

TDK dolgozat
Kovács László



Hallgatói feladatlapok fuzzy értékelése

Készítette:

Kovács László
Kecskeméti Főiskola, GAMF Kar,
Mérnökinformatikus alapszak
IV. évfolyam

Konzulens:

Dr. Johanyák Zsolt Csaba, főiskolai tanár
Kecskeméti Főiskola, GAMF Kar
Informatika Tanszék

1. Bevezetés

Az olyan hallgatói feladatlapok értékelése, amelyek kifejtős válaszokat, ábrákat, vagy program kódot tartalmaznak gyakran annyira összetett feladatnak bizonyulhat, hogy legfeljebb egy több tíz oldalas pontozási útmutatóval lehetne minden egyes lehetséges esetre részletesen kitérve meghatározni és egyértelművé tenni azt, hogy hogyan járjon el értékelést végző oktató. Azonban mikor egy pontozási útmutató hosszabbá válik egy oldalnál, gyakorlati felhasználhatóságának értéke meredeken csökkenni kezd. Ezért az az általános gyakorlat, hogy kevésbé komplex útmutatót készítenek, és az oktató szakértelmére bízzák az értékelést. Még sok éves tapasztalat mellett is könnyen előfordulhat azonban, hogy az értékelő időnként bizonytalanná válik, úgy érezve, hogy az adott hallgató teljesítménye egynél több kategóriába is besorolható lenne.

A fuzzy megközelítés a gyakorlatban kitűnő eszköznek bizonyult olyan helyzetek kezelésére, amelyeknél a határok két kategória között nem élesek és/vagy a személy, aki a besorolást végzi nem elég biztos az osztályozásban. Fuzzy halmazokon alapuló megoldásokat számos területen alkalmaztak sikeresen. Ilyenek az irányítástechnika [12], hibadetektálás [10], kognitív térképek [15], időjárás előrejelzés [1], adatbányászat [5], biometria [11], stb.

A hallgatók fuzzy megközelítésen alapuló értékelésének módszerei az 1990-es évek elején jelentek meg a szakirodalomban. Biswas a FEM [3] nevű módszerében a 0..100 skálán definiált hat pontos diszkrét fuzzy halmazokat alkalmazott az értékelésre. Az eredményeket az úgynevezett standard fuzzy halmazokhoz hasonlította. Chen és Lee (CL) [4] az egység intervallumot használva értékelési skálaként tizenegy úgynevezett elégedettségi szintet és hozzájuk tartozó tagsági értékeket definiált. Mindkét módszer a későbbiekben, általános módszertanként testesítette meg az értékelés folyamatának négy aspektusát. Wang and Chen [17] kiterjesztette a CL megközelítést bevezetve az értékelő optimizmusának szintjeit. Bai és Chen [2] kifejlesztett egy igen összetett módosító eljárást annak érdekében, hogy rangsorolja az azonos pontszámmal rendelkező hallgatókat. Johanyák [7]-ben javasolt egy fuzzy aritmetikán alapuló egyszerű megoldást (FUSBE) a fuzzy pontszámok összesítésére. Nolan [9] egy fuzzy osztályozó modellt fejlesztett ki a tanulók esszé jellegű dolgozatainak osztályozásához az értékelések felgyorsításának és konzisztensebbé tételének céljából. Saleh és Kim [15] tovább fejlesztették a BC módszert néhány szubjektív elem kizárásával. Az értékeléshez Mamdani-típusú fuzzy következtetést alkalmaztak. Rasmani és Shen [13] bevezetett egy adatvezérelt fuzzy szabályazonosítási eljárást. Johanyák egy fuzzy

következtetésen alapuló értékelési módszert (SEFRI) [8] fejlesztett ki. Vossen [16] bevezetett egy minta alapú megközelítést javasolt egy speciális referencia modell használatával.

Elmondható, hogy számos jó hallgatói értékelési módszert fejlesztettek ki az elmúlt években, amelyek megoldást kínálnak a hagyományos pontozási rendszer egy vagy több hibájára is. Azonban napjainkban egy módszer csak akkor tekinthető hatékonynak és gyakorlatban alkalmazhatónak, ha egy könnyen kezelhető szoftveres segédeszköz is támogatja a használatát. Dolgozatomban bemutatok egy, a FUSBE továbbfejlesztéseként kidolgozott hallgató értékelési módszert, valamint egy olyan szoftverfejlesztéséről is beszámolok, amely segíti a hallgatók értékelését egyénileg és csoportosan is, akár több kérdéses feladatlapok használata mellett is. Az eljárás fuzzy aritmetikán alapul és fuzzy halmazokon értelmezett pontozási technikát használ fel. A program a hallgatók részeredményeit olyan rendszerezett állapotban prezentálja, melyben azok szerkeszthetők és összesíthetők.

2. Betekintés a fuzzy elmélet alapjaiba

A fuzzy halmazok olyan halmazok, amelyek esetében egy elem tagságára vonatkozó kérdés nem csupán az egyértelműen „igen” vagy „nem” szavakkal illetve a 0 vagy 1 értékekkel válaszolható meg, hanem köztes értékek is elképzelhetők. A fuzzy halmazok alapgondolata a klasszikus halmaz fogalmának kiterjesztéseként jött létre.

A klasszikus halmazelméletben az, hogy valami a halmaznak eleme-e, bináris értéknek tekinthető. Csak két értékkel írhatjuk le a tagság tényét, a vizsgálat tárgya vagy eleme a halmaznak (1-es tagsági érték), vagy nem eleme a halmaznak (0-s tagsági érték). Ezzel szemben a fuzzy halmazelmélet az elemek halmazba tartozásának mértékét (tagsági érték) egy, a $[0,1]$ intervallumba eső valós számmal írja le. Azt a függvényt, ami a vizsgált elemek összességére (univerzum) meghatározza a tagsági értéket, tagsági függvénynek nevezzük. Így a klasszikus (éles) halmazok a fuzzy halmazok olyan speciális esetét alkotják, melyeknél a tagfüggvény értéke csak az 1 vagy 0 értéket veheti fel.

Fuzzy halmazokat bármilyen elmülethez vagy területhez fel lehet használni, olyan alapvető területekhez, mint az aritmetika, topológia, gráfelmélet, valószínűség-számítás. A szakterületek ilyen fuzzifikálása a fuzzy aritmetikához, fuzzy gráfelmülethez, fuzzy valószínűség-számításhoz vezet. Hasonlóképpen az olyan alkalmazott területek, mint a

neurális hálózatok vagy a mintafelismerés fuzzifikálása a fuzzy neurális hálózatokhoz és fuzzy mintafelismeréshez vezet. A fuzzifikálással nagyobb általánosítást nyerhetünk, részletesebb kifejezést, a valós életbeli problémák lemodellezésének fejlettebb lehetőségét, és ami még fontosabb, könnyebben tolerálhatjuk a pontatlanságot. Egy olyan metodika, amely alacsonyabb megvalósítási költség mellett az adatok könnyebb lekövetését szolgálja [24].

Napjainkra jellemző, hogy a fuzzifikálást felhasználó területek és elméletek száma folyamatosan növekszik, az 1960as évek közepétől. A kutatások rengeteg hasznos alkalmazását használják már aktívan az iparban, meggyőző eredményeket produkálva. Ez a paradigmaváltás annak a felismerésnek köszönhető, hogy a hagyományos két-értékű logikai rendszerek és hagyományos halmazelmélet nem elégségesek a való világ bonyolultságának ábrázolására mely magába foglalja a bizonytalanságot és pontatlanságot is. Ez a felismerés mozgatja a fuzzy halmazelmélet és fuzzy logika fejlődését és formálja szerepüket a tudományos elméletekben.

A 20. században a tudósok és matematikusok paradigmájának egyik változása a bizonytalanság elfogadása volt. A tudományban, a nézet miszerint a bizonytalanság elfogadhatatlan és el kell kerülni azt minden áron, szép lassan átalakult és elkezdte tolerálni a bizonytalanságot, mint a valós világ olyan kötelező rossz tulajdonságát, amit a tudomány nem hagyhat figyelmen kívül. A hagyományos elképzelés szerint a tudomány a teljes bizonyosságra törekszik, legyen szó precizitásról, pontosságról vagy következetességről. Ebből kifolyólag a bizonytalanság (a specifikációk hiánya, a pontatlanság, a következetlenség) kifejezetten tudománytalannak számított. A modern nézet szerint a bizonytalanság már nem elkerülhetetlen átok, hanem inkább remek eszköz.

