

Debreceni Egyetem
Természettudományi és Technológiai Kar
Kísérleti Fizikai Tanszék
MTA Atommagkutató Intézete

Héjmodellspektrum az alaptól a szuperdeformált állapotig

Készítette:
Riczu Gábor
Fizikus MSc-hallgató

Témavezetők:
Dr. Cseh József
Tudományos tanácsadó, egyetemi magántanár
Dr. Darai Judit
Egyetemi adjunktus

2014.05.13

Tartalomjegyzék

1. Bevezetés	3
2. Modellterépítés.....	6
2.1. A számítógépes program	6
2.2. Modellterek.....	8
3. Energiaszámítás	11
3.1 Energiafunkcionál.....	11
3.2. Egy 2 minimumú görbe előállítása.....	13
4. Elektromágneses átmenetek	17
5. Eredmények.....	19
5.1. Héjmodellspektrumok	19
5.2. Klaszterspektrumok	25
6. Összefoglalás és kitekintés	28
7. Köszönetnyilvánítás	29
8. Felhasznált irodalom	30
9. 1. Függelék.....	31

1. Bevezetés

Dolgozatomban atommagok spektrumának egyszerű modellszámítását mutatom be. A vizsgált fizikai jelenség az atommagok erős deformációjával kapcsolatos.

Szuperdeformálnak nevezzük a magot, ha egyik irányban kétszer olyan hosszú, mint a másik kettőben. A legtöbb atommagot sok nukleon építi fel, és az a körülmény, hogy éppen a 2:1:1 tengelyarányú alak létezik és stabilis távolról sem magától értetődő [1]. "Ez az egymással kölcsönhatásban álló nukleonok kényes egyensúlyának a következménye, amit az elméleti magszerkezeti megfontolások megjósoltak és kísérleti vizsgálatok sok esetben igazoltak. Különösen érdekesek azok az atommagok, amelyekben a protonok (Z) és a neutronok (N) száma azonos és páros. Ezek kiváló mikrofizikai laboratóriumai olyan jelenségeknek, amelyek más magokban nem tanulmányozhatók. Tekintsük például a párképződést! Ezt a jelenséget a szilárdtestfizikából "importálta" a magfizika. Csak mivel a magokat kétféle fermion (proton és neutron) építi fel, a magfizikában kétféle, ún. izoskalár és izovektor párképződés is létezik. Ezek versengése csak az $N=Z$ -páros magokban tanulmányozható igazán. Hasonlóképpen kitüntetett helyei ezek a magok a kvartetképződésnek (két proton és két neutron csoportosulásának), továbbá az ahhoz hasonló alfa-klaszterizációnak is. Ilyen magokban szuperdeformált állapotokat csak a 2000-es években találtak." [1]

E dolgozat keretében azt vizsgálom, hogy egyszerű, analitikus megoldással rendelkező modellel le tudjuk-e írni az atommag spektrumát mind az alapállapot, mind a szuperdeformált állapot környékén. A szakirodalom nyelvén az első és második völgyben elhelyezkedő állapotok egységes kezelése a cél. Ez az elnevezés arra utal, hogy a magok energiáját a kvadrupólus deformáció függvényének tekintve az alapállapot környékén van az első lokális minimum, és a szuperdeformált állapot környékén a második. Ez a feladat két részből áll.

Először meg kell szerkeszteni a modellteret, vagyis a bázisállapotok teljes rendszerét, ami alkalmas a magállapotok leírására a gerjesztési energia és a deformáció tág tartományában. Ennek a feladatnak a megoldására a korábbi TDK-munkámban egy számítógépes programot szerkesztettem [2]. Ez a program FORTRAN nyelven készült, amit a feladatnak a más kutatásokhoz való viszonya szabott meg. Dolgozatom 2. fejezetében először röviden

összefoglalom e program jellemzőit. Az előző TDK-dolgozatomban bemutatott programokat csupán kevésbé kellett módosítanom, és fejlesztenem. Ez az alfejezet a jelen munkám szempontjából történelmi előzménynek tekinthető. A 2.2. alfejezetben bemutatok néhány modellteret, amit a programom felhasználásával számítottam ki, $N=Z$ magokra.

Dolgozatom 3. és 4. fejezete az energiaszámítással ill. az elektromágneses átmenetek meghatározásával foglalkozik. Olyan egyszerű modellt alkalmaztunk, amiben az energia sajátértéke is és az átmeneti valószínűség is analitikus úton nyerhető. Erre igen alkalmasak az algebrai modellek. Ha egy operátor részalgebráknak egy egymásba skatulyázott láncához tartozó invariáns operátorokkal fejezhető ki, akkor annak sajátérték-problémája analitikusan megoldható [3]. Az ilyen energiaoperátorral rendelkező rendszerre azt mondjuk, hogy (sérült) dinamikai szimmetriával rendelkezik. A héjmodellnek azt a változatát alkalmaztuk, amelyben a térbeli szabadsági fokok $U(3)$, a spin-izospin térbeliké pedig $U(4)$ -es szimmetriával rendelkeznek. Az adott feladat szempontjából csak a spin-izospin zérus (skalár) állapotoknak van fontossága, ezért a Hamilton-operátort az

$$U(3) \supset SU(3) \supset SO(3) \quad (1)$$

algebralánc invariáns operátoraival fejeztük ki.

A magszerkezet kísérleti és elméleti vizsgálatának közös konklúziója, hogy a kvadrupólus deformáció függvényében az alapállapot (abszolút) minimumon kívül fellép egy második (lokális) minimum is, a szuperdeformáció környékén. Ez elég általános jelenség, bár nem minden mag esetében egyformán szembeszökő. Valójában a probléma nem egyparaméteres, tehát a dolog attól is függ, milyen közelítést alkalmazunk, mégis nagy vonalakban ilyen viselkedésről beszélhetünk. A 3.2. alfejezetben azt a problémát tárgyalom, hogy ilyen energiagörbe hogyan kapható meg az (1) algebralánc invariáns operátoraival. Munkámnak ez a része egy algebrai feladatot jelent, ez nem tartalmaz gépi számolást.

Az 5. fejezetben a ^{28}Si atommag kísérletileg ismert energiaspektrumát írjuk le egyszerű modellünk segítségével. Annak oka, hogy választásunk erre a magra esett a következőkben összegezhető.

1. Aránylag részletes ismeretek léteznek a kísérleti oldalról.
2. Az állapotok jelentős része rotációs sávokba rendezhető, ráadásul ezek SU(3) szimmetriája is ismeretes, több kísérleti és elméleti munka összevetéséből [4,5,8].
3. Az elmúlt évben kísérleti [6] és elméleti [7] vizsgálatok együttesen jól megalapozott jelöltet szolgáltatottak a ^{28}Si szuperdeformált állapotára.

Ez a feladat szabad paramétereket tartalmazó zárt képletekkel kifejezett energia várható értékeknek a kísérleti adatokhoz történő illesztését kívánja meg. A paramétereket a legkisebb négyzetek módszerével illesztettem.

Az 5.2. fejezet azt taglalja, hogy a kísérleti megfigyelés szempontjából fontos klaszterspektrumok, a $^{12}\text{C}+^{16}\text{O}$ valamint $^{24}\text{Mg}+^4\text{He}$ hogyan nyerhetők a héjmodell leírásunkból. A szerkezetmodellek ilyen összefüggésének feltárása különösen előnyös vonása a szimmetriákra alapozott elméletnek.

A 6. fejezet rövid összefoglalást tartalmaz.

2. Modelltérépítés

2.1. A számítógépes program

A bevezetőben írtak szerint ahhoz, hogy egy atommag energiaspektrumát leírjuk, szükséges ismerni a modellterét. A modellteret, vagyis a bázisállapotok rendszerét pedig egy korábbi TDK-munkámban írt héjmodelltér szerkesztő programmal határozom meg, aminek fizikai háttere a következőkben foglalható össze.

A héjmodell az atommagszerkezet egyik alapvető modellje, talán a legsikeresebb. Bevezetői Nobel-díjat kaptak az alapötletért. A magot, mint protonok és neutronok együttesét írja le, melyek egy átlagos, az összes nukleon által létrehozott térben mozognak. Pontosabban az abban kialakuló egyrészecske-állapotokat foglalják el, és egymással is kölcsönhatnak, azon túl is, amit az átlagtér képes tekintetbe venni. Ez úgynevezett mikroszkópikus magmodell, ami a nukleonok szabadsági fokait egyenként veszi tekintetbe. Mégis elég egyszerű leírást eredményez, annak köszönhetően, hogy az egyrészecske-állapotok csoportosulnak, héjakat alkotnak. Ha egy héj teljesen betöltődik, akkor az azt alkotó nukleonok csupán az átlagtérhez járulnak hozzá, ezért részletes leírásukra nincs szükség. Ennélfogva a tekintetbe veendő szabadsági fokok száma kezelhetően mérsékelt marad. Fontossága és sikere miatt érthetően többféle héjmodell létezik. Talán a leginkább szokásos felosztásuk az impulzusmomentum-csatolás szerint tesz köztük különbséget. A protonok és a neutronok $s=1/2$ spinnel rendelkeznek, és természetesen a térbeli mozgásukhoz is tartozik impulzusmomentum (l). A soknukleon-rendszer impulzusmomentumát előállíthatjuk úgy is, hogy elsőként összegezzük az egyes nukleonok pályá- és spinmomentumát (j), és ezeknek vesszük az eredőjét (J). Az ilyen modellt j - j csatolású modellnek hívják. Ez kb. a nehéz, 40-es tömegszám fölötti magoknál tükrözi a valóságot, mert ekkor az egyes nukleonok spin- és pályamomentumai között erősebb a csatolás, mint az eredő spin-, és pályamomentum között. Eljárhatunk azonban úgy is, hogy a nukleonok pályamomentumát csatoljuk össze (L), és ugyanezt tesszük a spinekkel (S), és végül ezek eredőjeként áll elő a mag teljes impulzusmomentuma (J). Ez az L - S csatolás modellje, ami a könnyű, 40-es tömegszám alatti

magoknál hasznos, mert itt az előző módszerrel szemben a nukleonok spin- és pályamomentumai között van gyengébb csatolás. Az általam írt héjmodelltárszerkesztő program L-S csatolt héjmodellteret épít, amiben a nukleonok térbeli viselkedését az Elliott által bevezetett U(3) modell segítségével írjuk le. A spin-izospin szabadsági fokokat Wigner U(4)-es (szupermultiplett) szimmetriája adja.

