



TUDOMÁNYOS DIÁKKÖRI DOLGOZAT

**SÍKLAPÚSÁG KIÉRTÉKELÉSE
LEGKISEBB NÉGYZETEK
MÓDSZERÉVEL**

Szerző: **Pogácsás Mónika**
gépészmérnök BSc. szak, III. évf.

Konzulensek: **Dr. Drégelyi-Kiss Ágota**
egyetemi docens
Nagy János Zsolt
műszaki ügyintéző

Budapest, 2014.

Tartalomjegyzék

1.	Bevezetés	3
2.	Síklapúság vizsgálati módszerei	4
2.1	Síklapúság definíciója	4
2.2	Legkisebb négyzetek módszere (LSM, Least Squares Method).....	4
3.	Mintavételezési stratégiák és módszerek	7
3.1	Kinyerési stratégiák.....	7
3.2	A mintavételezési pontok elhelyezkedése.....	8
3.2.1	Hammersley sorozat	8
3.2.2	Halton-Zaremba sorozat	9
3.2.3	Random sorozat	10
3.3	Mintanagyság kiválasztása.....	10
4.	Anyag és módszer	12
4.1	Leppelő és ellenőrző lap.....	12
4.2	Mérőberendezés bemutatása: optikátor.....	13
4.3	Mérések végrehajtása	14
5.	Eredmények és értékelésük.....	16
6.	Összefoglalás	22
7.	Felhasznált irodalom.....	23
8.	Mellékletek	24
8.1	Melléklet	24

1. Bevezetés

Az alak- és helyzettűrések mérése egyre fontosabb szerepet töltenek be egy gépipari alkatrész minősítési folyamata során.

Az iparban sokszor gondot okoz, hogy milyen módszerekkel történjenek a mérések a mintanagyságok csökkentése, de mégis megfelelő pontosság elérése érdekében. Minél kisebb mintanagyságot sikerül elérni, annál jobban lehetne a mérési költségeket minimalizálni.

Dolgozatomban síklapúság mérésének vizsgálatával foglalkozom, mérési eredményeimet a legkisebb négyzetek módszere alapján értékelem ki.

A dolgozat első része ismerteti a síklapúság definícióját az ISO 1101:2012 szabvány alapján, és a síklapúság becslési módszerei közül a legkisebb négyzetek szerinti illesztést. Bemutatja a különböző mintavételezési stratégiákat, ezen belül is főleg a nem egyenletes módszereket.

A síklapúsági mérés kiértékelésének elemzéséhez a választott munkadarab egy leppelő és ellenőrző lap, amelynek a síklapúsága tűrt méret. Mérőeszközként $0,2\ \mu\text{m}$ felbontással rendelkező optikátort választottam. A méréseket a kiválasztott mérési stratégiák szerint elvégeztem, majd kiértékeltem a kapott eredményeket.

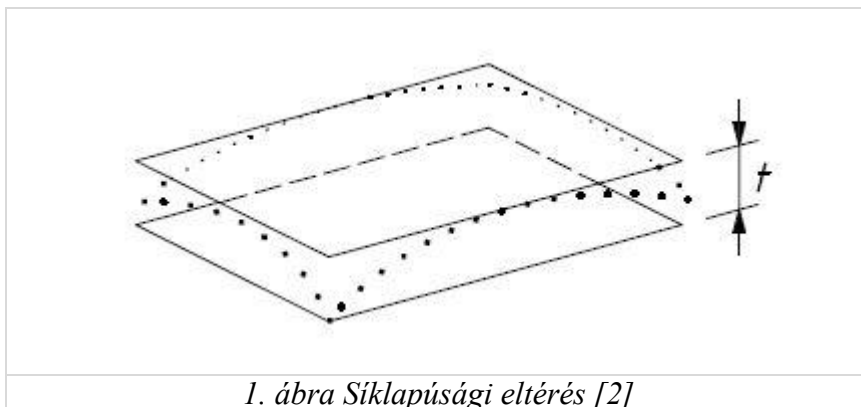
A dolgozat célja, hogy megállapítsam, melyik módszer a leghatékonyabb, illetőleg mekkora mintanagyság szükséges a síklapúság számszerűsítéséhez.

2. Síklapúság vizsgálati módszerei

Mint minden mérés során, így a síklapúság mérésénél is a pontosságra törekszünk. Több fontos tényezőt is érdemes szem előtt tartani a siker eléréséhez: legyen pontos mérőberendezés, válasszunk megfelelő adatgyűjtési folyamatot és helyes kiértékelési eljárást. A megfelelő adatgyűjtés magába foglalja az alkalmas mintanagyságot és mérési stratégiákat is. [1]

2.1 Síklapúság definíciója

A síklapúság az a feltétel, amelyen teljesül, hogy a felület minden pontja egy síkon van rajta. Az ISO 1101:2012-es szabvány szerint a síklapúság tűrészónája az a zóna, amit két párhuzamos sík határol, és egymástól egy adott t távolságra vannak. (1. ábra). Ez azt jelenti, hogy a síkoknak egymással párhuzamosaknak, a távolságaiknak minimálisnak kell lenniük, valamint a felület minden pontja a két sík közé kell, hogy essen. A síklapúság mérése az egyenesség mérésén alapul.



2.2 Legkisebb négyzetek módszere (LSM, Least Squares Method)

Többféle módszer létezik a síklapúság kiértékelésére. A legkisebb négyzetek módszere az egyik legelterjedtebb eljárás az iparban az alakhibák becsléséhez. Ez a módszer csak megközelítő megoldást ad és nem garantál precíz eredményeket a síklapúsági hibára.

A legkisebb négyzetek módszere nem biztosít pontos értékeket a síklapúság hibájához. Adott egy ponthalmaz, amire egy síkot illesztünk a legkisebb négyzetek módszerének a használatával. A pontok merőleges előjeles eltérését ki kell számolni az

illesztett síktól. A minimális és a maximális eltérés különbsége megmutatja a síklapúság hibáját. [1]

A sík általános egyenlete a következő:

$$Ax_i + By_i + Cz_i + D = 0. \quad (1)$$

Az egyenlet segédváltozói a következőképpen határozhatók meg:

$$a = -\frac{A}{C}, b = -\frac{B}{C}, c = -\frac{D}{C} \quad (2)$$

A referenciasík egyenlete:

$$z_i = ax_i + by_i + c \quad (3)$$

Feltételezzük, hogy az S függvény ennek a síknak a pontjai között lévő távolságok négyzetének az összege, és ez a minimum felé tart.

$$S = \sum_{i=1}^k (z_i - ax_i - by_i - c)^2 \quad (4)$$

$$\frac{\partial S}{\partial a} = 0, \frac{\partial S}{\partial b} = 0, \frac{\partial S}{\partial c} = 0 \quad (5)$$

Az (5) egyenletből következik:

$$\frac{\partial S}{\partial a} = \sum_{i=1}^k (-2x_i z_i + 2ax_i^2 + 2cx_i + 2bx_i y_i) = -2 \sum_{i=1}^k x_i (z_i - ax_i - by_i - c) = 0 \quad (6)$$

$$\frac{\partial S}{\partial b} = \sum_{i=1}^k (-2y_i z_i + 2by_i^2 + 2cy_i + 2ax_i y_i) = -2 \sum_{i=1}^k y_i (z_i - ax_i - by_i - c) = 0 \quad (7)$$

$$\frac{\partial S}{\partial c} = \sum_{i=1}^k (-2z_i + 2ax_i + 2by_i + 2c) = -2 \sum_{i=1}^k (z_i - ax_i - by_i - c) = 0 \quad (8)$$

