

XVII. reál- és humántudományi Erdélyi Tudományos Diákköri Konferencia (ETDK)

Kolozsvár, 2014. május 15–18.

Elektromágneses hullámok terjedési sebességének mérése koaxiális kábelekben

Szerzők:

Farkas Zita-Ágota

Babeş-Bolyai Tudományegyetem, Kolozsvár, Fizika Kar, Fizika-Informatika szak, II. év

Pisak-Lukáts Borbála

Babeş-Bolyai Tudományegyetem, Kolozsvár, Fizika Kar, Fizika-Informatika szak, II. év

Témavezetők:

Dr. Néda Zoltán professzor,

Babeş-Bolyai Tudományegyetem, Kolozsvár, Fizika kar, Magyar Fizika Intézet

Dr. Simon Alpár egyetemi docens,

Babeş-Bolyai Tudományegyetem, Kolozsvár, Fizika kar, Magyar Fizika Intézet



Tartalomjegyzék

Bevezetés.....	3
Elméleti összefoglaló	4
Elektromágneses jelek terjedése koaxiális kábelekben	8
Mérési berendezés.....	11
Eredmények.....	12
Következtetések.....	16
Könyvészet	17

Bevezetés

A modern fizikában igencsak fontos, alapvetőként számon tartott állandó az elektromágneses hullámok terjedési sebessége, azonban ennek nagy értéke miatt kísérleti meghatározása bár nem lehetetlen, de körülményes, nehézségi foka a megkívánt pontossággal arányos.

A fény terjedési sebességének meghatározása már az ókori görögöket is foglalkoztatta. Úgy tartották, hogy a fénynek nincs szüksége időre a távolságok megtételéhez. Ezzel szemben Empedoklész volt az első, aki szerint ez az érték véges, bár nagyon nagy. Több évszázados vita követte nézetét, mígnem 1629-ben Isaac Beeckman, majd 1638-ban Galileo Galilei javaslatokkaláltak elő a fénysebesség kísérleti úton való meghatározására. Ezen kísérletek két egymástól távol eső dombot, tükröket és ágyúkat, illetve lámpásokat igényeltek. Megfigyeléseikből csak annyira tudtak következtetni, hogy a fénysebesség igen nagy s méréseiket jelentősen befolyásolta, hogy a kísérletben részt vevők reakcióideje ehhez viszonyítva ugyancsak nagy.

Az első kvantitatív meghatározás Ole Rømer nevéhez fűződik, aki csillagászati megfigyelései alapján $2,27 \cdot 10^8$ m/s-ra becsülte a fénysebességet (ez a valós érték 75,7%-a). Észrevette, hogy a Jupiter Ió nevű holdjának keringési ideje változik a Föld-Jupiter távolság függvényében, úgy találta, hogy a fénynek 22 percre van szüksége, hogy megtegye azt az utat, mely a Jupiter Föld-körüli pályája átmérőjének hosszával megegyező. Hippolyte Fizeau fogaskerekes mérése a repülési idő (TOF) módszerével 1849-ben a $3,15 \cdot 10^8$ m/s értéket adta, mely az eredeti érték 105%-a, Léon Foucault pedig – tökéletesítve a módszert – 1869-ben már $2,98 \cdot 10^8$ m/s-ot mért, a valós érték 99,4%-át. 1856-ban Wilhelm Eduard Weber és Rudolf Kohlrausch Leyden-palackkal végzett méréseik során megfigyelték, hogy az $\frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$ kifejezés értéke, ahol ϵ_0 a légüres tér permittivitása, μ_0 pedig a légüres tér permeabilitása, megközelítően egyező a Foucault által mért fénysebességgel. Az ezt követő évben Gustav Kirchhoff bebizonyította, hogy ekkora sebességgel halad az elektromos jel egy ellenállás nélküli huzalban.

Kirchhoff bizonyítására alapozva dolgozta ki Oliver Heaviside a 19. században a távközlési vonalakra vonatkozó elméletét, az úgynevezett távíróegyenletet, mely elsők közt foglalkozott az elektromágneses hullámok kábelekben való terjedésével. Elterjedt javaslat

volt, hogy ezt a jelenséget koaxiális kábelekben tanulmányozzák. E téren Aksornkitti, Lonngreen, Alexeff, Landt és társaik munkája említendő meg.

A technológia előrehaladásával egyre szélesebb palettája nyílt meg a fénysebesség mérésére alkalmazott módszereknek, napjainkban egyik legnépszerűbb ezek közül az, mely egy kétcsatornás jelgenerátor, egy ugyancsak kétcsatornás oszcilloszkóp és két, különböző hosszúságú, de egyforma típusú antennakábel használatát igényli. Ezen adott műszerekkel is többféle mérési eljárás létezik, jelen dolgozatban azt az egyedi módszert alkalmazzuk, mely során az oszcilloszkópba érkező két jelt X-Y módban ábrázoljuk és vizsgáljuk az így létrejött Lissajous-görbét.

Elméleti összefoglaló

A távközlési vonalak olyan átviteli közegek amelyek egy jól meghatározott speciális felépítéssel rendelkeznek (általában szigetelőréteggel elválasztott vezetópáros), melyek magas frekvenciájú váltakozó áram segítségével továbbítják az elektromos jelt a forrástól (generátortól) egy adott célponthoz (fogyasztóhoz). Leggyakrabban a különböző mérőberendezések egymáshoz csatlakoztatását valósítják meg, távközlési adó-vevők között hozzák létre a kapcsolatot, de például szerepük van a televíziós műsorok szórásában is.