2.2 Modellterek

Az előző fejezetben a modelltér szerkesztő program fizikai tartalmáról szoltam, de ahhoz, hogy pontosan megértsük, mit is számol, szükséges látni egy számolás eredményét.

Ez a program output a ^{28}Si modellterét ábrázolja 0 $\hbar\omega$ gerjesztésnél, azaz alapállapotnál, valamint 1 $\hbar\omega$ gerjesztésnél. Az első három oszlopban az U(3)-as kvantumszámok szerepelnek, amiknek jelentése a következő: Az általában sokdimenziós reprezentáció egyetlen, ún. legnagyobb súlyú állapotában adják az említett n_z n_x n_y U(3)-as kvantumszámokat, aminek jelentése ebben az állapotban az, hogy, hogyan oszlanak el az oszcillátor kvantumok z, x és y irányban. Az összes többi állapotban más a kvantumok eloszlása, de ugyanarról a reprezentációról van szó. Az ezt követő két oszlopban az SU(3)-as kvantumszámok vannak feltüntetve, amiket az U(3)-as kvantumszámokból kapunk a következő egyszerű összefüggések szerint:

$$\begin{aligned}\lambda &= n_z - n_x \\ \mu &= n_x - n_y\end{aligned}\tag{2}$$

Az utolsó oszlopban pedig a multiplicitások szerepelnek.

0 $\hbar\omega$					
U(3)			SU(3)		
n_z	n_x	n_y	λ	μ	m
20	8	8	12	0	1
16	16	4	0	12	1
17	14	5	3	9	1
19	10	7	9	3	1
18	12	6	6	6	1
18	10	8	8	2	2
16	14	6	2	8	2
17	12	7	5	5	2
17	11	8	6	3	2
16	13	7	3	6	2
17	10	9	7	1	1
15	14	7	1	7	1
16	12	8	4	4	4
16	11	9	5	2	1
15	13	8	2	5	1
16	10	10	6	0	3
14	14	8	0	6	3
15	12	9	3	3	3
15	11	10	4	1	1
14	13	9	1	4	1
14	12	10	2	2	3
12	12	12	0	0	2

1. táblázat. A ^{28}Si atommag modelltere a legelső főhéjon. A nulla spinű és izospinű állapotok U(3) és SU(3) kvantumszámait tüntettük fel. Az utolsó oszlop a multiplicitást mutatja.

1 hw					
U(3)		SU(3)			
n_z	n_x	n_y	λ	μ	m
22	8	7	14	1	1
21	10	6	11	4	1
19	14	4	5	10	1
20	12	5	8	7	1
21	9	7	12	2	2
21	8	8	13	0	1
18	15	4	3	11	1
17	16	4	1	12	1
20	11	6	9	5	2
19	13	5	6	8	2
20	10	7	10	3	6
18	14	5	4	9	4
20	9	8	11	1	5
19	12	6	7	6	6
17	15	5	2	10	5
16	16	5	0	11	3
19	11	7	8	4	12
18	13	6	5	7	10
19	10	8	9	2	14
19	9	9	10	0	5
17	14	6	3	8	14
18	12	7	6	5	21
16	15	6	1	9	10
18	11	8	7	3	25
17	13	7	4	6	27
18	10	9	8	1	19
16	14	7	2	7	27
17	12	8	5	4	39
15	15	7	0	8	10
17	11	9	6	2	35
16	13	8	3	5	42
17	10	10	7	0	16
15	14	8	1	6	29
16	12	9	4	3	48
16	11	10	5	1	32
15	13	9	2	4	41
14	14	9	0	5	18
15	12	10	3	2	40
15	11	11	4	0	14
14	13	10	1	3	27
14	12	11	2	1	21
13	13	11	0	2	8
13	12	12	1	0	5

2. táblázat. A ^{28}Si atommag modelltere az első gerjesztett főhéjon.

Meghatároztam a ^{12}C és ^{40}Ca közötti magtartományban a páros-páros $N=Z$ atommagok modellterét a következő tartományban: A spin-izospin-térben az $U(4)$ -es szimmetria skalár $[N/2, N/2, N/2, N/2]$ szektorokat vettem. Az $U(3)$ -as szimmetriát pedig addig a főhég gerjesztésig határoztam meg, amíg a program (könyvtári subroutine része) lehetővé teszi az elhanyagolás mentes számolást. Ez a ^{12}C és ^{16}O magban $6\hbar\omega$, a nehezebbekben $5\hbar\omega$. Ezután pedig kiszámoltam, hogy ily módon hány dimenziós modellteret sikerült szerkeszteni az egyes magokban.

mag	gerjesztés ($\hbar\omega$)	dimenzió
^{12}C	6	249050
^{16}O	6	289569
^{20}Ne	5	4407219
^{24}Mg	5	84733037
^{28}Si	5	458957267
^{32}S	5	647214775
^{36}Ar	5	204950387
^{40}Ca	5	107583348

3. táblázat. A ^{12}C és ^{40}Ca közötti magtartományban a páros-páros $N=Z$ atommagok modellterének a dimenziói.

A ^{20}Ne esetében további szemléltetés érdekében meghatároztam azt is, hogy (főhégjanként) hány (pozitív, ill. negatív paritású) 0 impulzusmomentumú állapot van jelen.

gerjesztés ($\hbar\omega$)	$L=0^+$	$L=0^-$
0	4	
1		9
2	14	
3		19
4	24	
5		28

4. táblázat $L=0$ állapotok paritása a ^{20}Ne esetében.

3. Energiaszámítás

3.1. Energiafunkcionál

Most már tudjuk, milyen programmal számoljuk a modellteret, és láttuk egy számítás eredményét, de az energiaspektrum számoláshoz még szükség van az energia meghatározására, amit a következők szerint végzünk.

Olyan egyszerű modellt alkalmaztunk, amelyben az energia sajátértékproblémájának megoldása egzakt, analitikus úton nyerhető. Erre az algebrai modellek alkalmasak. Ha az operátor részalgebráknak egy egymásba skatulyázott láncához tartozó invariáns operátorokkal fejezhető ki, akkor a probléma analitikusan megoldható [3]. Az ilyen energiaoperátorral rendelkező rendszerre azt mondjuk, hogy (sérült) dinamikai szimmetriával rendelkezik. A héjmodellnek azt a változatát alkalmaztuk, amelyben a térbeli szabadsági fokok $U(3)$, a spin-izospin térbeliek pedig $U(4)$ -es szimmetriával rendelkeznek. (Ez illeszkedik a programhoz.) Mivel az adott feladat szempontjából csak a spin-izospin zérus (skalár) állapotoknak van fontossága, ezért a Hamilton-operátort az

$$\begin{array}{ccccc} U(3) & \supset & SU(3) & \supset & SO(3) \\ n_z, n_x, n_y & & \lambda, \mu & & L \end{array} \quad (3)$$

algebralánc invariáns operátoraival fejeztük ki. (Itt az $U(3)$ -as kvantumszámok az n_z, n_x, n_y , az $SU(3)$ kvantumszámok λ, μ , az $SO(3)$ -at pedig az L , azaz az impulzusmomentum kvantumszám jellemzi.) Ezekből az operátorokból sokféle energiaformula szerkeszthető, de most csak 3-at mutatok be, amiket spektrum számolására fogok használni (ugyanis az ezekkel kapott eredmények közelítettek legjobban a kísérleti adatokhoz):

$$E_1 = \gamma n + \delta C_{SU(3)}^{(2)} + \eta C_{SU(3)}^{(3)} + \beta L(L+1) \quad (4)$$

$$E_2 = \gamma n + \delta C_{SU(3)}^{(2)} + \eta C_{SU(3)}^{(3)} + \beta \frac{1}{2\Theta} L(L+1) \quad (5)$$

$$E_3 = \gamma n + \delta C_{SU(3)}^{(2)} + \beta \frac{1}{2\Theta} L(L+1) \quad (6)$$

Ahol γ egy tömegszámtól függő kifejezés, n az atommag oszcillátorkvantumainak a száma, $C_{SU(3)}^{(2)}$ az $SU(3)$ algebra másodrendű Casimir operátorának a várható értéke, $C_{SU(3)}^{(3)}$ pedig az $SU(3)$ algebra harmadrendű Casimir operátorának várható értéke, Θ a mag tehetetlenségi nyomatéka, L pedig az impulzusmomentuma. A δ , η , β illesztési paraméterek.

