

Tudományos Diákköri dolgozat

Domokos Evelin

Gál Ferenc Főiskola

Pedagógiai Kar

Régi számolási technikák és eszközök alkalmazása alsó tagozaton

Témavezető:

Bontovics Ignác

Főiskolai tanársegéd

Készítette:

Domokos Evelin

Tanító szak

III. évfolyam

2014

Tartalom

Bevezetés.....	2
1. Számolási eszközök bemutatása.....	3
1.1 Legősibb technikák.....	3
1.2. A rovásfa	5
1.3. A kipu	6
1.4. Az abakusz	7
1.5. A Szuan-pan	8
1.6. A szorobán.....	9
1.7. A Püthagorasz-féle számolótábla	10
1.8. A gelosia módszer	11
1.9. Napier pálcikák.....	12
1.10. A kínai szorzás	14
2. Eszközök alkalmazása alsó tagozaton	15
2.1. A kínai szorzás bemutatása és alkalmazása.....	17
2.2. A Napier-pálcikák bemutatása és alkalmazása.....	22
2.3. A szorobán használatának ismertetése és alkalmazása elektronikus formában.....	28
Összegzés	33
Irodalomjegyzék.....	35

Bevezetés

Tanító szakos hallgatóként specializáció keretében a számolási technikák kurzus alatt volt lehetőségem megismerkedni sokféle számolási eljárással. Ekkor fogalmazódott meg bennem az a gondolat, hogy milyen jó lenne ezt akár már alsó tagozaton is megmutatni a gyerekeknek. Vajon, ha több számolási technikával, módszerrel megismerkednek, akkor a számolási képességük is javulni fog? Könnyebben és gyorsabban tudják-e majd elvégezni a nehezebb matematikai műveleteket? Színesebbé tudom-e tenni velük a matematika órákat?

Az emberiségnek nagyon sok ötlete volt, hogy miként is tudja segíteni illetve gyorsítani a számolását. Ezek között vannak gyorsabbak, ötletesebbek, bonyolultabbak és egyszerűbbek, de mindegyiknek megvan a maga szépsége. Én is többet tanulmányoztam és néhányról úgy gondoltam, hogy érdemes az alsó tagozatos gyerekeknek is megmutatni. Megvizsgáltam, hogy mennyire hatásosak, illetve mennyire könnyen kezelhetőek ezek a módszerek a mai gyerekek számára, akik egy technikailag modern világban élnek. A mindennapi életem során elkezdtem figyelni az embereket. Sokan már a telefonjukat hívják segítségül, néhányan papíron számolnak, de láttam felnőtt embereket, akik még mindig az ujjukat használják egy - egy számoláshoz.

Több intézményben mértem fel, hogy az egyes számolási eszközök, illetve technikák milyen mértékben segítik, vagy éppen gátolják a tanulók már kialakult matematikai képességeit. Fontos, hogy csak megmutassuk a különféle lehetőségeket és ne erőltessük rá a gyerekekre, mert mindenkinek más és más a logikai gondolatmenete. Van, aki a legősibb módszert választja, az ujjait, van, aki egyéb számolási eszközöket használ a műveletek elvégzésére, illetve vannak, akiknek nincs szüksége semmilyen módszerre és eszközre, egyszerűen fejben számolnak és gondolkodnak. Ez a téma kettős érzést váltott ki belőlem. Érdeklődést és félelmet, mivel attól, hogy engem érdekelnek ezek az érdekes számolási technikák és módszerek az nem azt jelenti, hogy a gyerekeket is le tudja majd kötni. Megpróbáltam magam a gyermekek helyébe képzelni, hogy számukra melyik lenne a legérdekesebb, és ez alapján választottam ki a bemutatandó technikákat. A matematika órán a gyermekeket még le is fényképeztem, ahogy alkalmazzák az általam ismertetett és bemutatott módszereket az egyes feladatok elvégzése közben. Úgy gondolom, azzal, hogy személyes fotókat is felhasználok a dolgozatomban, ezt a témát még közelebb tudom hozni a dolgozatomat olvasókhoz.

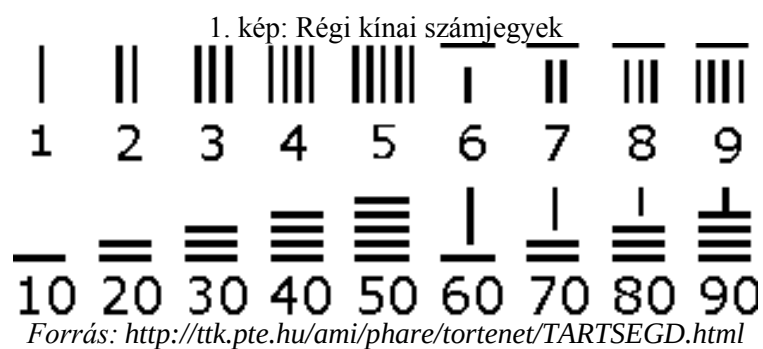
1. Számolási eszközök bemutatása

Napjainkig rengeteg féle számolási eszközt készítettek és használtak az emberek. Egy-egy eszköz országonként más nevet és eltérő felépítést hordozott magában. A feladatuk azonos célt szolgált, megkönnyítették az emberek mindennapjaiban használt számok nyilvántartását és az azokkal való műveletek elvégzését. A dolgozatomban csak néhányat ismertetek belőlük, amelyek jobban elterjedtek vagy érdekesebbek.

1.1 Legősibb technikák

Már a kezdetek kezdetén az ősember a számoláshoz az ujjait használta az őskorban. Mondhatjuk azt, hogy a számolás, a számítás története szinte egyidős az emberiség történetével. Azt tudni kell, hogy az ujj latin neve digitus, amiből az angol digit szó származik, ez magyarul számjegyet jelent. A tízes számrendszer használata is ebből ered, mivel 10 ujjunk van. Érdekességgéppen megemlítem, hogy a kőkorszakban az emberek mikor vadászni mentek tudták, hogy több állatot kell elejteniük, hogy mindenkinek jusson belőle. Tehát használták az eszüket és számoltak. Ha nagyobb számokat akartak kirakni, illetve megjeleníteni, akkor ahhoz már köveket használtak úgy, hogy különféle edényekbe rakták vagy bőrcsíkokra csomókat kötöttek. Azokat az eredményeket, amelyeket a műveletek elvégzése során kaptak, a barlang falába, csontba vagy falapokba faragták bele. Ez a módszer már maradandóbban rögzítette az elvégzett számításokat. A rovásírás alkalmazása nagyon hosszú ideig végig kísérte történelmünket. Érdekesség szintén, hogy i.e. 70 000 körül egy dél-afrikai barlangban okkerkövekre vésett geometriai alakzatokat találtak. A nők havi ciklusának napjait csontokon, köveken számolták, és vonásokkal rögzítették. A 28, 29, 30. vonás után a többitől eltérő vonás következett. A rengeteg csomó és kövek kezelése már hosszadalmas folyamat volt, így eme probléma orvoslására kitalálták az átváltásos számábrázolást. Mezopotámiában a hatvanas számrendszert használták, az angolszászok a tizenkettest, a rómaiak pedig a tízes számrendszert. I.e. Babilóniában írták le a számjegyeket először. Az ókorban a különböző népek a számítások elvégzéséhez kavicsokat, pálcákat és táblákat is használtak. A kalkulálni szavunk latin eredetű, a calculus megfelelője, amely kavicsot jelent. Most is Afrika egyes piacain jellemzőek a porba rajzolt vonalak az adás-vétel elszámolására. Ez abból ered, hogy régen is kézen fekvő volt az apró kavicsok és egyéb kisebb tárgyak használata. Ezeket az apró köveket lassan a pálcikák váltották fel a számolás területén. A

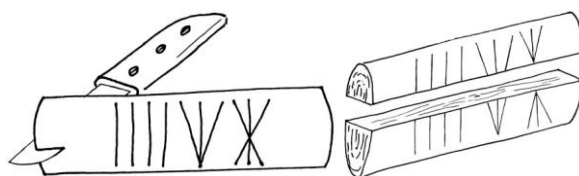
pálcikák jól megmunkált számolási eszközök voltak és tartósak, már I.e. V. században, Kínában is megtalálhatóak voltak. Fontos megemlíteni, hogy a XX. század elején Koreában még így tanítottak számolni.



1.2. A rovásfa

A rováspálcát, amire a jeleket vésték, több országban adósságok feljegyzésére, illetve nyugtaként, elszámolásra használták. A „sok van a rovásán” szólás arra utal, hogy régen a fogadósok a mestergerendára jegyezték, jobban mondva rótták fel a tartozásokat. A hortobágyi számadó pásztorok is sokáig használták az ún. páros rovásfát. Erre annyi jelet véstek, ahány állatot a gazda rábízott a számadóra. Ezután a fát hosszában kettéhasították és egyik fele a gazdánál, a másik a pásztornál maradt.

2. kép: Rovásbot



Forrás: <http://www.magyarrovas.hu/?menu=37>

Hasonló szerepet töltött be a rovásfa Angliában. Ott a bankok is használták „folyószámla” vezetésére. Az angol hagyománytiszteletre jellemző, hogy még a XIX. század elején is alkalmazták őket. Végül az angol parlament 1826-ban betiltotta használatukat és a rováspálcákat elégettette. Az esetről DICKENS (angol író) is megemlékezett egy művében. A rováspálcákat más népeknél is megtaláljuk, igen változatos formában. Az Indiai-óceánban fekvő Nicobar-szigetek bennszülött lakói például a kókuszdiók megszámlálására egy kb. fél méter hosszú bambuszrudat használtak. Ennek egyik végét felhasogatták és ezekre vésték a jeleket. Az oroszok az adósságokat olyan rovásfákra vésték fel, amelyeket egy lyukon keresztül drótkarikára fűztek fel. Az adósság törlesztése után a jeleket vagy lefaragták, vagy elégették a fát. Hasonlóan használták a rovásfát Svájcban is, ahol igen elterjedt volt használatuk.¹

3. kép: Svájci rovásfák a számrovás jeleivel



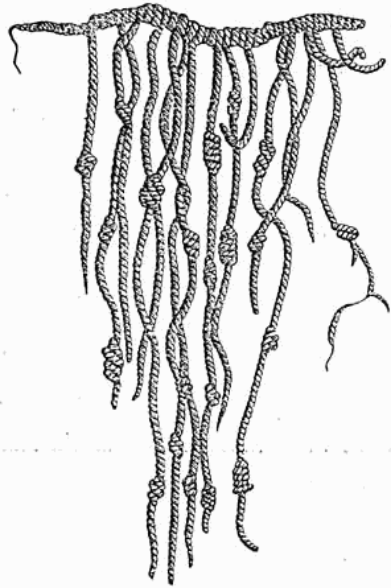
Forrás: Filep László: *A tudományok királynője (A matematika fejlődése)* 1997. (40.oldal)

¹ Filep László: *A tudományok királynője (A matematika fejlődése)* 1997. (39-40 oldal)

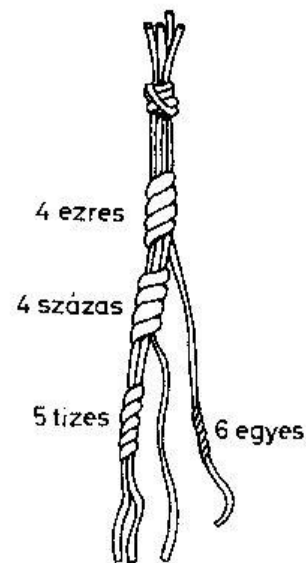
1.3. A kipu

A színes és csomózott zsinórokat kipunak hívják. Ennek a számolási eszköznek az volt a lényege, hogy bizonyos javakat, értékeket illetve uralkodók uralkodási időbeli sorrendjét nyilván lehetett tartani rajta. Egy alap zsinórból állt és rákötött mellékfonalakból. A zsinór színe a tárgyat jelentette, amire az adatok utaltak. Például a kék szín a vallással kapcsolatos volt, a sárga az aranyra, a fehér az ezüstre, zöld a gabonára, a bíbor a hadügyre, a vörös pedig az inkák vagyontárgyaira utalt.