A vonal forrással ellentétes végén, a terhelésnél mért feszültség és áramerősség nem azonos a forrásnál mért értékekkel.

A távközlési vonalak elmélete széles körben tárgyalt téma bármely elektromágneses jelenségekkel, távközléssel, híradástechnikával vagy elektrotechnikával, illetve elektronikával foglalkozó kézikönyvben, azonban sajnálatos módon legtöbbjük ideális, veszteségmentes eseteket vizsgál, amelyeket a valós életben igencsak nehéz (néhol egyenesen lehetetlen) felhasználni gyakorlati kérdések, valós problémák megoldásához, megmagyarázásához.

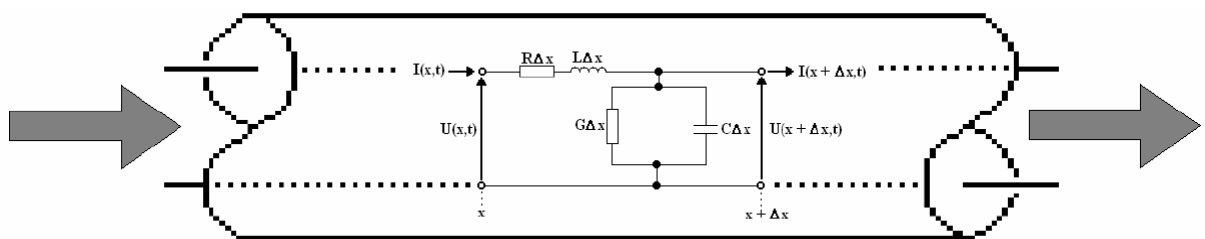
Minden távközlési vonalat szabványosított paraméterek által írunk le, ezek:

- R – egységnyi hosszúságú huzal elektromos ellenállása
- L – egységnyi hosszúságú huzal induktív ellenállása
- G – egységnyi hosszúságú huzal vezetőképessége
- C – egységnyi hosszúságú huzal elektromos kapacitása

Ezek a paraméterek nem diszkrét értékűek, homogén eloszlást mutatnak a kábel teljes hossza mentén és a vonal geometriai felépítéséből adódóan jól meghatározott, ismert képletek alapján számíthatók ki [4-6].

A vezetők nem tökéletes volta miatt az R ellenállás magába foglalja mindkét, a vezetópárost alkotó vezető ellenállását. Mivel az áramerősség változik a vezető hossza mentén, az L induktanciát társítanunk kell annak a mezőnek a mágneses komponensével, mely a vezetópárt alkotó két vezető között jön létre, ez sorosan csatlakozik az R ellenálláshoz. Ugyancsak a fent említett okokból kifolyólag még egy másik induktanciát is szükséges lesz bevezetnünk, mely a huzalok belsejében fellépő mágneses mezőkkel kapcsolandó össze. Mikor különböző célokra használjuk őket, az egyik vezető magasabb elektromos potenciállal rendelkezik. Ennek eredményeként egy C söntkapacitás jön létre a kettő között. A vezetópárt elválasztó dielektrikum anyaga sem tökéletes, ezért szivárgásiáram járja át. A dielektromos veszteségek miatt mindemellett figyelembe kell vennünk még egy úgynevezett söntkonduktanciát is, melynek jele G . Úgy a kapacitás, mint a konduktancia párhuzamosan csatlakoztatott [4-6].

Ha valós távközlési vonalak váltakozó gerjesztés alatt való viselkedését kívánjuk tanulmányozni, ezt egy végtelen sok sorosan kapcsolt egységből álló lánc reprezentációja által tehetjük meg, melynek egységeit a fent leírt soros és párhuzamos elemek alkotják. (1. ábra)



1. ábra

Alkalmazva Kirchhoff törvényeit minden Δx hosszúságú szakaszra [4-6], a következőket kapjuk:

$$\begin{cases} U(x + \Delta x) = U(x) - R\Delta x \cdot I(x, t) - L\Delta x \cdot \frac{\partial I(x, t)}{\partial t} \\ I(x + \Delta x) = I(x) - G\Delta x \cdot U(x + \Delta x, t) - C\Delta x \cdot \frac{\partial U(x + \Delta x, t)}{\partial t} \end{cases}$$

avagy:

$$\begin{cases} U(x + \Delta x) - U(x) = -R\Delta x \cdot I(x, t) - L\Delta x \cdot \frac{\partial I(x, t)}{\partial t} \\ I(x + \Delta x) - I(x) = -G\Delta x \cdot U(x + \Delta x, t) - C\Delta x \cdot \frac{\partial U(x + \Delta x, t)}{\partial t} \end{cases}$$

Ha $\Delta x \rightarrow 0$:

$$\begin{cases} \frac{U(x + \Delta x) - U(x)}{\Delta x} = -R \cdot I(x, t) - L \cdot \frac{\partial I(x, t)}{\partial t} = \frac{\partial U(x, t)}{\partial x} \\ \frac{I(x + \Delta x) - I(x)}{\Delta x} = -G \cdot U(x, t) - C \cdot \frac{\partial U(x, t)}{\partial t} = \frac{\partial I(x, t)}{\partial x} \end{cases}$$

Eszerint:

$$\begin{cases} \frac{\partial U}{\partial x} = -R \cdot I - L \cdot \frac{\partial I}{\partial t} \\ \frac{\partial I}{\partial x} = -G \cdot U - C \cdot \frac{\partial U}{\partial t} \end{cases}$$