$$\gamma = 45A^{-\frac{1}{3}} - 25A^{-\frac{2}{3}} \quad (7)$$

$$n = n_z + n_x + n_y \quad (8)$$

$$C_{SU(3)}^{(2)} = \lambda^2 + \mu^2 + \lambda\mu + 3(\lambda + \mu) \quad (9)$$

$$C_{SU(3)}^{(3)} = (\lambda - \mu)(\lambda + 2\mu + 3)(2\lambda + \mu + 3) \quad (10)$$

Látható, hogy az energia γ , n , λ , μ , Θ , L függvénye. Az első négy mennyiségről már volt szó korábban, de az utolsó kettőről még nem. A Θ -t klasszikus mechanika szerint számoljuk, azaz a magot egy merev testnek tekintjük, az L pedig az $SU(3)$ kvantumszámokból kapható meg:

$$\text{Ha } K_L \neq 0$$

$$K_L = \min(\lambda, \mu), \min(\lambda, \mu) - 2, \dots, 1 \text{ vagy } 0$$

$$L = K_L, K_L + 1, \dots, K_L + \max(\lambda, \mu) \quad (11)$$

$$\text{Ha } K_L = 0$$

$$L = \max(\lambda, \mu), \max(\lambda, \mu) - 2, \dots, 1 \text{ vagy } 0$$

3.2. Egy 2 minimumú görbe előállítása

Mielőtt a dolgozat lényegével, azaz az energiaspektrum számolással foglalkoznánk, megmutatom, hogy a bevezetőben említett 2 völgyes (minimumos) energiagörbét hogyan lehet megkapni a (3) kvantumszámokat tartalmazó energiaformulából.

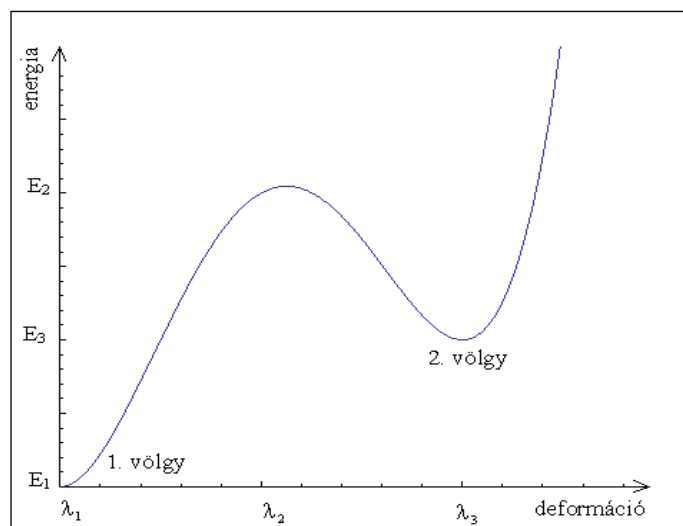
Az egyszerűség kedvéért alkalmazzunk olyan energiasajátértékeket, amik csak az n , λ , μ értékektől függenek, és csak tengelyszimmetrikus prolét állapotokat veszünk. Prolét állapotnál a mag egy irányban szivarszerűen megnyúlt. Ekkor a magalakot a $\lambda > \mu$ állapot írja le. Speciálisan a $\mu = 0$ állapot tengelyszimmetrikus lesz. Ez azért van így, mert a tengelyarányokat az alábbi képlet jellemzi

$$\frac{l_i}{l_j} = \frac{n_i + \frac{A}{2}}{n_j + \frac{A}{2}} \quad i, j = x, y, z \quad (12)$$

és mivel

$$\lambda > 0 \quad \mu = 0 \quad (13)$$

következik, hogy a mag valóban megnyúlt, tengelyszimmetrikus. Ilyen állapotban az energia már csak n és λ függvénye. Ha rendelkezésünkre állnak összetartozó n , λ párok, akkor a kettő közötti kapcsolatot közelíthetjük egy λ -tól függő polinommal, vagyis az energia egyetlen változó, a λ függvénye. Ha ezt az energiát a deformáció, jelen esetben λ függvényében ábrázoljuk, akkor 2 minimumos görbét kell kapnunk, ahol az egyik minimum az alap, a másik pedig a szuperdeformált állapotnál jelentkezik.



1. ábra. Egy tipikus kétminimumú energiagörbe a kvadrupólus deformáció függvényében. Az algebrai leírásukban a megnyúlt hengerszimmetrikus alakot a $(\lambda, 0)$ SU(3) szimmetria jellemzi, vagyis λ a deformáció mértéke.

A feladat tehát egy valós egyváltozós

$$\sum_{i=0}^n a_i \lambda^i \quad (14)$$

alakú n -ed fokú polinom előállítása, mely értelmezési tartományának nem negatív részén tetszőleges (λ_1, E_1) és (λ_3, E_3) pontokban lokális minimummal, (λ_2, E_2) pontban pedig lokális maximummal rendelkezik. Ennek a polinomnak a megtalálásához a következő állításokat fogjuk felhasználni:

1. állítás:

Az algebra alaptétele szerint egy komplex egyváltozós n -ed fokú polinomnak pontosan n db gyöke van multiplicitással számolva. Ebből következik, hogy egy valós egyváltozós n -ed fokú polinomnak legfeljebb n db gyöke lehet a valós számok körében.

2. állítás:

A Lagrange-interpoláció szerint $n+1$ db pontra mindig illeszthető egy n -ed fokú polinom, mely a következő alakú:

$$\sum_{i=1}^{n+1} E_i \prod_{j \neq i} \frac{(\lambda - \lambda_j)}{(\lambda_i - \lambda_j)} \quad (15)$$

3. állítás:

A Lagrange-interpolációs polinom és a polinomok szokásos (14)-es alakja közötti kapcsolat a következő:

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^{n+1} E_i \prod_{j \neq i} \frac{(\lambda - \lambda_j)}{(\lambda_i - \lambda_j)} = \\ & = (-1)^n \sum_{1 \leq i_1 < i_2 < \dots < i_n \leq n+1} \prod_{j=1}^n \lambda_{i_j} + \sum_{i=1}^{n-1} (-1)^{i+n} \sum_{j=1}^{n+1} \frac{\sum_{\substack{1 \leq l_1 < l_2 < \dots < l_m \leq n-i \\ k_p \neq i}} \prod_{q=1}^{n-i} \lambda_{l_q}}{\prod_{k \neq j} (\lambda_j - \lambda_k)} \lambda^i + \sum_{i=1}^{n+1} \frac{E_i}{\prod_{j \neq i} (\lambda_i - \lambda_j)} \lambda^n \end{aligned} \quad (16)$$

Mivel az előállítandó polinomnak az λ_1 , λ_2 és λ_3 pontokban lokális szélsőértékhelye van, ezért a deriváltjának ezekben a pontokban vannak a gyökei. Az 1. állítás szerint 3 db valós gyökkel egy legalább 3-ad fokú polinom rendelkezik, vagyis a kívánt polinom minimum 4-ed fokú kell, hogy legyen. Ennek tudatában tehát a továbbiakban egy 4-ed fokú polinomot keresünk. Az biztos, hogy illeszkednie kell a (λ_1, E_1) , (λ_2, E_2) és (λ_3, E_3) pontokra, ezért használhatjuk a Lagrange-interpolációs polinomot. Ha a (15)-be $n=4$ választással behelyettesítjük az előbbi három számpárt, akkor a fennmaradt λ_4 , E_4 , λ_5 és E_5 helyére bármilyen számot is írunk, nem rontjuk el az illeszkedést. Ez azt jelenti, hogy ezen számok változtatásával változtathatjuk a szélsőértékhelyeket, és ha helyesen választjuk meg őket, akkor ezek az értelmezési tartomány λ_1 , λ_2 és λ_3 pontjaira fognak esni. Ha deriváljuk a polinomot, akkor a deriváltjának az eredeti polinom szélsőértékei helyén lesznek a gyökei. Vagyis ha megköveteljük, hogy a deriváltjának λ_1 , λ_2 és λ_3 pontokban legyen 0 az értéke, akkor felírhatunk egy egyenletrendszert.

$$\frac{d}{d\lambda} \left[\sum_{i=1}^5 E_i \prod_{j \neq i} \frac{(\lambda_1 - \lambda_j)}{(\lambda_i - \lambda_j)} \right] = \sum_{i=1}^5 E_i \frac{\sum_{\substack{k \neq i \\ l \neq k}} \prod_{l \neq k} (\lambda_1 - \lambda_l)}{\prod_{j \neq i} (\lambda_i - \lambda_j)} = 0 \quad (17)$$

$$\frac{d}{d\lambda} \left[\sum_{i=1}^5 E_i \prod_{j \neq i} \frac{(\lambda_2 - \lambda_j)}{(\lambda_i - \lambda_j)} \right] = \sum_{i=1}^5 E_i \frac{\sum_{\substack{k \neq i \\ l \neq k}} \prod_{l \neq k} (\lambda_2 - \lambda_l)}{\prod_{j \neq i} (\lambda_i - \lambda_j)} = 0 \quad (18)$$

$$\frac{d}{d\lambda} \left[\sum_{i=1}^5 E_i \prod_{j \neq i} \frac{(\lambda_3 - \lambda_j)}{(\lambda_i - \lambda_j)} \right] = \sum_{i=1}^5 E_i \frac{\sum_{k \neq i} \prod_{l \neq k} (\lambda_3 - \lambda_l)}{\prod_{j \neq i} (\lambda_i - \lambda_j)} = 0 \quad (19)$$

