

OTDK-DOLGOZAT

2015

**OKOZATI DINAMIKA ÉS RENDSZERSZINTŰ KOCKÁZAT
HÁLÓZATELMÉLETI VIZSGÁLATA AZ IT PIACI SEKTORBAN**

**COMPLEX NETWORK ANALYSIS OF CAUSAL DYNAMICS AND
SYSTEMIC RISK IN THE IT FINANCIAL SECTOR**

Kézirat lezárva: 2014. október 20.

TARTALOMJEGYZÉK

1.	BEVEZETÉS ÉS IRODALMI ÁTTEKINTÉS.....	1
1.1.	GRÁFELMÉLETI HÁTTÉR.....	3
1.1.1.	<i>definíciók és jelölések.....</i>	<i>3</i>
1.1.2.	<i>csomópont fokszáma, fokszám eloszlás és korrekció</i>	<i>5</i>
1.1.3.	<i>közösségi struktúrák</i>	<i>5</i>
1.2.	PAGERANK ÉS HITS	6
1.3.	WIENER-GRANGER KAUZALITÁS	8
2.	ADATOK, IDŐSOROK ÉS A MODELL.....	10
3.	EREDMÉNYEK	13
4.	ÖSSZEGZÉS, TÁVOLABBI TERVEK	37
	IRODALOMJEGYZÉK	38

TÁBLÁZAT- ÉS ÁBRAJEGYZÉK

1. táblázat: Összefoglaló táblázat a 2007-től 2013-ig az éves vizsgálatokból kapott gráfok átlag kimenő él súly összege és a gráfok sűrűségi értékéből	28
1. ábra: Irányított gráfok.....	3
2. ábra: A közösségek definiálása	6
3. ábra: PageRank és HITS	8
4. ábra: Granger-kausalitás sematikus ábrázolása.....	11
5. ábra: Az Adobe Systems Inc. és a Computer Services Inc. árfolyamgrafikonja a 2011-es európai pénzügyi válság évéből.	11
6. ábra: A 2000-es év Granger-kausalitásának gráfos modellje.....	14
7. ábra: A 2001-es év Granger-kausalitásának gráfos modellje.....	14
8. ábra: A kimenő élsúlyösszeg a vizsgált részvények rendezett során ábrázolva (2000, 2001).....	15
9. ábra: A részvények PageRank értéke a vizsgált részvények rendezett során ábrázolva (2000, 2001).....	16
10. ábra: 2007-es év kapcsolati hálójának gráfos ábrázolása.....	18
11. ábra: 2008-as év kapcsolati hálójának gráfos ábrázolása.....	19
12. ábra: 2009-es év kapcsolati hálójának gráfos ábrázolása.....	20
13. ábra: 2010-es év kapcsolati hálójának gráfos ábrázolása.....	21
14. ábra: 2011-es év kapcsolati hálójának gráfos ábrázolása.....	22
15. ábra: 2012-es év kapcsolati hálójának gráfos ábrázolása.....	23
16. ábra: 2013-es év kapcsolati hálójának gráfos ábrázolása.....	24
17. ábra: A 2007-es év gráfjának HUB értékei	25
18. ábra: A 2008-es év gráfjának HUB értékei	26
19. ábra: A 2009-es év gráfjának HUB értékei	27
20. ábra: A 2010-es év gráfjának HUB értékei	28
21. ábra: A 2011-es év gráfjának HUB értékei	29
22. ábra: A 2012-es év gráfjának HUB értékei	30
23. ábra: A 2013-es év gráfjának HUB értékei	31
24. ábra: A 2007-2013-es évek gráfjainak kimenő éleinek összúlyának változása.	32
25. ábra: A 2007-2013-es évek gráfjainak PageRank értékeinek változása.	33

26. ábra: A 2007-2013-es évek gráfjainak Authority értékének változása	34
27. ábra: A 2007-2013-es évek gráfjainak hub értékeinek változása.....	35