4. kép: Kipu



5. kép: Kipu



Forrás: <http://hu.wikipedia.org/wiki/Kipu>

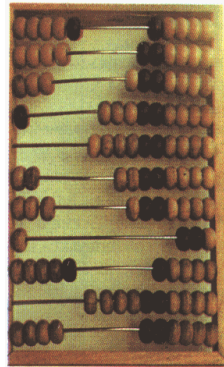
Forrás: <http://morainfo.hupont.hu/42/az-iras-tortenete>

A kipu vastag, hosszú főzsinórból állt, olykor több méter hosszú volt, és erről ágaztak szét a tarka színű mellékfonalak. Ezeket nagyon bonyolult módon összefonták, és csomókba hurkolták. A fonál színe, a hurkolás módja és a száma adta meg a csomó jelentését. Ezt a számolási módszert használták statisztikai összeírásokra, közigazgatási célokra valamint számvitelre.

1.4. Az abakusz

Az abakusz alapváltozatában vágatokba helyezett apró kövekből állt, de később általános formája egy keretbe foglalt dróthuzalokból álló számolási eszköz lett és golyókat lehet rajta mozgatni. A legegyszerűbb abakusz rudain 10 golyó van, és minden golyó egyet ér.

6. kép: Abakusz



Forrás: <http://ttk.pte.hu/ami/phare/tortenet/abakusz.html>

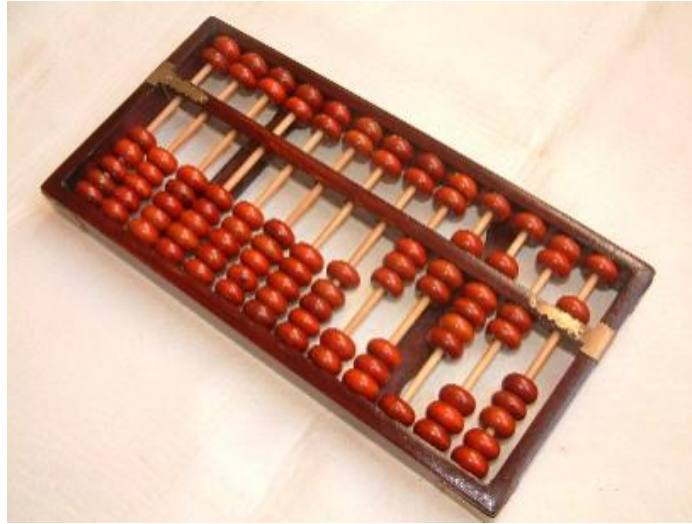
Kínában használták először. Ez a számolási eszköz igen népszerű lett, mivel igen nagy sebességgel lehetett rajta elvégezni az összeadást és a kivonást. Az 1980-as években Oroszországban (akkori Szovjetunióban) még volt, hogy ezzel a 10 golyós változattal számoltak a bevásárló központban a pénztárosok, és csak a végösszeget ütötték be a pénztárgépbe, de a pincéreknél és repülőknél a légikísérőknél is megtalálható volt ez a számoló eszköz. A latin abacus szó és származékai több európai nép nyelvében megtalálhatók: pl. abaco (spanyol), abaque (francia), abak (ukrán), Abakus (német) stb. A nyelvészek szerint a sík felület, deszka, tábla jelentésű görög abax (ἄβαξ) és abakon (ἄβακος) mellett a sémi ābāq (por, kavics) és a berber abaq (mag) lehet az eredete. A világ más részein helyi nevét használják: Számvető (magyar), szcsoti (счёты-orosz), szuan-pan (kínai), soroban (japán), csu-pan (koreai), a ban tuan illetve ban tien (vietnami), kölba (török), choreb (örmény) stb. Ez mutatja, hogy sok helyen "felfedezték" vagy átvéve intenzíven használták. A valószínűleg egymástól függetlenül feltalált eszközök között eltérések vannak, sőt egyes területeken időnként változtattak a felépítésén.² Az abakuszt tökéletesítették golyós számolótáblává, és szinte a XVI. századig használták, az egyetemeken tanítottak is vele szorzást és osztást. Igaz, hogy a modern számolási eszközök kiszorították a régieket, de Kínában, Oroszországban és Japánban még sok helyen alkalmazzák.

² <http://hu.wikipedia.org/wiki/Abakusz>

1.5. A Szuan-pan

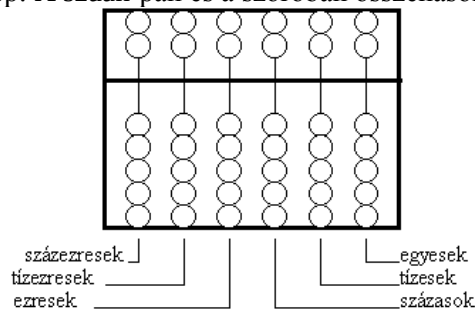
Az abakusz kínai változata a szuan-pan. Ez már választólécet is tartalmazott. A választóléc alatt 5 darab golyó található, melyek természetesen egyet érnek, a választóléc fölött pedig 2 darab golyó helyezkedik el, amelyek darabonként ötöt érnek. Ennek a számoló eszköznek a letisztultabb változata a Japán szorobán.

7. kép: Szuan-pan

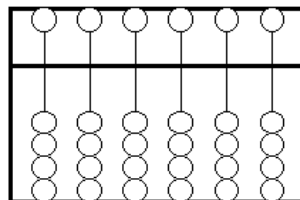


Forrás: <http://hu.wikipedia.org/wiki/Abakusz>

8. kép: A szuan-pan és a szorobán összehasonlítása



Kínai szuan-pan



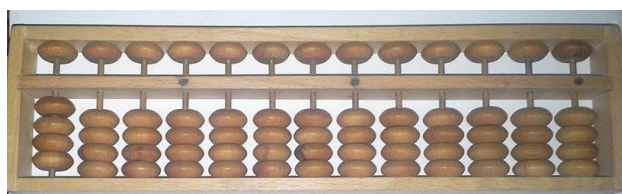
Japán szorobán

Forrás: <http://ttk.pte.hu/ami/phare/tortenet/abakusz.html>

1.6. A szorobán

A szorobánt, mint az előbb említettem Japánban fejlesztették ki. Ez a számolóeszköz is választólécből, oszlopból vagy rúdból áll, páratlan számúból akárcsak a szuan-pan, legtöbbször 13 darabból áll, de létezik 21, 23, 27, 31 oszlopos is. Az ilyen sok rúdból álló szorobánok a nagyobb számok kijelzését vagy a pontosabb számolást teszik lehetővé. A különbség az, hogy a választóléc alatt 4 darab golyó helyezkedik el, ezek a földi gyöngyök, a választóléc felett pedig csak egyetlen egy golyó található, ami ötöt ér, az ő neve az égi gyöngy. A kínai rokonától eltér még az is, hogy minden harmadik rúd jelölve van, ezek lehetővé teszik a nagyobb számok ábrázolásánál az ezres csoportosítást. Az asztalra fektetve, fél kézzel lehet számolni rajta. Az Európában elterjedt változataival szemben hajlékonyabban, könnyebben kezelhető, jóval több tudást igényel. Az orvosok véleménye szerint mind a két agyféltekét igénybe veszi. A szorobán használata során, főleg ha valaki fejben végzi el a műveletet, fejlődik a gyermek képi és szám emlékezete, illetve a fejszámolási képessége is javul. Természetesen, amikor fejben számolnak a szorobánon ellenőrzik az eredményeket. Ez a manuális tevékenység nagyon jól fejleszti alsó tagozaton a finommotorikát, és a figyelmet. A helyi értékek tanulásakor ez az eszköz jól szemlélteti az elsajátítandó tananyagot. Alkalmazásával nemcsak a szellemileg ép és értelmes gyerekek képességét lehet vele fejleszteni, hanem segít az enyhe értelmi fogyatékos vagy diszkalkuliás gyermekeken is.

9. kép: Szorobán



Forrás: Saját fotó

Lehet készíteni fából, bambuszból, fémből vagy rattanból. A szorobánon található gyöngyök két végükön kicsúcsosodnak, ezek legtöbbször fából készülnek, de lehet műanyagból, márványból vagy kőből. Az egyik változatával, a szuan-pannal, még ma is találkozhatunk attól függetlenül, hogy a kisméretű elektromos zsebszámológépek elterjedtek. 1990-ben jelent meg Magyarországon, 1996-tól pedig versenyeket is rendeznek, melyek népszerűsége évről évre csak nő. Már itthon is lehet vizsgát tenni a használatából, majd a sikeres vizsgát igazoló oklevelet Japánban állítják ki.

1.7. A Püthagorasz-féle számolótábla

Püthagorasz-féle számolótábla az ókori Görögországban alakult ki. Ezt a számolási eszközt a matematikai táblázatok ősenek is lehet mondani. A szükséges számítások eredményét egy-egy táblázatba foglalták, és az eredményt erről olvasták le. A műveletek eredményét úgy kapjuk meg, hogy a szorzandót megkeressük a legfelső vízszintes sorban, a szorzót pedig a baloldali függőleges oszlopban. Az alábbi képen szemléltetem a Püthagorasz-féle számolótábla segítségével a $7 \times 8 = 56$ művelet elvégzését.

10. kép: Püthagorasz-féle számolótábla

		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2		2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3		3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4		4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5		5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6		6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7		7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8		8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9		9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10		10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

Forrás: <http://tk.pte.hu/ami/phare/tortenet/szamtabl.html>

1.8. A gelosia módszer

Gelosia módszer más néven rácsos módszer. A szorzás volt az a művelet, amelyet az abakusz segítségével nem sikerült felgyorsítani. Emlékezzünk rá, az összeadásra és a kivonásra igen hatékony eszköz az abakusz. A szorzást meggyorsító új módszer először Indiában, Perzsiában, Kínában és az arab országokban jelent meg. Európában a XIV. sz. elején vált ismertté. Nevét a korai olasz építészet geometrikus, osztott rácsos ablakkereteiről kapta. Ez a fajta számolási eszköz már az arab számokra épül, és egy négyzetrácsot kell készíteni hozzá. Az egyik tényezőt a legfelső sorba kell írni, a másikat pedig a jobb szélső oszlopba /a legnagyobb helyi érték kerül felülre, a legkisebb alulra/. A táblázat maradék részén a négyzeteket átlósan kétfelé kell osztani. Az egyes négyzetekbe az adott oszlop tetején és az adott sor jobb végén álló számjegy szorzatát írjuk úgy, hogy a tízesek az átló fölé, az egyesek az átló alá kerüljenek.

