

Óbudai Egyetem
Bánki Donát Gépész és Biztonságtechnikai Mérnöki Kar
Anyag- és Gyártástechnológiai Intézet



TUDOMÁNYOS DIÁKKÖRI DOLGOZAT

KÖRALAK METROLÓGIAI VIZSGÁLATA PROFILPROJEKTORRAL TÖRTÉNŐ MÉRÉSEK SORÁN

Szerző: **Marczis Attila**
gépészmérnök BSc. szak, III. évf.

Konzulensek: **Dr. Drégelyi-Kiss Ágota**
egyetemi docens
Nagy János
műszaki ügyintéző

Budapest, 2014.

Tartalomjegyzék

1.	Bevezetés	2
2.	Köralakúság meghatározási módszerei	3
2.1	Legkisebb négyzetes eltérések módszere geometriai megközelítéssel (LSC) ...	4
2.2	Legkisebb négyzetes eltérések módszere algebrai megközelítéssel (LSC)	5
2.2.1	Kasa illesztési módszer	5
2.2.2	Pratt illesztési módszer	6
2.2.3	Taubin illesztési módszer.....	6
2.3	A legkisebb köré írható kör (MCC)	7
2.4	A legnagyobb bele írható kör (MIC).....	7
2.5	Minimum zóna (MZC).....	8
3.	Anyag és módszer	9
3.1	A kalibráló gyűrűk bemutatása	9
3.2	Az alkalmazott mérőgépek bemutatása.....	10
3.3	A mérések végrehajtásának menete	12
3.3.1	A kalibráló gyűrűk helyes értékének meghatározása	12
3.3.2	Projektossal történő mérés	14
4.	Mérési eredmények.....	18
4.1	6 mm-es kalibráló gyűrű	18
4.2	12 mm-es kalibráló gyűrű	18
4.3	25 mm-es kalibráló gyűrű	20
4.4	60 mm-es kalibráló gyűrű	20
4.5	100 mm-es kalibráló gyűrű	23
5.	Eredmények értékelése	25
5.1	Mérés pontossága a különböző átmérőknél	25
5.1.1	Az egyes kalibráló gyűrűk mérési hibája.....	25
5.1.2	Összehasonlítás a különböző mért kalibráló gyűrűk között	27
5.2	Mérések ingadozása	30
5.3	Szórásanalízis (ANOVA)	32
5.3.1	Egyesített ANOVA	32
5.3.2	Szórásanalízis az egyes kalibráló gyűrűkre elkülönítve.....	34
5.4	Mérési bizonytalanság meghatározása	35
6.	Összefoglalás	38
7.	Felhasznált irodalom.....	39

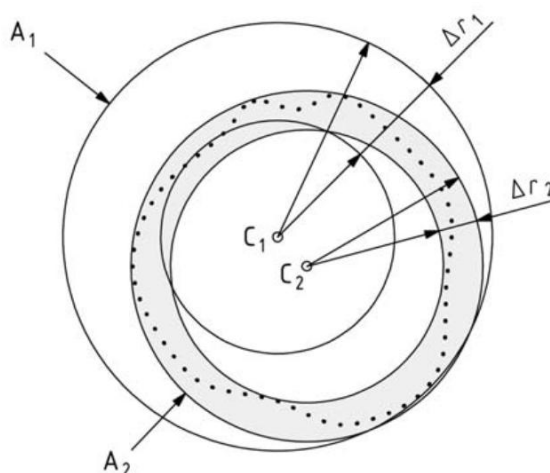
1. Bevezetés

A dolgozat témájának jelentősége, hogy napjainkban a koordináta mérés technikai szoftverekkel a mért pontthalmazra többféle matematikai módszerrel lehet alakzatokat illeszteni, melyeknek jellemzőit a mérés eredményének tekintjük. Az egyes illesztési módszerek között technológiai vagy tűréstechnikai megfontolások szerint választhatunk. A dolgozattal az egyes illesztési módszerekkel előállított alakzatok, jelen esetben körök átmérőjét vizsgálom a helyes értékhez képest, mindezt úgy, hogy a vizsgálati pontthalmazt profilprojektorral veszem fel.

A dolgozattal a célom, hogy bemutassam a profilprojektoron végzett méréseim eredményét és összefüggésekre mutassak rá a mérések jellemzői között. Vizsgálatom során öt különböző átmérőjű kalibráló gyűrű átmérőjét határoztam meg két féle matematikai illesztési módszerrel. A körök illesztését 3, 5, 7, 9 és 15 pontra végeztem el. A pontokat Mitutoyo PJ-H3000F profilprojektorral vettem fel az átmérőkre. A kalibráló gyűrűk helyes átmérő értékének meghatározását két pontosabb gépen végeztem, annak érdekében, hogy az illesztett körök hibáját a lehető legpontosabban mérhessem. A mérés során vizsgáltam, hogy a mérési pontszám és a mért átmérő befolyásolja-e mérési eredményeket. A mérési módszert vizsgáltam a pontosság, precizitás, megismételhetőség és reprodukálhatóság szempontjából. Az első fejezetben ismertetem a köralakúság definícióját ISO 1101 [1] szerint és a fejezet további részében az iparban a koordináta mérés technikában használt körillesztési módszerek elméleti hátterét. A harmadik fejezetben bemutatom a mért kalibráló gyűrűket és azokat az eszközöket, amikkel a méréseket végeztem, majd a mérés menetét ismertetem. Az utolsó fejezetben az illesztett körök hibáját, szórását és a szórások elemzését ismertetem.

2. Köralakúság meghatározási módszerei

A köralakúság definíciója [1] szerint: egy tűrt átmérő esetén a munkadarab a köralak-tűrésnek megfelel, ha az adott keresztmetszet külső pontjai két koncentrikus kör között úgy helyezkednek el, hogy a két kör közötti sugár irányú különbség egyenlő vagy kisebb a megadott tűrés értékénél. A koncentrikus körök középpontját és a sugarukat úgy kell megválasztani, hogy a sugár irányú különbségük a legkisebb legyen (1. ábra).



1. ábra: Köralakúság [1]

C_1 középponthoz A_1 kör és az ahhoz tartozó legnagyobb beleírható kör sugár irányú különbsége (Δr_1) nagyobb, mint C_2 középponthoz A_2 kör és az ahhoz tartozó legnagyobb beleírható kör sugár irányú különbsége (Δr_2) [1].

Egy mért ponthalmazra matematikai módszerek segítségével több féle kört lehet illeszteni. A mérés technikában leggyakrabban használt illesztési módszerek:

1. Legkisebb négyzetes eltérések módszere (LSC, least square circle, Gauss-kör)
2. Legkisebb köré írható kör (MCC, minimum circumscribed circle)
3. Legnagyobb beleírható kör (MIC, maximum inscribed circle)
4. Minimum zóna módszer (MZC, minimum zone circle)

A fejezet további részében a fent említett négy módszer kerül ismertetésre matematikai szempontból. A módszerek áttekintése során a legnagyobb hangsúlyt a legkisebb négyzetes eltérések módszere kapja, mivel ez a módszer a legelterjedtebb. A legkisebb köré írható és a legnagyobb beleírható kört akkor használják, ha technológiai szükségessége van (pl. illesztéseknél).

2.1 Legkisebb négyzetes eltérések módszere geometriai megközelítéssel (LSC)

A Legkisebb négyzetes eltérések módszere az átlagos négyzetes távolság minimalizálásán alapszik, az illesztett kör és a mért pontok között sugárirányban. Adott n pont (x_i, y_i) , $1 \leq i \leq n$, eszerint a célfüggvény definiálható:

$$\mathcal{F} = \sum_{i=1}^n d_i^2 \quad (1)$$

ahol: d_i : az euklidészi (geometriai) távolság a pont (x_i, y_i) és az illesztett kör között sugárirányban. Kör illesztésénél a következő egyenletet írhatjuk fel:

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2 \quad (2)$$

ahol (a, b) a kör középpontjának koordinátái és R a kör sugara. Ezután felírhatjuk a távolságokat:

$$d_i = r_i - R \quad (3)$$

ahol: r_i : az illesztett kör középpontjától a távolság a mért pontig:

$$r_i = \sqrt{(x_i - a)^2 + (y_i - b)^2} \quad (4)$$

(4)-et behelyettesítve (3)-ba:

$$d_i = \sqrt{(x_i - a)^2 + (y_i - b)^2} - R \quad (5)$$

Ez a módszer a legáltalánosabb körillesztési módszer, azonban nincs közvetlen algoritmus a legkisebb négyzetes eltérési körillesztésre. (1) minimalizálása nemlineáris probléma, aminek nincs zárt formulás megoldása, ezért az összes ismert algoritmus iteratív [2], [3], [4], [5].

Hogy biztosítsuk a momentumok létezését bevezethetünk egy új paraméter sémát. Egy elegáns módra tett javaslatot Pratt [6], amely egy egyenlet formájában írja le a kört:

$$A(x^2 + y^2) + Bx + Cy + D = 0 \quad (6)$$

Ahol: A, B, C, D : változók

x, y : a pont koordinátái.

Egy nyilvánvaló kitételnek teljesülnie kell: $A \neq 0$ (különben ez az egyenlet egy egyenest írna le) és egy másik kitételnek is teljesülnie kell: $B^2 + C^2 - 4AD > 0$. Az utóbbi kitéfelt jobban észrevehetjük, ha másképp írjuk fel az egyenletet:

$$\left(x - \frac{B}{2A}\right)^2 + \left(y - \frac{C}{2A}\right)^2 - \frac{B^2 + C^2 - 4AD}{4A^2} = 0 \quad (7)$$

Egyértelműen látható, hogy (6) csak akkor ír le egy kört, ha $B^2 + C^2 - 4AD > 0$ [2].

Az előzőekből következik, hogy a paramétereket (A, B, C, D) egy skaláris számmal kell meghatároznunk, ebből természetes módon adódik a kikötés:

$$B^2 + C^2 - 4AD = 1 \quad (8)$$

(8) automatikusan biztosítja, hogy $B^2 + C^2 - 4AD > 0$. A (8) kikötés javaslatával először Pratt [6] állt elő [2].

A (6) egyenlet a (8) kikötéssel megfelelően leírja az összes kört és egyenest (az utóbbit akkor, ha $A=0$). Miután előállítottuk az algebrai kör paramétereit (A, B, C, D), át tudjuk konvertálni őket a természetes paraméterekbe:

$$a = -\frac{B}{2A}, \quad b = -\frac{C}{2A}, \quad R^2 = \frac{B^2 + C^2 - 4AD}{4A^2} \quad (9)$$

ahol: (a, b) : az illesztett kör középpontjának koordinátái

R : az illesztett kör sugara [2].

2.2 Legkisebb négyzetes eltérések módszere algebrai megközelítéssel (LSC)

Alternatívák a bonyolult geometriai illesztésre a nem iteratív módszerek, az algebrai körillesztések. Az algebrai módszerek előnye, hogy ezeknél zárt formulás egyenletekkel lehet meghatározni a legjobban illeszkedő kört a ponthalmazra, de egy kis hibát mindegyik tartalmaz, tehát csak közelíti a legkisebb négyzetes eltérések módszerével előállított kört. A legkisebb négyzetes eltérések módszerénél mindig kell egy kezdeti becslést adnunk a kör középpontjára és sugarára, ahonnan az iteratív geometriai algoritmus kiindulhat. Minél pontosabb a kezdeti becslésünk, annál kisebb az esély, hogy az iterációk során a minimalizálandó függvény egy lokális minimumát találjuk meg. Az alábbiakban a leggyakrabban használt 3 algebrai módszert ismertetem.

2.2.1 Kasa illesztési módszer

Ez a módszer a következő függvény minimalizálásával találja meg a legjobban illeszkedő kört:

$$\mathcal{F}_K = \sum_{i=1}^n (r_i^2 - R^2)^2 = \sum_{i=1}^n (x_i^2 + y_i^2 - 2ax_i - 2by_i + a^2 + b^2 - R^2)^2 \quad (10)$$

ahol: (x_i, y_i) : a mért pontok koordinátái;

(a, b) : az illesztett kör középpontjának koordinátái;

R : az illesztett kör sugara;

r_i : az illesztett kör középpontjától a távolság a mért pontig.

Másképp felírva a függvényt:

$$\mathcal{F}_K = \sum_{i=1}^n f_i^2 \quad (11)$$

ahol: $f_i = r_i^2 - R^2$, ami az úgynevezett algebrai távolság a pont (x_i, y_i) és az illesztett kör között.

Ha a paramétereket átírjuk: $B = -2a, C = -2b, D = a^2 + b^2 - R^2$, akkor (6) a következők szerint módosul:

$$\mathcal{F}_K = \sum_{i=1}^n (z_i + Bx_i + Cy_i + D)^2 \quad (12)$$

ahol: $z_i = x_i^2 + y_i^2$.

Szándékosan hagytam el a jelölésből az A -t, hogy a soron következő módszer ismertetésénél megmaradjon a következetesség. A létrejött új egyenlet már lineáris egyenletrendszert eredményez B, C, D -nek köszönhetően [2, 5].

A Kasa illesztés talán a leggyorsabb algoritmus, de pontatlan, ha a kör mentén a pontok nem folytonosan vannak felvéve (csak a körnek egy szakaszán), illetve kis körök esetén. Az eltérés oka, hogy az algebrai távolságok f_i rosszul közelítik a geometriai távolságokat d_i , tulajdonképpen:

$$f_i = (r_i - R)(r_i + R) = d_i(2R + d_i) \approx 2Rd_i \quad (13)$$

ennek következtében az algoritmus az $\mathcal{F}_K \approx 2R^2 \sum d_i^2$ függvényt minimalizálja. Ez gyakran okozza azt, hogy kis köröknél az algoritmus R^2 -et minimalizálja a geometriai távolságok d_i helyett [2], [5].

