

# **OTDK-DOLGOZAT**

**2015**

**A VÁLLALATOK TERMÉKMINŐSÉGBELI KÍNÁLATÁNAK  
OPTIMALIZÁLÁSA LTM MODELL SEGÍTSÉGÉVEL**

**CORPORATE PRODUCT QUALITY OPTIMIZATION WITH LINEAR  
MODEL FOR ACTIVITY ANALYSIS**

Kézirat lezárva: 2014. november 14.

# Tartalomjegyzék

|                                                                                |           |
|--------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>1. Bevezetés .....</b>                                                      | <b>1</b>  |
| <b>2. Az alapmodell tulajdonságai.....</b>                                     | <b>4</b>  |
| 2.1. Lineáris tevékenységelemzési modell bevezetése .....                      | 4         |
| 2.2. Nemlineáris modell.....                                                   | 11        |
| <b>3. Termékminőségbeli kínálat optimalizálása .....</b>                       | <b>24</b> |
| 3.1. A modell kiterjesztése több változóra .....                               | 24        |
| 3.2. Technológiai hatékonyság fejlesztése .....                                | 31        |
| 3.3. Egyéb vállalati lehetőségek magasabb minőségű termékek bevezetésére ..... | 37        |
| <b>4. Összefoglalás.....</b>                                                   | <b>42</b> |
| <b>5. Irodalomjegyzék.....</b>                                                 | <b>45</b> |

## Táblázatjegyzék:

|                                                                                       |    |
|---------------------------------------------------------------------------------------|----|
| 1. Lineáris modell eredménye .....                                                    | 10 |
| 2. Első nemlineáris példa eredménye.....                                              | 16 |
| 3. Második nemlineáris példa eredménye .....                                          | 17 |
| 4. Harmadik nemlineáris példa eredménye .....                                         | 19 |
| 5. Negyedik nemlineáris példa eredménye .....                                         | 20 |
| 6. Ötödik nemlineáris példa eredménye .....                                           | 22 |
| 7. Többtermékes modell eredménye a kezdő paraméterek mellett .....                    | 30 |
| 8. Technológiai fejlesztés eredménye a standard termék esetén: első példa.....        | 31 |
| 9. Technológiai fejlesztés eredménye a standard termék esetén: második példa .....    | 32 |
| 10. Technológiai fejlesztés eredménye a köztes termék esetén .....                    | 34 |
| 11. Technológiai fejlesztés eredménye az első minőségi fokozatú termék esetén .....   | 35 |
| 12. Technológiai fejlesztés eredménye a második minőségi fokozatú termék esetén ..... | 36 |
| 13. Selejt felhasználás eredménye.....                                                | 38 |
| 14. Telephely bővítés eredménye: első példa .....                                     | 39 |
| 15. Telephely bővítés eredménye: második példa .....                                  | 39 |
| 16. Telephely bővítés eredménye: harmadik példa.....                                  | 40 |
| 17. Telephely bővítés eredménye: negyedik példa .....                                 | 41 |

## Ábrajegyzék:

|                                                                                       |    |
|---------------------------------------------------------------------------------------|----|
| 1. Elkötelezett termelés.....                                                         | 6  |
| 2. Korlátozó feltételek és izoprofit görbék a lineáris modell esetén.....             | 10 |
| 3. Korlátozó feltételek és izoprofit görbék az első nemlineáris példa esetén .....    | 15 |
| 4. Korlátozó feltételek és izoprofit görbék a második nemlineáris példa esetén.....   | 17 |
| 5. Korlátozó feltételek és izoprofit görbék a harmadik nemlineáris példa esetén ..... | 18 |
| 6. Körkörös szinthalmazok és gerincvonalak .....                                      | 19 |
| 7. Korlátozó feltételek és izoprofit görbék a negyedik nemlineáris példa esetén.....  | 20 |
| 8. Korlátozó feltételek és izoprofit görbék az ötödik nemlineáris példa esetén .....  | 21 |

## 1. BEVEZETÉS

Dolgozatomban vállalati szinten vizsgálom a növekedés lehetőségeit. Felállítok egy elméleti modellt, mellyel adott vállalati környezetben lehet megvizsgálni, hogy egyes tényezők változása milyen hatással van a vállalat profitjára, illetve a vállalat termékminőségbeli kínálatára. A modellben a vállalat profitját maximalizálom adott feltételek mellett. Célom olyan modellt készíteni, mely alkalmas hatásvizsgálatok készítésére, és segítséget nyújt abban, hogy a vállalat vezetés kiválassza azt a tényezőt, melyet a termelés során fejlesztenie vagy bővítenie kell, ahhoz, hogy elérje a kitűzött céljait.

A dolgozatomban kiemelt helyen szerepel a minőség, és annak meghatározása. A szakirodalomban számos értelmezése létezik a minőségnek. A fogalmat sok szempontból, sokféle jellemzővel lehet körülírni, mérni azonban már sokkal nehezebb. Osztatlan a vélemény arról, hogy a végső minőségértékelés sok tényező együttes eredménye. Az algebrai úton levezetett termelésorientált elméleti vizsgálatok gyakran függvényszerű kapcsolatokat határoznak meg a különböző tulajdonságok és a minőség között. Ekkor a minőség folytonos változó, amely képes befolyásolni a keresletet, méghozzá szintén függvényszerű módon. Így a vállalat az optimalizáló magatartása során képes meghatározni az optimális minőségi szintet, melyet elő kell állítania a maximális profit elérése érdekében. A gyakorlatban azonban egy vállalat nem tudja folytonos skálán meghatározni a szükséges minőségi szintet, de még ha meg is tudná, akkor is felmerülne a probléma, hogy miként képes előállítani pontosan olyan színvonalú terméket, amelyet meghatározott. Így tehát a megfelelő minőségi színvonalat nehéz gyakorlati szinten meghatározni, integrálni a vállalati optimalizálásba.

Dolgozatom célja ennek a problémának az áthidalása, méghozzá úgy, hogy a minőséget egy újfajta szemszögből vizsgálom, rangsorolom. A modellemben a minőség nem folytonos és nem is egydimenziós változó. Ehelyett minden eltérő minőségi szintet különböző termékként kezelek. Így a vállalat csak azokat a minőségi szinteket tudja figyelembe venni a termelési szerkezet kialakítása során, amelyeket ténylegesen elő is tud állítani. Az optimális szerkezet meghatározásához lineáris tevékenységelemzési modellt (LTM) készítek, majd különböző hatásvizsgálatokkal elemzem a vállalat lehetőségeit. Ezeken keresztül a modell célja, hogy támogassa a vállalati döntés előkészítést a magasabb minőségű termékek bevezetése előtt, segítséget nyújtson az erre irányuló gyakorlati problémák megoldásában.

Első lépésként egy két termékes modellt építünk fel, melynek célja az, hogy az alapvető összefüggések, felhasznált elméletek, módszerek jól átláthatóvá váljanak. Ezt a modellt először a tökéletes verseny keretei közé helyezem, ahol a vállalat nem képes jelentős mértékben befolyásolni a piaci folyamatokat. A meghatározott feltételek mellett elkészítem a vállalat optimális termelési tervét. Ehhez a GAMS (General Algebraic Modeling System) nevű általános algebrai modellező rendszerben írok lineáris programozási modellt. A legmagasabb profitot eredményező termelési szerkezet egy feltételes szélsőérték probléma megoldása lesz.

Következő lépésként átalakítom a modellt úgy, hogy a termékek árai már nem feltétlenül a tökéletes verseny szabályai alapján határozódnak meg. Bevezetek egy olyan inverz keresleti rendszert, amely alapján (a paraméterektől függően) a vállalat képes befolyásolni a termékei árát. Ebben a rendszerben a vállalat termékei lehetnek egymás helyettesítő vagy kiegészítő jószágai, vagy lehetnek függetlenek egymástól. Amennyiben képesek egymást helyettesíteni a vállalat termékei, úgy az egyik termék iránti kereslet a másik termék keresletének rovására javul, azaz ha az egyik termék értékesítésén a vállalat többletbevételt realizál, akkor a másik termék értékesítéséből származó profitja csökken. Új termék bevezetése esetén megjelenhet a termék-kannibalizmus is a modellben.

A modell az átalakítások következtében elveszíti a linearitását, ami problémákat vet fel az eredmény helyességének tekintetében. Nemlineáris programozás esetében ugyanis nincs rá garancia, hogy a profit maximumot kereső program valóban a lehető legnagyobb profithoz, azaz a globális optimumhoz tartozó értékeket találja meg eredményül, hanem lehetséges, hogy a paraméterek kiinduló értékétől függően csak egy lokális maximumot talál meg. Azért, hogy eldönthető legyen, hogy megoldásként lokális vagy globális optimumot kapok, megvizsgálom a feltételrendszer és a célfüggvény szinthalmazainak konvexitását többféle paraméterkombináció mellett. Ehhez matlab (matrix laboratory) segítségével készített ábrákat használok fel. Megvizsgálom az eredményeket, amikor csak az egyik, illetve amikor mind a két termék árát képes befolyásolni a vállalat, elemzem azokat az eseteket, amikor a feltételrendszer ténylegesen korlátozza, illetve amikor nem korlátozza a maximális profitot, ezen kívül kitérek azoknak az eseteknek a vizsgálatára, amikor a vállalat termékei egymás helyettesítői vagy kiegészítői. A modell feltételrendszerének és a célfüggvényének tulajdonságai alapján megállapítom, hogy a modell eredménye minden esetben globális maximum lesz.

Ezután kibővítem a modellt több termékre. Ebben az esetben a vállalat standard terméket, a termelés során felhasználásra kerülő terméket, és különböző minőségi fokozatú termékeket

gyárt. A modell most már 15 döntési változót (7 terméket és 8 erőforrást) tartalmaz. Felteszem, hogy a standard termék piacán árelfogadó pozícióval rendelkezik a cég, míg a minőségi termékek piacán ármeghatározó. Meghatározom a kezdő paraméterek melletti optimális termelési szerkezetet. Ezután azokra a kérdésekre keresem a választ, hogy mit lenne érdemes tennie a vállalatnak ahhoz, hogy növelni tudja a profitját. Érdemes bevezetnie egy újabb minőségi terméket, és ha igen, akkor melyik minőségi szintet? Melyik termékének a gyártási folyamatát érdemes fejlesztenie a nagyobb haszon elérése érdekében? Melyik terméket előállító technológia tekintetében kell elérni a hatékonyság javulást, és milyen mértékűt, ha a cégvezetés bővíteni szeretné a minőségbeli kínálatát, egy bizonyos színvonalú termék bevezetésével?

Ezután megvizsgálom, hogy milyen hatással van a termékszerkezetre és a profitra, ha a vállalat a magasabb minőségű termékek gyártása során keletkező selejtes termékeket (az elvártanál alacsonyabb minőségi szintet elérő termékeket) fel tudja használni az alacsonyabb minőségi fokozatú termékek előállításához. Végül pedig arra a kérdésre keresem a választ, hogy a vállalat telephelyének mérete befolyásolja-e a termelési szerkezetet, lehet-e a termékminőségbeli kínálatot pusztán a telephely méretének változtatásával befolyásolni?

## 2. AZ ALAPMODELL TULAJDONSÁGAI

### 2.1. LINEÁRIS TEVÉKENYSÉGELEMZÉSI MODELL BEVEZETÉSE

Dolgozatomban a termelésstervezést és a minőségvizsgálatot egy egyszerű modell felépítésével és elemzésével kezdem, mellyel bemutatom az alapvető összefüggéseket, a felhasznált elméleteket és a módszertant. Ebben az esetben egy vállalat csupán két terméket,  $y_1$ -et és  $y_2$ -t termel. Felteszem, hogy ezek a termékek már elterjedtek a piacon, a konkurencia is termeli őket, így a vállalat árelfogadó pozícióban van, tehát nem képes befolyásolni a termékek árát. A  $\mathbf{p}$  árvektor rendre  $y_1$  és  $y_2$  árát tartalmazza, és a modellben exogén változóként szerepel.

$$\mathbf{y} = (y_1 \quad y_2) \quad \mathbf{p} = \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \end{pmatrix}$$

A vállalat a termékei előállításához háromféle nyersanyagot használ fel, termékenként eltérő arányban. Ezek a nyersanyagok  $s_1$ ,  $s_2$  és  $s_3$ , melyeket elsődleges erőforrásoknak is nevezek.  $y_1$  és  $y_2$  egységnyi szintű előállításához szükséges nyersanyagmennyiségeket a  $D$  mátrix elemei mutatják meg. Egységnyi  $y_1$  gyártásához tehát az első erőforrásból  $d_{11}$  egységre, a második erőforrásból  $d_{21}$  és a harmadik erőforrásból  $d_{31}$  egységre van szükség. Általánosan megfogalmazva: „ $[...] (d_{kj})$  a  $k$ -adik elsődleges erőforrás  $j$ -edik termék egységnyi kibocsátásához felhasznált mennyisége  $[...]$ ” (Zalai [2012] 23. o.). A vállalat számára az erőforrások csak korlátozott mennyiségben állnak rendelkezésre, azaz mindekét nyersanyagból létezik egy felső korlát, aminél többet nem használhat fel a vállalat. Ez a korlát exogén adottság, a modellben  $\mathbf{s}^0$  vektorral jelölöm. Összesen ennyi erőforrással rendelkezik a vállalat. A nyersanyagok árát rendre a  $\mathbf{w}$  vektor elemei mutatják meg.