11. kép: Gelosia módszer

	2	4	1	5	
1	2	4	1	5	
2	4	8	2	10	9
4	8	16	4	20	1
1	2	4	1	5	
5	10	20	5	25	7

2415 x 917 = 2214555

Forrás: <http://hirmagazin.sulinet.hu/hu/tudomany/napierfele-szamolocsontok>

A teljes szorzatot úgy kapjuk meg, hogy az ábrán látható ferde sávok mentén összeadjuk a számjegyeket. A jobb alsó sáv adja az eredmény legkisebb helyi értékű számjegyét, a bal felső sáv pedig a legnagyobbat. Ha egy sávban az összeg két számjegyű, akkor az első számjegyet a felette /és tőle balra/ lévő sáv összegéhez adjuk. Ez a művelet szinte azonos azzal, amit ma mi végzünk írásban szorzásnál, azaz ahogy a rész-szorzatokat egy-egy hellyel jobbra tolva írjuk le.³

³ <http://hirmagazin.sulinet.hu/hu/tudomany/napierfele-szamolocsontok>

1.9. Napier pálcikák

John Napier (1550-1617), skót tudós volt, aki a teológia területén tevékenykedett, a matematika tudományával kedvtelésből foglalkozott. Nagyon érdekelték azok a módszerek, amelyek a számításokat könnyítették meg. A gelosia-módszert leegyszerűsítette és kis rudacskákat készített fából. Voltak csontból készült darabok is, azok tartósabbak voltak. Ez a készlet 10 db rudacskából, pálcából állt, és minden rúd egy számjegyet jelölt. A pálcákra nemcsak a számjegyeket írta rá, hanem az adott szám többszöröseit is, a gelosia módszer szerint.

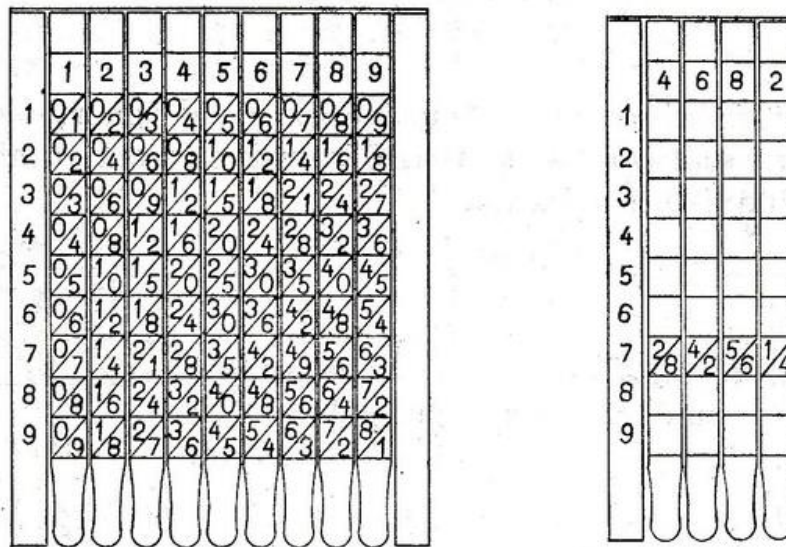
12. kép: Napier-pálcikák



Forrás: <http://hirmagazin.sulinet.hu/hu/tudomany/napierfele-szamolocsontok>

Szorzás elvégzésénél az egyik tényezőnek megfelelő pálcákat rakták egymás mellé, majd a másik tényezőnek a megfelelő sorokból a gelosia-módszer szerint leolvasták a szorzatot. Nézzünk meg egy példát! Szorozzuk be a 4862-t 7-tel! Kiválasztjuk a négyes, a nyolcas, a hatos és a kettes pálcikákat. Egymás mellé tesszük őket, így jön ki a 4862. Ezeket a rudakat az elsőhöz illesztjük, amely 1-9-ig van számozva, és lemegyünk rajta a 7-es számhoz. Ez fogja jelölni, hogy 7-tel szorozzuk az adott számot. A 7-es számmal egy sorban található számokat összeadjuk a sávok szerint, természetesen jobbról balra haladva és úgy is írjuk le. Így tehát jobbról az első szám lesz az eredmény utolsó számjegye. A kapott szám 32774.

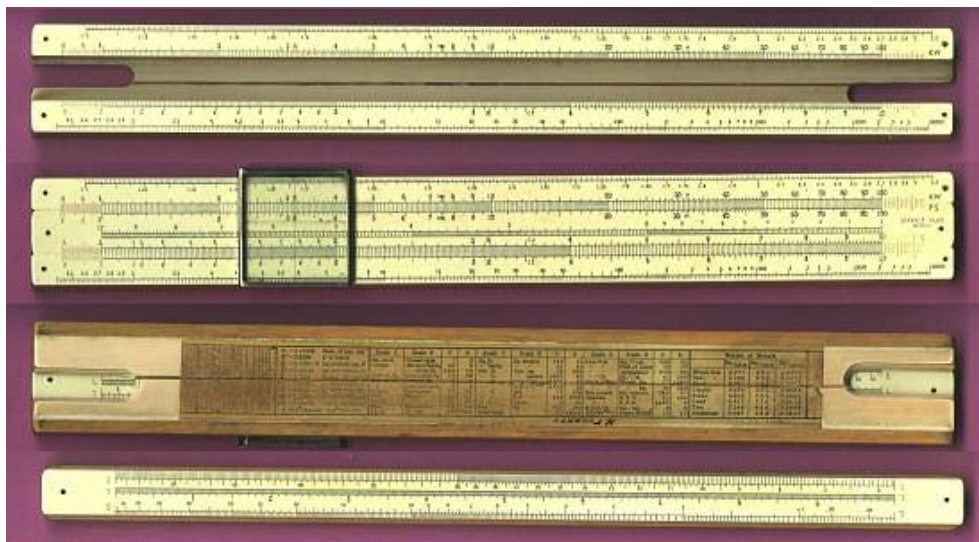
13. kép: A $4862 \times 7 = 32774$ művelet elvégzése Napier- pálcikák segítségével



Forrás: <http://hirmagazin.sulinet.hu/hu/tudomany/napierfele-szamolocsontok>

Nagyon egyszerű volt a használata és még olcsó is volt az előállítása, mégsem terjedt el ebben a formájában. A logarléc viszont a számolópálcákból alakult ki, sokféle számolás elvégzésére alkalmas. Régen fából készült, majd későbbi változataiban már műanyagból vagy fémből.

14. kép: Logarléc

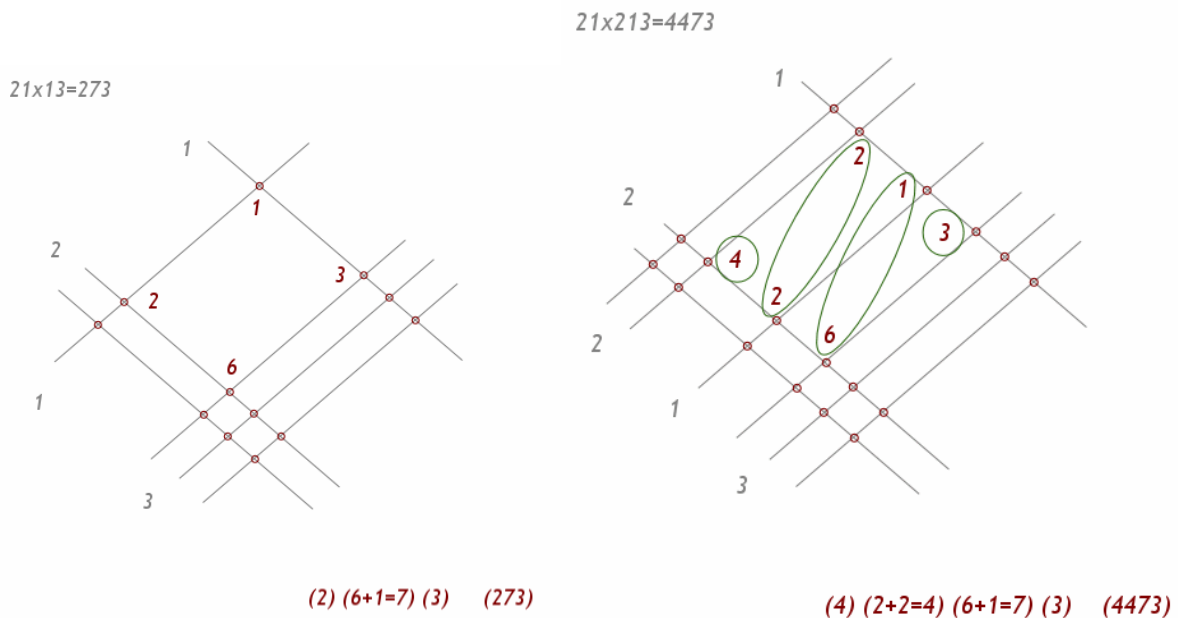


Forrás: <http://tudasbazis.sulinet.hu/hu/informatika/informatika/informatika-6-evfolyam/az-informatika-alapjai/a-szamitastechnika-kezdetei>

1.10. A kínai szorzás

Ezt az érdekes technikát még Krisztus előtt találták fel. Az a lényege, hogy helyi érték szerint felbontjuk az összeszorozni kívánt számokat és értéküknek megfelelő pálcikával reprezentáljuk. A 21-et összesen három pálcikával tudjuk felírni: két pálcika, szünet, még egy pálcika. Ezeket egymással párhuzamosan tesszük le, majd a másik számot, a 13-at szintén ilyen módon rakjuk ki: azaz egy pálca szünet és még három pálca. Ezeket az előző pálcákra merőlegesen tesszük rá. Ezt követően megfigyeljük a helyi értékek szerint elkülönült metszéspontokat. Ha kétjegyű számot szorzunk kétjegyűvel, akkor négy metszéscsomópontot találunk. Ha kétjegyűt szorzunk háromjegyűvel, akkor már hat metszéscsomópontot találunk.

15. kép: Kínai szorzás



Forrás: http://poszto.blog.hu/2007/06/02/szorozz_ahogy_a_kinaiak

Ahol a két tízes érték találkozik, ott a metszéspontok számából megkapjuk az eredmény első számjegyét, ahol a két egyes, ott az utolsót. A közte lévőket pedig egyszerűen összeadjuk, és beillesztjük ezek közé, megkapva a végeredményt.