A referencia sík együtthatóinak egyenlete (2. ábra):

$$\begin{aligned}
 a &= \frac{k \sum_{i=1}^k x_i z_i \sum_{i=1}^k y_i^2 + \sum_{i=1}^k x_i y_i \sum_{i=1}^k y_i \sum_{i=1}^k z_i + \sum_{i=1}^k x_i \sum_{i=1}^k y_i z_i \sum_{i=1}^k y_i - \sum_{i=1}^k z_i \sum_{i=1}^k y_i^2 \sum_{i=1}^k x_i - \sum_{i=1}^k y_i \sum_{i=1}^k y_i \sum_{i=1}^k x_i z_i - k \sum_{i=1}^k y_i z_i \sum_{i=1}^k x_i y_i}{k \sum_{i=1}^k x_i^2 \sum_{i=1}^k y_i^2 + \sum_{i=1}^k x_i y_i \sum_{i=1}^k y_i \sum_{i=1}^k x_i + \sum_{i=1}^k x_i \sum_{i=1}^k x_i y_i \sum_{i=1}^k y_i - \sum_{i=1}^k x_i \sum_{i=1}^k y_i^2 \sum_{i=1}^k x_i - \sum_{i=1}^k y_i \sum_{i=1}^k y_i \sum_{i=1}^k x_i^2 - k \sum_{i=1}^k x_i y_i \sum_{i=1}^k x_i y_i} \\
 b &= \frac{k \sum_{i=1}^k x_i^2 \sum_{i=1}^k y_i z_i + \sum_{i=1}^k x_i z_i \sum_{i=1}^k y_i \sum_{i=1}^k x_i + \sum_{i=1}^k x_i \sum_{i=1}^k x_i y_i \sum_{i=1}^k z_i - \sum_{i=1}^k x_i \sum_{i=1}^k y_i z_i \sum_{i=1}^k x_i - \sum_{i=1}^k x_i^2 \sum_{i=1}^k y_i \sum_{i=1}^k z_i - k \sum_{i=1}^k x_i y_i \sum_{i=1}^k x_i z_i}{k \sum_{i=1}^k x_i^2 \sum_{i=1}^k y_i^2 + \sum_{i=1}^k x_i y_i \sum_{i=1}^k y_i \sum_{i=1}^k x_i + \sum_{i=1}^k x_i \sum_{i=1}^k x_i y_i \sum_{i=1}^k y_i - \sum_{i=1}^k x_i \sum_{i=1}^k y_i^2 \sum_{i=1}^k x_i - \sum_{i=1}^k y_i \sum_{i=1}^k y_i \sum_{i=1}^k x_i^2 - k \sum_{i=1}^k x_i y_i \sum_{i=1}^k x_i y_i} \\
 c &= \frac{\sum_{i=1}^k x_i^2 \sum_{i=1}^k y_i^2 \sum_{i=1}^k z_i + \sum_{i=1}^k x_i y_i \sum_{i=1}^k y_i z_i \sum_{i=1}^k x_i + \sum_{i=1}^k x_i z_i \sum_{i=1}^k x_i y_i \sum_{i=1}^k y_i - \sum_{i=1}^k x_i \sum_{i=1}^k y_i^2 \sum_{i=1}^k x_i z_i - \sum_{i=1}^k y_i \sum_{i=1}^k y_i z_i \sum_{i=1}^k x_i^2 - \sum_{i=1}^k z_i \sum_{i=1}^k x_i y_i \sum_{i=1}^k x_i y_i}{k \sum_{i=1}^k x_i^2 \sum_{i=1}^k y_i^2 + \sum_{i=1}^k x_i y_i \sum_{i=1}^k y_i \sum_{i=1}^k x_i + \sum_{i=1}^k x_i \sum_{i=1}^k x_i y_i \sum_{i=1}^k y_i - \sum_{i=1}^k x_i \sum_{i=1}^k y_i^2 \sum_{i=1}^k x_i - \sum_{i=1}^k y_i \sum_{i=1}^k y_i \sum_{i=1}^k x_i^2 - k \sum_{i=1}^k x_i y_i \sum_{i=1}^k x_i y_i}
 \end{aligned}$$

2. ábra A referencia sík együtthatóinak egyenlete [5]

ahol: x_i, y_i, z_i az i pont koordinátái és a k a pontok száma.

A síklapúsági eltérést a legkisebb négyzetek módszerével meghatározott síktól a két legtávolabb eső pontok összege határozza meg.

A T pont (x_T, y_T, z_T) távolsága a legkisebb négyzetek módszerével meghatározott síktól a következőképpen definiálható (9):

$$\delta_i = \frac{ax_T + by_T - z_T + c}{-sign\sqrt{a^2 + b^2 + 1}} \quad (9)$$

A síklapúsági eltérés (10):

$$\Delta = \delta_{max} + |\delta_{min}| \quad (10)$$

3. Mintavételezési stratégiák és módszerek

A mérések elvégzése előtt fontos, hogy kidolgozzunk egy mérési stratégiát, ami megalapozza a mérési módszereket, a mérési bázis típusának és hosszának kiválasztását és a mérési sorozatot a mérési irányok által. [3]

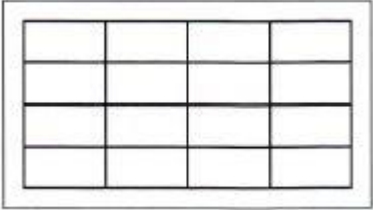
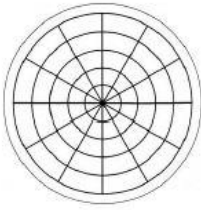
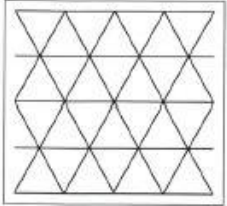
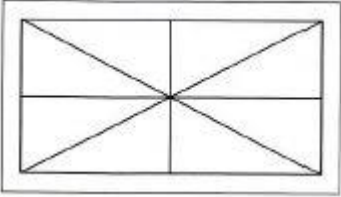
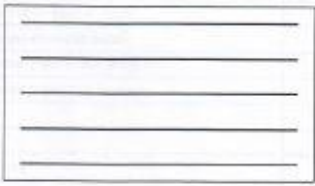
3.1 Kinyerési stratégiák

Annak érdekében, hogy síklapúságot megbízhatóan kiértékelhessük, egy megfelelő kinyerési, vagy más néven adatgyűjtési stratégiára van szükség. Ezeket a stratégiákat szabvány foglalja magában. Jelen pillanatban a legfrissebb az MSZ EN ISO 12781-2:2011.

A gyakorlatban sokszor nehéz egy sík felületet teljesen lefedni minimális sűrűségű pontokkal. Ilyen esetekben korlátozottabb kinyerési stratégiákat használnak, ami inkább specifikus, mint általános információkat tartalmaz a sík alak megközelítését illetően.

A kifejtési stratégiákat az alábbi módon csoportosíthatjuk:

- Négyszögletű rács (3. ábra)
- Poláris rács (4. ábra)
- Meghatározott rács, mint pl. a háromszögletű rács (5. ábra) vagy az Union Jack (6. ábra)
- Párhuzamos (7. ábra)
- Pontok (8. ábra)

		
3. ábra Négyszögletű rács	4. ábra Poláris rács	5. ábra Háromszögletű rács
		
6. ábra Union Jack	7. ábra Párhuzamos	8. ábra Pontok

Ez a dolgozat a pontok szerinti kifejtéssel foglalkozik. A pontok sűrűsége ennél a módszernél kisebb, mint a többi, fentebb felsoroltaknál. Ez korlátozza azt a képességet, hogy a síklapúság jellegzetességeinek arányos, harmonikus terjedelme megállapítható legyen.