Alkalmazva a $\frac{\partial}{\partial x}$ és $\frac{\partial}{\partial t}$ operátorokat mindkét egyenletre:

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial t} = -R \cdot \frac{\partial I}{\partial t} - L \cdot \frac{\partial^2 I}{\partial t^2} \\ \frac{\partial^2 I}{\partial x \partial t} = -G \cdot \frac{\partial U}{\partial t} - C \cdot \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} \end{cases} \text{ illetve } \begin{cases} \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} = -R \cdot \frac{\partial I}{\partial x} - L \cdot \frac{\partial^2 I}{\partial x \partial t} \\ \frac{\partial^2 I}{\partial x^2} = -G \cdot \frac{\partial U}{\partial x} - C \cdot \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial t} \end{cases}$$

Egyesítve és átrendezve ezeket megkapjuk a távíróegyenleteket:

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} = LC \cdot \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} + (LG + RC) \cdot \frac{\partial U}{\partial t} + GR \cdot U \\ \frac{\partial^2 I}{\partial x^2} = LC \cdot \frac{\partial^2 I}{\partial t^2} + (LG + RC) \cdot \frac{\partial I}{\partial t} + GR \cdot I \end{cases}$$

Ezek másodrendű hiperbolikus parciális differenciálegyenletek.

Egy jellegzetes megoldás a feszültségre az $U(x, t) = U_+ \cdot f_1\left(t - \frac{x}{c}\right) + U_- \cdot f_2\left(t + \frac{x}{c}\right)$ egyenlet lenne, melyből arra következtethetünk, hogy létezik egy előre haladó U_+ , illetve egy

hátrafele haladó (visszavert) U. feszültség a távközlési vezetékben, f_1 és f_2 tetszőleges függvények lévén [4].

Harmonikus gerjesztést feltételezve a távközlési vonal mentén, dolgozhatunk a komplex számok halmazán s a gerjesztő feszültséget tekinthetjük az $U(x, t) = \operatorname{Re}\{U(x) \cdot e^{j\omega t}\}$ kifejezés által adottnak, illetve $\frac{\partial}{\partial t} = j\omega$, ahol $j = \sqrt{-1}$. Így:

$$\begin{cases} \frac{\partial U}{\partial x} = -(R + j\omega L) \cdot I(x) \\ \frac{\partial I}{\partial x} = -(G + j\omega C) \cdot U(x) \end{cases}$$

Átalakítva ezeket megkapjuk a távközlési vonal hullámegyenleteit:

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 U(x)}{\partial x^2} - \gamma^2 \cdot U(x) = 0 \\ \frac{\partial^2 I(x)}{\partial x^2} - \gamma^2 \cdot I(x) = 0 \end{cases}$$

ahol $\gamma = \sqrt{(R + j\omega L) \cdot (G + j\omega C)} = \alpha + j\beta$ a komplex terjedési állandó, α lévén a csillapítási tényező Np/m-ben vagy dB/m-ben kifejezve és β lévén a fázisállandó rad/m-ben kifejezve:

$$\begin{cases} \alpha = \sqrt{\frac{RG - \omega^2 LC + \sqrt{(R^2 + \omega^2 L^2) \cdot (G^2 + \omega^2 C^2)}}{2}} \\ \beta = \sqrt{\frac{-RG + \omega^2 LC + \sqrt{(R^2 + \omega^2 L^2) \cdot (G^2 + \omega^2 C^2)}}{2}} \end{cases}$$

A hullámegyenletek megoldásai: $\begin{cases} U(x) = U_0^+ \cdot e^{-\gamma x} + U_0^- \cdot e^{\gamma x} \\ I(x) = I_0^+ \cdot e^{-\gamma x} + I_0^- \cdot e^{\gamma x} \end{cases}$

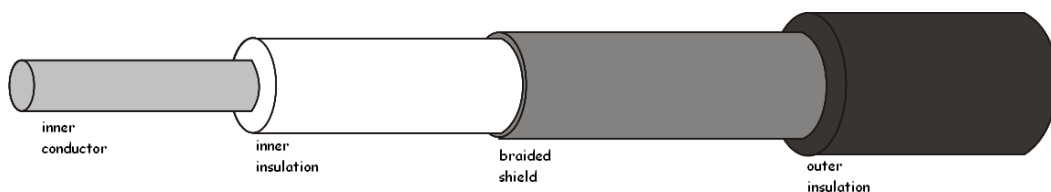
A $\frac{\partial U}{\partial x} = -(R + j\omega L) \cdot I(x)$ egyenletből és az $U(x) = U_0^+ \cdot e^{-\gamma x} + U_0^- \cdot e^{\gamma x}$ megoldásalából következik, hogy $(R + j\omega L) \cdot I(x) = \gamma \cdot U(x)$, avagy Ohm törvényének alkalmazásával:

$$\frac{U(x)}{I(x)} = \frac{R + j\omega L}{\gamma} = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}} = Z_0$$

ahol Z_0 az úgynevezett karakterisztikus impedancia [4-6].