1. BEVEZETÉS ÉS IRODALMI ÁTTEKINTÉS

A 2007-2009-es pénzügyi válság fokozottan felhívta a figyelmet a rendszerszintű kockázatok létezésére, rendkívüli érdeklődést keltve ezen kockázatok vizsgálatára nemcsak közgazdászok számára, de tudományos körökben is. A kockázatelemzésre való nagyobb hangsúly fektetése eredetileg a valutaválsághoz kapcsolódik, de mára széles körben alkalmazzák a pénzügyi rendszer egyéb sokkhatásainak vizsgálatára is, például kereskedelmi papíroknál, pénzpiaci alapoknál, visszavásárlási megállapodásoknál, fogyasztói pénzügyleteknél, származékos piacoknál (OTC – Over-The-Counter). Bár tény, hogy a rendszerszintű kockázatok rendkívül nehezen meghatározhatóak, a legtöbb szabályozó hatóság és politikai döntéshozó úgy véli, hogy a rendszer eseményei jól definiálhatóak, még a Bear Stearns és Lehman Brothers 2008-as bukása, az American International Group (AIG) 2008-as kormányzati átvétele, a 2010. május 6-ai „Flash Crash” és a 2011-2012-es európai adósságválság után is.

Definíció szerint a rendszerszintű kockázat magába foglalja a pénzügyi rendszert, azokat a kapcsolatban álló intézményeket, melyek kölcsönösen előnyös kapcsolatokat kötöttek. Ezek a kapcsolatok ugyanakkor hozzájárulnak a pénzügyileg zavaros időszakokban a likviditási problémák, a fizetéseképtelenség és veszteségek gyors terjedéséhez. Ebben a dolgozatban a Granger kauzalitás (Sorenson–Brent, 2005) által meghatározott, vállalatok közötti kapcsolati hálózatot igyekszem feltérképezni, amelyre a Dow-Jones U.S Software & Computer Services Index-ben (<http://bigcharts.marketwatch.com/>) szereplő cégek napi záró adatait használok fel. A páronkénti Granger kauzalitási tesztek a statisztikailag szignifikáns Granger okozati kapcsolatokat, illetve ezen kapcsolatok súlyát adja vissza a szóban forgó vállalatok között.

A Szoftver és IT szolgáltatások szegmensének részvényeire fókuszálás nem véletlen, hiszen kiterjedt üzleti kapcsolatok lehetnek, melyek közül sok csak az elmúlt másfél évtizedben keletkezett. Például a Facebook Inc. CI A csak 2013-ban lépett ki a tőzsdére. Bár az eltérő üzleti piacok közötti kapcsolatok kutatása is érdekes eredményeket adhatna, az egy piaci szektorba sorolt vállalatok közötti függés talán még érdekesebb téma lehet. Hiszen a hasonló termékek és érdekek miatt valószínűsíthetően több kapcsolat van a szereplők között, mint két eltérő szegmens között. Amennyiben egy időszakban szorosabbak lesznek a kapcsolatok, vagy egy-két elem átlagon felüli befolyással bír a többi elemre, annak következménye lehet egy magas rendszerszintű kockázat. A Szoftver és IT szolgáltatások szegmens átalakult az elmúlt másfél évtizedben. Korábban magabiztosan a szektor

húzóerejének számító cégek háttérbe sorolódtak, míg új, vagy már meglévő cégek új szolgáltatása vagy terméke miatt a szegmensben jelentős befolyásra tettek szert (lásd később).

Fontos cél, hogy a legfrissebb információkat, változásokat hamarabb ki lehessen szűrni pusztán a piaci mutatókból, mint egyéb nem piaci alapú számításokkal. A Granger kauzalitási tesztek rámutatnak olyan aszimmetriákra, melyben egyes vállalatok nagyobb hatással vannak a szegmens egyéb tagjaira, mint fordítva. Ez az aszimmetria erősen szignifikáns lesz a 2007-2009-es pénzügyi válság előtt, ami megnöveli a lehetőségét, hogy ezek a nagyhatású vállalatok példa nélküli, magas rendszerszintű kockázatok indikátorai legyenek. Ez a minta azt sugallja, hogy érdemes odafigyelni a nagy súllyal rendelkező okozati kapcsolatokra és ezek számának növekedésére, vagy egy csomópontban való koncentrálódására, mivel ezek a vállalatok inkább lehetnek piaci ingadozások, lavinák, esetleg összeomlások elindítói, mint a másokra kisebb hatást gyakorló, vagy szignifikánsan különálló elemek. (Billio et al., 2011)