Hogyha a pontok száma alacsonyabb, akkor az adatok kiszűrésénél is problémák jelentkeznek. Ez az oka annak, hogy a többi adatkinyerési stratégiákhoz képest a pontok szerinti kifejtést csak abban az esetben ajánlják, ha közelítő síklapúsági értékekre van szükség. [4]

3.2 A mintavételezési pontok elhelyezkedése

A mintavételezésnél megfontolandó dolog a pontok eloszlása, ami a mintavételezési módszerre visszavezethető.

Általában háromféle módszert szoktak megemlíteni az irodalmak a pontok helyzetének meghatározásához:

- egyenletes
- random
- rétegzett

Ez a dolgozat nem foglalkozik az egyenletes mintavételezési módszerrel. A három kiválasztott technika: Hammersley sorozat, Halton-Zaremba sorozat és random sorozat.

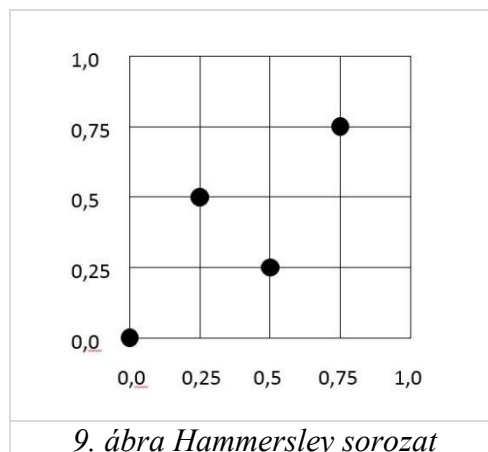
3.2.1 Hammersley sorozat

Kim és Raman [5] közös cikkükben megemlítenek egy olyan mintavételezési módszert, amelyben a Hammersley sorozatot a réteges mintavételezési módszerbe integrálják. A koordinátákat a következőképpen lehet előállítani:

$$x_i = i/N \qquad y_i = \sum_{j=0}^{k-1} b_{ij} 2^{-j-1}$$

Az N a mintavételezési pontok teljes száma; $i \in [0; N - 1]$; b_i a kettes számrendszerbeli ábrázolása az i indexnek; b_{ij} a j -edik darab a b_i -ben; k a $\lceil \log_2 N \rceil$.

A könnyebb megértés érdekében vegyünk egy példát. Ha $N=4$, akkor az x_i 0/4, 1/4, 2/4, és 3/4 lehet, a k értéke = 2. Ha $i=1$, akkor a $b_1 = (0\ 1)$. Vegyük ennek a „tükörképét”, akkor: $b_{1j} = (1\ 0)$. Innen a 2^{-j-1} a következőképpen számítható: $(2^{-1}2^{-2})$. Ennél fogva az $y_2 = 1 \cdot 2^{-1} + 0 \cdot 2^{-2}$. A 4 db koordináta kiszámítása után a pontok a 9. ábrán látható módon helyezkednek el.



3.2.2 Halton-Zaremba sorozat

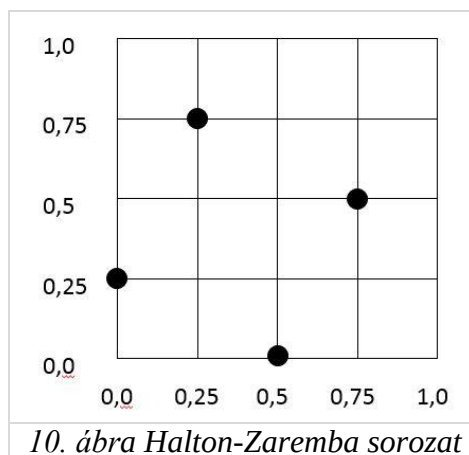
Ez a módszer hasonlít a Hammersley sorozathoz, de van egy olyan kikötése, hogy a mintanagyság csak kettőnek a hatványa lehet. Kim és Raman [5] a cikkükben ezt a módszert is bemutatják. A Hammersley sorozathoz hasonlóan ez is a rétegzett módszerbe lett integrálva. A koordináták meghatározása a következő:

$$x_i = i/N = \sum_{j=0}^{k-1} b_{ij} 2^{-(k-j)} \quad y_i = \sum_{j=0}^{k-1} b_{ij}' 2^{-j-1}$$

Az N itt szintén a mintavételezési pontok száma, ami egyenlő a 2^k hatványával, ahol $k > 1$ és $k = \log_2 N$. Az $i \in [0; N - 1]$; b_i szintén az i index kettes számrendszerbeli alakja, valamint b_{ij} itt is a b_i j -edik darabja. A b_{ij}' két kimenettel bírhat: az első, ha a j páratlan szám, ekkor a b_{ij}' egyenlő lesz $1-b_{ij}$ -vel, minden más esetben b_{ij} marad.

Vegyük ismét egy példát. Ha a mintanagyság $N=4$, a $k=2$, akkor az x_i ismételt 0; 1/4; 2/4 és 3/4 lehet. Ha $i=1$, akkor a $b_{ij} = (0\ 1)$. Ha $j=0$, akkor a $b_{ij} = b_{ij}'=1$, mivel a 0 páros szám, azonban ha $j=1$, a $b_{ij} \neq b_{ij}'$ a fenti meghatározás értelmében, tehát a b_{ij}' 0 helyett 1 lesz, tehát a b_{ij}' felírható a következő alakban: $b_{ij}' = (1\ 1)$. Ezek után az

ordináta az alábbi módon számítható ki: $y_i = 1 \cdot 2^{-1} + 1 \cdot 2^{-2} = \frac{3}{4}$. A koordináta pontok a 10. ábrán bemutatott szerint helyezkednek el.



3.2.3 Random sorozat

Ennek a módszernek az a lényege, hogy egy szoftver generál véletlenszerűen pontokat. Ez elvégezhető úgy is, hogy külön x és y koordinátákat generáltatunk, de a méréshez használt négyzeteket is meg lehet számozni. Ebben a dolgozatban a Microsoft Excel VÉLETLEN.KÖZÖTT függvénye szolgáltatta a mérési pontok ezen változatát. Itt meg lehet adni azt a tartományt, ami között válogathat a számok megadott intervallumában.

Ahogy a későbbiek során a 13. ábra is mutatni fogja, a dolgozatomban x és y koordinátákra generáltunk véletlenszerű számokat, mivel a fentebb bemutatott másik két módszerre is koordinátákat számítottunk.

3.3 Mintanagyság kiválasztása

A mintanagyság meghatározása során figyelembe kellett venni a Halton-Zaremba módszer kikötését, és a mérőberendezés fizikai korlátoltságát, ami a mintavételezési terület nagyságát is meghatározta. Mivel viszonylag kis területen dolgozhattunk, így nagy mintanagyságokban nem is volt érdemes gondolkodni. A síklapúság meghatározásához minimum három pontra van szükség, így a mintanagyságok 4, 8 és 16 lettek.

A mintanagyságot más értékek is befolyásolni fogják, úgymint a megmunkálási eljárás, és a hiba kiértékelésének a módszere.