2.2.2 Pratt illesztési módszer

A Kasa módszer teljesítményének növelése érdekében a Kasa módszer függvényét kiegészítették egy taggal és így: $\mathcal{F} = \frac{1}{4R^2} \mathcal{F}_K$ függvényt minimalizálják. Ez a függvény jobb közelítést ad a geometriai távolságokra, azaz: $\sum d_i^2$ -re. Az új egyenlet A, B, C, D tagokkal kifejezve (9) szerint:

$$\mathcal{F}_P = \sum \frac{[Az_i + Bx_i + Cy_i + D]^2}{B^2 + C^2 - 4AD} \quad (14)$$

(8) kikötéssel lehet egyszerűsíteni a függvényt [2, 6]:

$$\mathcal{F}_P(A, B, C, D) = \sum [Az_i + Bx_i + Cy_i + D]^2 \quad (15)$$

2.2.3 Taubin illesztési módszer

Egy kicsit eltérő módszert közölt Taubin [2], aki a következő egyenletet minimalizálta:

$$\mathcal{F}_T = \frac{\sum [(x_i - a)^2 + (y_i - b)^2 - R^2]^2}{4n^{-1} \sum [(x_i - a)^2 + (y_i - b)^2]} \quad (16)$$

A, B, C, D változókkal kifejezve (9) szerint:

$$\mathcal{F}_T = \sum \frac{[Az_i + Bx_i + Cy_i + D]^2}{4n^{-1} \sum [4A^2z_i + 4ABx_i + 4ACy_i + B^2 + C^2]} \quad (17)$$

Ha teszünk egy kikötést:

$$4A^2\bar{z} + 4AB\bar{x} + 4AC\bar{y} + B^2 + C^2 = 1 \quad (18)$$

ahol: $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum x_i$, stb.,

akkor tulajdonképpen megkapjuk (15) egyenletet.

Általános megjegyzések: (15) minimalizálásához kell tennünk néhány kikötést, hogy elkerüljük a triviális megoldást: $A=B=C=D=0$. Pratt (8) kikötést használja, Taubin (18) kikötést. A Kasa illesztési módszer ugyancsak (15) egyenletet minimalizálja, de $A=1$ kikötéssel [2].

2.3 A legkisebb köré írható kör (MCC)

A legkisebb köré írható kör problémája matematikailag leírva:

$$\begin{cases} \min r_L \\ (x_{0_L} - x_i)^2 + (y_{0_L} - y_i)^2 \leq r_L^2, \quad i = 1, \dots, n \end{cases} \quad (19)$$

ahol: r_L : az illesztett kör sugara,

$x_{0_L}; y_{0_L}$: az illesztett kör középpontjának koordinátái,

$x_i; y_i$: a mért pontok koordinátái.

A mért pontoknak a körön belül kell elhelyezkedniük, úgy hogy a kör sugara a lehető legkisebb legyen. Ezt a kört különböző iterációs módszerekkel lehet meghatározni. Nem létezik algebrai közelítése a problémának, mint a legkisebb négyzetek módszerének [7].

2.4 A legnagyobb bele írható kör (MIC)

A legnagyobb bele írható kör problémája matematikailag leírva:

$$\begin{cases} \max r_B \\ (x_{0_B} - x_i)^2 + (y_{0_B} - y_i)^2 \leq r_B^2, \quad i = 1, \dots, n \\ (x_{0_B}, y_{0_B}) \in \text{Conv}\{x_i, y_i\}, \quad i = 1, \dots, n \end{cases} \quad (20)$$

ahol: r_B : az illesztett kör sugara,

$x_{0_B}; y_{0_B}$: az illesztett kör középpontjának koordinátái,

$x_i; y_i$: a mért pontok koordinátái,

Conv: a legkisebb konvex burkoló elem, ami magában foglalja az összes $x_i; y_i$ pontot.

Az összes pont az illesztett körön kívül kell elhelyezkednie, úgy hogy közben az illesztett kör sugara a lehető legnagyobb legyen és a kör középpontja a ponthalmazra illeszthető legkisebb konvex burkolóelemben belül helyezkedjen el [7].

2.5 Minimum zóna (MZC)

A minimum zóna módszer matematikai problémája a következőképpen írható le:

$$\begin{cases} \min(r_{max} - r_{min}) \\ r_{min}^2 \leq (x_{0z} - x_i)^2 + (y_{0z} - y_i)^2 \leq r_{max}^2, \quad i = 1, \dots, n \end{cases} \quad (21)$$

ahol: $(r_{max} - r_{min})$: a két koncentrikus kör sugarának különbsége

$x_{0z}; y_{0z}$: az illesztett körök középpontjának koordinátái,

$x_i; y_i$: a mért pontok koordinátái.

Ez a módszer két koncentrikus kör sugár irányú különbségét minimalizálja. A kisebbik kör a ponthalmazon belül helyezkedik el, mindegyik pont a körön kívül helyezkedik el. A nagyobbik kör az összes pontot tartalmazza [1], [7], [8].

A köralakúság definíciójának ezzel a módszerrel meghatározott köralakúsági hiba felel meg a leginkább, ezért abban az esetben, amikor nem az illesztések az elsődlegesek, akkor ezt a becslést javasolt használni.

3. Anyag és módszer

3.1 A kalibráló gyűrűk bemutatása

A kalibráló gyűrűket általában mérőeszközök ellenőrzésére, beállítására és nullpont felvételre használják. A gyűrűk idomszeracélból készülnek, edzve, feszültségmentesítve, köszörülve és leppelve vannak. A pontos méretük rá van írva, azzal a hőmérséklettel együtt, amin tartják a ráírt méretet. A mérendő munkadarabok megválasztásánál fontos szempont volt, hogy az alakhiba minimális legyen, tehát ne növelje a mérés bizonytalanságát túlságosan. Fontos megemlíteni, hogy a kalibráló gyűrűk él letörése nagyon kicsi, ezért profilprojektossal történő mérés során rá lehet fókuszálni a felső élre. A következő méretű kalibráló gyűrűket (2. ábra) használtam a mérés során:

1. Névleges furat méret: $\text{Ø}6^{+0,012}$ mm.
2. Névleges furat méret: $\text{Ø}12,0000$ mm.
3. Névleges furat méret: $\text{Ø}25^{+0,001}$ mm.
4. Névleges furat méret: $\text{Ø}60_{-0,001}$ mm.
5. Névleges furat méret: $\text{Ø}100_{-0,001}$ mm.



2. ábra: A kalibráló gyűrűk

3.2 Az alkalmazott mérőgépek bemutatása

1. Zeiss ULM450 univerzális hosszmérőgép (3. ábra)



3. ábra: Zeiss ULM450 univerzális hosszmérőgép

Adatok:

- Felbontóképesség: 1 μm
- Mikrométerorsó osztásértéke: 0,01 mm
- A készülék szórása: $\pm 0,15 \mu\text{m}$
- Mérési bizonytalanság mérőlámpás méréseknél és belső méreteknél (U_c):

$$\pm(2 + L/100) \mu\text{m} \quad (22)$$

ahol L a mérőszám a mérési hosszra mm-ben. Egy léptékvonás használata esetén, mérőlámpás és különbségméréseknél a bizonytalanság csak 1 μm .

- Mérési tartomány furatméresnél: 1-50 mm-ig.
- A gép méretei: 890 mm, 350 mm, 500 mm (hossz, mélység, magasság).

Az asztal adatai:

- Mérete: 160 mm x 160 mm.
- A magassága 0-tól 105 mm-ig állítható.
- Y irányban 0-tól 25 mm-ig állítható.
- A gép hossz tengelye körüli dönthetősége: $\pm 3^\circ$.
- A hossz tengelyre merőleges tengely körüli dönthetősége: $\pm 4^\circ$.

2. Zeiss egytetemes hosszmérőgép (4. ábra)



4. ábra: Zeiss egyetemes mikroszkóp

Adatok:

- Felbontóképesség: $1 \mu\text{m}$
- Mikrométerorsó osztásértéke: $0,01 \text{ mm}$
- A készülék szórása: $\pm 0,15 \mu\text{m}$
- Az asztal méretei: $260 \text{ mm} \times 270 \text{ mm}$
- A mérési bizonytalanság érintés nélküli (mikroszkópos) mérésnél:

$$\pm \left(3,5 \frac{L}{130} + \frac{H \cdot L}{4000} \right) \mu\text{m} \quad (23)$$

ahol: H : a mérési sík magassága az asztal síkjától mm-ben,

L : mérőszám a mérési hosszra mm-ben.

3. Mitutoyo PJ-H3000F Profilprojektor (5. ábra)

Adatok:

- Felbontóképesség X és Y irányban: $1 \mu\text{m}$
- Az asztal méretei: $200 \text{ mm} \times 100 \text{ mm}$
- A mérési bizonytalanság:

$$\left(3 + \frac{L}{50} \right) \mu\text{m} \quad (24)$$

ahol: L : mérési hossz mm-ben.

- Nagyítás: $10\times, 50\times$



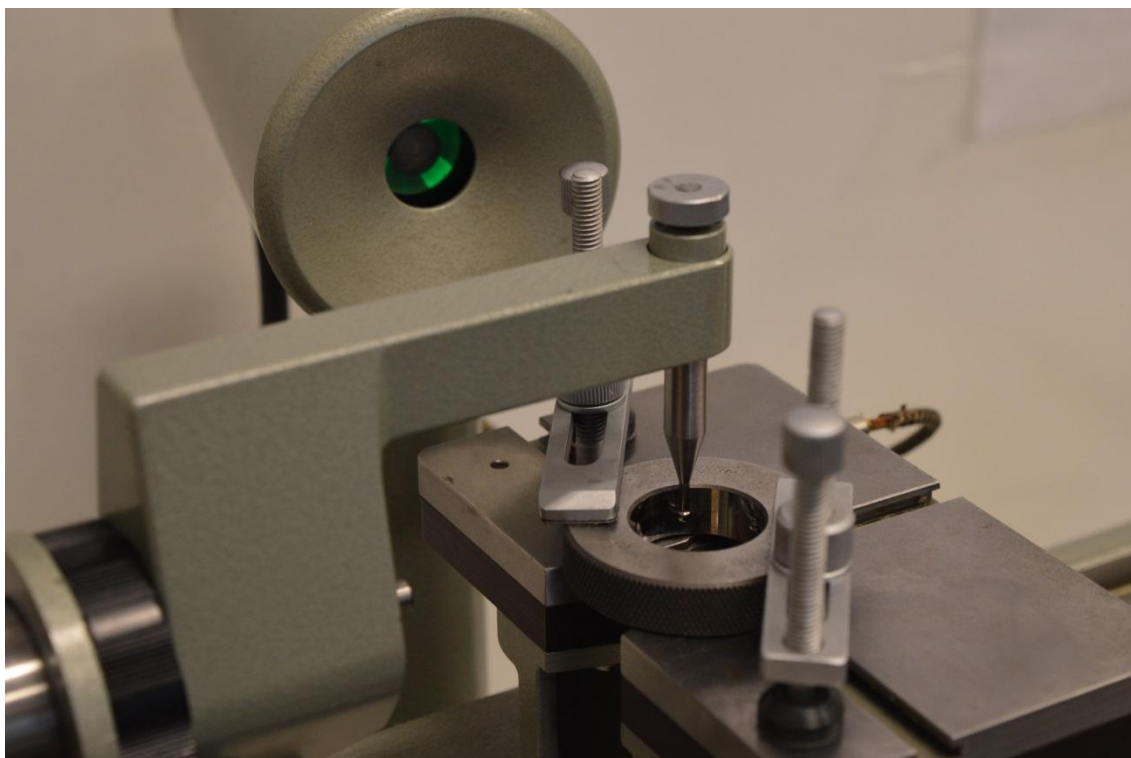
5. ábra: Mitutoyo PJ-H3000F profilprojektor

3.3 A mérések végrehajtásának menete

3.3.1 A kalibráló gyűrűk helyes értékének meghatározása

A profilprojektoron történő mérések hibájának meghatározásához szükséges a kalibráló gyűrűk helyes értékének az ismerete. A helyes méret meghatározásához a projektornál jobb mérési képességekkel rendelkező hosszmérőgépet választottam.

Az $\varnothing 12,0000$ mm és $\varnothing 25^{+0,01}$ mm-es kalibráló gyűrűk helyes méretének meghatározását Zeiss ULM450 univerzális hosszmérőgépen végeztem, a mérési elrendezés a 6. ábrán látható.

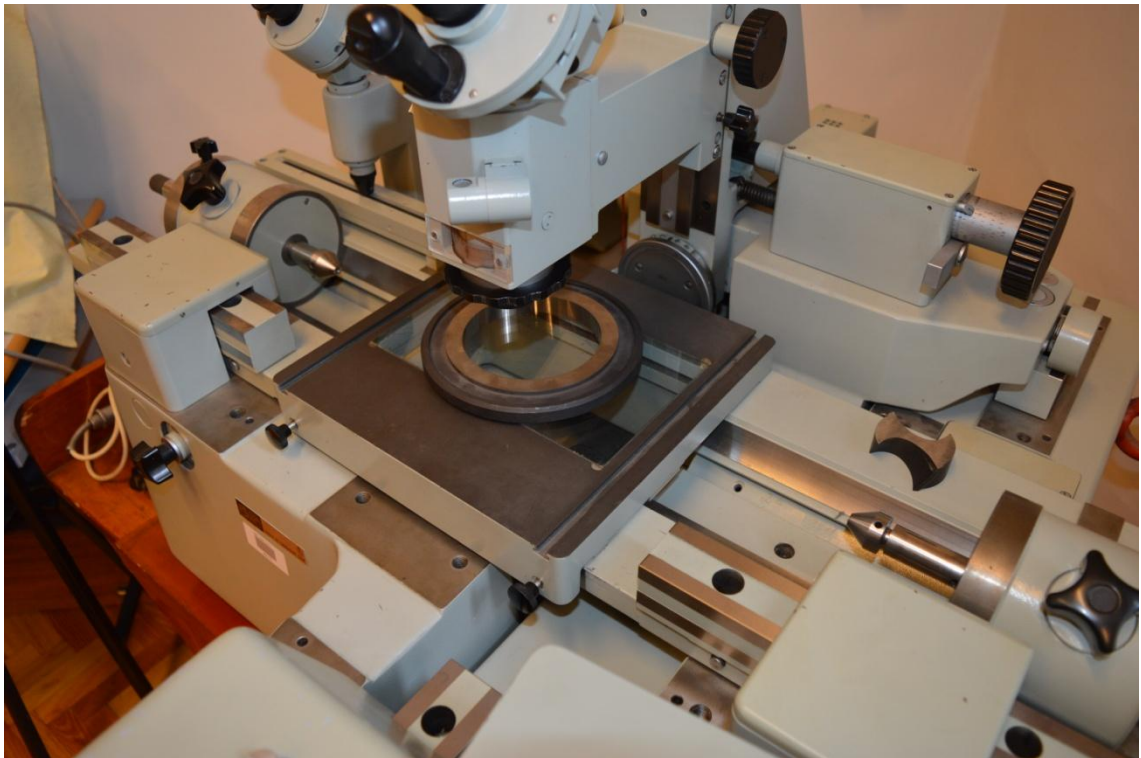


6. ábra. Zeiss univerzális mérőgép, mérési elrendezés

A mérés során a labor hőmérséklete $22,3^{\circ}\text{C}$ volt. A kalibráló gyűrűt az asztalhoz csavaros szorítóelemekkel rögzítettem. Az asztal elektromosan el van szigetelve a géptesttől és rá van kötve egy elektromos kontakt-jelző készülékhez. Amikor a tapintógömb éppen érinti a munkadarabot, akkor a kijelző készülék zöld lámpája oszcillálni kezd, ekkor az érintés éppen megfelelő. Ha a mérőnyomás túl nagy, akkor a lámpa folyamatosan ég.