Ez egy 3 egyenletből álló nemlineáris 4-edfokú egyenletrendszer, ahol a független változók λ_4 , E_4 , λ_5 és E_5 . Mivel 3 egyenletből áll, és 4 változónk van, ezért az egyiket tekinthetjük paraméternek, legyen ez a λ_5 . Ezt a feladatot még számítógéppel valamilyen numerikus módszert használva is sokáig tarthat megoldani, ezért célszerű először elgondolkodni, hátha kínálkozik egy egyszerűbb megoldás. Láthatjuk, hogy az E_4 és az E_5 csak elsőfokú szorzóként van jelen, ezért ezeket könnyen kifejezhetjük. Az (17)-ből fejezzük ki E_4 -et majd ezt a kifejezést írjuk be (18)-ba és (19)-be. Ezután az átírt (18)-ból fejezzük ki E_5 -öt, és a kifejezést helyettesítsük be az átírt (19)-be. Ekkor (19) egy csak λ_4 -től függő 4-ed fokú egyenlet, amit már gyorsan meg lehet oldani akár analitikusan akár numerikusan. Ha megoldottuk, akkor λ_4 -et visszahelyettesítve (18)-ba megkaphatjuk E_5 -öt, majd λ_4 -et és E_5 -öt az (17)-be írva megkapjuk E_4 -et is. Tehát megoldottuk az egyenletrendszert, vagyis nincs más dolgunk, mint az E_i -k és λ_i -k értékét behelyettesíteni (16)-ba, hogy a megszokott formában írassuk fel a kapott polinomot:

(20)

$$\sum_{1 \leq i_1 < i_2 < \dots < i_n \leq 4+1} \prod_{j=1}^4 \lambda_{i_j} + \sum_{i=1}^3 (-1) \sum_{j=1}^{i+4} \frac{\sum_{\substack{1 \leq l_1 < l_2 < \dots < l_m \leq 4-i \\ k_p \neq i}} \prod_{q=1}^{4-i} \lambda_{l_q}}{\prod_{k \neq j} (\lambda_j - \lambda_k)} \lambda^i + \sum_{i=1}^5 \frac{E_i}{\prod_{j \neq i} (\lambda_i - \lambda_j)} \lambda^4$$

4. Elektromágneses átmenetek

Az atommagok különböző állapotokban létezhetnek, melyeket különböző fizikai mennyiségek jellemeznek, mint pl. energia, impulzusmomentum, paritás, stb. Két állapot közötti átmenet valamilyen sugárzás, vagy részecske kibocsátásával valósulhat meg, amely nem sérti a megmaradási törvényeket. Ha gerjesztett állapotból kerül a mag egy kisebb energiájú állapotba, és feltételezzük, hogy nem változik meg az összetétele (azaz nem emittál részecskét, csak gamma sugárzást), akkor beszélünk elektromágneses átmenetről. Ezek az átmenetek a kibocsátott gamma sugárzás jellegétől függően lehetnek elektromos multipolaritásúak: elektromos dipól (E1), elektromos kvadrupól (E2), elektromos oktapól (E3) stb. és mágneses multipolaritásúak: mágneses dipól (M1), mágneses kvadrupól (M2), mágneses oktapól (M3) stb. Azonos multipolaritás mellett az elektromos átmenetek a valószínűbbek, valamint atommagoknál az E2 átmenetek dominálnak, ezért a továbbiakban az E2 átmenetről lesz szó [9].

Először nézzük meg, hogy mikor mehet végbe E2 átmenet. Ez csak akkor valósulhat meg, ha nem sérti az impulzusmomentum- és a paritásmegmaradást. Egy L multipolaritású elektromágneses átmenetnél akkor nem sérül a perdületmegmaradás, ha teljesül a háromszög-egyenlőtlenség:

$$|L_1 - L_2| \leq L \leq L_1 + L_2 \quad (21)$$

ahol L_1 a mag kezdeti és L_2 a mag végállapot impulzusmomentuma. E2-nél $L=2$, azaz (21)-ből következik, hogy $\Delta L = 0, \pm 1, \pm 2$ lehet, továbbá nem lehetséges $0 \leftrightarrow 0$, és $0 \leftrightarrow 1$ átmenet.

A paritásmegmaradás szerint

$$\Pi_2 = (-1)^L \Pi_1 \quad (22)$$

teljesülnie kell, azaz a kezdeti és végállapot paritása meg kell, hogy egyezzen. Az előbbi impulzusmomentumra és paritásra megállapított feltételeket nevezik kiválasztási

szabályoknak is. Ezek a szabályok azonban többféle átmenetet is megengedhetnek, amiknek a bekövetkezési valószínűségük nem egyforma. Egy E2 átmenet valószínűségét kísérletileg meg lehet határozni. Ahhoz viszont, hogy a megmért értékből következtetni lehessen a magszerkezetre, célszerű elméleti úton is meghatározni a valószínűségeket, hogy össze lehessen hasonlítani a kísérlet eredményével. Victor Weisskopf abból a feltételezésből vezetett le képleteket, hogy a magban csupán egyetlen proton változtatja meg az állapotát. Ezeket a formulákat Weisskopf egységeknak hívják [10]. Elektromágneses átmentre a következő [11]:

$$B_w(EL) = \left(\frac{1}{4\pi} \right) \left[\frac{3}{3+L} \right]^2 (1,2A^{1/3})^{2L} e^2 fm^{2L} \quad (23)$$

Ebből E2 átmenetre kapjuk, hogy:

$$B_w(E2) = 0,0594A^{4/3} e^2 fm^4 \quad (24)$$

Ha tehát egy kísérletileg mért átmeneti valószínűség a Weisskopf egység közelébe esik, akkor feltételezhetjük, hogy a magban egyetlen proton ugrott egy magasabb energiájú állapotból egy alacsonyabb energiájúba. Ha a kísérletileg mért átmeneti valószínűség sokkal nagyobb, mint a Weisskopf egység, akkor általában az atommag kollektív átrendeződéséről, forgásáról, rezgéséről van szó, amelyek több nukleont is érintenek [10].

Az átmeneti valószínűségeket az általunk használt algebrai formalizmusban a következő két képlet segítségével számoltuk [12], [13]:

$$B(E2, L_1 \rightarrow L_2) = \frac{2L_2 + 1}{2L_1 + 1} \alpha^2 \left| \langle (\lambda\mu)KL_1, (11)2 \| (\lambda\mu)KL_2 \rangle \right|^2 C_{SU(3)}^2 \quad (25)$$

$$B(E2, L_1 \rightarrow L_2) = \frac{1}{2L_1 + 1} \frac{\langle (\lambda\mu)KL_2 \| T^{E2} \| (\lambda\mu)KL_1 \rangle^2}{q^2} \quad (26)$$

Itt $\langle (\lambda\mu)KL_1, (11)2 \| (\lambda\mu)KL_2 \rangle$ Wigner koefficiensek, melyeket egy Fortran nyelvű program segítségével számoltam, a $\langle (\lambda\mu)KL_2 \| T^{E2} \| (\lambda\mu)KL_1 \rangle$ pedig az E2 operátor redukált mátrixeleme, amiknek értékeit bizonyos esetekre a rendelkezésre álló analitikus formulák segítségével határoztam meg [13]. α^2 és q^2 illesztési paraméterek. Azért hasznos két különböző módon is számolni, mert ekkor ha azonos eredményt kapunk, akkor nagyobb biztonsággal mondhatjuk, hogy helyes az eredmény, mint egy számolásból.

5. Eredmények

5.1. Héjmodellspektrumok

Az eddigi felvezetés után megérkeztünk a kísérleti spektrumokhoz, ahol a ^{28}Si atommag kísérleti (alap- és szuperdeformált) energiaspektrumát írom le a 3.1-es fejezetben ismertetett egyszerű modell segítségével.