Elektromágneses jelek terjedése koaxiális kábelekben

Az egyik leggyakrabban alkalmazott és legismertebb tápvonaltípus a koaxiális kábel. A koaxiális kábel hengeres szimmetriájú tápvonal, melynek részei: egy belső vezető szál (ami lehet több vékony vezető összesodorva is), melyet egy dielektrikumréteg, valamint egy sűrű szövésű árnyékoló fonat és/vagy árnyékoló fólia vesz körül. A legkülső réteg egy műanyag köpeny. (2. ábra)



2. ábra

A belső vezető állhat egy vagy több (7, 12, 19, 32) rézhuzalból vagy ezüstözött rézből, esetenként rézzel futtatott acélból. A külső vezető általában rézfonat (lehet ónozott vagy ezüstözött), illetve nagyobb árnyékolás eléréséhez vékony Al-fóliát is használnak. A vezető ér és árnyékolás között szükséges egy szigetelő közeg beiktatása, ami lehet tömör vagy extrudációval előállított lyukacsos dielektrikum (polietilén vagy Teflon), levegő vagy egyéb gáz. A kábelbeli veszteségek, valamint a csillapítási tényező nagymértékben függ a dielektrikum tulajdonságaitól. A legkülső szigetelő réteg az alkalmazástól függ, legolcsóbb megoldás, ha PVC-ből készül.

A koaxiális kábelek paramétereinek meghatározásához a vezetőér effektív külső átmérőjét jelöljük d_e -vel, és legyen D_e a dielektrikum effektív külső átmérője (vagy az árnyékolás belső átmérője) [10].

Ha $\varepsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \frac{F}{m}$ a vákuum dielektromos állandója, és ε_r a szigetelő dielektromos állandója, amit frekvenciától függetlennek tekintünk a vizsgált tartományon, a párhuzamos söntkapacitás értéke:

$$C = \frac{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}{\ln \frac{D_e}{d_e}} \left[\frac{F}{m} \right] [4, 7 - 10].$$

A párhuzamos konduktanciát az **(1.)** képlettel adhatjuk meg, ahol θ a dielektrikum veszteségi szöge, σ_d a szigetelő elektromos vezetőképessége.

$$G = \omega C \tan \theta = \frac{\sigma_d}{\varepsilon_0 \varepsilon_r} C = \frac{2\pi \sigma_d}{\ln \frac{D_e}{d_e}} \left[\frac{S}{m} \right] \quad (1.)$$

Az induktivitás a külső és belső induktivitások összegével lesz egyenlő. Az egységnyi hosszra eső külső induktivitás ($\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ H/m-nek tekintve a vákuum permeabilitását):

$$L_{ext} = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{D_e}{d_e} \left[\frac{H}{m} \right] [4, 7 - 10].$$

A belső induktivitás (a külső és belső vezetőknek köszönhetően) a következőképpen írható fel:

$$L_{int} = L_{belső} + L_{külső} = \frac{\mu_0 \delta_{belső}}{4\pi d_e} + \frac{\mu_0 \delta_{külső}}{4\pi D_e} [4, 7 - 10].$$

ahol $\delta = \frac{1}{\sqrt{\pi \mu_0 \sigma f}}$ és σ a külső, illetve a belső vezető vezetőképessége, f a frekvencia. Tehát

$$L_{int} = \frac{1}{\sqrt{f}} \sqrt{\frac{\mu_0}{16\pi^3}} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{\sigma_{belső} d_e}} + \frac{1}{\sqrt{\sigma_{külső} D_e}} \right)$$

A teljes induktivitás
$$L = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{D_e}{d_e} + \frac{1}{\sqrt{f}} \sqrt{\frac{\mu_0}{16\pi^3}} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{\sigma_{belső} d_e}} + \frac{1}{\sqrt{\sigma_{külső} D_e}} \right) [4, 7 - 10].$$

Az ellenállás pedig
$$R = \frac{\sqrt{f}}{2} \sqrt{\frac{\mu_0}{\pi}} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{\sigma_{belső} d_e}} + \frac{1}{\sqrt{\sigma_{külső} D_e}} \right) \left[\frac{\Omega}{m} \right] [4, 7 - 10].$$

A fázisállandó alakja $\beta = \sqrt{\frac{-RG + \omega^2 LC + \sqrt{(R^2 + \omega^2 L^2) \cdot (G^2 + \omega^2 C^2)}}{2}}$, ebből következik, hogy β a frekvenciától és a hőmérséklettől is függ. A fázisállandó meghatározásából következik, hogy a jel terjedési sebessége a koaxiális kábelben szintén függ a frekvenciától és a hőmérséklettől is. $\beta = \frac{2\pi f}{v} \Rightarrow v = \frac{2\pi f}{\beta}$

Az 1. táblázat összefoglalja a kábel osztott paramétereit:

C [F/m]	$\frac{2\pi\epsilon_0\epsilon_r}{\ln \frac{D_e}{d_e}}$	nem függ a frekvenciától nem függ a hőmérséklettől
G [S/m]	$\frac{2\pi\sigma_d}{\ln \frac{D_e}{d_e}}$	nem függ a frekvenciától hőmérsékletfüggő (σ_d miatt)
L [H/m]	$\frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{D_e}{d_e} + \frac{1}{\sqrt{f}} \sqrt{\frac{\mu_0}{16\pi^3}} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{\sigma_{belső}} d_e} + \frac{1}{\sqrt{\sigma_{külső}} D_e} \right)$	frekvenciafüggő (f miatt) hőmérsékletfüggő (σ miatt)
R [Ω /m]	$\frac{\sqrt{f}}{2} \sqrt{\frac{\mu_0}{\pi}} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{\sigma_{belső}} d_e} + \frac{1}{\sqrt{\sigma_{külső}} D_e} \right)$	frekvenciafüggő (f miatt) hőmérsékletfüggő (σ miatt)