Lotfi A. Zadeh 1965-ben publikált egy elképzelést a bizonytalanságról melynek tárgyai (a fuzzy halmazok) olyan határokkal rendelkeznek, melyeket nem lehet pontosan meghatározni. Az elemek tagsága egy fuzzy halmazban nem pusztán elfogadás vagy tagadás kérdése, hanem a tagsági foké. Ezzel az írással Zadeh nem csak elültette a bizonytalanság csíráit a valószínűség-számításban, de egyúttal az elmélet alapjait is megrengette, nevezetesen az Arisztotelészi logikát. [26] Egy „A” fuzzy halmaz és egy x elem estében az állítás, hogy x eleme A-nak nem feltétlenül igaz vagy hamis, hanem valamilyen szinten tekinthetjük igaznak, azt. Gyakori (bár nem feltétlenül kötelező) a tagság mértékének kifejezése a $[0,1]$ intervallum. A két szélsőérték (0 és 1) jelenti a tagság teljes tagadását vagy teljes megerősítését. Az a fuzzy által nyújtott lehetősége, hogy fokozatosan ábrázolhatjuk a tagság/nem tagságot, széleskörű felhasználhatósággal rendelkezik. Nem csupán a

bizonytalanság bevezetését tette lehetővé, de az olyan nehezen definiálható kifejezéseknek, és elképzeléseknek is ábrázolható értelmet adott, melyek a valós nyelvekben fordulnak elő [27].

2.1. Szemléltető példa a pontos határok nélküli osztályozásra

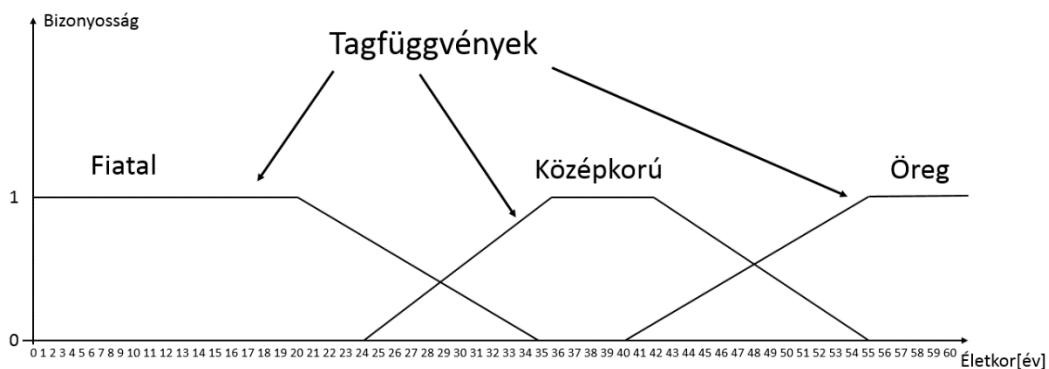
Jól tükrözi a hagyományos halmazelmélet hiányosságát, az életkorok egyes életszakaszokba skatulyázása. Egy emberre mondhatjuk, hogy fiatalkorú vagy felnőtt, mert ezt a jogrendszerünk pontosan definiálja. Ellenben azt, hogy valaki meddig számít fiatalnak, és mikortól középkorúnak vagy épp már öregnek, a való életben már nem lehet a megszokott klasszikus halmaz elmélettel ábrázolni. Egy 50 éves embert, egy 10 éves biztosan öregnek fog tartani, egy hetvenéves valószínűleg fiatalnak. A középkorút pedig tényleg mindenki úgy kezeli, ahogy épp kedve tartja. Az óvodások egy 25 évest is középkorúnak tartanak, egy 50 éves pedig még felelőtlennek, mert túl fiatal. Hogyan tudnánk bárkiről teljes bizonyossággal állítani, hogy középkorú? Meghatározhatnánk, hogy ha a népesség egy adott százaléka az adott életkort már idősnek tartja az onnantól kezdve idős lesz függetlenül attól, hogy személy szerint ki mit gondol. De hol húzzuk meg a határt? Aki betöltötte 35. életévét arról a lakosság döntő többsége azt mondja, hogy középkorú; a 34 éves ez esetben pedig még legyen fiatal. Egy középkorú személynek egész mások a napi feladatai, a családi állapota, az egzisztenciája, mint egy fiatalnak, - e logika alapján pedig ez mind megváltozik az alatt az egy nap alatt, amikor a 35. születésnapját ünnepelni fogja. Nyilvánvalóan ez a rendszer hagy némi kívánni valót maga után. Ezt a problémát azzal oldhatjuk meg, hogy megengedünk valamilyen fokozatosságot miszerint valaki fokozatosan lesz fiatalból középkorú. És pontosan ez a fuzzy logika alapvető elképzelése, az az ötlet, amely intuitívan általánosítja a hagyományos halmazelméletet.

2.2. Szemléltető példa ábrázolása a fuzzy halmazokkal

A klasszikus halmazelmélet kétfélre osztja fel a világot: eleme, nem eleme. Egy éles, teljesen egyértelmű osztályozást alkotva. Ennek ellenére a rengeteg osztályozási folyamat, amit a valós nyelvben alkalmazunk, olyan halmazokat ír le melyek nem teljesítik ezt az elképzelést. Ezek közé sorolható a magas emberek halmaza, alacsony fizetések halmaza, utazások távolsága, vagy épp a napos idő. Feltűnik, hogy ezeknek a halmazoknak a határai

pontatlanok, melyek lehetővé teszik a fokozatos átmenetet a tagságból a nem tagságba és fordítva.

A fuzzy halmazok matematikailag meghatározhatók az alábbi módon: minden egyes megvizsgálandó elemhez az értéktartományból rendelünk egy értéket, amely a fuzzy halmazhoz való tartozásának mértékét fogja jellemezni. Vagyis egy adott elem az adott fuzzyhalmazhoz tartozhat kisebb vagy nagyobb mértékben, ahogy azt a tagságértéke jelzi. Ahogy már szó volt róla, ezek a tagságértékek gyakran valós számokként vannak ábrázolva a 0 és 1 intervallumban. Ez alapján egy fuzzy halmaz az életkor koncepciókat ábrázolhatja. Lenne benne egy „fiatalok” fuzzy halmaz, egy „középkorúak” fuzzy halmaz és egy „idős” fuzzy halmaz. Ezek alapján egy 34 éves ember rendelkezhet a középkorúak halmazában 0,7 értékkel és ugyanakkor 0,3 értékkel a fiatalok halmazában. És ez az érték jellemezheti, hogy az adott személy mennyire tartozik az adott korcsoporthoz - ezzel minden életkort osztályozhatunk. Ez a modellezés sokkal jobban megközelíti azt a szubjektív elképzelést, amely szerint a társadalom, az adott korú személyt egy adott korcsoportba sorolja be, - Így egy sokkal rugalmasabb rendszert eredményez, ami tükröződik nyelvi kifejezéseinkben is. Mivel a teljes tagság vagy teljes nem tagság állapotát egy fuzzy halmaz is kifejezheti az 1 vagy 0 értékkel, a hagyományos halmazokat tekinthetjük a jóval általánosabb fuzzy halmazoknak egy korlátozott változatának, amelyekben csak két féle tagságérték vehető fel.



1. ábra. Személyek korcsoportokba sorolása életkoruk alapján trapéz alakú tagfüggvényekkel

2.3. Típusok

Ahogy előzőleg már meghatároztuk, egy éles halmaz elemeinek tagsági értéke 1 vagy 0 lehet, ezzel megkülönböztetve a tagokat és a nem tagokat adott feltétel alapján. Ez egy függvénnyel általánosítható úgy, hogy a felvehető értékek, adott tartományon belül, jelzik az elemek

tagságát az adott halmazban. A nagyobb értékek magasabb szintű (erősebb) tagságot jeleznek. **(Hiba! A hivatkozási forrás nem található.)**. A felvehető értékek tartományának leggyakrabban a $[0,1]$ egységintervallumot használják. Két-féle jelölést alkalmaznak a leggyakrabban a szakirodalomban a tagfüggvények jelölésére. Egyik: a fuzzy halmaz tagfüggvényének jelölése, μ_A vagyis:

$$\mu_A : X \rightarrow [0,1]$$

Másik jelölés szerint függvényt is A -val jelöljük ugyanazzal a formával, mint magát a halmazt:

$$A : X \rightarrow [0,1]$$

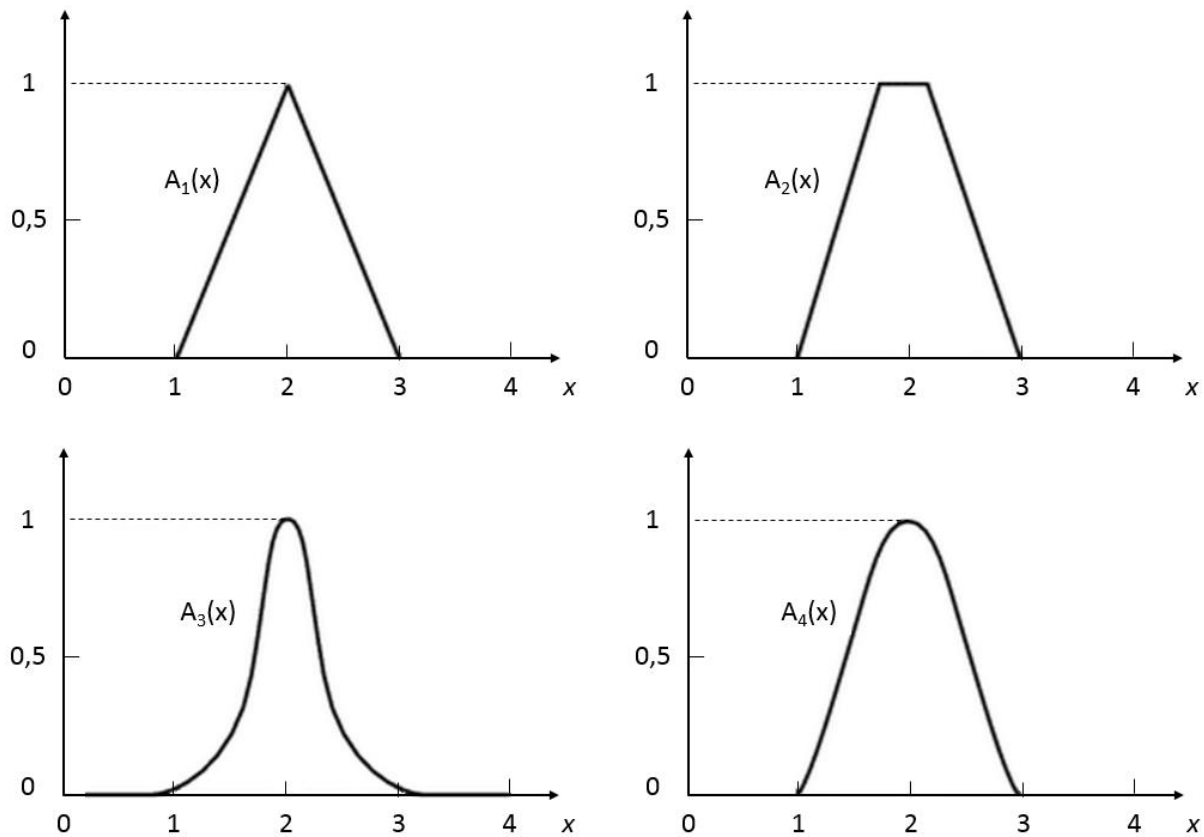
Az első jelölés alapján a fuzzy halmaz (A) szimbóluma (címke, azonosító, név) meg van különböztetve a tagfüggvény szimbólumától (μ_A). A második jelölésben ilyen megkülönböztetés nincs, de nem keletkezik kétértelműség a szimbólum dupla felhasználásából: minden fuzzy halmaz teljesen és egyedien definiálható egy bizonyos tagfüggvénnyel, ebből következik, hogy a tagfüggvény szimbóluma felhasználható az általa leírt fuzzy halmaz jelölésére is [25].

Ahogy már kitértünk rá a fuzzy halmazokkal lehetőségünk van a természetes nyelv matematikailag nehezen értelmezhető kifejezéseit is ábrázolni. Ez az ábrázolás nem csupán a kifejezéstől, de a kontextustól is függ, amiben ábrázoljuk. Például ha a „magas hőmérséklet” kifejezést használjuk fel egyszer az időjárás, egy másik esetben pedig a Nap felületi hőmérsékletének kontextusában, szükségszerűen két igen különböző fuzzy halmazt fogunk kapni. Ugyanez lenne a helyzet, bár kisebb mértékben, ha különböző országok klímáját hasonlítjuk össze.

Ebből látszik, hogy hasonló nyelvi kifejezések esetén is nagyságrendekben térhet el a fuzzy halmazok ábrázolása. Mégis ebben az esetben pár fontos jellemző megegyezik. A 2. ábrán példaként négy fuzzy halmazt a tagfüggvényükkel ábrázoltunk. Mindegyik a 2-es számhoz közeli valós számokat fejezi ki különböző formában. Különbségeik ellenére az alábbi tulajdonságokkal mind rendelkeznek:

- (1) $A_i(2)=1$ és $A_i(x)<1$ minden $x \neq 2$ -re;
- (2) A_i szimmetrikus $x=2$ -re vagyis $A_i(2+x)=A_i(2-x)$ minden $x \in \mathbb{R}$ -re;
- (3) $A_i(x)$ monoton csökken 1-től 0-ig $|2-x|$ különbséggel.

Ezek a tulajdonságok szükségesek ahhoz, hogy megfelelően ábrázoljuk az adott elképzelést. Bármely egyéb fuzzy halmaznak, amely ugyanezt a koncepciót ábrázolná, tartalmaznia kell ezeket [23].



2. ábra. Példák tagfüggvényekre melyeket különböző kontextusban használhatunk a 2-höz közel álló valós számok fuzzy halmazának ábrázolásához [23]

A négy tagfüggvény a 2. ábrán nagyban hasonlít az $[1,3]$ intervallumon kívül eső számok tekintetében, amelyek gyakorlatilag teljesen kirekesztettek a hozzájuk tartozó fuzzy halmazokból: tagsági értékük nullával egyenlő vagy elhanyagolható. Ez a hasonlóság nem a kifejezést tükrözi, hanem a kontextust, amelyben használjuk azt. A függvények alakja erősen eltérő. Az, hogy egy bizonyos alakzat megfelelő-e vagy sem azt az aktuális alkalmazás kontextusa fogja meghatározni. Ellenben, ahogy kiderül sok alkalmazás nem különösebben érzékeny az alakzatok variációira. Ilyen esetekben érdemes és kényelmesebb egy egyszerű alakzatot használni, mint amilyen a háromszög is (amilyen az A_1 grafikon).

Az előző fuzzy halmazok a valós számok halmazán lettek definiálva. Egyszerű példaként adjuk meg az oktatás szintjeinek három fuzzy halmazát az alábbi véges számú elemet tartalmazó halmazon:

0 – oktatásban nem részesült

1 – általános iskola

2 – középiskola

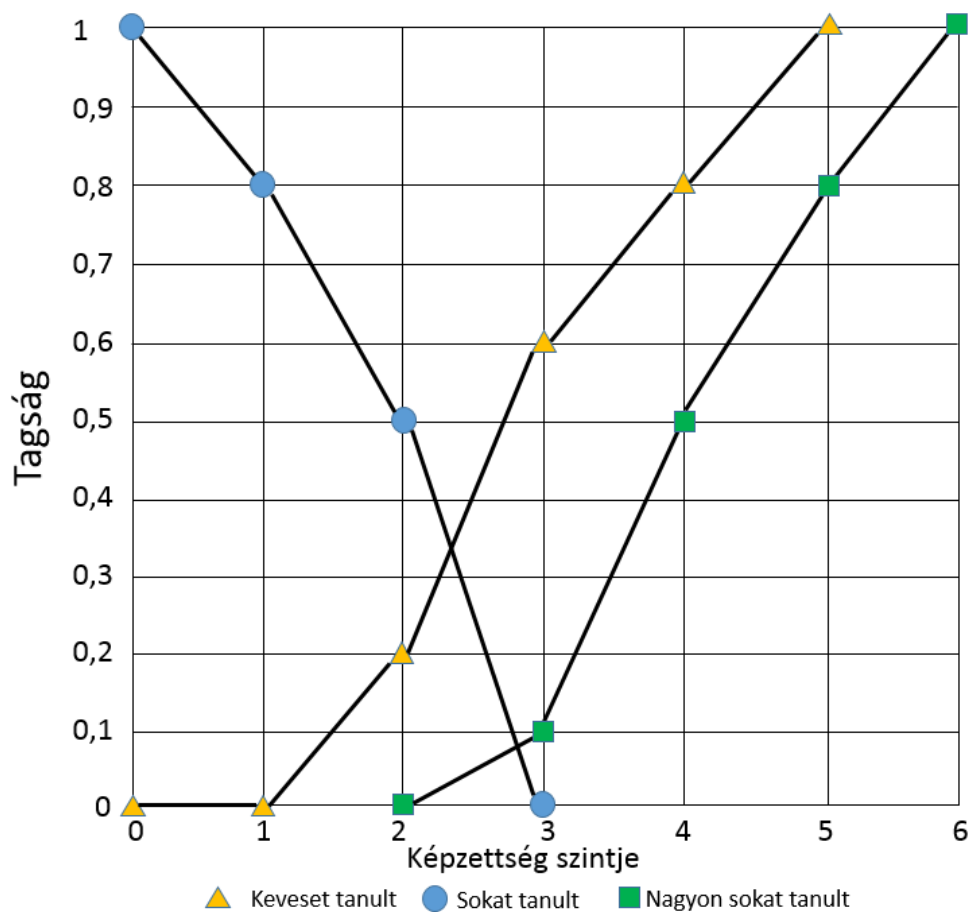
3 – OKJ-s szakma

4 – BSC

5 – MSC

6 – PHD

A három fuzzy halmazt leíró tagfüggvényünk az alábbi elképzeléseket reprezentálják: keveset tanult, sokat tanult, nagyon sokat tanult. A 3. ábrán látható grafikon alapján például egy személy BSC-vel, de nem többel, sokat tanult lesz 0,8 tagértékkel, és nagyon sokat tanult lesz 0,5 értékkel.

