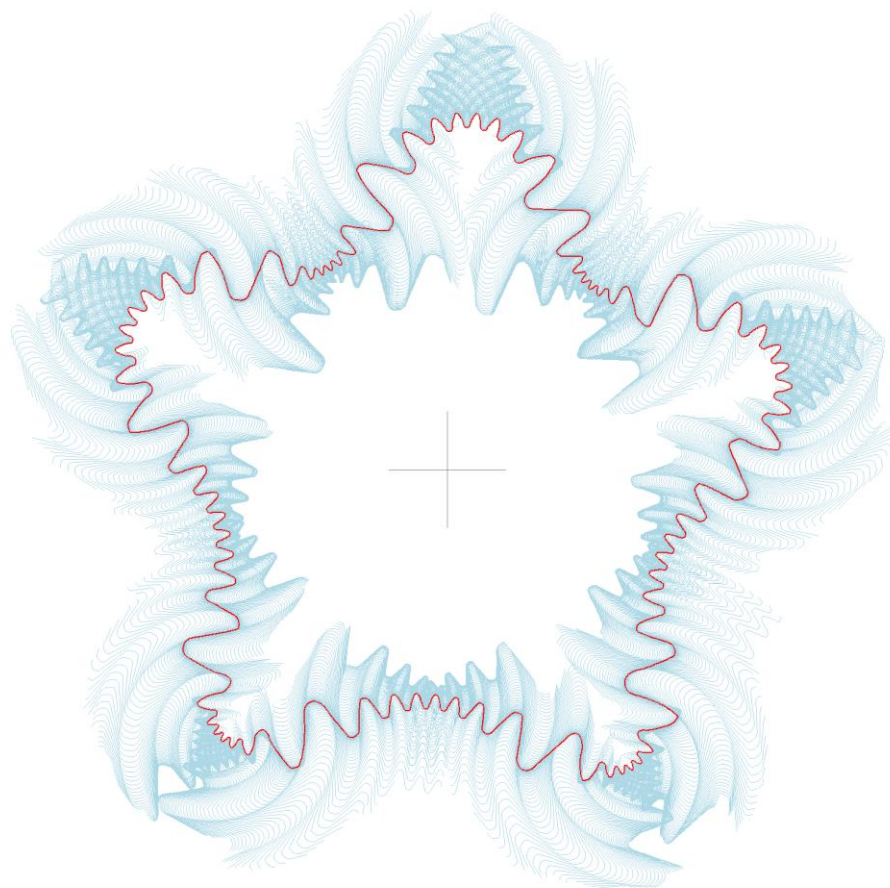


Nemköralakú fogaskerek fejlesztése

TDK dolgozat



Németh Nándor

2013. október

Témavezető: Dr. Laczik Bálint

TARTALOM

1. Bevezetés	4
2. Alkalmazási példák	5
3. Nemköralakú fogaskerek tervezésének lépései	7
4. Fix tengelytávú nemköralakú fogaskerek osztógörbéje az egyik fogaskerék osztógörbéjének ismeretében	9
4.1. A feladat	10
4.2. Első, közelítő megoldás	10
4.3. Analitikus megoldás.....	11
4.4. Osztógörbék értelmezési tartományának arányai.....	13
4.5. Az osztógörbék deriválhatóságának biztosítása.....	13
5. Egyforma osztógörbéjű fogaskerek	15
5.1. Azonosságok	15
5.2. Egyforma osztógörbék	15
6. Az osztógörbe meghatározásának egy numerikus módszere	17
6.1. A lineáris közelítés alapjai	17
6.2. A közelített osztógörbe hibája.....	18
6.3. Hibaszámítás, optimális osztópont-felvétel	20
6.3.1. Az Osztógörbe közelítésének hibája	21
6.3.2. A fogazás során fellépő hiba felső becslése	22
6.3.3. Új osztópont felvételénél megadható legnagyobb központi szög meghatározása .	26
6.3.4. Az osztógörbe-generálás algoritmusának lépései	27
6.3.5. Különböző osztógörbékhez szükséges osztópontok száma	28
7. A legördülő fogasléc geometriája.....	30
7.1. A maximális fogméret meghatározása	30
7.1.1. Görbületből adódó korlátozás	30
7.1.2. Anyagvastagságból adódó korlátozás	32
7.1.3. Az osztógörbék érintőirányú relatív mozgása.....	34
7.2. A fogméret-fogalak optimalizálása különböző szempontok alapján	35
7.3. A legördülő fogasléc geometriája	36
7.3.1 Egy fog-fogüreg geometriája	36
7.3.2. A fogasléc kialakítása	37

8. A fogazás	40
8.1. Fogazási lehetőségek.....	40
8.1.1. Evolvens fogazás Maag-féle foggyalulás elvén.....	40
8.1.2. Módosított evolvens fogazás.....	40
8.1.3. Tiszta Fellows-féle metszőkerék-módszer alkalmazása	42
8.1.4. Ciklois fogazat	42
8.2. A fogazás megvalósítása.....	43
8.2.1. A fogazat geometriájának meghatározása.....	43
8.2.2. Az ellenőrzés folyamata.....	49
8.2.3. Az alkalmazott futásidő-csökkentő módszer	51
8.3. Utómunkálatok.....	51
9. Egy fogaskerékpár tervezése	52
9.1. A megoldandó feladat	52
9.2. Az áttétel-függvény	53
9.3. Az osztógörbék meghatározása.....	55
9.4. A fogazóléc-geometria meghatározása	55
9.5. A fogaskerék geometriájának meghatározása.....	57
10. Összefoglalás.....	58
10.1. Tapasztalatok.....	58
10.2. Továbbfejlesztési lehetőségek.....	58
Felhasznált irodalom.....	59

1. BEVEZETÉS

A nem kör alakú fogaskerek szamos területen használatosak. A szokványosnál jobb ergonómiájú kerékpárok, a képlékeny alakítás gazdaságosságát javító, speciális présgépek, egyes különleges hidraulikus motorok és szivattyúk mellett a hadi- és űrtechnika is sokhelyütt alkalmazza ezeket a sajátos gépelemeket. Elterjedtségüket azonban jelentősen korlátozta tervezésük és gyártásuk vitathatatlan bonyolultsága.

A nem köralakú fogaskerek tervezésének általánosan ismert és alkalmazott módszere a hajtott és hajtó kerék szögsebességeinek arányát definiáló, úgynevezett áttételi függvényre épül. Az áttételi függvény, valamint a tengelytáv előírt értékének ismeretében meghatározhatjuk a két fogaskerék osztó vagy gördülő görbét. Az osztógörbék előállításának módszerét valamennyi, a változó áttételi fogaskerekkel foglalkozó publikáció azonos módon alkalmazza.

A gyakorlatban általában csak az egyik osztógörbe egyenlete fejezhető ki zárt alakban. A másik osztógörbét diszkrét pontokban kell meghatározni. A számítások jellegzetes problémája az igen nagy mennyiségben elvégzendő, kellően pontos eredményt biztosító numerikus integrálás.

A tervezés komoly feladata osztógörbe megfelelő diszkretizálása – annak eldöntése, hogy milyen suruséggal válasszuk a számítási pontokat. Nyilván törekednünk kell a minél kevesebb pontból álló osztógörbére; ám osztógörbét meghatározó pontsorozatok rövidítésénél figyelembe kell venni a fogazat pontossági követelményeit is.

Dolgozatomban az osztógörbék számításának egy új algoritmusát dolgoztam ki. Az algoritmus a megadott hibahatár mellett megadja az osztógörbét meghatározó minimális számú pontot.

A fogaskerék tervezése során a fog geometriáját is szükséges meghatározni. A nemköralakú fogaskerekknél számos egyéb problémával kell megküzdeni, mint a hagyományos fogaskerekknél. Vannak olyan fogazati hibalehetőségek, melyekre nem ismert általános esetben jobb megoldás, mint a megtervezett fogazat-geometria utólagos ellenőrzése. Emiatt nagyon fontos, hogy a fogazat formáját nagyon gyors algoritmussal állítsuk elő. Dolgozatomban bemutatok egy algoritmust a fogazat gyors megtervezésére.

Köszönetnyilvánítás

Elsőként szeretném megköszönni húgomnak, Mártinak, hogy megmutatta nekem azt a képet, ami az ötletet adta a témaválasztáshoz. Szeretném megköszönni Laczik Bálint tanár úrnak, hogy konzulensként rengeteget segített, és támogatott a dolgozat elkészültében. Köszönöm Póka Györgynek azt a beszélgetést, ami hozzásegített a fogazás elméletének átfogóbb megismeréséhez. Szeretném megköszönni Horváth Richárdnak a bemutató fogaskerékpár legyártását. Köszönöm apámnak, hogy számos kérdésben hozzá fordulhattam. És végül köszönöm barátaimnak a csillogó szemeket, amikor az első eredményeket meg tudtam nekik mutatni.

2. ALKALMAZÁSI PÉLDÁK

Mielőtt nekiállunk a fogaskerék tervezési módszerének nekiállni, nézzünk meg néhány példát, ahol nemköralakú fogaskerekkel találkozhatunk!

Már Leonardo Da Vinci is foglalkozott nemköralakú fogaskerekkel [4]. Excentrikus kör alakú fogaskerekhez keresett megfelelően kapcsolódó ellen-fogaskereket. A vázlatok alapján kidolgozott fogaskerék tervezése megtalálható [6]-ben.

Az újkorban találkozhatunk például óraszerkezetekbe, illetve planetáriumba épített nemköralakú fogaskerekkel [4]. Ezek a fogaskerek nem minden esetben voltak matematikailag tökéletesen kidolgozottak, hiszen a szükséges matematikai apparatus később jelent meg. A 19. századtól jelentek meg matematikailag helyes gördülőgörbével rendelkező fogaskerek. Ebben a korban még a fogazás nem volt tökéletesen megvalósítva [4].

A 20. században már sok szerkezetben alkalmaztak változó áttételű hajtásokat. Ezek leginkább az ellipszis, illetve belőle származtatott alakú osztógörbékkel készültek, kevésbé gyakran pedig logaritmikus spirál alakú osztógörbével. A fogaskerek gyártásához ugyanis célgépekre volt szükség, amelyekkel csak bizonyos típusú osztógörbével rendelkező nemköralakú fogaskereket lehetett előállítani. A fogaskerek gyártóberendezéseiről láthatunk példákat [7,10]-ben. Ezek a célgépek rendkívül bonyolultak voltak, és nem terjedtek el széles körben. Az 1950-es évektől kezdődően Magyarországon Lévai Imre professzor kezdett el foglalkozni nemköralakú fogaskerek gyártástechnológiájával.

Elliptikus kerekeket alkalmaztak horonymaró gépben az alternáló előtolás biztosításához [4]. A máltai kereszt hajtásakor hirtelen szöggyorsulások jönnek létre állandó áttétel esetén. Ennek a hatásnak csökkentése kedvéért alkalmaztak elliptikus kerékpárt [2]. A Schmidt-Kranz-féle cég alkalmazott függő szállítószalag mozgató szerkezetben elliptikus fogaskerekeket [2]. Az áttételi függvényt úgy sikerült meghatározni, hogy ezáltal quick-return szerkezetet hoztak létre. Ovális fogaskerekeket alkalmaznak egyes folyadékmérő berendezésben [2].

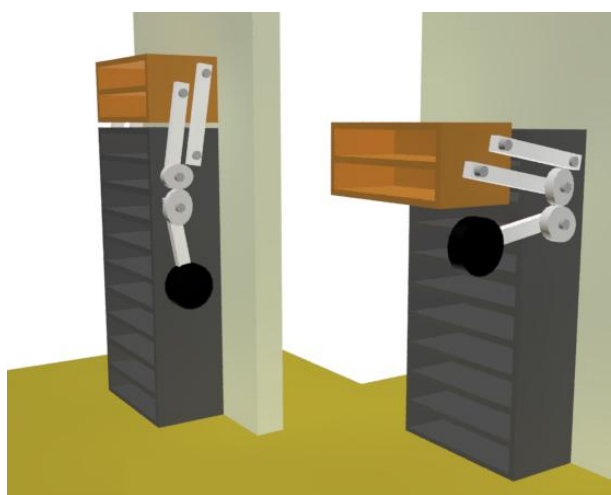
A logaritmikus spirál alakú fogaskerekeket alkalmaztak logaritmikus potenciométerekben katonai-elektronikai berendezéseknél. Ezek között előfordult nem síkbeli fogazatú kerék is [3].

Napjainkban lehetőségünkre áll a számítógépes tervezés, és a számítógépezérelt gyártás. Így nincs szükség a speciális célgépekre a nemköralakú fogaskerek gyártásához. Emiatt számos új alkalmazási ötlet született.

Az űrkutatásban műholdak napelemtábláinak kinyitásánál a kis energiamennyiséggel történő nagy tömegek mozgatására is speciális osztógörbéjű kerekeket alkalmaztak [4]. Megjelentek változó áttételt biztosító bolygóművek is [9]. Ezek között fellelhetünk nagy nyomás hatására forgómozgást létrehozó szerkezeteket is. Kerékpároknál ismert, hogy az ember vízszintes pedálkarállásnál tudja a legnagyobb erőt kifejteni, míg a függőleges pedálkar állás közelében nagyon nagy erő kell emelkedőknél a hajtáshoz. A probléma egy megoldása egy másodrendű elliptikus fogaskerékpár beiktatása. A motorokban alkalmazott dugattyúk változó nyomatékkal hajtják meg a főtengelyt. Ennek kiegyenlítésére szintén nemköralakú fogaskerékpár a legalkalmasabb.

Számos mechanizmus mozgása megvalósítható egyszerű nemköralakú fogaskerékpárral. Ezek nagy előnye, hogy kisebb helyen elférnek. Ha ismert a feladat, akkor általában egyszerűbb nemköralakú fogaskereket tervezni a probléma megoldásához, mint mechanizmust.

Nézzük például egy polcemelő szerkezetet! A polc túl magasan van, így nem érjük el. Ennek érdekében egy mechanizmusra van szükségünk, ami a mozgatót biztosítja. Egy ellensúly segítségével tehetjük könnyebbé a mozgatót. A polc tömege azonban nem ismert, hiszen különböző tömegű tárgyakkal terhelhetjük. Ezért az ellensúly mellett egy kalibráló nehezékre is szükségünk van. Azonban kialakítható úgy a szerkezet, hogy a kalibráló tömeg holtpontról való eltérítésével a polc automatikusan felmegy, illetve leereszkedik a helyzeti energiák változásának hatására, melyek mozgássá, illetve súrlódási veszteséggé válnak. Ismert a polc elvárt helyzeti energia-változása, így meghatározható az ellensúly függőleges mozgása a polc mozgásának függvényében. Az ellensúly mozgatóját mechanizmussal is elvégezhetnénk. Azonban jóval egyszerűbb dolunk van, ha nemkör alakú fogaskerékpárt alkalmazunk. A megfelelő modell felírása után nem szükséges újabb ötlet az áttételi függvény meghatározásához, ahonnan megkapható a fogaskerék-geometria.



1. ábra
Polc-mozgató szerkezet

A szerkezet nyilván működhet egyszerű fogaskerék-kapcsolódással is, ekkor azonban nem biztosítható a polc kívánt sebességű mozgása, vagy emberi erő szükséges a kiegyensúlyozott rendszer mozgásához. A mozgás optimalizálásához fontos alkalmaznunk a nemkör alakú fogaskerekeket. Azonban nagy tömegek esetén lassú a szerkezet mozgása.

Számos szabadalmat találhatunk a www.google.com/patents oldalon. Ezek között rengeteg további nemkör alakú fogaskereket alkalmazó gépet mutatnak be.

3. NEMKÖRALAKÚ FOGASKEREK TERVEZÉSÉNEK LÉPÉSEI

A szakirodalomban publikáltak egy módszert nemköralakú fogaskerek tervezésére. A gyakorlatban általában van egy adott $i_{12}(\varphi)$ áttételfüggvényünk, mely megadja, hogy az egyik fogaskerék adott szöghelyzetben állva milyen áttétellel hajtsa a másik fogaskereket. Ennek ismeretében meghatározhatjuk a két osztógörbét. Az osztógörbe-generálás módszerét [2]-ben összefoglalták.

A hajtó kerék osztógörbéje külső fogkapcsolódás esetén:

$$r_1(\varphi) = \frac{T}{i_{12}(\varphi) + 1} \quad (1)$$

A képletben szereplő T érték a fogaskerek tengelytávja. A hajtott keréknek a hajtó kerék tetszőleges φ_1 elfordulásánál megkaphatjuk az érintkezési pontban a sugarát, és az adott elfordulási szögét:

$$\varphi_2 = \int_0^{\varphi_1} \frac{1}{i_{12}(\varphi)} d\varphi \quad (2)$$

$$r_2(\varphi_2) = T \frac{i_{12}(\varphi_1)}{i_{12}(\varphi_1) - 1} = T - r_1(\varphi_1) \quad (3)$$

Ahol φ_1 a hajtó fogaskeréken az elfordulás az aktuális érintkezési pontig, φ_2 a hajtott fogaskeréken az elfordulás, és $r_2(\varphi)$ a hajtott kerék osztógörbét meghatározó függvény. Ekkor rendezés után φ_1 segítségével felírhatjuk a hajtott kerék osztógörbét:

$$r_2(\varphi_1) = T - r_1 \left(\left(\int_0^{\varphi_1} \frac{1}{i_{12}(\varphi)} d\varphi \right)^{-1} \right) \quad (4)$$

A gyakorlatban nagyon ritkán fejezhető ki zárt alakban a hajtott osztógörbe egyenlete, így numerikusan kell meghatározni, osztópontok felvételével. Hiszen adott φ_1 értékre mind a hajtott kerék szögelfordulása, mind a sugara megkapható. Ezek a pontok meghatározhatók, ha el tudjuk végezni a (2) integrálást. Néhány áttételi függvény esetén viszont erre nincs lehetőségünk. Ekkor új módszerhez kell folyamodnunk.

Egy másik komoly feladat eldönteni, hogy mely φ_1 értékekre számoljuk ki a hajtott osztógörbe pontjait. Mint ahogy a későbbiekben látni fogjuk, törekednünk kell az osztógörbét meghatározó pontsorozatok minél kisebb értéken tartására, hogy a fogazat geometriájának meghatározása gyorsan elvégezhető lehessen. Fontos azonban a kellő pontosság is. Nyilván törekednünk kell

mindkét fogaskeréken a gyárthatóság hibája alatt tartani a terveket, illetve, minél közelebb maradni a probléma elvi megoldásához, a valódi osztógörbékhez és így az elvárt áttételhez.

TDK dolgozatom keretein belül az osztógörbék meghatározó osztópontokat numerikusan számító módszert alkalmaztam, és a megfelelő hibakorlátok alatt tartottam a kapott osztógörbék geometriáját az elvárthoz képest.

Az osztógörbe meghatározása után létre kell hozni a fogazatot a kerekeken. Ez a folyamat történhet Maag-féle foggyalulás [10] elvén. A gyakorlatban a fogalaknak nincsen gyártástechnológiai korlátja. Bár alkalmaztak bizonyos nemköralakú fogaskerék-típusokra gyártóberendezéseket [7,10], ezek nem terjedtek el, és a CNC megmunkálás szinte teljesen kiszorította a használatukat. Így, nyugodtan változtathatjuk a fogaskerek kerülete mentén az alkalmazott modult, vagy a profileltolást, de akár a hagyományos, gyakorlatban használt alaprofil jellemzőitől is eltérhetünk. Ritka ugyanis, hogy egy nemköralakú fogaskerék több másikkal kapcsolódik. Ez a helyzet a gyakorlatban a nemköralakú bolygóművekre [9] korlátozódik. A fogazóléc geometriájának meghatározásánál oda kell figyelnünk pár néhány hibaforrásra.

Az evolvens fogprofil létrehozása egy számítógépen lassan elvégezhető feladat. A foggeometria megvalósításának alapja fellelhető [4]-ben. Azonban nem elégséges fogazás brute-force algoritmussal való megvalósítása, hisz akkor több órán-napon át tartana a fogaskerék geometriájának meghatározása. Ezért külön algoritmust írtam a futásidő minimalizálására.

Ha megfelelően meghatároztuk a fogaskerék körvonalát, akkor készen is vagyunk. Azonban [8]-ban kitértek a szerzők arra az érdekes helyzetre, hogy a fogaskerek különböző pontjain a fogak geometriája keresztülmehet egymáson, miközben más pontokon szépen gördül a hajtás. Ez nyilván nem működik a legyártott fogaskerek esetében. Ha nem tudjuk biztosítani ennek a problémának elkerülését a fogazóléc geometriájának meghatározásakor, akkor iterációs módszerrel kell meghatározni a fogak pontjainak osztógörbétől való megengedhető maximális távolságát. Ezért a fogazás végén az egyik fogaskeréket, mint fogazószerszámot le kell gördíteni a másik fogaskeréken, hogy a fogakadás jelensége ne történhessen meg. Az eredménytől függően módosítani kell a fogazólécet, és újra elvégezni a fogazást.

A fog-geometria meghatározása során kell elvégeznünk a szilárdságtani ellenőrzéseket. Fontos ellenőrizni a kapcsolószámot, a fogtő-szilárdságot, illetve a Hertz-feszültséget [10].

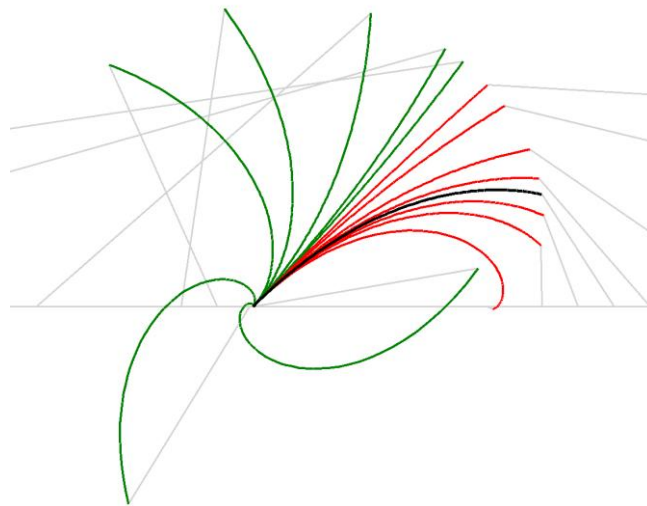
A tervek AutoCAD rajzokká alakítása után legyárthatók. Erre a legjobb módszer [4] szerint jelenleg a huzalszikra forgácsolás, de lézervágással is kialakítható a geometria. Ezt követi a fogaskerek szükség szerinti hőkezelése és köszörülése.

4. FIX TENGELYTÁVÚ NEMKÖRALAKÚ FOGASKEREK OSZTÓGÖRBÉJE AZ EGYIK FOGASKERÉK OSZTÓGÖRBÉJÉNEK ISMERETÉBEN

A következőkben feltehetjük, hogy ismerjük az egyik osztógörbét, hiszen ismerünk mind külső, mind belső kapcsolódás esetén az áttételi függvény és az egyik fogaskerék osztógörbéje közötti kölcsönös megfeleltetést [2]. Tehát:

A feladat legyen a következő:

Ismerjük egy fogaskerék osztógörbét. Ehhez az osztógörbéhez keresünk egy másik osztógörbét, ami fix tengelytáv mellett csúszásmentesen legördül az adott osztógörbén. Az osztógörbék megadhatók polárkoordinátás alakban, ahol a sugár a szög függvénye.