1. táblázat

Felhasználva, hogy $v = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

$$v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_r \cdot \left\{ 1 + \frac{1}{\ln \frac{D_e}{d_e}} \cdot \frac{1}{\sqrt{f}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{\pi\mu_0}} \cdot \left[\frac{1}{d_e \sqrt{\sigma_{belső}}} + \frac{1}{D_e \sqrt{\sigma_{külső}}} \right] \right\}}}$$

$$\frac{v}{c} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_r \cdot \left\{ 1 + \frac{1}{\ln \frac{D_e}{d_e}} \cdot \frac{1}{\sqrt{f}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{\pi\mu_0}} \cdot \left[\frac{1}{d_e \sqrt{\sigma_{belső}}} + \frac{1}{D_e \sqrt{\sigma_{külső}}} \right] \right\}}} \quad (2)$$

Ha a távíróegyenlet megoldása a feszültségre $U(x,t) = U_0 \cdot e^{-\alpha x} \cdot \sin(\omega t - \beta x)$, akkor egy olyan jelet vizsgálva, amely két különböző hosszúságú koaxiális kábelben halad, a kábelek végén a kilépő jeleket összetéve Lissajous-görbét kapunk. A görbe akkor alakul egyenessé, amikor a fáziskülönbség teljesül a következő feltétel:

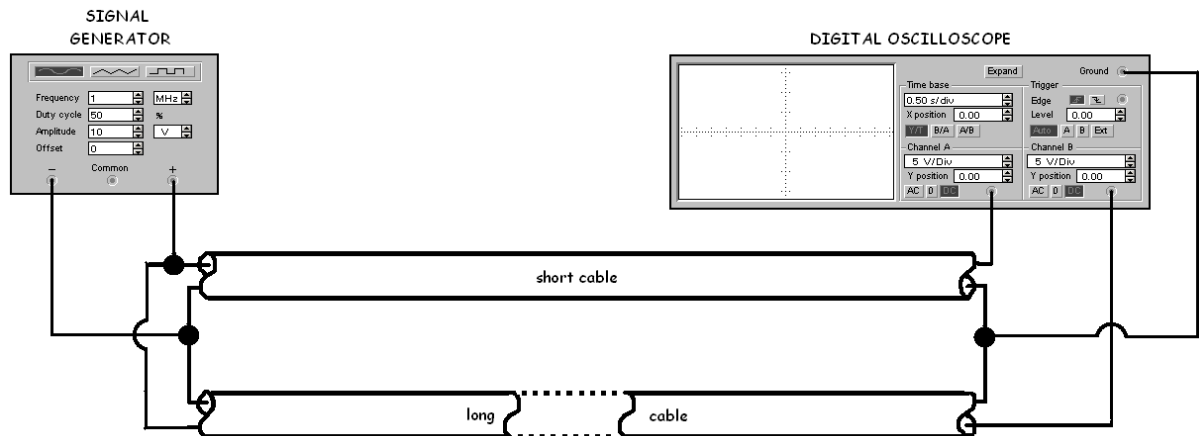
$$\Delta\varphi = \beta \cdot \Delta x = k \cdot \pi, \quad k \in N^*$$

$$\beta = \frac{k\pi}{\Delta x}$$

A fenti összefüggés segítségével meghatározhatjuk kísérleti úton is a sebességet.

Mérési berendezés

Kísérletünk során a következő eszközöket használtuk fel minden méréshez: generátor, két, különböző hosszúságú koaxiális kábel, oszcilloszkóp, számítógép. (3. ábra)



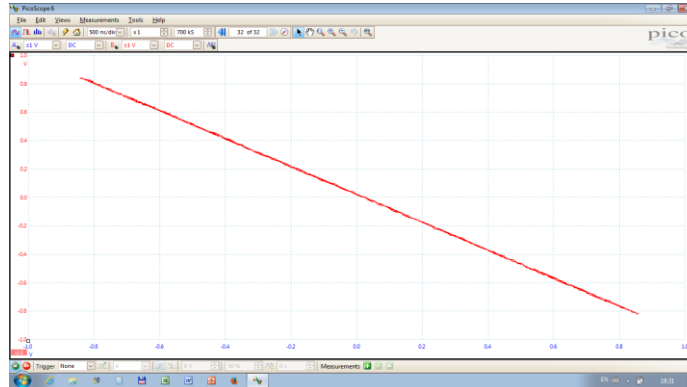
3. ábra

A generátorral (kétcsatornás Tektronix AFG3252) 0-200 MHz frekvencia-tartománybeli szinuszos jelet állítottunk elő, majd a jelet egy T elosztó segítségével a két kábelbe vezettük. A kábelek másik végét a digitális oszcilloszkóphoz (Picoscope 6) illesztettük. Az oszcilloszkópot USB kapcsolattal csatlakoztattuk a számítógéphez, a kábelek végén mérhető elektromágneses jeleket egymásra merőlegesen ábrázoltuk (XY módus beállításával).



4. ábra: A kísérleti eszközök. Az akváriumban folyékony nitrogénes víz az alacsony hőmérséklet eléréséhez

Az így megjelenített jelek Lissajous-görbét alkotnak. A mérés során a görbe alakjának változását tanulmányoztuk a frekvencia változtatásával: mértük azokat az egymást követő frekvenciaértékeket, melyekre a görbe egyenes szakasszá alakul. Tudva, hogy ezekre a frekvenciaértékekre a kábeleken áthaladó jel $k\pi$ fáziskülönbséggel érkezik az oszcilloszkóp-hoz, a v sebességgel terjedő jellel érvényes: $\frac{2\pi f \cdot \Delta x}{v} = k\pi$ (3)



5. ábra: Az oszcilloszkóppal ábrázolt jelek Lissajous-görbéje $k\pi$ fáziskülönbségre egyenes szakasz.