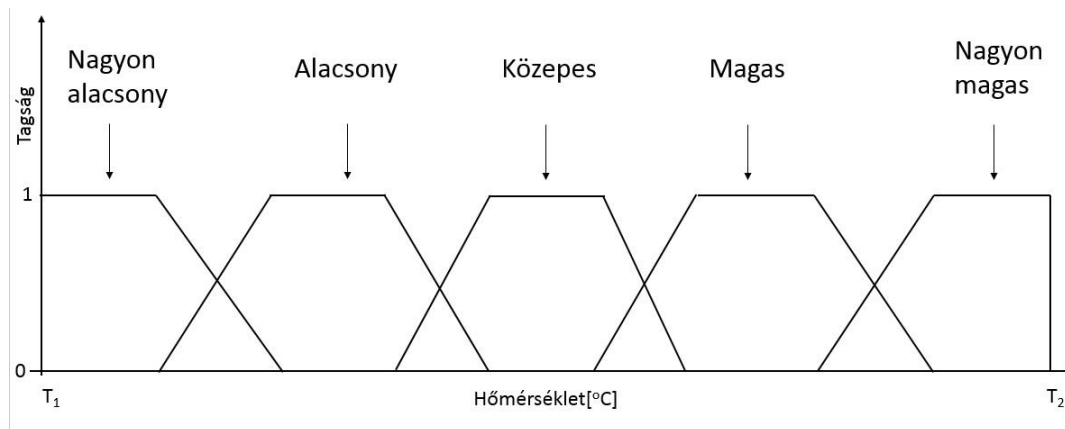


3. ábra. A tanulás mennyiségének bizonyossága a képzettségek szintje alapján

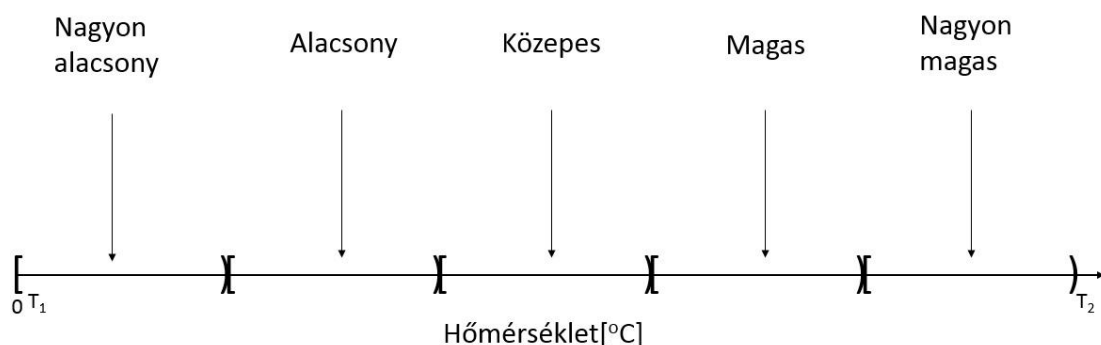
Fuzzy halmazok gyakran képviselnek olyan nyelvi kifejezéseket is, mint az alacsony, közepes, magas, és gyakran felhasználják őket változók állapotának meghatározására. Ezeket a változókat nevezzük fuzzy változóknak. Ahogy például a 4. ábrán látszik, a hőmérséklet $[T_1, T_2]$ tartománya egy fuzzy változóként van jellemezve, az 5. ábrán pedig össze van hasonlítva egy hagyományos (nem fuzzy) változóval. A fuzzy változónk állapotai fuzzy halmazok, melyek 5 nyelvi kifejezést képviselnek: nagyon alacsony, alacsony, közepes, magas, nagyon magas. Ez az alábbi tagfüggvény formában vannak definiálva:

$$[T_1, T_2] \rightarrow [0, 1]$$

Ezeknek a függvényeknek trapéz alakjuk van, amely a háromszög alakkal együtt az az alkalmazásokban leggyakrabban fordul elő. A hagyományos változó állapotai klasszikus halmazokkal vannak definiálva, jobbról nyitott intervallummal (5. ábra) [25].



4. Hőmérséklet ábrázolása fuzzy halmazokkal



5. ábra. Hőmérséklet ábrázolása klasszikus halmazokkal

A fuzzy változók jelentősége, hogy lehetővé teszik a fokozatos átmenetet az állapotok között, és ebből következően rendelkeznek a természetes képességgel, hogy kifejezzék a

megfigyelések és mérések bizonytalanságát. A hagyományos változók erre képtelenek. Habár a hagyományos változók értéke matematikailag korrekt, mégsem realiztikus, tekintve az elkerülhetetlen mérési hibákat. Egy mérés, amely a hagyományos változó minden egyes állapota között a pontosan definiált határ közeli szomszédságába esik, csak az egyik állapotot fogja támogatni, a mérés pontatlanságának ellenére is. A bizonytalanság akkor éri el a maximumát minden határnál, amikor a mérésnek a határ mindkét oldalán lévő állapotot egyformán kellene támogatnia. Ha hagyományos változókat használunk, ez a bizonytalanság figyelmen kívül lesz hagyva, még a szélső értékek esetén is: a mérés eredménye arra az állapotra fog bizonyítékként szolgálni, amelyik éppen tartalmazza a határértéket, így tulajdonképpen nem pontos mérést eredményezve.

Mivel a fuzzy halmazok képesek ábrázolni ezt a bizonytalanságot egy kísérlet során, sokkal alkalmasabbak a valóság leképezésére hagyományos társaiknál. Ez érdekes paradoxont idéz elő, miszerint a fuzzy változók pontosabb eredményt produkálnak egy valós jelenség esetén, mint a hagyományos változókon alapuló adatok.

Habár a fuzzy halmazokon alapuló matematika sokkal nagyobb kifejezési képességgel rendelkezik, mint a klasszikus halmazelméleten alapuló, használhatóságának szempontjából kritikus, hogy adott kifejezésekhez az adott kontextusban a megfelelő tagfüggvényeket definiáljuk. Ez a terület a fuzzy elmélet korai éveiben igen komoly problémákkal küzdött. Bár mára már megfelelően ki lett fejlesztve számos alkalmazási területen, kifejező tagfüggvények létrehozása most is nehéz feladat, és még további kutatások szükségesek a tökéletes eredményhez.

Ezek fényében érthető, hogy a dolgozatban miért a trapéz alakú tagfüggvényekre esett a választás, és hogy miért lehet velük megfelelően ábrázolni a ponthatárokat, és a hallgatók által elért pontok fuzzy halmazát. Valószínű, hogy egy speciálisabb tagfüggvénnyel akár tovább lehetne finomítani az értékelő személynél fellépő bizonytalanságot, azonban ebben a kontextusban további kutatások szükségesek a hatékonyságukat illetően.

2.4. Fuzzy aritmetikai alapok

Ebben a fejezetben pár, a hallgatók teljesítményének fuzzy halmazokon alapuló értékeléséhez szükséges definíció kerül áttekintésre. A hallgatók feladatlapjainak értékeléséhez trapéz alakú fuzzy tagfüggvényt használunk, ami lehetővé tesz néhány egyszerűsítést a számítások során.

Definíció 1.: Az $u : \mathbf{R} \rightarrow [0,1]$ függvényt fuzzy számnak nevezzük az alábbi tulajdonságok fennállása esetén [6]

- u teljesíti a normalitás feltételét, azaz létezik $x_0 \in \mathbf{R}$ úgy, hogy $u(x_0)=1$;
- u konvex, azaz $u(\lambda x + (1-\lambda)y) \geq \min\{u(x), u(y)\}$, $\forall x, y \in \mathbf{R}, \forall \lambda \in [0,1]$;
- u jobbról folytonos $\mathbf{R}$ -en, azaz $\forall x_0 \in \mathbf{R}$ és $\forall \varepsilon > 0$ esetén létezik egy $V(x_0)$ környezet úgy, hogy $u(x) \leq u(x_0) + \varepsilon$, $\forall x \in V(x_0)$ esetén;
- az u tartója ($\text{supp}(u)$) kompakt $\mathbf{R}$ -en, ahol $\text{supp}(u) = \{x \in \mathbf{R}; u(x) > 0\}$.

Definíció 2.: Egy fuzzy szám α -vágata az alábbi halmaz

$$[u]^\alpha = \{x \in \mathbf{R}, \alpha \in [0,1], u(x) \geq \alpha\}. \quad (1)$$

Az α -vágat egy zárt, korlátos intervallum

$$[u]^\alpha = [\underline{u}^\alpha, \bar{u}^\alpha]. \quad (2)$$

Definíció 3.: Két fuzzy szám összegét α -vágataik összegeinek uniójaként számítjuk

$$u + v = \bigcup_{\alpha=0}^1 ([u]^\alpha + [v]^\alpha) \quad (3)$$

az összes $\alpha \in [0,1]$ értékre.

Megjegyzés: trapéz alakú fuzzy számok esetén a szakaszonkénti lineáris függvényfelépítés következtében elegendő az $\alpha=0$ és az $\alpha=1$ értékekre végrehajtani a számításokat.

Definíció: Egy valós szám és egy fuzzy szám szorzatát α -vágatonként értelmezzük az alábbiak szerint

$$[\lambda u]^\alpha = \begin{cases} [\lambda \underline{u}^\alpha, \lambda \bar{u}^\alpha], & \text{ha } \lambda \geq 0 \\ [\lambda \bar{u}^\alpha, \lambda \underline{u}^\alpha], & \text{ha } \lambda < 0 \end{cases} \quad (4)$$

az összes $\alpha \in [0,1]$ értékre.