2. ábra

Adott osztógörbén legördülő különböző tengelytávú osztógörbék
fekete: eredeti osztógörbe, zöld: külső kapcsolódás, piros: belső kapcsolódás

Az ábrán látható, hogy a belső, illetve külső fogaskerék kapcsolódás osztógörbéje hasonló módszerrel kereshető. Külső kapcsolódás esetén a tengelytáv nagyobb mindkét osztógörbe legnagyobb sugaránál. Ezzel szemben, belső kapcsolódás esetén a tengelytáv kisebb mindkét osztógörbe legkisebb sugaránál is. Belső kapcsolódás esetén az osztógörbék kiszámítási módszere nem függ attól, hogy a megadott osztógörbe lesz-e a külső-, vagy belső osztógörbe.

Fontos megjegyezni, hogy nem minden osztógörbe és tengelytáv esetén létezik olyan másik osztógörbe, amik síkban szépen legördülnek egymáson. Előfordulhat, hogy a generált osztógörbe egy része a gördülés folyamán nekiütközik az érintkezési ponttól különböző helyen is az eredeti osztógörbének. Ennek a hibának a felismerésével nem foglalkozom. A probléma megoldható, ha az osztógörbéket nem síkbeliként képzeljük el, hanem csavarvonalhoz hasonlóan. A térbeli osztógörbe síkra vetített változatát számíthatjuk ki a következőkben megadott módon, míg a

csavar-oszógörbe emelkedését minden pontban arányosnak vehetjük az osztógörbe addig a pontig vett ívhosszával. Természetesen más módszerrel is neki lehet állni a probléma orvoslásának.

Nézzük meg a feladatot kicsit formálisabban!

4.1. A FELADAT

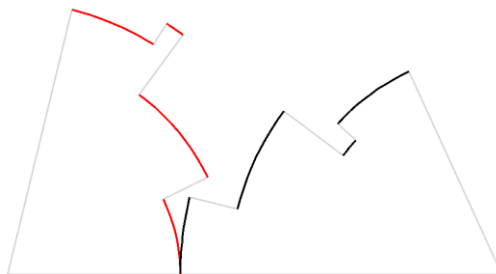
Legyen adott egy $T > 0$ konstans tengelytáv, egy $\alpha > 0$ szögérték és egy $r_1(\varphi) : [0, \alpha] \rightarrow (0, T)$ függvény, az osztógörbe alakja. Ekkor keressük azt az $r_2(\varphi) : [0, \beta] \rightarrow (0, T)$ osztógörbét, ami a t tengelytáv mellett csúszásmentesen legördül a teljes $r_1(\varphi)$ osztógörbén.

4.2. ELSŐ, KÖZELÍTŐ MEGOLDÁS

A feladatnak van egy nagyon egyszerű, közelítő megoldása. Legyen $\tilde{r}_1(\varphi)$ lépcsős függvény az $r_1(\varphi)$ osztógörbe közelítése. Ekkor a keresett $\tilde{r}_2(\varphi)$ függvény egyenlete triviálisan adódik. Vegyük az $\tilde{r}_1(\varphi)$ függvény valamely két egymást követő szakadási helye közötti szakaszt. A két szakadási hely közötti központi szög legyen $\Delta\varphi$. Ekkor ezen a szakaszon legördülő függvény értéke megkapható az $\tilde{r}_1(\varphi) + \tilde{r}_2(\varphi) = T$ összefüggésből, illetve $\Delta\varphi^*$ központi szöge a megegyező ívhosszból adódóan:

$$\Delta\varphi^* = \frac{\tilde{r}_1(\varphi)}{\tilde{r}_2(\varphi)} \Delta\varphi \quad (5)$$

Az egyes szakaszokat külön kezelve, majd összefűzve az eredményeket megkapható a közelítő lépcsős függvénnyel tökéletesen kapcsolódó $\tilde{r}_2(\varphi)$ lépcsős függvény.



3. ábra

Konstans szakaszokkal közelített egymáson legördülő osztógörbék

A lépcsős függvény annál jobban közelíti a valódi függvényt, minél kisebb a legnagyobb központi szögű szakasz hossza. Ezt a maximumértéket 0-ig közelítve határértékben visszkapjuk az eredeti függvényt, és így megkapható a rajta legördülő osztógörbe pontos alakja. Gyakorlatban azonban véges szakadási hellyel közelítenénk az osztógörbét. Ebben az esetben a lépcsős osztógörbén tökéletesen legördül ugyan a fenti módszerrel előállítható $\tilde{r}_2(\varphi)$ lépcsős függvény. Azonban számos probléma felmerül az így kapott osztógörbével kapcsolatban. A 3. ábrán látható osztógörbék bár elvileg tökéletesen gördülnek egymáson, a gyakorlatban egymásba akadnának, amit csak a fogaskerek gyengítésével orvosolhatunk. A másik problémát a fogazás jelenti. Ha az osztógörbe minden egyes pontján a fogaskerek középpontjával egybeeső görbületet alkalmazunk, az olvasó azt gondolhatná, hogy a fogazás egyszerűen az állandó áttételű, köralakú fogaskerek

fogazásával ekvivalensen történhet. Azonban be kell látnunk, hogy áttételváltásokkor a különböző sugáron létrehozott foggeometriák akadályoznák egymást a forgásban.

Felmerülhet az olvasóban egy ötlet a probléma megoldására. Közelítsük a lépcsős függvényt általános szakaszokkal! Ekkor mindkét osztógörbéből ívelt sokszög alakú kerék lesz. A probléma megoldódott, viszonylag jól lehet fogazni a kapott kerekeket is. Hiszen kellően sok osztópont esetén az egyenesszöget tetszőlegesen meg tudjuk közelíteni az egymást követő szakaszok által bezárt szögekkel. Belegondolva abba, hogy maga a lefejtő fogazó technológia is igazából egy sokszög-osztógörbét fogaz meg, ezzel a módszerrel tökéletesen fogazható osztógörbét kaphatunk.

Azonban felmerül egy újabb probléma: A lépcsős függvények tökéletesen gördültek egymáson. De a ferde szakaszokkal való közelítésükre ez már nem teljesül. Közelítsük a 3. ábrán látható lépcsős függvényt az egyes tartományok középpontjait összekötő íves szakaszokkal! A 4. ábrán láthatjuk a különbséget a fekete osztógörbén legördülő valódi (piros) osztógörbe, és a zöld, lépcsős függvény közelítésével kapott osztógörbe közötti különbséget.



4. ábra

A második ábrán látható szakaszos konstans függvény lineáris szakaszokkal közelített változata

fekete: eredeti függvény közelítése, piros: eredetiben legördülő függvény közelítése, zöld: a fekete osztógörbén valóban legördülő osztógörbe

A hiba oka, hogy egy (íves) szakaszon legördülő görbe nem (íves) szakasz. Az ilyen módon közelített fogaskerék pár rendkívül pontatlan osztógörbével rendelkezhet, hiszen óriási különbségek lehetnek az elvileg végig egymással kapcsolódó szakaszok ívhosszai között. A hiba halmozódhat, ami nagyon nem összeillő osztógörbéket eredményezhet, és a halmozódás miatt a hiba mértéke nem csökken jelentősen az osztópontok számának növelésével.

Egy jó megoldás, hogy az eredeti osztógörbét nem lépcsős függvénnyel, hanem rögtön szakaszokkal közelítsük. Ekkor azonban a kapcsolódó fogaskerék alakját nem triviális meghatározni. Ennek a módszernek a továbbgondolásához először nézzük meg a kapcsolódó osztógörbe generálásának analitikus megoldását, és vizsgáljuk meg a módszert gyakorlati használhatóság szempontjából!

4.3. ANALITIKUS MEGOLDÁS

A szakirodalomból [2] ismert, hogy hogyan állítsuk elő az osztógörbét az áttételi függvény alapján. Legyen adott az $i_{12}(\varphi)$ áttételi függvényünk, mely a hajtó kerék tetszőleges φ

szögelfordulásnál kifejezi a hajtó és a hajtott fogaskerék szögsebességét. Innen meghatározható az $r_1(\varphi)$ hajtó kerék sugara tetszőleges φ szögelfordulás esetén. Külső kapcsolódás esetén a következő képletet alkalmazhatjuk:

$$r_1(\varphi) = \frac{T}{i_{12}(\varphi) + 1} \quad (6)$$

A hajtott kerék sugara a következő kifejezésből számítható:

$$r_2(\varphi_2) = T - r_1(\varphi_1), \text{ ahol } \varphi_2 = \int_0^{\varphi_1} \frac{1}{i_{12}(\varphi)} d\varphi \quad (7)$$

Ennek alapján felírhatjuk a φ_1 szögelfordulás segítségével a hajtott kerék sugarát:

$$r_2(\varphi_1) = T - r_1 \left(\left(\int_0^{\varphi_1} \frac{1}{i_{12}(\varphi)} d\varphi \right)^{-1} \right) \quad (8)$$

(6)-ból kifejezve az áttételi függvényt, (8) a következő format ölti:

$$r_2(\varphi_1) = T - r_1 \left(\left(\int_0^{\varphi_1} \frac{r_1(\varphi)}{T - r_1(\varphi)} d\varphi \right)^{-1} \right) \quad (9)$$

Külső fogkapcsolódás esetén ismert, hogy $0 < r_1(\varphi) < T$ tetszőleges φ szög esetén, így az integrandus pozitív, tehát az integrál monoton növekvő, létezik inverze a $[0, \alpha]$ intervallumon. Így jól definiált összefüggést kaptunk a hajtott kerék osztógörbéjére. Természetesen, a hajtó kereket α szöggel elforgatva a hajtott kerék β szöggel fog elfordulni:

$$r_2(\beta) = T - r_1 \left(\left(\int_0^{\beta} \frac{r_1(\varphi)}{T - r_1(\varphi)} d\varphi \right)^{-1} \right) = T - r_1(\alpha) \quad (10)$$

Innen megkaphatjuk β értékét:

$$\beta = \int_0^{\alpha} \frac{r_1(\varphi)}{T - r_1(\varphi)} d\varphi \quad (11)$$

Az analitikus megoldás nagy hibája, hogy a keresendő függvény két nemtriviális műveletet is tartalmaz: az integrálást, és az inverzképzést. Sok konkrét esetben sikerülhet az integrálás analitikus megkeresése, de az inverzképzés szinte minden esetben csak numerikusan elvégezhető művelet. Éppen ezért numerikus módszerekkel lehet csak meghatározni általánosságban a keresett

osztógörbét. Erre találhatók interpolációs eljárások, esetleg a függvény véges sok pontban történő meghatározásával is próbálkozhatunk. Ezzel szemben én egy másik megoldást fogok javasolni.

4.4. OSZTÓGÖRBÉK ÉRTELMEZÉSI TARTOMÁNYÁNAK ARÁNYAI

Az áttételi függvény ismeretében szintén meghatározható β értéke (7) alapján:

$$\beta = \int_0^\alpha \frac{1}{i_{12}(\varphi)} d\varphi = \int_0^\alpha i_{21}(\varphi) d\varphi \quad (12)$$

Nyilván $i_{21}(\varphi)$ átlagértéke a $[0, \alpha]$ intervallumon megadja, hogy a hajtott kerék β szögelfordulása a hajtó kerék α elfordulása hatására α -nak hányszorosa lesz. Ha az átlagérték 1, akkor teljesülni fog a $\beta = \alpha$ egyenlőség.

A gyakorlatban a nemköralakú fogaskerek olyan helyen jönnek elő a leggyakrabban, ahol fogaskerekkel akarunk összekapcsolni két tengelyt, melyek azonos periódusú, nem állandó áttételű elvárt szögsebesség-függvénnyel rendelkeznek, és az egyik tengely teljes körbefordulására a másik is körbefordul. Így $\alpha = \beta = 2\pi$ már az áttétel-függvény meghatározása előtt biztosított. Ha a periódikus szögsebesség-függvények folytonosak is, akkor a két nemköralakú fogaskerék osztógörbéje garantáltan zárt lesz. Hasonlóan, ha az áttetelfüggvény átlagértéke egész szám (esetleg egész szám reciproka), akkor a hajásban részt vevő nemköralakú kerek megtervezhetők egyszerűen zárt osztógörbéjűre.

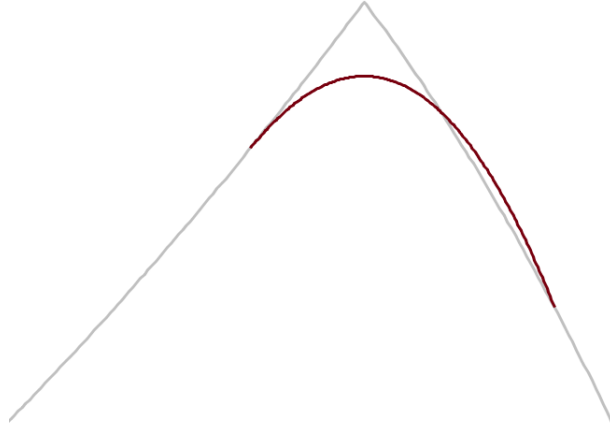
Elképzelhető, hogy olyan feladat áll előttünk, hogy az áttetelfüggvény átlagértéke, azaz a $\frac{\beta}{\alpha}$ szögarány racionális. Ilyen esetekben nem feltétlenül, de szükség lehet állandó áttételű hajtások beiktatására, hogy a szögarány egész, vagy egész szám reciproka legyen.

4.5. AZ OSZTÓGÖRBÉK DERIVÁLHATÓSÁGÁNAK BIZTOSÍTÁSA

A fogazás szempontjából könnyebbséget jelent, ha az osztógörbe folytonos, és deriválható. Ezt a feltételt nem teljesítő pontokban a függvényt módosítani tudjuk, ha az alkalmazás ezt megengedi, nincs szükség hirtelen szöggyorsulás-váltásokra. Nyilván, ekkor az áttétel is módosulni fog. Ha az $r_1(\varphi)$ eredeti osztógörbe deriválható, akkor a rajta legördülőre is nyilván teljesülni fog ez a tulajdonság. Tehát, elég megvizsgálnunk az $r_1(\varphi)$ függvény nem deriválható pontjait. Tegyük fel, hogy a függvény folytonos. Ekkor ezeken a pontokon az eredeti függvény pont körüli adott sugarú környezetét kicserélhetjük egy deriválható függvényre, melynek kezdő-, és végpontjában a függvényérték és a meredekség megegyezik a kapcsolódó $r_1(\varphi)$ függvény meredekségéhez. Formálisan:

legyen $\theta \in [0, \alpha]$ szögérték, amelyre $r_1 \in C\{\theta\}$, de $r_1 \notin D\{\theta\}$. Ekkor vegyünk olyan $0 < \tau_1 < \theta < \tau_2 < \alpha$ értékeket, amelyre $r_1 \in C^1\{\tau_1, \tau_2\}$. Ekkor keresünk egy olyan $S: [\tau_1, \tau_2] \rightarrow (0, T)$ egyszeresen deriválható simító függvényt, melyre $S(\tau_1) = r_1(\tau_1)$, $S'(\tau_1) = r_1'(\tau_1)$, $S(\tau_2) = r_1(\tau_2)$, $S'(\tau_2) = r_1'(\tau_2)$. Az új $r_1^*(\varphi)$ osztógörbe alakja:

$$r_1^*(\varphi) = \begin{cases} S(\varphi), & \varphi \in [\tau_1, \tau_2] \\ r_1(\varphi), & \varphi \in [0, \alpha] \setminus [\tau_1, \tau_2] \end{cases} \quad (13)$$

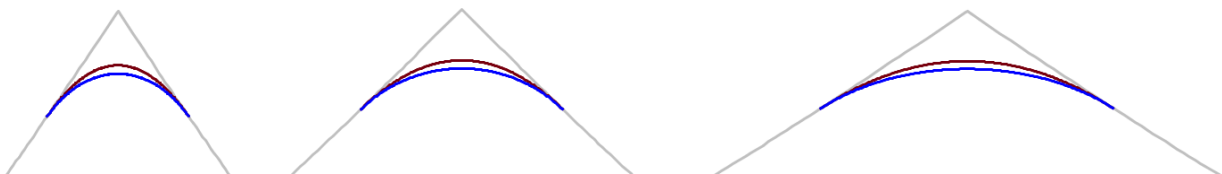


5. ábra

A függvény nem deriválható pontjának egy lehetséges lekerekítése harmadfokú polinom segítségével

A lehetséges függvényválasztások közül célszerű olyat választani, ami a lehető legnagyobb minimális görbületi sugarat eredményezi. A peremfeltételeket kielégítő legegyszerűbb ilyen függvény egy harmadfokú polinom, de általánosságban nem mondható el, hogy ez lenne a legjobb megoldás.

Megfelelő τ_1, τ_2 választással a körív is megfelelő közelítő függvény lehet. Ebben az esetben τ_1, τ_2 megválasztását az olvasóra bízom. Speciális esetben, például, szimmetrikus esetben, ha $r_1(\theta - \tau) = r_1(\theta + \tau)$, és $r_1'(\theta - \tau) = -r_1'(\theta + \tau)$ valamely $0 < \tau < \min\{\theta, \alpha - \theta\}$ értékre, $\tau_1 = \theta - \tau$ és $\tau_2 = \theta + \tau$ esetén könnyen meghatározható a körív képlete. Azonban néha szükségünk lesz azonos osztógörbájű fogaskerekűek esetén arra, hogy nyújssuk az osztógörbét. Ekkor a simító függvény alakja változik, és már várhatóan más függvény lenne az optimális. Például, körívből ellipszisív lesz, pedig kisebb sugarú körív nagyobb minimális görbületi sugarat eredményezne. Ha igazán hatékonyan akarunk eljárni, akkor iterációs módszerhez kell folyamodnunk. Ha nyújtást alkalmazunk, néha jobban járunk akkor, ha parabolaívet használunk simító függvénynek.



6. ábra

Szimmetrikus eset, kör, illetve parabola-kerekítés különböző nyújtások esetén
piros: körív/ellipszisív, kék: parabolaív

A bal ábra 1,5-szörös zsugorítás, míg a jobb 1,5-szörös nyújtás mellett ábrázolja a simító függvényeket.

Ritkán előfordulhat, hogy a megadott simító függvény értékkészlete átlépi a $[0, T]$ intervallumot. Erre figyelni kell.

5. EGYFORMA OSZTÓGÖRBÉJŰ FOGASKEREKEK

Miután meghatároztuk egy osztógörbén legördülő másik osztógörbe képletét, nézzük meg, hogy lehet egymáson legördülő osztógörbék létrehozni. Először azonban vizsgáljuk meg az egymáson legördülő osztógörbék közötti azonosságokat:

5.1. AZONOSSÁGOK

Legyen $r_1(\varphi): [0, \alpha] \rightarrow (0, T)$, és $r_2(\varphi): [0, \beta] \rightarrow (0, T)$ egymáson legördülő osztógörbék. Ekkor tetszőleges pozitív k valós számra az $r_1(k \cdot \varphi)$ és az $r_2(k \cdot \varphi)$, illetve a $k \cdot r_1(\varphi)$ és $k \cdot r_2(\varphi)$ függvények is legördülnek egymáson. Szintén igaz, hogy $r_1(\alpha - \varphi)$ és $r_2(\beta - \varphi)$ függvények is legördülnek egymáson.

Szintén egyszerűen belátható, hogy ha $R_1(\varphi): [0, \alpha'] \rightarrow (0, T)$ és $R_2(\varphi): [0, \beta'] \rightarrow (0, T)$ függvények, ha azonos tengelytávval legördülnek egymáson, mint $r_1(\varphi)$ és $r_2(\varphi)$ függvények, akkor a következő függvények is legördülnek egymáson:

$$g(\varphi) := \begin{cases} r_1(\varphi), & 0 \leq \varphi < \alpha \\ R_1(\varphi - \alpha), & \alpha \leq \varphi \leq \alpha + \alpha' \end{cases} \quad (14)$$

$$G(\varphi) := \begin{cases} r_2(\varphi), & 0 \leq \varphi < \beta \\ R_2(\varphi - \beta), & \beta \leq \varphi \leq \beta + \beta' \end{cases} \quad (15)$$

Hasonlóan megadhatók azonosságok belső kapcsolódású osztógörbékre.

5.2. EGYFORMA OSZTÓGÖRBÉK

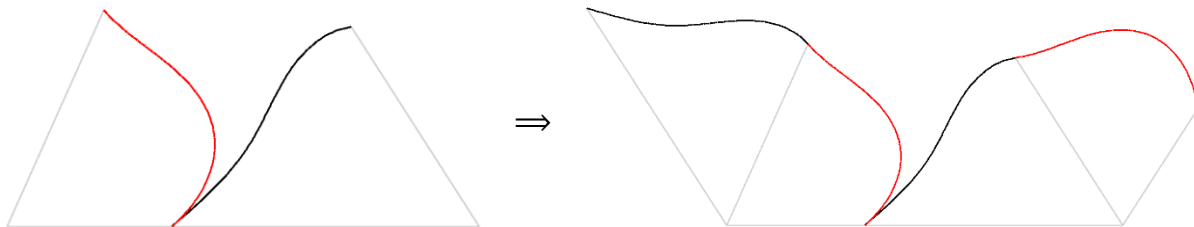
A fenti azonosságokat felhasználva észrevehetjük, hogy tetszőleges $r_1(\varphi): [0, \alpha] \rightarrow (0, T)$, és $r_2(\varphi): [0, \beta] \rightarrow (0, T)$ osztógörbék esetén a

$$g(\varphi) := \begin{cases} r_1(\varphi), & 0 \leq \varphi < \alpha \\ r_2(\alpha + \beta - \varphi), & \alpha \leq \varphi \leq \alpha + \beta \end{cases} \quad (16)$$

és a

$$G(\varphi) := \begin{cases} r_2(\varphi), & 0 \leq \varphi < \beta \\ r_1(\alpha + \beta - \varphi), & \alpha \leq \varphi \leq \alpha + \beta \end{cases} \quad (17)$$

osztógörbék szintén legördülnek egymáson. Azonban észrevehetjük, hogy a két osztógörbe egybevágó.



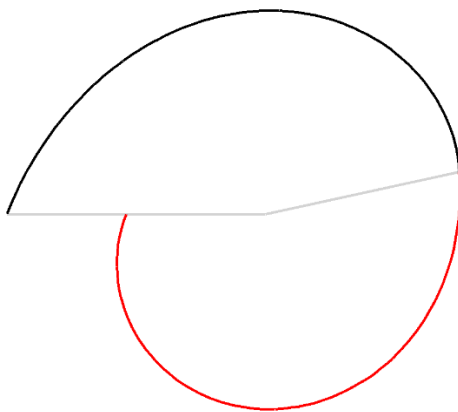
7. ábra

Az önmagán legördülő fogaskerék osztógörbéje

A kapott osztógörbének várhatóan lesz egy pár szépséghibája. Például, hogy nem folytonos. Ezt a problémát könnyen kiküszöbölhetjük az eredeti $r_1(\varphi)$ osztógörbén legördülő másik osztógörbe keresésekor a megfelelő tengelytáv megválasztásával. Célszerűen legyen a tengelytáv $T = 2r_1(\alpha)$! Ekkor teljesülni fog a folytonosság az α pontban. Ezen kívül a két görbe meredeksége is megegyező lesz, hiszen az α pontban a legördülő és az eredeti osztógörbének is azonos lesz a sugara. A 7. ábrán a feketével jelzett függvényt úgy alkottam meg, hogy ez a feltétel teljesüljön.