Két kábeltípussal dolgoztunk: 95 m és 1,62 m hosszúságú R58-as koaxiális kábelek segítségével tanulmányoztuk az elektromágneses jel terjedési sebességének hőmérséklet-függését, valamint végeztünk méréseket RG6-os kábelekkel is (1 m és 35 m, illetve 1 m és 199 m összeállításban), szobahőmérsékleten. Két oszcilloszkóppal is végeztünk méréseket, egy Tektronix DDPO/MSO4000 és egy Picoscope 6 típusúval.

Eredmények

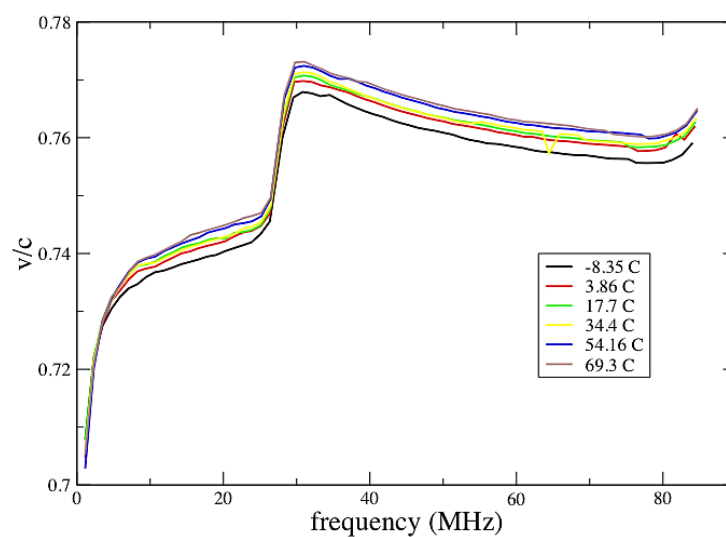
A terjedési sebességet (3.) segítségével kapjuk meg: $v = 2 \frac{f_n}{n} \Delta l$, ahol n a Lissajou-görbe rendje, f_n a neki megfelelő frekvencia és Δl a két kábel közti hosszkülönbség.

A 95 m és 1,62 m hosszúságú R58-as kábeleket használtuk a sebesség hőmérsékletfüggésének tanulmányozásához. A hosszabbik kábel hőmérsékletét fagyasztószelektben ($-8,35$ °C), majd vízben ($3,86$ °C, $17,7$ °C, $34,4$ °C, $54,16$ °C, $69,3$ °C átlagértékekre) közel állandó értéken tartva 1-122 MHz tartományban végeztük a méréseket.

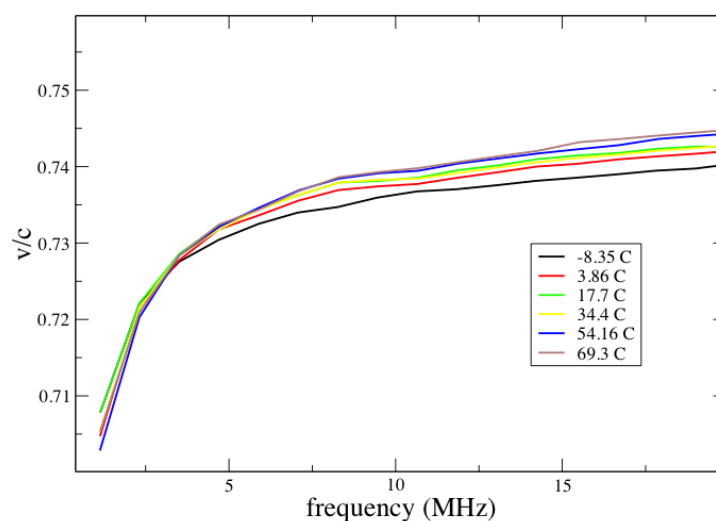
Ábrázolva a sebességfaktor ($\frac{v}{c}$ – ahol c a fénysebesség légüres térben) értékét a különböző hőmérsékletekre a 6. ábrát kapjuk. Megállapíthatjuk, hogy a frekvenciafüggést növekvő trend jellemzi, bár a függvény nem monotonan növekszik. A függvények meredekségének hirtelen ugrásait nem tudjuk magyarázni. Közelebbről megvizsgálva a 0-20

MHz tartományt, a különböző hőmérsékletekre számolt sebességtényezők grafikus képei jól láthatóan elkülönülnek, egyértelmű a sebesség hőmérsékletfüggése. Ez azzal is magyarázható, hogy a kábel már nem közelíthető a veszteségmentes tápvonal modelljével, ahol $\frac{v}{c} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_r}}$, mivel ϵ_r nem függ a hőmérséklettől [11].