A mérés során először kereszt irányban kell megérinteni a furatot két ponton. A két pont érintési értékét a százados beosztású mikrométer dobról kell leolvasni, majd a két értékből ki kell számolni a két pont közötti út felét. Majd az asztalt erre a felezőpont értékre kell beállítani. Ezzel biztosítjuk, hogy az átmérőt mérjük. Ezután oldjuk a mérőkar rögzítését és megérintjük a furatot két ponton hosszirányban. Az értékeket Abbe-féle üveg mérőlécről, spiráltárcsás optikával olvashatjuk le. A két értéket differenciálni kell és hozzáadni a tapintógömb pontos értékét. A használt tapintógömb mérete átmérő $2,9949\text{ mm}$. A méréseket háromszor ismételtam és ezeknek az átlagát tekintem a gyűrűk helyes értékének, amit a mérési eredmények táblázataiban jelölök.

Az $\varnothing 6^{+0,012}\text{ mm}$, $\varnothing 60_{-0,001}\text{ mm}$ és $\varnothing 100_{-0,001}\text{ mm}$ -es kalibráló gyűrűket Zeiss egyetemes mikroszkópon mértem meg. A mérési elrendezés a 7. ábrán látható.

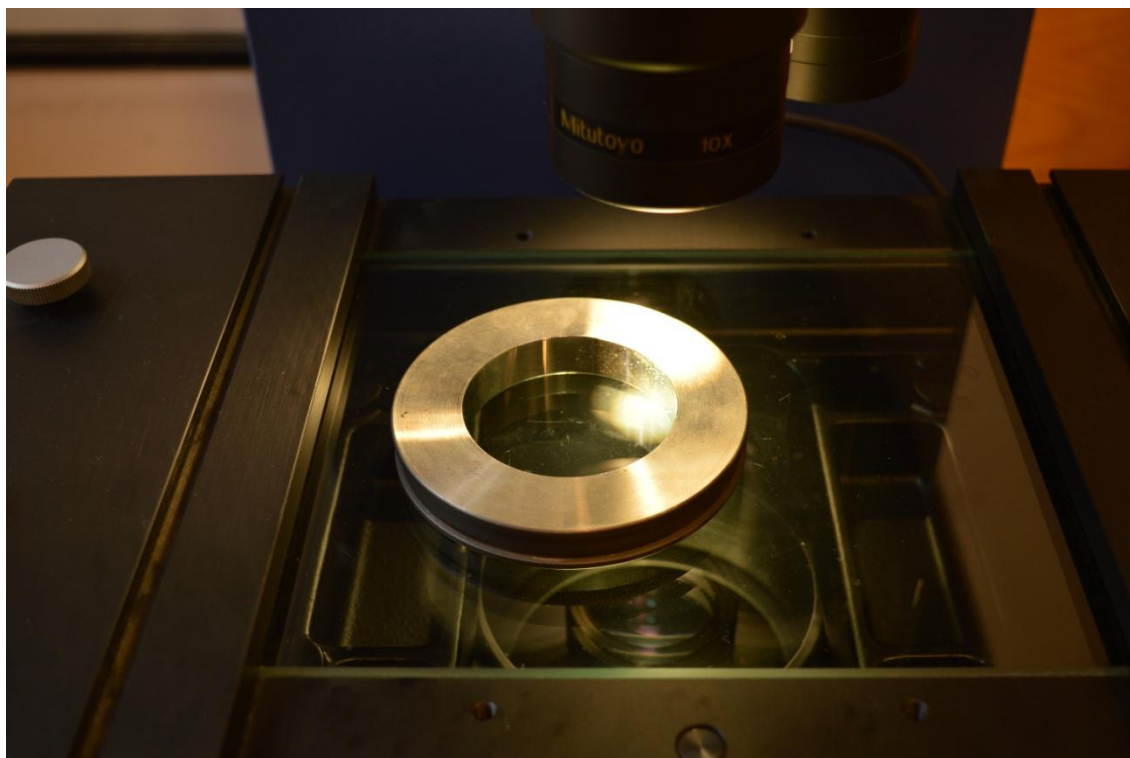


7. ábra: Zeiss egyetemes hossz mérő gép, mérési elrendezés

A mérés során a labor hőmérséklete $22,3^{\circ}\text{C}$ volt. Az átmérőket optikai szálkeresztes megoldással mértem meg érintésmentesen. Az értéket itt is az Abbe-féle üveg mérőlécről, spiráltárcsás optikával leolvasott két érték differenciálásával lehet meghatározni. A méréseket ez esetben is háromszor ismételtam és ezeknek az átlagát tekintem a gyűrűk helyes értékének.

3.3.2 Projektorral történő mérés

A mérés során alkalmazott elrendezésben (8. ábra) a pontokat profilprojektorral vettem fel a különböző átmérőkre. A mérés kezdetén és végén is a mérőlaborban a hőmérséklet $23,6^{\circ}\text{C}$ volt. A profilprojektor X és Y útdója egy interfészen keresztül számítógépre volt kötve, ahol egy program (MCOSMOS-1) segítségével tudtam a mért pontokat rögzíteni. A mért pontokat lámpedal megnyomásával tudtam bevinni. A mérés során a tízszeres nagyítást használtam az összes átmérőnél.



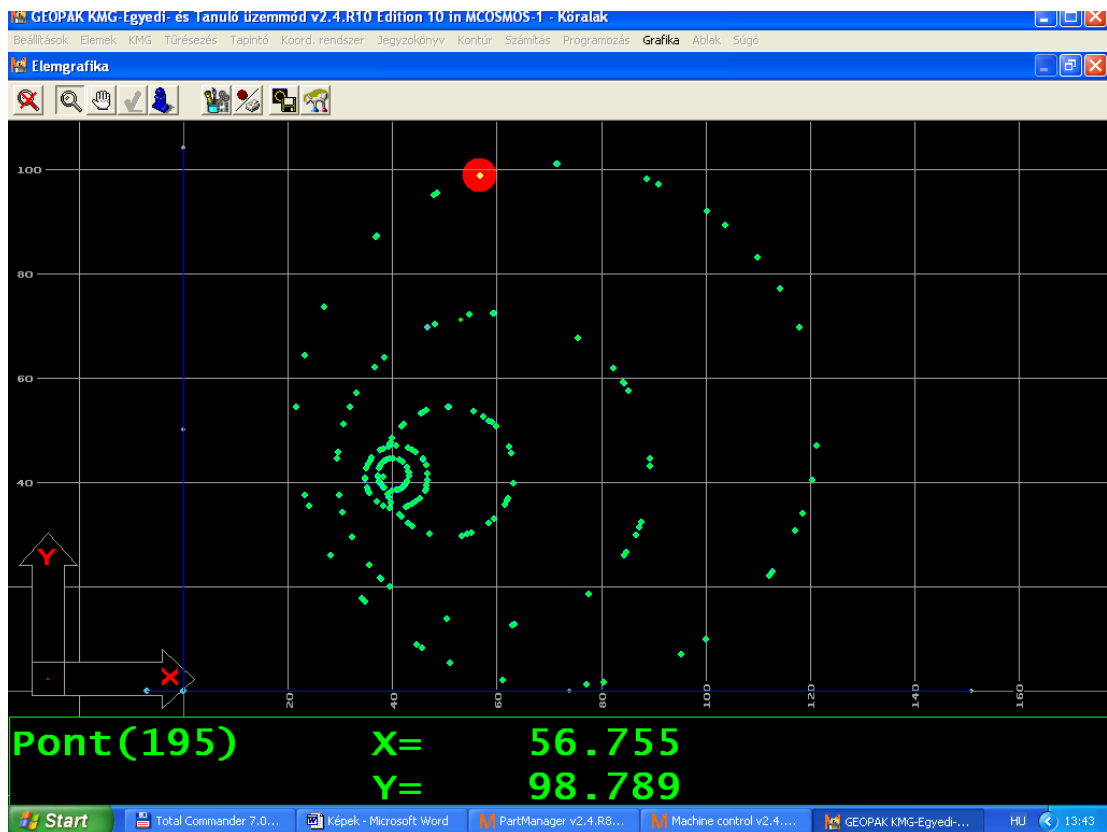
8. ábra: Profilprojektor, mérési elrendezés

A méréseket a mérési pontszám szisztematikus változtatásával végeztem a különböző átmérőjű kalibráló gyűrűkön. Azért döntöttem a kalibráló gyűrűk használatára mellett, mert minimalizálni akartam a mért munkadarabok alakhibájából eredő bizonytalanságot. A mérési pontokat a furat kerülete mentén nagyjából egyenlő távolságokra vettem fel. Hosszabb mérési szünetekben a profilprojektor világítását lekapcsoltam, hogy minél kisebb mértékben befolyásolja a lámpa hője a gyűrűk méretét.

Az öt különböző átmérőre 3, 5, 7, 9 és 15 pontot vettem fel és minden mérést háromszor végeztem el, ez összesen 585 mérési pontot jelent:

$$[(3 + 5 + 7 + 9 + 15) \cdot 5] \cdot 3 = 585 \text{ pont}$$

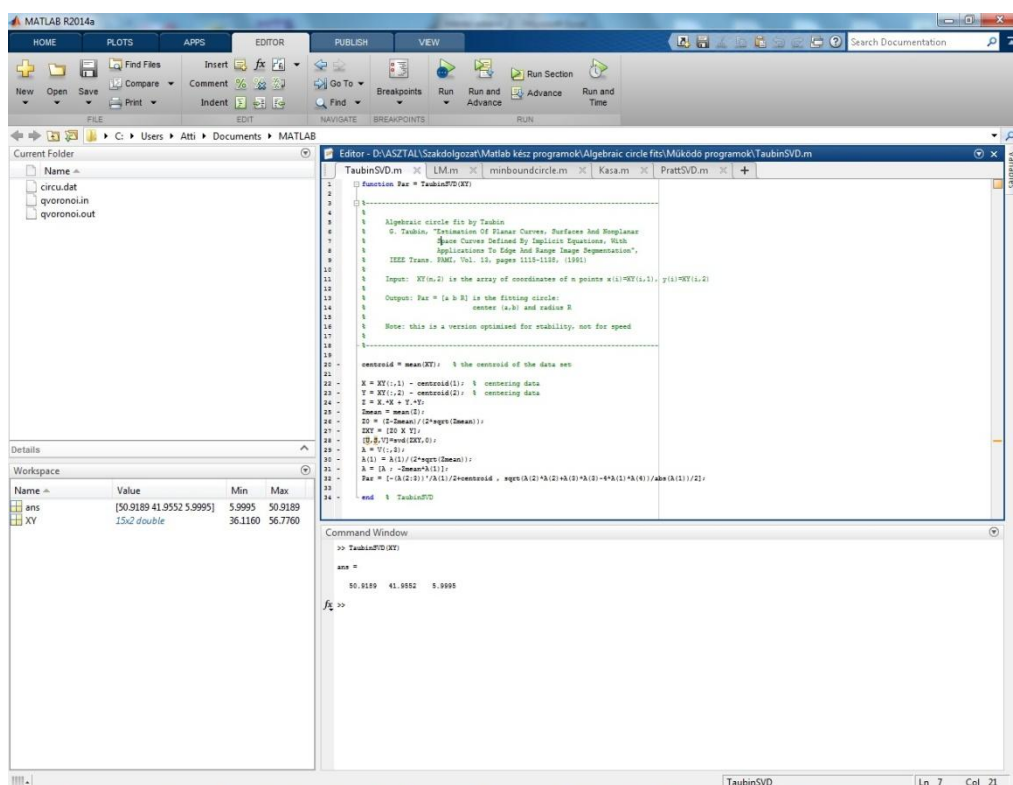
A mérési pontszámok megválasztásánál a lehetséges legkisebbtől indultam (háromtól, mivel három pont határoz meg egy kört), majd kettesével növeltem kilencig, majd választottam egy nagyobb számot (tizenöt). A pontszámok megválasztásánál előzetesen azt vártam, hogy öt és kilenc között láthatok valami változást, tendenciát az adatokban.



9. ábra: A mért pontok az első mérési sorozatban

A mérési adatokat az MCOSMOS-1 (9. ábra) koordináta mérőprogrammal rögzítettem. A programban az első mérési sorozat mérésénél a tanuló módot választottam, majd a sorozat végén elmentettem a mérési programot. Az ismétléseknél már csak a betanított mérési programot kellett előhívnom. A programban első lépésként fel kell venni a koordináta tengelyeket. Ezt tengelyenként három bevitt pontra illeszti rá. Miután felvettem a koordináta tengelyeket, elkezdtem felvenni a kísérlethez a pontokat. A pontokat lábkapcsoló segítségével vittem be. A mérési eredményekről a programban lehetőség van jegyzőkönyv készítésére és nyomtatására.