Megjegyzés 1.: Trapéz alakú fuzzy számok esetén a szakaszonkénti lineáris függvényfelépítés következtében elegendő az $\alpha=0$ és az $\alpha=1$ értékekre végrehajtani a számításokat.

3. Hallgatói feladatlapok értékelése

3.1. A hallgatók osztályozásának pontatlansága

Oktatásrendszerünkben a hallgatók teljesítményét osztályozással, jegyekkel mérik. A jegyek az elért pontok alapján keletkeznek. Egy összetettebb feladat esetén, ahol a válasz nem feltétlenül egyértelműen jó vagy rossz, gyakran a hagyományos pontozásos rendszer nem nyújt elegendő eszközt ahhoz, hogy az értékelő tanár kifejezze a megoldásról alkotott véleményét. Megkerülve a jelenlegi értékelési rendszer korlátait, a fuzzy halmazokkal levehetjük a terhet a pontozást végző válláról, hiszen így nem kell éles határokat megszabnia az értékelés során, köszönhetően a fuzzy halmazok által nyújtott, a hagyományos pontozásnál is részletesebb értékelésnek. Így a fuzzy megközelítés alternatívát kínál az adatok precízebb kezelésével - kifejezetten a döntéshozatal számára.

A gyakorlatban a hallgatók értékelése, az adott tanuló elért eredményeinek pontozása a kurzus által támasztott követelmények alapján történik. Az esetek nagy részében ez az oktató döntésén múlik. Ez magában foglalhat több olyan döntést is, amely pontatlan adatokon alapul. Ez a pontatlanság akkor jelentkezik, ha egy ember (oktató/tanár) egy másik ember (tanuló) teljesítményét kívánja értelmezni. Többféle eljárás van az oktatásban, amelyek ezt a teljesítményt képesek reprezentálni. A magyar oktatási rendszerben numerikus értékkel látnak el minden megoldást, melyeket összesítve érdemjegyet kapunk. Az olyan nyelvi kifejezések, mint a „megfelelt”, „nem felelt meg” is értékelési eljárásnak tekinthetők.

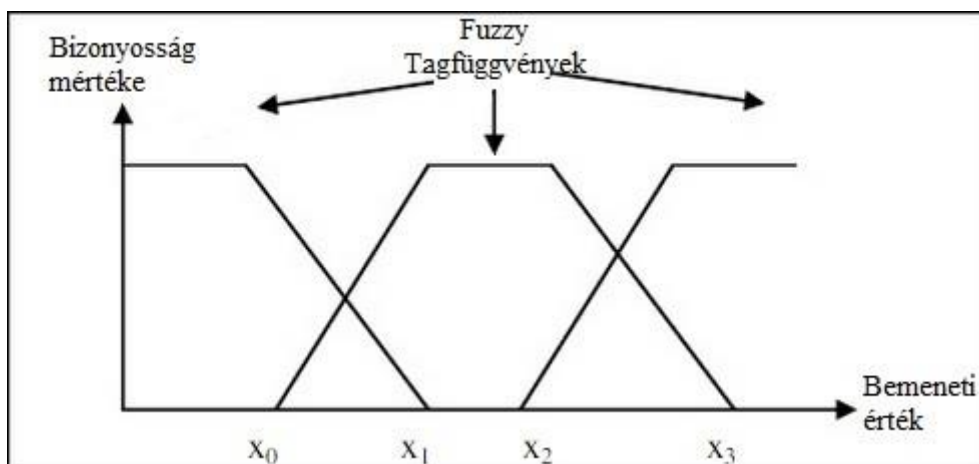
Ezeket a pontokat általában egy előre meghatározott rendszer alapján adják. Viszont az értékek ingadozhatnak aszerint, hogy másvalaki értékeli ugyan-annak a hallgatónak ugyanazt a munkáját. Ezen túlmenően a hallgató munkájának értékelését befolyásolhatja még az értékelő tapasztalata, érzékenysége, elvárásai, hangulata. Ezek mutatják, hogy a pontok, amelyekkel az értékelő jutalmazza a munkát, és reprezentálja a tanuló teljesítményét, csak megközelítő értékűek. Ennek megfelelően a pontok összesítése és a jegyek határértéke közötti távolságot nem osztályozzuk, csupán besoroljuk az öt lehetséges érdemjegy egyikébe, így további megközelítést, (becslést) alkalmazva.

Az oktatási rendszer kompetenciamérése magában foglalja a lexikális tudás mellett a logika felhasználását, a feladat megértését, a tanultak alkalmazását is, amelyeket sosem képes tökéletesen mérni. Szóbeli beszámoló értékelése esetén, numerikus értékek helyett, nyelvi kifejezésekkel díjazzák a tanuló eredményének összes tulajdonságát, mint például pontosság, összeszedettség, prezentálás. A hallgató teljesítményét reprezentáló nyelvi kifejezések természetéből adódó pontatlanságokat figyelmen kívül szokták hagyni, a széles körben

történő használat ellenére is. Az olyan kifejezések, mint a *kiváló*, *jó*, *megfelelt* rugalmasabb megközelítést adnak a teljesítmény megítélésére. A kifejezések intenzitása a kifejezések sorrendjének felel meg (Likert-skála), majd ezek összesítése egy numerikus értékké alakítható úgy, hogy egy önkényesen választott értéket kapunk [18]. Ez esetben is a fuzzy logika felhasználható, hogy kezelje a bizonytalan, és a pontatlan értékeket [19].

3.2. Defuzzifikálás

A fuzzy logikát olyan szakterületen szokás felhasználni, legyen szó döntéshozó rendszerekről vagy valós idejű rendszerekről, melyeknek az ideálistól eltérő környezetben, gyorsan változó feltételekre felkészülve, vagy gyakran előre nem látható események mellett megfelelően kell működniük. Az ilyen valós életbeli problémák ábrázolására, melyeket nehéz lenne más matematikai módszerrel modellezni a fuzzy rendszerek kiválóan alkalmazhatóak [21], amit annak köszönhet, hogy elemei között nincs éles elhatárolódás [19]. Ebből adódóan, a modellezés eredményét a hagyományos matematikában nehézkes lenne kezelni. Hogy az eredmények felhasználhatóak legyenek, át kell alakítanunk a fuzzy számokat egyszerűen kezelhető értékekké (pl. skaláris számokká). Ezt a folyamatot nevezzük defuzzifikálásnak. Vagyis egy fuzzy rendszer a defuzzifikálásnak a megközelítő bemenő értékekből a kimenetre precízen meghatározott numerikus értékeket küld, ami a jelen kontextusban az 1, 2, 3, 4 vagy 5-ös érdemjegy.



6. ábra. Tagfüggvények

A program megvalósításához és a folyamat kidolgozásához trapéz alakú tagfüggvények lettek kiválasztva az adatok ábrázolásához, tekintve, hogy egyszerűségük könnyebbé teszik a számolást [22]. A 6. ábra egy olyan tagfüggvényre mutat példát, amelyet a folyamat során felhasználunk.

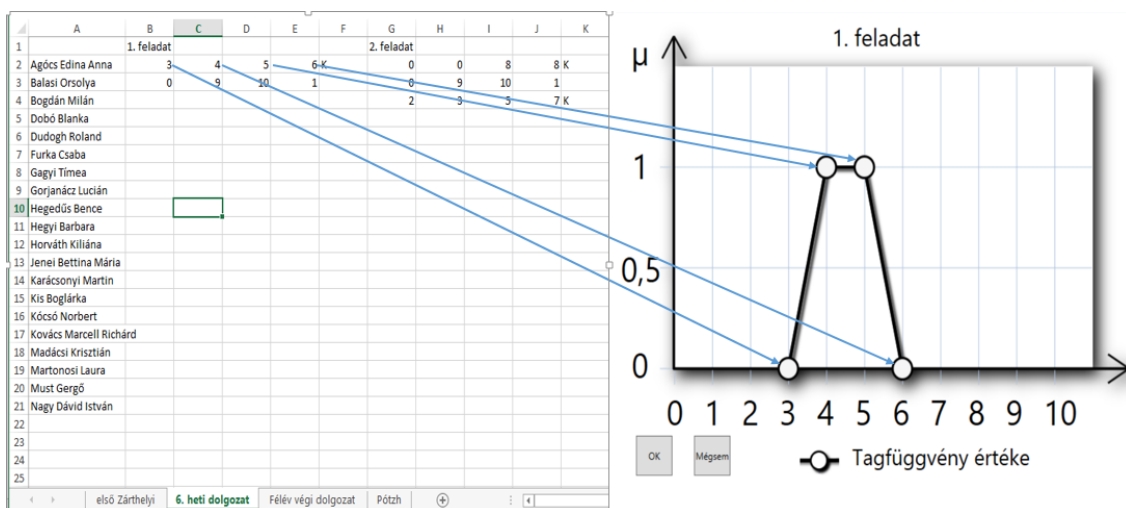
4. A program működése

4.1. Megvalósítás

A program a .Net 4.5 verziójú keretrendszeréhez készült, azon belül is a Windows Presentation Foundation (WPF) alrendszert használja. A WPF az alkalmazás készítést két részre bontja fel: a felhasználói felület (UI) megalkotására, ami XAML jelölő nyelvvel készült, a program logikája (business logic) amely C# objektum orientált nyelv segítségével lett megírva, (a Separation of Concerns elvet figyelembe tartva).