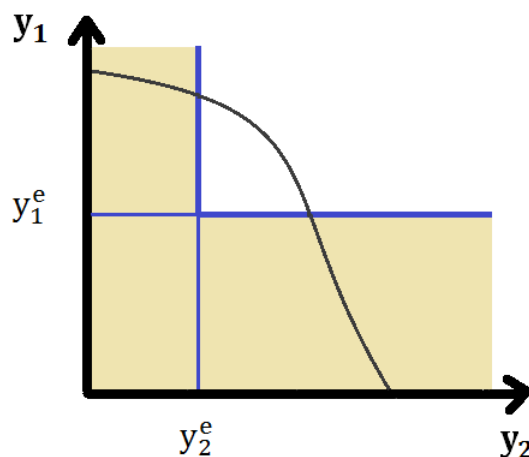
$$D = \begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} \\ d_{21} & d_{22} \\ d_{31} & d_{32} \end{pmatrix} \quad \mathbf{s}^0 = \begin{pmatrix} s_1^0 \\ s_2^0 \\ s_3^0 \end{pmatrix} \quad \mathbf{w} = (w_1 \quad w_2 \quad w_3)$$

A vállalatnak vannak fix megrendelői, akikkel szerződésben előre rögzítették az egyes termékekből azt az árumennyiséget, amelyet meg fognak vásárolni. Ez azt jelenti, hogy a vállalatnak ezt a mennyiséget mindenképp meg kell termelnie, ha tartani akarja magát a szerződésben vállaltakhoz. A vizsgálat során feltételezem, hogy a cégvezetés az előre vállalt kötelezettségeit mindenképpen teljesíti. Ezzel tehát a modellben megjelenik egyfajta alsó korlát a

termékekből előállított mennyiségekre. Ezt a minimum mennyiséget Stone (1954) alapján elkötelezett termelésnek fogom hívni, a modellben pedig  $y^e$ -vel jelölöm. (Stone a fogyasztást bontotta szét elkötelezett és többletfogyasztásra.)

$$y^e = (y_1^e \quad y_2^e)$$

Az 1. ábrán a kék egyenesek mutatják az egyes termékekből azt a minimális mennyiséget, amit a cégnek mindenképpen le kell gyártania. Látható, hogy a szerződés megkötése után a vállalat által előállítható termékkombinációk köre beszűkült, ugyanis az ábrán sötét háttérrel jelölt termékkombinációk előállításával a vállalat megszegné a szerződésben vállaltakat, és vagy az egyik, vagy mind a két termékből kevesebbet állítana elő, mint amennyit ígért. Így tehát a vállalat számára releváns termékkombinációk a két kék egyenestől jobbra felfelé helyezkednek el (beleértve azokat a pontokat, melyek a kék egyenes vastagon szedett szakaszain találhatók). A sötét szürke görbe a vállalat transzformációs görbéje adott szintű erőforrás korlátok mellett. A görbe alakjáról látható, hogy az ábra egy általános esetet mutat be. A transzformációs görbe és a két tengely által bezárt terület mutatja meg a vállalat által előállítható termékkombinációk halmazát a megadott erőforrás korlátok esetén. Ezek közül a görbén lévő pontok alkotják a hatékony termelési szerkezetek halmazát, hiszen ezekben az esetekben a gyártás során felhasználják az összes rendelkezésre álló erőforrást. A többi esetben nem használják fel az összes nyersanyagot, és így azokból felesleg keletkezik, a termékekből pedig ezáltal nem állítják elő a maximálisan gyártható mennyiséget. A vállalatnak tehát azok közül a termékkombinációk közül kell választania, amik a transzformációs görbének azon a részén találhatók, ami a két kék egyenestől jobbra felfelé található. Így a cég biztosan eleget tesz a szerződésben vállaltaknak, és egyben hatékony termelést végez.



**1. ábra: Elkötelezett termelés**

Forrás: Saját szerkesztés

Az egyszerű modell már így is megoldható, azonban a későbbi vizsgálatok megalapozásaként átalakítom egy lineáris tevékenységelemzési modellé. Az LTM Tjalling Charles Koopmans nevéhez fűződik, és a legkiterjedtebben az 1950-1970-es években alkalmazták gazdaságpolitikai elemzésekre. Bár az LTM módszere a nemzetgazdasági szinten végzett vizsgálatok körében terjedt el, Koopmans alapvetően vállalati szintű gyakorlati problémákkal, erőforrás-allokációs és optimalizálási feladatokkal foglalkozott. E területen szerzett gyakorlati tapasztalatai során fedezte fel azokat az elméleti hiányosságokat, amelyeket az LTM modelljével és annak fogalmi keretével oldott fel. „[...] modellje tökéletesen megállja a helyét a mikroökonómia szokásos árelfogadó termelőjének döntési modelljeként is.” (Zalai [2008] 21. o.) Az LTM modell dolgozatomban felhasznált tulajdonságainak bemutatása során Zalai Ernő könyvét követem (Zalai [2012]).

Az LTM modellben Koopmans alapján „[...] a technológiát két alapvető fogalommal, a termékkel és a tevékenységgel, lehet meghatározni [...]” és „Tevékenység alatt azt a folyamatot kell érteni, mely során a vállalat meghatározott termékeket (inputokat) rögzített arányban átalakít másik terméké (outputtá).” (Koopmans [1951] 35. o.). Az LTM modellben a vállalat az egyes termékeket eltérő tevékenységekkel képes előállítani. A tevékenység, azaz „[...] a technológia, egy adott termelőegység műszaki szervezési „receptkönyve”. (Zalai [2012] 71. o.). A technológiai halmaz tehát a műszaki szervezési szempontból megvalósítható technológiák halmaza, ahol  $\underline{x}$  vektor a tevékenységek alkalmazott szintje. A vállalat tehát csak a valóságban már létező, beszerezhető technológiákat képes üzemeltetni. Ezek a vállalat számára vagy már több-

let költség nélkül rendelkezésre állnak, vagy meg kell azokat vásárolnia. Utóbbi esetben a beruházás költségét és megtérülését beruházási döntéseket segítő ismert eljárások segítségével meg lehet határozni, és ezek alapján a vállalat el tudja dönteni, hogy megéri-e megvalósítani a beruházást. Ezt a problémát a dolgozatomban nem vizsgálom, feltételezem, hogy a modellben felmerülő beruházások többletköltségét a vállalat a keletkező profitjából finanszírozza.

Az LTM modellben a különböző technológiák egységnyi szintű alkalmazása eltérő mennyiségű terméket állít elő. Ezt a mennyiséget a kibocsátási együtthatók mátrixának (K) oszlopokban szereplő elemek nagysága mutatja meg. Tehát a  $k_{ij}$  elem azt mutatja meg, hogy a j-edik tevékenység, illetve technológia egységnyi szintű működtetése hány egységet állít elő az i-edik termékből. A K mátrix oszlopai a technológiákat, a sorai pedig a termékeket képviselik. Amennyiben a K mátrix az egységmátrixszal egyenlő, akkor minden technológia egységnyi alkalmazása csakis egy terméket állít elő, abból is éppen egységnyit. Ha minden terméket egyetlen technológiával lehet csak előállítani, akkor a K mátrix négyzetes. Ha a K mátrix nem négyzetes, akkor létezik legalább egy termék, amely esetében a vállalat képes az alkalmazható technológiák között választani. A modellben ezen a ponton jelenik meg a technológiai választék. Ha a modellben a K mátrix egyik eleme ceteris paribus megnő, az azt jelenti, hogy az adott technológia ugyanakkora erőforrás felhasználással több terméket képes előállítani, mint korábban, tehát ebben az esetben technológiai javulásról beszélünk. A K mátrix oszlopokban szereplő zérustól eltérő elemek mutatják meg, hogy az egyes tevékenységek mely terméket vagy termékeket állítják elő. Ha tehát a mátrix j-edik oszlopában és az i-edik sorában nullától különböző elem van, akkor a j-edik technológia termeli az i-edik terméket. Amennyiben a K mátrix legalább egy oszlopában egynél több zérustól különböző elem található, ikertermelésről beszélünk. Ez tehát azt jelenti, hogy az adott technológia alkalmazása párhuzamosan kettő vagy több terméket is létrehoz, és ezeket külön-külön nem képes előállítani, csak együttesen. Ebben az esetben az ikertermékek előállított mennyisége nem feltétlenül azonos, azt a K mátrix szóban forgó oszlopában lévő, zérustól különböző elemek nagysága határozza meg.

Példa: 
$$K = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

Technológiai választék

$$K = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

Ikertermelés

A vállalat a gyártás során nem csak külső erőforrásokat használhat fel nyersanyagként, hanem akár a saját termékeit is. Termelő felhasználásról beszélünk, ha a cég az egyes termékek gyártása során a korábban saját maga által előállított termékeket is felhasználja. Az előállított termékeket tehát eladhatják, és így a fogyasztók használják fel, vagy visszaáramoltathatják a termelésbe, egy másik termék előállításához szükséges erőforrásként. Ugyanaz a terméktípus szolgálhatja egyik vagy másik célt, de akár egyszerre mind a kettőt is. Ha egy terméket kizárólag azért termelnek, mert egy másik termék gyártása során nyersanyagként felhasználják, akkor ezt a terméket köztes terméknek nevezzük. Ha az előállított terméket a fogyasztók számára készítik, akkor végtermékről beszélünk.

A termelő felhasználást a modellemben a ráfordítási együtthatók mátrixa ( $R$ ) jeleníti meg. Az  $R$  mátrix oszlopai a különböző technológiákat, sorai pedig az előállított termékeket képviselik. Az  $R$  mátrix egy eleme megmutatja, hogy adott technológia egységnyi szintű alkalmazásához hány egységnyi kell felhasználni a vállalat adott termékéből. Technológiai hatékonyság javulásról beszélhetünk abban az esetben, ha az  $R$  mátrix valamelyik eleme csökken. Ebben az esetben ugyanis az érintett technológia egységnyi szintű alkalmazásával ugyanakkora termékmennyiséget lehet előállítani, viszont kevesebb köztes termék felhasználás szükséges hozzá. Hasonlóképpen javul a technikai hatékonyság, ha a  $D$  mátrix valamelyik eleme csökken, hiszen ilyenkor adott termékmennyiség előállítása kevesebb elsődleges erőforrást igényel.

A fent bemutatott mátrixok és vektorok segítségével felépítem a vizsgálatom alapmodelljét, melyet később több változós modellre fogok kibővíteni.

Exogén változók:

$$K = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, R = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, D = \begin{pmatrix} 0.5 & 5 \\ 2 & 1.5 \\ 3 & 0.5 \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{p} = \begin{pmatrix} 350 \\ 450 \end{pmatrix}, \mathbf{s}^0 = \begin{pmatrix} 23 \\ 12 \\ 13 \end{pmatrix}, \mathbf{y}^e = (2 \quad 0), \mathbf{w} = (1 \quad 2 \quad 1.5)$$

Endogén változó:  $\mathbf{y}$   $\mathbf{y} \in R^2$

Döntési változó:  $\mathbf{x} \geq \mathbf{0}$ ,  $\mathbf{x} \in R^2$

A modell felépítése:

$$\text{Termékpiaci egyensúly:} \quad K\underline{\mathbf{x}} \geq R\underline{\mathbf{x}} + \underline{\mathbf{y}} \quad (1.1.)$$

$$\text{Elsődleges erőforrás felhasználás:} \quad D\underline{\mathbf{x}} \leq \underline{\mathbf{s}}^0 \quad (1.2.)$$

$$\text{Elkötelezett termelés:} \quad \underline{\mathbf{y}}^e \leq \underline{\mathbf{y}} \quad (1.3.)$$

$$\text{Célfüggvény: profitmaximum} \quad \pi = \underline{\mathbf{p}}\underline{\mathbf{y}} - \underline{\mathbf{w}}\underline{\mathbf{s}}^0 \rightarrow \max \quad (1.4.)$$

Az (1.1.) egyenlőtlenség a termékpiaci egyensúlyt mutatja meg.  $K\underline{\mathbf{x}}$  szorzat a vállalat végső kibocsátása,  $R\underline{\mathbf{x}}$  szorzat a vállalat termelő felhasználása,  $\underline{\mathbf{y}}$  pedig az a termékmennyiség, amit a fogyasztók számára értékesítenek. Az egyenlőtlenség azt biztosítja, hogy a vállalat tényleges végső kibocsátása fedezze a saját termelő felhasználását és a fogyasztói keresletet is. Végső soron tehát a termékek keresletének és kínálatának egyensúlyát biztosítja vállalati szinten.

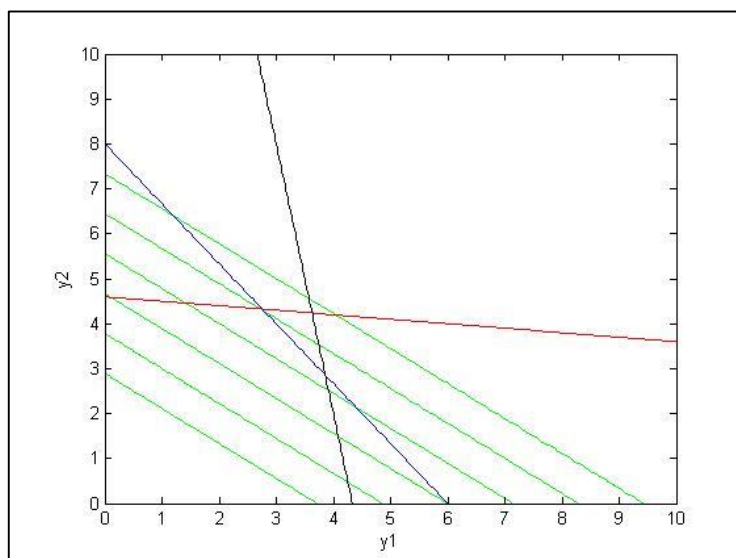
Az (1.2.) egyenlőtlenség az elsődleges erőforrások felhasználásának mérlegfeltételét mutatja, ahol  $D\underline{\mathbf{x}}$  szorzat a termelés során felhasznált elsődleges erőforrások mennyiségét mutatja meg,  $\underline{\mathbf{s}}^0$  vektor pedig a vállalat számára rendelkezésre álló erőforrások mennyiségét, aminél többet nem használhat fel a vállalat.

Az (1.3.) egyenlőtlenség fennállása miatt a vállalat végső kibocsátásra kerülő termelésének mindig legalább akkorának kell lennie, mint az elkötelezett termelés. Ez biztosítja azt, hogy a vállalat a szerződésben előre vállalt kötelezettségeit mindig teljesíteni tudja.

Az (1.4.) függvény a vállalat profitfüggvénye, ez a modell célfüggvénye.  $\underline{\mathbf{p}}\underline{\mathbf{y}}$  szorzat adja a bevételi oldalt,  $\underline{\mathbf{w}}\underline{\mathbf{s}}^0$  szorzat a költség oldalt, a kettő különbsége pedig a vállalat profitját. A cégvezetés érdeke, hogy a profit minél nagyobb legyen, tehát ezt igyekszik maximalizálni. Jelen esetben  $\underline{\mathbf{w}}\underline{\mathbf{s}}^0$  szorzat fix költség, így a profitmaximalizálás során akár el is hagyható, hiszen nem befolyásolja az optimális termelési szerkezetet. (A későbbiekben az  $\underline{\mathbf{s}}^0$  döntési változó lesz, így a  $\underline{\mathbf{w}}\underline{\mathbf{s}}^0$  szorzat nem fix, hanem változó költségként jelenik meg, ezért fontos szerepeltetni a modellben.)

A modell tulajdonképpen egy feltételes szélsőérték probléma, ahol az első három egyenlőtlenség alkotja a feltételrendszert, amely mellett a célfüggvényt maximalizálom. A modell

biztosan megoldható, hiszen a feltételek és a célfüggvény is lineárisak. Utóbbit az garantálja, hogy a vállalat árelfogadó a termékek piacán. Ebben az esetben a transzformációs görbe poligon lesz, a célfüggvény szinthalmazai pedig egyenesek. A 2. ábrán láthatóak a modell feltételrendszerét alkotó egyenesek és az izoprofit görbék. A piros színű egyenes az első, a kék színű egyenes a második, a fekete színű egyenes pedig a harmadik erőforrásból felhasználható maximális mennyiség korlátját ábrázolja. A lehetséges termékkombinációk halmazát a három korlátozó egyenes és a két tengely által bezárt ötszög alkotja. A zöld színű egyenesek az izoprofit görbék, amelyek balról jobbra haladva egyre nagyobb profitszintet képviselnek. Megfigyelhető, hogy az optimális megoldás a lehetséges termékkombinációk halmazának egyik extrémális pontjában található. Ez a megoldás biztosan a globális optimum, hiszen az ábrán is látható, hogy nincsen több lokális maximuma a célfüggvénynek.