Az eredményül kapott osztógörbe még nem biztos, hogy az általunk választott intervallumban értelmezett. Ezt a problémát egyszerűen kiküszöbölhetjük, hogy egy alkalmas k pozitív számmal megszorozzuk a függvényparamétert, azaz nem a $g(\varphi)$, hanem a $g(k \cdot \varphi)$ függvényt tekintjük. Ha például teljes, kör alakú osztógörbét szeretnénk kapni, akkor legyen $k := \frac{2\pi}{\alpha + \beta}$! Ekkor nyilván változik a hajtás áttételi függvénye is, amit szükség esetén állandó áttételű hajtással kompenzálnunk kell. Azonban nem garantált a $g(0)$ és $g(\alpha + \beta)$ értékek egyenlősége, így ebben a pontban a kapott osztógörbének szakadási helye lesz. Ha kikötjük, hogy $r_1(\alpha) = \frac{T}{2}$, azaz a tengelytáv kétszerese az $r_1(\varphi)$ függvény mindkét végpontján felvett értékének, akkor a kapott $g(k \cdot \varphi)$ teljes osztógörbe az eredeti osztógörbe mindkét végpontján folytonos, és deriválható lesz. Ez nyilván azt jelenti, hogy az áttételi függvény értéke legyen 1 a 0, és az α szögértékeknél.

Az alkalmazás szintén garantálni tudja az egyforma fogaskerek osztógörbéjének zártságát. Ha az előírt elfordulás a két tengelyen α és β , melyekre $\alpha + \beta = 2\pi$, majd megcserélődik a két tengely szerepe, és az áttételi függvény az eddigi áttételi függvény inverze lesz, akkor garantáltan zárt lesz a keresett osztógörbe.



8. ábra

A 7. ábrán látható osztógörbe nyújtása a $[0, 2\pi]$ intervallumra

6. AZ OSZTÓGÖRBE MEGHATÁROZÁSÁNAK EGY NUMERIKUS MÓDSZERE

A következő fejezetben az osztógörbének egy numerikus közelítését adjuk meg, hogy a gyakorlatban is kiszámolható osztógörbékkel foglalkozzunk. A fejezetben ritkán ki fogok térni arra, hogy azonos osztógörbéjű fogaskerékpár esetén milyen hibaszámítással végezhetjük el a numerikus közelítést.

6.1. A LINEÁRIS KÖZELÍTÉS ALAPJAI

Tegyük fel, hogy $r_1(\varphi)$ függvény folytonos. Ha csak a szakaszonkénti folytonosság teljesül, természetesen felbontható a függvény folytonos szakaszok vizsgálatára. Ekkor közelíthető a görbén található véges sok pont összekötésével kapott vonalsorozattal. Így, az $r_1(\varphi)$ függvény felbontható a pontok mentén lineáris függvényekre, melyeken a legördülő osztógörbe végpontja könnyedén meghatározható analitikusan is.

Nevezzük polárkoordinátáson lineáris függvénynek a következő alakú függvényeket:

$$r(\varphi) = m\varphi + b \quad (18)$$

Egy ilyen alakú függvényen bár nem tudjuk meghatározni, pontosan milyen osztógörbe gördül le, de analitikusan meghatározható a legördülő osztógörbe végpontja. Általánosan felírva az összefüggést az $r(\varphi) = m\varphi + b, \varphi: [0, \alpha]$ alakban megadott osztógörbén legördülő külső kapcsolódású osztógörbe végpontjának értéke:

$$\beta = \begin{cases} -\alpha - \frac{T}{m} \ln(T - m \cdot \alpha - b) + \frac{T}{m} \ln(T - b), & m \neq 0 \\ \frac{b}{T - b} \alpha, & m = 0 \end{cases} \quad (19)$$

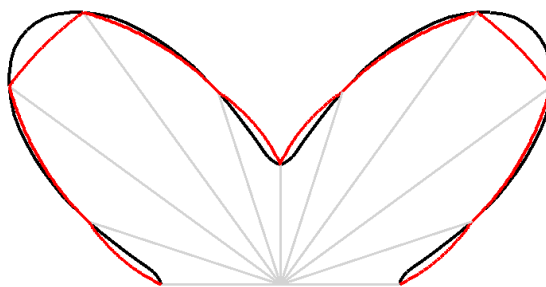
A kapott, polárkoordinátáson lineáris függvényekből álló osztógörbén legördülő függvény bár analitikusan nem meghatározható, de a szakaszok végpontjait a megadott képlettel meghatározhatjuk. Megfelelően kis központi szög esetén jól közelíthető a lineáris függvényen legördülő osztógörbe szintén lineáris függvénnyel.

A későbbiekben feltesszük, hogy a fogazás szempontjából kedvezőbb, deriválható $r_1(\varphi)$ osztógörbét szeretnénk közelíteni lineáris függvényekkel.

Ezen a ponton megjegyezhetjük, hogy az eredeti osztógörbe közelíthető lehet számos fajta függvény segítségével, például másodfokú, vagy exponenciális spline interpolációval is. Ezek esetén szintén könnyen meghatározhatók a legördülő osztógörbék egyes osztópontjai. Másodfokú függvények, illetve a spline interpoláció esetén egyértelműen jobban közelíthető az eredeti osztógörbe, mint lineáris függvények használatával. Azonban a legördülő osztógörbe alakjának meghatározására csak exponenciális interpoláció esetén lenne jobb módszerünk, hiszen ebben az esetben analitikusan meghatározható lenne a szakaszokon legördülő osztógörbe. Kis központi

szögek, és viszonylag sima osztógörbe esetén túl nagy előnyt nem jelent a használatuk, hiszen a lineáris függvény is nagyon jól közelíti az eredeti osztógörbét. A későbbi fogazás szempontjából szintén nem lennének boldogabbak a használatukkal.

A fentiekben bemutatott módon sok, egymás végpontjaival kapcsolódó polárkoordinátásan lineáris függvénnyel közelíthető az osztógörbe. Fontos megjegyezni, hogy ezeknek a polárkoordinátásan lineáris függvényeknek az alakja nem alkot egyenest. Ezek egyenessel való közelítésének hibája főként a központi szögüktől és a meredekségüktől függ.



9. ábra

Az osztógörbe közelítése polárkoordinátásan lineáris függvényekkel
fekete: eredeti osztógörbe, piros: linearizált közelítés 10 szakasszal

A 9. ábrán láthatjuk, hogy hogyan közelíthetjük az osztógörbét polárkoordinátásan lineáris függvényekkel. Ha szükségünk van az eredeti osztógörbe alakjának pontosabb közelítésére, akkor több alappontot kell felvennünk. A továbbiakban nem az eredeti függvényen legördülő osztógörbét keressük, hanem a közelítésen legördülőt.

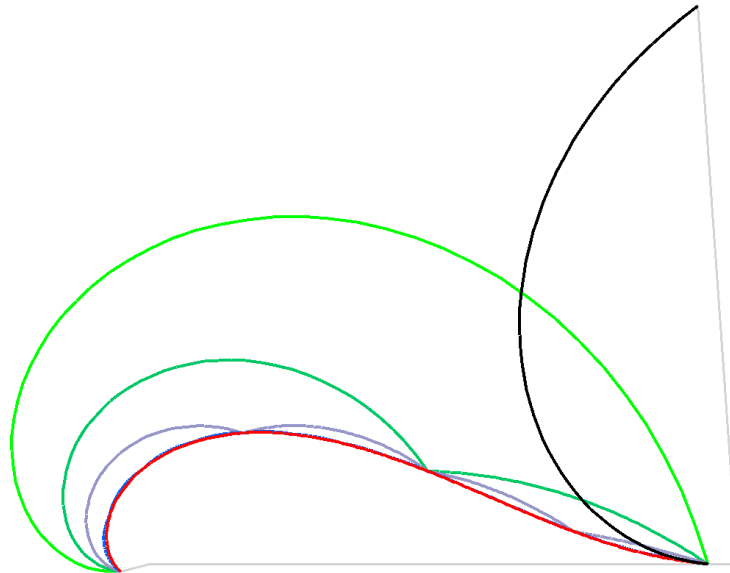
6.2. A KÖZELÍTETT OSZTÓGÖRBE HIBÁJA

A kapott, polárkoordinátásan lineáris függvényekből álló osztógörbén legördülő függvény bár analitikusan nem meghatározható, de a szakaszok végpontjait a megadott képlettel meghatározhatjuk. Emiatt minden osztóponthoz meghatározható az a pont a legördülő osztógörbén, amivel érintkezni fog. A legördülő osztógörbén kapott pontokat pedig szintén összeköthetjük például polárkoordinátásan lineáris függvényekkel, hiszen ezek alakját nem ismerjük, így csak közelíteni tudjuk. Így belátható, hogy a polárkoordinátásan lineáris szakaszokkal meghatározott osztógörbén legördülő osztógörbére megalkotott numerikus eljárás halmozódó szög-, és sugárhibát sem tartalmaz. Ezt láthatjuk is a 10. ábrán. Az ábrán a fekete, eredeti osztógörbét felosztottuk 1, 2, 4, 16 polárkoordinátásan lineáris szakaszra egyenlő központi szögek mellett, melyek nyilván mindig ugyanazt az osztógörbét eredményezik. A különböző számú felbontás esetén láthatjuk zöld, illetve kék színekkel jelölve a különböző osztópontszám esetén a számolt közelítő legördülő görbét.

Ilyen módon tetszőleges pontossággal lehet közelíteni a polárkoordinátásan lineáris szakaszokból álló osztógörbén legördülő osztógörbét, hiszen bármely polárkoordinátásan lineáris függvény felbontható tetszőleges szögeértéknél két polárkoordinátásan lineáris függvényre. Így kaptunk egy új osztópontot a közelített eredeti osztógörbén, így egy új pontot egyszerűen kiszámolhatunk a legördülő osztógörbén is. Azonban érdemes az esetlegesen szükséges új osztópontokat nem a közelített függvényről, hanem az eredeti osztógörbéről felvenni, hiszen akkor közelebb kerülhetünk a várt áttételi függvényű hajtáshoz. Például, a 9. ábrán látható esetben

nyilván nem a piros, közelített szakaszokról kell felvenni az új osztópont koordinátáit, hanem a fekete, eredeti függvényről. Nyilván, ha csak numerikusan ismerjük az osztógörbét, akkor a 10. ábrán látható módon az osztópont koordinátákat a numerikusan közelített polárkoordinátában lineáris szakaszokról kell vennünk.

A 10. ábrán látható, hogy a numerikusan kiszámolt legördülő osztógörbe szakaszainak hibája főként a központi szögtől, és a függvény meredekségétől függ.

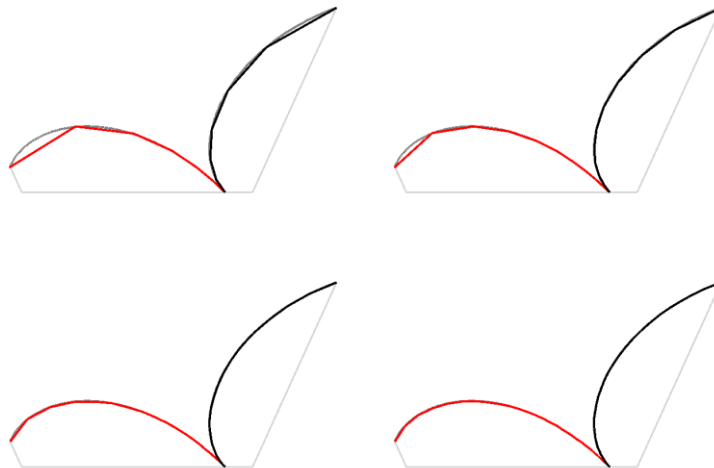


10. ábra

A numerikus algoritmus hibája $m = 1,2$ esetén
 fekete: lineáris görbe, piros rajta legördülő függvény.
 zöld-kék: a legördülő osztógörbe lineáris függvényekkel vett közelítése 1,2,4,16 szakasz
 esetén

Az elkészült osztógörbék polárkoordinátában lineáris függvényeinek ha kis központi szöge van, akkor az íves szakaszok egyenessel is jól közelíthetők. Így, későbbi fogazáshoz nagyon kedvező törtvonalat (majd az osztógöbe nyújtással sokszöget) kaphatunk az osztógörbékéből, ahol a szakaszok végpontjai az osztópontok. Ez a lehetőség nagyon jól fog jönni a fogazásnál, amikor könnyen meghatározható lesz a függvénygörbe adott pontban vett meredeksége, illetve a függvény konvex, és konkáv szakaszai.

Most tekintsük például az $r_1(\varphi) = e^\varphi, \varphi: [0, 2]$ függvényt, és közelítsük különböző számú osztópont segítségével, melyek egyenlő központi szögekre osztják az értelmezési tartományt.



11. ábra

A generált osztógörbék 6, 10, 19 és 30 szakasz esetén
szürke: exponenciális függvények, fekete: eredeti függvény közelítése azonos középponti szögekkel, piros: a legördülő közelített görbe.

A 11. ábra sejteti, hogy nem az a legcélszerűbb, ha egyenlő központi szögekkel dolgozunk. Például, az intervallum elején lehetett volna nagyobb központi szögekre bontani az intervallumot, míg az intervallum végén kisebbekre. A legördülő osztógörbén keletkező hiba nem volt az eredeti osztógörbén annyira feltűnő. A későbbiekben fontos lesz fogazás szempontjából, hogy minél alacsonyabb értéken tartsuk a szükséges osztópontok számát adott hiba megengedése mellett.

6.3. HIBASZÁMÍTÁS, OPTIMÁLIS OSZTÓPONT-FELVÉTEL

A következő sorokban figyelembe vesszük, hogy az osztógörbe-generálás algoritmusai több nagyságrenddel gyorsabb, mint a fogazás algoritmusai. Emiatt nagyon fontos az előírt hibakorlátok alatt maradva minimalizálni a szükséges osztópontok számát. Ezt akár az algoritmus nagy futásidő-növekedése árán is meg kell tennünk.

A központi szögek kezelése azonos kapcsolódó osztógörbék esetén:

Azonos kapcsolódó osztógörbék esetén az eredeti, és a rajta legördülő osztógörbe értelmezési tartományai hosszának összege pont 2π kell, hogy legyen. Azonban, elképzelhetők olyan helyzetek, amikor nem ismerjük az $r_1(\varphi)$ osztógörbén legördülő $r_2(\varphi)$ osztógörbe értelmezési tartományának hosszát. A hibaszámításban szükségünk lesz mind az eredeti osztógörbe, mind a legördülő osztógörbe egyes szakaszainak központi szögeire, a teljes önmagán legördülő osztógörbe $[0, 2\pi]$ intervallumra nyújtása után. Általánosságban csak annyit tudunk a legördülő osztógörbe központi szögéről, hogy a $[0, 2\pi - \alpha]$ intervallumba esik. Értéke jól közelíthető, bár alsó határ nehezen adható rá. Ha a legrosszabb esetet tesszük fel, az eredeti $r_1(\varphi)$ osztógörbét kell

a teljes $[0, 2\pi]$ intervallumra nyújtani. Ekkor a központi szögek egy $k = \frac{2\pi}{\alpha}$ értékkel szorozódnak a nyújtás után. Azonban a közelített β^* értékkel jó közelítéssel megkaphatjuk $k^* = \frac{2\pi}{\alpha + \beta^*}$ értékét. Ennek használata elkerüli a túlzott felső becsléseket a hibaszámításnál, és a fölöslegesen sok osztópont alkalmazását. A továbbiakban azonos osztógörbék esetén így kell érteni a központi szögek értékét. Ez biztosítja a felső becslést a hibákra.

6.3.1. AZ OSZTÓGÖRBE KÖZELÍTÉSÉNEK HIBÁJA

Az eredeti osztógörbe polárkoordinátáson lineáris szakaszokkal vett közelítésének hibája:

Ezen sorok után nézzük meg, hogy milyen részekből is áll az osztógörbe polárkoordinátáson lineáris szakaszokkal vett közelítésének hibája. Első lépésben közelítettük az eredeti függvényt polárkoordinátáson lineáris függvényekkel. Ennek hibája meghatározható. Ez analitikusan ritkán elvégezhető művelet. Helyette nézzük egyesével az osztópontokkal meghatározott szakaszokat! Két osztópont között felvehetünk még n újabb osztópontot. A legegyszerűbb esetben ezek egyenlő központi szögekre osztják az intervallumot. Ezek távolságának maximumát vehetjük a polárkoordinátáson lineáris szakasszal. Ha az eredeti osztógörbét egy γ szögig felosztottuk osztópontokkal, a következő osztópont helyzete iterációs módszerrel meghatározható, hogy az adott hibaértéket elérjük.

Nevezzük a kapott közelítésben az új osztópont szögtávolságát δ_1 -nek! Nyilván ez az érték az adott helyzetben egy felső korlátja lesz az új osztópont által meghatározott központi szögnek.

Az adott szakasz esetén a közelítés és az eredeti osztógörbe hibájával a későbbiekben nem foglalkozunk.

A polárkoordinátáson lineáris szakaszok, és a rajtuk legördülő osztógörbék szakaszokkal vett közelítésének hibája:

A lineáris szakaszok hibája könnyen meghatározható. Belátható, hogy minden lineáris függvényt egyenessel közelítve a húrhiba kisebb, mint az egyenest meghatározó két pont közül a középponttól közelebbi sugarú körnek, és a szakasz hosszával megegyező húrnak a maximális távolsága. Tehát, (r_1, φ_1) , és (r_2, φ_2) pontok között a hiba egy felső korlátja (feltételezhetjük, hogy kis szögeltérés miatt a gyök értelmezett):

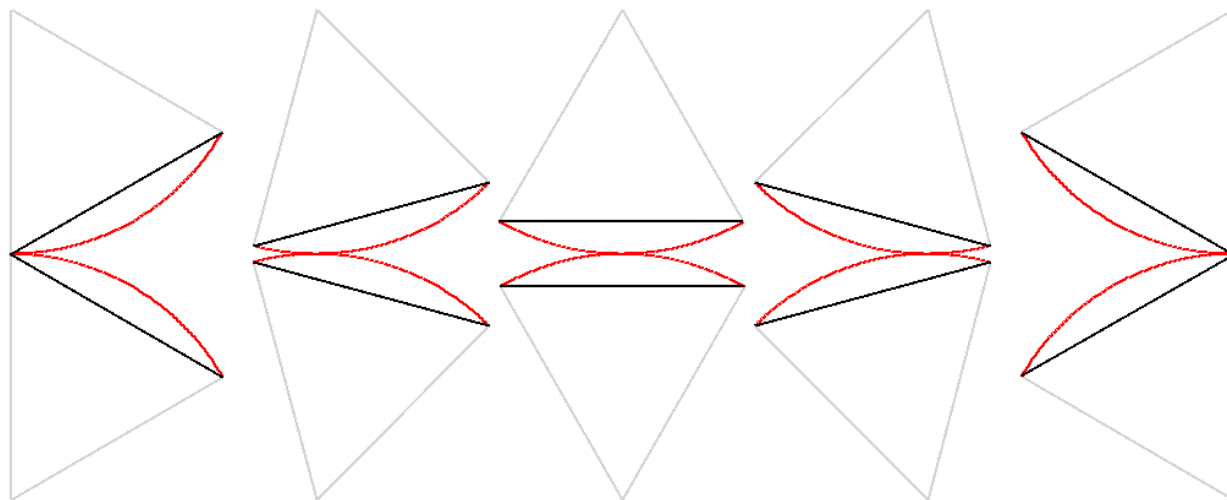
$$H_1 \leq R - \sqrt{R^2 - \frac{1}{4}((r_2 - r_1)^2 + (\varphi_2 - \varphi_1)^2)}, \quad R = \min\{r_1, r_2\} \quad (20)$$

A képlet ismeretében a húrhiba tetszőlegesen lecsökkenthető a központi szög csökkentésével.

A legördülő osztógörbe esetén arra gondolhatunk, a polárkoordinátáson lineáris függvénnyel való közelítés nem lenne megfelelő. Belátható azonban, hogy felső becslést ad a polárkoordinátáson lineáris függvénnyel való közelítés (lásd 10. ábra). Ekkor egy, az eredeti polárkoordinátáson lineáris szakasz esetén használt hibaszámítási eljárással becsülhetjük a legördülő osztógörbe hibáját is. Ennek értéke legyen H_2 !

A végeredményben kapott osztógörbék egyenes szakaszokból állnak. Fix tengelytávolság esetén csak a csúcspontok érnek össze, a szakaszok távolsága pedig a gördülés folyamán

maximálisan $H_1 + H_2 = \Delta H$ lesz. Ennek a hibának a nagyságát szintén a hibahatár alatt kell tartani. Így, kapunk egy újabb, δ_2 felső központi szög-határt az új szakaszra.



12. ábra

Az eredeti, és a végső közelített osztógörbék egymáson való legördülése

Piros: eredeti osztógörbe, Fekete: szakasszal közelített osztógörbe

A középső ábrán jól látszik a ΔH távolság, mint a fekete szakaszok távolsága

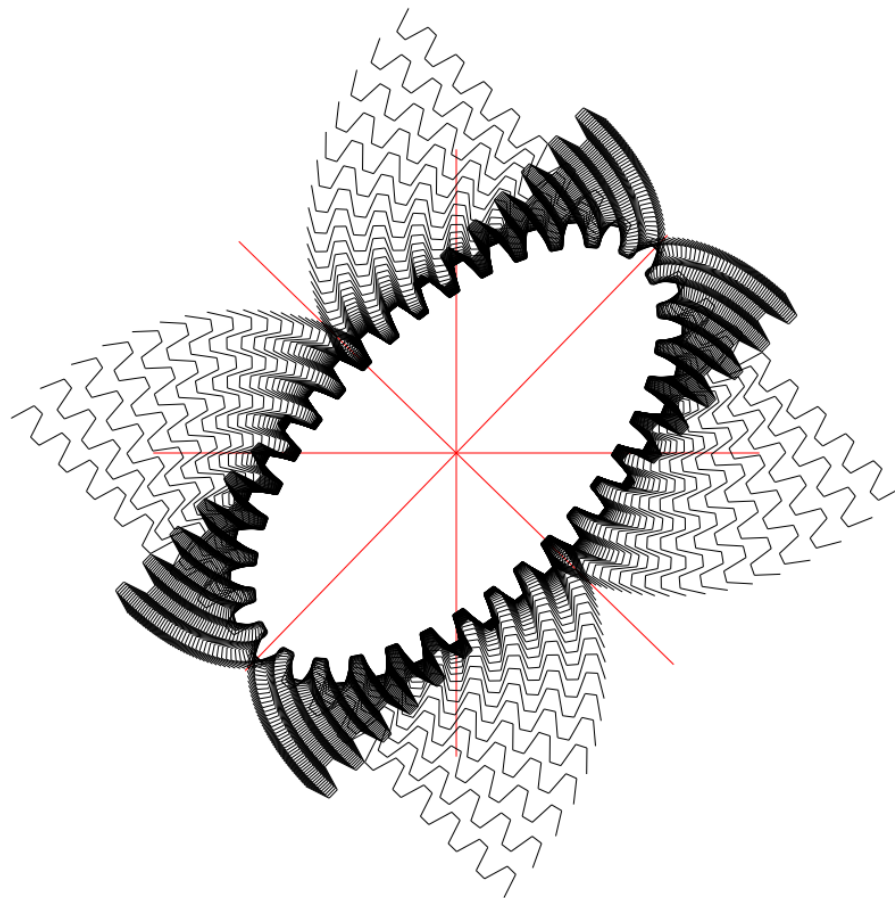
6.3.2. A FOGAZÁS SORÁN FELLÉPŐ HIBA FELSŐ BECSLÉSE

Az osztógörbe fogazását a később fogjuk tárgyalni. Azonban a fogak alakját előállító algoritmus erősen épít arra, hogy hogyan vettük fel az osztópontokat. Így, a hibaszámítást az osztópontok felvételénél kell elvégeznünk.