4.2. Adatrögzítés

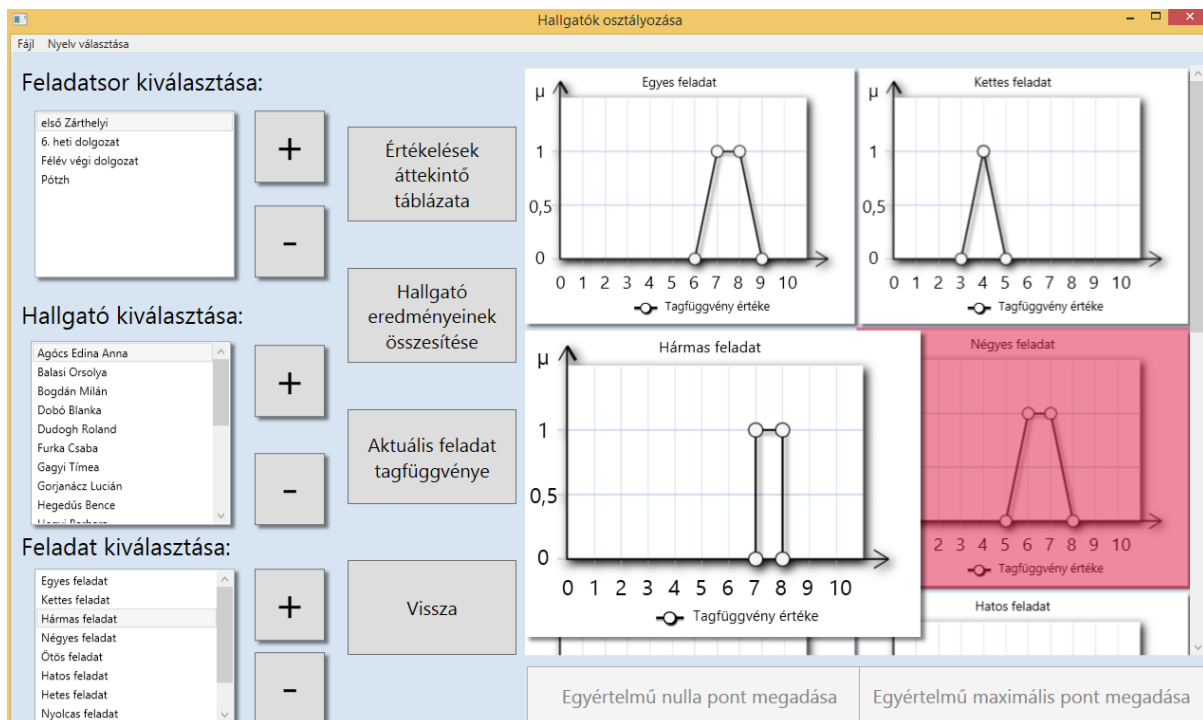
Olyan megoldást kellett választani, amelyben egyszerűen tárolhatók egy-egy évfolyam vagy csoport adott kurzusainak eredményei, hallgatókra bontva. Tekintve, hogy kurzusonként a hallgatók névsorát az oktatók az ETR-ből (egységes tanulmányi rendszer) lekérhetik Excel-fájlban, kézenfekvő volt ennek a formátumnak a használata. Egy-egy Excel-fájl az adott tantárgyat képviseli. A fájlban lévő Excel-munkafüzetek egy-egy nagyobb számonkérés jelentenek, pl. zh, csoportos feladat, otthon elkészítendő projekt munka stb. Minden munkafüzet első oszlopában a hallgatók szerepelnek, az első sorban pedig a dolgozat feladatainak nevei. Minden hallgató nevének sorában négyesével csoportosítva találjuk az adott feladatra vonatkozóan a tagfüggvény alakját meghatározó 4 értéket. Ezt követi egy státusz flag, amely jelzi, hogy az adott tagfüggvény beállításával elégedett-e az értékelő, vagy később még módosítást igényel, majd a következő feladat tagfüggvényét leíró számnégyes folytatja a sort, és így tovább, ahogyan a 7. ábrán látható. Így a jelenlegi megvalósításban minden csoport minden kurzusának egy-egy Excel-fájlra van szüksége.



7. ábra Értékek tárolása

4.3. A program kezelése

Első lépésként be kell tölteni az értékelésre szánt csoport-kurzus párost Excel formátumban, majd a tovább gombra kattintani. A következő képernyőn (8. ábra) baloldalt a három menüt, mint szűrőt használva, választhatjuk ki az adott feladatlapokat, majd alatta azokat a hallgatókat, akik a feladatlapot kitöltötték, végül legalul pedig a feladatokat, melyek az adott hallgató feladatlapján szerepelnek. Jobb oldalt a feladatok táblázatos formában jelennek meg. A képekre kattintva megjelenik az adott feladat nagyobb méretben, ahol szerkeszthetővé válik a tagfüggvény. Egyértelmű nulla pont vagy maximum pont megadása elérhető két dedikált gomb segítségével a gyorsabb értékelés érdekében. A szerkesztést utána az OK gombbal jóváhagyhatjuk, vagy Mégsem gombbal visszaléphetünk. Ez esetben a program vörös színnel jelzi, hogy az adott feladat még nem lett jóváhagyva. A hallgató összesítése gombra kattintva továbbléphetünk ahol az adott feladatlap feladatait összesíti a program egy tagfüggvényben, ahol az eredmény leolvasható (ahogy a 10,11,12. ábrákon látható).



8. ábra. Kezelőfelület

4.4. Értékelések ábrázolása

Az értékelés ábrázolása koordináta rendszerben történik. A vízszintes tengelyen a bemeneti értékeket fogjuk ábrázolni, amelyek lehetnek a félévvégi pontszámok összesítése, vagy egy adott feladat elérhető pontjai. A függőleges-tengely mentén a kontextustól függően az adott ponthoz tartozó tagsági értéket (oktató bizonyosságát) jellemezzük 0-tól 1-ig. 0 esetén teljesen kizárt, hogy a hallgató az adott pontot érdemelné, 1 esetén pedig a lehető legbiztosabb az értékelő, hogy az adott pontszámot érdemli meg a hallgató (az 1-es érték maximális, nem pedig legnagyobb érték, vagyis több pontszám is rendelkezhet vele egyszerre). Egy-egy pontszám bizonyosságát egy trapéz alakú függvénnyel tudjuk a legjobban szemléltetni, a lehetséges pontszámok száma jellemzően több az alacsony bizonyossági értéken. Ahogyan növekszik a bizonyossági érték egyre kevesebb pontszám fog az adott értékhez tartozni. Speciális eset lehet ezektől eltérően, ha téglalap alakú a tagfüggvényünk, mely jellemzően akkor szokott kialakulni, ha az értékelő két pontszám között nem tudott dönteni és egyformán helyénvalónak érzi mindkét pontszámot. Egy másik különleges eset az, amikor a pontozást végző személy teljesen bizonyos az adott pontszámában. Ilyenkor az adott pontszámot egy elemű (szálka/singleton) fuzzy halmazzal

jellemezzük, mely általában a szélsőértékeknél fordul elő, amikor valakinek a teljesítménye egyértelműen 0 vagy egyértelműen maximum.

4.5. Hallgatók eredményének osztályozása

A következő lépés a hallgatók összesített eredményét leíró tagfüggvény feldolgozása. Az eljárás során rendelkezünk egy előre definiált tagfüggvény csoporttal, melynek tagjai egy-egy érdemjegyhez kapcsolódnak.

A ponthatárok a következők:

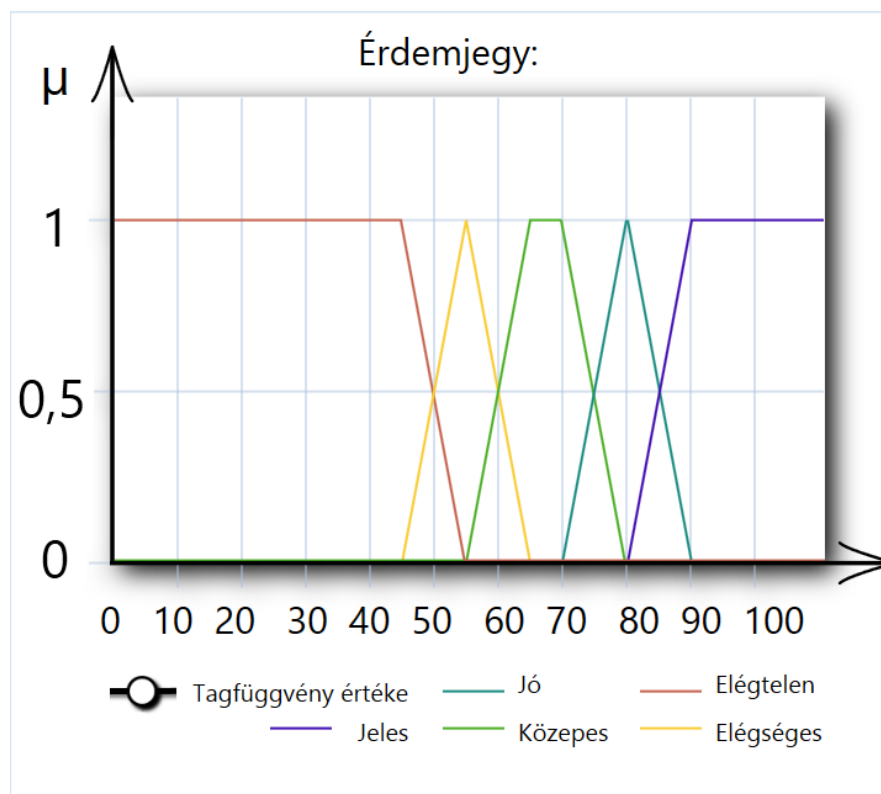
Elégtelen (1) 0-50

Elégséges (2) 51-60

Közepes (3) 61-75

Jó (4) 76-85

Jeles (5) 86-100

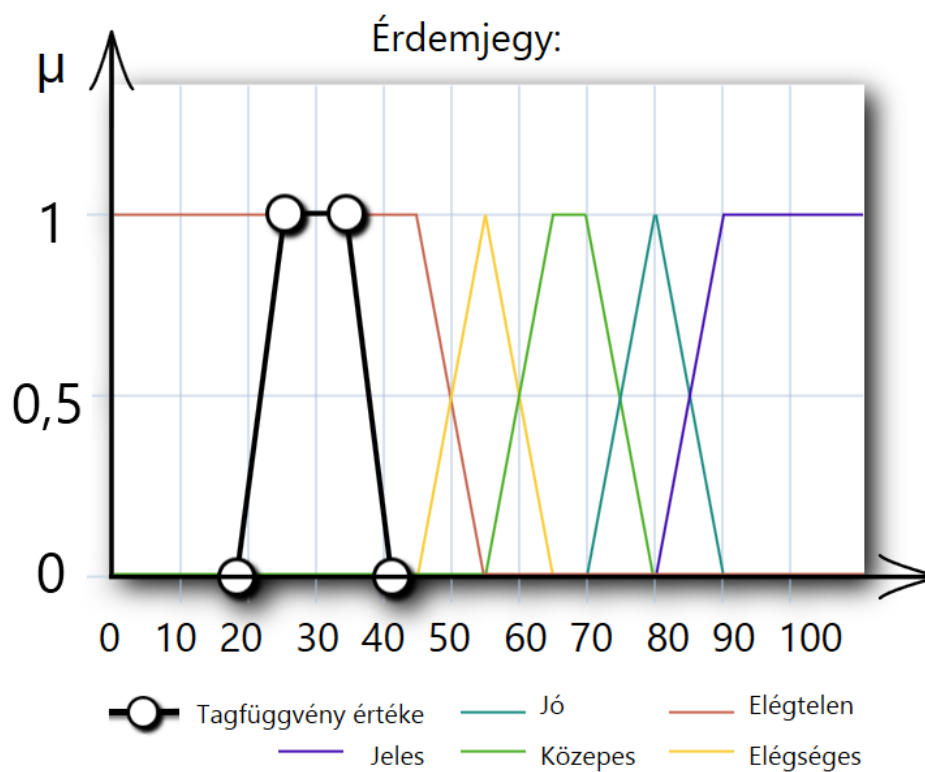


9. ábra. Érdemjegyek előredefiniált tagfüggvényei

A tagfüggvények ponthatárokon metszik egymást (9. ábra) egy Ruspini típusú partíciót alkotva. Ezeken a pontokon az érdemjegy bizonyossága mindkét halmaz esetére 0,5. Ahogy a bizonyosság növekszik, az 1-es értéknél eléri a maximumot. Az összesített tagfüggvényünket a koordináta-rendszerre illesztve leolvashatóvá válik, hogy melyik érdemjegyhez rendelt tagfüggvényeket metszi és így melyik lesz a kiválasztott érdemjegy.

Három eset lehetséges az érdemjegy megállapításánál:

1. eset: A összesített tagfüggvény értéke csak egy érdemjegyhez hozzárendelt függvényt metsz (10. ábra).



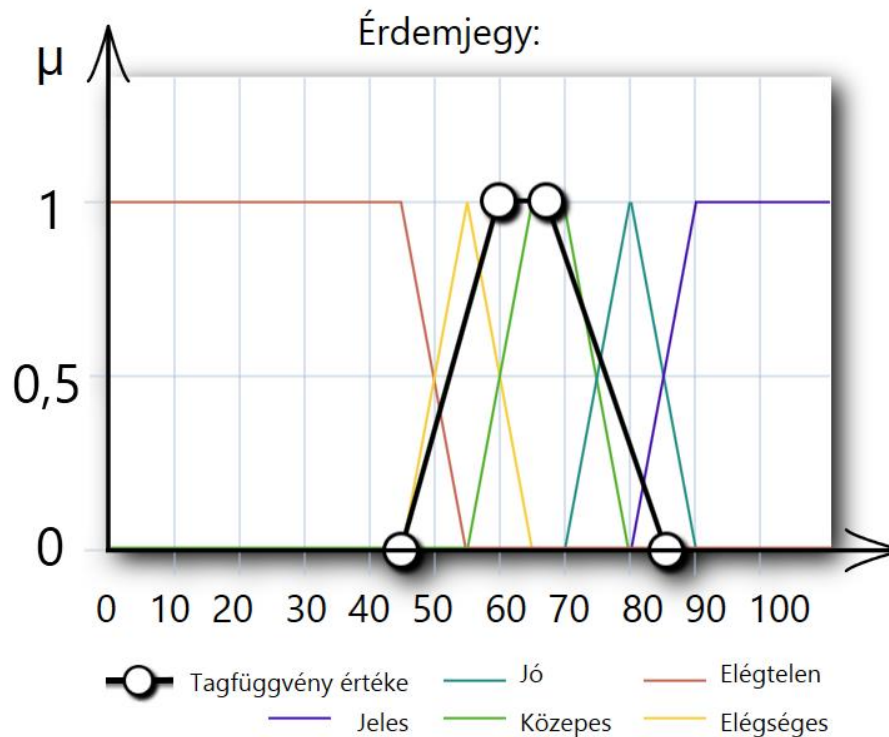
10. ábra. Egy tagfüggvényt metsz a végeredmény

Ez esetben teljesen egyértelmű a helyzet: A metszett előredefiniált halmazhoz tartozó érdemjegy lesz a választott érték.

2. eset: Ha az összesített tagfüggvény egyszerre több érdemjegyhez rendelt függvényt metsz, különböző metszési értékeknél (11. ábra).

Amennyiben az összesített tagfüggvény egyszerre több érdemjegyhez rendelt tagfüggvényt is metsz, akkor a legnagyobb értékű metszéspont lesz a domináns. Az aktuális példánál (11.

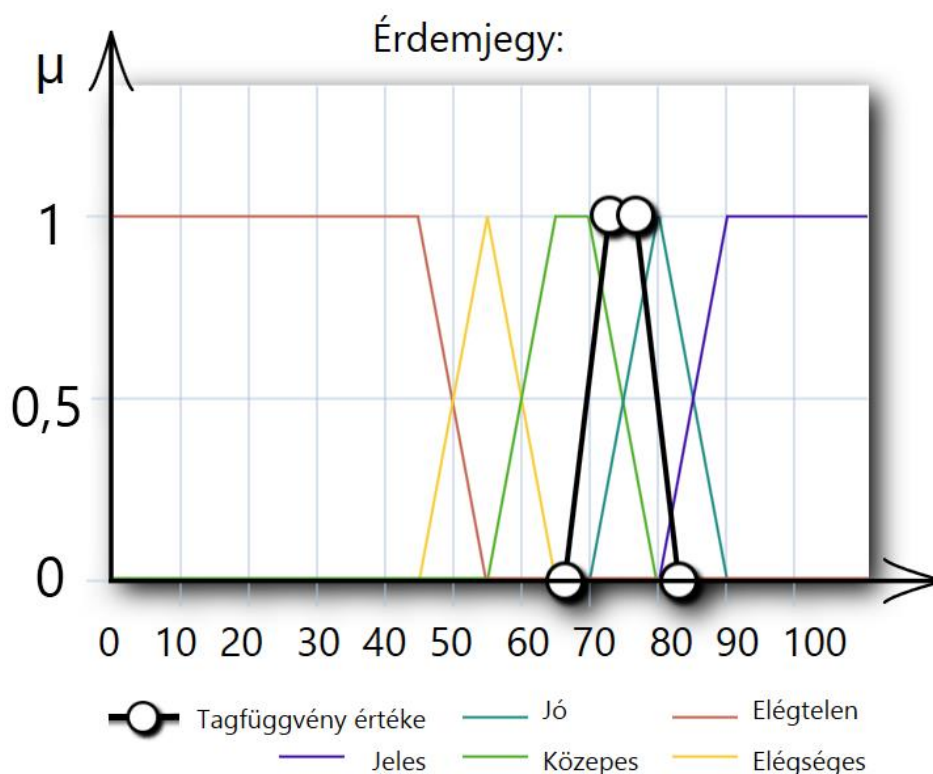
ábra) egyedül a közepes érdemjegy tagfüggvényét metszi a maximális bizonyossági értéknél (66-os értéknél, mely szintén a közepes érdemjegyhez tartozik). Így a tanuló érdemjegye a közepes lesz.