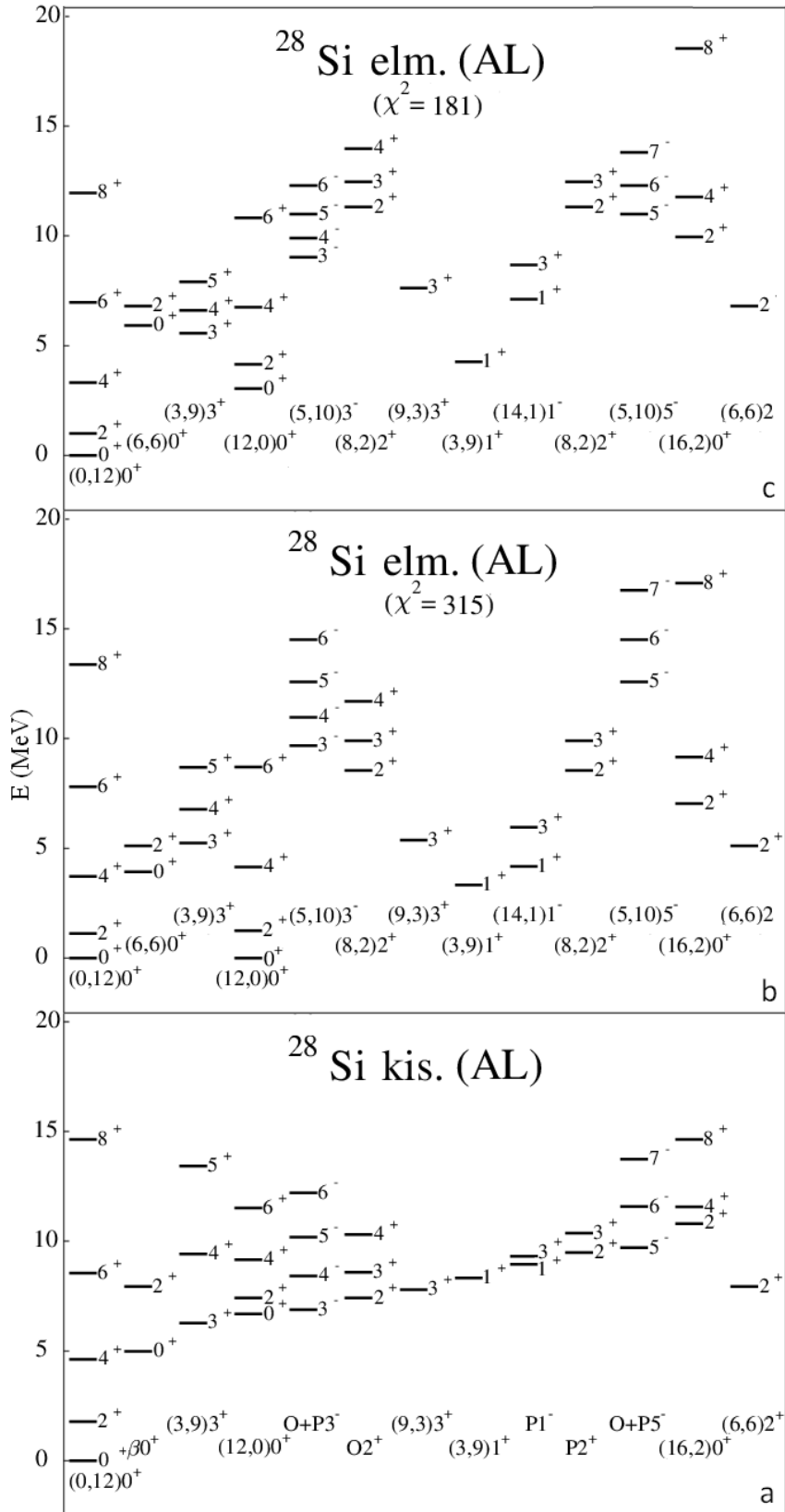
A kísérleti alapállapot, és szuperdeformált állapotokhoz tartozó energiákat a [4,5,8] cikkekből szereztem, és a (4) (5) (6) energiaformulákat egy Fortran nyelvű program segítségével illesztettem, ami a legkisebb négyzetek módszerét használja. A következőkben bemutatom, hogy a kísérleti és elméleti energiák hogyan viszonyulnak egymáshoz attól függően, hogy milyen energiaformulát használok, illetve, hogy mely állapotokat veszem figyelembe. A legfontosabb kérdés pedig az, hogy képes-e a modell produkálni alap és szuperdeformált állapotnál minimumot.

A 2. ábrán legalul a kísérleti alapállapot (AL) energiák vannak feltüntetve úgynevezett rotációs sávokba rendezve, ahol a sávokat a $(\lambda, \mu)K^\pi$ kvantumszámok jelzik, ahol π a paritás. További jelölések: β instabil, O oblét ($\lambda < \mu$), P prolét ($\lambda > \mu$) Továbbá a modellspektrumokon χ^2 -el van jelölve az eltérések négyzetösszege. Az e fölötti ábránál az

$E_3 = \gamma n + \delta C_{\text{SU}(3)}^{(2)} + \beta \frac{1}{2\Theta} L(L+1)$ képletet használtam, a legfelsőn pedig a

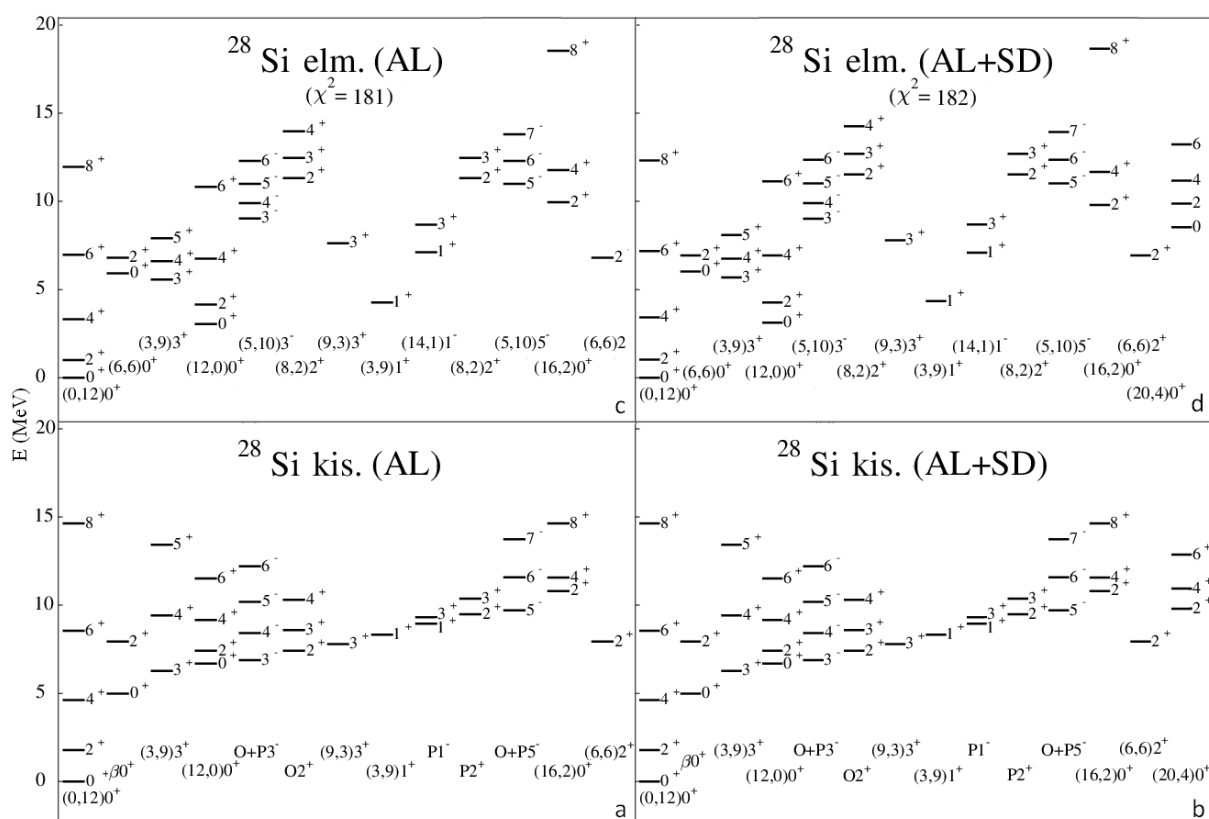
$E_2 = \gamma n + \delta C_{\text{SU}(3)}^{(2)} + \eta C_{\text{SU}(3)}^{(3)} + \beta \frac{1}{2\Theta} L(L+1)$ -et. Ebből kiderül, hogy ha csak a $C_{\text{SU}(3)}^{(2)}$ Casimir

operátort használom, akkor a (12,0) és (0,12) állapotokhoz, vagyis minden $(\lambda, 0)$ és $(0, \lambda)$ állapothoz azonos energia fog tartozni, ami szemmel láthatóan hibás. Ha viszont alkalmazzuk a $C_{\text{SU}(3)}^{(3)}$ operátort is, akkor ez a degeneráltság megszűnik. Továbbá megállapítható, hogy az elméleti sávokon belüli energiák általában "össze vannak nyomva" a kísérletihez képest, ami mindegyik ábrának közös tulajdonsága. (Ez az egyszerű modell használatából ered.)



2. ábra. A ^{28}Si atommag kísérleti spektruma az alapállapot környékén (a) a modellszámolással összevetve. Az elméleti spektrumokat olyan energiafüggvénnyel kaptuk, amelyek az SU(3) algebra másodrendű (b) ill. másod- és harmadrendű (c) invariáns operátorával vannak kifejezve. Látható, hogy az előbbi esetben csak a deformáció mértéke számít, de annak (megnyúlt, vagy belapult) jellege nem. A harmadrendű tag azonban különbséget tesz ezek között is (c).

$E_2 = \gamma n + \delta C_{SU(3)}^{(2)} + \eta C_{SU(3)}^{(3)} + \beta \frac{1}{2\Theta} L(L+1)$ formulát használom. Látható, hogy kb. azonos a két elméleti számolás (a felső ábrák) eredménye, vagyis a szuperdeformált sáv figyelembevétele nem ront a spektrumon. Ráadásul a számolt szuperdeformált energiák szépen egyeznek a mérttel.



3. ábra. A ^{28}Si atommag kísérleti spektruma az alapállapot környékén (a) ill. a szuperdeformált sávval kiegészítve (b). Az elméleti spektrum (c) egyezését nem rontja el a szuperdeformált sáv hozzá vétele (d), vagyis az energiafüggvényünk jól leírja a deformáció mindkét tartományát.

A következő lépésben azt vizsgáltam, hogy az alap és szuperdeformált tartományban a spektrumot mennyire változtatja meg a tehetetlenségi nyomatékot tartalmazó tag hozzávétele.