A fogazás folyamata vázlatosan:

A fogazást Maag-féle foggyaluláshoz [10] hasonlóan képzelhetjük el. Egy fogaslécet fogunk az osztógörbén legördíteni, és az eredményül kapott fogaskerek természetesen a gördítés során fellépő belső burkoló lesz. A fogasléc hossza (elvileg) megegyezik az osztógörbe kerületével.

Esetünkben az osztógörbe szakaszokból áll. Emiatt nyilván könnyen számolható a legördülés, a fogasléc véges sok állásának segítségével meghatározhatjuk a teljes fogaskereket.



13. ábra

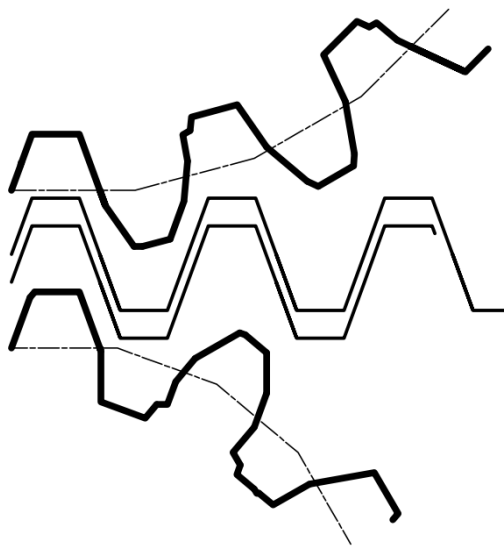
Ellipszis alakú fogaskerék fogazása fogasléccel

A folyamat előtt azonban az osztópontokat megfelelően kell meghatározni, hogy a kész fogaskeréken fellépő hibák a gyárthatósági küszöb alatt legyenek. Ahogy azt a 13. ábrán is láthatjuk, az osztópontokat nem érdemes egyenletes középponti szöggel felvenni. Ekkor ugyanis az ábrán látható jelenség alakul ki: a kis görbületi sugarú helyeken a fogazás pontatlan lesz, míg a nagy görbületi sugarú helyeken fölöslegesen pontos.

Fogazás szempontjából kétféle hiba alakul ki, amit a gyártási küszöb alatt kell tartanunk:

Halmazódó hosszhiba:

Ennek a hibának a megértése talán kicsit nehéz. Az eredményül kapott osztógörbének csak az osztópontjai érintkeznek a legördülés során egymással, az őket összekötő egyenes szakaszok többi pontja nem. Ha befogazzuk az osztógöörbét, akkor célszerű úgy eljárnunk, hogy a kapott fogaskerék önmagán való legördülése során a fogak biztosítsák az elképzelt osztópontok találkozásait. Azonban, két szomszédos, egymással a gördülés során érintkező osztópont-párt összekötő szakaszok hosszai nem feltétlenül egyformák. Emiatt halmazódó hiba jelentkezik.



14. ábra

A szakaszkülönbségből adódó halmozódó hiba

A 14. ábrán láthatunk egy olyan esetet, hogy az 5-5 osztópont által meghatározott osztógörbék esetében az osztópontok távolsága különböző. Emiatt a felső osztógörbénél sokkal hosszabb fogasléc kell a befogazáshoz, mint az alsónál. A fogak kapcsolódása biztosítani fogja a hajtást, azonban az osztópontok az egymáson való adott tengelytávú legördülésnél nem fognak találkozni egymással. Akár annyira is eltávolodhatnak egymástól, hogy a fogak nem találkoznak egymással. A hiba oka, hogy a polárkoordinátásan lineáris alakú függvényeket egyenessel közelítettük.

A halmozódó hiba sehol sem érhet el egy megadott hibahatárt. Azaz, tetszőleges, egymáson legördülő osztópontra igaznak kell lennie, hogy az eredeti, és a legördülő osztógörbének az adott osztópontig vett ívhosszában különbsége kisebb a megadott hibakorlátnál. Ez az ellenőrzési lehetőség nehéz, ezért érdemes szakaszonkénti feltételt adni, amiből következik a hibakorlát alatti eredmény.

Ha ismernénk a közelített osztógörbék területét, akkor meg tudnánk mondani, hogy a hibahatár mekkora relatív hibát jelent. Ekkor szakaszonként előírhatnánk, hogy az egymáson legördülő szakaszok hosszának relatív hibája legfeljebb az adott érték lehet. Az osztógörbék hossza azonban nagyon jól becsülhető. Hiszen, n egyenlő középponti szögű osztópont esetén kiszámolható a becsült ívhossz mind az eredeti, mind a legördülő osztógörbén. Az osztópontok száma akár 1000-10000 nagyságrendű is lehet. Miután megkaptuk az I_1, I_2 ívhosszakat, melyek közelítőleg egyenlők, a szakaszonként megengedhető hiba könnyen meghatározható.

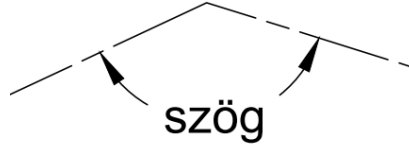
Egy újabb probléma, hogy a szakaszok hosszainak különbsége az osztógörbék nyújtásával változik. Emiatt, például azonos osztógörbéjű fogaskerek esetében, az egymáson legördülő osztógörbék végső teljes központi szögével kell számolnunk. Ezt ugyanúgy nem ismerjük, mint az osztógörbék ívhosszát, de ugyanúgy meg is kaphatjuk.

A megengedhető hiba nem a gyárthatóság határa. Ennél nagyobb hibát is megengedhetünk, hiszen nem történik más, csak az osztógörbék kicsit eltávolodnak néha egymástól. Ennek ellenére, egyszerűség kedvéért számoljunk a továbbiakban a gyárthatósági hibával.

Tehát, a halmozódó hiba alapján a szakasz megengedhető legnagyobb központi szöge legyen δ_3 !

Az evolvens fogprofil hibája:

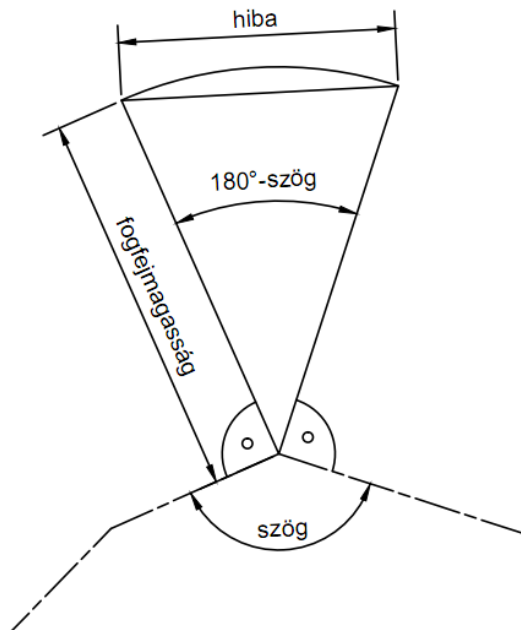
A fogazás során fellépő evolvens ívet szakaszokkal fogjuk közelíteni. Ezek miatt az osztógörbe nem állhat egy bizonyos szögnél kisebb szöget bezáró szakaszokból. A 14. ábrán a fogalakok szabálytalan formájának magyarázata, hogy túl nagy szöget zárnak be az osztógörbét alkotó szakaszok egymással.



15. ábra

Az osztógörbe két szakasza közötti szögekülönbség

Belátható, hogy a fogazás során a fogaslécet diszkrét helyeken felvett értéke, és az elvi evolvens profil között létrejövő hibát a 16. ábrán látható módon felülről becsülhetjük:



16. ábra

A szakaszok közötti szögekből adódó hiba

Kis szögek esetén megengedett H_{meg} hibaérték melletti minimális bezárt ϑ szög értéke, ha ismert az adott pontbeli h_a fogfejmagasság:

$$\vartheta \geq \pi - \frac{H_{meg}}{h_a} \quad (21)$$

A képletben kihasználtuk, hogy kis közbezárt szögek esetén a távolság jól közelíthető az ábrán látható ívhosszal, azaz $H_\gamma \approx (\pi - \vartheta)h_a$. Így ez alapján a hibalehetőség alapján is kaptunk egy maximális δ_4 szögértéket.

Ha az adott pontban még nem ismert felső becslése a fogfejmagasságnak, akkor vehetjük ezt az értéket az adott pontban az eredeti, illetve az új osztógörbe sugarának minimumának, esetleg ennek egy skalárral vett szorzatának.

6.3.3. ÚJ OSZTÓPONT FELVÉTELÉNÉL MEGADHATÓ LEGNAGYOBB KÖZPONTI SZÖG MEGHATÁROZÁSA

Ha megkaptuk a fentiekben meghatározott δ_i értékeket ($i = 1..4$), akkor egyszerűen a legkisebbet véve megkapjuk azt a központi szöget, amivel továbbléphetünk az eredeti osztógörbén. De, hogy határozzuk meg az egyes szögértékeket? Ehhez iterációs algoritmust kell használnunk.

Az algoritmus legyen a következő: határozzuk meg elsőként δ_4 értékét! Ennek meghatározása a következő sorokban olvasható. Ezt követően, ha ennél szükség van kisebb szögértékekre, akkor a δ_i ($i = 1..3$) értékeket 0 és δ_4 közötti intervallum-felezéssel meghatározhatjuk.

A δ_4 szögérték meghatározását nem tehetjük meg intervallum-felezés módszerével. Hiszen, elképzelhető, hogy túl nagy δ_4 szögértékkel próbálkozunk, azonban nem vesszük ezt észre, mert épp úgy görbülnek az osztógörbék, hogy az előző szakaszokkal a keletkező új szakaszok nagy szöget zárnak be. Emiatt, alkalmaznunk kell egy kis γ szögértéket, melyet az osztógörbék alakjából határozzunk meg. Elsőként ekkorát lépünk. Ha a szögérték esetén nagy a szöghiba, akkor megtaláltuk δ_4 egy felső becslését. Ha nem nagy a szöghiba, akkor egy alsó becslését találtuk meg δ_4 -nek. Ekkor tovább kell lépünk újra γ -vel. Előbb-utóbb találunk egy olyan, $k \cdot \gamma$ szögértéket, ami nagyobb lesz, mint a megengedhető δ_4 szögérték. Ekkor intervallumfelezéssel meghatározhatjuk δ_4 pontos értékét $(k - 1) \cdot \gamma$ és $k \cdot \gamma$ között.

A γ lépésköz értéke az osztógörbék előzetes numerikus vizsgálatából adódik. Könnyen meghatározható sok osztópont felvételével közelítőleg adott pontban az osztógörbék m meredeksége és g minimális görbületi sugara. A görbületi sugár megadja, hogy az adott helyen egy lépés során legfeljebb mekkora lehet a távolság két osztópont között:

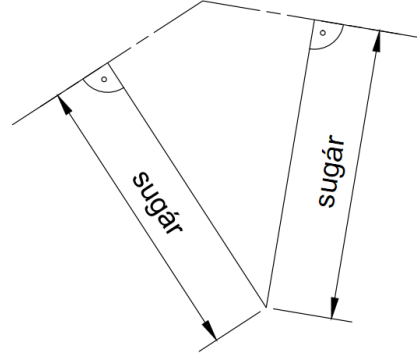
$$d_{max} \approx (\pi - \vartheta_{max}) \cdot g = \frac{H_{meg}}{h_a} \cdot g \quad (22)$$

A meredekséget figyelembe véve adott pontban a megengedett lépésköz:

$$\gamma = \frac{d_{max} \cdot \cos(\arctg(m))}{r} = \frac{H_{meg}}{h_a} \cdot \frac{g}{r} \cdot \cos(\arctg(m)) \quad (23)$$

A képletbe r jelöli a középponttól való távolságot. A képletben látható, hogy a görbületi sugarat osztjuk a meredekséggel. Ennek a hányadosnak a minimumát könnyen meghatározhatjuk. Így kapunk egy γ_{min} lépésköz-értéket.

Adott pontban a görbületi sugár alsó becslésének számítása a következőképpen történhet: vegyük a pont két szomszédját, és a távolabbi pont irányában vegyünk fel egy, a közelebbi ponttal megegyező távolságra lévő pontot. Ezután a görbületi sugár egy alsó becslése a következőképpen kapható meg, az egyes szakaszok felezőmerőlegeseinek segítségével:



17. ábra

A görbületi sugár számítása

Belátható, hogy a fenti módon definiált görbületi sugár alsó becslése a következő képlettel számolható, ha ismert az egymást követő három pont d_1, d_2, d_3 távolsága, és közülük a d_1, d_2 távolságok az osztógörbe szakaszainak hosszai, és $d_1 < d_2$, és $d_3 - (d_1 + d_2) > \varepsilon > 0$:

$$g = \frac{d_1}{2} \sqrt{\frac{d_3^2 - (d_2 - d_1)^2}{(d_2 + d_1)^2 - d_3^2}} \quad (24)$$

Ha az utolsó feltétel nem teljesül, a görbületi sugár nagy, és a nevező nullához közeli érték.

A számítógép 48-bites lebegőpontos aritmetikája a tapasztalatok alapján nem elégséges minden esetben az adott központi szög melletti megfelelő hibabecsléshez. Ilyenkor $\frac{\gamma}{2}$ értéknek vehetjük az osztópontok közti központi szöget. Ez várhatóan hibahatár alatti választás.

6.3.4. AZ OSZTÓGÖRBE-GENERÁLÁS ALGORITMUSÁNAK LÉPÉSEI

1. A nyújtás közelítésének meghatározása:

Az első lépés csak akkor kell, ha végül a teljes, $[0, 2\pi]$ periódusban szeretnénk kapni egy önmagán legördülő osztógörbét. Ha ez nem cél, akkor a függvény nyújtása $k := 1$, különben pedig ki kell számolnunk. Meg kell határoznunk az osztógörbék központi szögét. Ehhez egy adott n számú osztópont felvételével meghatározzuk az osztógörbét. n értékének megválasztása az osztógörbe ismeretében kell, hogy történjen. Emiatt érdemes kirajzoltatni néhány n értékre, hogy milyen osztógörbét kapunk, mennyire jól közelíti a várt osztógörbét. Végül megkapjuk közelítve az $r_1(\varphi)$ osztógörbén legördülő $r_2(\varphi)$ osztógörbe β^* központi szögét. Innen könnyen meghatározható a függvény nyújtásához szükséges együttható: $k^* := \frac{2\pi}{\alpha + \beta}$. Az érték persze nem a pontos érték, a becslésekhez azonban ezt fogjuk felhasználni.

2. *Az osztógörbék ívhosszának, és a lépésköz minimumának meghatározása:*

Ha megkaptuk a nyújtás közelítő értékét, akkor egy újabb iterációval megvizsgálhatjuk az osztógörbének minden pontban az m meredekségét, g görbületi sugarát, és az osztógörbék I_1, I_2 ívhosszát.

3. *Az osztógörbe generálása:*

Amint megvannak az osztógörbe generálásához szükséges adatok, meghatározhatjuk az osztógörbét alkotó osztópontokat. Egy ciklus segítségével haladunk mindig más-más lépésközzel az $r_1(\varphi)$ függvény pontjain, míg el nem értük az α szögértéket. A ciklusmagban meg kell határozni a különböző hibahatároknak megfelelő legnagyobb lépésközt.

4. *A függvény nyújtása a $[0, 2\pi]$ intervallumba:*

A műveletsorozat végén a kapott osztógörbét nyújtanunk kell, hogy az értelmezett legyen a teljes $[0, 2\pi]$ intervallumban. Ezt korábban nem tehettük meg, hiszen nem ismertük pontosan a nyújtás mértékét.

6.3.5. KÜLÖNBÖZŐ OSZTÓGÖRBÉKHEZ SZÜKSÉGES OSZTÓPONTOK SZÁMA

Ezt követően nézzük meg, hogy adott hibahatár mellett mennyi osztópont szükséges az osztógörbe numerikus számításához!

Félkör által generált osztógörbe:

A legegyszerűbb osztógörbe nyilván a szabályos kör. Esetünkben 100 [mm] átmérőjű, 5 [mm] maximális modulú fogméretre számítunk, és 0,01 [mm] gyártási hibával rendelkezett. Ekkor az egyes félköröket 1571 osztópont határozta meg.

A következőkben vizsgáljuk meg, hogy mik lesznek az eredmények, ha jelentős meredekségek vannak az osztógörbében!

Exponenciális függvény alakú osztógörbe:

Legyen $r_1(\varphi) = \frac{200}{1+e^\pi} e^\varphi$ [mm], $\varphi \in [0, \pi]$, a tengelytáv legyen 200 [mm], a fog modulja 5 [mm]! Az eredeti, és a közelített függvény közötti maximális távolság legyen 0,001 [mm]. Ekkor különböző gyártási hibákra a következő számú osztópontok jöttek ki az egyes osztógörbékre. A harmadik oszlop jelzi a hibák jellegét. Az összeg nem adja ki az osztópontok számát, mert a görbe néhány ponton a számítógép-aritmetika pontatlanságából nem lehetett meghatározni a hibaszámítással a következő osztópont optimális helyét.

Nyilván teljes önmagával kapcsolódó osztógörbék kétszer ennyi osztópontból állnak elő.

Gyártási hiba [mm]	Osztópontok száma	Hiba
1	249	$\delta_1: 245, \delta_4: 2$
0,5	249	$\delta_1: 242, \delta_4: 5$
0,1	311	$\delta_1: 193, \delta_4: 116$
0,05	503	$\delta_1: 60, \delta_4: 441$
0,01	2494	$\delta_4: 2488$
0,005	4990	$\delta_4: 4965$
0,001	25004	$\delta_4: 24904$

1. táblázat

Az exponenciális osztógörbéhez szükséges osztópontok száma

7. A LEGÖRDÜLŐ FOGASLÉC GEOMETRIÁJA

7.1. A MAXIMÁLIS FOGMÉRET MEGHATÁROZÁSA

A fogazás a Maag-féle lefejtő eljárás [10] elvén történik. Mivel a nemköralakú fogaskereket általában párban gyártják, így lehetőségünk van nem szabványos modulú fogakat alkalmazni. Akár az is megtehető, hogy változó modulú fogasléccel valósítjuk meg a fogazást. Először azonban meg kell vizsgálni, hogy a fogasléc melyik szakaszán mekkora maximális modult alkalmazhatunk!

A következőkben minden pont esetén meghatározzuk a maximális fogméretet. Az osztógörbék minden egyes pontja kapcsolódik egy másik osztógörbével, ömagán legördülő osztógörbék esetén az osztógörbe egy másik szakaszával. A két kapcsolódó ponton nyilván meg kell egyeznie a modulnak, így a maximális fogméret meghatározásakor mind a két pont tulajdonságait meg kell vizsgálnunk, és ez alapján meghatározni a méretet.

7.1.1. GÖRBÜLETBŐL ADÓDÓ KORLÁTOZÁS

A fogak méretét a görbületi sugár is meghatározza. Ismert, hogy a hagyományos fogaskerek esetén evolvens fogazás mellett az alámetszés [10] miatt nem érdemes egy fogaskereken adott fognál többet alkalmazni, csak, ha profileltolást [10] alkalmazunk. Azaz elemi fogazat, és tetszőleges átmérőjű fogaskerék esetén meghatározható a legnagyobb modul. Evolvens fogazat esetén a határfogszám megkapató a következő képletből [10]:

$$z_{max} = \frac{2h_a}{(\sin(\alpha))^2} \quad (25)$$

A képletben α a profilszög, illetve h_a a fejmagasság-tényező, ami megadja, hogy a fejmagasság a modulnak hányszorosa. A továbbiakban a profilszög értéke legyen $\alpha = 20^\circ$! Ismert a fogszám képlete is [10]:

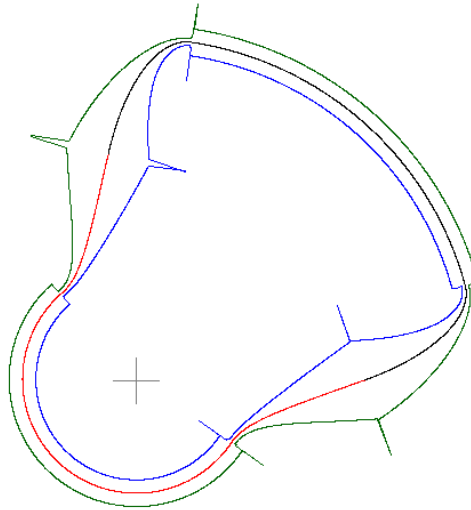
$$z = 2 \frac{g}{m} \quad (26)$$

A képletben g a görbületi sugár, és m a modul. Az egyenletet rendezve kijön, hogy adott pontban a maximális fejmagasság:

$$h_a \cdot m \leq g \cdot (\sin(\alpha))^2 \quad (27)$$

A továbbiakban a görbületi sugarat az egymást követő három osztópont által meghatározott háromszög köré írható kör sugarával közelítjük. Így, ismerve a háromszög a, b, c oldalát, akkor a Héron-képlet, és a háromszög köré írható kör sugarának képletéből [13] megkaphatjuk a görbületi sugarat:

$$g = \frac{abc}{4T_{\Delta}}, \quad T_{\Delta} = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}, \quad s = \frac{a+b+c}{2} \quad (28)$$



18. ábra

Egy önmagán legördülő fogaskereken görbületi sugar miatt megengedhető fogfej-, illetve lábmagasságok
piros-fekete görbe: osztógörbe

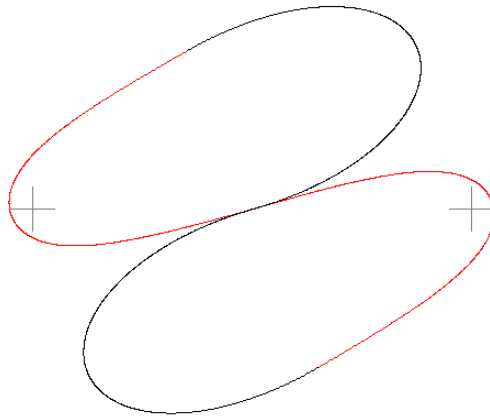
A 18. ábrán jól látható, hogy az egymáson legördülő osztógörbe-szakaszoknál a megengedhető fogfejmagasság megegyezik. Jól látszanak a görbület-változások is. Inflexiós pontoknál a fogfejmagasság értéke nagyon nagy is lehet.

