,00	0,05	100							2,667	0,800	14,222	8
8	0,6	13,33	0,08	100							2,664	0,800	14,193	8,025
8	0,65	12,31	0,08	100	21,48	2,54	8,980	6,328	19,052	2,896	2,663	0,801	14,187	8,030
8	1	8,00	0,13	100	30,53	1,70	13,379	4,204	28,099	1,873	2,658	0,802	14,134	8,076
8	1,5	5,33	0,19	100	40,35	1,18	19,085	2,890	38,975	1,236	2,646	0,804	14,006	8,189
8	2	4,00	0,25	100	47,34	0,92	24,098	2,236	47,501	0,916	2,631	0,807	13,841	8,342
8	2,5	3,20	0,31	100	52,34	0,77	28,480	1,843	54,221	0,721	2,612	0,810	13,647	8,534
8	3	2,67	0,38	100	56,00	0,67	32,290	1,582	59,572	0,587	2,592	0,814	13,440	8,754
8	3,5	2,29	0,44	100	58,72	0,61	35,604	1,397	63,949	0,489	2,573	0,818	13,237	8,985
8	4	2,00	0,50	100	60,75	0,56	38,467	1,259	67,526	0,414	2,551	0,822	13,017	9,257
8	4,5	1,78	0,56	100	62,37	0,52	41,103	1,146	69,076	0,382	2,539	0,825	12,895	9,418
8	5	1,60	0,63	100	63,55	0,50	43,246	1,063	70,290	0,358	2,523	0,828	12,729	9,651
8	5,5	1,45	0,69	100	64,48	0,48	44,983	1,001	71,349	0,338	2,513	0,831	12,629	9,799
8	6	1,33	0,75	100	65,17	0,46	46,379	0,953	72,242	0,320	2,506	0,832	12,561	9,903
8	6,5	1,23	0,81	100	65,64	0,45	47,500	0,916	73,142	0,303	2,499	0,834	12,490	10,016
8	7	1,14	0,88	100	65,95	0,45	48,291	0,891	73,971	0,287	2,498	0,834	12,480	10,033
8	7,5	1,07	0,94	100	66,04	0,44	48,507	0,885	74,072	0,285	2,494	0,835	12,442	10,095
8	8	1,00	1,00	100	66,00	0,45	48,774	0,876	74,868	0,270	2,496	0,834	12,456	10,070

X - irányban szabad elmozdulás: 4 / 3.

L [m]	H [m]	L/H	H/L	P _{Ed} [kN/m]	C ₁ [kN]	C ₂ [kN]	C ₃ [kN]	C ₄ [kN]	C ₅ [kN]	T ₁ [kN]	T ₂ [kN]	A _{s,req,T1} [mm ²]	A _{s,req,T2} [mm ²]
8	0,4	20,00	0,05	100									
8	0,6	13,33	0,08	100									
8	0,65	12,31	0,08	100	763,18	1857,90	820,56	1609,16	761,15	763,18	1857,90	1754,44	4271,04
8	1	8,00	0,13	100	510,22	1200,73	592,63	1088,37	524,88	510,22	1200,73	1172,93	2760,29
8	1,5	5,33	0,19	100	355,78	789,41	467,07	773,63	389,09	355,78	789,41	817,89	1814,75
8	2	4,00	0,25	100	280,23	581,21	413,69	622,10	328,09	280,23	581,21	644,21	1336,12
8	2,5	3,20	0,31	100	236,33	454,50	386,98	536,69	293,14	236,33	454,50	543,30	1044,82
8	3	2,67	0,38	100	208,18	369,25	372,38	484,46	269,74	208,18	369,25	478,56	848,86
8	3,5	2,29	0,44	100	188,91	308,36	363,96	452,10	251,38	188,91	308,36	434,27	708,88
8	4	2,00	0,50	100	175,59	261,88	359,50	430,82	236,37	175,59	261,88	403,66	602,02
8	4,5	1,78	0,56	100	164,92	253,55	355,72	425,91	219,41	164,92	253,55	379,13	582,88
8	5	1,60	0,63	100	157,74	243,79	354,27	420,36	207,02	157,74	243,79	362,62	560,45
8	5,5	1,45	0,69	100	151,98	237,50	352,87	418,73	195,93	151,98	237,50	349,38	545,97
8	6	1,33	0,75	100	147,68	234,14	351,82	419,94	185,62	147,68	234,14	339,50	538,26
8	6,5	1,23	0,81	100	144,98	230,67	351,52	423,18	175,41	144,98	230,67	333,29	530,28
8	7	1,14	0,88	100	142,95	229,47	350,81	428,65	166,20	142,95	229,47	328,62	527,51
8	7,5	1,07	0,94	100	142,52	227,24	351,08	427,21	165,61	142,52	227,24	327,63	522,39
8	8	1,00	1,00	100	142,72	226,97	350,99	436,10	156,88	142,72	226,97	328,09	521,77

X - irányban szabad elmozdulás: 4 / 4.