A profilprojektoron kijelzett útdő értékek nem egyeznek meg a számítógépbe bevitt értékekkel, mivel a számítógép az általa felvett koordináta rendszerben értelmezi a pontokat.



10. ábra: A Matlab program

A mérési pontokra a körillesztéseket a Matlab program (10. ábra) segítségével végeztem. A kísérlet során használt illesztési Matlab programok interneten elérhetők. A program bemenete a pontok X és Y koordinátái, kimenete pedig az illesztett kör középpontjának X és Y koordinátái és a kör sugara. A további számításokat Microsoft Excel táblázatkezelő programmal végeztem.

A mérési eredmények kiértékelésénél a következő szórás képletet használtam:

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^3 (x_i - \bar{x})^2}{2}} \quad (25)$$

ahol: x_i : az ismételt mérési eredmények mm-ben,

$\bar{x}$: az ismételt mérési eredmények átlaga mm-ben.

4. Mérési eredmények

4.1 6 mm-es kalibráló gyűrű

A 6 mm-es kalibráló gyűrű mérési eredményei az 1. és 2. táblázatban láthatók. A táblázatban a és b az illesztett kör középpontjának koordinátái. Az adatokból látszik, hogy az illesztett körök átmérőjének átlaga az ezred értékében változik a különféle pontszámú mért átmérő esetén, és több mint egy század milliméterrel nagyobbak a helyes értékeknél. A szórás értékek 12 mikrométernél nem nagyobbak.

1. táblázat: 6mm-es kalibráló gyűrű mérési eredményei LSC kör esetén

	Névleges átmérő	Helyes érték	Legkisebb négyzetek módszere (LSC)					
	[mm]	[mm]	a [mm]	b [mm]	r [mm]	d [mm]	d átlag [mm]	Szórás [mm]
ø6; 3 pont; 1	6,012	6,01220	57,4010	26,5422	3,0078	6,0156	6,0274	0,0112
ø6; 3 pont; 2	6,012	6,01220	40,1498	41,4757	3,0189	6,0378		
ø6; 3 pont; 3	6,012	6,01220	54,2885	27,0246	3,0144	6,0288		
ø6; 5 pont; 1	6,012	6,01220	57,3959	26,5419	3,0066	6,0132	6,0266	0,0117
ø6; 5 pont; 2	6,012	6,01220	40,1467	41,4748	3,0175	6,0350		
ø6; 5 pont; 3	6,012	6,01220	54,2910	27,0231	3,0158	6,0316		
ø6; 7 pont; 1	6,012	6,01220	57,3974	26,5406	3,0101	6,0202	6,0261	0,0059
ø6; 7 pont; 2	6,012	6,01220	40,1430	41,4760	3,0160	6,0320		
ø6; 7 pont; 3	6,012	6,01220	54,2921	27,0217	3,0131	6,0262		
ø6; 9 pont; 1	6,012	6,01220	57,3976	26,5402	3,0092	6,0184	6,0277	0,0102
ø6; 9 pont; 2	6,012	6,01220	40,1479	41,4772	3,0193	6,0386		
ø6; 9 pont; 3	6,012	6,01220	54,2893	27,0232	3,0130	6,0260		
ø6; 15 pont; 1	6,012	6,01220	57,3946	26,5410	3,0088	6,0176	6,0245	0,0070
ø6; 15 pont; 2	6,012	6,01220	40,1451	41,4780	3,0158	6,0316		
ø6; 15 pont; 3	6,012	6,01220	54,2878	27,0241	3,0122	6,0244		

A legkisebb köré írható kör átmérők (2. táblázat) átlagosan nagyobb értékeket adnak a LSC módszerhez képest, valamint láthatóan két század milliméterrel nagyobbak a helyes átmérő értékeknél (2. táblázat). A szórások 6 és 12 mikrométer között vannak.

4.2 12 mm-es kalibráló gyűrű

A 12 mm-es kalibráló gyűrű mérési eredményei a 3. és 4. táblázatban láthatók. A 3. táblázat eredményeiből látszik, hogy az illesztett körök átmérőjének eltérése a tényleges értéktől 11 mikrométernél kisebb. A szórások 9 mikrométernél nem nagyobbak.

2. táblázat: 6mm-es kalibráló gyűrű mérési eredményei MCC kör esetén

	Névleges átmérő	Helyes érték	Legkisebb köré írható kör (MCC)					
	[mm]	[mm]	a [mm]	b [mm]	r [mm]	d [mm]	d átlag [mm]	Szórás [mm]
ø6; 3 pont; 1	6,012	6,01220	57,4010	26,5422	3,0078	6,0156	6,0274	0,0112
ø6; 3 pont; 2	6,012	6,01220	40,1498	41,4757	3,0189	6,0378		
ø6; 3 pont; 3	6,012	6,01220	54,2885	27,0246	3,0144	6,0288		
ø6; 5 pont; 1	6,012	6,01220	57,3916	26,5453	3,0092	6,0184	6,0309	0,0110
ø6; 5 pont; 2	6,012	6,01220	40,1481	41,4745	3,0196	6,0392		
ø6; 5 pont; 3	6,012	6,01220	54,2917	27,0247	3,0175	6,0350		
ø6; 7 pont; 1	6,012	6,01220	57,3976	26,5394	3,0117	6,0234	6,0299	0,0064
ø6; 7 pont; 2	6,012	6,01220	40,1438	41,4750	3,0181	6,0362		
ø6; 7 pont; 3	6,012	6,01220	54,2911	27,0252	3,0151	6,0302		
ø6; 9 pont; 1	6,012	6,01220	57,3972	26,5391	3,0123	6,0246	6,0332	0,0103
ø6; 9 pont; 2	6,012	6,01220	40,1458	41,4785	3,0223	6,0446		
ø6; 9 pont; 3	6,012	6,01220	54,2897	27,0231	3,0152	6,0304		
ø6; 15 pont; 1	6,012	6,01220	57,3957	26,5425	3,0115	6,0230	6,0310	0,0084
ø6; 15 pont; 2	6,012	6,01220	40,1440	41,4769	3,0199	6,0398		
ø6; 15 pont; 3	6,012	6,01220	54,2893	27,0248	3,0151	6,0302		

3. táblázat: 12mm-es kalibráló gyűrű mérési eredményei LSC kör esetén

	Névleges átmérő	Helyes érték	Legkisebb négyzetek módszere (LSC)					
	[mm]	[mm]	a [mm]	b [mm]	r [mm]	d [mm]	d átlag [mm]	Szórás [mm]
ø12; 3 pont; 1	12,0000	11,99990	50,9228	41,9462	6,0060	12,0120	12,0107	0,0081
ø12; 3 pont; 2	12,0000	11,99990	40,7927	40,9810	6,0090	12,0180		
ø12; 3 pont; 3	12,0000	11,99990	54,1602	25,5920	6,0010	12,0020		
ø12; 5 pont; 1	12,0000	11,99990	50,9176	41,9529	6,0013	12,0026	12,0037	0,0029
ø12; 5 pont; 2	12,0000	11,99990	40,7985	40,9931	6,0008	12,0016		
ø12; 5 pont; 3	12,0000	11,99990	54,1612	25,5907	6,0035	12,0070		
ø12; 7 pont; 1	12,0000	11,99990	50,9206	41,9552	6,0005	12,0010	11,9999	0,0015
ø12; 7 pont; 2	12,0000	11,99990	40,7976	40,9913	6,0003	12,0006		
ø12; 7 pont; 3	12,0000	11,99990	54,1644	25,5902	5,9991	11,9982		
ø12; 9 pont; 1	12,0000	11,99990	50,9196	41,9541	5,9995	11,9990	12,0016	0,0054
ø12; 9 pont; 2	12,0000	11,99990	40,7978	40,9945	6,0039	12,0078		
ø12; 9 pont; 3	12,0000	11,99990	54,1609	25,5922	5,9990	11,9980		
ø12; 15 pont; 1	12,0000	11,99990	50,9189	41,9552	5,9995	11,9990	12,0001	0,0020
ø12; 15 pont; 2	12,0000	11,99990	40,7991	40,9929	6,0012	12,0024		
ø12; 15 pont; 3	12,0000	11,99990	54,1619	25,5925	5,9995	11,9990		

A 4. táblázat eredményeiből látszik, hogy az illesztett körök átmérői nagyobbak a tényleges átmérőnél, az eltérés 5 és 11 μm közé esik. A szórások 1 és 9 μm közé esnek.

4. táblázat: 12mm-es kalibráló gyűrű mérési eredményei MCC kör esetén

	Névleges átmérő	Helyes érték	Legkisebb köré írható kör (MCC)					
	[mm]	[mm]	a [mm]	b [mm]	r [mm]	d [mm]	d átlag [mm]	Szórás [mm]
ø12; 3 pont; 1	12,0000	11,99990	50,9228	41,9462	6,0060	12,0120	12,0107	0,0081
ø12; 3 pont; 2	12,0000	11,99990	40,7927	40,9810	6,0090	12,0180		
ø12; 3 pont; 3	12,0000	11,99990	54,1602	25,5920	6,0010	12,0020		
ø12; 5 pont; 1	12,0000	11,99990	50,9201	41,9547	6,0027	12,0054	12,0069	0,0030
ø12; 5 pont; 2	12,0000	11,99990	40,7987	40,9946	6,0025	12,0050		
ø12; 5 pont; 3	12,0000	11,99990	54,1586	25,5918	6,0052	12,0104		
ø12; 7 pont; 1	12,0000	11,99990	50,9192	41,9562	6,0016	12,0032	12,0048	0,0016
ø12; 7 pont; 2	12,0000	11,99990	40,8008	40,9939	6,0032	12,0064		
ø12; 7 pont; 3	12,0000	11,99990	54,1620	25,5923	6,0024	12,0048		
ø12; 9 pont; 1	12,0000	11,99990	50,9202	41,9542	6,0007	12,0014	12,0072	0,0089
ø12; 9 pont; 2	12,0000	11,99990	40,7989	40,9968	6,0087	12,0174		
ø12; 9 pont; 3	12,0000	11,99990	54,1612	25,5927	6,0014	12,0028		
ø12; 15 pont; 1	12,0000	11,99990	50,9154	41,9555	6,0029	12,0058	12,0091	0,0029
ø12; 15 pont; 2	12,0000	11,99990	40,7952	40,9921	6,0052	12,0104		
ø12; 15 pont; 3	12,0000	11,99990	54,1593	25,5944	6,0056	12,0112		

4.3 25 mm-es kalibráló gyűrű

A 25 mm-es kalibráló gyűrű mérési eredményei az 5. és 6. táblázatban láthatók. Az 5. táblázat eredményeiből látszik, hogy az eltérés a gyűrű mért értékétől maximum 3 mikrométerrel tér el átmérőben. A szórás értékek 3 és 9 mikrométer között vannak.

A 6. táblázat eredményeiből látszik, hogy az eltérések a mért átmérő és az illesztett körök átmérője között 3 és 11 μm között vannak. A szórások 3 és 10 μm között vannak.

4.4 60 mm-es kalibráló gyűrű

A 60 mm-es kalibráló gyűrű mérési eredményei a 7. és 8. táblázatban láthatók. A 7. táblázat eredményeiből látszik, hogy az illesztett körök átmérője legfeljebb 3 mikrométerrel tér el a mért átmérőtől. A szórások 1 és 5 μm között vannak.

5. táblázat: 25mm-es kalibráló gyűrű mérési eredményei LSC kör esetén

	Névleges átmérő	Helyes érték	Legkisebb négyzetek módszere (LSC)					
	[mm]	[mm]	a [mm]	b [mm]	r [mm]	d [mm]	d átlag [mm]	Szórás [mm]
ø25; 3 pont; 1	25,001	25,00115	50,4307	37,9474	12,5020	25,0040	25,0034	0,0037
ø25; 3 pont; 2	25,001	25,00115	50,7788	42,0044	12,4997	24,9994		
ø25; 3 pont; 3	25,001	25,00115	53,5023	29,1717	12,5034	25,0068		

ø25; 5 pont; 1	25,001	25,00115	50,4267	37,9422	12,5005	25,0010	25,0045	0,0077
ø25; 5 pont; 2	25,001	25,00115	50,7791	42,0078	12,4996	24,9992		
ø25; 5 pont; 3	25,001	25,00115	53,5053	29,1746	12,5067	25,0134		
ø25; 7 pont; 1	25,001	25,00115	50,4291	37,9444	12,5006	25,0012	25,0023	0,0050
ø25; 7 pont; 2	25,001	25,00115	50,7799	42,0043	12,4990	24,9980		
ø25; 7 pont; 3	25,001	25,00115	53,5089	29,1725	12,5039	25,0078		
ø25; 9 pont; 1	25,001	25,00115	50,4286	37,9460	12,4992	24,9984	25,0005	0,0082
ø25; 9 pont; 2	25,001	25,00115	50,7775	42,0042	12,4968	24,9936		
ø25; 9 pont; 3	25,001	25,00115	53,5091	29,1761	12,5048	25,0096		
ø25; 15 pont; 1	25,001	25,00115	50,4292	37,9442	12,4993	24,9986	25,0010	0,0073
ø25; 15 pont; 2	25,001	25,00115	50,7777	42,0057	12,4976	24,9952		
ø25; 15 pont; 3	25,001	25,00115	53,5043	29,1733	12,5046	25,0092		