Nem mindegy, hogy egy anyagnak mekkora a felületi érdessége és a megmunkálás során keletkező felületi mintázata. Minél kisebb a felületi érdesség, annál kevesebb pontból lehet bizonyosan megállapítani a síklapúságot.

A mintanagyság meghatározása során a költségeket is figyelembe kell venni. Lehet, hogy kevesebb mérésből is megfelelő eredményeket kapunk, ezáltal költséghatékonyabbá válhat a mérési folyamat. Gondoljunk csak bele a sorozat- vagy a tömeggyártásba. Minél több mintavételezést kell végrehajtani, annál nagyobb költségek terhelik a gyártót. [6]

4. Anyag és módszer

A vizsgálathoz leppelő és ellenőrző lapot mértünk, melynek nagyon szigorú a síklapúsági tűrése. A mérőberendezés egy optikátor volt, ami egy kellően pontos berendezés. Ezen kondíciók mellett viszonylag pontos mérést vártunk.

4.1 Leppelő és ellenőrző lap

A méréshez leppelő és ellenőrző lap lett használva. Mérete 150 mm x 150 mm, de a méréshez csak 80 mm x 80 mm lett felhasználva, ahogy a 11. ábrán is látható. A vízszintes számozás az abszcissza, míg a függőleges az ordináta tengelyt és annak irányát jelöli. Anyaga: öntöttvas.



11. ábra Leppelő és ellenőrző lap

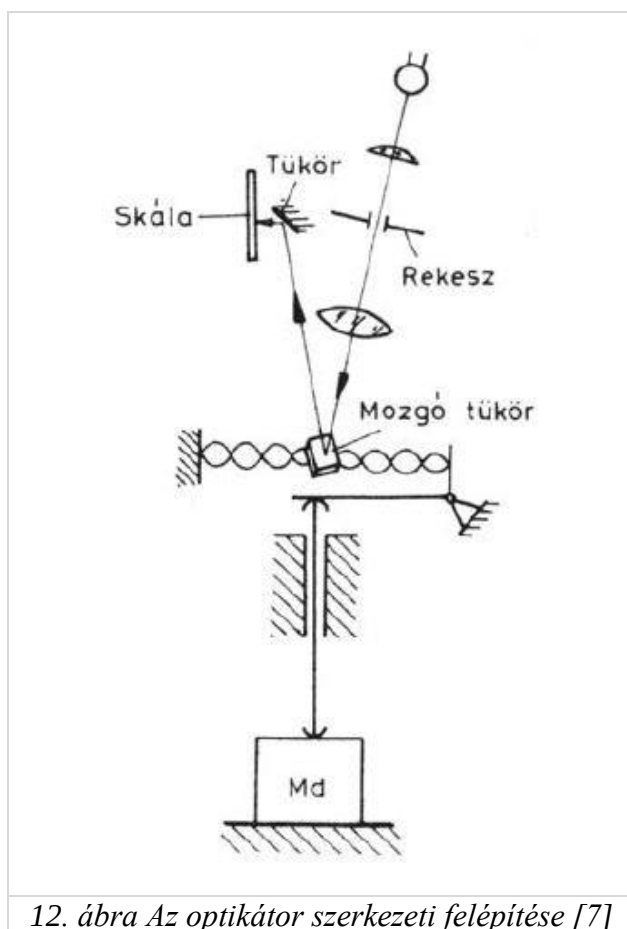
A leppelés, más néven tükrösítés egy szabálytalan élgeometriájú szerszámmal végzett finomfelületi megmunkálás, amellyel akár IT 1-3 pontosság is elérhető. Az elkészült felület átlagos érdessége 0,02-0,2 μm .

A leppelő és ellenőrző lapnak meg kell felelnie a DIN 876/I szabványnak, amely kimondja, hogy a síklapúsági tűrésnek, ami a maximális eltérés a felület legmagasabb és legalacsonyabb pontja között, 100 mm-en 11 μm lehet a síklapúsági eltérése.

4.2 Mérőberendezés bemutatása: optikátor

A mérés elvégzése optikátor nevű mérőberendezéssel történt. Ez egy optikai mérőeszköz, azon belül is optikai finomtapintó, melynek egyik nagy előnye az, hogy a mechanikai alkatrészekkel szemben a fény nem kopik és szerkezeti hibát sem okoz.

Bár az optikátor használata a hagyományos tapintóval rendelkező különbségmérőével azonos, mégis egy nagy különbség rejlik köztük: az elmozdulás fény segítségével van felnagyítva, és nem mechanikai úton. Ez a műszer tulajdonképpen egy „optikai mikrokátornak” is tekinthető.



12. ábra Az optikátor szerkezeti felépítése [7]

A mérőberendezés szerkezeti felépítését a 12. ábra mutatja. A torziós rugóra egy tükör van elhelyezve, amelyre a beépített fényforrásból érkezik a fény egy keskeny résen keresztül. A skálán megjelenik egy vékony fénymutató ennek következményeként. A mutató elfordulása úgy történik, hogy a rugó megnyúlik vagy megrövidül, amikor a tapintó kitér, ezáltal a tükröt is elfordítja. [7]

A mérés során használt optikátor méréstartománya $\pm 24 \mu\text{m}$, osztásköze $0,2 \mu\text{m}$.

4.3 Mérések végrehajtása

A hőtágulásból eredő hibák kiküszöbölése érdekében a mérések 20°C-on történtek. A mérőberendezés és a mért munkadarab közvetlenül egymás mellé lettek elhelyezve, hogy átvegyék a környezet hőmérsékletét. A mérések kesztyű használatával lettek kivitelezve, de még így sem lehetett kiküszöbölni, hogy az emberi kéz melege ne befolyásolja az eredményeket, ezért óránként 15 percre fel lettek függesztve a mérések. Bár ez a befolyásoló tényező csak pár tized mikrométer eltérést eredményezne pozitív irányban, de ez ilyen kis felbontású mérőberendezésnél nem megengedhető.

	Hammersley sorozat	Halton-Zaremba sorozat	Random-generált
4			
8			
16			

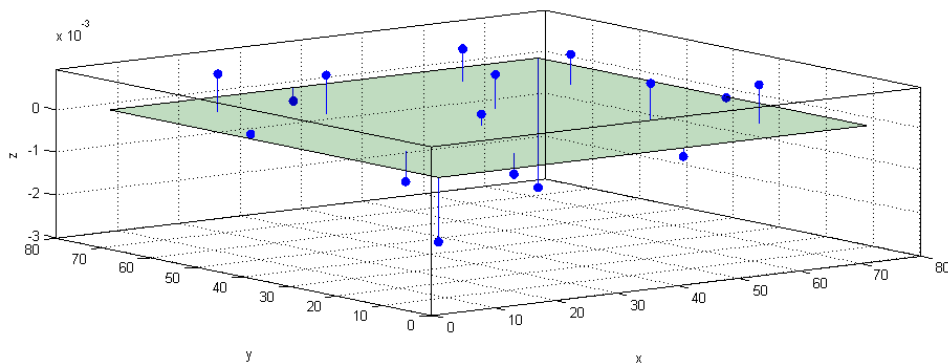
13. ábra A mérési pontok elhelyezkedése

A felvett mérési pontok a 13. ábrán láthatók. Minden mérés háromszor lett elvégezve, így meg lehet határozni az ismételhetőséget. Az ismételhetőségnek az a lényege, hogy „ugyanaz a mérő személy, ugyanazzal a mérőeszközzel, ugyanazt a jellemzőt méri ugyanazon a darabon, ugyanolyan mérési módszerrel, ugyanazon a mérési helyen, közel azonos időben. ... Az ismételhetőség magába foglalja, hogy a mérési rendszer ingadozása torzítatlan.” [8]