A fogfejmagasság nagy lehet, ha nagy a görbületi sugár. A feltétel nem zárja ki, hogy a maximális fejmagasságot a fogaskerek sugarához közeli méretnek vegyük, hiszen a görbületi sugár akár végtelen is lehet adott pontokon. Emiatt van szükség az adott pontban az anyagvastagságtól függő fogméret maximumának meghatározására.

Ha Fellows-féle metszőkerek [2] használunk fogazószerszámnak, akkor nagyobb fogméretek is alkalmazhatók az alámetszés elkerülése érdekében. Ennek pontos képlete [2]-ben olvasható.

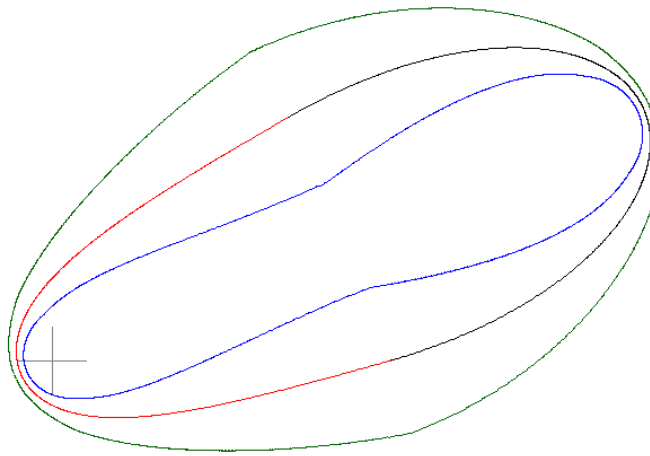
7.1.2. ANYAGVASTAGSÁGBÓL ADÓDÓ KORLÁTOZÁS

A görbületi sugárral való fogmaximalizálás biztosította, hogy az adott ponton meghatározzuk a legnagyobb fogfejmagasságot, ami mellett elkerülhető az alámetszés. Azonban nem-kör alakú fogaskerek esetén másfajta korlátozást is figyelembe kell vennünk.



19. ábra

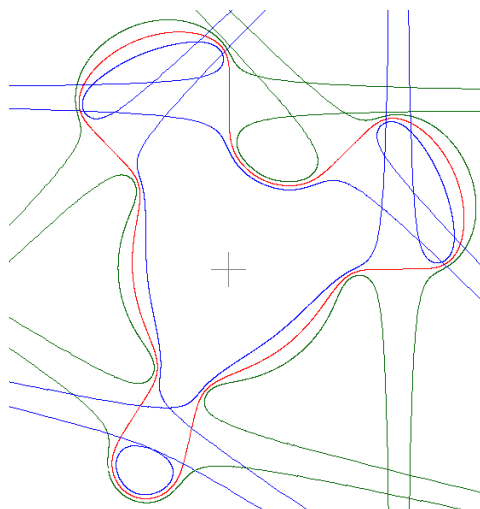
Közel végtelen mindkét osztógörbén a görbületi sugár a csatlakozó pontnál



20. ábra

A fogak geometriájának alsó és felső burkolója
Az osztógörbe a piros-fekete görbe

Amint láthatjuk a 19-20. ábrán, a görbületi sugár alapján igen nagy fogméretet használhatunk. Azonban az anyagvastagság miatt tovább kell korlátoznunk a fogméretet.

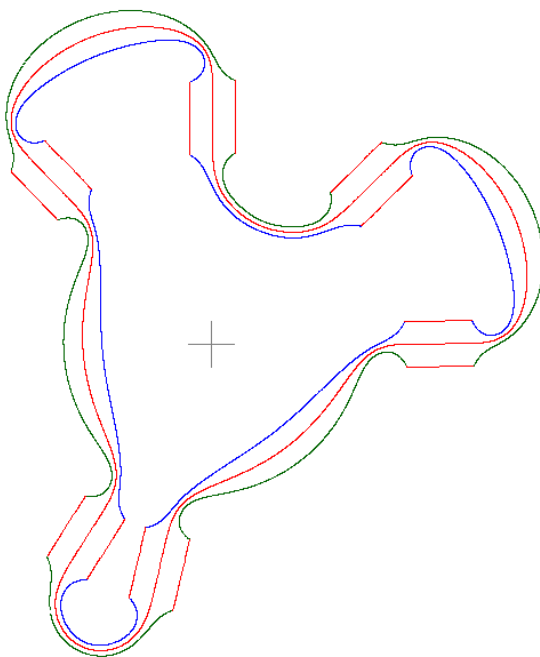


21. ábra

Egy másik osztógörbe, és a görbületből adódó maximális fogfej-, és lábmagasságok

Látható a 21. ábrán, hogy ha csak a görbületi sugár alapján vennénk a maximális fogfejmagasságot, akkor egyes esetekben a fogaskerék nemcsak meggyengülne, hanem metszheti is magát az ilyen módon befogazott kerék geometriája, akár az anyagban (kék-kék metszéspontok), akár az anyagon kívül (zöld-zöld metszéspontok).

További kutatásokat igényel, hogy milyen módon lehet ezt a hibát kiküszöbölni. TDK dolgozatomban egy felső korlátot alkalmazok a fogméretre, ami biztosítja, hogy ne fordulhasson elő olyan fogméret, ami használhatatlan fogaskereket eredményezne.

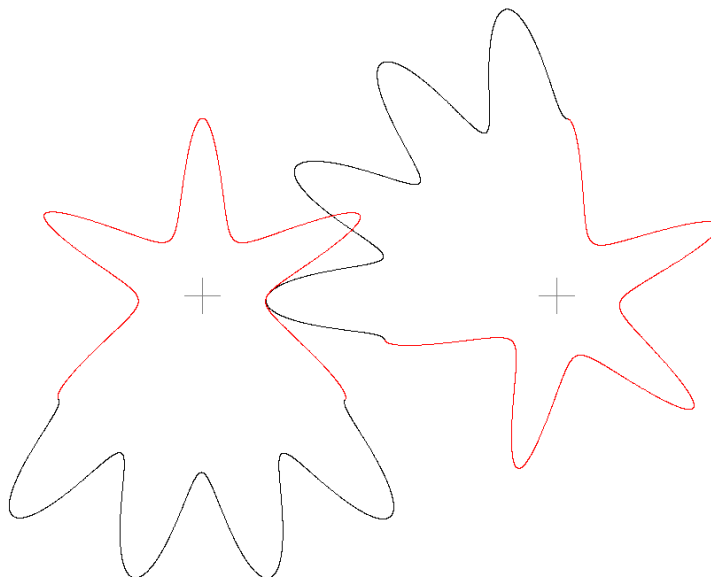


22. ábra

A 21. ábrán látható fogfejmagasság korrigálása egy konstans korlát bevezetésével.
Nyilván, ennél erősebb korrigálásra is szükség lehet.

7.1.3. AZ OSZTÓGÖRBÉK ÉRINTŐIRÁNYÚ RELATÍV MOZGÁSA

Léteznek olyan osztógörbék, amelyek ugyan a felállított differenciálegyenletnek eleget tesznek, de gyakorlatban nem használhatóak. Egy ilyen esetet mutat be a 23. ábra:



23. ábra

Az osztógörbék ütközése egymással

Látható, hogy a két osztógörbe szépen gördül egymáson, csak egy másik ponton egymásba mennek. Ez nyilván nem fogazható síkban. Azonban, elképzelhető, hogy a két osztógörbe nem megy egymásba a forgás során, csak nagyon megközelítik egymást a csaklakozási ponttól távolabb.



24. ábra

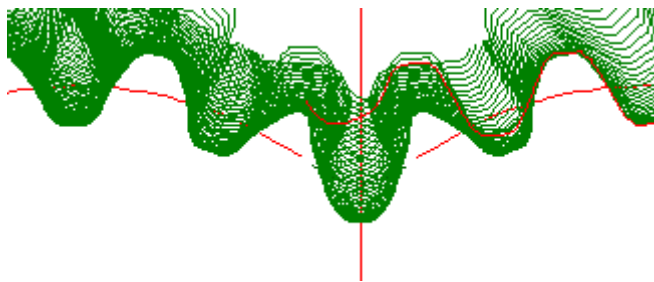
A két osztógörbe nagyon közel megy el egymás mellett

A 24. ábrán látható helyzetben a két osztógörbe nagyon közel megy el egymáshoz, és relatív mozgásuk az osztógörbe érintőjéhez közeli irányú. Természetesen itt a túl nagy fogak egymásba akadnának. Az ábrán látható jelenséggel külső fogaskerék-kapcsolódás esetén minden konvex (homorú) szakasznál számolni kell, így kevésbé látványosan, de előjön a probléma valós helyzetekben is.

A feladatunk az lenne, hogy az egyes pontokon meghatározzuk az osztógörbék érintőirányú relatív mozgásából adódó maximális fogfejmagasságot. Azonban ez a feladat nem triviális, hiszen az érintkezési pontban is megközelítik egymást az osztógörbék. Miben más ez a jelenség?

Ismert, hogy ha rögzítjük az egyik osztógörbét, és a másikat legördítjük rajta, akkor a legördülő osztógörbe pontjai általánosított ciklois pályán mozognak. A legördülő osztógörbe tetszőleges két pontja által leírt cikloisívek metszeni fogják egymást. Kísérleteim alapján a metszéspont konvex-konkáv kapcsolódásnál egymáshoz viszonylag közeli pontok esetén nagyon közel található a rögzített osztógörbéhez. A közbezárt szögük pedig nagy is lehet ($\approx 90^\circ$). Valószínűleg a cikloisívek metszéspontjainak, és közbezárt szögüknek ismeretében szép megoldást lehet találni a problémára. Hiszen az egyik ív tekinthető a legördülő osztógörbe fogai mozgásirányának, a másik ív pedig a rögzített osztógörbe fogalakjának.

Jelenleg nem sikerült jó módszert találnom a maximális fogfejmagasság meghatározására. Néhány esetben az osztógörbék és a pontokban vett maximális fogfejmagasságok kirajzolásával észlelhető a hiba, hiszen a 24. ábrán látható helyzetben az érintkezési ponton megjelenő fogkapcsolat biztosan megszűnik, a maximális fogfejmagasságok görbéje eltávolodik egymástól, majd újra metszik egymást a hibás fogfejmagasság miatt. Ezt korrigálni fix modulú fogazás esetén egyszerűen lehet, akár kísérletezéssel, akár algoritmussal. Azonban előfordulhat, hogy nem ennyire szembetűnő a jelenség. A legbiztosabb védekezés, hogy fogazás során olyan módszert választunk, ami biztosítja nekünk, hogy a két fogaskerék ne tudjon egymásba akadni. A fogprofilokon egyértelműen látszódnia fog a jelenség, ha túl nagy fogfejmagasságokat választottunk.



25. ábra

A túl nagy modulok alkalmazása miatt a fogüregbe érkező fogazószerszám kijövetkor legyalulta a fogüreg melletti fogak belső oldalát. Kisebb fogméret mellett egyértelműen látszik, hogy nem csak alámetszésről van szó.

7.2. A FOGMÉRET-FOGALAK OPTIMALIZÁLÁSA KÜLÖNBÖZŐ SZEMPONTOK ALAPJÁN

Amint az előző ábrákon láttuk, elég gyakori, hogy nagy megengedhető fogmagasság-különbségek jelentkezhetnek az osztógörbéken. Nem feltétlenül az a legjobb számunkra, ha a legkisebb megengedett modult használjuk az egész fogazás során. Ha le akarjuk csökkenteni, vagy meg akarjuk szüntetni a fogmodul-ingadozást, de a minimális megengedhető modul túl kicsi, akkor profileltolással [10] segíthetünk a helyzeten. Ahogy a modult is változtathatjuk, úgy a profileltolást sem kell fix értéken tartanunk az osztógörbén.

Ha ismerjük a szerkezet felépítését, ahol a fogaskerekeket használni fogjuk, kiszámolható egy, például a hajtó fogaskerék elfordulási szögétől függő nyomaték terhelés függvény. Nevezzük el

ezt $M(\varphi)$ -nek! Ekkor a hajtó fogaskerék osztógörbéjének egyes pontjain fellépő erők a következő képlettel számolhatóak:

$$F(\varphi) = \frac{M(\varphi)}{r_1(\varphi)} \quad (29)$$

Természetesen a fogprofil befojásolja a kerületen megjelenő erők megengedett maximumát. Elemi fogazat esetén a nagyobb fogméret biztosítja a nagyobb terhelhetőséget. Elképzelhetők olyan esetek, amikor az előzőekben tárgyalt megengedhető maximális fogfejmagasságok nem elegendők a terhelés átvitelére. Ilyenkor profileltolást kell alkalmazni.

A profileltolások vizsgálata túlmutat TDK dolgozatomon. A fellépő nyomatokra való optimalizálást úgy oldottam meg, hogy az esetlegesen fellépő hibák nélkül elérhető lehető legnagyobb modult választottam. Ez garantálja korlátozások mellett elérhető legnagyobb terhelhetőséget.

7.3. A LEGÖRDÜLŐ FOGASLÉC GEOMETRIÁJA

Miután megkaptuk az osztógörbe egyes pontjain felvehető maximális fogfejmagasságot, határozzuk meg a fogasléc geometriáját, amely osztógörbéken való végiggördülése segítségével létrejön a fogaskerek végleges alakja. Ugyanazt a fogaslécet kell legördíteni az egymáson legördülő fogaskerekre. Ebből adódik, hogy a fogasléc geometriája azonos osztógörbéjű fogaskeréken középpontosan szimmetrikus kell, hogy legyen. Emiatt ebben az esetben is elég például az osztógörbe $r_1(\varphi)$ függvénnyel meghatározott szakaszára kiszámolni a fogasléc geometriát, a többi tükrözéssel létrehozható.

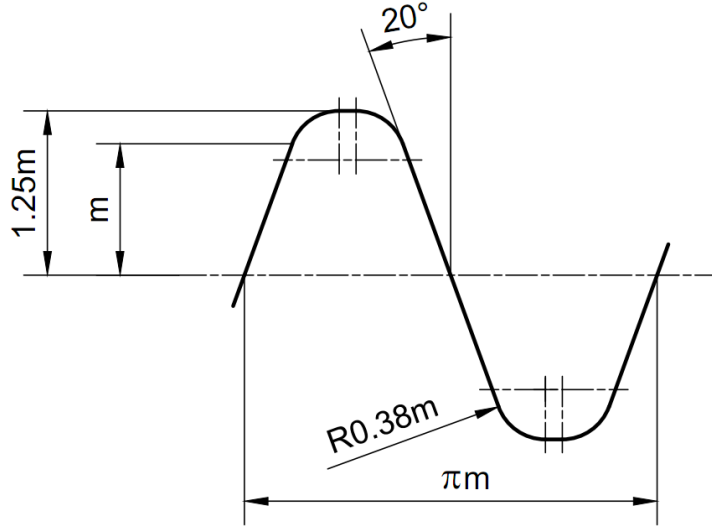
A következő sorokban adott fogfejmagasság-függvény alapján kiszámítható változó modulú fogasléc kiszámítási módját olvashatjuk. Természetesen, állandó modul esetén a fogasléc geometriája triviálisan adódik. A fogazás algoritmusa kihasználja, hogy a fogasléc szakaszokból áll, így más módon létrehozott fogasléc esetén is ilyen alakban kell megadni az alakzatot.

7.3.1 EGY FOG-FOGÜREG GEOMETRIÁJA

Első lépésként létre kell hoznunk egy $fog(x) : \mathbb{R} \rightarrow [-1, 1]$ fog-geometria függvényt. Ez a függvény megadja, hogy adott x pontban a fog geometriáját leíró függvények mennyi az értéke.

Ha az általunk választott görbe nincs a függvény értékkészlet-határai között, egy konstans számmal való megszorzással, vagy arányos zsugorítással megkapható a fog-geometria függvény. Értelmezési tartománya pedig legyen akkora, hogy ez a fogazás során elegendő legyen.

A 26. ábrán látható egy fog-fogüreg geometriája, amelyet én is alkalmazni fogok a fogazáshoz:



26. ábra

Egy fog és egy fogüreg geometriája

Esetemben $m := 0,8$ választással kaphatunk meg egy megfelelő fog-geometria függvényt.

Természetesen más fogalak is alkalmazható lenne. A fogprofil fontos arányszáma a szélességének és a magasságának a aránya, ami az ábrán látható esetben $a = \frac{1.25}{\pi}$.

7.3.2. A FOGASLÉC KIALAKÍTÁSA

A 26. ábrán látható fogalak ciklikus ismétlésével előáll a fogasléc. Azonban néha változtatható modult szeretnénk alkalmazni, ami mellett a fogasléc fogai az adott osztógörbére kiszámolt fogfejmagasság-értékektől függ.



27. ábra

A 22. ábrán látható osztógörbe fogfejmagasság-maximumai kiegyenesítve.
A fogaslécnek ezek közé a vonalak közé kell esnie.

A továbbiakban tekintsünk olyan, tetszőleges úton kiszámolt fogfejmagasság-függvényeket, amelyek végig pozitívak, azaz sohasem lesz az értékük 0. Ebben az esetben meghatározható a változó modulú fogaslécen a fogak száma.

Ismert az osztógörbe K ívhossza, amely megegyezik a fogasléc hosszával. Ennek minden pontjában a 27. ábrán látható módon értelmezhetjük a $h_{fog}(x)$ függvényt, amit ívhossz szerint paramétereztünk. Ekkor a fogak száma a következő képlettel határozható meg:

$$n = \int_0^K \frac{a}{h_{fog}(x)} dx \quad (30)$$

Az integrálás könnyen meghatározható, hiszen a fogfejmagasság-függvény lineáris függvényekből áll. Azonban nem biztos, hogy az eredmény egész szám. Ezt azonos osztógörbájű fogaskerek esetén feltétlenül korrigálni kell. A fogak számára tetszőleges 0,5-tel osztható szám megfelelő. Egy ilyen, ha más korlátozás nincs, megkaphatjuk úgy, hogy n helyett n' -t vesszük, amely a legkisebb olyan érték, amire $n' > n$ és $n' \mid 0,5$. Használjunk egy másik fogfejmagasság-függvényt, amit a következőképpen definiálhatunk:

$$h_{fog}^*(x) := \frac{n}{n'} h_{fog}(x) \quad (31)$$

Ekkor a kapott új fogmagasság-függvény esetén az integrálás megadja n' értékét.

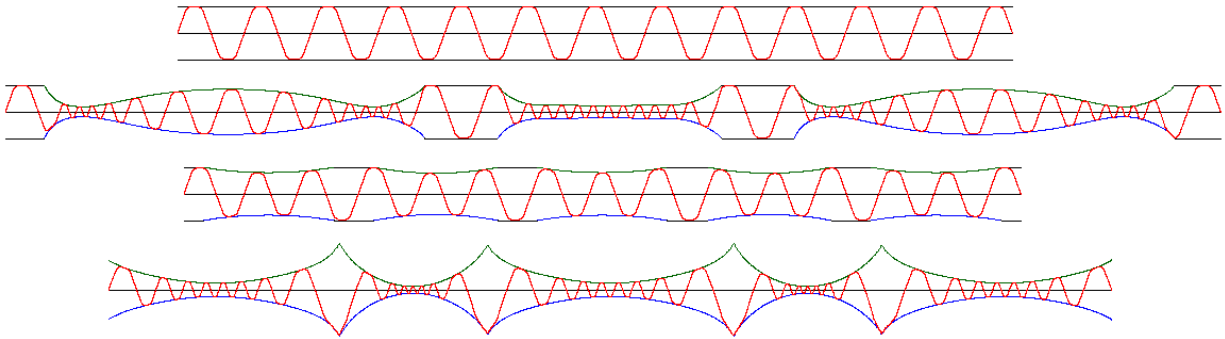
A következő lépés a $léc(x)$ fogasléc-függvény meghatározása. Ismert, hogy tetszőleges X pontig meghatározható a fogak száma (tört szám):

$$n_X = \int_0^X \frac{a}{h_{fog}^*(x)} dx \quad (32)$$

Az X pontban meghatározhatjuk könnyen a megengedhető legnagyobb fogmagasság-értéket. Ezt megszorozva a fog-geometria függvény adott pontban felvett értékével, megkapjuk a fogasléc geometriáját.

$$léc(X) = h_{fog}^*(X) \cdot fog\left(\frac{1}{a} \cdot n_X\right) = h_{fog}^*(X) \cdot fog\left(\int_0^X \frac{1}{h_{fog}^*(x)} dx\right) \quad (33)$$

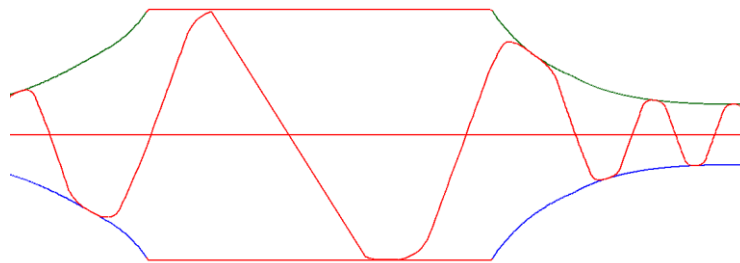
A fog-geometria függvényben lényeges a paramétert az $\frac{1}{a}$ arányszámmal beszorozni. Ez biztosítja, hogy a fog-geometria függvény 1 szerint legyen periódikus. Így, periódikus fog-geometria függvény esetén megkapható a fogasléc geometriája. A 28. ábrán láthatjuk azonos osztógörbájű fogaskerek esetén a fél fogasléc geometriáját különböző fogfejmagasság-függvények mellett.



28. ábra

Különböző osztógörbék esetén alkalmazható maximális fogméretek alapján kiszámolt (fél) fogaslécek.

A fogasléc-generálás során oda kell figyelni a lépésközök megválasztására. Nem elégséges az osztópontoknál felvenni a fogasléc értékét, mert elképzelhető, hogy az osztópontok ritkán helyezkednek el. Ehelyett javasolt beállítani valamilyen minimális lépésközt, például a gyártási hiba 10-szeresét. Ennél kisebb lépésköz esetén fölöslegesen sok pontból állna a fogprofil.



29. ábra

A egymástól távol lévő osztópontok miatt hibás fogasléc jött létre

Hibajelenség lehet még, hogy a javított fogfejmagasság-függvényben található $\frac{n}{n'}$ hányados halmozódó hibát tud eredményezni. A műveletek végrehajtásának megfelelő sorrendjével a hiba elkerülhető.