A 4. ábrán látható az eredmény. Az ábra középső részén az

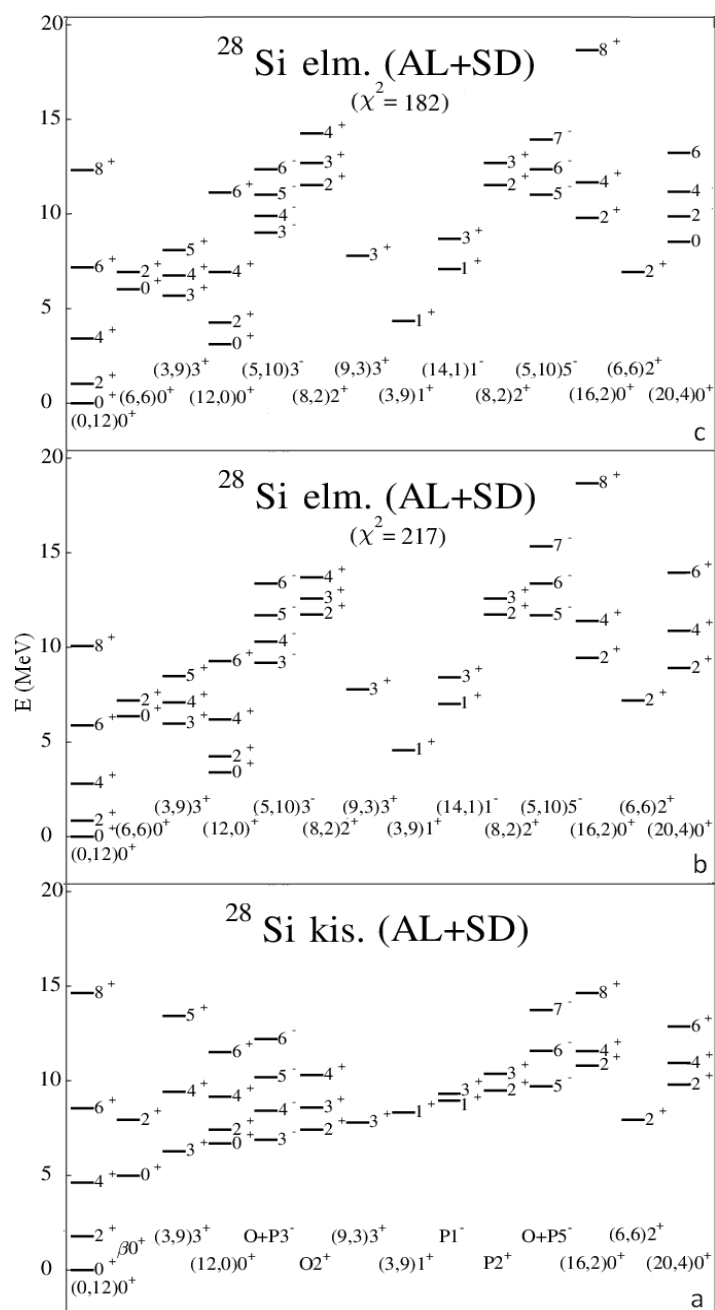
$E_1 = \gamma n + \delta C_{\text{SU}(3)}^{(2)} + \eta C_{\text{SU}(3)}^{(3)} + \beta L(L+1)$ energiaképlettel kapott spektrum, (Θ nélkül), az ábra

felső részén az $E_2 = \gamma n + \delta C_{\text{SU}(3)}^{(2)} + \eta C_{\text{SU}(3)}^{(3)} + \beta \frac{1}{2\Theta} L(L+1)$ formulával (Θ -val) kapott

eredmény látható. (Az ábra alsó harmada mutatja a kísérleti spektrumot.) Ha jól megnézzük a

felső két ábrát, akkor láthatjuk, hogy közel azonosak, de egy kicsivel jobban közelíti a

kísérleti eredményt a Θ -át is tartalmazó számolás.

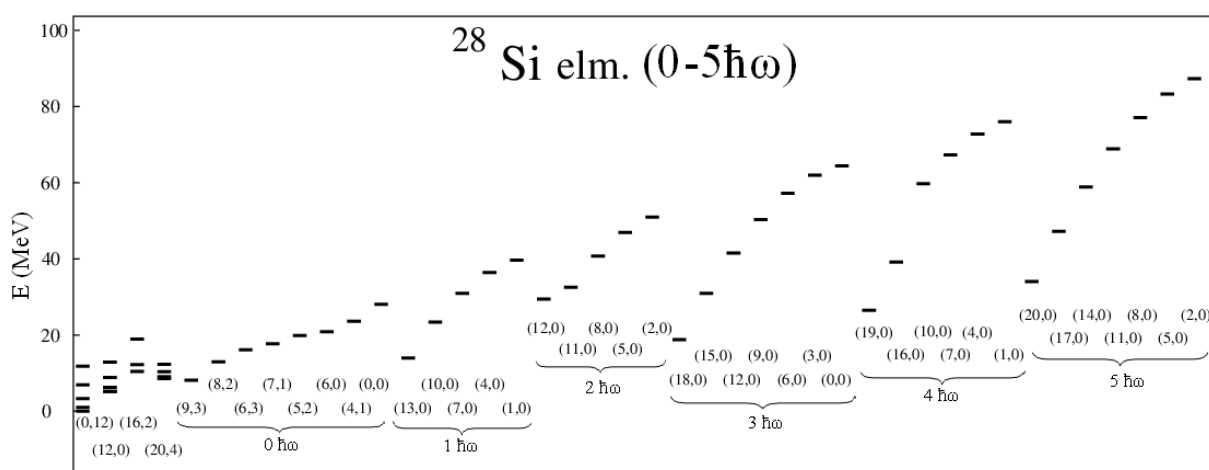


4. ábra. A ^{28}Si atommag kísérleti spektruma (a) modellszámolásokkal összevetve, amelyek tartalmaznak (c) ill. nem tartalmaznak (b) deformációfüggő (Θ) tehetetlenségi nyomatékot. Ennek tekintetbe vétele javítja a leírást.

Az 5. ábra a ^{28}Si elméleti spektrumát mutatja tág energiatartományban. Az energiát a az előzőekben bemutatott illesztésekből nyert paraméterekkel számítottam.

$$E_2 = 12,11 \cdot n - 0,14771 \cdot C_{\text{SU}(3)}^{(2)} + 0,00056144 \cdot C_{\text{SU}(3)}^{(3)} + 0,15257 \cdot \frac{1}{2\Theta} L(L+1) \quad (27.)$$

Ez az ábra azt mutatja, hogy hogyan viselkedik az energiafelület abban a realiztikus esetben, amelyben azt már a három független kvantumszám (n , λ , μ) határozza meg, és nem alkalmazunk egyszerűsítő feltételezéseket a számuk csökkentésére. Látható, hogy ebben az esetben is jelentkezik a szuperdeformáció környékén a második minimum, hiszen a $(20,4)$ sáv $4 \hbar\omega$ gerjesztési energiája ellenére a $0 \hbar\omega$ főháj állapotainak energiatartományába esik. A főhájakon belül a különböző deformáltságú sávok elhelyezkedését a sávfejek mutatják.



5. ábra. A ^{28}Si elméleti spektruma tág energiatartományban. Az ábra bal oldalán a legfontosabb rotációs sávok láthatók, amelyeknek ismeretesek a kísérleti megfelelői. A többi sávot csak a sávfej reprezentálja. Feltüntettük a főhájgerjesztéseket ($0,1,\dots \hbar\omega$) is.

Az energiaspektrumok után pedig összefoglaltam egy táblázatba a spektrumokon látható egyes állapotok közötti elektromágneses átmeneteket, ahol a kísérleti értékeket [14]-ből vettem. Mivel ^{28}Si -ra egy Weisskopf egység 5,05, ezért az átmenetek túlnyomórészt kollektív átrendeződéssel járnak.

$n(\lambda, \mu)K^\pi$	$L_1^\pi \rightarrow L_2^\pi$	$B(E2)_{\text{elm.}}$ (W.e.)	$B(E2)_{\text{kis.}}$ (W.e.)
$0(0,12)0^+$	$2^+ \rightarrow 0^+$	13,20	13,2
	$4^+ \rightarrow 2^+$	17,81	16,4
	$6^+ \rightarrow 4^+$	17,54	10,6
	$8^+ \rightarrow 6^+$	15,22	
$0(6,6)0^+$	$2^+ \rightarrow 0^+$	8,19	1,8
$0(3,9)3^+$	$4^+ \rightarrow 3^+$	17,98	
	$5^+ \rightarrow 4^+$	16,50	
$0(12,0)0^+$	$2^+ \rightarrow 0^+$	13,20	
	$4^+ \rightarrow 2^+$	17,81	11,1
	$6^+ \rightarrow 4^+$	17,54	37
$0(8,2)2^+$	$3^+ \rightarrow 2^+$	0,71	
	$4^+ \rightarrow 3^+$	0,45	
$0(8,2)2^+$	$3^+ \rightarrow 2^+$	0,71	
$1(5,10)3^-$	$4^- \rightarrow 3^-$	24,66	0,91
	$5^- \rightarrow 4^-$	22,62	
	$6^- \rightarrow 5^-$	17,78	
$1(14,1)1^-$	$3^- \rightarrow 1^-$	16,72	
$1(5,10)5^-$	$6^- \rightarrow 5^-$	20,81	
	$7^- \rightarrow 6^-$	24,19	
$2(16,2)0^+$	$4^+ \rightarrow 2^+$	34,65	
$4(20,4)0^+$	$4^+ \rightarrow 2^+$	56,77	
	$6^+ \rightarrow 4^+$	60,69	

5. táblázat. Elektromágneses átmenetek a ^{28}Si -ban.