**2. ábra: Korlátozó feltételek és izoprofit görbék a lineáris modell esetén**

Forrás: Saját szerkesztés matlab segítségével

A modellt a GAMS (General Algebraic Modeling System) segítségével oldottam meg. A fent bemutatott paraméterek melletti eredményeket az 1. táblázat tartalmazza.

**1. táblázat: Lineáris modell eredménye**

|             |       |
|-------------|-------|
| $x_1 = y_1$ | 2.757 |
| $x_2 = y_2$ | 4.324 |
| $\pi$       | 2910  |

Forrás: Saját szerkesztés

A vállalat  $y_1$  termékből 2.757 egységet,  $y_2$  termékből pedig 4.324 egységet termel. Tevékenységével összesen 2910 egységnyi profitot ér el. Látható, hogy az  $\underline{x}$  és  $\underline{y}$  vektor elemei megegyeznek. Ez csupán azért van így, mert az egységmátrixot jelöltem ki  $K$  mátrixnak, tehát egyelőre se ikertermelés, se technológiai választék nincs a modellben. A későbbi vizsgálatok során  $K$  mátrix különböző értékeket kap majd, ezért fontos feltüntetni az eredmények között az  $\underline{x}$  vektort is. Látható, hogy a GAMS segítségével kapott eredmények összhangban vannak a 2. ábrával.

## 2.2. NEMLINEÁRIS MODELL

Ebben az alfejezetben kiszélesítem az előzőekben megalkotott modellt. Először felteszem, hogy a vállalat standard terméket és egy olyan speciális terméket is elő tud állítani, amelyet a versenytársai nem. Ez azt jelenti, hogy a speciális termék árszabását nem befolyásolják a versenytársak, a cégvezetés egyedül a fogyasztói viselkedés alapján határozza meg az árat. A piacon így a tökéletes versenyt, a speciális termék esetében, monopolista helyzet váltja fel. A cégvezetés ismeri a célcsoportjának a fogyasztói preferenciáit, amelyek alapján fel tud állítani egy inverz keresleti rendszert. (A szükséges fogyasztói adatok rendelkezésre állhatnak például alapos piackutatás eredményeként.) A menedzsment tehát minden termékéhez hozzá tud rendelni egy inverz keresleti függvényt, amely alapján meg tudja állapítani, hogy melyik fogyasztási cikkből mennyit termeljen a lehető legmagasabb profit elérésének érdekében.

Nem zárható ki azonban, hogy a vállalat termékei a fogyasztók szemszögéből hasonlóak, így helyettesíthetik egymást. Ez azt jelenti, hogy ha az egyik termékből többet vásárolnak, akkor a másik termékből már csak kevesebbre lesz szükségük. Erre egy egyszerű példa, amikor a pék kiflit és zsemlét is árul. Ha a kifliből a fogyasztók hirtelen többet vásárolnak (például árcsökkentés miatt), akkor a zsemléből értékesített mennyiség csökkenni fog. Ez azzal magyarázható, hogy azoknak a fogyasztóknak egy része is kiflit fog vásárolni, akik alapesetben (például a kifli árának csökkentése nélkül) zsemlét vásároltak volna, hiszen a kifli számukra képes helyettesíteni a zsemlét. Mivel összesen egy meghatározott mennyiségű pékárura van szükségük, ahogy nő a fogyasztásuk kifliből, úgy csökken a zsemle iránti keresletük. Ezáltal a pék kifli értékesítésből származó bevétele nőni fog, viszont a zsemle eladásból származó bevétele csökken. Ilyenkor fennáll a termék-kannibalizmus veszélye is. „*Termékkannibalizmuson egy új termék más saját termék értékesítésének rovására elért forgalomnövekedését értjük.*” (Bauer et al. [2007] 156. o.) A vállalat ebben az esetben az új termék értékesítésén többletbevételt

realizál, míg a másik termékből fakadó bevétele csökken az alacsonyabb fogyasztás miatt. Például, ha egy mobiltelefon gyártó cég kifejleszt egy új, magasabb minőségű készüléket, és azt forgalomba hozza, akkor a régebbi, alacsonyabb minőségű termék iránti kereslet csökkenni fog, hiszen sokan inkább az új terméket fogják vásárolni a régi helyett.

A modellben a termékek közötti helyettesíthetőséget az  $U$  mátrix jeleníti meg. Az  $U$  mátrix szükségképpen négyzetes, hiszen pontosan annyi sora és oszlopa van, ahány terméket termel a vállalat. Ha az  $u_{ij}$ -dik elem zérus, akkor a  $j$ -edik termékből fogyasztott mennyiség nem befolyásolja az  $i$ -edik termék árát, tehát a két termék fogyasztása független egymástól. Ha viszont az  $u_{ij}$  -edik elem zérustól különböző szám, akkor a két termék fogyasztása között kapcsolat fedezhető fel, a  $j$ -edik termékből fogyasztott mennyiség befolyásolja az  $i$ -edik termék árát. Ha  $u_{ij}$  pozitív szám, akkor helyettesítő javakról beszélünk, ha pedig  $u_{ij}$  negatív, akkor a két termék kiegészíti egymást.  $u_{ij}$  elemeinek abszolút értéke minél nagyobb, annál nagyobb a  $j$ -edik termékből fogyasztott mennyiség árbefolyásoló hatása az  $i$ -edik termékre.  $U$  mátrix elemei tehát egyfajta árérzékenységet mutatnak.

Az árérzékenység a fogyasztói szokásoktól, a termék fogyasztók általi értékelésétől függ, így tehát az inverz keresleti rendszeren belül kell megjelennie.

Inverz keresleti rendszer:  $\mathbf{p} = \mathbf{a} - \mathbf{U}\mathbf{y}$

$i$ -edik termék inverz keresleti függvénye:  $p_i = a_i - \sum_{j=1}^2 u_{ij} \cdot y_j \quad i=1,2 \quad j=1,2$

Az  $i$ -edik termék ára tehát egy konstans paramétertől, valamint a saját és a helyettesítő termékekből eladott mennyiségtől függ. Az  $U$  mátrix elemeit korábbi tapasztalatok, marketing kutatások alapján állapítják meg, így azok exogének.  $y_j$  jelöli a  $j$ -edik termékből eladott mennyiséget. Ha az  $u_{ij} \cdot y_j$  szorzat zérus, akkor a  $j$ -edik termék nem képes helyettesíteni vagy kiegészíteni az  $i$ -edik terméket, így nem befolyásolja annak árát. Ha az  $u_{ij} \cdot y_j$  szorzat pozitív, akkor a  $j$ -edik termék az  $i$ -edik helyettesítője, így annak értékesített mennyisége képes befolyásolni  $p_i$ -t, a közöttük lévő kapcsolat pedig negatív. Ha a szorzat negatív, akkor a  $j$ -edik termék az  $i$ -edik kiegészítője, így a  $j$ -edik termékből eladott mennyiség növekedése emelni fogja az  $i$ -edik termék árát, tehát a közöttük lévő kapcsolat pozitív. A kezdeti nemlineáris modellemben  $u_{11}$  és  $u_{12}$  elemek zérussal egyenlők, így a standard termék ára továbbra is konstans, egyenlő a hozzá tartozó  $a_1$  paraméter értékével.  $a_1$  értéke a tökéletes verseny elvei alapján határozódik meg, a vállalat nem képes azt befolyásolni. Ettől eltérő a speciális termék esete, amihez tartozó

$u_{21}$  és  $u_{22}$  elemek pedig zérustól különböző pozitív értéket vesznek fel, ami azt jelenti, hogy a speciális és a standard termékből értékesített mennyiség is képes befolyásolni a speciális termék árát.

Az új modell a régitől csupán abban különbözik, hogy a  $\underline{p}$  árvektor egyik eleme már nem exogén konstans, hanem a fent bemutatott egyenlet alapján határozódik meg.

$$\text{Exogén változók: } K = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, R = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, D = \begin{pmatrix} 0.5 & 5 \\ 2 & 1.5 \\ 3 & 0.5 \end{pmatrix}, U = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 4 & 50 \end{pmatrix}$$

$$\underline{s}^0 = \begin{pmatrix} 23 \\ 12 \\ 13 \end{pmatrix}, \underline{y}^e = (2 \quad 0), \underline{w} = (1 \quad 2 \quad 1.5), \underline{a} = \begin{pmatrix} 350 \\ 450 \end{pmatrix}$$

$$\text{Endogén változók: } \underline{y}, \underline{p} \geq \underline{0}, \quad \underline{y}, \underline{p} \in \mathbb{R}^2$$

$$\text{Döntési változók: } \underline{x} \geq \underline{0}, \quad \underline{x} \in \mathbb{R}^2$$

A modell:

$$K\underline{x} \geq R\underline{x} + \underline{y} \quad (2.1.)$$

$$D\underline{x} \leq \underline{s}^0 \quad (2.2.)$$

$$\underline{p} = \underline{a} - U\underline{y} \quad (2.3.)$$

$$\underline{y}^e \leq \underline{y} \quad (2.4.)$$

$$\pi = \underline{p}\underline{y} - \underline{w}\underline{s}^0 \rightarrow \max \quad (2.5.)$$

Megfigyelhető, hogy az új célfüggvény már nem lesz lineáris, hiszen ha a profitfüggvénybe behelyettesítjük az árvektort meghatározó egyenletet, akkor a következő általános formát kapjuk a célfüggvényre:

$$\pi = (\underline{a} - U\underline{y}) \cdot \underline{y} - \underline{w}\underline{s}^0$$

$$\pi = \underline{a}\underline{y} - \underline{y}U\underline{y} - \underline{w}\underline{s}^0$$

$$\begin{aligned}
\pi = & a_1y_1 + a_2y_2 + \dots + a_iy_i + \dots + a_ny_n - \\
& - u_{11}y_1^2 - u_{12}y_1y_2 - \dots - u_{1i}y_1y_i - \dots - u_{1n}y_1y_n - \\
& - u_{21}y_1y_2 - u_{22}y_2^2 - \dots - u_{2i}y_2y_i - \dots - u_{2n}y_2y_n - \dots - \\
& - u_{i1}y_1y_i - u_{i2}y_2y_i - \dots - u_{ii}y_i^2 - \dots - u_{in}y_iy_n - \dots - \\
& - u_{n1}y_1y_n - u_{n2}y_2y_n - \dots - u_{ni}y_iy_n - \dots - u_{nn}y_n^2 - \\
& - w_1s_1 - w_2s_2 - \dots - w_is_i - \dots - w_ns_n
\end{aligned}$$

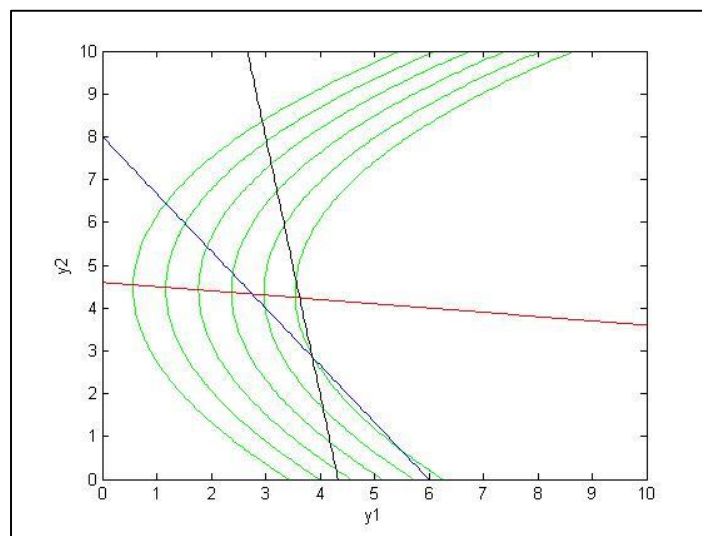
Az átalakításból jól látható, hogy általános esetben a célfüggvényben négyzetes tagok és az  $\mathbf{y}$  vektor elemeinek szorzatai is megjelenhetnek. Ez a függvényforma természetesen csak akkor nemlineáris, ha az  $U$  mátrixnak létezik zérustól különböző eleme. Ellenkező esetben, az árvektor konstans. A célfüggvénynek ott van szélsőérték helye, ahol az első deriváltja nullával egyenlő. Ekkor az alábbi feltételnek kell teljesülnie:

$$\begin{aligned}
\pi'(y_i) &= 0 \quad \text{és} \quad i = 1 \dots n \\
\pi'(y_i) &= a_i - u_{1i}y_1 - u_{2i}y_2 - \dots - u_{i1}y_1 - u_{i2}y_2 - \dots \\
&- 2 \cdot u_{ii}y_i - \dots - u_{in}y_n - \dots - u_{ni}y_n = 0
\end{aligned}$$

Mivel a vizsgált példában az  $U$  mátrixnak vannak zérustól különböző elemei, ezért a célfüggvény nemlineáris, ami felveti a lehetőségét, hogy megoldásként csak lokális szélsőértéket kapunk a globális helyett. „Ha létezne egy olyan gyakorlatilag használható módszer, amelylyel egy lokális optimumról könnyen eldönthetnénk, hogy globális-e, akkor lokális keresőket használva is lenne esélyünk úgy megállni, hogy tudjuk, a globális optimumot találtuk meg.” (G.-Tóth [2014] 12. o.) Mivel nincs ilyen gyakorlatban használható módszer, a nemlineáris programozási feladatok esetében több dolgot is meg kell vizsgálni ahhoz, hogy kiderüljön, biztosan állítható-e, hogy a globális optimumot találtuk meg.