L [m]	H [m]	L/H	H/L	P _{Ed} [kN/m]	b1	b2	b3	(b1·cotθ ₁)'	b1·cotθ ₁
8	0,4	20,00	0,05	100					
8	0,6	13,33	0,08	100					
8	0,65	12,31	0,08	100	0,375	0,314	0,311	0,95	0,95
8	1	8,00	0,13	100	0,376	0,315	0,309	0,64	0,64
8	1,5	5,33	0,19	100	0,378	0,316	0,306	0,44	0,44
8	2	4,00	0,25	100	0,380	0,318	0,302	0,35	0,35
8	2,5	3,20	0,31	100	0,383	0,320	0,297	0,30	0,30
8	3	2,67	0,38	100	0,386	0,324	0,291	0,26	0,26
8	3,5	2,29	0,44	100	0,389	0,329	0,282	0,24	0,24
8	4	2,00	0,50	100	0,392	0,335	0,273	0,22	0,22
8	4,5	1,78	0,56	100	0,394	0,350	0,256	0,21	0,21
8	5	1,60	0,63	100	0,396	0,360	0,244	0,20	0,20
8	5,5	1,45	0,69	100	0,398	0,370	0,232	0,19	0,19
8	6	1,33	0,75	100	0,399	0,380	0,221	0,18	0,18
8	6,5	1,23	0,81	100	0,400	0,390	0,210	0,18	0,18
8	7	1,14	0,88	100	0,400	0,400	0,200	0,18	0,18
8	7,5	1,07	0,94	100	0,401	0,400	0,199	0,18	0,18
8	8	1,00	1,00	100	0,401	0,410	0,189	0,18	0,18

Köszönetnyilvánítás

Hálás köszönetet szeretnénk mondani konzulensünknek, Dr. Kovács Imrének, a Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék tanszékvezetőjének, aki szakmai látásmódjával és inspiráló gondolataival segítette munkánkat.

Illetve szeretnénk köszönetet mondani Csüllög Mihálynak a szakirodalmi áttekintés utómunkálataiban nyújtott segítségéért.

Irodalomjegyzék

- [1] Böleskei, E.; Orosz, Á. (1972): Vasbeton szerkezetek : faltartók, lemezek, tárolók. Tankönyvkiadó, Budapest.
- [2] Shah, A. (2009): Evaluation of Shear Strength of High Strength Concrete Beams
- [3] Schaich, J.; Weischede, D. (1982): Manual for Detailing of concrete structure. In: CEB Buletin 150.
- [4] Muttoni, A.; Schwarz, J.; Thürlimann, B. (1997), Bemessung von Stahlbetontragwerken mit Spannungsfeldern. Birkhaeuser Basel/Boston/Berlin.
- [5] Schäfer, K. (2009): Deep beams and discontinuity regions. In: Balázs, L. György szerk.: Structural concrete : textbook on behaviour, design and performance vol. 4. fib, Lausanne. p. 88-97.
- [6] Lourenco, M. S.; Almeida, J. F.; Boia, R. (2011) In: Design examples for strut-and-tie models. fib, Lausanne. p. 45-52.
- [7] MSZ EN 1992-1-1:2010 Betonszerkezetek tervezése. Általános és az épületekre vonatkozó szabályok
- [8] DIN 1045-1:2008 Tragwerke aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton. Bemessung und Konstruktion
- [9] Kovács, I.: Vasbeton falak, faltartók, merevítő falak, vázkitöltő falak II. Vasbetonszerkezetek III. X. EA.

Ábrajegyzék

1. ábra: Tartószerkezetek alaptípusai	3
2. ábra: Anyagok feszültség-nyúlás diagramjai	6
3. ábra: Síkbeli feszültségi állapotban egy felületelemre működő feszültségek	6
4. ábra: A felületelem eltolódása és torzulása derékszögű koordináta-rendszerben.	7
5. ábra: Zavart zónák	10
6. ábra: Csomóponti alapesetek hajlásszögei (1. eset)	11
7. ábra: Csomóponti alapesetek hajlásszögei (2. eset)	12
8. ábra: Ideális rácsrúd hajlásszögek	13
9. ábra: Csomóponti feszültségek.....	13
10. ábra: Alátámasztás okozta zavart-zóna rácsmodellje.....	14
11. ábra: Koncentrált erő bevezetésének rácsmodellje	15
12. ábra: Rövidkonzol rácsmodellje.....	16
13. ábra: Kiharapott tartóvég rácsmodellje	16
14. ábra: Keretsarok rácsmodellje.....	17
15. ábra: Kiekelt keretsarok rácsmodellje	17
16. ábra: Alaptest rácsmodellje	18
17. ábra: Háromtámaszú faltartó rácsmodellje.....	18
18. ábra: Háromtámaszú faltartó rácsmodellje több erő bevezetésével	19
19. ábra: Kéttámaszú gerenda feszültségei	19
20. ábra: Magas gerenda feszültségei.....	20
21. ábra: Kéttámaszú faltartóban ébredő feszültségek	20
22. ábra: Koncentrált erővel terhelt kéttámaszú faltartó rácsmodellje.....	21
23. ábra: Nyomatékváltozás x irányban gátolt elmozdulás esetén.....	22
24. ábra: Nyomatékváltozás x irányú eltolódás engedélyezése esetén	23
25. ábra: Reakcióerők és nyomatékok meghatározása.....	24
26. ábra: A rácsmodell geometriai kialakítása	25
27. ábra: Rúderők változása gátolt x-irányú elmozdulás esetén	28
28. ábra: Rúderők változása engedélyezett x-irányú elmozdulás esetén	28
29. ábra: Rúderők változásának szemléltetése gátolt x-irányú elmozdulás esetén	29
30. ábra: Rúderők változásának szemléltetése szabad x-irányú elmozdulás esetén	29
31. ábra: 1. példa segédletei	31
32. ábra: 2. példa segédletei	32

33. ábra: Rúderőbeli különbségek peremfeltételektől függően.....	33
34. ábra: Vasmennyiségek összehasonlítása a T_1 és T_2 rudak esetében	34
35. ábra: Kiegészítő húzott vasalás	35
36. ábra: Alkalmazott kiegészítő vasmennyiség	35