11. ábra: Egyszerre több függvényt metsz a végeredmény különböző metszési értékekkel

3. eset: Ha az összesített tagfüggvény egyszerre több érdemjegyhez rendelt függvényt metsz azonos metszési értékeknél (12. ábra).

Ilyen esetekben nem egyértelmű a helyzet, még fuzzy halmazok felhasználásával sem dönthető el egyértelműen az eredmény. Tekintve, hogy az oktatási rendszer csak az 5 érdemjegy használatát alkalmazza, az oktatóra van bízva, hogy ez esetben miként dönt - a program ezekben a kérdésekben jóindulatúan az előnyösebb érdemjegyet adja jelenleg.



12. ábra. Egyszerre több függvényt metsz a végeredmény azonos metszési értéknél

5. Összefoglalás

Az eredmények alapján a program jól tükrözi a fuzzy elmélet széleskörű felhasználhatóságát. A megvalósítás megoldást kínál egy létező problémára az oktatásban: a bonyolult és mindenre kitérő pontozási útmutató hiányában fellépő értékelési bizonytalanságra. Ezáltal egy pontosabb értékelést biztosítva. Az eljárást szoftveres eszköz segíti, aminek továbbfejlesztését az alábbiak szerint tervezem:

1. Adatbáziskezelő rendszer alkalmazása

Jelenleg a program Excel formátumban tárolja az adatokat, azonban egy relációs adatbázisra épülő megvalósítással (SQL, MySQL) sokkal összetettebb és hatékonyabb adattárolást lehetne létrehozni.

2. Adminisztratív felület

A program jelenleg csak a pontszámok kezelésére való. Ki szeretném egészíteni olyan további funkciókkal, mint a hallgatók fényképes megjelenítése vagy a hiányzások adminisztrálása.

3. Tagsági függvények körének bővítése

A szoftver jelenleg a trapéz alakú tagsági függvények használatát támogatja. Mivel számos fuzzy tagsági függvény típus létezik, ezért elképzelhető, hogy egyes esetekben más tagsági függvénnyel az oktató véleményét jobban leíró értékelést kaphatnánk.

6. Felhasznált irodalom

- [1] Aisjah, A.S. and Arifin, S.: Maritime Weather Prediction Using Fuzzy Logic in Java Sea for Shipping Feasibility, *International Journal of Artificial Intelligence*, 2013 Spring (March), Volume 10, Number S13, pp. 112-122.
- [2] Bai, S.M., Chen, S. M.: Evaluating students' learning achievement using fuzzy membership functions and fuzzy rules, *Expert Systems with Applications*, 34 (2008), pp. 399-410.
- [3] Biswas, R.: An application of fuzzy sets in students' evaluation. *Fuzzy Sets and System*, 74(2), 1995, pp. 187–194.
- [4] Chen, S. M., and Lee, C. H.: New methods for students' evaluating using fuzzy sets. *Fuzzy Sets and Systems*, 104(2), 1999, pp. 209–218.
- [5] Farzanyar, Z. and Kangavari, M.: Efficient mining of Fuzzy Association Rules from the Pre-Processed Dataset, *Computing and Informatics*, Vol. 31, No. 2 (2012), pp. 331-347.
- [6] Fodor, J., Bede, B.: Arithmetics with Fuzzy Numbers: a Comparative Overview, 4th Slovakian-Hungarian Joint Symposium on Applied Machine Intelligence (SAMI 2006), January 20-21, 2006, Herlany, Slovakia, pp. 54-68.
- [7] Johanyák, Z.C.: Fuzzy set theory based student evaluation, In *Proceedings of the IJCCI 2009 - International Joint Conference on Computational Intelligence, ICFC 2009 - International Conference on Fuzzy Computation*, 5-7 October, Funchal-Madeira, Portugal, pp. 53-58 (2008)
- [8] Johanyák, Z. C.: Student Evaluation Based on Fuzzy Rule Interpolation, *International Journal of Artificial Intelligence*, Autumn 2010, Vol. 5, No. A10, ISSN 0974-0635, pp. 37-55.
- [9] Nolan, J. R.: An expert fuzzy classification system for supporting the grading of student writing samples, *Expert Systems With Applications*, 15, pp. 59-68 (1998)
- [10] S. Oblak, I. Škrjanc and S. Blažič (2007): Fault detection for nonlinear systems with uncertain parameters based on the interval fuzzy model, *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, vol. 20, no. 4, pp. 503-510, Jun. 2007.
- [11] Popescu-Bodorin, N. and Balas, V.E.: Fuzzy Membership, Possibility, Probability and Negation in Biometrics, *Acta Polytechnica Hungarica*, Vol. 11, No. 4, 2014, pp. 79-100.
- [12] R.E. Precup, S. Preitl, M.B. Rădac, E.M. Petriu, C.A. Dragoş and J. K. Tar (2011): Experiment-based teaching in advanced control engineering, *IEEE Transactions on Education*, vol. 54, no. 3. pp. 345-355, Aug. 2011.
- [13] Rasmani, K. A., Shen, Q.: Data-driven fuzzy rule generation and its application for student academic performance evaluation, *Appl. Intell.*, 25, pp. 305-319 (2006)
- [14] Saleh, I., Kim, S.: A fuzzy system for evaluating students' learning achievement, *Expert Systems with Applications*, 36, pp. 6236-6243 (2009)
- [15] Ján Vaščák (2012): Adaptation of fuzzy cognitive maps by migration algorithms, In: *Kybernetes*, Vol. 41, no. 3/4, Mar. 2012, pp. 429-443, ISSN 0368-492X.

- [16] Vossen, P.H.: Educational Assessment Engineering - A Pattern Approach. In: Proceedings of the SOFA 2014 Conference. By: Springer, Advances in Intelligent and Soft Computing (ISSN: 1867-5662), 15 p.
- [17] Wang, H.Y., and Chen, S.M.: New methods for Evaluating the Answerscripts of Students Using Fuzzy Sets, Advances in Applied Artificial Intelligence, Lecture Notes in Computer Science, Vol. 4031, 2006, pp. 442-451.
- [18] Michele, L., Gisella, F., and Giovanni, M., (2004). Ordinal Scales and Fuzzy Set Systems to Measure Agreement: An Application to the Evaluation of Teaching Activity, KluwerAcademic Publishers, Netherland
- [19] Abbott, J.E. (1996). Measuring Quality with Fuzzy Logic, TQM Magazine, MCBUniversity Press
- [20] Zadeh, L.A., (1965) "Fuzzy Sets," in Information and Control, vol. 8. New York: AcademicPress, 1965, pg. 338-353
- [21] Garvin-Doxas, K. and Barker, L.J. (2004) Communication in Computer Science Classrooms: Understanding Defensive Climates as a Means of Crating Supportive Behaviors, ACM Journal of Educational Resources in Computing, 4, pg. 1.
- [22] Gruba, P. and Al-Mahmood, (2004). Strategies for Communication Skills Development, Australasian Computing Education Conference (ACE2004), Dunedin, New Zealand, pg.101-107
- [23] Kóczy T. László, Tikk Domonkos: Fuzzy Rendszerek, Typotex, 2012, pg. 28-29
- [24] P.J. King, E.H. Mamdani (1976) The application of fuzzy control systems to industrial processes Automatica Volume 13, Issue 3, May 1977, Pg 235-242
- [25] George J., Klir and Bo, Yuan (2008) Fuzzy sets and fuzzy logic, theory and applications. -. ISSN 0-13-101171-5 pg. 15-17
- [26] Leonid I. Perlovsky (2006) The Mind vs. Logic: Aristotle and Zadeh. Society for Mathematics of Uncertainty, Critical Review, 1(1), pp. 30-33.
- [27] Fangju Wang (2000). A fuzzy grammar and possibility theory-based natural language user interface for spatial queries, Fuzzy Sets and Systems Volume 113, Issue 1, pg 147-150.

7. Tartalomjegyzék

1. Bevezetés	1
2. Betekintés a fuzzy elmélet alapjaiba.....	2
2.1. Szemléltető példa a pontos határok nélküli osztályozásra:	4
2.2. Szemléltető példa ábrázolása a fuzzy halmazokkal:	4
2.3. Típusok	5
2.4. Fuzzy aritmetikai alapok.....	10
3. Hallgatói feladatlapok értékelése	11
3.1. A hallgatók osztályozásának pontatlansága.....	12
3.2. Defuzzifikálás	13
4. A program működése:.....	14
4.1. Megvalósítás:	14
4.2. Adatrögzítés	14
4.3. A program kezelése.....	15
4.4. Értékelések ábrázolása	16
4.5. Hallgatók eredményének osztályozása	17
5. Összefoglalás	20
6. Felhasznált irodalom.....	21
7. Tartalomjegyzék	23