Elsőként a feltételrendszer által meghatározott halmaz konvexitását kell megvizsgálni. Az erőforrás korlátok által kijelölt lehetséges termékkombinációk halmaza az előzőekben felírt modell paramétereinek megfelelően a 3. ábrán látható ötszög. Erről megállapítható, hogy a feltételrendszer konvex halmazt alkot. Általánosan kijelenthető, hogy egy lineáris feltételrendszer mindig konvex halmazt határoz meg az ilyen feladatokban. A konvex halmaz definíció szerint: „Egy  $A \subseteq R^n$  részhalmazt konvexnek nevezünk, ha bármely  $x_1, x_2 \in A$  és  $0 \leq \lambda \leq 1$  esetén

$(1-\lambda) * x_1 + \lambda * x_2 \in A$ . Ez a definíció geometriailag azt fejezi ki, hogy két tetszőleges  $A$  halmazbeli pontot összekötő zárt szakasz is a halmazhoz tartozik.” (Rapcsák [2006] 40. o.). Fontos megjegyezni, hogy a lineáris programozási feladattól eltérően, nemlineáris programozás esetén az optimális megoldás nem feltétlenül a lehetséges tartomány extrémális pontja. Ezen kívül lineáris programozás esetén a lokális megoldás egyben globális is, viszont nemlineáris optimalizálás esetén ez nem biztos. Ahhoz, hogy meg tudjuk állapítani, hogy biztosan globális optimumot találunk-e, meg kell vizsgálni az azonos célfüggvény szinthalmazainak konvexitását is (Wayne [2004]).



### 3. ábra: Korlátozó feltételek és izoprofit görbék az első nemlineáris példa esetén

Forrás: Saját szerkesztés matlab segítségével

Az azonos célfüggvény értéket biztosító termékkombinációkat az árbevételi függvény szinthalmazai mutatják meg, amik a 3. ábrán zöld színnel jelennek meg. Ezek a görbék most is balról jobbra haladva képviselnek egyre nagyobb profit szinteket. Jól látható, hogy a lehetséges termékkombinációk konvex halmazán az izoprofit görbék konvexek. Ebből kifolyólag biztosan állítható, hogy a feladat megoldása a globális optimum lesz, mivel „[...] a konvex optimalizálási feladatok (KO) esetében [...] a KO lokális optima globális optimum” (Rapcsák [2006] 39. o.) A 3. ábrán megfigyelhető, hogy ebben az esetben az optimális megoldás éppen a lehetséges termékkombinációk halmazának egyik extrémális pontja, ami azt jelenti, hogy a termelést a háromból két erőforrás szűkössége is korlátozza.

A modell optimális termelési szerkezetét és a változók globális optimum melletti értékét a 2. táblázat mutatja. A GAMS segítségével meghatározott eredmény és a matlab-bal készített ábra összhangban van, hiszen jelen esetben az elkötelezett termelés nem ténylegesen korlátozó feltétel, így nem befolyásolja a termékszerkezetet.

**2. táblázat: Első nemlineáris példa eredménye**

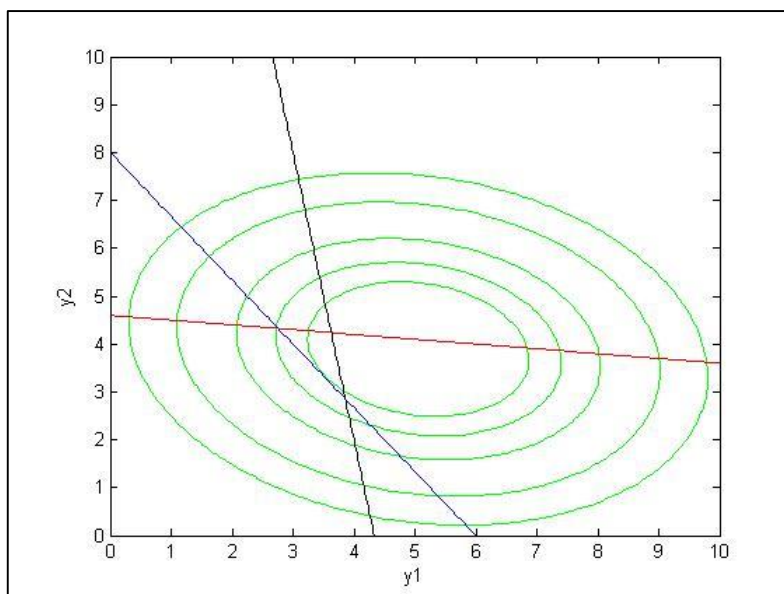
|             |       |
|-------------|-------|
| $x_1 = y_1$ | 3.857 |
| $x_2 = y_2$ | 2.857 |
| $\pi$       | 2109  |

Forrás: Saját szerkesztés

A következőkben bemutatom azt az esetet, amikor a vállalat mind a két termék piacán ármeghatározó pozícióval rendelkezik, tehát az U mátrix főátlóiban nullától különböző számok szerepelnek. Emellett ezek a speciális termékek képesek egymást helyettesíteni, azaz az U mátrix mellékátlóiban is pozitív számok találhatók.

$$U = \begin{pmatrix} 30 & 8 \\ 4 & 50 \end{pmatrix}$$

A 4. ábráról jól látható, hogy az izoprofit görbék koncentrikusak, és a középpont felé haladva egyre nagyobb profitszintet képviselnek. Ebben az esetben azt is megfigyelhetjük, hogy az optimális megoldás nem a lehetséges termékkombinációk extrémális pontjában található. Most tehát csak egyetlen erőforrás korlátozza ténylegesen a termelés mennyiségét. Általánosan megállapítható, hogy a lineáris feltételrendszerrel rendelkező feladatokban maximum két erőforráskorlát lehet tényleges korlátozó tényező a termelés során.



**4. ábra: Korlátozó feltételek és izoprofit görbék a második nemlineáris példa esetén**

Forrás: Saját szerkesztés matlab segítségével

A GAMS-ben kiszámolt optimális termelési szerkezetet a 3. táblázat mutatja. Az előző példával összehasonlítva az eredményeket, megfigyelhető, hogy a vállalat által elért profit csökkent. Ez azzal magyarázható, hogy most mind a két termék helyettesíti a másikat, így az egyik terméken elért profitnövekmény csak a másik termék által realizált profit csökkenése révén elérhető.

**3. táblázat: Második nemlineáris példa eredménye**

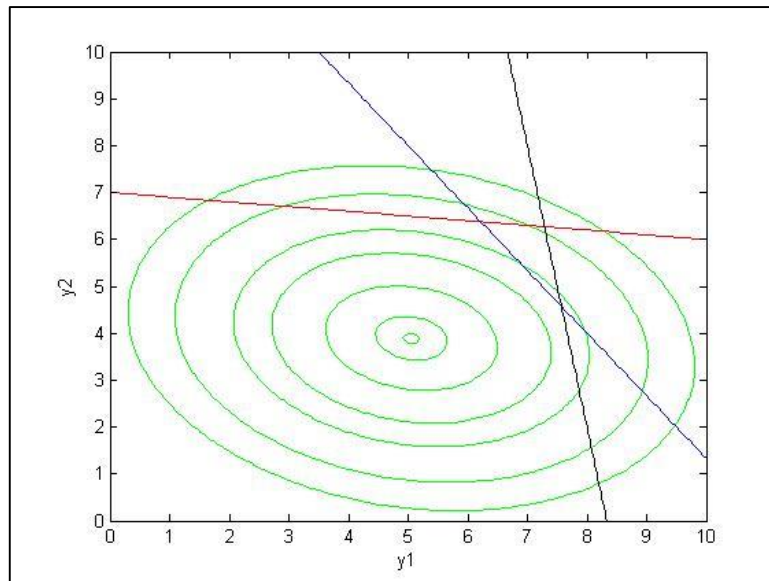
|             |       |
|-------------|-------|
| $x_1 = y_1$ | 3.502 |
| $x_2 = y_2$ | 3.330 |
| $\pi$       | 1588  |

Forrás: Saját szerkesztés

A következőkben azt az esetet vizsgálom meg, amikor a feltételrendszer nem csupán az izoprofit görbék konvex szakaszára korlátozza az optimalizálást. Ez akkor fordulhat elő, ha megnő a vállalat rendelkezésére álló erőforrás mennyiség. Ennek megfelelően legyen az új erőforrás korlát a következő:

$$\underline{s}^0 = \begin{pmatrix} 35 \\ 22 \\ 25 \end{pmatrix}$$

Ekkor az új feltételrendszer és az izoprofit görbék az 5. ábrán láthatóak.

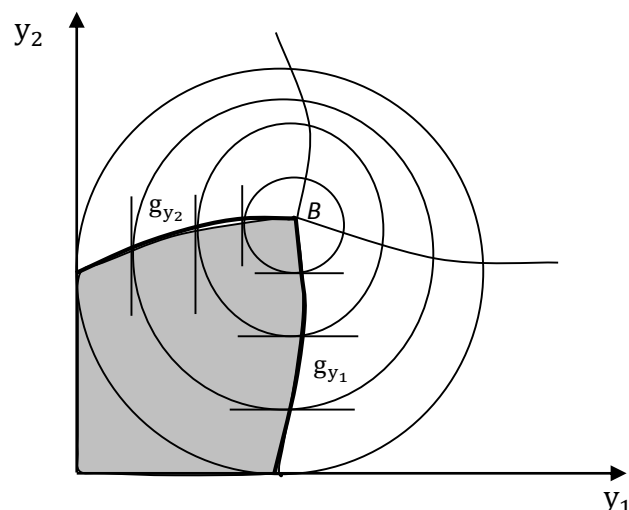


**5. ábra: Korlátozó feltételek és izoprofit görbék a harmadik nemlineáris példa esetén**

Forrás: Saját szerkesztés matlab segítségével

Megfigyelhető, hogy ebben az esetben a globális optimum nem a lehetséges termékkombinációk halmazának határán van, hanem annak belsejében. Ez annyit jelent, hogy a vállalatnak egyik erőforrásból sem kell az összes rendelkezésére álló erőforrást felhasználnia a maximális profit eléréséhez. Bár az izoprofit görbék a lehetséges termékkombinációk halmazán már nem konvexek, mégis csak egyetlen lokális maximum létezik, ami egyben a globális optimum is.

Mivel a célfüggvény szinthalmaza körkörös (a többi nemlineáris példában is), ezért van konvex és konkáv része is. A görbe hatékony felületre eső része azonban kizárólag konvex. Hatékony felületen a 6. ábrán sötét háttérrel jelölt, a gerincvonalak és a tengelyek által közrefogott területet értem. Az ábrán a  $g_{y_1}$  és  $g_{y_2}$  görbék a gerincvonalak. Jól látható, hogy ezek az összes létező szintvonal és a hozzájuk húzott vízszintes és függőleges érintőkkel vett érintési pontokat kötik össze. A gerincvonalak által közrefogott, beszínezett felületet helyettesítési felületnek is nevezik, mivel itt érvényesül a két termék bizonyos mennyiségei közötti trade off viszony. (Barancsuk (2008) a gerincvonalakat nem izoprofit görbék, hanem közömbösségi görbék esetén mutatja be.)



#### 6. ábra: Körkörös szinthalmazok és gerincvonalak

Forrás: Barancsuk [2008] 69. oldalról átvett, és módosított ábra

Példámban a  $g_{y_1}$  gerincvonal olyan termékkombinációkat tartalmaz, melyeknél az  $y_1$  termék értékesítéséből származó marginális profit (rögzített  $y_2$  mennyiség mellett) éppen nulla. Ez annyit jelent, hogy amennyiben nem nő az  $y_2$  termékből értékesített mennyiség, úgy nem érdemes a vállalatnak az  $y_1$  termékből többet gyártania, hiszen akkor átkerülne egy alacsonyabb profitszintet képviselő izoprofit görbére. Tehát a  $g_{y_1}$  gerincvonaltól jobbra lévő termékkombinációk nem hatékonyak, így nem lehetnek optimális megoldások (eltekintve attól az esettől, ha az  $y_1$  termékből előállított mennyiség rögzítve van, még hozzá olyan magas szinten, hogy ezáltal az optimális termékkombináció szükségszerűen kívül esik a hatékony területen). Hasonló módon megállapítható, hogy a  $g_{y_2}$  gerincvonaltól felfelé található termékkombinációk sem lehetnek optimálisak. Az ábrán a maximális értéket képviselő szinthalmazon éppen a görbék középpontjába eső B pont található (Barancsuk [2008]).

Az utóbbi példában megadott paraméterek mellett az optimális termelési szerkezet a 4. táblázatban szerepel.

#### 4. táblázat: Harmadik nemlineáris példa eredménye

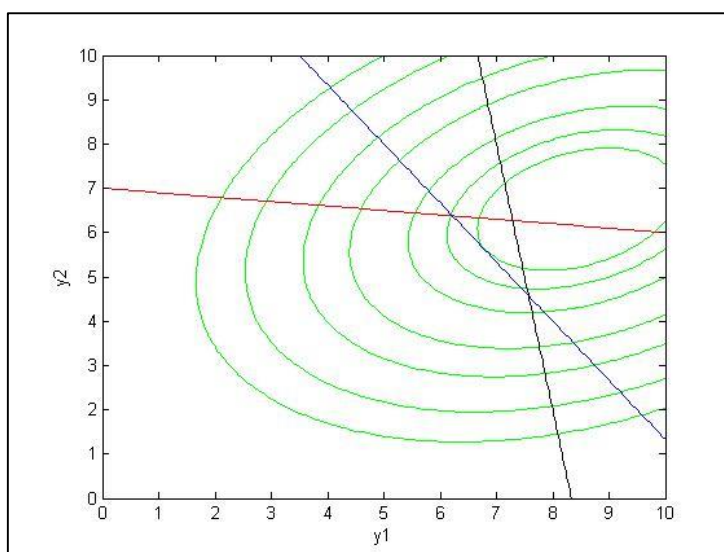
|             |       |
|-------------|-------|
| $x_1 = y_1$ | 5.055 |
| $x_2 = y_2$ | 3.893 |
| $\pi$       | 1644  |

Forrás: Saját szerkesztés

A következőkben bemutatom, hogy a probléma jellegében hasonló marad akkor is, ha a vállalat által előállított két termék nem helyettesíti, hanem kiegészíti egymást. Tehát, ha megnő az egyik termékből értékesített mennyiség, akkor az növeli a másik termék árát (hiszen a magasabb szintű kereslet következtében ugyanazt a mennyiséget magasabb áron tudja a vállalat értékesíteni). Ekkor az  $U$  mátrix mellékátlóban lévő elemei negatív értéket kapnak.

$$U = \begin{pmatrix} 30 & -20 \\ -4 & 50 \end{pmatrix}$$

Ebben az esetben a feltételrendszert és az izoprofit görbéket a 7. ábra mutatja be:



**7. ábra: Korlátozó feltételek és izoprofit görbék a negyedik nemlineáris példa esetén**

Forrás: Saját szerkesztés matlab segítségével

Az erőforráskorlátok nem változtak az előző modellhez képest, viszont az izoprofit görbék alakja módosult. Ez azonban nem befolyásolja a modell megoldhatóságát, hiszen az izoprofit görbék továbbra is koncentrikusak, és továbbra is csak egyetlen lokális optimum létezik, amely egyben globális is. Az optimális termelési szerkezet az 5. táblázatban látható. Ez az eredmény összhangban van a matlab segítségével elkészített ábrával is.