2. Eszközök alkalmazása alsó tagozaton

A Gál Ferenc Főiskola Szarvasi Gyakorló Általános Iskola és Gyakorlóóvodában kell teljesítenem a kötelező gyakorlatokat. Jelenleg második osztályban hospitálok és tanítok. Már a tavalyi évben elkezdődtek a gyakorlatok, tehát már második éve ismerem a gyerekeket. Egy nagyon jó képességű és közösségű osztály. Nagyon megszerettem őket ez alatt a kis idő alatt. Úgy gondoltam, hogy velük fogom kipróbálni az egyes számolási technikákat és a különböző eszközöket, de ők csak jövőre fogják tanulni az írásbeli műveleteket. Nekem viszont mindenféleképpen szükségem volt arra, hogy felmérjem az írásbeli szorzást a tanulóknál, hogy az általam kiválasztott technikával össze tudjam hasonlítani. A célom eléréséhez a negyedik osztályos tanulókat kértem segítségül, ugyanis a harmadik osztályos tanulók majd csak a második félévben tanulják az írásbeli műveleteket. A negyedikes tanulók osztályfőnöke nagyon segítőkész és rugalmas volt. Láttam rajta, hogy hasznos dolognak tartotta, hogy gyarapítottam a gyermekek tudását. Már alsó tagozatban is nagyon sok órájuk, különórájuk van a tanulóknak, ennek ellenére lehetőséget kaptam arra, hogy a matematika tanításába egy kis izgalmat és játékot vihessek. A játékra ugyanis minden korosztálynak igen is szüksége van. Észre sem veszik, és játék közben tanulnak úgy, hogy jól érzik magukat, nem kötelező tanulásnak élik meg. Az előbb említett idő hiánya miatt csak három számolási technikát tudtam bemutatni a gyermekeknek. Ez a három technika, eszköz, a számomra is legérdekesebbnek és leghasznosabbnak tűnő volt. Fontos szempont volt a kiválasztásnál az is, hogy ne csak azt vegyem figyelembe, hogy nekem érdekes-e az adott számolási technika vagy eszköz, hanem hogy a gyerekeknek az lesz-e. A kínai szorzást, a Napier-pálcikákat és a szorobánt választottam ki.

Miután láttam a lelkesedést a gyermekeken és pozitív visszajelzéseket kaptam, elkezdtem törni a fejem azon, hogyan is tudnék nekik még több érdekes feladatot bemutatni. Sajnos az időhiány miatt ez nem valósulhatott meg, de annyira jó érzés volt látni a csillogó szemeket miközben a műveleteket végezték el az adott technikával, hogy arra a döntésre jutottam, hogy miért ne mutathatnám meg más gyerekeknek is? Lakóhelyemen, Magyarbánhegyesen, a Kossuth Lajos Általános Iskola és a Benka Gyula Általános Iskola 4. évfolyamos tanulóival is megismertettem az eszközöket. Az intézmények nagyon különböznek egymástól. Nemcsak szerkezeti felépítésében, hanem a gyermekek létszámában, képességeiben is. Először is felmértem náluk az írásbeli szorzást, hogy legyen mihez viszonyítani az új eljárásnál kapott

eredményeket. Kétjegyű, illetve háromjegyű számokat kellett egyjegyű számmal összeszorozniuk egy feladatlapon önálló munka keretén belül.

16. kép: Írásbeli szorzás felmérése



Alapvetően jó eredmények születtek mindhárom osztályban. Örültem az eredmények láttán, mivel ez azt jelenti, hogy a pedagógusok munkája nem volt hiábavaló. Természetesen születtek teljesen hibátlan, illetve kevésbé jó dolgozatok. A három osztály létszáma közel azonos. A gyakorló intézmény 4. osztályában 20 fő tanul, a falusi intézmény 4. osztályában 23 fő és a Benka Gyula Általános Iskola 4. osztályában pedig 25 fő. Az osztályokban tanulók átlagosan 15-20 %-a írta meg hibátlanra a dolgozatát mindhárom osztályban. Legjellemzőbb az egy-két hibalehetőség volt, de az észrevételeim alapján ezek a hibák is csak figyelmetlenségből adódóak voltak. Volt, aki 2-3 perc alatt megoldotta a feladatlapon lévő műveleteket, de az a tanuló, aki legutoljára fejezte be, neki is mindössze 10 percbe telt. Mondhatjuk azt, hogy nagyon jól elsajátították az írásbeli szorzás elvégzésének technikáját, tehát magabiztosan tudnak két- és háromjegyű számot szorozni egyjegyűvel írásban. Egyik osztályba sem azonos képességű gyerekek járnak. Van olyan tanuló, akinek azonnal megy fejben a számolás, igaz ő reál beállítottságú. Van, akinek picit lassabban megy a számolás, mivel gondolkodnia kell, hogy mennyi is a két szám szorzata, hiába tanulta meg a szorzótáblát. Annak a gyermeknek, aki nem sajátította el kellőképpen a szorzótáblát, igen nehézkesen fognak eltelni az iskolaévei, sőt az egész élete. Egy ház építésénél is hiába nagyon jó a tető, ha az alapok rosszul lettek letéve. Az egyszer össze fog dőlni, kérdés hogy, mikor? A három számolási technika közül kettő (Napier-pálcikák, kínai szorzás) nem igényli a szorzótábla megtanulását, csupán az összeadás műveletére van szükség. A felmért eredményeket látva, kíváncsian vártam, hogy ezek a technikák, illetve eszközök milyen reakciókat, hatásokat váltanak ki a matematikából jó képességű gyermekekből, illetve azokból, akiknek nehezebben megy ez a tantárgy. Sok információt lehet szerezni a gyerekekről egyetlen új technika bemutatása, majd annak alkalmazása során. A lentiekben külön-külön is részletezem a technikákat, hogyan valósítottam meg, illetve szemléltetem diagramon az észrevételeimet.

2.1. A kínai szorzás bemutatása és alkalmazása

Már a fentiekben említettem, hogy ez a számolási technika igen régi eredetű, még Krisztus előtt találták fel. Az összeszorozni kívánt számokat helyi értékük szerint szétbontjuk, és pálcikával ábrázoljuk azokat. Például a 23×4 műveletet úgy tudjuk megoldani, hogy a 23-at 20-ra és 3-ra szétbontjuk, a 20-at két pálcával a 3-at 3 pálcával jelöljük. Az egyesek és a tízesek között egy kis helyet hagyva, hogy jól elkülönüljenek a helyi értékek. A 4-es szorzót 4 pálcával ábrázoljuk úgy, hogy az előző pálcákra merőlegesen rátesszük. A metszéspontok számából megkapjuk az eredményt. Jól elkülöníthetőek a helyi értékek, ha a szorzó egyjegyű. Mivel a negyedikesek ebben a félévben még nem tanulnak kétjegyűvel szorozni írásban, ezért csak két- és háromjegyű számokat szoroztunk egyjegyűvel. Az előbbi példában is egy ilyet mutattam be, itt még teljesen jól kivehetőek az egyes, tízes és százaskénti értékek. A nagyobb számok esetében, már figyelni kell a helyi értékekre, hogy melyik metszéspont hova tartozik. Mikor elmeséltem a gyakorlós gyerekeknek, hogy egy ősi kínai szorzási módszerrel fogunk megismerkedni a mai órán, teljesen felcsillant a szemük, és láttam rajtuk a kíváncsiságot és az érdeklődést a technika iránt. Mi az órán nem pálcikákkal oldottuk meg a szorzásokat, hanem a vonalakat rajzoltunk, ezek szimbolizálták a pálcikákat. Véleményem szerint sokkal praktikusabb, és így könnyebb a metszéspontokat megszámlálni. Először a táblán bemutattam nekik néhány példán keresztül, majd pár tanulót kihívtam a táblához, hogy együtt csináljuk meg.

17. kép: A kínai szorzás alkalmazása a gyakorlóban



Megkértem azt a diákot, aki a táblánál oldotta meg a műveletet, hogy mondja hangosan, hogy mit miért csinál, melyik az a szám, amelyiket éppen ábrázolja, rajzolja. Már az első példa után nagyon tetszett nekik a kínai szorzás, mindenki jelentkezett, hogy ő szeretne kijönni a táblához, nagyon lelkesek voltak. Miután közösen is gyakoroltuk, hogy is kell az ősi kínai módszerrel szorozni, jöhetett az önálló munka. Mindenkinek kiosztottam egy feladatlapot, melyen szorzások voltak. Minden művelet alatt hagytam egy kis helyet, ahova tudnak rajzolni. Azonnal nekikezdték a feladat megoldásának.

18. kép: Gyakorlós kislány a kínai szorzás alkalmazása közben



Azok a gyerekek, akik szépen rajzolnak, ők nagyon szépen tudták ábrázolni a számokat, teljesen áttekinthető volt a munkájuk. Akik kevésbé rajzolnak szépen, ők is meg tudták oldani a feladatot, de már nem volt annyira esztétikus a munkájuk. Végül is az a lényeg, hogy maga a diák el tudott igazodni a vonalak között, és csak ez számít, hogy értse és élvezze a feladatot. Egy matematikai órán írásbeli szorzásokat elvégezni nem olyan izgalmas feladat, és ennek ellenére mégis mindenki jókedvűen rajzolt, számolt, gondolkodott a kínai módszer segítségével.

Hasonló sikereket aratott a volt iskolámban is ez a technika. Itt is nagyon lelkesek voltak a gyerekek. Mindent úgy tettem, mint a gyakorlóban. Legelőször a táblánál bemutattam a kínai szorzás technikáját, majd kihívtam néhány tanulót, hogy közösen, együtt oldjunk meg pár műveletet az új technikával. Szintén megkértem a táblánál lévő tanulót, hogy mondja hangosan, hogy mit miért tesz, illetve rajzol. Itt is sokan jelentkeztek, hogy ki szeretne kijönni a táblához, de jóval kevesebben, mint a gyakorlóban. Először azt gondoltam, hogy vagy nem voltam elég érthető, miközben bemutattam az új technika alkalmazását, vagy csak nem szeretnek a többi társuk előtt szerepelni. Az idő szűkössége miatt sajnos nem volt lehetőség

arra, hogy mindenki egyesével kijöjjön, és lássam, hogy ki az, aki el tudta sajátítani ezt a technikát és ki nem. Gyorsan kiosztottam a feladatlapokat, hogy el tudják kezdeni az önálló munkát, ők azonnal hozzá is kezdtek a műveletek elvégzéséhez.

19. kép: Magyarbánhegyesi tanulók a kínai szorzás alkalmazása közben



Körbejártam az osztályt, figyelve azt, hogy ki az, aki hozzá sem tud kezdeni a feladathoz. Néhány tanulónak csak egy kis biztatásra volt szüksége és már rajzolta is a vonalakat. Volt olyan gyermek is, aki ugyan magabiztosan rajzolta a vonalakat, számolta a metszéspontokat, csak egy teljesen más és sajátos technikát alkalmazva, ami inkább rajzórán lett volna hasznosabb. Neki nem igazán sikerült elsajátítani ezt a technikát ilyen kis idő alatt, de lelkesen rajzolgatott, amit még rajzórán kamatoztathat is. Nagyon örültem annak, hogy az osztály nagy részének viszont nem okozott gondot a kínai szorzás.