6. táblázat: 25mm-es kalibráló gyűrű mérési eredményei MCC kör esetén

	Névleges átmérő	Helyes érték	Legkisebb köré írható kör (MCC)					
	[mm]	[mm]	a [mm]	b [mm]	r [mm]	d [mm]	d átlag [mm]	Szórás [mm]
ø25; 3 pont; 1	25,001	25,00115	50,4307	37,9474	12,5020	25,0040	25,0034	0,0037
ø25; 3 pont; 2	25,001	25,00115	50,7788	42,0044	12,4997	24,9994		
ø25; 3 pont; 3	25,001	25,00115	53,5023	29,1717	12,5034	25,0068		
ø25; 5 pont; 1	25,001	25,00115	50,4262	37,9429	12,5011	25,0022	25,0061	0,0071
ø25; 5 pont; 2	25,001	25,00115	50,7781	42,0080	12,5009	25,0018		
ø25; 5 pont; 3	25,001	25,00115	53,5051	29,1749	12,5071	25,0142		
ø25; 7 pont; 1	25,001	25,00115	50,4265	37,9457	12,5026	25,0052	25,0058	0,0045
ø25; 7 pont; 2	25,001	25,00115	50,7793	42,0071	12,5008	25,0016		
ø25; 7 pont; 3	25,001	25,00115	53,5064	29,1728	12,5053	25,0106		
ø25; 9 pont; 1	25,001	25,00115	50,4247	37,9474	12,5023	25,0046	25,0053	0,0090
ø25; 9 pont; 2	25,001	25,00115	50,7777	42,0055	12,4983	24,9966		
ø25; 9 pont; 3	25,001	25,00115	53,5077	29,1794	12,5073	25,0146		
ø25; 15 pont; 1	25,001	25,00115	50,4345	37,9465	12,5038	25,0076	25,0102	0,0073
ø25; 15 pont; 2	25,001	25,00115	50,7772	42,0090	12,5023	25,0046		
ø25; 15 pont; 3	25,001	25,00115	53,5033	29,1718	12,5092	25,0184		

7. táblázat: 60 mm-es kalibráló gyűrű mérési eredményei LSC kör esetén

	Névleges átmérő	Helyes érték	Legkisebb négyzetek módszere (LSC)					
	[mm]	[mm]	a [mm]	b [mm]	r [mm]	d [mm]	d átlag [mm]	Szórás [mm]
ø60; 3 pont; 1	59,999	60,01050	62,5039	46,6488	30,0053	60,0106	60,0140	0,0031
ø60; 3 pont; 2	59,999	60,01050	59,3089	42,4496	30,0074	60,0148		
ø60; 3 pont; 3	59,999	60,01050	70,7070	37,8898	30,0083	60,0166		
ø60; 5 pont; 1	59,999	60,01050	62,4973	46,6472	30,0068	60,0136	60,0127	0,0013
ø60; 5 pont; 2	59,999	60,01050	59,3129	42,4473	30,0056	60,0112		
ø60; 5 pont; 3	59,999	60,01050	70,7105	37,8967	30,0067	60,0134		
ø60; 7 pont; 1	59,999	60,01050	53,1855	40,6165	30,0034	60,0068	60,0087	0,0023
ø60; 7 pont; 2	59,999	60,01050	54,5366	39,5703	30,0056	60,0112		
ø60; 7 pont; 3	59,999	60,01050	52,8806	42,9489	30,0040	60,0080		
ø60; 9 pont; 1	59,999	60,01050	62,5014	46,6498	30,0052	60,0104	60,0107	0,0028
ø60; 9 pont; 2	59,999	60,01050	59,3129	42,4532	30,0040	60,0080		
ø60; 9 pont; 3	59,999	60,01050	70,7098	37,8894	30,0068	60,0136		
ø60; 15 pont; 1	59,999	60,01050	62,5011	46,6484	30,0046	60,0092	60,0108	0,0035
ø60; 15 pont; 2	59,999	60,01050	59,3126	42,4540	30,0042	60,0084		
ø60; 15 pont; 3	59,999	60,01050	70,7117	37,8896	30,0074	60,0148		

8. táblázat: 60 mm-es kalibráló gyűrű mérési eredményei MCC kör esetén

	Névleges átmérő	Helyes érték	Legkisebb köré írható kör (MCC)					
	[mm]	[mm]	a [mm]	b [mm]	r [mm]	d [mm]	d átlag [mm]	Szórás [mm]
ø60; 3 pont; 1	59,999	60,01050	62,5039	46,6488	30,0053	60,0106	60,0140	0,0031
ø60; 3 pont; 2	59,999	60,01050	59,3089	42,4496	30,0074	60,0148		
ø60; 3 pont; 3	59,999	60,01050	70,7070	37,8898	30,0083	60,0166		
ø60; 5 pont; 1	59,999	60,01050	62,4956	46,6507	30,0083	60,0166	60,0165	0,0045
ø60; 5 pont; 2	59,999	60,01050	59,3127	42,4477	30,0060	60,0120		
ø60; 5 pont; 3	59,999	60,01050	70,7156	37,8934	30,0105	60,0210		
ø60; 7 pont; 1	59,999	60,01050	53,1859	40,6160	30,0042	60,0084	60,0132	0,0056
ø60; 7 pont; 2	59,999	60,01050	54,5319	39,5723	30,0097	60,0194		
ø60; 7 pont; 3	59,999	60,01050	52,8807	42,9481	30,0059	60,0118		
ø60; 9 pont; 1	59,999	60,01050	62,5033	46,6518	30,0098	60,0196	60,0183	0,0041
ø60; 9 pont; 2	59,999	60,01050	59,3154	42,4545	30,0069	60,0138		
ø60; 9 pont; 3	59,999	60,01050	70,7094	37,8892	30,0108	60,0216		
ø60; 15 pont; 1	59,999	60,01050	62,5009	46,6487	30,0072	60,0144	60,0161	0,0027
ø60; 15 pont; 2	59,999	60,01050	59,3126	42,4528	30,0073	60,0146		
ø60; 15 pont; 3	59,999	60,01050	70,7129	37,8891	30,0096	60,0192		

A 8. táblázat eredményeiből látszik, hogy az illesztett körök átmérője a mért értéktől legfeljebb 9 mikrométerrel térnek el. A szórások 2 és 6 µm között változnak.

4.5 100 mm-es kalibráló gyűrű

A 100 mm-es kalibráló gyűrű eredményeit a 9. és 10. táblázat foglalja össze. A 9. táblázat eredményeiből látszik, hogy az illesztett körök átmérőjének eltérése a helyes átmérőtől 3 mikrométernél nem nagyobb. A szórások értéke 0,4 és 4 μm között van.

9. táblázat: 100 mm-es kalibráló gyűrű mérési eredményei LSC kör esetén

	Névleges átmérő	Helyes érték	Legkisebb négyzetek módszere (LSC)					
	[mm]	[mm]	a [mm]	b [mm]	r [mm]	d [mm]	d átlag [mm]	Szórás [mm]
ø100; 3 pont; 1	99,999	100,01005	89,1012	53,4796	50,0042	100,0084	100,0089	0,0004
ø100; 3 pont; 2	99,999	100,01005	71,4968	50,9935	50,0046	100,0092		
ø100; 3 pont; 3	99,999	100,01005	77,4795	47,9055	50,0045	100,0090		
ø100; 5 pont; 1	99,999	100,01005	89,0976	53,4762	50,0053	100,0106	100,0111	0,0012
ø100; 5 pont; 2	99,999	100,01005	71,4954	50,9926	50,0062	100,0124		
ø100; 5 pont; 3	99,999	100,01005	77,4810	47,9027	50,0051	100,0102		
ø100; 7 pont; 1	99,999	100,01005	89,0986	53,4770	50,0069	100,0138	100,0126	0,0030
ø100; 7 pont; 2	99,999	100,01005	71,4976	50,9942	50,0046	100,0092		
ø100; 7 pont; 3	99,999	100,01005	77,4795	47,9017	50,0074	100,0148		
ø100; 9 pont; 1	99,999	100,01005	89,0983	53,4778	50,0047	100,0094	100,0092	0,0028
ø100; 9 pont; 2	99,999	100,01005	71,4971	50,9994	50,0032	100,0064		
ø100; 9 pont; 3	99,999	100,01005	77,4793	47,9052	50,0059	100,0118		
ø100; 15 pont; 1	99,999	100,01005	89,1016	53,4736	50,0035	100,0070	100,0102	0,0032
ø100; 15 pont; 2	99,999	100,01005	71,4959	51,0028	50,0067	100,0134		
ø100; 15 pont; 3	99,999	100,01005	77,4811	47,9031	50,0051	100,0102		

A 10. táblázat eredményeiből látszik, hogy az illesztett körök átmérője maximum 10 mikrométerrel térnek el a tényleges átmérőtől. A szórások 0,4 és 8 mikrométer között vannak.

10. táblázat: 100 mm-es kalibráló gyűrű mérési eredményei MCC kör esetén

	Névleges átmérő	Helyes érték	Legkisebb köré írható kör (MCC)					
	[mm]	[mm]	a [mm]	b [mm]	r [mm]	d [mm]	d átlag [mm]	Szórás [mm]
ø100; 3 pont; 1	99,999	100,01005	89,1012	53,4796	50,0042	100,0084	100,0089	0,0004
ø100; 3 pont; 2	99,999	100,01005	71,4968	50,9935	50,0046	100,0092		
ø100; 3 pont; 3	99,999	100,01005	77,4795	47,9055	50,0045	100,0090		
ø100; 5 pont; 1	99,999	100,01005	89,0964	53,4772	50,0059	100,0118	100,0133	0,0015
ø100; 5 pont; 2	99,999	100,01005	71,4961	50,9917	50,0074	100,0148		
ø100; 5 pont; 3	99,999	100,01005	77,4822	47,9045	50,0066	100,0132		
ø100; 7 pont; 1	99,999	100,01005	89,0970	53,4800	50,0106	100,0212	100,0197	0,0055
ø100; 7 pont; 2	99,999	100,01005	71,4955	50,9942	50,0068	100,0136		
ø100; 7 pont; 3	99,999	100,01005	77,4742	47,9025	50,0121	100,0242		
ø100; 9 pont; 1	99,999	100,01005	89,0981	53,4784	50,0069	100,0138	100,0134	0,0030
ø100; 9 pont; 2	99,999	100,01005	71,4972	50,9979	50,0051	100,0102		
ø100; 9 pont; 3	99,999	100,01005	77,4794	47,9070	50,0081	100,0162		
ø100; 15 pont; 1	99,999	100,01005	89,0996	53,4758	50,0076	100,0152	100,0207	0,0078
ø100; 15 pont; 2	99,999	100,01005	71,5008	51,0064	50,0148	100,0296		
ø100; 15 pont; 3	99,999	100,01005	77,4790	47,9025	50,0086	100,0172		

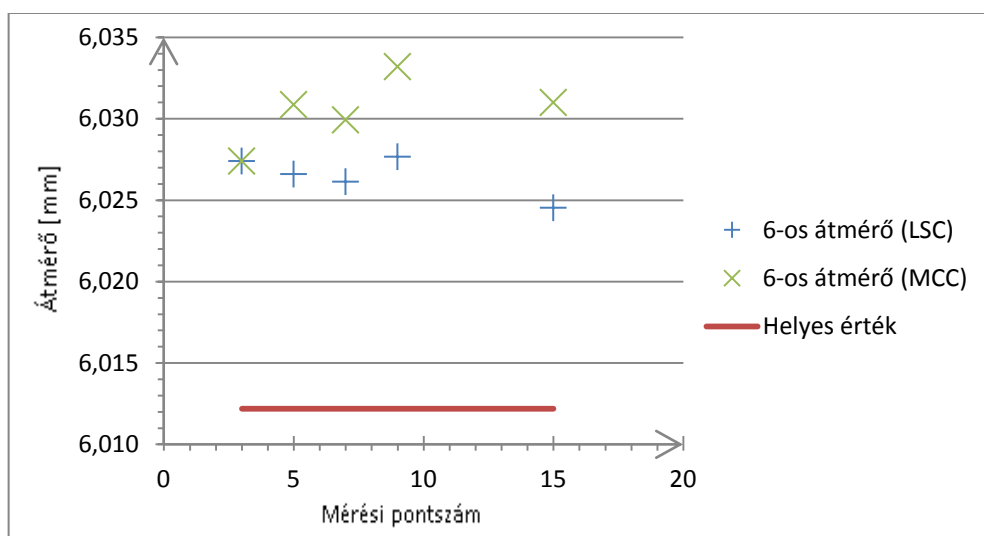
5. Eredmények értékelése

5.1 Mérés pontossága a különböző átmérőknél

Az illesztett körök vizsgálatánál fontos elemezni, hogy az illesztett körök hogyan viszonyulnak a helyes átmérő értékhez. Az alábbi 5 diagramon az egyes átmérőkre felvett pontokra illesztett körök méretét lehet látni.

5.1.1 Az egyes kalibráló gyűrűk mérési hibája

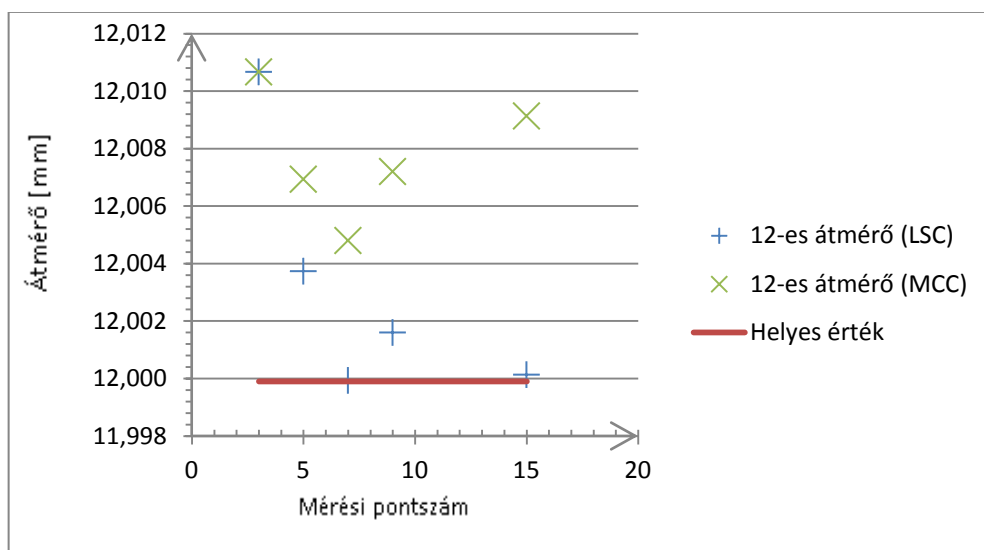
A 11. ábrán látható a 6 mm-es kalibráló gyűrűn mért pontokra illesztett legkisebb négyzetes eltéréssel (LSC) és a legkisebb köré írható kör (MCC) szerint meghatározott átmérő. A vízszintes tengelyen a mérési pontszámok, a függőleges tengelyen az átmérő értéke látható mm-ben. A diagramon egy pont három illesztett kör átmérőjének átlagát jelöli. Az adatokból látszik, hogy a 3 pontra illesztett körök megegyeznek, mivel 3 pont a legkevesebb, amivel meg lehet határozni egy kört. Az ábrán látható, hogy minél több pontot veszünk fel a kalibráló gyűrű kerülete mentén, annál nagyobb lesz az átmérő különbség a két módszerrel illesztett körök között. A mérési pontszám növekedésével az LSC átmérő értékek egyre jobban megközelítik a kalibráló gyűrű helyes értékét.