**5. táblázat: Negyedik nemlineáris példa eredménye**

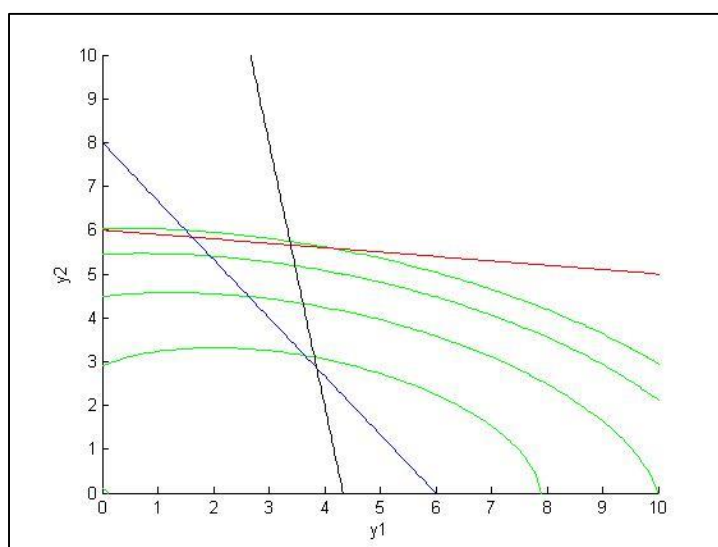
|             |       |
|-------------|-------|
| $x_1 = y_1$ | 6.818 |
| $x_2 = y_2$ | 5.576 |
| $\pi$       | 2742  |

Forrás: Saját szerkesztés

Bemutatok egy olyan esetet is, amikor az azonos célfüggvény értéket adó görbék konvexitás vizsgálata során arra az eredményre jutunk, hogy a görbék konkávok. Ehhez az alábbi induló paraméter értékeket változtattam meg a következőképpen:

$$\mathbf{a} = \begin{pmatrix} 800 \\ 900 \end{pmatrix}; \quad \mathbf{U} = \begin{pmatrix} 100 & 70 \\ 50 & 300 \end{pmatrix}$$

Az ehhez az esethez tartozó izoprofit görbéket és erőforrás korlátokat a 8. ábra szemlélteti.



**8. ábra: Korlátozó feltételek és izoprofit görbék az ötödik nemlineáris példa esetén**

Forrás: Saját szerkesztés matlab segítségével

Az ábra alapján kézenfekvő lenne az  $y_1 = 0$ ,  $y_2 = 6$  megoldás a legnagyobb profitot biztosító termelési szerkezetnek. Viszont, ha jobban megvizsgáljuk az izoprofit görbék elhelyezkedését, akkor észrevehető, hogy a korábban vizsgált esetekhez hasonlóan a görbék most is konkavak. A középpont azonban az induló paraméterértékek változása miatt eltolódott balra lefelé, ezért látjuk a pozitív sík negyedben a görbéknek csupán a konkáv részét. Mindebből az következik, hogy az izoprofit görbék által képviselt profitszintek az ábrán nem balról jobbra, hanem éppen ellenkezőleg, jobbról balra haladva növekednek. Megállapítható tehát, hogy az optimális termelési szerkezet biztosan nem az  $y_1 = 0$ ,  $y_2 = 6$  pontban van. Két eset különböztethető meg ilyenkor. Az első esetben az izoprofit görbék centruma, azaz a globális optimum, a pozitív sík negyedbe esik, így a vállalatnak érdemes legalább egy terméket előállítania annak érdekében, hogy profitot szerezzen. A másik esetben a globális optimum a negatív tartományba esik. Ilyenkor a vállalatnak nem érdemes termelnie, mivel az veszteséges lenne számára.

Amennyiben a vállalat rendelkezik szerződésben vállalat termelési kötelezettségekkel, úgy két dolgot tehet: nem teljesíti a kötelezettségét, és ezzel szerződést szeg, vagy megtermeli a vállalt termékmennyiséget akár veszteségesen is. A modellemben feltettem, hogy a vállalat vezetés semmiképpen sem akarja megszegni a szerződést, amit kötött, ezért a GAMS modellt ezzel a kikötéssel futtattam. A kapott eredményeket a 6. táblázat mutatja. Látható, hogy a vállalat csupán a vállalt minimális termékmennyiséget termeli meg, és azon felül semmi mást. A profitja pozitív, amiből arra lehet következtetni, hogy a globális optimum a pozitív sík negyedében található.

**6. táblázat: Ötödik nemlineáris példa eredménye**

|             |      |
|-------------|------|
| $x_1 = y_1$ | 2    |
| $x_2 = y_2$ | 0    |
| $\pi$       | 1200 |

Forrás: Saját szerkesztés

A legtöbb esetben a vállalat a piacról korlátlan mennyiségben képes beszerezni az erőforrásokat, és nem előre meghatározott készlettel rendelkezik belőlük. A nyersanyag beszerzésnek ebben az esetben is lehet felső korlátja, azonban az erőforrás költség ilyenkor nem fix, hanem változó költségként jelenik meg. A modellben ennek megfelelően az  $\underline{s}$  vektor a döntési változók közé kerül. Így tehát a vállalat pontosan annyi erőforrást vesz, amennyire szüksége van, következésképpen nem keletkezik egyikből se feleslege. Ennek megfelelően a modell a következőképpen módosul:

Döntési változók:  $\underline{x}, \underline{s} \geq \underline{0}, \quad \underline{s}, \underline{x} \in \mathbb{R}^2$

A modell:

$$K\underline{x} \geq R\underline{x} + \underline{y} \quad (3.1.)$$

$$D\underline{x} \leq \underline{s} \quad (3.2.)$$

$$\underline{s}^0 \geq \underline{s} \quad (3.3.)$$

$$\underline{p} = \underline{a} - U\underline{y} \quad (3.4.)$$

$$\underline{y}^e \leq \underline{y} \quad (3.5.)$$

$$\pi = \underline{p}\underline{y} - \underline{w}\underline{s} \rightarrow \max \quad (3.6.)$$

Ebben az esetben a vállalat által elérhető maximális profit eléri a globális optimum értékét, feltéve, hogy a piacról beszerezhető a termeléshez szükséges mennyiségű erőforrás. Felső korlátok hiányában tehát a paraméterek bármely indulóértéke mellett a globális optimum lesz a megoldás, ami annyit jelent, hogy bármilyen vállalati környezetet vizsgálunk, ugyanazt az eredményt kapjuk. Egy konkrét vállalat vizsgálatakor azonban nem szabad figyelmen kívül hagyni a vállalat méretét, hiszen az rövid idő alatt nem változtatható meg nagymértékben. Amennyiben a vállalat mérete és strukturális felépítése jelentősen különbözik attól, ami a maximális profit eléréséhez szükséges, akkor az előbbi modell által kapott eredmények csak hosszú távú célként jelenhetnek meg. Ilyenkor a rövidtávú termelési szerkezet meghatározásához további feltételeket kell bevezetni, melyek jól körülhatárolják a vállalat egyéni lehetőségeit, azaz meghatározzák a különböző változtatásoknak azt a mértékét, melyet végre tudnak hajtani a vizsgált időintervallumon belül. Ilyen nehezen változtatható, korlátozó tényező lehet például a vállalat rendelkezésére álló telephely mérete, a gépek száma vagy a beruházásra költhető tőke mennyisége.

### 3. TERMÉKMINŐSÉGBELI KÍNÁLAT OPTIMALIZÁLÁSA

#### 3.1. A MODELL KITERJESZTÉSE TÖBB VÁLTOZÓRA

Az előző fejezetben bemutatott modellek nagyon egyszerűnek tekinthetők abból a szempontból, hogy csupán két termék előállítását vizsgálják. A valóságban azonban a vállalatok egyszerre többféle terméket is gyárthatnak, ezért szükséges kiterjeszteni a modellt több változóra is. Konkrét vállalati környezetben adott a termelt és a potenciálisan termelhető termékfajták száma, így egyértelműen meghatározható, hogy hány változós modellt kell felírni. Ebben a dolgozatban én 7 termékre írom fel az optimalizáló programot. Ennek oka, hogy ez a szám már kellően nagy ahhoz, hogy megfigyelhetővé váljanak a vizsgált hatások, viszont elég kicsi ahhoz, hogy még átlátható, és könnyen értelmezhető legyen a modell. Szükség esetén a változók számát tovább lehet bővíteni, egy megfelelő kapacitású szoftverrel úgy is elvégezhető az optimalizálás.

A kibővített modellben szerepel egy standard termék, melynek piacán árelfogadó a cég. Létezik köztes termék, melyet a fogyasztók számára nem értékesítenek, azt kizárólag a minőségi termékek gyártási folyamata során használják fel egyfajta alapanyagként. Ezeken kívül szerepel a modellben 5 különböző színvonalú minőségi termék. Arra keresem a választ, hogy adott vállalati környezetben, azaz adott induló paraméterek mellett melyik termékeket fogja termelni a cég. Milyen minőségű termékeket kell értékesíteni a maximális profit érdekében, és azokból mennyit?

Ebben a fejezetben fontos kitérni a minőség értelmezésére. Az irodalomban számos meghatározása van a minőségnek, amelyek közül a teljesség igénye nélkül néhányat áttekintek. Napjainkban elterjedt álláspont, hogy minél magasabb minőségű egy termék, annál nagyobb mértékben képes kielégíteni a fogyasztók igényeit. Tehát „*a minőség egy termék, rendszer vagy folyamat saját jellemzői együttesének az a képessége, hogy kielégítse a vevő és más érdekelt felek követelményeit*” (Kalapács [2001] 34. o.). Érdekelt fél lehet a vásárló, az ügyfél, a dolgozó, a beszállító, a felhasználó, a vezető vagy akár a társadalom is. A magas minőség eléréséhez egyaránt meg kell felelni a szabványoknak, a használatra való alkalmasságnak, az érdekelt felek nyilvánvaló és kimondatlan (látens) elvárásainak (Kalapács [2001]).

Hill (2005) alapján a minőség olyan speciális kínálat, amely figyelembe veszi, hogy mit akar és vár el a fogyasztó, és mit hajlandó nyújtani a vállalat. A cégek a minőség segítségével

pozícionálják magukat a különböző piacokon, és igyekeznek magukhoz vonzani azokat a fogyasztókat, akiknek az igényei és elvárásai egyeznek a vállalat által nyújtott speciális kínálattal. Garvin (1984) a minőségnek 8 dimenzióját határozta meg, amelyek máig gyakran előkerülnek a minőséggel foglalkozó írásokban. Ezek a dimenziók a teljesítmény (a termék elsődleges működési jellemzője), különleges tulajdonságok (kiegészítő funkciók), megbízhatóság (a termék meghatározott körülmények között, meghatározott időtartamon belül megfelelően ellátja a funkcióját), egyezés (megfelelés a tervezett és az elfogadható színvonalnak), tartósság (a termék élettartama), szervízelhetőség, esztétika és az észlelt minőség.

Az algebrai úton levezetett termelésorientált elméleti modellekben a minőséget gyakran folytonos változónak tekintik, ahol a keresleti volumen a minőség növekvő függvénye. Ebben az esetben értelmezni tudjuk a minőség nagyon kicsit változását, és annak pozitív hatását a keresletre. Emellett a minőség egy vagy több másik tényező által determinált függvényként írható fel. Például Vörös József cikkében a minőséget ( $u$ ) a stratégiai minőségfaktor ( $z$ ) és a nem stratégiai minőségfaktor ( $w$ ) határozza meg. Egyenlet formájában, adott időpontban a minőséget így definiálja:  $u = z \cdot h_1 + w \cdot h_2$ , ahol  $h_1$  és  $h_2$  súlyok. A stratégiai minőségfaktor képviseli a minőségismeretet, tudást, melyek fejlesztéssel és beruházással bővíthetők. Ennek megfelelően ez a faktor szintén két másik tényező függvényeként határozható meg:  $z_t = z_{t-1} + b_1 \cdot y_t + b_2 \cdot x_t$ , ahol  $y_t$  a termelési folyamat fejlesztésére szánt erőfeszítések mértéke,  $x_t$  a teljesítményminőség fejlesztésére szánt erőfeszítések mértéke,  $z_{t-1}$  az előző időszakból megörökölt minőség tudás,  $b_1$  és  $b_2$  pedig paraméterek. A nem stratégiai minőségfaktor a piacról beszerezhető elemeket tartalmazza (Vörös [2008]).

Az általam elkészített modellben a minőséget egy másfajta megközelítésből vizsgálom. A minőség itt nem egydimenziós és nem is folytonos változó, hanem minden eltérő minőségi fokozat más-más terméként jelenik meg. Ez a megközelítés azért praktikus, mert a termelésvezetők hétköznapi döntési problémáit valóságghűbben képes ábrázolni. A minőséget ugyanis a gyakorlatban nem lehet végtelen kis részekre osztani, azaz nem lehet azt mondani, hogy a profit maximum elérése érdekében a vállalatnak például 2,138 minőségi szintű terméket kell előállítania (bármilyen folytonos skálán is értékelnénk azt). Ha kifejlesztenek egy új terméket, akkor nem tudjuk róla megmondani, hogy az mennyivel jobb, mint a régi, csak azt lehet megállapítani, hogy jobb vagy rosszabb (bár az eltérő fogyasztói értékelések miatt ez sem mindig egyértelmű). A minőséget jellemző érték lehet a rezervációs ár, tehát hogy a fogyasztók mennyit hajlandóak

fizetni az adott termékért, ennek megfelelően milyen a keresletük az új áru iránt. Minél magasabb árat hajlandó adni a vevő, annál magasabb értéket, minőséget képvisel számára a termék. Tehát a rezervációs ár és a fogyasztói minőség értékelés között pozitív kapcsolat van.

A modellben minden termék más és más minőséget képvisel. Feltételezem, hogy magasabb minőségű termékek előállításánál speciális erőforrásokat használnak fel. A minőség javítása során a standard munkát egyre inkább a speciális (magasabban képzett) munka váltja fel, hasonlóan a standard anyagok helyett egyre több jobb minőségű, tartósabb alapanyagot használnak a gyártás során. Felteszem azt is, hogy a magasabb minőségű termékek speciális funkciókkal rendelkeznek, esztétikusabbak, tartósabbak, megbízhatóbbak, ami által a fogyasztók számára magasabb értéket képviselnek, így magasabb árat hajlandók fizetni érte.