A Benka Gyula Általános Iskolában egyszer jártam csak, mikor versmondó versenyt rendeztek és a közönség soraiban ültem. Már akkor feltűnt, hogy nagyon közvetlen és kedves pedagógusok vannak az iskolában. Ezért is esett a választásom erre az iskolára, gondolva azt, hogy szívesen fogadják, ha a tanulókat régi számolási módszerekkel ismertetem meg. Természetesen, mikor felkerestem őket, nagy lelkesedést mutattak az ötletem iránt. Szintén az alsó tagozat negyedik osztályos tanulóknak mutattam be a régi számolási módszereket. Itt is ugyan úgy tettem, mint az előző két osztálynál. Felmértem elsőként az írásbeli szorzást, hogy tudjam majd az eredményeket mihez viszonyítani. Ezután a táblánál ismertettem a kínai szorzás alkalmazásának technikáját, majd kihívtam pár tanulót a táblához, hogy együtt oldjunk meg néhány műveletet. Ezután következett az önálló munka. Első látásra úgy tűnt,

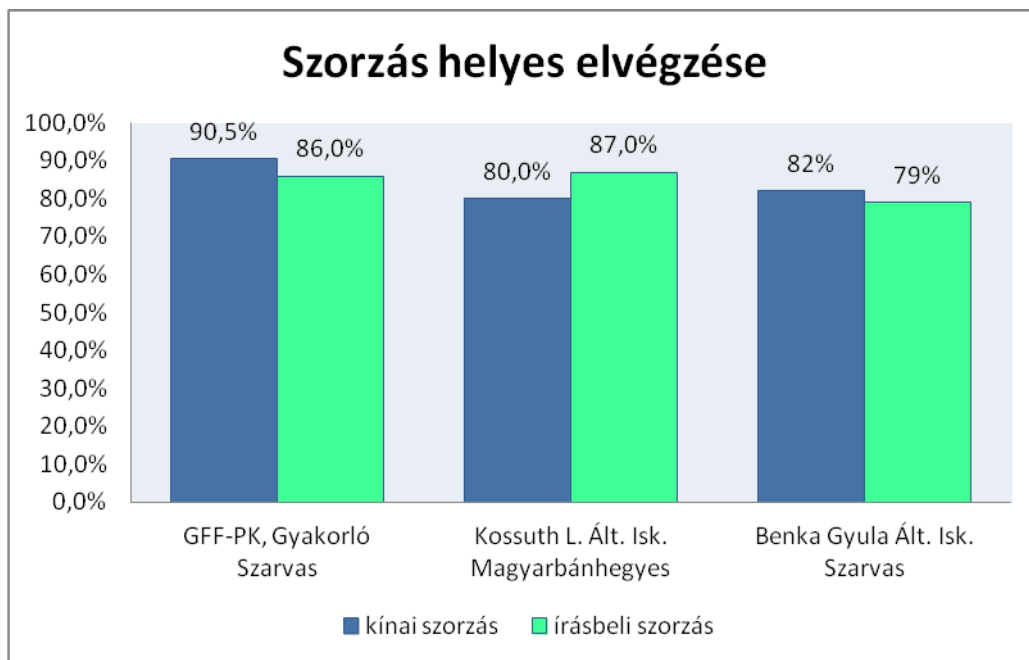
hogy mindenki érti a kínai szorzás lényegét, mert csendben, ügyesen dolgoztak, teljesen belemerültek a feladatukba. A kijavított dolgozatok eredményei is ezt mutatták, hogy értették az új számolási technikát. Nagyon sok hibátlan dolgozat született. Az egy két hibák itt is figyelmetlenségből adódóak lehettek. Az osztály átlagát az a néhány tanuló dolgozata húzta le, akinek kevés volt az idő ahhoz, hogy kellő képen elsajátítsa a technikát, vagy a helyi értékekkel nem igazán volt tisztában.

20. kép A kínai szorzás alkalmazása a Benka Gyula Általános Iskolában



Mindhárom intézmény tanulóinak eredményeit összehasonlítottam. Mind a három osztályban nagyon jó eredmények születtek. A gyakorlós gyerekek együtt 90,5 %-osra írták meg a dolgozatot, melyet a kínai szorzás technikájával kellett elvégezniük. Az osztály fele hibátlanra teljesítette a feladatokat. Az osztály másik felének is szinte csak egy-egy hibája lett. A Magyarbánhegyesi iskola tanulói hasonlóan jól teljesítettek. Ők osztály szinten 80%-ot értek el. A tanulók 40%-ának hibátlan lett a dolgozata. Az többi gyermeknek is főként egy hibája volt. A Benka Gyula Általános Iskolában 82 %-ot értek el a tanulók. Itt is sok hibátlan dolgozat született, a gyerekek 32%-a hibátlanul dolgozott. Az osztályok átlagát azok a tanulók dolgozatai húzták lejjebb, akik nem tudták megfogni a kínai szorzás lényegét, vagy esetleg figyelmetlenek voltak és elszámolták a metszéspontokat. Az új technikával megoldott dolgozatok és az írásbeli szorzások eredményeit a 1. számú diagramban ábrázoltam.

1. Diagram: Összehasonlítás

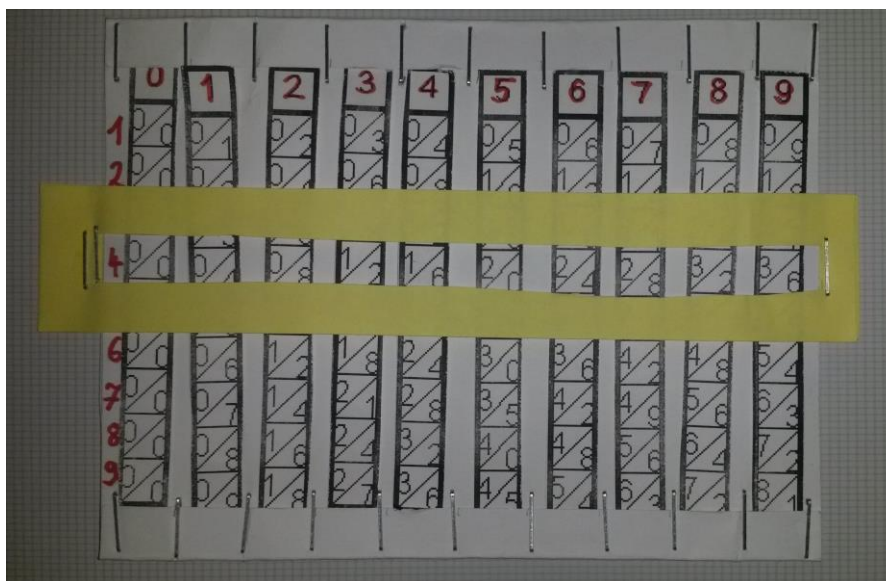


Az ábrán is nagyon jól látszik, hogy az osztályok nagy része elsajátította az általam bemutatott és alkalmazott ősi kínai szorzási módszert. Leginkább azoknak a gyerekeknek ment jól az új technika alkalmazása, akik vizuális típusúak, illetve akiknek nem megy úgy az írásbeli szorzás, ahogy korához illően kellene. Ezzel a módszerrel nemcsak, hogy sikerélményük volt, de az óra végén boldogan jelentkeztek mikor megkérdeztem, hogy kinek tetszett ez a típusú megoldás. Látni a csillogást egy gyermek szemében azért, mert örül, hogy neki is sikerült megoldania és még élvezte is, ez felbecsülhetetlen érzés. Hibátlanul megoldotta az egyébként matematikából kítűnő gyermek is, de mivel neki az írásbeli szorzás is nagyon jól megy, azt sokkal gyorsabban elvégezte volna, de ettől függetlenül ők is gyermeki izgatottsággal végezték el a feladatukat az új eszközzel. Ez a módszer nagyon jól fejleszti a szem- és kézkoordinációt, a térlátást, és a finommotorikát, mivel a vonalak és a metszéspontok rajzolása, elkülönítése szükséges ehhez a feladathoz.

2.2. A Napier-pálcikák bemutatása és alkalmazása

A kínai szorzáshoz hasonlóan, ennél a számolási technikánál sem szükséges az, hogy valaki nagyon jó képességű legyen matematikából, és mégis sikeresen végezheti el azokat a műveleteket, melyben szükséges a szorzótábla alkalmazása fejben. Elég egyszerűen az is, ha ismerjük a számokat és el tudjuk végezni az összeadás műveletét. A Napier-pálcikák eredetileg, benne van a nevében is, fából készültek. A fentiekben már részletesebb leírást adtam róla, de röviden annyi, hogy 10 rúdból áll és minden rúd egy számjegyet jelöl, de nemcsak a számjegyeket tartalmazza, hanem az adott szám többszöröseit is, a gelosia módszer szerint. Sajnos eredeti formájában nem tudtam kivitelezni a gyerekeknek, mert mindenféleképpen szerettem volna, hogy minden tanulónak külön legyen egy saját eszköze, amelyen elsajátíthatja az új számolási technika alkalmazásának módszerét. Kitaláltam hát, hogy papírból fogom megvalósítani. Az eredmény a 19. képen látható.

21. kép: Saját készítésű Napier-pálcika papírból



Először kinyomtattam, majd kinyírtam a kis pálcikákat, ami természetesen papírból van, de most hívjuk őket pálcikának, hogy könnyebben megértsük a magyarázatot. Miután kinyírtam őket, azon gondolkodtam, hogyan is tudnám a legegyszerűbb módon szemléltetni az eszköz használatának lényegét. Ekkor pattant ki a fejemből, hogy mi lenne, ha egy kis csúszka lenne a segítségünkre ebben a feladatban. Ezután elkészítettem a pálcikáknak a tartóját, amire rászerkesztettem a mi kis csúszkánkat (a 19. képen látható sárga színű, mozgatható, közepén lyukas papírcsík). A tartókban összesen több mint 500 db tűzőgép kapocs található. Miután elkészültek a számolási eszközök, vihettem is a gyerekeknek bemutatni. A gyakorlóba vittem

be elsőnek. Először, a név hallatán, hogy Napier-pálcikák, furán néztek rám, hogy mi is lehet az. Felírtam nekik a táblára, hogy ne csak hallják ennek a módszernek a nevét, hanem lássák is, így jobban fognak rá emlékezni. Miután elmeséltem nekik, hogy mi is ez a módszer, illetve hogy nem tudtam kivitelezni az eredeti anyagában, de mindenkinek készítettem egyet papírból, következett a technika bemutatása, melyet nagy figyelemmel, érdeklődéssel és kíváncsisággal hallgattak a gyerekek. Ezt követően mindenkinek kiosztottam egy számolási eszközt, és közösen oldottunk meg vele szorzásokat. Ők a helyükön a padra fektetve számoltak vele, én a táblára felírva számoltam velük együtt, majd önálló munka keretén belül kellett megoldaniuk a feladatlapon lévő szorzásokat a Napier-pálcikák alkalmazásával.