A ^{28}Si mag spektrumának illesztésével kapcsolatban összefoglalásként a következőket állapíthatjuk meg. A kísérletileg ismert rotációs sávokat aránylag jól reprodukálja egy olyan energiaformula, ami az oszcillátorgerjesztés rögzített értékén kívül az SU(3) algebra másod- és harmadrendű invariáns operátorával van kifejezve. Ez arra az esetre is helytálló, amikor a frissen megtalált szuperdeformált sávot is tekintetbe vesszük. Az illeszkedést tovább javítja, ha a sávok tehetetlenségi nyomatékának különbözőségét bevonjuk a leírásba (az SU(3) szimmetria által megszabott alakra klasszikusan számolva azokat).

5.2. Klaszterspektrumok

Ebben a fejezetben a ^{28}Si mag $^{24}\text{Mg}+^4\text{He}$ és $^{16}\text{O}+^{12}\text{C}$ klaszterspektrumáról lesz szó, de előtte összefoglalom a klasztermodell főbb vonásait.

A klasztermodell (fürtmodell) szerint az atommagot kisebb magok alkotják, amelyek lazán kapcsolódnak egymáshoz. Itt a szabadsági fokok két részre oszthatók: egyesek a klaszterek belső szerkezetéhez tartoznak, míg mások a relatív mozgáshoz. Egy magnak természetesen nem lehet akármilyen klaszterizációja, azt, hogy melyek a megengedett klaszterizációk, az $U(3)$ -as kiválasztási szabállyal határozhatjuk meg:

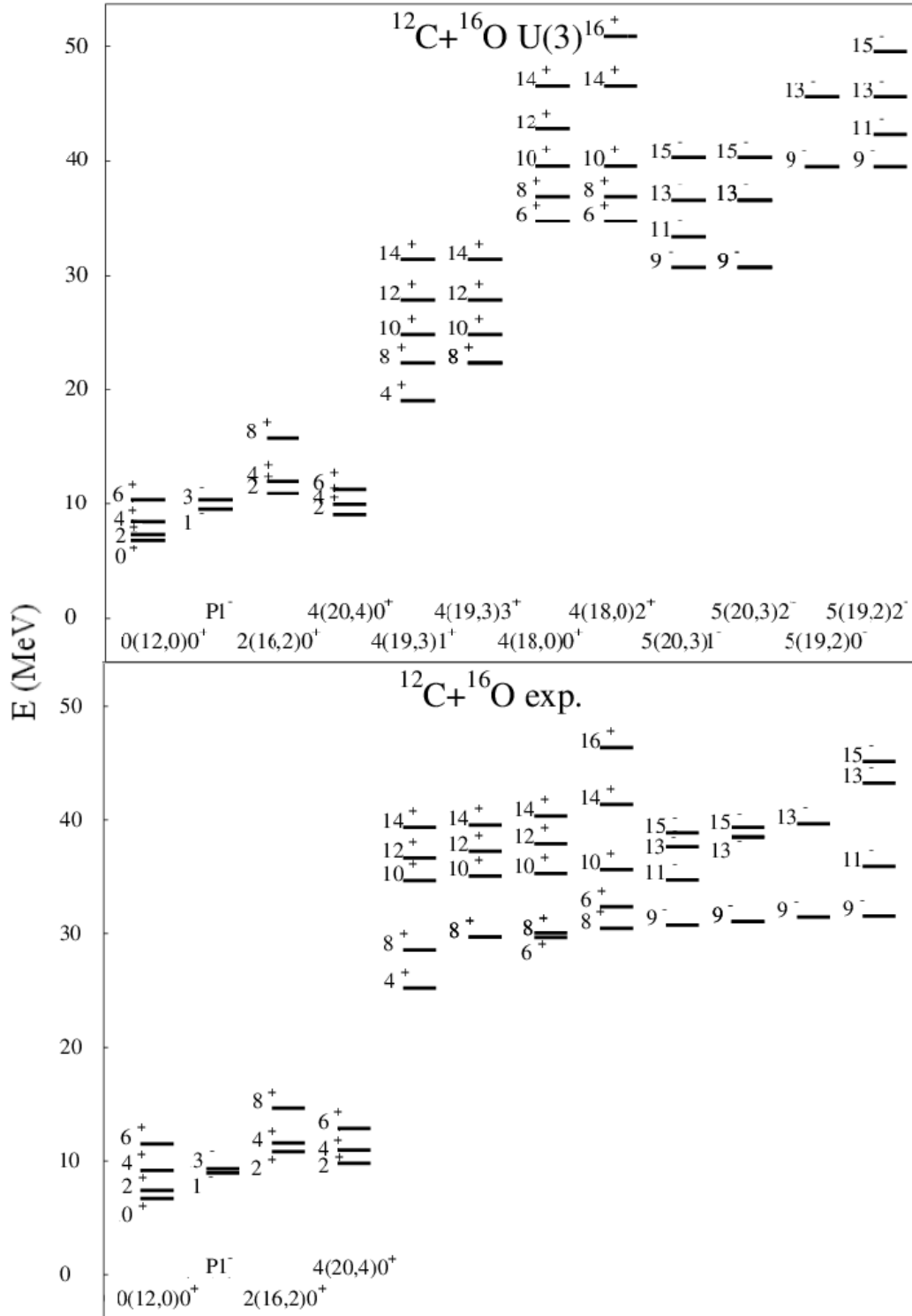
$$[n_1^{C1}, n_2^{C1}, n_3^{C1}] \otimes [n_1^{C2}, n_2^{C2}, n_3^{C2}] \otimes [n^R, 0, 0] = \sum_k \oplus [n_{1,k}, n_{2,k}, n_{3,k}] \quad (28)$$

ahol $[n_1^{Ci}, n_2^{Ci}, n_3^{Ci}]$ a két klaszternek a bázisállapotait, és $[n^R, 0, 0]$ a relatív mozgást jelölik. A $\otimes$ külső szorzást, a $\oplus$ pedig direkt összeget jelent. A relatív mozgáshoz tartozó n^R -t a Harvey-előírás segítségével határozhatjuk meg: Ha két klaszter a z tengely mentén közeledik egymáshoz, akkor az x és y tengely menti oszcillátor-kvantumok száma változatlan marad, míg a z tengely mentén muszáj változni annak érdekében, hogy teljesüljön a Pauli elv [15,16]. Ha elvégezzük a fenti szorzást, akkor az eredményül kapott bázisállapotok nem feltétlenül lesznek mentesek a Pauli tiltottaktól. Ezek közül csak azok a bázisállapotok Pauli megengedettek, amik szerepelnek az adott mag héjmodellterében. Ezeket a megengedett állapotokat egyszerűen kiválogathatjuk, ha vesszük a héjmodell bázisállapotok, és a klasztermodell bázisállapotok metszetét [15], így létrehozuk a klasztermodellteret.

Ezen bevezető után rátérek a klaszterspektrumokra. Azért esett a választás a $^{24}\text{Mg}+^4\text{He}$ és $^{16}\text{O}+^{12}\text{C}$ klaszterekre, mert ezekről a konfigurációkról aránylag részletes kísérleti ismereteink vannak [5], vagyis az elméletileg kapott spektrumokat össze tudjuk vetni a valósággal. A $^{16}\text{O}+^{12}\text{C}$ spektrum számolásához, először vettem a konfiguráció modellterét az előbb írtak alapján, majd kiválogattam azokat a sávokat, amiket kísérletileg vizsgáltak. Ennek egy része az 5. fejezetben bemutatott spektrumból a $0(12,0)0^+$, $1(14,1)1^-$, $2(16,2)0^+$ $SU(3)$ kvantumszámokkal jellemzett kisenergiás sávok és a $4(20,4)0^+$ SD-sáv. A másik része pedig C+O rezonanciákból ismert nagyenergiás sávok [5]. Ezután a korábban legjobb eredményt

adó E_2 formulát használva kiszámoltam az energiaspektrumot (Kisenergiás sávokhoz illesztettem, mivel ezek a fontosabbak, kísérletileg megalapozottabbak.):

$$E_2 = 12,11n - 0,15C_{SU(3)}^2 + 0,00069C_{SU(3)}^3 + 0,75\frac{1}{2\Theta}L(L+1) \quad (29)$$



26. ábra. $^{16}\text{O} + ^{12}\text{C}$ klaszterspektrum, ahol az elméleti sávokat az $n(\lambda, \mu)K^\pi$ kvantumszámok jellemzik, a kísérleti sávok egy részét (ahol van sávhozrendelés) szintén, valamint P, ami prolét ($\lambda > \mu$) állapotot jelent [5].

Mivel a kisenergiás sávokhoz illesztettem a paramétereket, ezért nem meglepő módon ezen sávok viszonylag szépen egyeznek a kísérlettel, a nagyenergiások viszont széthúzódtak, eltávolodtak egymástól.

A $^{24}\text{Mg}+^4\text{He}$ klaszterizáció bizonyos szempontból különlegesebb, mint a $^{16}\text{O}+^{12}\text{C}$. Azért, mert ennek a modelltere magába foglalja a teljes kisenergiás spektrumot plusz a szuperdeformált sávot, valamint az egész $^{16}\text{O}+^{12}\text{C}$ spektrumot is. Ez azt jelenti tehát, hogy az eddig bemutatott összes spektrum $^{24}\text{Mg}+^4\text{He}$ spektrum is egyben, pontosabban annak egy részhalmaza, így ezek is bemutatásra kerültek. Zárásul pedig kiszámoltam a C+O sávokban az egyes állapotok közti elektromágneses átmeneteket. (A kísérleti értékek [14]-ből származnak.) Itt azt a következtetést vonhatjuk le, hogy az átmenetek kollektív átrendeződéssel járnak, mivel ^{28}Si -ra egy Weisskopf egység 5,05.