A fogak alakja nem mindig fog emlékeztetni a hagyományos fogalakokra (28. ábra). A fogazólécen az osztógörbe inflexiós pontjain néha nagyon nagy lesz a fogmagasság, mely kihegyesedést eredményez a fogazólécen (28. ábra, alsó fogazóléc). Ez nem megengedett, hiszen ilyen fogazószerszámmal történő fogazás során a szakaszonként megfigyelt legördülés hatására érdes fogaskerék-profil jön létre a fogüreg alján. A hiba ilyen esetekben korrigálható a maximális fogfejmagasság módosításával. A tökéletes megoldást a folytonosan deriválható fogfejmagasság-függvények eredményeznék. Azonban ekkor is jelentkezhetnek furcsa formák a fogazólécen. Ezt a szépséghibát ha ki akarjuk javítani, akkor a fogasléceket úgy kell létrehozni, hogy a foggeometriát szakaszokra bontjuk, megkeressük az egyes szakaszok végpontjait, és csak annak a helyét keressük meg a fogaslécen. Ha megtaláltuk két szomszédos pont helyzetét, akkor egy egyenessel összeköthetjük őket. Hasonlóan, az esetleges lekerekítéseket is a már elkészült fogaslécra lehetne rárakni.

Meg kell jegyeznünk, hogy a fogaslécnek megfelel tetszőleges $léc(x)$ függvény, melyre igaz, hogy $-h_{fog}(x) < léc(x) < h_{fog}(x) \quad \forall x \in [0, K]$.

A gyakorlatban ritkán találkozunk akkora fogméret-különbségekkel, mint a 28. ábrán. Elemi fogazatok esetén célszerű megoldás lehet több nemköralakú fogaskerékpár sorba kötése [2]. Ezzel a módszerrel elkerülhetőek a nagy görbület-különbségek, így a fogméret hullámozása is csökkenthető.

8. A FOGAZÁS

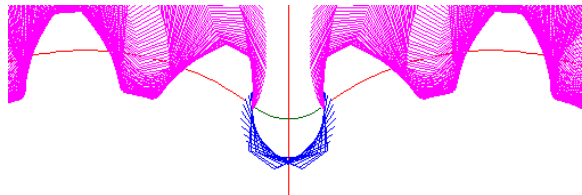
8.1. FOGAZÁSI LEHETŐSÉGEK

Nemköralakú fogaskerek esetén általános esetben bonyolultabb probléma a fogaskeréken a fogazat geometriáját megvalósítani, mint sima, köralakú fogaskeréken. A legtöbb esetben egy fogazóléc geometriájának segítségével alakítják ki a fogazatot a Maag-féle foggyalulás [10] elvén, így evolvens fogazat képződik.

8.1.1. EVOLVENS FOGAZÁS MAAG-FÉLE FOGGYALULÁS ELVÉN

A probléma a konvex (homorú) szakaszok fogazatának megvalósítása. Erre [4]-ben olvashatunk egy módszert, ami az egész fogaskeréken evolvens fogprofilt biztosít. A szerző a fogaskerék formájának kialakítását testek között értelmezett Boole-algebrai műveletekkel végezte el. A fogazólécet az osztógörbe domború részein kivonta a fogaskerékből, míg a homorú részekben hozzávette az únió művelettel.

A módszer hibája, hogy a fogaskerek egymásba akadhatnak (5.1.3. rész). Ha az egymásba akadás elkerülését garantálni tudjuk, akkor nyugodtan alkalmazhatjuk a módszert. Ha az egymásba akadás jelensége fennállhat, akkor ellenőriznünk kell az elkészült fogaskereket. Ez megvalósítható az egyik fogaskerék másikon való legördítésével. Legyen a vágószerszám az egyik fogaskerék, és így módosítsuk a legördülés során a másik fogaskerék geometriáját! Az eredeti és az új fogalak különbségéből jól látható lesz, hogy hol használunk az egyik fogaskeréken túl nagy fogméretet. A másik fogaskerék esetén is elvégezhetjük a vizsgálatot. Ezt követően módosítanunk kell a fogazószerszám alakját, és újra megpróbálni létrehozni a fogazatot.



30. ábra

A fogazó módszer hibája túl nagy fogak esetén

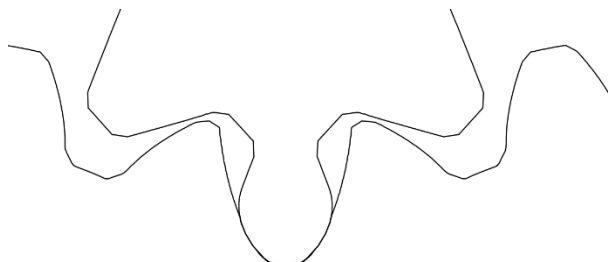
TDK dolgozatomban a fogalakok kialakítását nem testek közötti Bool-algebrával végzem el, hanem töröttvonalak metszéspontjainak keresésével. Az általam alkalmazott fogazási módszer is ez alapján történik, a végén ellenőrzéssel. A következőkben leírt módszer igényes megvalósítása ugyanis jóval bonyolultabb, és előnyeit nem minden osztógörbe esetén élvezhetjük.

8.1.2. MÓDOSÍTOTT EVOLVENS FOGAZÁS

A nemköralakú fogaskerek homorú szakaszainak befogazását más módon is elvégezhetjük. Mivel az osztógörbék minden homorú szakasza domború szakasszal kapcsolódik, így az osztógörbék kerületének felén garantáltan alkalmazhatjuk a fent bemutatott módszert. A fogaskerek fogazatát az osztógörbéjük kerületének másik felén pedig előállíthatjuk a már befogazott osztógörbe-szakaszok legördítésével, hasonlóan a Fellows-féle metszőkerek

eljáráshoz [2]. Nyilván elképzelhető, hogy mindkét fogaskeréken vannak homorú és domború szakaszok. Emiatt az osztógörbét több szakaszra kell bontanunk, melyek közül egyes szakaszokat a fogazóléccal, míg a többit a már megfogazott szakaszok segítségével alakítjuk ki.

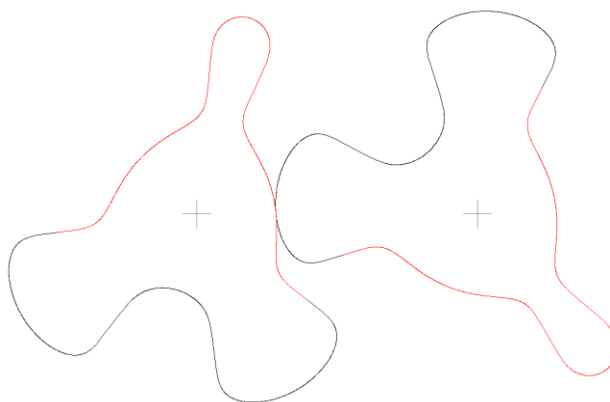
A legtöbb osztógörbe-pár esetén kiválaszthatjuk úgy az egyes szakaszok végpontjait, hogy a módszer garantálja, hogy a két fogaskerék akadás nélkül legördüljön egymáson (31. ábra).



31. ábra

A felső fogazat fogazóléc segítségével, míg az alsó fogazat a felső fogazat legördítésével jött létre.

Azonban nem minden osztógörbe-párra adható az akadás megszüntetését biztosító szakaszokra bontás. Hiszen, elképzelhető olyan osztógörbe, amelyek legördülése során két domború szakasz közelíti meg egymást, amelyek mindkettőn homorú szakasszal kapcsolódnak. Ebben az esetben mindkét szakasz fogainak geometriáját a fogazóléccal állítjuk elő. A legtöbb nemköralakú osztógörbe-párra megválaszthatók olyan szakasz-végpontok, melyek mellett garantáltan nem akadnak egymásba a fogak.



32. ábra

A fogaskeréknél nem garantált, hogy a módszer által létrehozott fogak sehol sem akadnak egymásba.

Ha megfelelően sikerült felvennünk a szakasz-végpontokat, akkor a fogakadások megszűnése ellenére ennél a módszernél is oda kell figyelnünk az osztógörbék érintőirányú relatív mozgásából adódó hibajelenségekre. Hiszen a fogazóléccel létrehozott fogazaton alkalmazott túl nagy fogméret hatására a kerület másik felén eltűnhetnek a fogak. Emiatt itt is szükségünk van a hibák ellenőrzésére, és ez alapján a fogmagasságok módosítására.

8.1.3. TISZTA FELLOWS-FÉLE METSZŐKERÉK-MÓDSZER ALKALMAZÁSA

A 31. ábrán látható, hogy a fogaskerék fogazóléccel kialakított részein túl nagy fogszám esetén alámetszés jön létre (felső fogaskerék). Azonban az alámetszésnél megerősíthetjük a fogazatot. Hiszen, a legördülés folyamán nincs szükségünk ekkora alámetszésre. Erre egy módszer, hogy a fogazatot tisztán fellows-féle metszőkerékes eljáráshoz hasonlóan alakítjuk ki.

Töröljük az előző pontban létrehozott fogazatban a fogazóléccel ellátott szakaszokat! Ezt követően gördítsük le az osztógörbe ezen szakaszain a megmaradt megfogazott szakaszokat, hasonlóan az előző pontban ismertetett módszerhez. Az alámetszések eltűnnek, így bátrabban használhatunk nagyobb méretű fogakat kis görbületi sugarak esetén is. Például a 31. ábrán érezhető, hogy a felső, alámetszett fogprofil fogtőve jóval szélesebb is lehet. Az algoritmus azonban bonyolult, és a fentiek miatt nem minden osztógörbére alkalmazható.

Működőképes, de nagyon lassú megoldás, ha minden egyes pontban előállítjuk a metszőkeréket, adott görbületi sugárral, és a fogazóléccel, majd ezzel a geometriával hozzuk létre az osztógörbén a fogazatot.

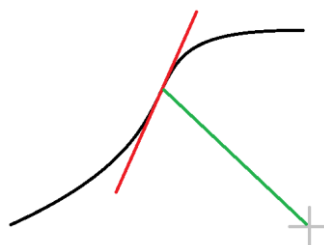
8.1.4. CIKLOIS FOGAZAT

Fontos megjegyeznünk, hogy ahogy hagyományos, úgy nemköralakú fogaskerekenél is alkalmazhatunk ciklois fogazatot. TDK dolgozatom keretein túlmutat a ciklois fogazatú kerekek tervezése, de néhány szót érdemes szólni erről a lehetőségről is.

A gépészetben szinte kizárólag evolvens fogazatokat használnak. Vizsgáljuk meg ennek az okait [1,5]!

1. Az evolvens fogazat olcsón előállítható, hiszen egyszerű a fogazószerszám geometriája, és különböző átmérőjű fogaskerek is kialakíthatók egy szerszámmal.
2. Nem érzékeny a szerelési hibákból adódó tengelytáv-változásra.
3. A fogazati normálerő iránya a kapcsolódás során állandó, így nyugodt járás jön létre.

Az első pont esetünkben nem érdekes, hiszen általános osztógörbéjű fogaskereket CNC technológiával fogunk előállítani, nem speciális fogazógépekkel. A második pontban olvasható érv nem teljesül nemköralakú fogaskerek esetén. Általában ugyanis az osztógörbe adott pontban vett érintője, és a pont, illetve a fogaskerék tengelye által meghatározott szakasz nem merőleges egymásra (33. ábra). Ebből adódóan a fogak kapcsolódó felületei a legkülönbözőbb szögekben állhatnak a középponthoz képest. Emiatt a tengelytávot minden esetben fontos pontosan beállítani nemköralakú fogaskerek esetén, kimondottan nagy áttétel-ingadozások esetén. A normálerő iránya nemköralakú fogaskereknél nem állandó, bár valószínűleg jobb, mint ciklois hajtások esetén. Ezt részletesebben nem vizsgáltam.



33. ábra

Az osztógörbe adott pontban vett érintője, és a tengely kapcsolata

Ezzel szemben az evolvens fogazat hátrányai jelentkeznek a nemköralakú fogaskerek esetén is. Például az alámetszés.

A ciklois fogazatok hátrányait-előnyeit szintén ismerjük [1,5]. Költségesen gyártható, illetve érzékeny a tengelytáv-változásra. Emellett kevésbé kopik, nagy a kapcsolószám, nem jelentkezik az alámetszés.

További kutatásokat igényel, de valószínűnek tartom, hogy a ciklois fogazatok alkalmasabbak nemköralakú fogaskerekéknél, főleg nagy áttétel-ingadozások esetén.

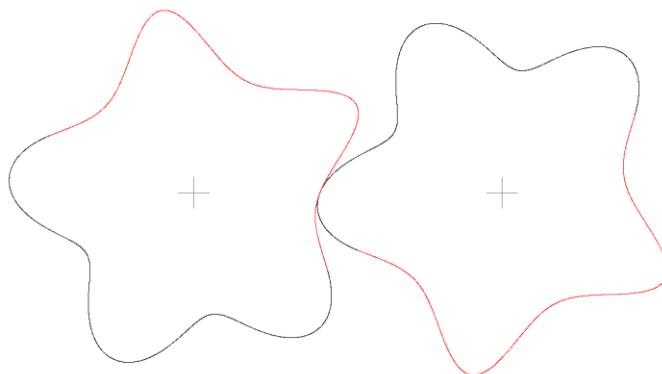
8.2. A FOGAZÁS MEGVALÓSÍTÁSA

A következő sorokban bemutatom az osztógörbék fogazatának megvalósítását. Az alkalmazott módszerben a két osztógörbe fogazása egymástól függetlenül történik, persze ugyanazzal a fogazószerszám-geometriával.

8.2.1. A FOGAZAT GEOMETRIÁJÁNAK MEGHATÁROZÁSA

Első lépésként a fogazóléc geometriáját kell módosítani. Azonos osztógörbéjű fogaskerek esetén a fogasléc csak a kerület egyik felén értelmezett. A kerület másik felén ugyanazt a fogaslécet kell legördíteni, csak megforgatva. Így, azonos geometriájú fogaskerek esetén középpontosan szimmetrikus fogazólécet használhatunk. Ha a fogaskerek teljes körülfordulást végeznek, akkor a fogazóléc végeit ki kell egészíteni periódikusan a megfelelő fogalakokkal.

Tekintsük például a következő azonos osztógörbéjű fogaskerékpárt:

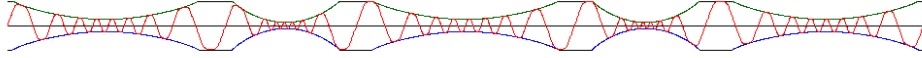


34. ábra

A befogazandó fogaskerékpár (a másik minta-osztógörbe a 32. ábra)

A piros osztógörbe-szakasz legördül a fekete osztógörbe-szakaszon

A fogaskerékpárnak a fekete szakaszon kiszámoltuk már az alkalmazott fogazólécét. Ezt ki kell egészítenünk a következőképpen:



35. ábra

A 34. ábrán látható osztógörbék fekete szakaszán legördülő fogazóléc

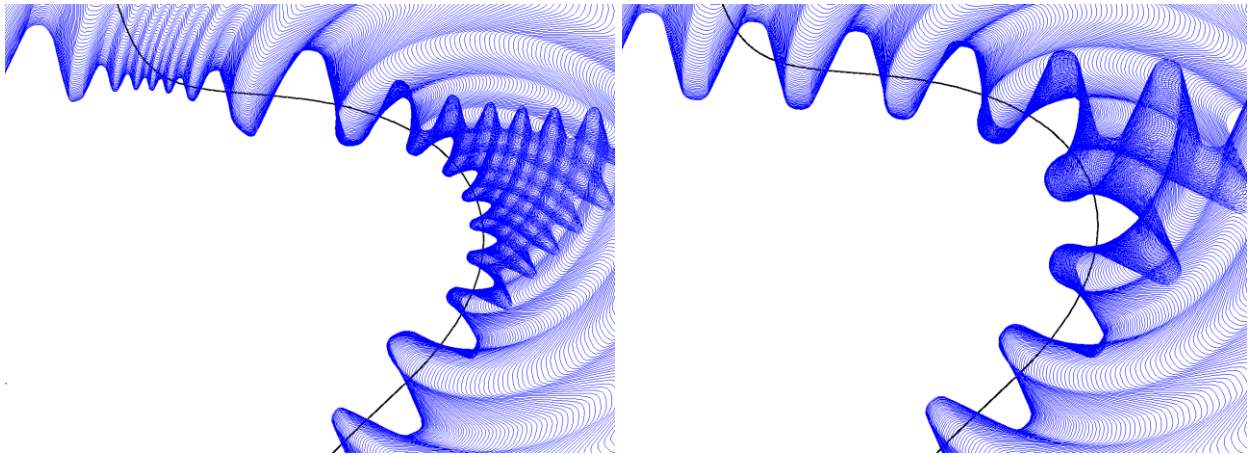


36. ábra

A középpontosan szimmetrikus teljes fogazóléc

A 36. ábrán látható a piros, illetve a fekete osztógörbe-szakaszokon legördülő fogazóléc-szakasz, illetve a periódikus folytatódás. A kék szakaszok nem zárt osztógörbék esetén nem szükségesek.

Miután a fogazólécünk ismert, a sokszög alakú osztógörbén le kell gördítenünk a fogazólécet.



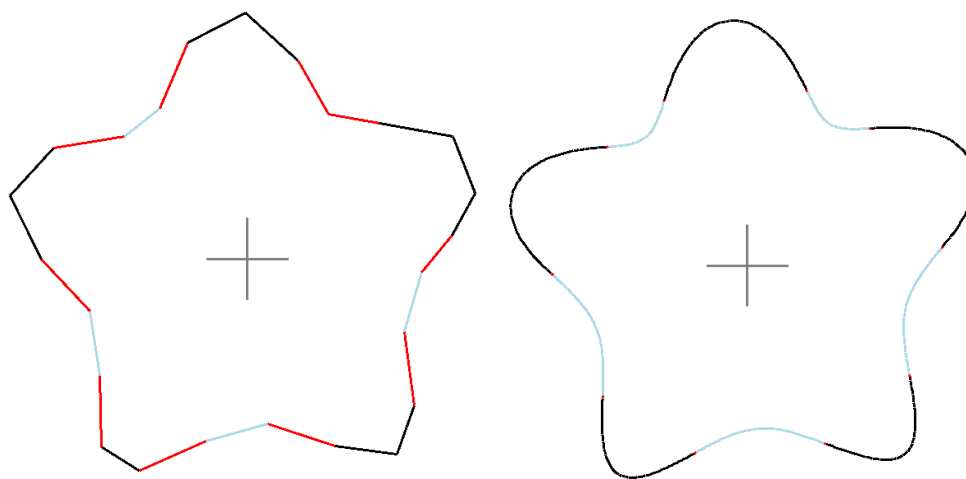
37. ábra

A fogasléc-legördítés folyamatának egy pillanata
jobboldalt állandó modulú fogak alkalmazása esetén

Az algoritmus, ami legenerálja a fogaskerék alakját, megkülönbözteti a homorú és domború szakaszokat. A folytonosan deriválható osztógörbék esetére [2]-ben találhatunk képletet, ami az osztógörbe adott pontjáról eldönti a konvexitást. Esetünkben azonban szakaszok határozzák meg az osztógörbét. Legyen az osztópontok bejárési sorrendje pozitív! Ha egy P_i osztópontban el akarjuk dönteni, hogy a görbe ott homorú-e vagy domború, akkor kell vennünk a $\underline{v}_1 = \overline{P_i P_{i-1}}$ és a $\underline{v}_2 = \overline{P_i P_{i+1}}$ vektorokat. Ezek a vektorok az (x, y) síkban vannak. Így, a $\underline{v}_1 \times \underline{v}_2$ vektornak csak z irányú komponense lesz. Mivel $\underline{v}_1$, $\underline{v}_2$, és $\underline{v}_1 \times \underline{v}_2$ vektorok jobbrendszer alkotnak [12], a keresztszorzással létrejött vektor z irányú komponensének előjele megadja a pontban, hogy a görbe homorú-e, vagy domború. A pozitív bejárás miatt a keresztszorzat negatív értéke esetén

domború, míg pozitív értéke esetén homorú az osztógörbe a P_i osztópontban. Nullához közeli érték esetén az osztópont inflexiós pont. Ezesetben nincs is szükség az osztópontra, hiszen két szomszédját összekötő szakaszon található.

Fogazásnál elsősorban szakaszokon szeretnénk értelmezni a domborúságot. Ez megtehető minden szakasz esetében az öt meghatározó két osztópont domborúságából. Ha mindkét pontban domború az osztógörbe, akkor a szakaszon is domborúnak vesszük. Hasonlóan, ha mindkét pontban homorú, akkor a szakaszon is homorú. Ha az osztópontok közül az egyik domború, míg a másik homorú, akkor a szakaszt inflexiós pontnak vesszük. Így az osztógörbét feloszthatjuk domború és homorú részekre, melyek egymást követő azonos tulajdonságú szakaszokból állnak. Minden egymást követő homorú és domború szakasz között van egy inflexiós szakasz. Ritkán, túl kevés osztópont, vagy pontatlan osztópont-hely meghatározás esetén előfordulhat, hogy több inflexiós szakasz követi egymást.



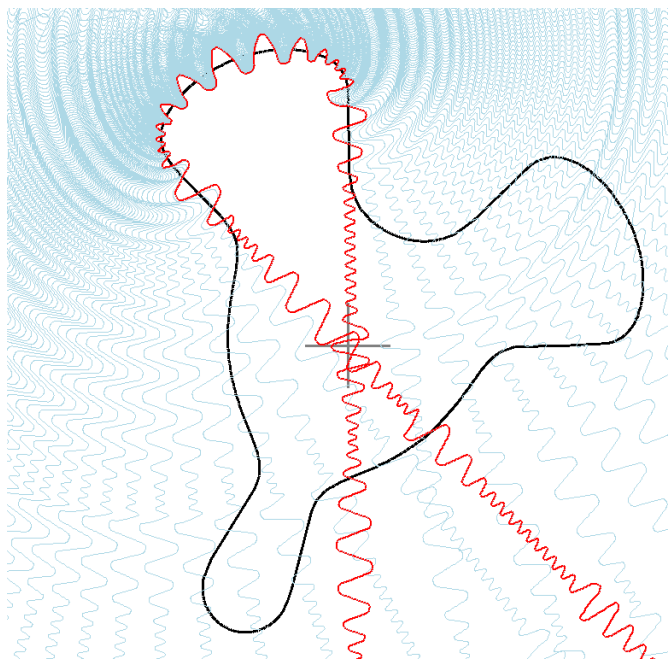
38. ábra

Az osztógörbe homorú és domború szakaszai kevesebb, illetve több osztópont esetén
Fekete: domború szakasz, kék: homorú szakasz, piros: inflexiós szakasz

Ezt követően két inflexiós szakasz közötti részen egy egyszerű algoritmussal meghatározhatjuk a fogazat geometriáját. Végül ezeket a fogazatokat fogjuk összekötni egy teljes fogazattá.

Egy szakaszon a fogazás történhet a teljes fogazószerszám töröttvonalon való legördítésével. A fogazószerszám minden egyes állásában először megnézzük, hogy a már elkészült fogazatot hol metszik. A metszéspontok ismeretében meghatározható a fogazat új alakja.