A lineáris tevékenységelemzési vizsgálatom során a vállalat továbbra is csak a rendelkezésre álló technológiák közül képes választani. Minden egyes technológia eltérő minőségű terméket vagy köztes terméket állít elő. A modell a következőképpen írható fel:

Exogén változók:  $K, R, D, U, \underline{\mathbf{a}}, \underline{\mathbf{y}}^e, \underline{\mathbf{w}}$

Endogén változók:  $\underline{\mathbf{p}} \geq \underline{\mathbf{0}}, \underline{\mathbf{y}} \geq \underline{\mathbf{0}} \quad \underline{\mathbf{p}}, \underline{\mathbf{y}} \in R^7$

Döntési változó:  $\underline{\mathbf{x}} \geq \underline{\mathbf{0}}, \underline{\mathbf{s}} \geq \underline{\mathbf{0}} \quad \underline{\mathbf{x}} \in R^7, \underline{\mathbf{s}} \in R^8$

A modell:

$$K\underline{\mathbf{x}} \geq R\underline{\mathbf{x}} + \underline{\mathbf{y}} \quad (4.1.)$$

$$D\underline{\mathbf{x}} \leq \underline{\mathbf{s}} \quad (4.2.)$$

$$\underline{\mathbf{p}} = \underline{\mathbf{a}} - U\underline{\mathbf{y}} \quad (4.3.)$$

$$\mathbf{s}_4 + \mathbf{s}_5 \leq 25 \quad (4.4.)$$

$$\underline{\mathbf{y}} \geq \underline{\mathbf{y}}^e \quad (4.5.)$$

$$\pi = \underline{\mathbf{p}}\underline{\mathbf{y}} - \underline{\mathbf{w}}\underline{\mathbf{s}} \rightarrow \max \quad (4.6.)$$

A (4.1.) egyenlőtlenség most is a termékpiacon mutatja meg vállalati szinten. A modell kezdeti állapotában a kibocsátási mátrix ( $K$ ) a hét dimenziós egységmátrix (a hét terméknek megfelelően), tehát nincs ikertermelés és technológiai választék sem.

K mátrix:

$$\begin{array}{cccccc}
 & ts & tk & tm1 & tm2 & tm3 & tm4 & tm5 \\
 \begin{pmatrix}
 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1
 \end{pmatrix}
 & \begin{array}{l}
 vs \\
 vk \\
 vm1 \\
 vm2 \\
 vm3 \\
 vm4 \\
 vm5
 \end{array}
 \end{array}$$

Előállított termékek: standard termék (vs), köztes termék (vk), első minőségi fokozatú termék (vm1), ... , ötödik minőségi fokozatú termék (vm5).

Rendelkezésre álló technológiák: standard terméket előállító technológia (ts), köztes terméket előállító technológia (tk), első minőségi fokozatú terméket előállító technológia (tm1), ... , ötödik minőségi fokozatú terméket előállító technológia (tm5).

A ráfordítási mátrix (R) megmutatja a vállalat termelő felhasználását. Látható, hogy a vállalatnak csupán egy köztes terméke van, melyet kizárólag a minőségi termékek gyártása során használ fel, magasabb minőségi fokként egyre nagyobb arányban.

R mátrix:

$$\begin{array}{cccccc}
 & ts & tk & tm1 & tm2 & tm3 & tm4 & tm5 \\
 \begin{pmatrix}
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 1 & 1.5 & 2 & 2.5 & 3 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0
 \end{pmatrix}
 & \begin{array}{l}
 vs \\
 vk \\
 vm1 \\
 vm2 \\
 vm3 \\
 vm4 \\
 vm5
 \end{array}
 \end{array}$$

A (4.2.) egyenlőtlenség a vállalat erőforrás felhasználását korlátozza. A gyártás során „A” típusú standard munkát (1.), „B” típusú standard munkát (2.), speciális munkát (3.), standard gépet (4.), speciális gépet (5.), standard nyersanyagot (6.), speciális nyersanyagot (7.) és energiát (8.) alkalmazhatnak erőforrásként. A D mátrix elemei alapján látható, hogy minél magasabb minőségű egy termék, annál kisebb arányban használnak standard nyersanyagokat, és an-

nál nagyobb arányban alkalmaznak speciális erőforrásokat a gyártási folyamat alatt. Az is megfigyelhető, hogy a magasabb minőségű termékek előállítása energiaigényesebb az alacsonyabb színvonalú termékek gyártásánál.

D mátrix:

$$\begin{matrix} 1. \\ 2. \\ 3. \\ 4. \\ 5. \\ 6. \\ 7. \\ 8. \end{matrix} \begin{pmatrix} 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 \\ 0.2 & 0.2 & 0.3 & 0.3 & 0.25 & 0.2 & 0.15 \\ 0 & 0 & 0.1 & 0.2 & 0.3 & 0.4 & 0.5 \\ 0.2 & 0.2 & 0.2 & 0.2 & 0.2 & 0.15 & 0.1 \\ 0 & 0 & 0.1 & 0.2 & 0.3 & 0.4 & 0.5 \\ 0.2 & 0.2 & 0.2 & 0.2 & 0.1 & 0.1 & 0.05 \\ 0 & 0 & 0.2 & 0.4 & 0.6 & 0.8 & 1 \\ 0.3 & 0.3 & 0.4 & 0.5 & 0.6 & 0.7 & 0.8 \end{pmatrix}$$

A (4.3.) egyenlőség az inverz keresleti rendszer:

$$\underline{p} = \underline{a} - U\underline{y}$$

$$\begin{pmatrix} ps \\ pk \\ pm1 \\ pm2 \\ pm3 \\ pm4 \\ pm5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 20 \\ 0 \\ 95 \\ 105 \\ 115 \\ 125 \\ 135 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.9 & 0.2 & 0.1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.05 & 0.8 & 0.2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.02 & 0.1 & 0.7 & 0.15 & 0.02 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.1 & 0.6 & 0.1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.01 & 0.1 & 0.5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} vs \\ vk \\ vm1 \\ vm2 \\ vm3 \\ vm4 \\ vm5 \end{pmatrix}$$

A vállalat a standard termékek piacán árelfogadó pozícióban van, így e termék tekintetében nincs mozgástere az árképzést illetően. Az U mátrix elemeiből jól látható, hogy az  $U\underline{y}$  szorzat a standard termék árának meghatározásakor zérus lesz, ami annyit jelent, hogy a minőségi termékekből értékesített mennyiség nem befolyásolja a standard termék árát. Tehát a helyettesítő hatás és a termék-kannibalizmus jelensége itt nem lép fel, a standard termék ára pontosan az  $\underline{a}$  vektor első eleme lesz. A köztes termék ára zérus, hiszen azt nem értékesíti fogyasztók számára a vállalat.

A minőségi termékek esetében a színvonalban egymáshoz közeli termékek képesek egymást helyettesíteni, a távolabb állók nem. Minőségi színvonalban minél közelebb áll egymáshoz két termék, annál nagyobb mértékben képesek egymást helyettesíteni. Egy termék árát a

legnagyobb mértékben a saját értékesített mennyisége határozza meg. A harmadik minőségi fokozatú termék ára például így határozódik meg:

$$pm_3 = 115 - 0.02 \cdot vm_1 - 0.1 \cdot vm_2 - 0.7 \cdot vm_3 - 0.15 \cdot vm_4 - 0.02 \cdot vm_5$$

A (4.4.) egyenlőtlenség által jelenik meg a modellben az erőforrás korlát. Ennek alapján a vállalat a standard ( $s_4$ ) és a speciális ( $s_5$ ) gépekből összesen maximum 25 egységnyiit használhat fel. Ezt a férőhely kapacitást tetszés szerint oszthatja fel a különböző típusú gépek között, viszont semmiképpen sem lépheti túl a keretet. Az erőforráskorlát ekkor a következő formában írható fel:

$$s^0 = \begin{pmatrix} \infty \\ \infty \\ \infty \\ s_4 \\ s_5 \\ \infty \\ \infty \\ \infty \end{pmatrix}, \quad \text{ahol: } s_4 + s_5 \leq 25$$

A (4.5.) egyenlőtlenség továbbra is azt mutatja meg, hogy a vállalatnak legalább mekkora mennyiséget kell előállítania termékenként ahhoz, hogy eleget tudjon tenni a szerződésben vállalt kötelezettségeinek. A példában a cégvezetés kizárólag a standard termék esetében kötött előzetesen értékesítési szerződést, méghozzá 50 egységről.

$$y^e = (50 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0)$$

A (4.6.) célfüggvény most is a profitfüggvény, ezt akarja a vállalat maximalizálni. Az erőforrásárakat nyersanyagokként rendre a  $\underline{w}$  vektor elemei képviselik.

$$w = (2 \ 2.3 \ 3.5 \ 5 \ 7 \ 1 \ 2 \ 1.5)$$

A példában az intuíciót követve a magasabb minőségű, speciális erőforrásoknak magasabb az áruk, mint a standard erőforrásoknak. A speciális feladatok ellátására magasabban képzett munkaerőt kell alkalmazni, akiknek magasabb bérigényük van, illetve a dolgozókat megfelelő továbbképzésekben kell részesíteni, ami szintén költséges a vállalat számára, így a magasabban képzett munkaerő drágább, mint az alacsonyabban képzett. Ezenkívül a speciális üzemeltetési költsége magasabb, mint a standard gépeké.

A modell nemlineáris, így létezhetnek globális és lokális optimum helyek is, ezért nem állítható biztosan, hogy a program a globális optimumot találja meg. Mivel a probléma több

dimenziós, a grafikus ábrázolás már nem nyújt segítséget az optimum megtalálásában. Ha több lokális optimum is létezik, akkor a paraméterek induló értékétől függ, hogy melyik optimumot találjuk meg megoldásként. Ez megkönnyíti a dolgunkat, hiszen a gyakorlatban az induló értékek, azaz a speciális vállalati környezet adott. Ahogy már a korábbi fejezetben említettem, a gyakorlatban általában nem lehet határok nélkül végrehajtani a termelési szerkezet átalakítását. Ezzel tehát meghatározhatóak azok a korlátok, melyek jelentősen beszűkítik a lehetséges megoldások halmazát. Így tehát csak az adott vállalati környezetben kell megtalálni a „globális” optimumot. A fent bemutatott paraméter értékek mellett a modell eredményét a 7. táblázat tartalmazza.

**7. táblázat: Többtermékes modell eredménye a kezdő paraméterek mellett**

|          |        |              |       |
|----------|--------|--------------|-------|
| $v_s$    | 50.000 | $\pi = 2911$ |       |
| $v_{m1}$ | 17.377 |              |       |
| $v_{m2}$ | 9.016  |              |       |
| $s_1$    | 10.73  | $s_5$        | 3.54  |
| $s_2$    | 24.1   | $s_6$        | 21.46 |
| $s_3$    | 3.54   | $s_7$        | 7.08  |
| $s_4$    | 21.46  | $s_8$        | 35.7  |

Forrás: Saját szerkesztés a modell eredményei alapján

A táblázatról leolvasható, hogy a vállalat standard terméket, illetve első és második minőségi fokozatú terméket gyárt az adott feltételek mellett. Az ezeknél magasabb színvonalú termékek, azaz a harmadik, negyedik és ötödik minőségi fokozatú termékek gyártása nem gazdaságos számára. Felmerül a kérdés, hogy vajon mit kellene tennie, ha mindezek mellett magasabb minőségű termékekkel szeretné bővíteni a termékkínálatát, természetesen legalább ugyanekkora profit elérése mellett? A következő alfejezetekben azt fogom megvizsgálni, hogy a vállalatvezetésnek milyen lehetőségei vannak az említett cél elérésére. Ezek közül a lehetőségek közül a vállalat saját adottságai és képességei alapján ki tudja választani a számára legmegfelelőbbet.

### 3.2. TECHNOLÓGIAI HATÉKONYSÁG FEJLESZTÉSE

Először azt vizsgálom meg, hogy az egyes technológiák fejlesztése milyen hatással van az optimális termelési szerkezetre, a termékminőségbeli kínálatra. Első lépésként azt az esetet elemzem, amikor a vállalat csak a már régebb óta gyártott standard termék technológiájának hatékonyságán képes javítani. Ez előfordulhat például a következő esetben: A standard termék előállításában már van tapasztalata a vállalatnak, a dolgozók is régebb óta foglalkoznak a termék gyártásával, így lehetnek ötleteik a gyártási folyamat egyszerűsítésére, gyorsítására. Ezzel szemben az új, minőségi termékek előállítása még nem gyakorlott folyamat, még nem születtek meg a praktikus ötletek a munkafolyamat egyszerűsítésére.

A standard terméket előállító technológia hatékonyságának 10%-os javulása esetén (minden mást, beleértve a többi technológia hatékonyságát, változatlanak tekintve) a kibocsátási mátrix a következőképpen néz ki:

K mátrix:

$$\begin{pmatrix} 1.1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Ebben az esetben a maximális profitot eredményező termékszerkezetet a 8. táblázat mutatja:

**8. táblázat: Technológiai fejlesztés eredménye a standard termék esetén: első példa**

|          |        |              |      |
|----------|--------|--------------|------|
| $v_s$    | 50.000 | $\pi = 3020$ |      |
| $v_{m1}$ | 17.693 |              |      |
| $v_{m2}$ | 9.546  |              |      |
| $v_{m3}$ | 0.422  |              |      |
| $s_1$    | 10.6   | $s_5$        | 3.8  |
| $s_2$    | 23.9   | $s_6$        | 21.1 |
| $s_3$    | 3.8    | $s_7$        | 7.6  |
| $s_4$    | 21.2   | $s_8$        | 35.6 |

Forrás: Saját szerkesztés a modell eredményei alapján

A 7. és a 8. táblázatok összehasonlításából jól látható, hogy a standard terméket előállító technológia hatékonyság javulásának eredményeképpen a vállalat nem a standard termékből gyárt többet (ahogy azt várhattuk volna), hanem bevezet egy magasabb minőségű terméket is. A vállalat tehát szélesíteni tudja a termékminőségbeli kínálatát úgy, hogy a profitja is magasabb lesz. Az eredményből jól kivehető egyfajta erőforrás kímélő hatás. A standard termékből ugyanannyit állít elő a vállalat, mint az előző esetben, viszont hatékonyabban, ami azt jelenti, hogy kevesebb erőforrás felhasználásával. Következésképpen az így megtakarított nyersanyagokat fel tudja használni a vállalat a magasabb minőségű termékek előállításakor, tehát változatlan erőforrás felhasználás mellett is több minőségi terméket tud előállítani és értékesíteni. Látható, hogy mind az első, mind a második minőségi fokozatú termékből többet gyárt a vállalat, illetve a harmadik minőségi fokozatú terméket is képes termelni.