22. kép: Gyakorlós gyerekek a Napier-pálcikák alkalmazása közben



Ennél a technikánál is ugyanolyan lelkesek voltak a gyerekek, mint a kínai szorzás tanulásakor. Nagyon érdekes volt számomra az, hogy bemutattam nekik a technikát, és volt, aki kicsit másképp alkalmazta a Napier-pálcikákat. Én úgy mutattam meg nekik, hogy a művelet elvégzéséhez szükséges pálcikákat helyezték el a tartóban úgy, hogy pontosan illeszkedjenek egymáshoz, ne legyen az egyik pálcika feljebb vagy esetleg lejjebb a másikhoz képest. Ezután a csúszkánkat a megfelelő számhoz csúsztattuk, és az ott látott számokat a sávok segítségével összeadtuk. Az osztály nagy része így kezdte el megoldani a feladatokat, nekik könnyebb volt úgy, hogy a csúszkát használták. Segítette őket eligazítani a számok rengetegében. Volt viszont olyan gyermek, aki úgy vélte, hogy neki nincs szüksége csúszkára, sőt sokkal gyorsabban oldja meg a feladatokat, ha a tartót sem használja. Egyszerűen egymás mellé kirakta a pálcikákat a padra, amelyek az adott műveleteknél kellett. Ezt követően csak leszámolt annyi négyzetet, amennyivel szoroztuk az adott számunkat. Sokkal gyorsabban kész lettek, mint azok, akik berakosgatták a tartóba a pálcákat és a csúszkát alkalmazták.

Természetesen nem ragaszkodtam a csúszkás megoldáshoz, sőt örültem, hogy mennyire kreatívak a gyerekek. Nem az a lényeg, hogy azon az úton jusson el a célhoz, amit én megmutattam, hanem hogy eljusson odáig. Itt is szintén azoknak a tanulóknak volt sikerélménye és nagyobb élménye, akiknek egyébként nem a legjobb a matematikai képességük. Azok a tanulók viszont, akik nagyon jó logikával, jó fejben számolási képességgel rendelkeznek, annyiban jelentett gondot, hogy már rég megoldotta volna a feladatokat, ha a tanult írásbeli szorzás módszerét alkalmazza, de így még pakolgatnia kellett, leszámolni az adott számig, sávonként összeadni, majd leírni a számokat. Sokkal bonyolultabb és hosszabb feladatnak élték meg. Ezek a gyerekek ettől függetlenül hibátlanra teljesítettek, esetleg egy-két hiba fordult elő.

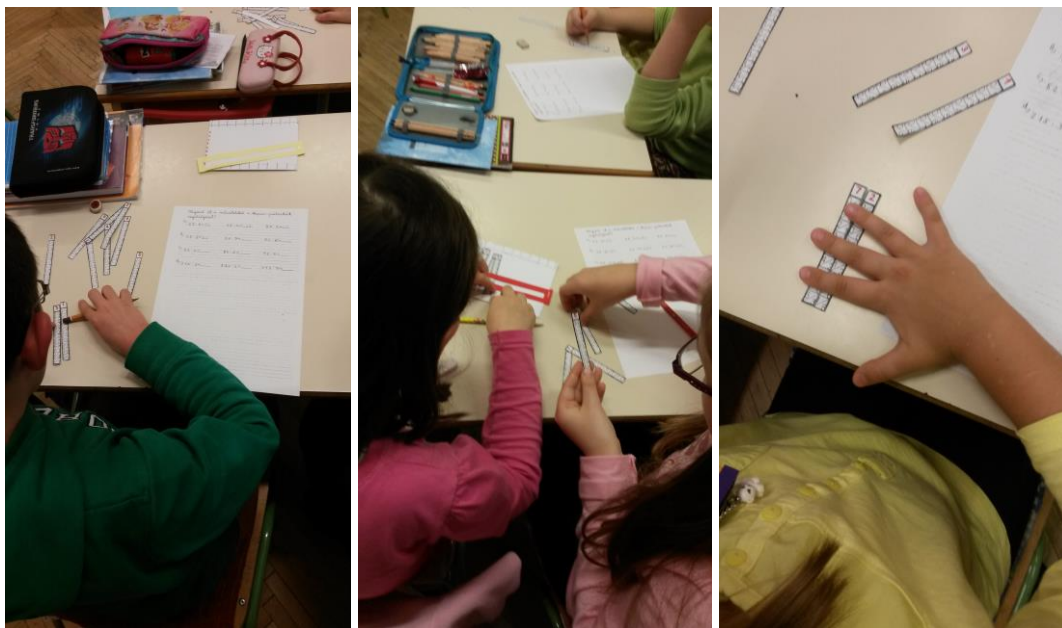
A Magyarbánhegyesi gyermekek nagy része szintén nagyon ügyesen elsajátította a Napier-pálcikák alkalmazásának technikáját. Itt is a bemutatással, majd a közös gyakorlással kezdtük a technika elsajátítását. Nagyon lelkesen és becsületesen rakosgatták a tartóba a pálcikákat, ebben az osztályban nem jöttek rá az egyszerűbb megoldásra. Azoknak a gyermekeknek, akik kevésbé boldogultak a pálcikák behelyezésével, én magam mutattam meg az egyszerűbb kivitelezést. Volt, akinek nagy segítség volt, és már neki is látott a műveletek megoldásához, de volt, akinek ez sem segített. Remélhetőleg ők is el tudják majd sajátítani a technika lényegét, csak elsőre kevés volt ez az idő nekik ehhez a feladathoz. Megnyugvás volt számomra az, hogy az osztály nagy részének sikerült megérteni a Napier-pálcikák alkalmazásának technikáját. Az óra végén az egyik gyermek csak annyit mondott: „Tanító néni én nagyon élveztem!” Ezzel az egy mondattal az egész napomat bearanyozta.

23. kép: A Magyarbánhegyesi tanulók a Napier-pálcikák alkalmazása közben



A Benka Gyula Általános Iskola tanulói is nagy izgatottsággal figyelték és hallgatták, hogy mit mondok az új számolási eszközről. A Napier-pálcikák használatának bemutatása és alkalmazása ugyan olyan sorrendben történt, mint a másik két iskolában. Ami eltérő volt az előző két iskolához képest, hogy volt olyan tanuló, aki jelentkezett, hogy nem érti. Választási lehetőséget adtam a tanulóknak, hogy aki nem érti, az velem együtt oldja meg a műveleteket. Újra, lassan elmagyaráztam, és közösen oldottuk meg a műveleteket. Ezután kezdtek neki az önálló munkához. Örültem, hogy a kreativitás szintén jelent volt az órán. Az egyik kislány a pálcikákon szükséges sort a két kicsi ujjá közé vette, és máris könnyedén el tudott igazodni a számok rengetegében. Gyorsan tudott így dolgozni. Nagyon jó eredmények születtek, és a dolgozatokat látva, azt a következtetést vontam le, hogy vagy teljes mértékben elsajátította a tanuló a technika alkalmazását, vagy sajnos egyáltalán nem sikerült neki. Örülök, hogy az osztály nagy részének hibátlan lett a dolgozata, és hogy csak néhány tanulónak nem ment. Biztos vagyok abban, hogy több gyakorlással ők is magabiztosan és helyesen tudnának a Napier-pálcikákkal szorzást elvégezni.

24.kép: Benka Gyula Általános Iskola tanulói a Napier-pálcika alkalmazása közben

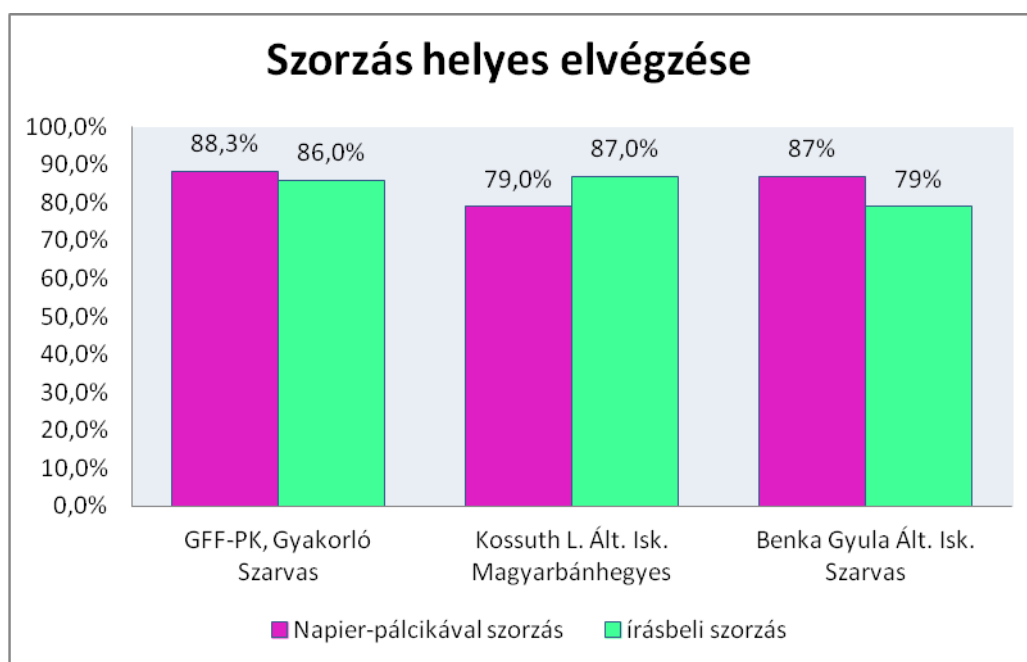


Az óra végén az egyik kisfiú odajött hozzám és megkérdezte, hogy a Napier-pálcikákkal lehet osztani? Nagyon örültem ennek a kérdésnek, mert ez is azt mutatja, hogy felkeltette a gyermek érdeklődését az új eszköz és nemcsak kötelességszerűen végezte el az órán a feladatokat. Igen, a Napier- pálcikákat osztásra is lehet használni. Egy adott osztás elvégzésénél az osztót kirakjuk Napier- pálcikákból, és így kvázi megjelenik az osztónak a bennfoglaltó táblája. Innentől pedig az osztást az írásbeli osztás szokásos algoritmusá szerint

végezzük el. A következő angol nyelvű internetes oldalon konkrét példákon keresztül bemutatja az osztás műveletét. (<http://homeworkz.info/division-using-napiers-bones/>)

A három intézmény negyedik osztályos tanulóinak az eredményeit itt is összehasonlítottam. A gyakorlóban a gyerekek összteljesítménye 88,3%. A tanulók 45%-ának hibátlan lett a dolgozata. A Kossuth Lajos Általános Iskola tanulói osztályszinten 79%-ot értek el. Ebben az osztályban a tanulók 22%-ának lett hibátlan a dolgozata. Benka Gyula Általános Iskola tanulói 87%-ot értek el, és az osztály felének hibátlan lett a dolgozata. Mind a három osztályban leginkább az egy-két hibalehetőség volt a jellemző. A Magyarbánhegyesi osztály eredményeinek átlagát azoknak a gyerekeknek a dolgozata rontotta, akiknek nem igazán sikerült elsajátítani ennek a számolási technikának az alkalmazását ilyen kis idő alatt, illetve ha pontatlanul illesztették egymás mellé a pálcikákat. A Napier-pálcikákkal végzett feladatok teljesítményét és az írásbeli szorzások eredményét a 2. diagramon szemléltetem.