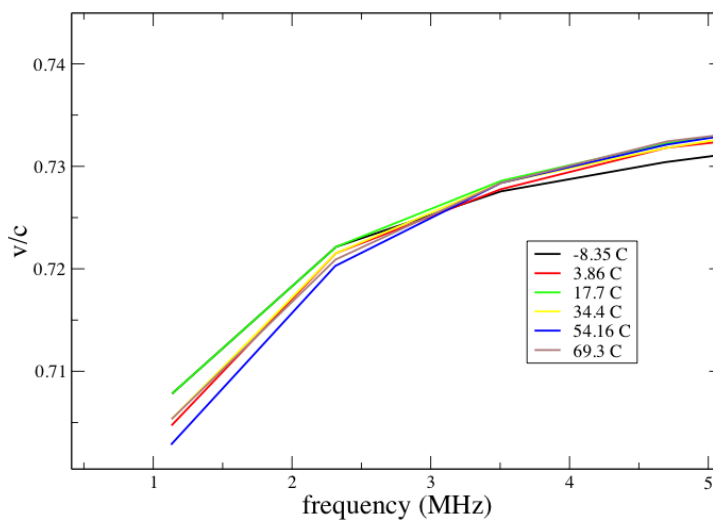
A valóságban tehát érvényes a (2.) kifejezés, a belső és külső vezetők fajlagos vezetőképessége változik a hőmérséklettel, ezért a jel terjedési sebességénél is megfigyelhető a hőmérsékletfüggés. Továbbá az is megfigyelhető, hogy a 4 MHz alatti frekvenciaértékek esetén a hőmérsékletfüggés trendje nem meghatározható.



7. ábra: a sebességtényező frekvenciafüggése 6 különböző hőmérsékletre (RG58-as kábeleken)



6. ábra: a sebességtényező hőmérséklettel való növekedése jól megfigyelhető, ha a grafikont felnagyítjuk a 0-20 MHz frekvenciatartományban



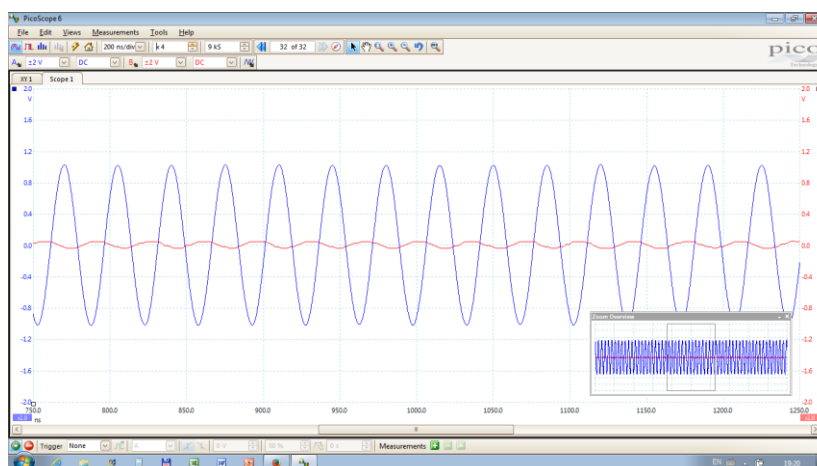
8. ábra: 0-5 MHz frekvenciatartományban nem figyelhető meg a sebességtényező hőmérséklettel való növekvési trendje

A frekvencia növelésével a Lissajous-görbe koordinátatengelyekkel bezárt szöge változik, ennek oka, hogy a különböző hosszúságú kábelek impedanciája változik a frekvenciával. A hiba csökkentéséhez az oszcilloszkóp csatornáin a bemeneti feszültségtartomány változtatásával a vizsgált egyeneseket a koordináta-rendszer szögfelezőjéhez közelre állítottuk be. Első mérősorozatainkban az oszcilloszkópot automatikus módban használtuk, illetve rögzített feszültségekre. Ha az ezekből számolt sebességeket ábrázoljuk a frekvencia függvényében, az előbbiektől (10. ábra) eltérő függvényt kapunk.

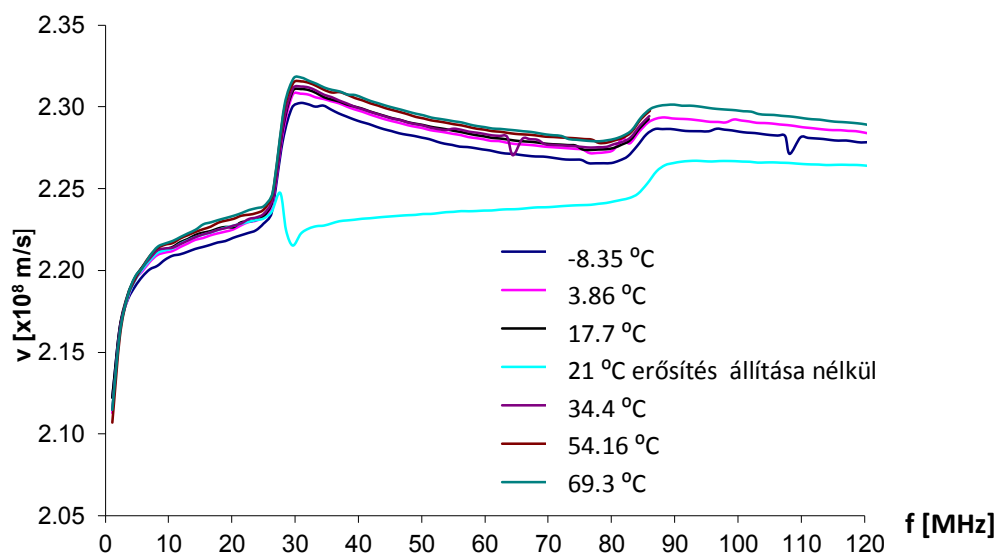
Az RG6 kábelekre viszont nagyobb útkülönbségnél a szögfelezőhöz igazítás nélküli mérések jól egyeznek az állított bemeneti feszültségekkel mért értékekkel (11. ábra). A kisebb útkülönbségre, igazítás nélkül mindkét oszcilloszkóp segítségével megállapított függvények a 10. ábrához hasonlóan a 40-50 MHz tartományban lokális maximummal és minimummal rendelkeznek.