Következő lépésként megvizsgálom, hogy mi történik, ha a vállalat tovább növeli a standard terméket előállító technológia hatékonyságát az eredetihez képest 30%-kal. Ekkor a kibocsátási mátrix az alábbi:

K mátrix:

$$\begin{pmatrix} 1.3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Az eredmények a 9. táblázat szerint alakulnak:

**9. táblázat: Technológiai fejlesztés eredménye a standard termék esetén: második példa**

|          |        |              |      |
|----------|--------|--------------|------|
| $v_s$    | 86.491 | $\pi = 3224$ |      |
| $v_{m1}$ | 15.510 |              |      |
| $v_{m2}$ | 5.627  |              |      |
| $s_1$    | 11.2   | $s_5$        | 2.7  |
| $s_2$    | 24.4   | $s_6$        | 22.3 |
| $s_3$    | 2.6    | $s_7$        | 5.4  |
| $s_4$    | 22.3   | $s_8$        | 36.2 |

Forrás: Saját szerkesztés a modell eredményei alapján

A standard technológia hatékonyságának ilyen mértékű javulása már nem erőforrás kímélő, hanem erőforrás vonzó hatást generál. Ebben az esetben már jobban megéri a standard

termékből többet előállítani, így a standard technológia elszívja az erőforrásokat a többi technológia elől. Az előző két eredménnyel összehasonlítva látható, hogy a vállalat a standard termékből jóval többet, míg az összes többi termékből kevesebbet állít elő. A hatékonyság javulás következtében a vállalat minőségbeli kínálata ismét beszűkült, a harmadik minőségi színvonalú terméket már nem állítják elő (a profit maximalizálás érdekében).

Hasonló irányú változások figyelhetők meg, ha a standard terméket előállító technológia hatékonysága még tovább javul. 50%-os hatékonyság javulás esetén standard termékből már 98.160 egységet állítanak elő, viszont már csak az első minőségi fokozatú termék marad kínálati palettán. 90%-os hatékonyság javulás esetén a maximális profit elérése érdekében a cég már teljesen a standard termékek gyártására specializálódik, és ezzel kivonul a minőségi termékek piacáról.

Az eredmények alapján arra a következtetésre jutottam, hogy egy magas minőségű termék bevezetését az is eredményezheti, ha a legalacsonyabb minőségű standard terméket előállító technológia hatékonysága javul. Azonban a hatékonyság javulás mértéke egyáltalán nem mindegy. A fejlesztés mértékétől függően többféle hatás is elérhető (erőforrás kímélő hatás, erőforrás vonzó hatás, specializáció).

A következőkben megvizsgálom, hogy milyen hatással van a vállalat termelési szerkezetére, ha a köztes terméket előállító technológia hatékonysága javul (az eredeti állapotból kiindulva). A minőségbeli kínálat szélesítése érdekében kézenfekvő lehet a köztes termék technológiájának fejlesztése, hiszen az egyszerre mindegyik minőségi termék előállítási költségeit csökkenti (minél magasabb minőségű a termék, annál nagyobb mértékben).

Ha a köztes terméket előállító technológia hatékonysága minden mást változatlanul tekintve 10%-kal növekszik, akkor a kibocsátási mátrix a következő lesz:

K mátrix:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1.1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Ekkor a maximális profitot biztosító termékszerkezet a 10. táblázat adatai alapján alakul.

**10. táblázat: Technológiai fejlesztés eredménye a köztes termék esetén**

|          |        |              |      |
|----------|--------|--------------|------|
| $v_s$    | 50.000 | $\pi = 2981$ |      |
| $v_{m1}$ | 17.502 |              |      |
| $v_{m2}$ | 9.396  |              |      |
| $v_{m3}$ | 0.285  |              |      |
| $s_1$    | 10.6   | $s_5$        | 3.7  |
| $s_2$    | 23.9   | $s_6$        | 21.3 |
| $s_3$    | 3.7    | $s_7$        | 7.4  |
| $s_4$    | 21.3   | $s_8$        | 35.6 |

Forrás: Saját szerkesztés a modell eredményei alapján

Ebben az esetben a várakozásoknak megfelelően a minőségi termékekből előállított mennyiségek emelkedtek az eredeti termelési szerkezethez képest, sőt, a vállalat most is képes bővíteni a minőségbeli kínálatát a harmadik minőségi színvonalú termékkel. Ha tovább növeljük a köztes terméket előállító technológia hatékonyságát, akkor a minőségi termékekből előállított mennyiség tovább növekszik. 50%-os hatékonyság javulás esetén a vállalat már a negyedik minőségi fokozatú terméket is képes bevezetni. Az ötödik minőségi színvonalú termék bevezetéséhez már nagyon nagy, 240%-os hatékonyság javulás lenne szükséges.

A következőkben megvizsgálom hogyan hat a termékszerkezetre a minőségi termékeket előállító technológiák hatékonyság javulása.

Ha az első minőségi fokozatú terméket előállító technológia hatékonysága 70%-kal javul minden mást változatlanul tekintve, akkor a kibocsátási mátrix a következő:

K mátrix:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1.7 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

A maximális profit melletti eredményt a 11. táblázat tartalmazza.

**11. táblázat: Technológiai fejlesztés eredménye az első minőségi fokozatú termék esetén**

|          |        |              |      |
|----------|--------|--------------|------|
| $v_s$    | 50.000 | $\pi = 3531$ |      |
| $v_{m1}$ | 31.998 |              |      |
| $v_{m2}$ | 7.762  |              |      |
| $v_{m3}$ | 0.172  |              |      |
| $s_1$    | 10.7   | $s_5$        | 3.5  |
| $s_2$    | 24.2   | $s_6$        | 21.5 |
| $s_3$    | 3.5    | $s_7$        | 6.9  |
| $s_4$    | 21.5   | $s_8$        | 35.8 |

Forrás: Saját szerkesztés a modell eredményei alapján

Ebben az esetben kétféle hatás is érzékelhető. Az egyik az erőforrás kímélő hatás. Az első minőségi termékből többet termel a vállalat, mint kezdetben, viszont a hatékonyság javulás miatt arányaiban kevesebb erőforrás felhasználásával, így a többi minőségi termék előállítására arányaiban több kapacitása marad. Emiatt a vállalat képes bevezetni a harmadik minőségi színvonalú terméket is. Ellentmondásként jelenik meg, hogy a második minőségi fokozatú termékből mégis kevesebbet gyárt a vállalat, mint az eredeti esetben. Ez annak köszönhető, hogy az első minőségi termék a második minőségi terméket képes a legerőteljesebben helyettesíteni. Az első minőségi fokozatú termékből előállított és értékesített mennyiség ugrásszerűen megnőtt, a termék ára ennek megfelelően jelentősen csökkent. Ez az árhatás átvonzotta a fogyasztókat a második minőségi termék vásárlásától az első minőségi termék vásárlására. Ezen felül a második minőségi fokozatú termék mennyiségét a termék-kannibalizmus jelensége is csökkentette, hiszen az értékesített termékek között a harmadik minőségi színvonalú termék is megjelent.

Ahhoz, hogy a vállalat be tudja vezetni a negyedik minőségi terméket is az első minőségi fokozatú terméket előállító technológia fejlesztése által, minden mást változatlanak tekintve, 120%-os hatékonyságjavulásra lenne szükség.

A következőkben megvizsgálom, milyen változás következik be a termelési szerkezetben, ha a második minőségi fokozatú terméket előállító technológia hatékonyságát fejlesztik. Azt vettem észre, hogy a folyamatos fejlesztések nem változtatják az optimális termékminőségbeli kínálatot, egészen 320%-os hatékonyság javulás eléréséig. Ekkor a kibocsátási mátrix az alábbiak szerint alakul, a termelési szerkezetet pedig a 12. táblázat mutatja.

K mátrix:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4.2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

**12. táblázat: Technológiai fejlesztés eredménye a második minőségi fokozatú termék esetén**

|          |        |              |      |
|----------|--------|--------------|------|
| $v_s$    | 50.000 | $\pi = 4880$ |      |
| $v_{m1}$ | 12.766 |              |      |
| $v_{m2}$ | 51.270 |              |      |
| $v_{m4}$ | 0.069  |              |      |
| $s_1$    | 10.6   | $s_5$        | 3.7  |
| $s_2$    | 23.8   | $s_6$        | 21.3 |
| $s_3$    | 3.7    | $s_7$        | 7.5  |
| $s_4$    | 21.3   | $s_8$        | 35.6 |

Forrás: Saját szerkesztés a modell eredményei alapján

Ez az eset már nagyon nagy volumenű hatékonyság javulást feltételez, viszont, ha a vállalat képes ezt elérni, akkor a negyedik minőségi terméket is felveheti az értékesített termékek listájára. Ebben az esetben is két féle hatás érvényesül egyszerre. A negyedik minőségi színvonalú terméket az erőforrás kímélő hatás miatt képes bevezetni a cégvezetés. A másik hatás a helyettesítési hatás. Mivel a második fokozatú minőségi termékből értékesített mennyiség jelentősen megnőtt, a második színvonalú termék által helyettesíthető termékekből értékesített mennyiség csökkent. Megfigyelhetjük ezt a jelenséget az első minőségi termék alacsonyabb kibocsátási színvonalán, illetve azon, hogy a vállalat nem vezeti be a harmadik minőségi fokozatú terméket. A második minőségi szintű termék csak az első és harmadik minőségi színvonalú terméket képes helyettesíteni, így a többi termék esetében nem jelentkezik a helyettesítési hatás.

Megvizsgáltam, hogy milyen változások következnek be, ha a harmadik, negyedik és ötödik színvonalú termék technológiáját fejleszti a vállalat. Ezekben az esetekben az egyes minőségi termékeket be tudja vezetni a vállalat, ha az adott termék saját technológiájának hatékonyságát 10-20%-kal sikerül javítania. Látható, hogy ez sokkal kisebb elvárás a hatékonyság javulásra nézve, mint ha az első, illetve második színvonalú termék technológiáját fejlesztenék a

minőségbeli kínálat bővítése érdekében. Különösen igaz ez akkor, amikor a vállalat a negyedik, vagy a még magasabb minőségű ötödik terméket akarja bevezetni. Nem meglepő ez az eredmény, hiszen, ha egy termék saját technológiáját fejlesztik, akkor az közvetlenül hat a termék előállítására, viszont ha egy másik terméket előállító tevékenységet tesznek hatékonyabbá, akkor az csak közvetve hat vissza annak a terméknek az előállítására, amit újonnan be szeretnének vezetni. A kérdés ilyenkor az, hogy a vállalat képes-e egy olyan termék technológiai hatékonyságát növelni, amit még nem gyárt, így nincs tapasztalata a termelési folyamatot illetően. A cégvezetésnek mérlegelnie kell a lehetőségeit, ráfordításait és a fejlesztések által elérhető hasznot, amikor kiválasztja a fejleszteni kívánt technológiát.

### **3.3. EGYÉB VÁLLALATI LEHETŐSÉGEK MAGASABB MINŐSÉGŰ TERMÉKEK BEVEZETÉSÉRE**

A technológia hatékonyságának fejlesztésére nem minden esetben van lehetősége egy vállalatnak, illetve biztosan nem állítható, hogy a fejlesztések mindig sikerrel járnak, hatásosak lesznek. A következőkben ezért azt vizsgálom meg, hogy a technológiai hatékonyság javításán kívül milyen lehetősége van a cégvezetésnek a termékminőségbeli kínálat bővítésére.

Elsőként azt vizsgálom meg, hogy milyen hatással van a termelésre, ha a vállalat a magasabb minőségű termékek előállítása során keletkező selejtes termékeket fel tudja használni az alacsonyabb minőségű termékek gyártása során alapanyagként. Selejtes terméken itt azt értem, amikor az előállított termék színvonala nem éri el a magasabb minőségű termékektől elvárt színvonalat, azonban még elégséges színvonalú ahhoz, hogy egy alacsonyabb minőségi fokozatú termék előállításához felhasználják anyagként (ez persze csak a speciális termékek esetén megvalósítható, például a sörgyártásban). A modellemben ezt úgy jelenítettem meg, hogy az első, a második és a harmadik minőségi fokozatú termék előállítása során keletkező minőségi hibás termékeket rendre a standard, a köztes és az első minőségi színvonalú termékek előállítása során használják fel. Azt feltételezem, hogy a termékek 5%-áról állapítják meg azt, hogy nem elégséges a minőségi színvonaluk, minden más tényezőt változatlanoknak tekintek. Ez felfogható egyfajta ikertermelésként is. Ekkor a kibocsátási mátrix a következő:

K mátrix:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0.05 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0.05 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0.05 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Az optimális termelési szerkezetet a 13. táblázat mutatja.

**13. táblázat: Selejt felhasználás eredménye**

|          |        |              |      |
|----------|--------|--------------|------|
| $v_s$    | 50.000 | $\pi = 2960$ |      |
| $v_{m1}$ | 17.022 |              |      |
| $v_{m2}$ | 9.412  |              |      |
| $v_{m3}$ | 0.348  |              |      |
| $s_1$    | 10.7   | $s_5$        | 3.6  |
| $s_2$    | 23.9   | $s_6$        | 21.3 |
| $s_3$    | 3.6    | $s_7$        | 7.3  |
| $s_4$    | 21.4   | $s_8$        | 35.7 |

Forrás: Saját szerkesztés a modell eredményei alapján

Megfigyelhető, hogy a kezdeti termelési szerkezethez képest az első minőségi fokozatú termékből kevesebbet állít elő a vállalat, míg a második minőségi színvonalú termékből növekedett a termelés mennyisége. Továbbá a vállalat a harmadik minőségi terméket is bevezette, amiből azt a következtetést lehet levonni, hogy a selejt felhasználás is lehet az egyik módja a minőségbeli kínálat szélesítésének.

A következőkben az optimális telephelyméret választás problémáját elemzem. Arra vagyok kíváncsi, hogy a telephely méret módosulása csak az előállított termékmennyiségben okoz változásokat, vagy befolyással van a termékszerkezetre, a minőségbeli kínálatra is.

Ebben a példában a vállalat telephelyének géphely kapacitása 17 egységnyi, tehát a 4.4. korlátozó feltétel az alábbira módosul:

$$s_4 + s_5 \leq 17$$

A minőségvizsgálatra irányuló többtermékes modellem többi induló értékét változtatlanul hagyom. Ebben a példában azonban élek azzal a kikötéssel, hogy a vállalatok által felhasznált

erőforrások nem folytonosan oszthatóak, hanem a mennyiségük kizárólag egész értéket vehet fel. Ennek megfelelően a cég csakis egész értékű mennyiségben vásárolhat, és alkalmazhat erőforrásokat a termelés folyamán. Tehát  $\underline{s} \in Z^8$ . Mivel az egyik változóra kikötöttem, hogy csak egész értékű lehet, ezért nem elegendő nemlineáris programozási modellt (nlp) használni, hanem helyette kevert egész értékű nemlineáris programozásra (minlp) van szükség. Ezekkel a feltételekkel a modell optimális megoldását a 14. táblázat mutatja.