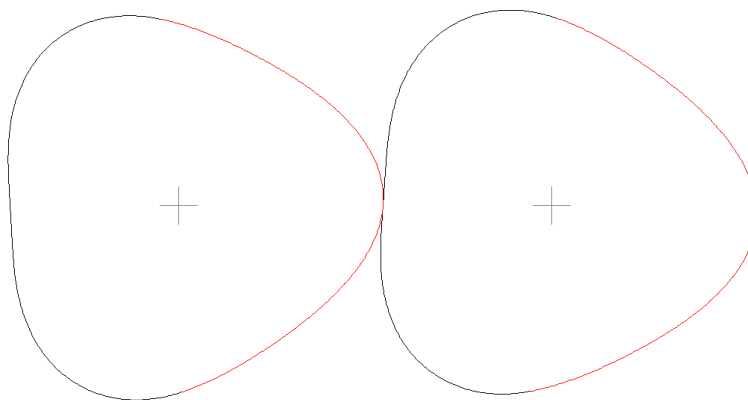
A fogazás során fel kell készülni egypár nehézségre. Elképzelhető domború részeknél, hogy a fogazás körbeér. Ez nem zavar minket csak domború szakaszokból álló osztógörbénél. Azonban más esetben problémás lehet (39. ábra). Erre a problémára van egy egyszerű megoldás. Töröljük azokat a metszéspontokat, amelyek nem kellenek nekünk. Ezután a program úgy fogja hinni, mintha az adott ponton nem metszenék egymást a szakaszok. Ezzel a módszerrel létre lehet hozni nyílt szakasz-sorozatot, mint amit a 39. ábrán is láthatunk.



39. ábra

A domború szakasznál alkalmazott fogazás során összeérő fogazat-végpontok

Egy másik jelenséggel is találkozhatunk fogazás során. Elképzelető, hogy az osztógörbe hosszú egyeneshez közeli részt tartalmaz, amelyet rengeteg osztópont ír le. Egy ilyen típusú osztógörbét láthatunk a 40. ábrán:

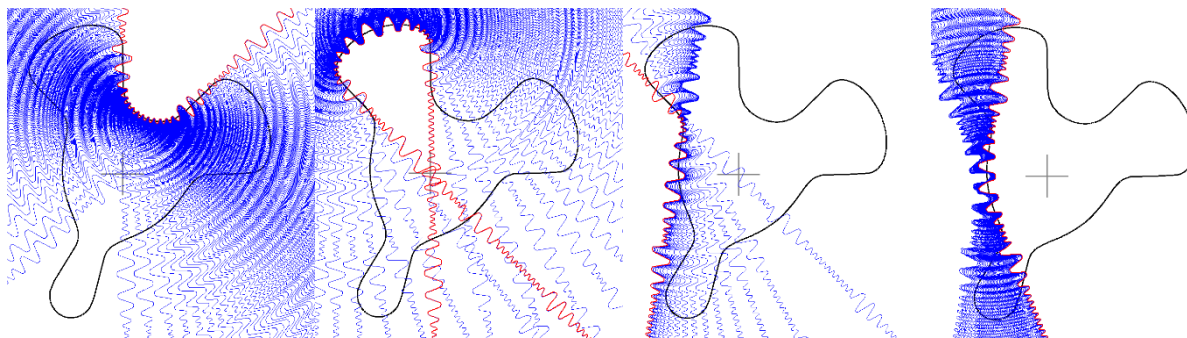


40. ábra

Hosszú egyeneshez közeli osztógörbe-rész sok osztóponttal

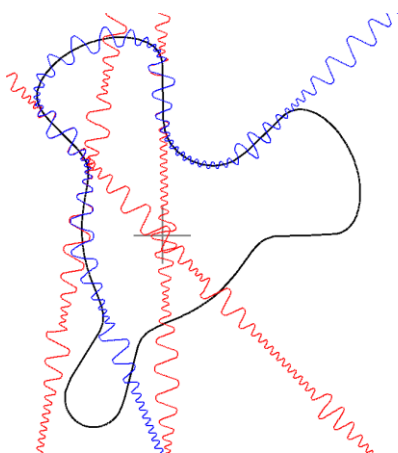
Az ábrán láthatjuk, hogy a közel egyenes osztógörbe-rész egy nem egyenes osztógörbe-résszel kapcsolódik, így alakult ki a helyzet. A közel egyenes rész fogazása során, mivel sok szakaszból áll, rengeteg metszéspont keletkezik, melyek nagyon sok szakaszból álló fogazatot eredményez. Az ábrán látható esetben elég gyorsan megtelt a memória a fogazás miatt.

A probléma megoldása, hogy a fogazószerszám legördítése során az osztógörbének ne minden szakaszánál “vágjunk” vele. Helyette csak azoknál a szakaszoknál, amelyek egy bizonyos szögnel nagyobbban térnek el egymástól. Nagyon kis szögeknél nem is érdemes külön foglalkozni a homorú-domború szakaszokkal. A 40. ábrán látható osztógörbében van egy alig észrevehető homorulat.



41. ábra

Az osztógörbe homorú-domború részeinél külön-külön kiszámolt fogazatok

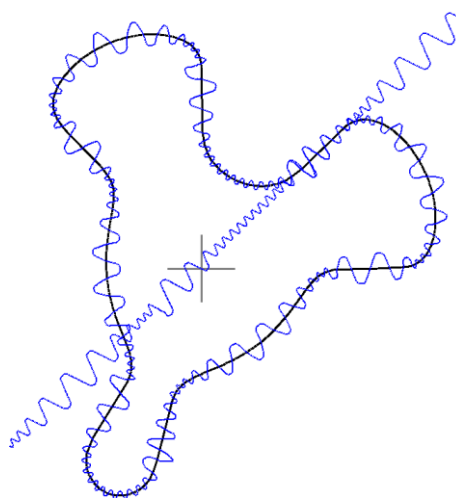


42. ábra

Az osztógörbe egyes részeinek összefűzése

kék: összefűzött fogazat, piros: egyes homorú és domború részek befogazva

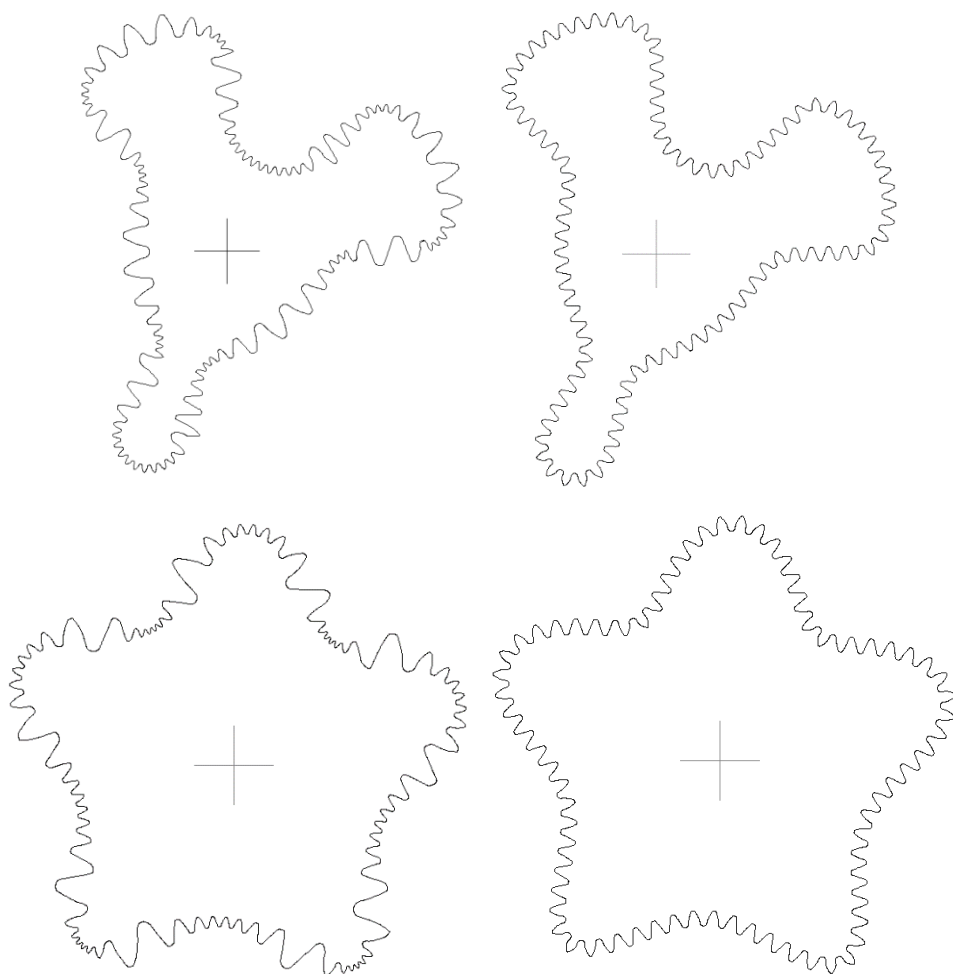
Az osztógörbe homorú és domború szakaszainak megfogazása után egyesíteni kell a fogazatot meghatározó töröttvonalat. A kapott görbe a következő alakot ölti:



43. ábra

A majdnem kész fogaskerék

A körbeérés során maradt még egy kis hiba a fogazatban. Ezért, metsszük a fogazatot önmagával! Nyilván a szakaszok önmagukkal párhuzamosak. Ha kizárjuk egymással párhuzamos szakaszok metszését, megkaphatjuk a keresett kis számú metszéspontot, amelynek a segítségével megadható a fogaskerék geometriája.



44. ábra

A kész, de még ellenőrizetlen fogaskerekek változó, illetve állandó modul esetén

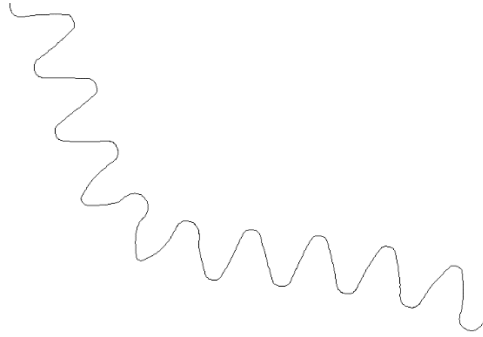
Fogaskerék	Osztógörbe	Fogazóléc	Fogaskerék	Generálási idő
Bal felső	630 pont	9641 pont	8768 pont	32 s
Jobb felső	630 pont	10689 pont	9998 pont	35 s
Bal alsó	630 pont	9001 pont	8640 pont	31 s
Jobb alsó	630 pont	9001 pont	8734 pont	31 s

2. táblázat

Fogaskerekek geometriája előállításának futásideje

8.2.2. AZ ELLENŐRZÉS FOLYAMATA

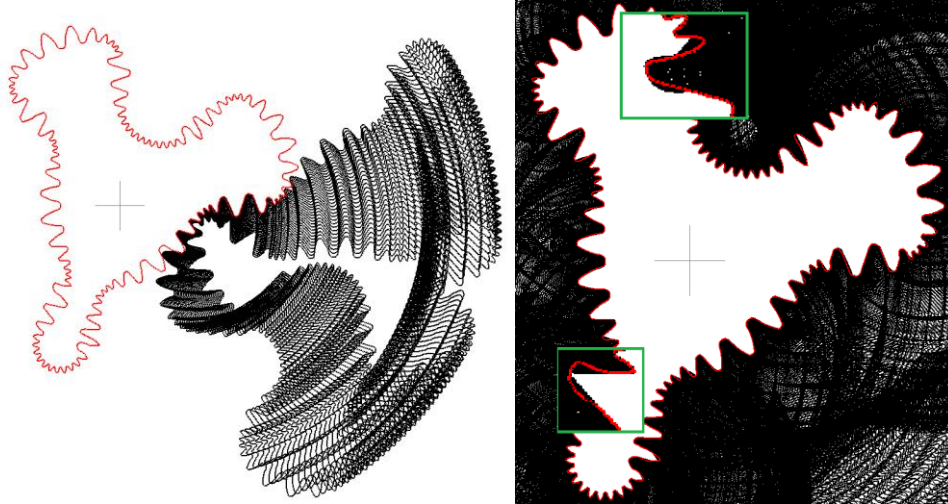
A fogazás végén ellenőriznünk kell a kapcsolódó fogaskerekeket, hogy a fogaik nem akadályozzák-e egymást. Hiszen, az alkalmazott algoritmus, ha megengedettnél nagyobb modult alkalmazunk, akár a “levegőbe” is eredményezhet alámetszést.



45. ábra

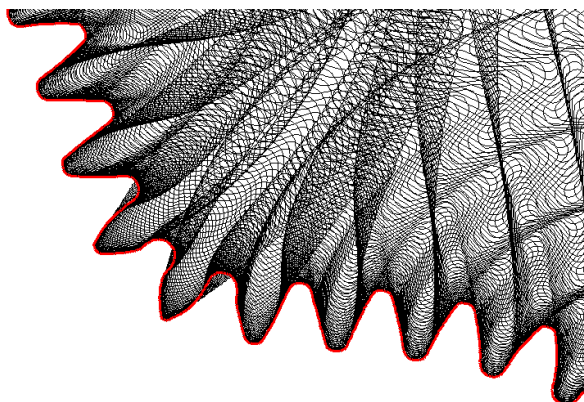
Hibás fogprofilok a fogaskerék homorú szakaszán

Ellenőrzésképpen le kell gördíteniük a fogaskerekeket egymáson. Az eredményül kapott fogaskeréken a kapcsolószám [10] sok esetben lecsökkenhet. Az ellenőrző algoritmus eltávolít evolvens íveket a fogazatról, ezáltal megszűnik egyes fogak közötti kapcsolat. Az eredeti, és az ellenőrzött fogaskerék közötti különbségből látható, hogy hol kell csökkenteni a modult.



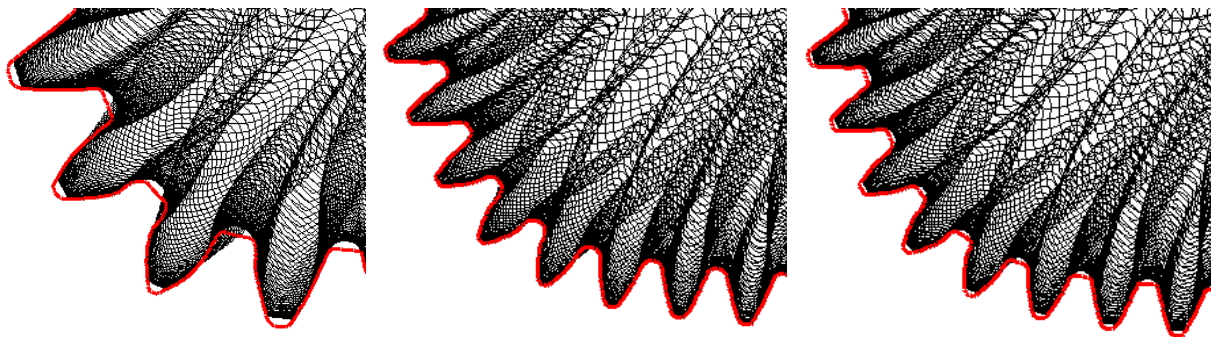
46. ábra

Az ellenőrzés folyamata, illetve a végeredmény



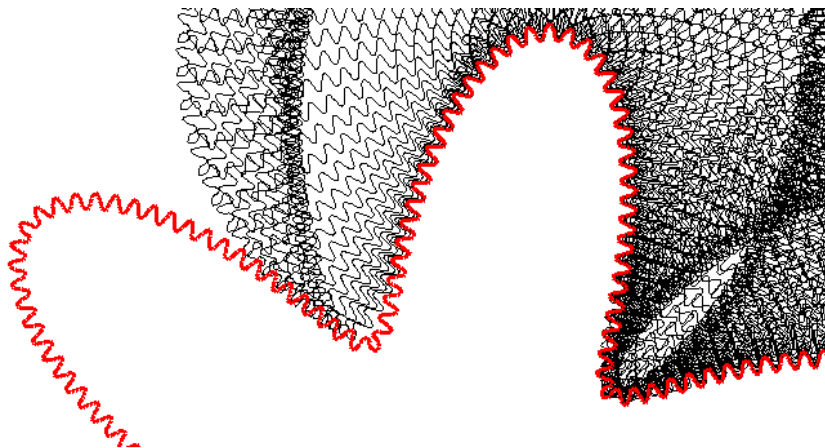
47. ábra

A 44. ábra bal alsó fogaskerekének ellenőrzése



48. ábra

A 47. ábrán látható hiba mértékének csökkentése a fogazóléc-geometria változtatásával, illetve a modul csökkentésével



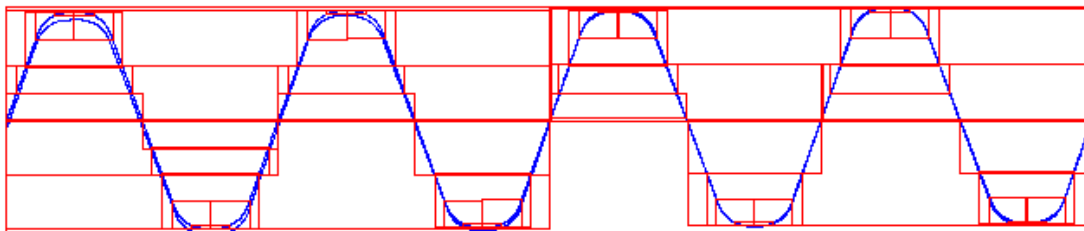
49. ábra

Az osztógörbék érintőirányú relatív hibájából adódó hiba

8.2.3. AZ ALKALMAZOTT FUTÁSIDŐ-CSÖKKENTŐ MÓDSZER

A fogazó algoritmus rendkívül időigényes. Hiszen, két nagyon egyszerű geometriájú, legalább 200-200 szakaszból álló fogazóléc esetén a fogazóléc egyik állásának minden szakaszát meg kell vizsgálnunk, metszi-e a fogazóléc másik állásának tetszőleges szakaszát? Így összesen 40000 műveletet kell elvégeznünk a fogazóléc két állásánál a metszéspontok meghatározásához. Az osztógörbe párszáz-párezer osztópontból áll, 12 millió-120 millió műveletre biztosan szükség van. Ennyi műveletet a mai számítógépek nem végeznek el másodpercek alatt. Tapasztalataim alapján egyszerű algoritmussal 324 szakaszból álló fogazóléc egy 556 pontból álló osztógörbét 20 percen át fogazott (≈ 58 millió művelet). Ha a fogaskereket nagy pontossággal szeretnénk gyártani, esetleg lekerekítést alkalmazunk a fogazószerszámnál, akkor mind az osztógörbét, mind a fogazószerszámot több pontból kell összeállítanunk. Az utólagos ellenőrzések is szükségesek, hogy a fogak nem akadnak-e egymásba. Tehát, nem mindegy, milyen gyorsan kapjuk meg a fogazat geometriáját. Ezért optimalizálni kell a programot.

A fogazóléc két állásában tetszőleges szakasz nem metszheti a másik állásban a másik tetszőleges szakaszt. Ezért, felbonthatjuk a fogazószerszámok által meghatározott területet darabokra, és a tartományokban külön-külön elvégezhetjük a metszéspontok meghatározását. Az algoritmusomban rekurzívan határozom meg a futásidő szempontjából optimális tartományokat. Ha egy tartományban túl sok a fogazóléc szakaszai számának szorzata, ami a futásidővel áll egyenes arányban, akkor felbontom a területet négy részre, és külön-külön dolgozok velük tovább. Természetesen vannak olyan tartományok, amelyeket többször fel kell bontani kisebb tartományokra, míg vannak olyanok is, amelyek egyáltalán nem tartalmazznak szakaszokat.



50. ábra

A fogazóléc különböző állásai által meghatározott terület, és felbontása kisebb részekre

8.3. UTÓMUNKÁLATOK

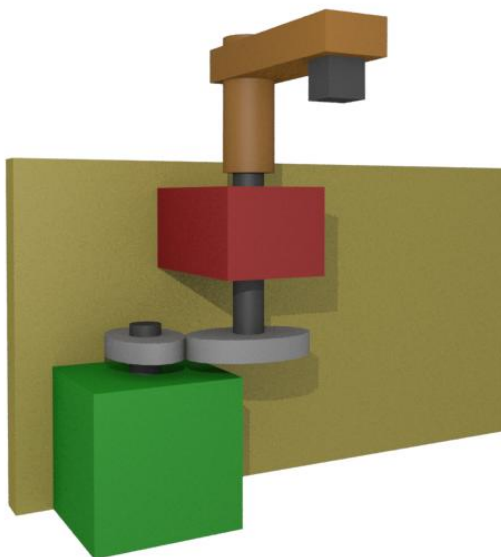
Az elkészült fogaskerék-geometriából AutoCAD fájl kell létrehozni, hogy gyártható legyen. Erre a feladatra egy könnyen programozható módszert adott Laczik Bálint [4]-ben.

A program jelenlegi verziójában a fogazatnak elméleti geometriáját adja meg. Ezt korrigálnunk kell, a fogaskerék kontúrját normálirányban adott mérettel el kell tolni. Ez biztosítja, hogy a gyártási hibák esetén se szoruljanak össze a fogaskerek, illetve kicsit nagyobb szabadságot enged meg a tengelytávolságra. A korrigálás AutoCAD-ben elvégezhető az OFFSET paranccsal.

9. EGY FOGASKERÉKPÁR TERVEZÉSE

9.1. A MEGOLDANDÓ FELADAT

A fejezetben egy egyszerű robotmozgató szerkezet tervezésének lépéseit mutatom be. Egy hengerkoordinátás robot [14] hajtóművét szeretnénk megvalósítani. Ennek a robotnak adott két tetszőleges szögállás közötti mozgásának időszükségletét szeretnénk csökkenteni előírt maximális szöggyorsulás, és maximális szöggyorsulás-változás mellett. A robot hajtásának vázlata látható az 51. ábrán. A kar mozgatása során a bemenő fordulatszám állandó (zöld motor). Ezt követi a tervezendő nemköralakú fogaskerékpár, melynek feladata, hogy a robotkar forgása közben növelje, majd csökkentse a szögsebességet, hogy a lehető legkevesebb idő alatt megérkezzen a kar az új állásába. A fogaskerékpár csak egy adott szögeltérést biztosít, amely nekünk nem elegendő, így szükséges egy fokozatmentes lassítás beépítése a hajtásláncba (piros). Ez történhet bolygóművet felhasználó fokozatmentes sebességváltó segítségével [15]. A megfelelő áttétel biztosítja, hogy a nemköralakú fogaskerékpár fix szögelfordulására a robotkar a megfelelő szöggel mozduljon el.



51. ábra
A robot felépítése

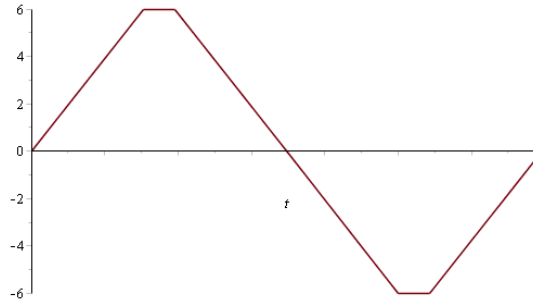
Ha a fogaskerek osztógörbéje zárt görbe, akkor a hajtás több, egymást követő elfordulást is a lehető leggyorsabban tesz meg. Ha az osztógörbék szimmetrikusak, akkor a visszafele forgás is ugyanúgy optimálisan történik.