2. diagram: Összehasonlítás

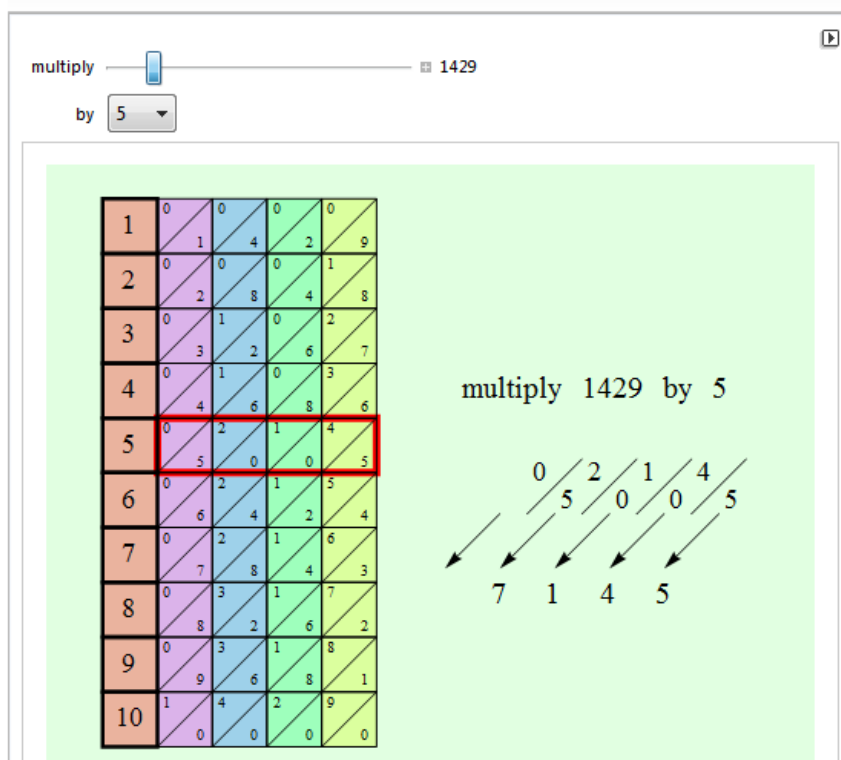


Az általam készített Napier-pálcikák bemutatása után a pedagógusok is bekapcsolódtak a feladatok megoldásába, nagy érdeklődést mutattak a módszer iránt. Nagyon örültem ennek, hogy nemcsak a gyermekek figyelmét tudtam lekötni, hanem a pedagógusokét is. Az óra végén több pedagógus is kért tőlem egy-egy eszközt, mivel szeretnék még használni a későbbiekben. Jó dolog lenne, ha be lehetne szerezni a Napier- pálcikákat eredeti formájában és anyagában az osztályok számára, vagy akár technika óra keretén belül a gyermekek is

elkészíthetnék a saját Napier-pálcikájukat. A szülővel közös program lehetne a rudakat méretre vágni és lecsiszolni. A technika órán pedig ki lehetne faragni, vésni az átlókat fafaragás tananyag keretén belül. Az ügyesebbek a számokkal is megpróbálkozhatnának, de akár egy filctoll is elég lehet a számok felírásában. Próbáltam interneten keresni interaktív programot, ami virtuálisan szemlélteti a Napier pálcákat. Számomra az egyik legszimpatikusabb a WOLFRAM MATHEMATICA nevű programmal megírt animáció.

25.kép. Napier-pálcikák alkalmazása az interneten

Napier's Bones



Forrás: <http://demonstrations.wolfram.com/NapiersBones/>

Ez ugyan angol nyelvű, de használata egyszerű, és csak a számokat kell figyelni. Az animáció futtatásához itt szükséges a Wolfram Player telepítése, amit az előbbi oldalon le is tudunk tölteni. Ez azért is hasznos, mert rengeteg animáció érhető el még itt, kisiskolások számára.

A Napier-pálcikák jól fejlesztik a finommotorikát, a szem-kézkoordinációt és a rész-egész viszony felismerését.

2.3. A szorobán használatának ismertetése és alkalmazása elektronikus formában

Sok iskolában alkalmazzák a szorobánt a tanórákon, szakkörökön és versenyeket is rendeznek belőle. A szorobán egy remek számolási eszköz, ezért is esett a harmadik választásom erre az eszközre. A szorobán hasznosságáról számos helyen lehet olvasni. (Internetes forrás: 18-21.) Belegondolva, hogy a legtöbb gyermek otthonában van internet szolgáltatás, miért is ne mutathatnám be nekik virtuális formában? Így könnyen elérhető lenne a számukra, ha kedvük támad szorobánozni. Ugyanis egy jó minőségű szorobán ára elég magas, és nem mindenki teheti meg, hogy megvegye a gyermekének, de ha már az internet úgylis elő van fizetve, akkor kössük össze a kellemest a hasznossal. A szorobán használata nincs a matematika tantárgy tananyagában a vizsgált intézményekben, ezért a pedagógusok örültek ennek az ötletnek is. A szorobán használatának bemutatása az általam bevitt szorobánon történt, ám a gyakorlati alkalmazása virtuális formában valósult meg. A Gál Ferenc Főiskola Pedagógiai Karának egyik informatika termében tudtam megvalósítani ennek a számolási módszernek a megtanítását. Az interneten fellelhető virtuális szorobánok közül én a Mozaik Tankönyvkiadóét találtam a legalkalmasabbnak, amely a <https://www.mozaweb.hu> weboldalon található meg. Legelső feladat a számok ábrázolása volt. Nekik ez rutin feladatnak minősült. Az első osztályos tanulónak azonban még csak most kezd kialakulni a számfogalma, így ez az eszköz nagyon sokat segíthet neki az alapok megszilárdításában. A matematika tanítás kezdeti szakaszán a gyermek már különböző absztrakt fogalmakkal ismerkedik meg, és a pedagógusoknak kötelességük, hogy a fogalmakat gondos, alapos szemléltetéssel alapozzák meg. Első osztályban a cselekvő (manipulatív) szemléltetést, amely a legerősebb szemléltetési mód, feltétlen alkalmazniuk kell. Ennél az osztálynál a tanító jól lefektette az alapokat, amit az eddigi eredmények is mutatnak. A következő lépés a szorobánon az összeadás művelete volt. A jelentkezések számából mertem azt a következtetést levonni, hogy mindenkinek nagyon jól ment az összeadás a szorobánon.

26. kép: Gyakorlós gyerekek az elektronikus szorobán használata közben



Az összeadandó számok számjegyeinek növelésével egyre izgalmasabbá váltak a műveletek. Nem mértem fel önálló munka keretén belül, hogy mennyire tudták elsajátítani a szorobán használatát. Volt olyan gyermek, aki már jelentkezett is, hogy ő tudja és szeretné mondani a helyes választ, pedig éppen, hogy felírtam a táblára a két számot, melyet össze kellett adni. A 22. képen éppen ez a szituáció látható. Természetesen, hogy legyen kellő motiváció, versenyt rendeztem. Ki tudja leghamarabb ábrázolni, majd összeadni a felírt két számot? A nagyon gyorsan számoló gyerekek között alakult ki inkább a verseny, a többiek szépen, lassan értek célba.

27. kép:



Láttam, hogy néhány tanulónak nem a helyes eredmények jöttek ki. Míg velük külön foglalkoztam, hogy a többiek se unatkozzanak, írtam még a táblára pár összeadás műveletet.

Itt is az a probléma állt elő, hogy az elején lemaradtak és nem tudták megalapozni a szorobán használatának technikáját. Remélhetőleg a többszöri magyarázat után sikeresen tudtak tovább lépni az új módszer következő lépcsőfokára. Ha két olyan számot adunk össze, ahol tízes átlépés történik, akkor szükségünk van a számok bontott alakjára. Az egyik legjobb módszer a bontás megtanulására. A kivonás műveletét is bemutattam és gyakoroltuk.

28. kép:



Ezen az órán sokkal jobb volt a gyermekek aktivitása. A szorobán a felfedezés öröme nyújtja a jók számára, a gyengébb képességű gyermekeknek viszont sikerélményt ad. A pedagógus munkáját is megkönnyíti, ugyanis a fegyelmezés aránya jóval lecsökken a tanítási órán, mivel a tanuló figyelmét leköti, és aktívan részt vesz az órán.

Kaptam még egy alkalmat a gyakorlóban, akkor már csak öt tanulóval szorobánoztunk. A tanító segítségével választottam ki ezt az öt főt, akik az osztályban a legjobbak matematikából. Három fiú és két lány alkotta ezt az öt fős csapatot.

28. kép: Szorobán öt fővel



Ezen az órán már a szorzás műveletét sajátíthatták el a tanulók. Háromjegyű számot szoroztunk egyjegyűvel, majd kétjegyűvel. A virtuális szorobán használata a szorzásnál még

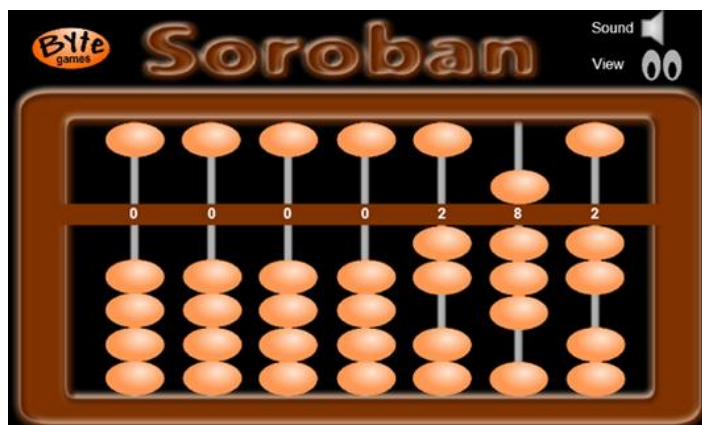
több figyelmet és koncentrációt igényelt. A hagyományos szorobánon a kézzelfoghatóság miatt sokkal könnyebb a szorzás, itt viszont mindent fejben kell tartani. Melyik számot szoroztam már melyikkel, ha egyjegyűvel szorzok, akkor melyik oszloptól kezdem, ha kétjegyűvel akkor melyik oszloptól. Az öt tanuló jól vette az akadályokat, szinte verseny alakult ki közöttük, hogy ki szorozza hamarabb össze a táblán lévő műveletet. Nagyon örültem a lelkesedésüknek, és persze, hogy szinte hibátlanul oldották meg a feladatokat. Az előző alkalom után többen is jelezték, hogy otthon is szoktak szorobánozni. Úgy gondolom, hogy ezek a visszajelzések alapján már megérte, hogy virtuális formában mutattam be és alkalmaztuk a tanulókkal a szorobánt. A Kossuth Lajos Általános Iskolában és a Benka Gyula Általános Iskolában csak későbbi időpontban tudom ismertetni a szorobánt online formában.