**14. táblázat: Telephely bővítés eredménye: első példa**

|          |        |              |    |
|----------|--------|--------------|----|
| $v_s$    | 60.000 | $\pi = 1856$ |    |
| $v_{m1}$ | 10.000 |              |    |
| $s_1$    | 8      | $s_5$        | 1  |
| $s_2$    | 17     | $s_6$        | 16 |
| $s_3$    | 1      | $s_7$        | 2  |
| $s_4$    | 16     | $s_8$        | 25 |

Forrás: Saját szerkesztés a modell eredményei alapján

A kapott eredmények alapján az új korlátozó feltétel mellett a vállalat csupán standard terméket és első minőségi fokozatú terméket állít elő. Ha a cég képes lenne megnövelni egy egységgel a géphely kapacitását, minden mást változatlanul hagyva, akkor a maximális profitot eredményező termelési szerkezet a 15. táblázat szerint alakul.

**15. táblázat: Telephely bővítés eredménye: második példa**

|          |        |              |    |
|----------|--------|--------------|----|
| $v_s$    | 50.000 | $\pi = 2035$ |    |
| $v_{m1}$ | 9.637  |              |    |
| $v_{m2}$ | 4.290  |              |    |
| $s_1$    | 8      | $s_5$        | 2  |
| $s_2$    | 18     | $s_6$        | 16 |
| $s_3$    | 2      | $s_7$        | 4  |
| $s_4$    | 16     | $s_8$        | 26 |

Forrás: Saját szerkesztés a modell eredményei alapján

Az 14. táblázattal összehasonlítva a kapott eredményeket, látható, hogy a nagyobb telephelyméret által a második minőségi színvonalú termék is megjelent a vállalat kínálatában. Bár az első minőségi termékből kevesebbet állít elő a vállalat, mint korábban, az összes megtermelt

termékmennyiség és a profit is növekedett. Ez nem meglepő, hiszen, ha megvizsgáljuk az eddigi eredményeket, láthatjuk, hogy a géphely minden esetben szűk keresztmetszetként jelent meg, azaz a termelés során a vállalat minden esetben kihasználta az összes rendelkezésre álló, gépek számára fenntartott helyet. A vizsgálat alapján megállapítható, hogy a telephely méret fontos befolyásoló tényező az optimális termelési szerkezet kialakításában, így az előállítandó minőségi termékek kiválasztásában is.

A következő hatásvizsgálat során a telephely méretet 22 egységre növelem az összes többi tényezőt változatlanak tekintve. Ekkor a kapott eredményeket a 16. táblázat mutatja.

**16. táblázat: Telephely bővítés eredménye: harmadik példa**

|          |        |              |    |
|----------|--------|--------------|----|
| $v_s$    | 50.000 | $\pi = 2544$ |    |
| $v_{m1}$ | 12.490 |              |    |
| $v_{m2}$ | 6.621  |              |    |
| $v_{m4}$ | 1.067  |              |    |
| $s_1$    | 10     | $s_5$        | 3  |
| $s_2$    | 21     | $s_6$        | 19 |
| $s_3$    | 3      | $s_7$        | 6  |
| $s_4$    | 19     | $s_8$        | 32 |

Forrás: Saját szerkesztés a modell eredményei alapján

A táblázatból leolvasható, hogy a telephely méret további növelése még egy minőségi fokozat bevezetését tette lehetővé. Ez a termék azonban nem a harmadik minőségi fokozatú termék, ahogy az várható lett volna, hanem a negyedik színvonalú. Ezt az inverz keresleti rendszer tulajdonságaival lehet magyarázni. A harmadik fokozatú terméket ugyanis a standard terméken kívül az összes többi előállított termék képes helyettesíteni, míg a többi terméket csak a minőségi fokozatban hozzá legközelebb álló termékek helyettesítik. A helyettesítő hatás tehát a harmadik terméket sújtja a legjobban. Emellett azt is megfigyelhetjük, hogy a telephely méret növelése által az összes korábban előállított minőségi termékből megnőtt az értékesített mennyiség, és a vállalat profitja is.

A vizsgálataim alapján a vállalatnak 25 egységnyi géphellyel kell rendelkeznie ahhoz, hogy mind az öt minőségi terméket érdemes legyen előállítania. Ebben az esetben az optimális termékszerkezetet a 17. táblázat tartalmazza. A helyettesítési hatás most is érvényesül, a har-

madik termék esetében fokozottan, mivel a vizsgált esetben a vállalat az összes minőségi terméket gyártja. Ezért van az, hogy a harmadik színvonalú termékből a többihez képest viszonylag keveset állít elő a cég.

**17. táblázat: Telephely bővítés eredménye: negyedik példa**

|          |        |              |    |
|----------|--------|--------------|----|
| $v_s$    | 50.000 | $\pi = 2872$ |    |
| $v_{m1}$ | 13.278 |              |    |
| $v_{m2}$ | 7.508  |              |    |
| $v_{m3}$ | 0.504  |              |    |
| $v_{m4}$ | 2.281  |              |    |
| $v_{m5}$ | 0.214  |              |    |
| $s_1$    | 11     | $s_5$        | 4  |
| $s_2$    | 24     | $s_6$        | 21 |
| $s_3$    | 4      | $s_7$        | 8  |
| $s_4$    | 21     | $s_8$        | 36 |

Forrás: Saját szerkesztés a modell eredményei alapján

A telephely méretét, így a rendelkezésre álló géphelyet nem egyszerű növelni, főleg nem pontosan az optimális mértékig. Ha a vállalatnak van a termelés helyszínén olyan helyisége, amelyet addig nem használt, és könnyen be tud kapcsolni a termelési folyamatokba, vagy esetleg terembérléssel tudja bővíteni az aktuális telephelyét, akkor komolyabb átszervezések nélkül megoldható a probléma. Ha viszont ezekre nincsen lehetősége, akkor utána kell néznie, hogy az adott környéken, ahol a tevékenységét folytatja talál-e megfelelő méretű potenciális telephelyet gazdaságos áron. Ha talál, akkor még a termelés átszervezésével is meg kell birkóznia. Összességében tehát körültekintően kell eljárni a telephely bővítés tekintetében, meg kell fontolni, hogy a lehetőségektől függően vajon megéri-e belevágni az átalakításba a minőségbeli kínálat szélesítése, a profit növelése érdekében.

## 4. ÖSSZEFOGLALÁS

Dolgozatomban arra a következtetésre jutottam, hogy a különböző hatásvizsgálatok készítése nagyon fontos lehet vállalati szinten is. Egy megfelelő modell elkészítésével feltárhatóak a háttérben meghúzódó összefüggések, melyek nem mindig nyilvánvalóak. Mind a vállalaton belülről, mind a kívülről érkező változások nagy hatással lehetnek a vállalat termelési struktúrájára, ezért fontos, hogy a vezetőség tisztában legyen a termelés mögött álló összefüggő hatásmechanizmusokkal.

Dolgozatomban olyan modellt írtam fel, amely segít meghatározni egy vállalat optimális termelési szerkezetét és optimális termékminőségbeli kínálatát annak érdekében, hogy a cég a lehető legnagyobb profitot érje el. Először egy kéttermékes lineáris tevékenységelemzési modellel mutattam be a kalibráció fontosságát. Jól láthatóvá vált, hogy ugyanaz a modell más paraméterekkel különböző vállalati környezetek leírására alkalmas. A kéttermékes modellel bemutattam az általam alkalmazott módszertant, a felhasznált elméleteket és az alapvető összefüggéseket. Megvizsgáltam több különböző vállalati szituációt, és azoknak a megoldhatóságát. Kitértem a nemlineáris jellegből fakadó problémás kérdésekre, az eredmények helyességének vizsgálatára. Azt állapítottam meg, hogy a modellek a vizsgált paraméterkombinációk esetén az adott feltételek mellett adódó valódi optimumot adják eredményül.

Ezután rátértem a minőség értelmezésére, modellezhetőségére. Dolgozatomban a minőséget úgy vezettem be, hogy csak azokat a minőségi szinteket vettem figyelembe, amelyeket a vállalat ténylegesen elő tud állítani, tehát amelyek már léteznek a valóságban. Ezt abból a megfontolásból tettem, hogy egy vállalat nem képes folytonos minőségi szintet értelmezni, előállítani. Mivel a minőséget nehéz mérni, ezért a modellemben csak azt határoztam meg, hogy melyik termék a magasabb minőségű, de azt nem, hogy mennyivel. A minőségi termékekre vonatkozó fogyasztói preferenciákat az inverz keresleti rendszer paraméterei határozzák meg, végső soron ez határozza meg a minőségi termékek keresletét.

Kibővítettem a kezdeti modellt úgy, hogy összesen 15 döntési változót (hét terméket és nyolc erőforrást) tartalmazzon. Szükség szerint a modellt még tovább lehetne bővíteni, de a dolgozatomban bemutatni kívánt hatások és összefüggések vizsgálatához már így is elég változót tartalmaz. Ebben a modellemben egy standard termék és több különböző minőségi fokozatú

termékek közül kell a vállalatnak eldöntenie, hogy melyiket érdemes termelnie, és abból megnyit. Ezen kívül a vállalat gyárt egy fajta köztes terméket is, melyet kizárólag a saját termelési eljárásai során használ fel, de külső fogyasztóknak nem értékesít.

Különböző hatásvizsgálatokat végeztem el, melyek során azt figyeltem meg, hogyan változik az optimális termékszerkezet, és így a vállalat termékminőségbeli kínálata, ha megváltozik az egyik terméket előállító technológia hatékonysága. Egy terméket előállító technológia hatékonyságának javulása esetén kétféle, egymással ellentétes hatást tapasztaltam. Egyik esetben a szóban forgó termékből előállított mennyiség megnőtt, azonban a többi termékből előállított mennyiség csökkent, esetleg a vállalat megszüntette olyan termékek gyártását, melyeket korábban termelt. Ekkor az a termék, amelynek előállításában a technológiai hatékonyság javulás történt, magához vonzotta az erőforrásokat a többi termék elől. Ez annyit jelent, hogy a vállalatnak jobban megérte ahhoz a termékhez relatíve több erőforrástallokálni, mint a többi termékhez, ahol nem történt hatékonyság javulás.

A másik esetben nem csak abból a termékből nőtt meg az előállított mennyiség, amelyik terméket előállító technológia hatékonyabb lett, hanem a többiből is. Ekkor egyfajta erőforrás kímélő hatás jelent meg, hiszen annak a terméknek, amelyikre a hatékonyság javulás vonatkozott, adott mennyiségű előállításához kevesebb erőforrásra volt szükség. Az így felszabaduló erőforrásokat a vállalat át tudtaallokálni a többi termék gyártására, így azokból is nőtt a termelés mennyisége, esetleg a vállalat még egy új terméket is be tudott vezetni.

A technológiai hatékonyság javulása eltérő mértékben, de mindig növelte a vállalat profitját. Kevésbé egyértelmű eredmény, hogy ha egy vállalat be akar vezetni egy olyan minőségi terméket, melyet addig nem termelt, akkor ahhoz nem feltétlenül az adott termék technológiáját kell fejlesztenie, hanem lehet, hogy egy másik, korábban is gyártott termék előállításának fejlesztésével is elérheti a kívánt célt. Tehát meghatározható, hogy az egyes technológiáknak milyen mértékű fejlesztése szükséges ahhoz, hogy a cég bővíteni tudja a termékminőségbeli kínálatát egy adott színvonalú termékkel. Ezek közül a vállalat a lehetőségeit és ráfordításait mérlegelve már ki tudja választani a számára legjobb megoldást.

Ezután megvizsgáltam egy olyan esetet, amikor a vállalat a magasabb minőségű termékek előállítása során képződő selejtes (a megfelelő színvonalat el nem érő) termékeket fel tudta használni alacsonyabb minőségű termék gyártása során egyfajta alapanyagként. Ekkor azt tapasztaltam, hogy a vállalat profitja növekedett, és emellett a vállalat a termékminőségbeli kínálatát is növelni tudta.

Végül azt vizsgáltam meg, hogy a telephely méret változása milyen hatással van a termelésre. Arra a következtetésre jutottam, hogy ha az erőforrásoknak eltérő a helyigénye, akkor a telephely méretének változása a termelési szerkezet változását vonja maga után (feltéve, hogy a vállalat nem rendelkezik kihasználatlan, termelésbe bevonható területtel). Mivel a példában a termékek előállítására felhasználható terület valós korlátozó tényező volt, ezért a terület növelésével nőtt az elérhető profit is. Megfigyelhető volt az is, hogy a felhasználható terület növelésével egyidejűleg az alacsonyabb minőségű termékekből előállított mennyiség eleinte csökkent, majd egy idő után újra növekedni kezdett. Emellett a terület növelése korábban nem termelt, magasabb minőségű termékek előállítását is lehetővé tette.

## 5. IRODALOMJEGYZÉK

- Barancsuk J. [2008]: *Mikrogazdaságtan*. PTE KTK Kiadó, Pécs (391 o.)
- Bauer A. – Berács J. – Kenesei Zs. [2007]: *Marketing alapismeretek*. AULA Kiadó, Budapest (414 o.)
- Garvin, D. A. [1984]: *What Does 'Product Quality' Really Mean?* In: MIT Sloan Management Review 26, no. 1 (25-43. o.)
- G.-Tóth B. [2014]: *Globális optimalizálás*. In:  
[http://www.math.bme.hu/~bog/GlobOpt/globopt\\_hun.pdf](http://www.math.bme.hu/~bog/GlobOpt/globopt_hun.pdf) (letöltve: 2014.08.20.)  
(67 o.)
- Hill, Terry [2005]: *Operations Management*. (second edition) PALGRAVE MACMILLAN, New York (764 o.)
- Kalapács J. [2001]: *Minőségirányítás technikák*. Ipar, gazdaság, közszolgáltatás. X-LEVEL Kft., Budapest (590 o.)
- Koopmans T. C. [1951]: *An analysis of production as an efficient combination of activities*. In: Koopmans, T. C. (ed.): *Activity Analysis of Production and Allocation*, Proceeding of a Conference. John Wiley and Sons Inc., London (33-97. o.)
- Rapcsák T. [2006]: *Nemlineáris optimalizálás*. (Javított kiadás) In: Operációkutatás No. 8. Aula Kiadó, Budapest (1-110. o.)
- Stone, R. N. [1954]: *Linear expenditure systems and demand analysis: An application to the pattern of British demand*. *Economic Journal*, 64, (511-527. o.)
- Vörös J. [2008]: *A kereslet hatása az árak, a minőség és a fejlesztési döntések dinamikájára*. In: *Közgazdasági Szemle*, LV. évf. december (1094-1115. o.)
- Wayne L. Winston [2004]: *Operations Research: Applications and Algorithms*. (fourth edition) Transcontinental Printing, Louisville (1418 o.)
- Zalai E. [2008]: *Műszaki és gazdasági hatékonyság Koopmans termeléselméletében*. In: *Közgazdasági Szemle*, LV. évf., 2008. január (3–24. o.)
- Zalai E. [2012]: *Matematikai közgazdaságtan II. Többszektoros modellek és makrogazdasági elemzések*. (Második, átdolgozott és bővített kiadás) Akadémia Kiadó, Budapest (742 o.)