11. ábra: 6 mm-es gyűrű mérési eredményei a pontszám függvényében

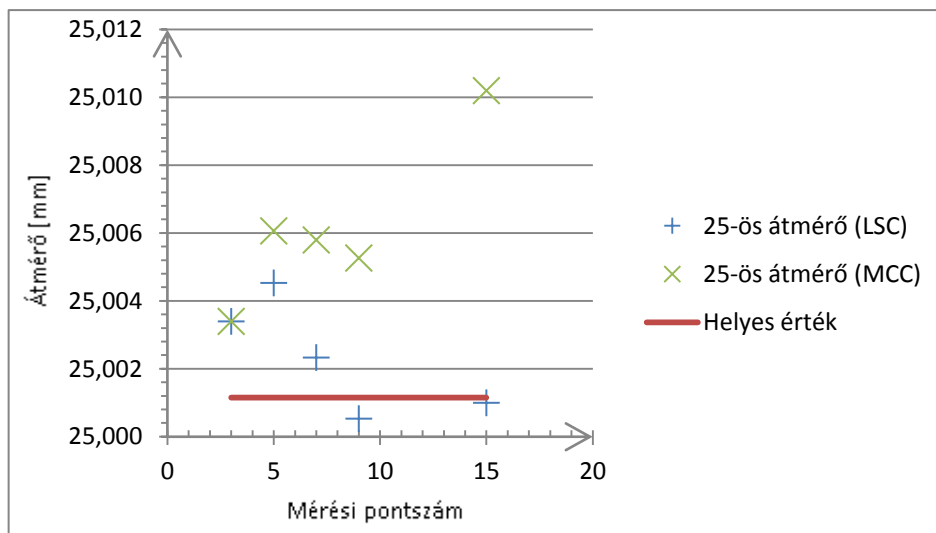
A következő ábrán (12. ábra) a 12 mm-es kalibráló gyűrűn felvett pontokra illesztett körök átmérője látható. Itt is minden pont 3 mérés átlagából lett meghatározva. A diagramon látszik, hogy a két módszerrel illesztett körök különbsége a mérési pontszám növelésével növekszik. Az LSC körök a mérési pontszám növelésével felülről

közelítik a helyes értéket. A 7 és 15 pontra illesztett LSC kör van a legközelebb a tényleges értékhez.



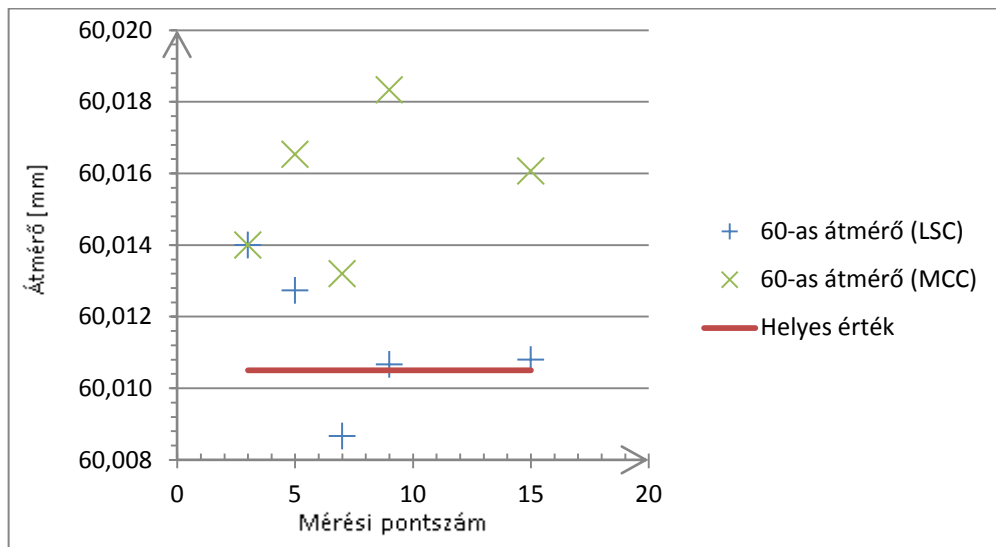
12. ábra: 12 mm-es gyűrű mérési eredményei a pontszám függvényében

A 13. ábrán a 25 mm-es kalibráló gyűrű mérési adatai láthatók. A 15 pontra illesztett LSC kör van a legközelebb a valódi értékhez. Ezen a diagramon is látható a két illesztési módszerrel illesztett körök átmérője közötti különbség.



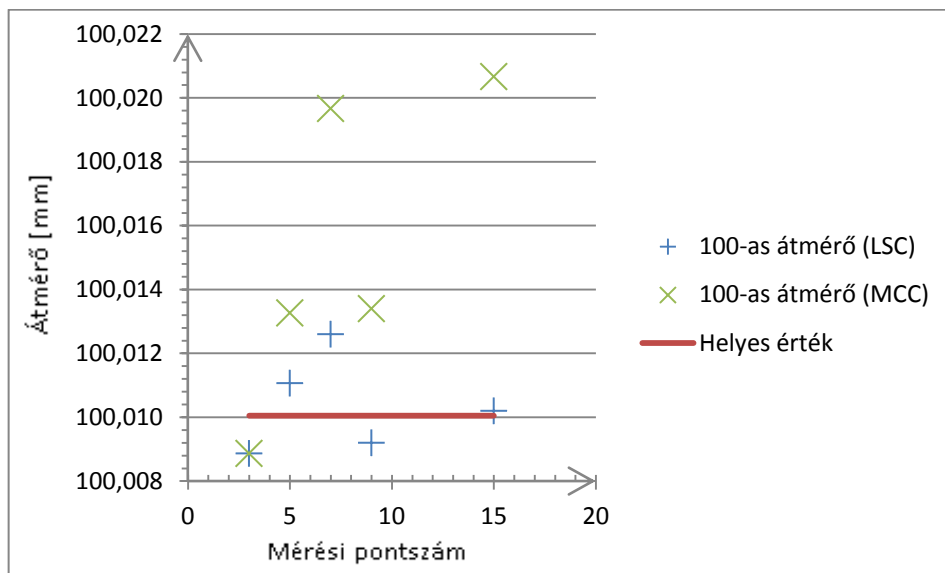
13. ábra: 25 mm-es gyűrű mérési eredményei a pontszám függvényében

A 14. ábrán láthatók a 60 mm-es kalibráló gyűrű mérési eredményei. Az eredményekből látszik, hogy az LSC köröknél mindig nagyobbak az MCC körök. Az LSC körök plusz 4 és mínusz 2 mikrométeres intervallumban helyezkednek el a tényleges átmérőhöz képest.



14. ábra: 60 mm-es gyűrű mérési eredményei a pontszám függvényében

A 15. ábrán láthatók a 100 mm-es kalibráló gyűrű mérési eredményei. Az eredményekből látszik, hogy az LSC körök átmérő értékénél mindig nagyobbak az MCC körök. Az LSC körök $\pm 2,5 \mu\text{m}$ -es intervallumban helyezkednek el a tényleges átmérőhöz képest.



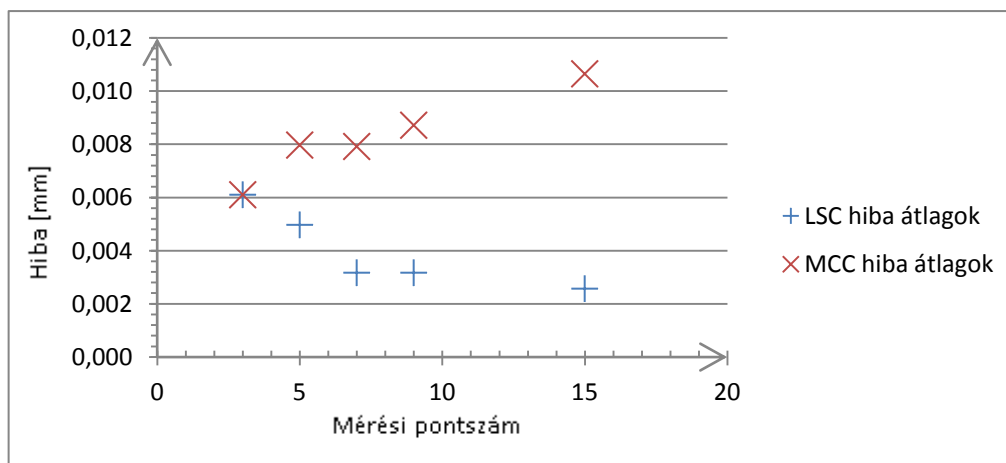
15. ábra: 100 mm-es gyűrű mérési eredményei a pontszám függvényében

5.1.2 Összehasonlítás a különböző mért kalibráló gyűrűk között

Összefoglalva elmondható a kapott mérési eredményekből, hogy:

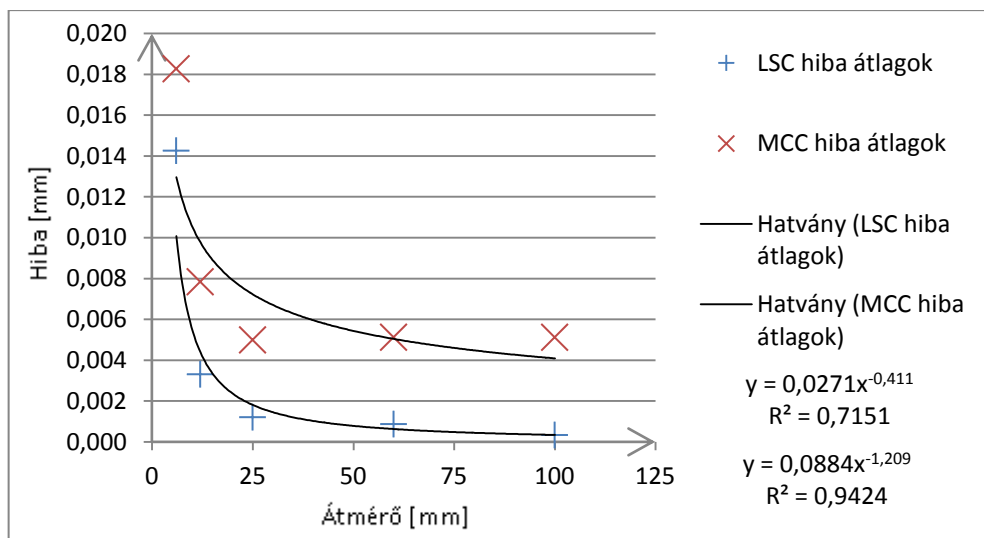
- Szinte minden vizsgált esetben az MCC körök átmérő értékei felülbecsülték az átmérő értékét, és a mérési pontszám változását figyelembe véve nem mondható el egyértelmű tendencia. Ennek oka lehet, hogy az MCC kört a ponthalmaz azon 3 pontjára illesztjük, aminél teljesül, hogy az összes mért pontot magában foglalja és közben az átmérője a lehető legkisebb. Tehát az MCC körön kívül nem helyezkednek el pontok, csak a belsejében, ebből következik, hogy nagyobboknak kell lennie az MCC körnek mint az azonos ponthalmazra illesztett LSC körnek.
- A mérési pontszám növekedésével szinte minden esetben az LSC körök átmérő értékei egyre jobban megközelítik a kalibráló gyűrűk helyes értékét. Ennek oka az lehet, hogy a nagyobb (kiugró értékű) geometriai távolság hibával rendelkező pontok hatása csökken, minél több pontra végezzük el a körillesztést.

A mérési hiba a mért értékek és a helyes érték különbségét jelenti. Kiszámítottam az egyes kalibráló gyűrűk esetén a mérési hibákat, majd képeztem ezeknek a mérési hibáknak az átlagait a mérési pontszámok szerint, az összes vizsgálatba vont kalibráló gyűrű esetén. A 16. ábrán mérési hibák átlaga látható a pontszámok függvényében. A diagramon egy pont a 6, 12, 25, 60 és 100 mm-es kalibráló gyűrűkre felvett pontokra illesztett LSC vagy MCC körök eltéréseinek az átlagát jelenti. Jól látható, hogy a mérési pontszám növekedésével az LSC körök eltérése a tényleges értéktől csökken, tehát minél több pontot veszünk fel a kerület mentén, annál pontosabb lesz az illesztett kör átmérője a valós értékhez. Az MCC körök esetén fordított tendenciát láthatunk, minél több pontot veszünk fel a kerület mentén, annál nagyobb lesz a legkisebb köré írható kör átmérője.



16. ábra: A mérési hibák értékeinek átlaga a mérési pontszám függvényében

A 17. ábrán szintén az eltérések átlaga látható, de az átmérők függvényében. A diagramon egy pont a 3, 5, 7, 9 és 15 pontra illesztett körök eltérésének átlagát jelöli a tényleges átmérőhöz. Az adatokra hatványfüggvény illeszthető jó közelítéssel.



17. ábra: A mérési hibák átlaga az átmérők függvényében

Az LSC körök hibáját az átmérő függvényében a következő egyenlettel írhatjuk le:

$$\text{Mérési hiba (LSC)} = 0,0884 \cdot d^{-1,209} \quad (26)$$

ahol d : a mért átmérő értéke mm-ben.