$n(\lambda, \mu)K^\pi$	$L_1^\pi \rightarrow L_2^\pi$	$B(E2)_{\text{elm.}}$ (W.e.)	$B(E2)_{\text{kis.}}$ (W.e.)
0(12,0)0 ⁺	2 ⁺ ->0 ⁺	13,20	
	4 ⁺ ->2 ⁺	17,81	11,1
	6 ⁺ ->4 ⁺	17,54	37
1(14,1)1 ⁻	3 ⁻ ->1 ⁻	16,72	
2(16,2)0 ⁺	4 ⁺ ->2 ⁺	34,65	
4(20,4)0 ⁺	4 ⁺ ->2 ⁺	56,77	
	6 ⁺ ->4 ⁺	60,69	
4(19,3)1 ⁺	10 ⁺ ->8 ⁺	53,60	
	12 ⁺ ->10 ⁺	49,90	
	14 ⁺ ->12 ⁺	44,63	
4(19,3)3 ⁺	10 ⁺ ->8 ⁺	41,49	
	12 ⁺ ->10 ⁺	37,22	
	14 ⁺ ->12 ⁺	31,69	
4(18,0)0 ⁺	10 ⁺ ->8 ⁺	35,18	
	12 ⁺ ->10 ⁺	30,84	
	14 ⁺ ->12 ⁺	25,03	
4(18,0)2 ⁺	8 ⁺ ->6 ⁺	30,20	
	10 ⁺ ->8 ⁺	26,80	
	12 ⁺ ->10 ⁺	21,97	
	14 ⁺ ->12 ⁺	15,85	
	16 ⁺ ->14 ⁺	8,52	
5(20,3)1 ⁻	11 ⁻ ->9 ⁻	57,72	
	13 ⁻ ->11 ⁻	53,31	
	15 ⁻ ->13 ⁻	47,43	
5(20,3)3 ⁻	11 ⁻ ->9 ⁻	44,74	
	13 ⁻ ->11 ⁻	39,88	
	15 ⁻ ->13 ⁻	33,80	
5(19,2)0 ⁻	11 ⁻ ->9 ⁻	38,12	
	13 ⁻ ->11 ⁻	33,13	
5(19,2)2 ⁻	11 ⁻ ->9 ⁻	29,06	
	13 ⁻ ->11 ⁻	23,64	
	15 ⁻ ->13 ⁻	16,96	

6. táblázat. E2 átmenetek a ^{28}Si -ban.

6. Összefoglalás és kitekintés

Dolgozatomban magszerkezeti modellszámítást mutattam be. Egy olyan [héjmodellt](#) alkalmaztam, ami az energia sajátérték-problémájára és az E2 átmenetek valószínűségére analitikus megoldást ad, a [köölcsönhatásokat](#) jellemző dinamikai szimmetriának [köszönhetően](#).

A ^{28}Si atommagot tanulmányoztuk, a gerjesztési energiának és a kvadrupólus deformációnak tág tartományában, az alapállapottól, a szuperdeformált állapot környékéig. A szuperdeformált sávra a közelmúlt kutatásai jól megalapozott jelöltet szolgáltatottak. Sikertült olyan egyszerű Hamilton-operátort találnunk, ami a ^{28}Si mag számos rotációs sávját aránylag jól reprodukálja, és a szuperdeformált sávra is jó egyezést ad, és megjósolja a sávokon belüli átmenetek valószínűségét is.

Klasztermodell-számításokat végeztünk azokra a konfigurációkra nézve, amelyeket definiáló reakciókban részletes kísérleti adatok ismeretesek: $^{24}\text{Mg}+^4\text{He}$, $^{16}\text{O}+^{12}\text{C}$. Ezen konfigurációk [modelltere](#) a [héjmodellterünkből](#) egyszerű SU(3) kiválasztási szabály alkalmazásával nyerhető.

A leírás egyszerűsége és a kísérleti adatokkal való egyezése alapján úgy gondoljuk, hogy módszerünk jó eséllyel alkalmazható más atommagok és reakciók tárgyalására is.

7. Köszönetnyilvánítás

Szeretnék ezúton is köszönetet mondani témavezetőimnek, Dr. Cseh Józsefnek, a Magyar Tudományos Akadémia (MTA) Atommagkutató Intézet (ATOMKI) tudományos tanácsadójának, és Dr. Darai Juditnak a Debreceni Egyetem, Kísérleti Fizikai Tanszék egyetemi adjunktusának dolgozatom elkészítéséhez nyújtott sok hasznos tanácsukért, és segítségükért, valamint szeretném megemlíteni az ATOMKI-ösztöndíj és TÁMOP-4.2.2/B-10/1-2010-0024 támogatását.

8. Felhasznált irodalom

- [1] Darai J., Cseh J., Fizikai Szemle LXIV (1) 5. (2014).
- [2] Riczu G., TDK-dolgozat, Debrecen 2012.
- [3] Cseh J., Fizikai Szemle, 50, No.5, 165 (2004).
- [4] R.K. Sheline et al, Phys. Lett. 119B, 263 (1982).
- [5] J. Cseh, Phys. Rev. C 50, 2240-2243 (1994).
- [6] D.G. Jenkins et al, Phys. Rev. C 86, 064308 (2012).
- [7] J. Darai, J. Cseh, D.G. Jenkins, Phys. Rev. C 86, 064309 (2012).
- [8] <http://www.nndc.bnl.gov/chart/getdataset.jsp?nucleus=28SI&unc=nds>, (2013.10.16)
- [9] <http://oktatas.ch.bme.hu/oktatas/konyvek/fizkem/gamma/g sugar/kevatm.html>
- [10] Sükösd Csaba: Atommagfizika, Fizika III., Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest, (2006), szerk: Erostyák János és Litz József, 426-427. o.
- [11] Jouni Suhonen: From nucleons to Nucleus, 131. o.
- [12] Yang Sun, Cheng-Li Wu, Kumar Bhatt, Mike Guidry, Nuclear Physics A 703 (2002) 130–151
- [13] R. Bijker, V.K.B. Kota, Annals of Physics 187, 148 (1988).
- [14] <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0090375212000026>
- [15] A. Algora, J. Cseh., J. Phys. G: Nucl. Part. Phys., 22, No.4, L40 (1996).
- [16] J. D. Vergados, Nuclear Physics, Section A, Volume 111, Issue 3, p. 681-754. (1967)

1. Függelék

A kutatási feladat:

A dolgozat keretében azt vizsgálom, hogy egyszerű, analitikus megoldással rendelkező modellel le tudjuk-e írni a ^{28}Si atommag energiaspektrumát (héj- és $^{24}\text{Mg}+^4\text{He}$, $^{16}\text{O}+^{12}\text{C}$ klaszterspektrum), valamint elektromágneses átmeneteit mind az alapállapot, mind a szuperdeformált állapot környékén. A szakirodalom nyelvén az első és második völgyben elhelyezkedő állapotok egységes kezelése a cél. Ez az elnevezés arra utal, hogy a magok energiáját a kvadrupólus deformáció függvényének tekintve az alapállapot környékén van az első lokális minimum, és a szuperdeformált állapot környékén a második. A feladatom a következő részfeladatokból áll:

1. Először meg kell szerkeszteni a modelltereket (héj és klaszter), vagyis a bázisállapotok teljes rendszerét, ami alkalmas a magállapotok leírására a gerjesztési energia és a deformáció tág tartományában. Ennek a feladatnak a megoldására a korábbi TDK-munkámban egy számítógépes programot szerkesztettem FORTRAN nyelven, amit csupán kevésbé kellett módosítanom, és fejlesztenem.

2. A modellterek megszerkesztése után ki kell számolni az egyes állapotok energiáját valamint az állapotok közti elektromágneses átmeneteket. Olyan egyszerű modellt alkalmaztunk, amiben az energia sajátértéke is és az átmeneti valószínűség is analitikus úton nyerhető. Erre igen alkalmasak az algebrai modellek. Ha egy operátor részalgebráknak egy egymásba skatulyázott láncához tartozó invariáns operátorokkal fejezhető ki, akkor annak sajátérték-problémája analitikusan megoldható [3]. Az ilyen energiaoperátorral rendelkező rendszerre azt mondjuk, hogy (sérült) dinamikai szimmetriával rendelkezik. A héjmodellnek azt a változatát alkalmaztuk, amelyben a térbeli szabadsági fokok $U(3)$, a spin-izospin térbeliké pedig $U(4)$ -es szimmetriával rendelkeznek. Az adott feladat szempontjából csak a spin-izospin zérus (skalár) állapotoknak van fontossága, ezért a Hamilton-operátort az

$$U(3) \supset SU(3) \supset SO(3) \quad (30)$$

algebralánc invariáns operátoraival fejeztük ki.

3. A magok energiáját a kvadrupólus deformáció függvényének tekintve az alapállapot környékén van az első lokális minimum, és a szuperdeformált állapot környékén a második. Megvizsgáltam, hogy ez a függvény hogyan kapható meg a (30) algebralánc invariáns operátoraival.