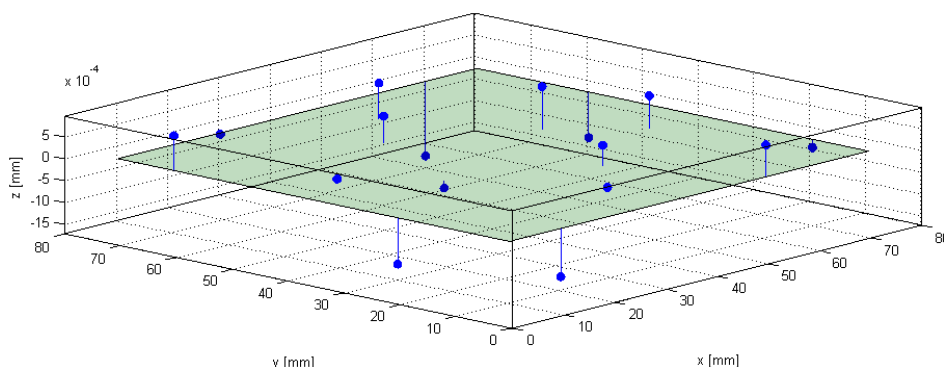
5. Eredmények és értékelésük

Ebben a fejezetben sor kerül az elvégzett mérések eredményeinek ismertetésére, illetőleg azok kiértékelésére. Mivel minden mérést háromszor végeztünk el, így minden z irányú koordinátára szórást is számoltam. A mért és számított koordinátpontokat, valamint a szórásokat a 8.1. melléklet tartalmazza. A 0-tól pozitív irányba való eltérés piros, míg a negatív irányú kék háttérrel van jelölve.

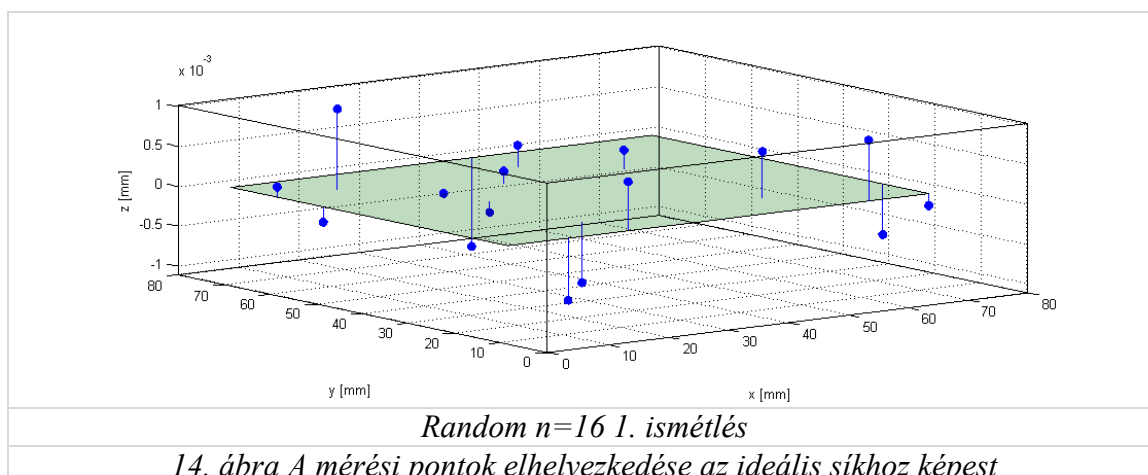
A mérési eredményeket néhány példán keresztül szemléltetem az alábbi ábrákon. A 14. ábrán látható a pontok elhelyezkedése a legkisebb négyzetek módszerével becült síkhoz képest. Míg a Hammersley és a random módszernél a kicsinyítés 1000x-es, addig a Halton-Zaremba módszernél ez 10000x-es. Ez is azt mutatja, hogy a Halton-Zaremba módszerrel a pontok kevésbé térnek el a síkhoz képest.



Hammersley $n=16$ 1. ismétlés



Halton-Zaremba $n=16$ 1. ismétlés



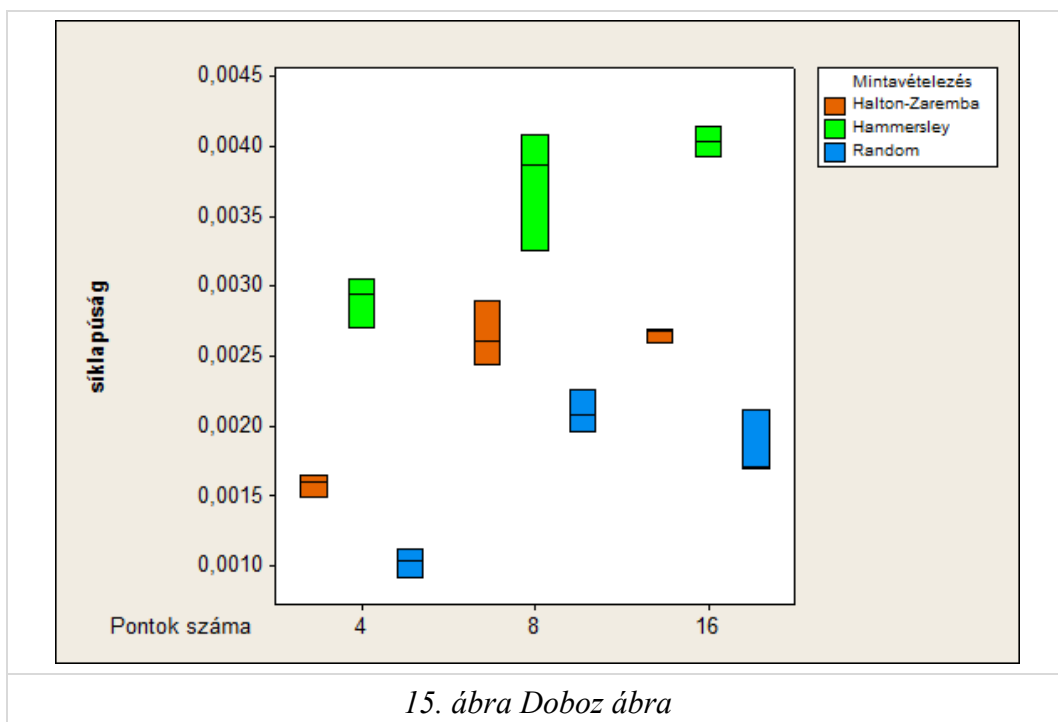
Az 1. táblázat tartalmazza a számított síklapúsági eltéréseket, és ezek egy-egy mintanagyságra vett átlagait. A táblázat szerint a random módszer 4 mintanagyságához tartozó átlagérték adja a legkisebb, míg a Hammersley 16 mintanagyságához tartozó átlag a legnagyobb értéket. A táblázat alapján a legkisebb értékek a 4, míg a legnagyobbak a Hammersley és a Halton-Zaremba esetében a 16, a random módszer esetében a 8 mintanagysághoz tartoznak.