Az MCC körök hibáját az átmérő függvényében a következő egyenlettel lehet közelíteni:

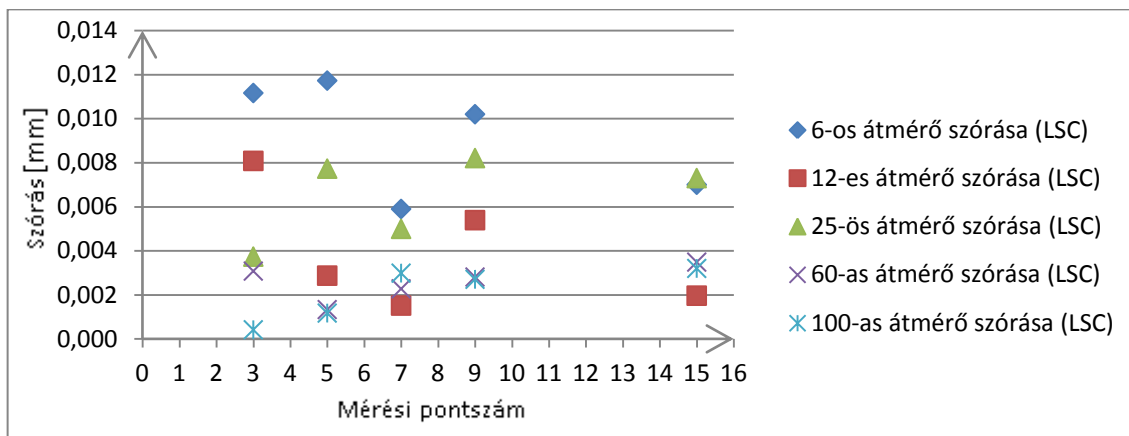
$$\text{Mérési hiba (MCC)} = 0,0271 \cdot d^{-0,411} \quad (27)$$

ahol d : a mért átmérő értéke mm-ben.

A függvénykapcsolatokból látható, hogy mindkét matematikai számítási módszer esetén a 25 mm-es átmérőnél nagyobb méretű idomszerek esetén a mérési hiba értéke állandósul. Ebből arra lehet következtetni, hogy a 25 mm-nél kisebb körök átmérőjének meghatározása során a mérési hiba (a mérés torzítása) jelentősen befolyásolja a mérési eredményt. A kapott eredmény hasonlóságot mutat azzal a ténnyel, mely szerint a koordináta mérések során az etalonként használt gömbök átmérőjének is minimálisan közel 25 mm-esnek kell lennie. Az is befolyásolhatja a mérést, hogy a profilprojektor vetítőernyőjén a szátkereszttel azonos nagyítás mellett a különböző átmérők esetén változó görbületű kontúrra kell ráállni, illetve a szátkereszt vastagsága állandó, a mért átmérők értéke viszont változó.

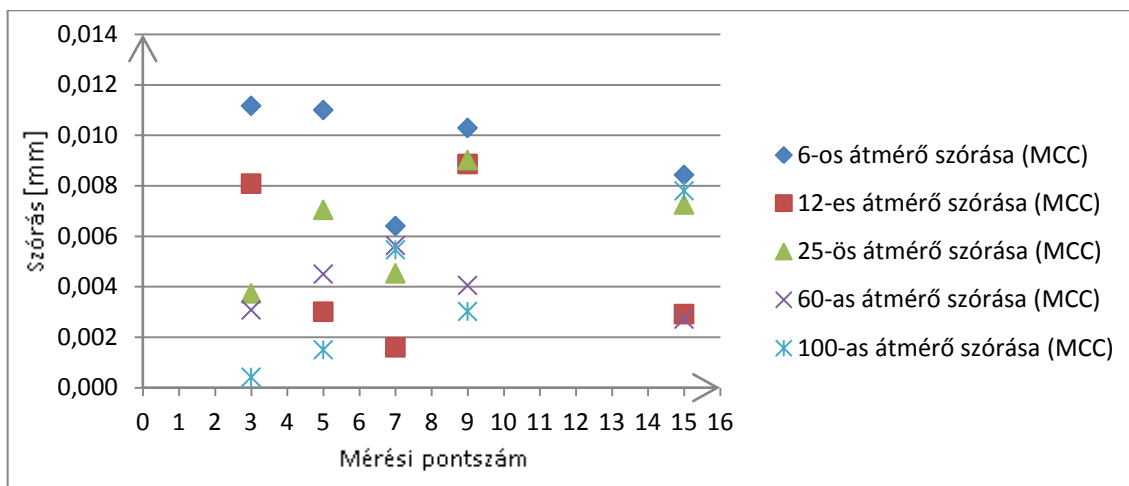
5.2 Mérések ingadozása

A kiértékelés során vizsgáltam az illesztett körök szórását, ami a 18. és 19. ábrán látható. A diagramokon a szórásokat a mérési pontszám függvényében ábrázoltam az LSC és MCC körökre.



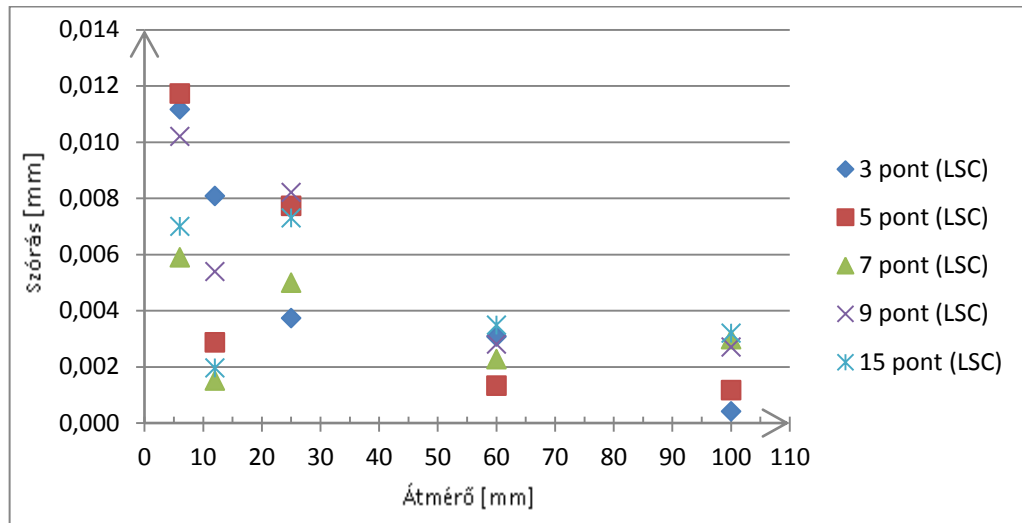
18. ábra: Az LSC körök szórása a mérési pontszám függvényében

A diagramokon egy pont egy adott átmérőre, adott pontszámra illesztett, 3 mérésből számított ($\bar{x}$) szerinti szórást jelent mm-ben. A 18. és 19. ábrán látható, hogy a szórás nem mutat lényeges változást a pontszám növelésével, az értékek nem mennek 12 μm fölé.



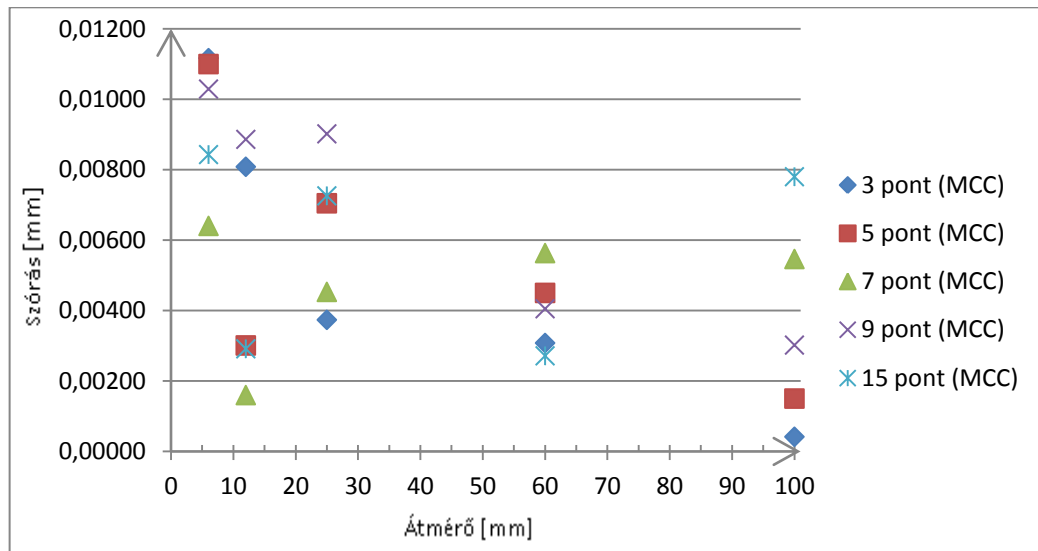
19. ábra: Az MCC körök szórása a mérési pontszám függvényében

Ha a szórásokat az átmérő függvényében ábrázoljuk az LSC körök esetén (20. ábra), akkor láthatunk egy csökkenő tendenciát az átmérő növelésével. A diagramon egy pont egy adott átmérő, adott számú pontra illesztett kör 3 mérésének szórását jelenti.



20. ábra: Az LSC körök szórása az átmérő függvényében

A 21. ábrán az MCC körök szórása látható az átmérő függvényében. A diagramon egy pont egy adott átmérő, adott számú pontra illesztett kör 3 mérésének szórását jelenti. Az MCC körök esetén nem látható egyértelmű tendencia a szórásokban, mint az LSC körök esetén.



21. ábra: Az MCC körök szórása az átmérő függvényében

5.3 Szórásелеmzés (ANOVA)

Szórásелеmzéssel arra a kérdésre keressük a választ, hogy a kalibráló gyűrűk méretének meghatározása során mely paramétereknek van hatása a mérési eredményekre LSC körök esetén. Összesen 5 féle mérési pontszámot választottam, és 5 féle kalibráló gyűrűt mértem.

5.3.1 Egyesített ANOVA

Az összes mérési hibát kiszámítottam, és szórásелеmzéssel megvizsgáltam, hogy a mérési pontszámok változtatása vagy a különféle méretű kalibráló gyűrűk szignifikánsan különböző eredményeket adnak-e.

A vizsgálati modell a következő egyenlettel írható le:

$$y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \alpha\beta_{ij} + \varepsilon_{jk} \quad (28)$$

ahol: y_{ijk} : k-dik mért adat,

μ : a várható érték,

α_i : i-dik pontszám,

β_j : j-dik gyűrű méret,

ε_{ijk} : a kísérleti hiba.

A szórásелеmzés eredménye a 11. táblázatban található.

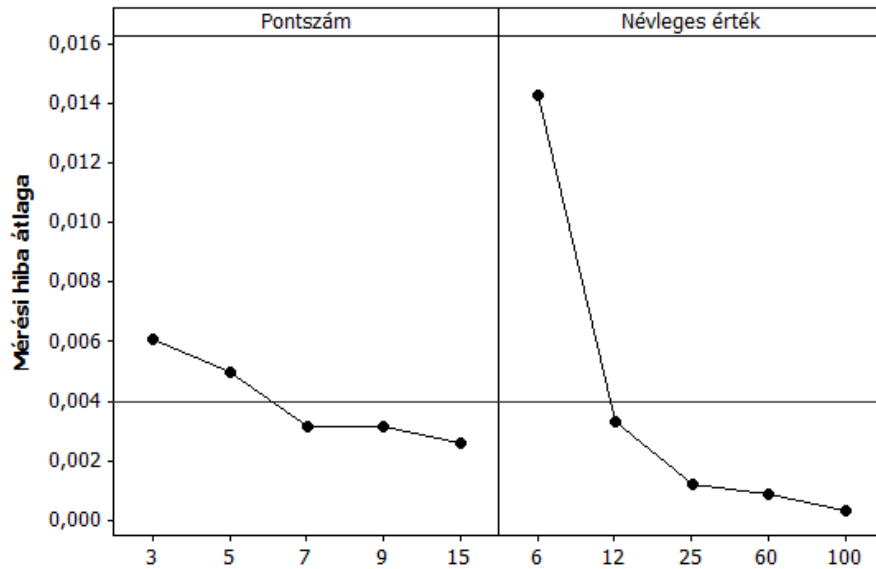
11. táblázat: A kétfaktoros ANOVA vizsgálat eredményei

Analysis of Variance for Mérési hiba					
Source	DF	SS	MS	F	P
Pontszám	4	0,00013181	0,00003295	0,98	0,428
Névleges érték	4	0,00205284	0,00051321	15,22	0,000
Pontszám*Névleges érték	16	0,00023376	0,00001461	0,43	0,966
Error	50	0,00168584	0,00003372		
Total	74	0,00410426			

Az eredményekből látható, hogy a kalibráló gyűrűk méretének 95%-os szignifikancia szinten hatása van a mérési hiba értékére, vagyis nem elhanyagolható, melyik gyűrűt mérjük, a mérési hiba mértéke változik. A mérési pontszámnak nincs hatása a mérési hiba értékére 95%-os szinten ($p > 0,05$).

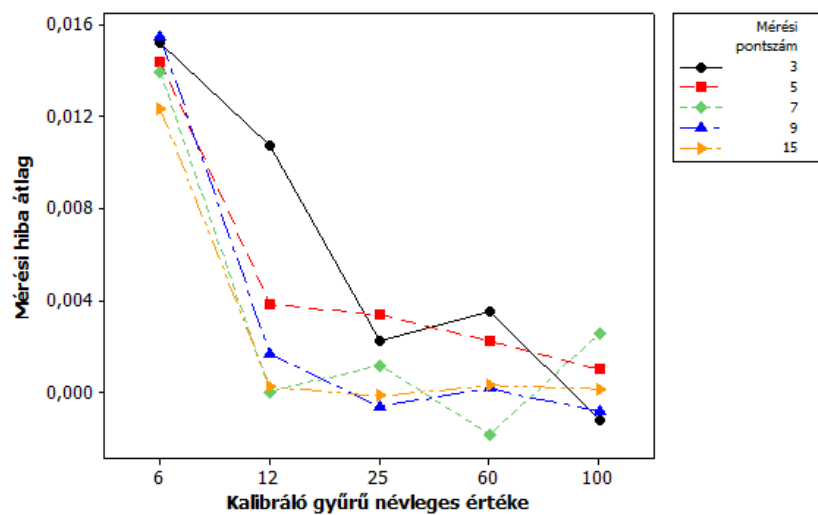
A főhatás ábra (22. ábra) megmutatja, hogy átlagosan a mérési hibát hogyan befolyásolja a mérési pontszám és a kalibráló gyűrű mérete. Látható, hogy a mérési pontszám növekedésével csökkenés van a mérési hiba átlagos értékében az összes

vizsgált esetet figyelembe véve, de ez nem szignifikáns mértékű összevetve a gyűrűk méretének növekedése okozta hatással.