Ha a bemenő fordulatszám rögzített érték, akkor a hajtómű tetszőleges szögeltérés esetén azonos ideig fogja mozgatni a robotkart. Így csak adott szögeltérés esetén fog a robotkar az előírt maximális szöggyorsulással mozogni. A következőkben bemutatott fogaskerek tervezésekor a teljes, 2π szögelfordulás esetén fellépő maximális szöggyorsulással számoltam.

9.2. AZ ÁTTÉTEL-FÜGGVÉNY

A következő sorokban eltekintek néhány képlet közlésétől. Az egyszerűbbeket bárki könnyen felírja. A későbbieket pedig könnyen meghatározhatja valamilyen analitikus számításokra képes matematikai programmal, például Maple-lel. Az így kiszámolt képletek többsége rendkívül bonyolult.

A robotkar mozgása során a megadott feltételek alapján elsőként a szöggyorsulás-függvényt kell meghatározni az idő függvényében. A függvény jellegre a következőképpen néz ki ($\varepsilon_{max} = 6 \frac{1}{s^2}$, $\dot{\varepsilon}_{max} = 10 \frac{1}{s^3}$):



52. ábra

Az $\varepsilon(t)$ gyorsulás-függvény

A tervezés ezen pillanatában nem ismert a függvény értelmezési tartományának T hossza. Csak, annyit tudunk, hogy a fogaskerek a mozgás során 2π szöget fognak fordulni. Így, felírva a T paramétertől szintén függő $\varphi(t)$ elfordulás-függvényt az $\varepsilon(t)$ szöggyorsulás-függvény kétszeri integrálásával a $[0, T]$ intervallumon, megkapható a T időpont pontos értéke a következő egyenletből:

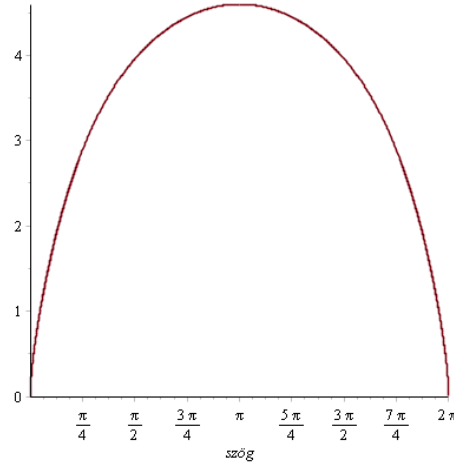
$$\varphi(T) = 2\pi \quad (34)$$

Ezt követően keressük a szögsebességet az elfordulás függvényében, hogy majd megkapjuk az áttétel-függvényt. Ismert a $\varphi(t)$ elfordulás-függvény, ami természetesen monoton növekvő függvény a $[0, T]$ intervallumon. Így, létezik inverze. Legyen az inverz függvénye $t(\varphi)$! Az $\omega(t)$ szögsebesség-függvényt az idő szerint megkapjuk az elfordulás-függvény deriválásával. Így az elfordulástól függő $\omega(t(\varphi))$ szögsebesség-függvény.

Az $i(\varphi)$ áttétel-függvényt definiálhatjuk hajtott kerék szögsebességének és a hajtó kerék szögsebességének hányadosaként. Mivel állandó bemenő fordulatszámot szeretnénk elérni, így a szükséges áttétel megkapható $i(\varphi) = C \cdot \omega(\varphi)$ alakban, ahol C egy, bemenő fordulatszámtól függő konstans érték.

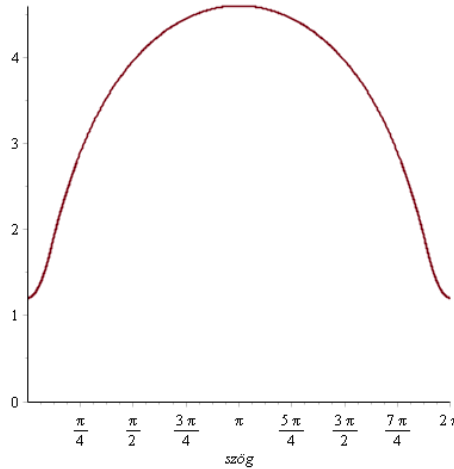
Az elvárt áttétel-függvény síkban fogaskerekkel megvalósíthatatlan, hiszen a függvény lecsökken nullára. Ezért megváltoztattam a szögsebesség-függvényt. A tartomány két végén parabolával közelítettem (54. ábra). Ez a módosítás a robotkar mozgásának indulásakor elvileg hirtelen szögsebesség-változást eredményez, hirtelen szöggyorsulás-változást nem. Gyakorlatban a meghajtás szögsebessége nem tekinthető konstansnak, a motor gyorsulása, illetve lassulása kompenzálja a kerekítés miatt fellépő hirtelen szögsebesség-változást. Ha a kisebb intervallumon

közelítjük a szögsebesség-függvényt, akkor a fogaskerek egy pontján a görbületi sugár nagyon kicsi lesz. A fogazás korlátai miatt az ilyen helyzetekben több fogaskerékpárral kell megoldani a mozgás átvitelét.



53. ábra

Az $\omega(\varphi)$ eredeti szögsebesség-függvény



54. ábra

A parabolákkal módosított $\omega^*(\varphi)$ szögsebesség-függvény.

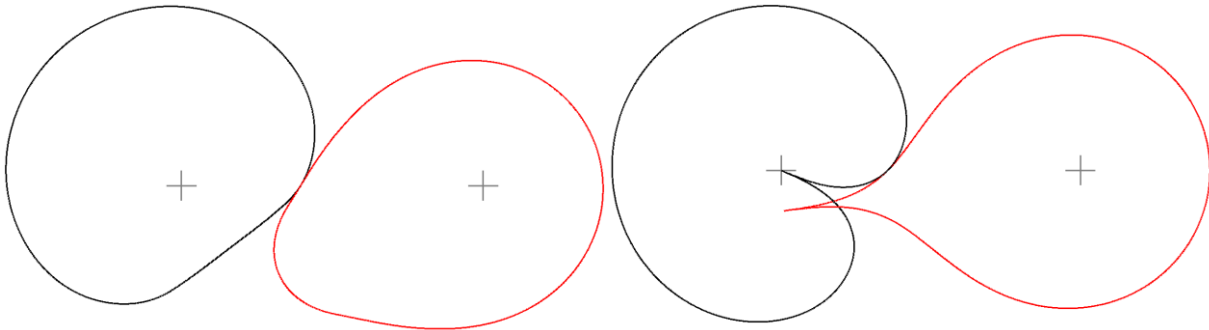
A következő lépés az áttétel-függvény meghatározása. Ha az érték tetszőlegesen megválasztható, azaz a bemenő fordulatszámra nincs korlátozás, akkor érdemes úgy megválasztani a C értékét, hogy a hajtó fogaskerék osztógörbéje is zárt legyen. Ez akkor teljesül, ha fennáll a következő összefüggés:

$$\int_0^{2\pi} i^*(\varphi) d\varphi = \int_0^{2\pi} C \cdot \omega^*(\varphi) d\varphi = 2\pi \quad (35)$$

A konstans tag meghatározása után megvan a keresett $i^*(\varphi)$ áttételfüggvény.

9.3. AZ OSZTÓGÖRBÉK MEGHATÁROZÁSA

A hajtó kerék osztógörbéje adódik az $r_1(\varphi) = \frac{T \cdot i^*(\varphi)}{i^*(\varphi)+1}$ összefüggésből, míg a hajtott kerék osztógörbéje az dolgozatban bemutatott algoritmus alapján.

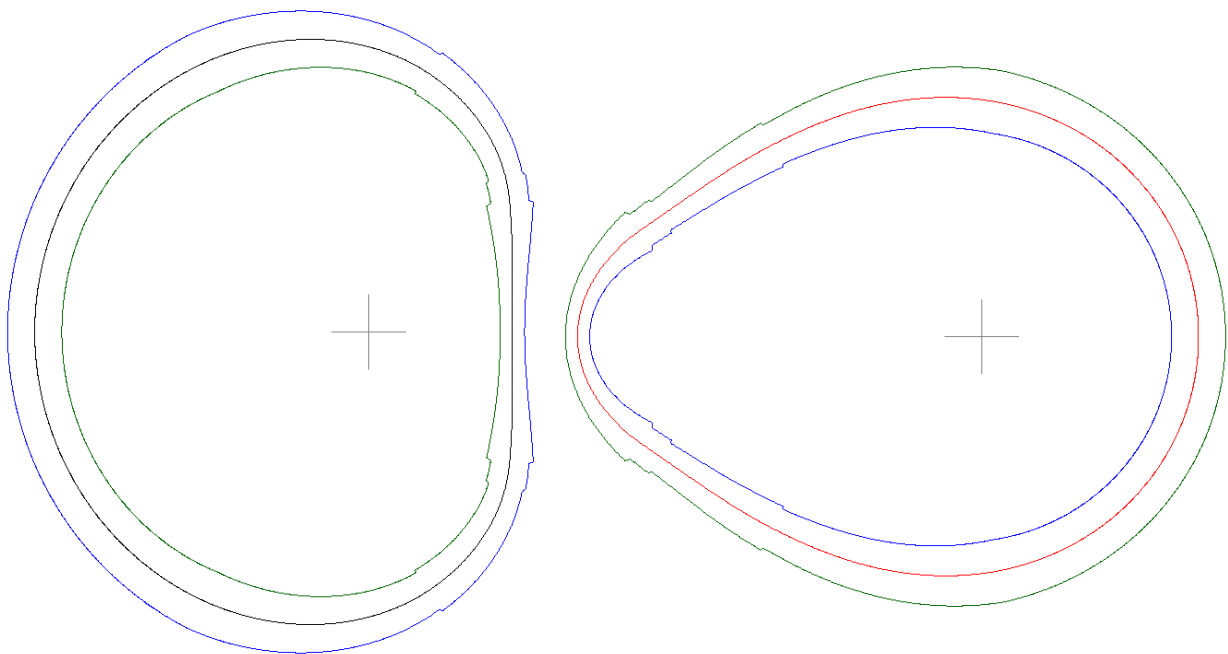


55. ábra

A módosított, illetve az eredeti áttétel-függvényből kapott osztógörbe-párok
fekete: hajtó, piros: hajtott kerék osztógörbéje

9.4. A FOGAZÓLÉC-GEOMETRIA MEGHATÁROZÁSA

Elsőként határozzuk meg a fogasléc-geometriát! A fogméreteket befolyásolja a fogaskerekek görbületi sugara.



56. ábra

A görbületi sugártól függő megengedhető fogméret

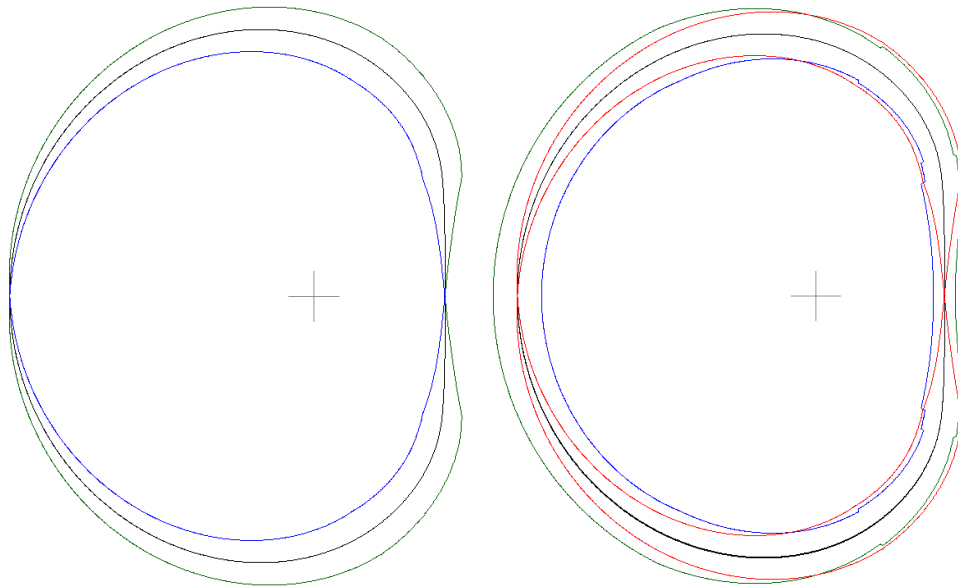
Az ábrán látható fogméret-ugrások oka, hogy a szöggyorsulás-függvény nem differenciálható. Így, láthatjuk az ábrán a gyorsulás-függvény három szakaszát, illetve, a parabolával történő lekerekítés tartományát.

A fogak szükséges méretét a rájuk ható erők befolyásolják. A kerület mentén fellépő erők arányosak a fogaskerekre ható nyomatékokkal és így a hajtott kerék, illetve a robotkar szöggyorsulásával, és fordítottan arányosak a kerék sugarával. A hajtó kereken felírható az összefüggés:

$$F(\varphi) \sim \frac{M(\varphi)}{r_1(\varphi)} \sim \frac{\varepsilon^*(\varphi)}{r_1(\varphi)} \quad (36)$$

A képletben szereplő szöggyorsulás-függvényt analitikusan is meghatározhatjuk a módosított szögsebesség-függvény deriválásával, mely az osztópontok szög-, és sugár-értékeiből is megkapható.

A kerület mentén fellépő erő és a szükséges fogmodul között lineáris összefüggést feltételezve szintén kaphatunk egy fogméret-függvényt a kerület mentén.

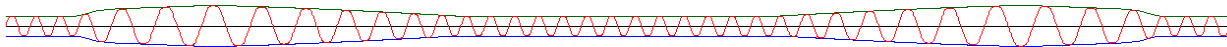


57. ábra

A szükséges fogméret a kerület mentén fellépő erőből
A jobboldali ábrán láthatunk egy összehasonlítást a kétféleképpen meghatározott fogmagasság-függvényre.

Látható, hogy az erőátvitelhez szükséges fogméret és az alámetszés nélkül megvalósítható fogméret között nincs nagy különbség. Ennek megfelelően a fogazóléc geometriáját az erő alapján kiszámolt értékek alapján hozhatjuk létre.

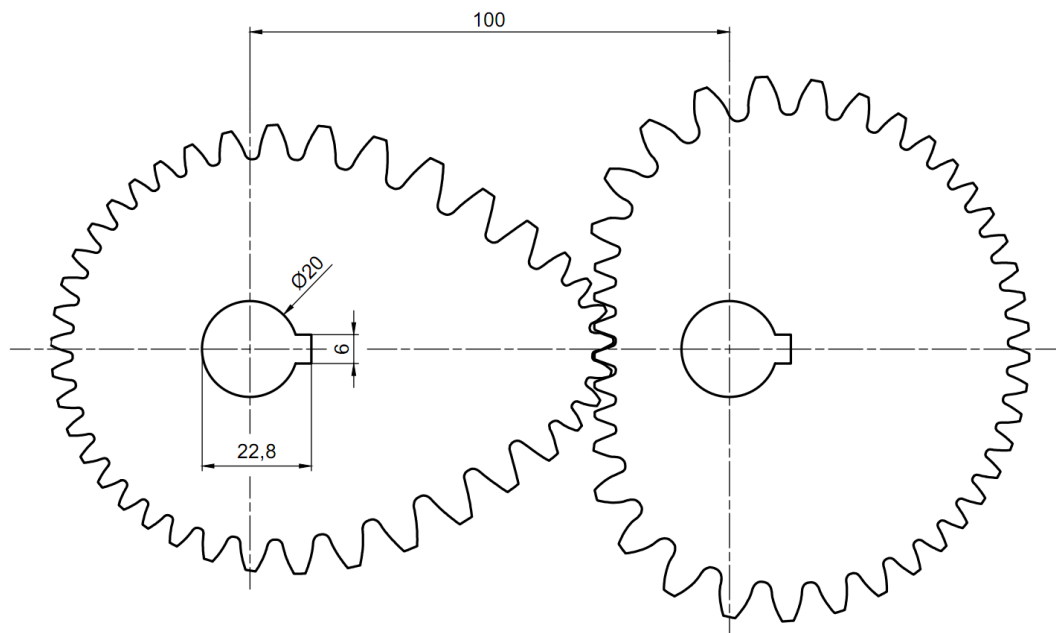
Legyen a fogaskerek tengelytávja $T = 100$ mm, és írjunk elő minimálisan $m = 2$ mm-es modul! A modul választása az osztógörbe minden pontján megfelel a görbületi sugárból adódó korlátozásnak. Ekkor a fogazóléc geometriája a következőképpen néz ki:



58. ábra
A fogazóléc geometriája

9.5. A FOGASKERÉK GEOMETRIÁJÁNAK MEGHATÁROZÁSA

Ezt követően a fogaskerek geometriája az bemutatott algoritmus segítségével meghatározható. A fogak profilját módosítottam, hogy a fejmagasság mindenhol kisebb legyen, mint a lábmagasság. Jelen esetben nincs szükség a fogazat ellenőrzésére, mert egyik fogaskerék osztógörbéje sem tartalmaz homorú részt.



59. ábra
Az elkészült fogaskerék-geometriák



60. ábra
A gyorsprototípusgyártással elkészült bemutató fogaskerek

10. ÖSSZEFOGLALÁS

TDK dolgozatomban nemköralakú fogaskerek tervezési lehetőségeit vizsgáltam, és megvalósítottam egy általános nemköralakú fogaskerék tervező keretrendszert. Az osztógörbék előállításának egy új módszerét fedeztem fel. Az elméleti osztógörbét közelítő sokszög alakú osztógörbe osztópontainak a számát minimalizáltam adott hibatűrés mellett. Adtam egy módszert a fogaskerek adott pontjain megengedhető maximális alkalmazható modul felső becslésére, illetve változó modulú fogasléc előállítására. Végül, megvalósítottam a fogazást a szakirodalomban is ismert módon, és elvégeztem a fogazat ellenőrzését, hogy valóban megfelelő geometriát állítottunk-e elő. Dolgozatomban igyekeztem felhívni a figyelmet a tervezéskor előforduló hibákra.

10.1. TAPASZTALATOK

A programban a tervezés során rendkívül sok numerikus számításból adódó hiba lép fel. Emiatt nem sebességkritikus részeknél, például az osztógörbe-generálásnál, illetve a fogazóléc-generálásnál érdemes analitikus számításokat biztosító programozási környezetet, például Maple-t használni. Ennek híján minden egyes lebegőpontos számokkal történő műveletet nagyon alaposan meg kell vizsgálni, okoz-e problémát, vagy sem.

A programomban a foggeometria meghatározását töröttvonalak segítségével hoztam létre. Ha alaposabban belegondolunk, ezen töröttvonalak belső burkolóját nagyon bonyolult programozási feladat meghatározni. Ha csak arra az esetre térünk ki, hogy két töröttvonal metszéspontja egy-egy szakaszuk metszéspontja lehet, akkor számos váratlan meglepetésben lesz részünk (pl, elvileg páros számú metszéspontra számítunk, ehelyett páratlan számú metszéspontot kapunk). Ezen problémák többsége korrigálható.

A fix tengelytávú, változó áttételű, változó modulú fogaskerek TDK dolgozatomban bemutatott szintű általános előállító-, és ellenőrző programja legalább 3000 soros. Az általam megvalósított generáló program C# programozási környezetben jött létre.

10.2. TOVÁBBFEJLESZTÉSI LEHETŐSÉGEK

A nemköralakú fogaskerek témaköre rendkívül színes. A jelenlegi számítógépes tervezés mellett már könnyen megvalósíthatók ezek a ritka gépelemek. Dolgozatom keretein belül leginkább a geometriai tervezéssel foglalkoztam. Azonban a gyakorlati használhatósághoz tapasztalat, vagy komoly szilárdsági méretezések kellenek. Komoly továbbfejlesztési lehetőséget jelent a pontonként vett kapcsolószám, illetve fogtőszilárdság vizsgálat. Ezeket lehetőleg méretezéskor kellene meghatározni. Ha ez nem lehetséges, akkor iterációs módszerrel ellenőrizni kell, majd esetlegesen módosítani a foggeometriát. Az egyenesfogazat helyett alkalmazható ferdefogazat is, melyek geometriai és szilárdsági méretezése további kutatásokat igényel.

A fogazat generálása többféle módon is történhet. Ezeket a lehetőségeket dolgozatomban csak említés szintjén írtam le. Jelentős lehetőségeket látok a ciklois fogazatokban, azonban ezek vizsgálata is további kutatásokat igényel.

A gyakorlati használhatóság szempontjából fontos lenne egy jó összefoglaló létrehozása, amely összeveti a tiszta csuklós mechanizmusokat és a nemköralakú hengeres fogaskereket alkalmazó szerkezeteket.

FELHASZNÁLT IRODALOM

- [1] **Ф.Л.Литвин:** *Некруглые зубчатые колеса*, МАШГИЗ, Москва-Ленинград, 1956, [203]
- [2] **F. L. Litvin:** *A fogaskerék kapcsolat elmélete*, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1972, [605], ETO-621.833
- [3] **F. L. Litvin:** *Noncircular Gears – Design and Generation*, Cambridge, 2009, [204], ISBN-978-0-521-76170-3
- [4] **Laczik Bálint:** *Változó áttételű hengeres fogaskerekek*, Doktori disszertáció, BME, 2008
- [5] **Laczik Bálint:** *Design and Manufacturing of Non-Circular Gears by Given Transfer Function*, Proc. of ICT 2007 Miskolc, 2007, pp. 101-109
- [6] **Laczik Bálint:** *Egy Leonardo-vázlathoz... Excentrikus, kör alakú evolvens fogaskerékkel kapcsolódó ellenkerék tervezése és gyártása*, A Dunaújvárosi Főiskola Közleményei, XXVIII, Dunaújváros, 2006, pp. 87-94
- [7] **Laczik Bálint:** *Involute Profile of Non-Circular Gears*, [10], http://gearexpert.free.fr/fichiers_pdf/Non%20circular%20gear.pdf
Elérés dátuma: 2013. október 24.
- [8] **Igor Zaberski, Tadeusz Salacinski:** *Designing of Non-Circular Gears*, The Archive of Mechanical Engineering, Vol. LV, No. 3, pp. 275-292, 2008, [18]
- [9] Najing Plusplus Software Co., Ltd. honlapja
<http://www.8625plusplus.com>
Elérés dátuma: 2013. október 24.
- [10] **Simon, Kozma, Molnár, Karsai, Nguyen Hoang, Király:** *Gépelemek 2.*, Műegyetemi Kiadó, Budapest, 2008.
- [11] **Gergő Lajos:** *Numerikus módszerek*, ELTE Eötvös Kiadó, 2010, [332], ISBN-978-963-312-034-7
- [12] **Wetl Ferenc:** *Lineáris algebra*, Typotex, 2011, [455]
<http://tankonyvtar.ttk.bme.hu/pdf/14.pdf>
Elérés dátuma: 2013. október 24.
- [13] **Michalovszky Csabáné:** *Négyjegyű függvénytáblázatok, összefüggések és adatok*, Nemzeti Tankönyvkiadó, 2008, [368], ISBN-9789631957037

- [14] **Yoram Koren:** *Robotics for Engineers*, Mcgraw-Hill, 1985, [350], ISBN978-0070353992
- [15] **Czégé Levente:** *Fokozat nélküli kapcsolt bolygóműves sebességváltók tervezési kérdései*, Doktori disszertáció, Miskolci Egyetem, 2009.