A Lissajous-görbék szakasszá alakulását detektálva fontos odafigyelni az oszcilloszkóp beállításaira, mivel kompenzálás nélkül egy torzított frekvenciafüggést figyelünk meg.

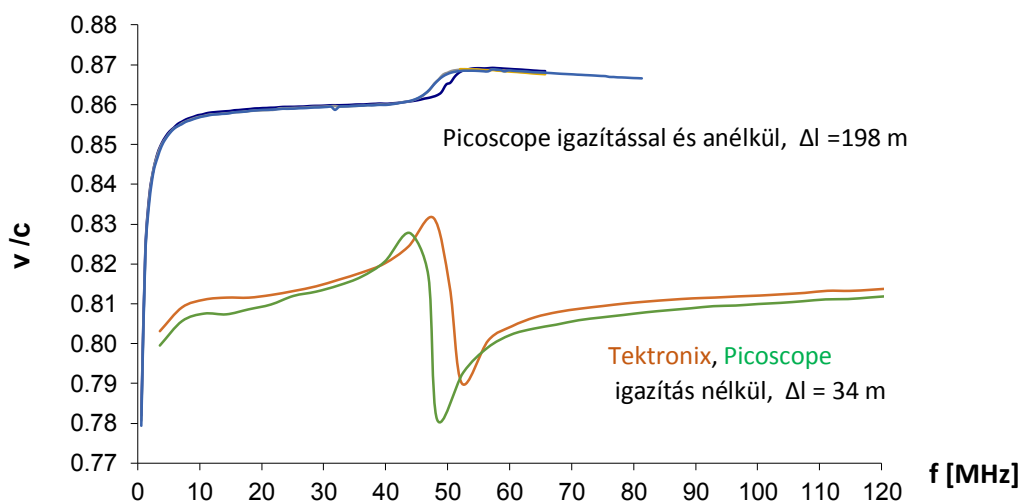
Kolozsvár, 2014. május 15–18.



9. ábra: az egyik csatornán érkező jel amplitúdója minimális. Ha nem alkalmazzuk a fent leírt igazítást, az oszcilloszkóp kijelzőjén XY módban vízszintes, középen párhuzamos szakaszok jelentek meg, görbe vagy egyetlen szakasz helyett. A mérés 21°C-on, 28,58 MHz-re az RG58 kábelre vonatkozik.



10. ábra: A szobahőmérsékleten, Tektronix oszcilloszkóppal, szögfelezőhöz igazítás nélkül mért sebességek frekvenciafüggése eltér a 6. ábrán is megjelenített függvényektől



11. ábra: RG6-os kábel: A szobahőmérsékleten, Tektronix oszcilloszkóppal, szögfelezőhöz igazítás nélkül mért sebességek frekvenciafüggése eltérő

Következtetések

Ha torzításmentes kábel modelljével dolgozunk, akkor $\frac{v}{c} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_r}}$, ahol ε_r a dielektrikum relatív permittivitása. A polietilén dielektromos állandója nem függ a hőmérséklettől, viszont a frekvenciával csökken. Méréseink is ezt igazolják, vagyis a v/c arány frekvenciafüggő, vagyis növekszik a frekvenciával. Arra, hogy a függvény miért nem monoton függést mutat, nem találtunk magyarázatot.

Ha a (2.) képlet alapján számolunk, figyelembe kell vennünk, hogy a belső és külső vezetők fajlagos vezetőképessége a hőmérséklettel csökken, ami egyezik mérési eredményeinkkel: a v/c arány növekszik a hőmérséklettel.

A megfelelő fáziskülönbség azonosításához fontos az oszcilloszkóp bemeneti feszültségtartományát állítani. A sebesség frekvenciafüggésének grafikus képe nem függött a használt oszcilloszkóp típusától, viszont abban a tartományban, ahol a rezonanciaszerű jelenséget megfigyeltük, a beállítások okozták az eltérést (10. ábra 20-30 MHz és 11. ábra 40-55 MHz).

Könyvészet

1. http://en.wikipedia.org/wiki/Speed_of_light#History
2. <http://hu.wikipedia.org/wiki/F%C3%A9nysebess%C3%A9g>
3. http://www.if.ufrj.br/~pef/producao_academica/artigos/2013_toni_1.pdf
4. Zoya B. Popovic, Branko D. Popovic: "Introductory electromagnetics" Prentice Hall 2000, Chapter 18 – Transmission Lines
5. Budó Ágoston: Kísérleti Fizika II, Tankönyvkiadó Budapest 1988
6. Hevesi Imre: Elektromosságtan, Nemzeti Tankönyvkiadó, 1997
7. Long Wavelength Array (LWA) Memo Series [136] S. Ellingson, Dispersion in Coaxial Cables, Jun 01, 2008.
8. Lloyd Butler "Transmission Lines and Measurement of Their Characteristics" Amateur Radio, October 1989
9. BELDEN RG Coaxial and Triaxial reference Guide
10. <http://www.junkosha.co.jp/english/technical/tec4.html>
11. V. Svorčík, O. Ekrt, V. Rybka, J. Lipták, V. Hnatowicz: „Permittivity of polyethylene and polyethyleneterephthalate”