22. ábra: Főhatás ábra

A faktorok (mérési pontszám és kalibráló gyűrű mérete) között nem mutatható ki kölcsönhatás, vagyis a kalibráló gyűrű méretének növekedésével hasonló lefutású görbékkel láthatunk a különféle mérési pontszámok esetén (23. ábra).



23. ábra: Kölcsönhatás ábra

5.3.2 SzórásElemzés az egyes kalibráló gyűrűkre elkülönítve

Vizsgálataim során a profilprojektorral történő ismételt mérések ingadozását határozom meg a továbbiakban. Ez esetben minden gyűrű esetén külön meghatározom az ismételt mérések szórását az adott gyűrűhöz tartozó összes mérés figyelembevételével. A vizsgálat során használt vizsgálati modellt a következő egyenlet írja le:

$$y_{ij} = \mu + \alpha_i + \varepsilon_{ij} \quad (29)$$

ahol: y_{ij} : k-dik mért adat, μ : a várható érték, α_i : i-dik pontszám,
 ε_{ij} : a ismétléses hiba.

Minden kalibráló gyűrű mért értékére végeztem egy faktor, a mérési pontszám szerinti szórásElemzést, és meghatároztam az adott kalibráló gyűrűhöz tartozó egyesített ismétléses szórás értékét.

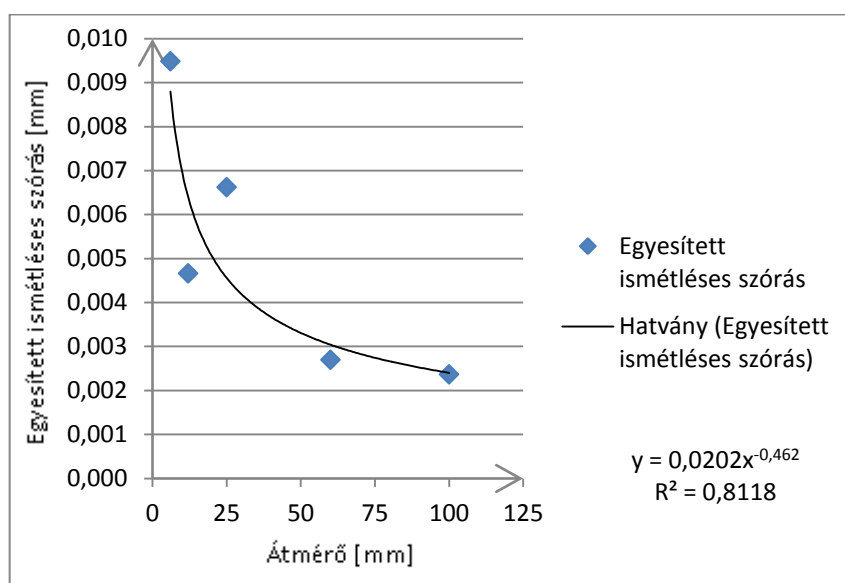
12. táblázat: Az egyfaktoros ANOVA vizsgálat eredményei

6 mm-es kalibráló gyűrű						
Source	DF	SS	MS	F	P	
Pontszám	4	0,00001853	0,00000463	0,05	0,994	
Error	10	0,00090032	0,00009003			
Total	14	0,00091885				
S = 0,00948852						
12 mm-es kalibráló gyűrű						
Source	DF	SS	MS	F	P	
Pontszám	4	0,0002360	0,0000590	2,71	0,092	
Error	10	0,0002176	0,0000218			
Total	14	0,0004536				
S = 0,004665						
25 mm-es kalibráló gyűrű						
Source	DF	SS	MS	F	P	
Pontszám	4	0,0000330	0,0000082	0,19	0,939	
Error	10	0,0004389	0,0000439			
Total	14	0,0004719				
S = 0,006625						
60 mm-es kalibráló gyűrű						
Source	DF	SS	MS	F	P	
Pontszám	4	0,0000507	0,0000127	1,74	0,218	
Error	10	0,0000730	0,0000073			
Total	14	0,0001237				
S = 0,002701						
100 mm-es kalibráló gyűrű						
Source	DF	SS	MS	F	P	
Pontszám	4	0,0000273	0,0000068	1,22	0,362	
Error	10	0,0000561	0,0000056			
Total	14	0,0000834				
S = 0,002368						

Látható az eredményekből, hogy a mérési pontszámnak egyik vizsgált átmérő értéknél sincs hatása 95%-os szinten a mérési hiba értékére. Az ismétlés okozta mérési

bizonytalanság becslésére az egyesített szórás értékek az egyes ANOVA táblázatok alatti sorban találhatók mm-ben.

Az ismétléses szórások az átmérő függvényében a 24. ábrán láthatók. A diagramon látható, hogy minél nagyobb a vizsgált átmérő, az ismétléses szórás annál kisebb. Ennek oka lehet, hogy a profilprojektor nagyítási értékének beállítása mellett változó átmérők mérése esetén a szálkereszttel változó görbületű kontúrra kell ráállni. Tehát minél nagyobb a vizsgált átmérő, annál kisebb görbületű a kontúr, amire a vetítőernyőn a szálkereszttel rá kell állni. További ok lehet még az, hogy a szálkereszt vastagsága állandó, a vizsgált átmérők viszont változó nagyságúak.



24. ábra: Az egyesített ismétléses szórások az átmérő függvényében

Az ismétléses szórásra az alábbi egyenlet írható fel:

$$u_{ismétlés} = 0,0202 \cdot d^{-0,462} \quad (30)$$

ahol d : a mért átmérő értéke.

5.4 Mérési bizonytalanság meghatározása

A profilprojektorral történő mérés bizonytalansága:

$$u_c = \sqrt{u_{projektor}^2 + u_{ismétlés}^2} \quad (31)$$

$$U = 2u_c \quad (32)$$

ahol: $u_{projektor}$: a projektor bizonytalansága,

$u_{ismétlés}$: egyesített ismétléses bizonytalanság,

u_c : eredő bizonytalanság a profilprojektorral történő átmérő mérés során,

U : kiterjesztett mérési bizonytalanság a profilprojektorral történő átmérő mérés során (megközelítőleg 95%-os szinten).

A profilprojektor műszaki leírása alapján (ld. 3.2 fejezet):

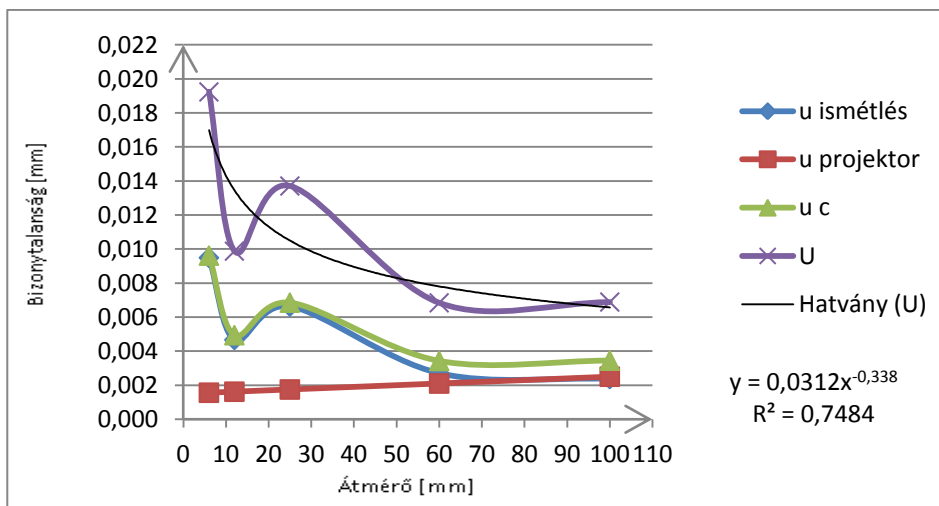
$$u_{\text{projektor}} = \frac{(3 + \frac{L}{50})}{2 \cdot 10^3} \quad (33)$$

A 13. táblázatban láthatók a bizonytalanságok számított értékei.

13. táblázat: A bizonytalanságok számított értékei

kalibráló gyűrűk helyes értéke [mm]	$u_{\text{ismétlés}}$ [mm]	$u_{\text{projektor}}$ [mm]	u_c [mm]	U [mm]
6,02350	0,0095	0,0016	0,0096	0,0192
11,99990	0,0047	0,0016	0,0049	0,0099
25,00115	0,0066	0,0018	0,0069	0,0137
60,01050	0,0027	0,0021	0,0034	0,0068
100,01005	0,0024	0,0025	0,0034	0,0069

A 25. ábrán láthatók a kiterjesztett-, az ismétléses-, a projektor-, és az összesített mérési bizonytalanság értékek az átmérő függvényében. A kiterjesztett mérési bizonytalanság értékekre jó közelítéssel hatványfüggvény illeszthető. Az átmérő függvényében csökkenő tendenciát mutatnak az U értékek.



25. ábra: A mérési bizonytalanságok az átmérő függvényében

A hatványfüggvény ami közelíti a kiterjesztett mérési bizonytalanság értékét az átmérő függvényében a következőképpen írható fel:

$$U = 0,0312 \cdot d^{-0,338} \quad (34)$$

ahol d : a mért átmérő értéke mm-ben.

Tehát az ismételt mérés okozta bizonytalanság az átmérő növekedésével csökken, amelynek oka lehet az, hogy azonos nagyítás értéken vizsgált átmérők esetén a szálkereszt vastagsága a vetítőképernyőn nem változik, viszont a kontúrok görbülete változik, vagyis az átmérők változtatásával változó görbületű kontúrra kell ráállni a szálkereszttel.

Összességében az ismétlés okozta ingadozás a projektor saját bizonytalansága kompenzálja egymást egy kissé az átmérő függvényében, de az ismétlés okozat bizonytalanság csökkenése nagyobb mértékű, mint az $u_{\text{projektor}}$ növekedése, így összességében a mérés teljes bizonytalansága csökkenő tendenciát mutat a 25. ábrának megfelelően.

6. Összefoglalás

A mérések és az elemzések elvégzése után elmondható, hogy a profilprojektorral történő mérés során a mérési pontszámoknak nincs szignifikáns hatása a mért eredményekre, ellenben a kalibráló gyűrűk mérete szignifikáns hatással bír. Az illesztési módszerek között gépészeti szempontból elhanyagolható különbséget tapasztaltam. A Kasa és Pratt körillesztési módszerrel illesztett körök átmérője a geometriai LSC módszerrel illesztett körök átmérőjénél mindössze nanométer nagyságrendű különbség volt. A Taubin algebrai módszerrel illesztett körök átmérője a kijelezhető tíz tizedes jegyig (milliméter esetében) nem mutatott eltérést a geometriai LSC módszerhez képest. A legkisebb köré írható köröknél elmondható, hogy minél több pontszámra illesztjük a kört, annál nagyobb lesz az LSC körtől való eltérése.

A vizsgálataim által fény derült a profilprojektor azon tulajdonságára, hogy kis átmérőknél a hiba értéke nagyobb mint nagy átmérők esetén. Elmondható, hogy 25 mm-es vagy nagyobb átmérők mérésénél és LSC körillesztéssel a hiba értéke 2 mikrométer alatti értéken állandósulni látszik. A profilprojektorral történő átmérő meghatározás során a kiterjesztett mérési bizonytalanság az átmérő függvényében csökkenő tendenciát mutat.

A továbbiakban célszerű lenne vizsgálni a profilprojektorral történő átmérő meghatározás során a nagyítási érték hatását az illesztett körök átmérőjének hibájára, eltérésére a helyes értéktől. Lehetne vizsgálni a legnagyobb beleírható (MIC), és a minimum zóna (MZC) körök jellemzőit a mérési pontszám és az átmérő függvényében. További vizsgálatokat lehetne folytatni arra vonatkozóan, hogy a pontokat a kalibráló gyűrűkre egymástól nem egyenlő távolságokra vesszük fel a teljes kerület mentén, hanem csak negyed, fél és háromnegyed körív mentén elosztva, így az egyes LSC matematikai módszereket ismét össze lehetne hasonlítani egymással.

7. Felhasznált irodalom

- [1] DIN, ENISO. 1101 (2012) Geometrical product specifications (GPS): geometrical tolerancing—tolerances of form, orientation, location and run-out. *Beuth, Berlin*.
- [2] Al-Sharadqah, A., & Chernov, N. (2009). Error analysis for circle fitting algorithms. *Electronic Journal of Statistics*, 3, 886-911.
- [3] Chernov, N., & Lesort, C. (2005). Least squares fitting of circles. *Journal of Mathematical Imaging and Vision*, 23(3), 239-252.
- [4] Gander, W., Golub, G. H., & Strebel, R. (1994). Least-squares fitting of circles and ellipses. *BIT Numerical Mathematics*, 34(4), 558-578.
- [5] Umbach, D., & Jones, K. N. (2003). A few methods for fitting circles to data. *Instrumentation and Measurement, IEEE Transactions on*, 52(6), 1881-1885.
- [6] Pratt, V. (1987). Direct least-squares fitting of algebraic surfaces. *ACM SIGGRAPH computer graphics*, 21(4), 145-152.
- [7] Maresca, P., Gomez Garcia, E., Caja Garcia, J., Barajas Fernandez, C., & Berzal Rubio, M. (2011). A proposal for the metrological characterization of circular features with digital optical machines. American Institute of Physics-AIP Conference Proceedings/Volume 1431.
- [8] Maresca, P., Gómez, E., Caja, J., Barajas, C., & Berzal, M. (2010). Use of coordinate measuring machines and digital optical machines for the geometric characterization of circumference arcs using the minimum zone method. *Measurement*, 43(6), 822-836.