	Hammersley	Halton-Zaremba	Random
n=4	0,0030	0,0015	0,0011
	0,0031	0,0016	0,0009
	0,0027	0,0017	0,0010
Átlag	0,0029	0,0016	0,0010
n=8	0,0033	0,0024	0,0023
	0,0041	0,0026	0,0020
	0,0039	0,0029	0,0021
Átlag	0,0037	0,0026	0,0021
n=16	0,0039	0,0027	0,0021
	0,0062	0,0026	0,0017
	0,0041	0,0027	0,0017
Átlag	0,0048	0,0027	0,0018

1. táblázat Síklapúság eltérés

A síklapúság értékeket ábrázolhatjuk a különféle mintavételezések, valamint módszerek szerint csoportosítva. A 15. ábra egy dobozos ábra. A dobozos ábra az interkvartilis terjedelmet és a mediánt mutatja meg. „Az interkvartilis terjedelem azt az intervallumot jelöli, ahol az összes érték középső 50 %-a helyezkedik el.” [9] A medián

azt jelenti, hogyha az adatokat növekvő sorrendbe rakjuk, akkor a középső adat az adathalmaz mediánja.



A 15. ábrán látható, hogy a Halton-Zaremba és a random módszerek viszonylag kis interkvartilis terjedelemmel bírnak egy-egy mintanagysághoz viszonyítva. A legjobb értéket itt a Halton-Zaremba módszer adta, 16 mintanagyságon.

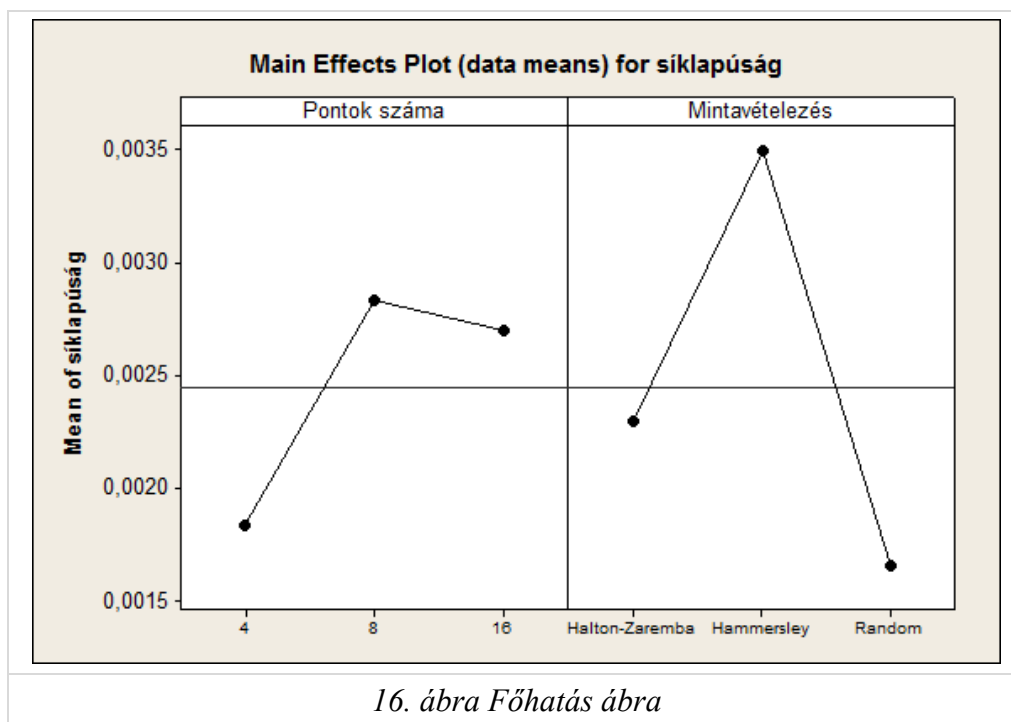
Az eredmények varianciaanalízisét Minitab nevű szoftverrel hajtottuk végre.

General Linear Model: síklapúság versus Pontok száma; Mintavételezés						
Factor	Type	Levels	Values			
Pontok száma	fixed	3	4; 8; 16			
Mintavételezés	fixed	3	Halton-Zaremba; Hammersley; Random			
Analysis of Variance for síklapúság, using Adjusted SS for Tests						
Source	DF	Seq SS	Adj SS	Adj MS	F	P
Pontok száma	2	0,0000052	0,0000058	0,0000029	65,72	0,000
Mintavételezés	2	0,0000153	0,0000153	0,0000077	172,38	0,000
Pontok száma * Mintavételezés	4	0,0000002	0,0000002	0,0000001	1,26	0,324
Error	17	0,0000008	0,0000008	0,00000000		
Total	25	0,0000214				
S = 0,000210918	R-Sq = 96,47%			R-Sq(adj) = 94,81%		

2. táblázat ANOVA táblázat

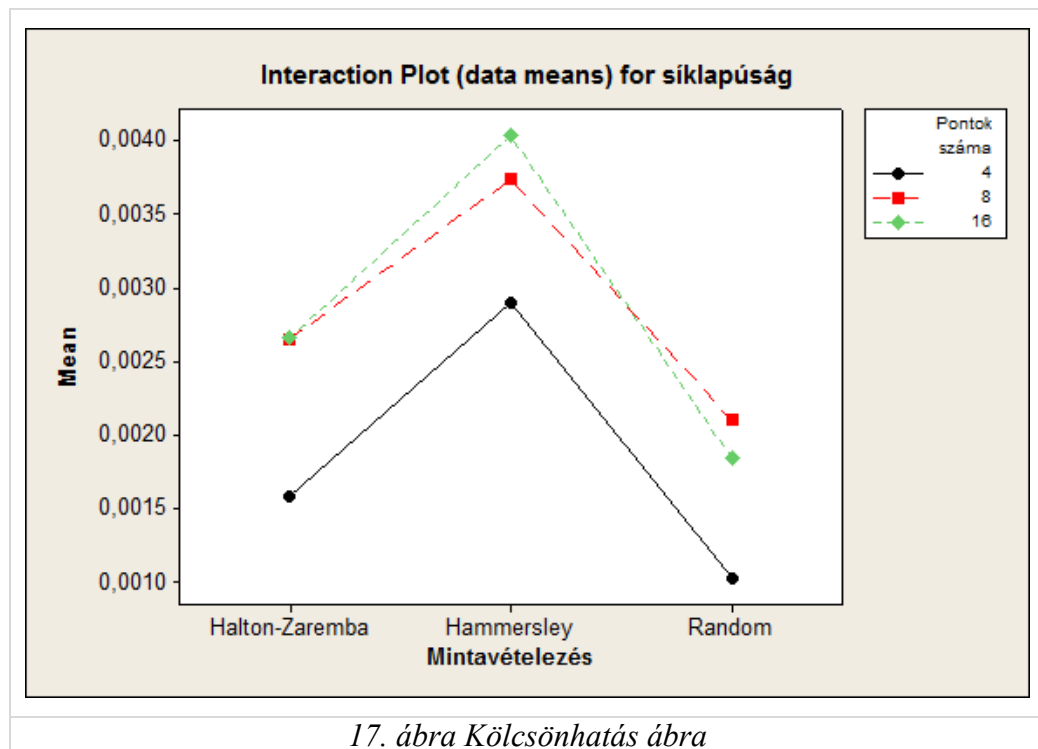
Amint az a 2. táblázatból látható, 95%-os szignifikancia szinten a pontok száma és a mintavételezés hatással van a mérési eredményekre, így nem elhanyagolható, hogy a síklapúság meghatározásához melyiket választjuk. A pontok ismételt mérésének a szórása $s=0,00021$ mm.

A 16. ábra egy főhatás ábra, melyen az egyes mintanagyságok illetve mérési módszerek átlagértékei láthatók.