A legtöbb iskola jól felszerelt szemléltetőeszközök terén. Pálcikák, korongok, játékpénzek, színes rudak, szöges tábla, logikai készlet és applikációs képek is mind a tanítók munkáját és a gyermekek tanulását segítik. Érdemes lenne kiegészíteni ezt a felsorolást a szorobánnal. A legjobb az lenne, ha minden iskolában lenne megfelelő számú szorobán, ugyanis nemcsak alsó tagozaton lehet hasznát venni, hanem sok-sok éven keresztül tud segíteni a tanítás-tanulás folyamatában. A leghasznosabb terület, amelyen megmutatkozott, az a szóbeli számolás volt. Ez is azt bizonyítja, hogy már első osztálytól lehet alkalmazni. A mai gyerekek előveszik az okostelefonjukat és egyszerűen kiszámolnak vele bármilyen műveletet. Még azt is, amit fejben is ki tudnának. A szorobán ebben is segít, hogy minél könnyebben menjen a fejben számolás képessége. Az a baj, hogy az a fejben számolási képesség, ami alsó évfolyamon alakul ki, sorvadni kezd, ahelyett, hogy folyamatosan fejlődne tovább. A szorobánon való számolás az emlékezetet és a képzelőerőt is fejleszti, kitartó és koncentrált figyelmet igényel. Azért is van előnyben a manuálisan alkalmazható eszköz, mert a kisgyermek finommotorikus mozgása rendkívül jól tud fejlődni a használata közben, ami a ceruza fogásánál, az írás tanulásánál is jól kamatoztatható. Gyakran felmerül az a kérdés, hogy van-e helye a mai modern és elgépiesedett világban egy ilyen egyszerű eszköznek? Az biztos, hogy az a gyermek, aki a matematikatanulás elején van, mindig szembekerül egyszerű problémákkal, és ezeket csak egyszerű eszközökkel célszerű szemléltetni. A számítógépek nem tudják azt a képességfejlesztő hatást elérni, mint ez a régi számolási eszköz, de nem kell a gyerekeket a számítógép ellen sem nevelni, mert úgysem tehetünk semmit, ezt a világot éljük. A legcélszerűbb, ha összekötjük a kellemest a hasznossal. Ezért is gondoltam, hogy elektronikus formában mutatom be a gyerekeknek. Általában minden család előfizet valamilyen internet szolgáltatásra, és a gyermeknek is a mindennapi élet részévé vált az internetezés. Ha már

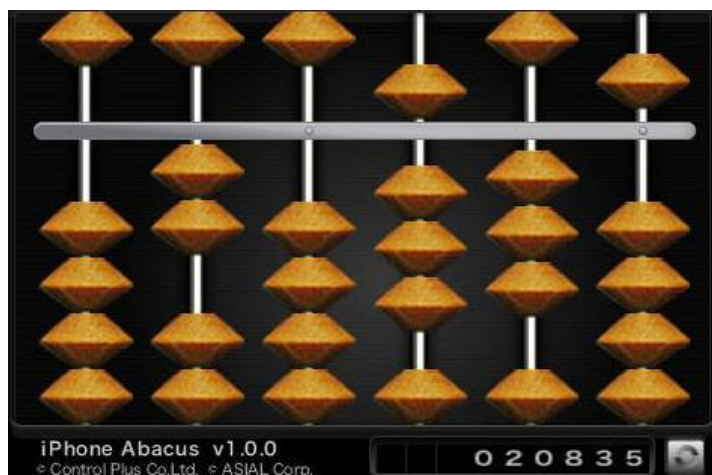
úgyis leülnek a számítógéphez, miért ne hasznos dologgal töltsék el azt az időt. Az online szorobán használata közben gondolkodik, tanul a gyermek és észre sem veszi. Megítélésem szerint, azért is jó megszerettetni az online szorobánt a gyerekekkel, mert mindhárom mobil platformon elérhetőek. Mivel a gyerekek többsége rendelkezik okostelefonnal, így ha megszeretik az eszközt, akkor akár telefonon is használhatják, és ez által tanulhatnak is.

Egy-egy kép a három okostelefon platformra készült szorobánokról:

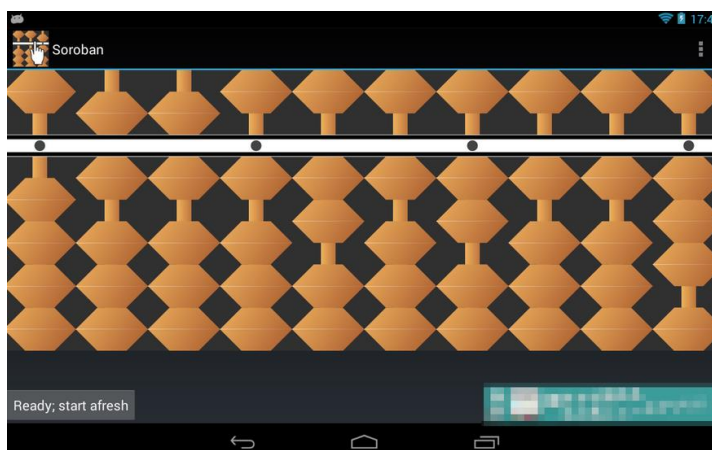
Windows Phone



iPhone



Android



Összegzés

Dolgozatomban bemutattam különböző régi számolási technikákat és eszközöket, illetve ezekből három technikát ismertettem és alkalmaztam három intézmény 4. osztályos tanulóinál. A legelején még nagyon kettős érzések kavartak bennem a témával kapcsolatban, mivel volt egy elképzelésem és hogy azt mennyire tudom hatékonyan megvalósítani. A dolgozatom megírása előtt pontokba szedtem, hogy milyen régi számolási eszközöket és módszereket szeretnék ismertetni. Miután ezeket részletesen tanulmányoztam, kiválasztottam a számomra legérdekesebb módszereket, amelyeket úgy gondoltam, hogy a gyerekek is kedvelni fognak. Először a Gál Ferenc Főiskola Szarvasi Gyakorló Általános Iskola és Gyakorlóóvodába vittem be az általam kiválasztott számolási technikákat. A negyedik osztályos tanulók tanítója nagyon rugalmas és segítőkész volt a rendkívüli matematika óra megtartásában. Még ő is kíváncsian figyelt az órán, és megköszönte, hogy a számára is ismeretlen módszerekkel gyarapítottam a gyermekek tudását. A Magyarbánhegyesi Kossuth Lajos Általános Iskola negyedik osztályos pedagógusa is ugyanilyen lelkesedéssel fogadott. Sokkal jobban izgultam itt, mint a gyakorlóban, mivel a pedagógus annak idején engem is tanított, mikor ilyen idős voltam, most én álltam ott, és ő figyelt engem, a munkámat. A Benka Gyula Általános Iskola 4. osztályos tanulóinak is bemutattam ezeket a régi számolási technikákat. Nagyon jó érzés volt mind a három pedagógustól a pozitív visszajelzés, de a volt tanítóm dicsérete nagyobb hatással volt rám. Nekem is élmény volt ez a néhány óra, amikor a gyermekek játékosan sajátították el a régi számolási módszereket. A későbbiekben be szeretném vinni azokba az osztályokba is ezeket a régi számolási technikákat, ahol még nem tanulták az írásbeli szorzás műveletét. A kutatásom arra irányulna, hogy vajon könnyebben menne-e nekik az írásbeli szorzás elsajátítása, ha először ezeket a módszereket ismernék meg. Véleményem szerint fontos lenne minél több régi matematikai eszközt bevinni a tanítási órákra, nemcsak a szorobánt. Ezek az eszközök nemcsak az írásbeli műveleteknél jelenthetnek nagy segítséget a tanulóknak, hanem akár már első osztálytól a számfogalom kialakulásában és megértésében is. A jövőben, mikor már én is pedagógus leszek, a tapasztalt eredmények alapján mindenféleképpen alkalmazni fogom ezeket a számolási módszereket. Nemcsak azért, mert hasznosnak tartom, hanem hogy a matematika órák egyhangúságába egy kis játékot és izgalmat vigyek majd bele. Alsó tagozaton fontos,

hogy felkeltsük az érdeklődést a matematika tanulása iránt, illetve hogy megalapozzuk a tantárgyhoz való pozitív attitűdöt.

Irodalomjegyzék

1. B. L. Van der Waerden: 1977. Egy tudomány ébredése, Egyiptomi, babiloni és görög matematika, Gondolat kiadó
2. Bizám-Császár-Freud-Gyarmati: 1981. Nagy pillanatok a matematika történetében. Gondolat Kiadó
3. Dirk J. Struik: 1958. A matematika rövid története. Gondolat könyvkiadó. Budapest
4. Filep László 1997. A tudományok királynője (A matematika fejlődése). Bessenyei Kiadó. Nyíregyháza
5. Gázsó- Mosonyi- Vörös:1974. A matematika tanítása. Tankönyvkiadó. Budapest
6. Ian Stewart: 2008. A végtelen megszelídítése. A matematika története. Helikon kiadó
7. K. A. Rbnyikov: 1968.A matematika története. Tankönyvkiadó. Budapest
8. Sain Márton 1974. Matematikatörténeti ABC. Tankönyvkiadó. Budapest
9. Vajda József- Vajdáné Bárdi Magdolna: 2000. Szorobánnal a matematikaórákon. Első Szorobán Alapítvány. Makó
10. Filep-Bereznai: A számírás története, Gondolat 1982. Bp. Filep: A tudományok királynője, TIPOTEX 1997. Bp.

Internetes források:

1. <http://abacus.etherwork.net/soroban/Knott1885-Retyped.pdf>
2. <http://abacus.etherwork.net/soroban/THE%20ABACUS%20HANDBOOK.pdf>
3. <http://demonstrations.wolfram.com/NapiersBones/>
4. <http://hirmagazin.sulinet.hu/hu/tudomany/napierfele-szamolocsontok>
5. <http://history-computer.com/CalculatingTools/NapiersBones.html>
6. <http://homeworkz.info/division-using-napiers-bones/>
7. <http://hu.wikipedia.org/wiki/Abakusz>

8. <http://hu.wikipedia.org/wiki/Kipu>
9. <http://mathworld.wolfram.com/NapiersBones.html>
10. <http://morainfo.hupont.hu/42/az-iras-tortenete>
11. http://poszto.blog.hu/2007/06/02/szozz_ahogy_a_kinaiak
12. <http://szit.hu/doku.php?id=oktatas:sz%C3%A1m%C3%ADt%C3%A1stechnika:archivet%C3%B6rt%C3%A9net>
13. <http://ttk.pte.hu/ami/phare/tortenet/abakusz.html>
14. <http://ttk.pte.hu/ami/phare/tortenet/szamtábl.html>
15. <http://ttk.pte.hu/ami/phare/tortenet/TARTSEGD.html>
16. <http://www.magyarrovas.hu/?menu=37>
17. <http://www.szoroban.hu>
18. [http://www.nuffieldfoundation.org/sites/default/files/Final%20report_Macintyre\(1\).pdf](http://www.nuffieldfoundation.org/sites/default/files/Final%20report_Macintyre(1).pdf)
19. [http://www.oki.hu/oldal.php?tipus=cikk&kod=oktatas-vajda,](http://www.oki.hu/oldal.php?tipus=cikk&kod=oktatas-vajda)
20. [http://www.bokay.hu/files/szoroban.pdf,](http://www.bokay.hu/files/szoroban.pdf)
21. http://www.arpad-vac.sulinet.hu/arpad/?page_id=80