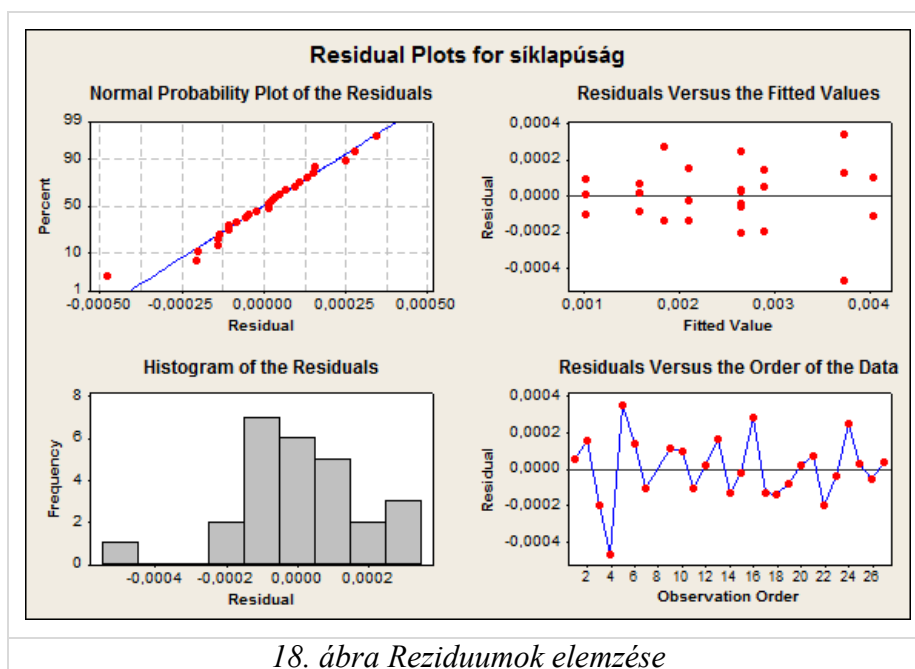
A mintanagyságok között nincs túlzottan nagy eltérés, de látható, hogy minél nagyobb egy mintanagyság, annál jobban fog közelíteni a középérték felé. A mintavételezési stratégiák között már nagyobb az eltérés. Az átlaghoz legközelebbi érték a Halton-Zaremba módszerrel érhető el. A Hammersley és a random módszer közel egyforma eltérést mutatnak az átlaghoz képest, de mégis nagyobb bizonyosságot a Hammersley sorozat mutathat, mivel ez a teljes felületről egyenletesen vesz fel mérési pontokat, míg a random módszer képes becsoportosulni 1-1 pont köré.

A 17. ábrán megfigyelhető, hogy a mintavételezési módszerek és a pontok száma között nincs kölcsönhatás. Látható, hogy a legkedvezőbb a Halton-Zaremba módszer a 8 és a 16 mintanagyságnál. Érdekes megfigyelni, hogy eszerint már tulajdonképpen 8 adatpontnál több nem is lenne szükséges, így ez a módszer lehet a legköltséghatékonyabb mind közül.



A 18. ábrán a kísérleti hibák eloszlásai láthatók, melyek azt mutatják meg, mennyire hihetünk a varianciaelemzés eredményeinek. Amennyiben a mért és becült értékek különbsége, a reziduumok véletlenszerűek és normális eloszlást követnek, a statisztikai következtetések helyességét igazolhatjuk. A bal felső ábrán, a Gauss hálón látható, hogy a pontok egy egyenes mentén helyezkednek el, tehát a kísérleti hibák normális eloszlást követnek. Ettől az egyenestől csak egy pont tér el kiugróan, de ez valószínű, hogy a mérési hibából adódik. A Gauss háló alatt, a hisztogramos ábra is a fent említett következtetést vonja le, vagyis itt is a normális eloszlás figyelhető meg.

A jobb felső grafikon a becült és a mért értékek eltéréseit ábrázolja a becült értékek függvényében. Minél nagyobb volt a becült értékünk, annál nagyobb eltérés következett be. A jobb alsó ábra szintén a reziduumokat vizsgálja, csak itt a kísérletek elvégzésének a sorrendjében. Látható, hogy az idő eltelte nem volt számottevő hatással a mérésre. [10]



Eredményként tehát elmondható, hogy a mérési pontszámok és a mintavételezési stratégiák szignifikáns hatással vannak a síklapúsági mérés eredményére.

A dolgozatomban minden mintanagyságon és mintavételezési módszeren kimondható, hogy a kiértékelt síklapúság megfelel a DIN 876/I szabvány által előírt 11 μm -es tűrésnek.

6. Összefoglalás

A dolgozat célja az volt, hogy megállapítsuk, mekkora az a minimális mintanagyság, ami kis darabok méréséhez szükséges, és melyik mintavételezési módszer nyújthatja a legjobb megközelítést a nem egyenletes stratégiák közül.

A Hammersley sorozattól vártuk a legjobb eredményeket, mivel a legtöbb irodalom ezt szokta felhozni példának, mégis a legrosszabb értékeket adta. Előnye viszont az, hogy a teljes felületen egyenletesen eloszlának a mérési pontok.

A random sorozat bár jó eredményeket adott, hátránya, hogy a pontok egy-egy részre becsoportosulnak, ami a kiértékelésnél meghamisíthatja az értékeket.

A legjobb eredményt a Halton-Zaremba módszer adta, ez is átfogta a felületet egyenletesen, de kicsit bonyolultabb a számítási metodika.

A mintanagyságot tekintve bebizonyítottuk azt, amit sok irodalom állít, minél több pontot veszünk fel, a síklapúsági értékek annál pontosabbak lesznek.

Látható a dolgozatban az is, hogy nem befolyásolja a mintanagyság és a mintavételezési stratégia egymást, bár azt mondhatjuk, hogy a Halton-Zaremba módszernél már a 8 mintanagyság is elég jól szerepelt.

Természetesen a síklapúság vizsgálatához még sokrétű vizsgálatokat lehetne végezni, másféle kifejtési és kiértékelési stratégiákat is meg lehetne vizsgálni, de a dolgozat most a legkisebb négyzetek módszerét hivatott alkalmazni.

További feladatként tekintek a síklapúság minimum eltérési zóna szerinti kiértékelésére, valamint további kifejtési stratégiák szerinti mérések elvégzésére, és ezen eredmények összehasonlítására a jelen dolgozatban szereplő értékekkel.

7. Felhasznált irodalom

- [1] S.H. Cheraghi, H.S. Lim, S. Motavalli: Straightness and flatness tolerance evaluation: an optimization approach, *Precision Engineering*, 18:30-37, 1996.
- [2] ISO 1101:2012(E) Geometrical product specifications (GPS) – Geometrical tolerancing – Tolerances of form, orientation, location and run-out
- [3] B. Runje, M. Marković, D. Lisjak, S. Medić, Ž. Kondić: Integrated procedure for flatness measurement of technical surfaces, *Tehnički vjesnik* 20, 1(2013), 113-116
- [4] S. Lakota, A. Görög: Flatness measurement by multi-point methods and by scanning methods, *Journal of Interdisciplinary Research*, 1_124-127. 2011.
- [5] W-S. Kim, S. Raman: On the selection of flatness measurement points in coordinate measuring machine inspection, *International Journal of Machine Tools & Manufacture* 40, 427-443, 2000.
- [6] R. Raghunandan, P. Venkateswara Rao: Selection of an optimum sample size for flatness error estimation while using coordinate measuring machine, *International Journal of Machine Tools & Manufacture*, 47:477-482, 2006.
- [7] Földi László: Mérések optikai eszközökkel, Nemzeti Szakképzési és Felnőttképzési Intézet, Budapest, 2008.
- [8] Galla Jánosné, Drégelyi-Kiss Ágota, Pálinkás Tibor: Méréstechnika, BGK-3046, Budapest, 2014.
- [9] Ács Pongrácz, Pintér József : Bevezetés a sportstatisztikába, Dialóg Campus Kiadó - Nordex Kft., 2011.
- [10] Drégelyi-Kiss Ágota: Bevezetés a kísérlettervezésbe, oktatási segédlet, Budapest, 2011.

8. Mellékletek

8.1 Melléklet

	x [mm]	y [mm]	z ₁ [mm]	z ₂ [mm]	z ₃ [mm]	s(i) [mm]
1	5	5	0	0,0003	0,0002	0,1528
2	55	25	0	0	-0,0002	0,1155
3	25	55	-0,0017	-0,0016	-0,0016	0,0577
4	75	75	-0,0076	-0,0080	-0,0074	0,3055

	x [mm]	y [mm]	z ₁ [mm]	z ₂ [mm]	z ₃ [mm]	s(i) [mm]
1	5	5	0	0,0004	0,0002	0,2000
2	45	15	0,0004	0,0007	0,0009	0,2517
3	25	25	-0,0008	-0,0005	0,0005	0,6807
4	65	35	-0,0014	-0,0010	-0,0008	0,3055
5	15	45	-0,0010	-0,0012	-0,0012	0,1155
6	55	55	-0,0021	-0,0017	-0,0017	0,2309
7	35	65	-0,0024	-0,0023	-0,0024	0,0577
8	75	75	-0,0072	-0,0078	-0,0076	0,3055

	x [mm]	y [mm]	z ₁ [mm]	z ₂ [mm]	z ₃ [mm]	s(i) [mm]
1	5	5	0	0	0	0
2	45	5	0,0006	0,0012	0,0006	0,3464
3	25	15	-0,0001	-0,0002	0	0,1000
4	65	15	0,0006	0,0007	0,0006	0,0577
5	15	25	-0,0009	-0,0009	-0,0009	0
6	55	25	0	0	0	0
7	35	35	-0,0010	-0,0009	-0,0009	0,0577
8	75	35	-0,0020	-0,0024	-0,0023	0,2082
9	5	45	-0,0014	-0,0014	-0,0014	0
10	45	45	-0,0014	-0,0014	-0,0014	0
11	25	55	-0,0017	-0,0018	-0,0014	0,2082
12	65	55	-0,0026	-0,0029	-0,0027	0,1528
13	15	65	-0,0023	0,0006	-0,0023	1,6743
14	55	65	-0,0031	-0,0028	-0,0029	0,1528
15	35	75	-0,0046	-0,0045	-0,0044	0,1000
16	75	75	-0,0080	-0,0080	-0,0080	0

	x [mm]	y [mm]	z ₁ [mm]	z ₂ [mm]	z ₃ [mm]	s(i) [mm]
1	55	5	0,0008	0,0008	0,0009	0,0577
2	5	25	-0,0018	-0,0018	-0,0016	0,1155
3	75	55	-0,0048	-0,0050	-0,0052	0,2000
4	25	75	-0,0044	-0,0044	-0,0044	0

	x [mm]	y [mm]	z ₁ [mm]	z ₂ [mm]	z ₃ [mm]	s(i) [mm]
1	25	5	0	0,0002	0,0002	0,1155
2	65	15	0	0,0002	0,0002	0,1155
3	5	25	-0,0014	-0,0014	-0,0012	0,1155
4	45	35	-0,0012	-0,0012	-0,0010	0,1155
5	35	45	-0,0016	-0,0014	-0,0018	0,2000
6	75	55	-0,0050	-0,0052	-0,0050	0,1155
7	65	15	-0,0024	-0,0024	-0,0027	0,1732
8	55	75	-0,0060	-0,0058	-0,0054	0,3055

	x [mm]	y [mm]	z ₁ [mm]	z ₂ [mm]	z ₃ [mm]	s(i) [mm]
1	15	5	-0,0001	0	0,0002	0,1528
2	55	5	0,0010	0,0013	0,0006	0,3512
3	35	15	0	-0,0003	-0,0002	0,1528
4	75	15	-0,0010	-0,0008	-0,0008	0,1155
5	5	25	-0,0013	-0,0012	-0,0011	0,1000
6	45	25	-0,0005	-0,0004	-0,0002	0,1528
7	25	35	-0,0015	-0,0014	-0,0014	0,0577
8	65	35	-0,0013	-0,0012	-0,0013	0,0577
9	15	45	-0,0018	-0,0017	-0,0017	0,0577
10	55	45	-0,0016	-0,0017	-0,0016	0,0577
11	35	55	-0,0023	-0,0021	-0,0020	0,1528
12	75	55	-0,0047	-0,0046	-0,0046	0,0577
13	5	65	-0,0023	-0,0022	-0,0022	0,0577
14	45	65	-0,0030	-0,0030	-0,0031	0,0577
15	25	75	-0,0042	-0,0042	-0,0040	0,1155
16	65	75	-0,0066	-0,0065	-0,0066	0,0577

Random-sorozatok

	x [mm]	y [mm]	z ₁ [mm]	z ₂ [mm]	z ₃ [mm]	s(i) [mm]
1	45	15	0,0002	0,0003	0,0004	0,1000
2	45	35	-0,0012	-0,0010	-0,0009	0,1528
3	55	65	-0,0030	-0,0031	-0,0029	0,1000
4	65	75	-0,0062	-0,0062	-0,0062	0

	x [mm]	y [mm]	z ₁ [mm]	z ₂ [mm]	z ₃ [mm]	s(i) [mm]
1	15	5	0	0,0002	0,0002	0,1155
2	45	5	0,0010	0,0010	0,0012	0,1155
3	75	5	0,0008	0,0005	0,0003	0,2517
4	45	35	-0,0009	-0,0010	-0,0007	0,1528
5	15	55	-0,0020	-0,0018	-0,0018	0,1155
6	65	65	-0,0036	-0,0038	-0,0037	0,1000
7	75	65	-0,0060	-0,0058	-0,0057	0,1528
8	35	75	-0,0046	-0,0038	-0,0044	0,4163

	x [mm]	y [mm]	z ₁ [mm]	z ₂ [mm]	z ₃ [mm]	s(i) [mm]
1	15	15	0	-0,0002	-0,0004	0,2000
2	25	15	0,0012	0,0002	0,0003	0,5508
3	65	15	0,0006	0,0006	0,0004	0,1155
4	75	15	-0,0005	0	-0,0002	0,2517
5	25	25	-0,0008	0	-0,0006	0,4163
6	55	25	0	0	-0,0002	0,1155
7	75	25	-0,0016	-0,0012	-0,0010	0,3055
8	25	45	-0,0014	-0,0014	-0,0014	0
9	5	55	-0,0017	-0,0016	-0,0016	0,0577
10	25	55	-0,0019	-0,0015	-0,0016	0,2082
11	35	55	-0,0019	-0,0018	-0,0018	0,0577
12	55	55	-0,0022	-0,0020	-0,0020	0,1155
13	5	65	-0,0020	-0,0020	-0,0019	0,0577
14	15	65	-0,0013	-0,0022	-0,0020	0,4726
15	45	65	-0,0026	-0,0027	-0,0026	0,0577
16	45	75	-0,0046	-0,0045	-0,0044	0,1000