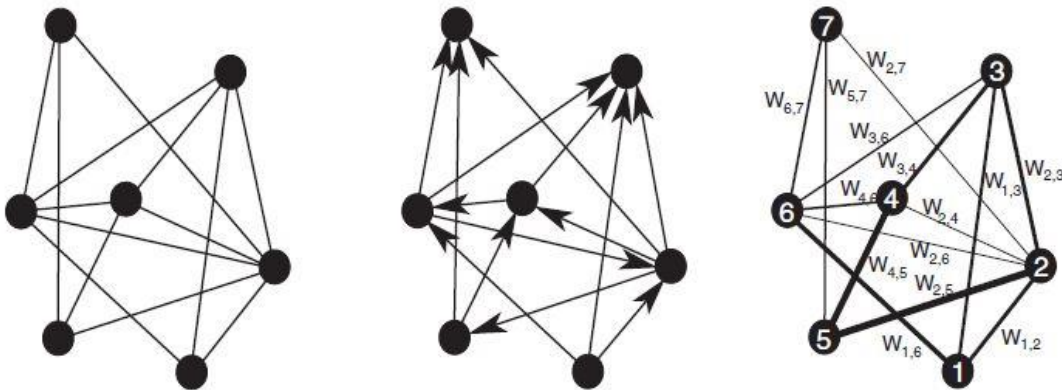
Spencer Ante a businessweek.com oldalon 2008-ban publikált cikkében elmondta, hogy a 2008-as év őszén bekövetkező pénzügyi válság előtt a technológiával foglalkozó cégek védve érezhették magukat a válságoktól. A nehezen megrengethető szektor azonban ekkor a többi pénzügyekkel foglalkozó céggel együtt, ugyanúgy elindult a lejtőn. Spencer Ante akkor megjósolta, hogy ennek rövid és hosszú távú következményei is lesznek. Rövid távú következménye először is, hogy a technológia piaca beszűkült. A 2007-es American Bank and Financial Insights szerint a pénzügyi cégek akkor az IT szektor bevételeinek 18%-át tették ki. Amikor pedig Amerika 5 legnagyobb befektetési bankjából 3 megszűnt, a piac beszűkült. A pénzügyi szektor mindig is befektetett a technológiai szektor vállalataiba. A bankok, befektetési cégek, maga a Wall Street mindig is támogatta az új kutatásokat, az új vállalkozásokat, találmányokat. Hosszú távú következménye a 2007-es válságnak talán még erősebb problémát sejtetett. Az USA, mint a technológiai innováció kiemelkedő alakja nem tudta már a régi mértékben folytatni a technológiai szektorba való befektetéseket, csökkentek, megszűntek a megrendelések. (Ante, 2008) A 2010-es Euró válság még a 2008-as amerikai bankokat érintő válságnál is nagyobb és kiterjedtebb volt. (Eichler, 2011)

Az 1. fejezet folytatásában az elemzésekhez szükséges elméleti és gyakorlati ismeretekkel foglalkozom, a 2. fejezetben az felhasznált adatokat és modellt ismertetem, a 3. fejezetben az eredményeket írom le, a 4. fejezetben összegzek és további kutatási céljaimat foglalom össze.

1.1. GRÁFELMÉLETI HÁTTÉR

1.1.1. definíciók és jelölések

A gráfelmélet egy természetes keretrendszert ad a komplex hálózatok pontos matematikai kezelésére, továbbá a komplex hálózatokat láttathatjuk gráfként (a gráfelmélet alapjainak leírásánál a (West, 1995; Harary, 1995; Bollobás, 1998; Bollobás, 2001;) cikkekre hivatkozunk). Az irányítatlan (irányított) gráf $G = (N, L)$ két sorozatból áll, N -ből és L -ből, úgy hogy $N \neq \emptyset$ és L az N rendezett (rendezetlen) elempárjaiból áll. N elemei $N \equiv \{n_1, n_2, \dots, n_N\}$ a csomópontjai (vagy csúcsai, vagy pontjai) a G gráfnak, míg L elemei $L \equiv \{l_1, l_2, \dots, l_k\}$ a linkek (vagy élek, vagy vonalak). N elemszámát N -nel, L elemszámát K -val jelöljük. A következőkben a gráfot $G(N, K) = (N, L)$ -ként definiáljuk, vagy csak egyszerűen $G(N, K)$ vagy $G_{N,K}$, ha hangsúlyozni szükséges a csúcspontok számát. Egy csúcspontot általában az N -ben elfoglalt indexével, vagyis i -vel jelöljük. Egy irányítatlan gráfban az éleket a csúcspontokkal, i és j csúcspontok kapcsolataként fejezzük ki, (i, j) -vel vagy l_{ij} -vel jelöljük. Az él azt fejezi ki, hogy i és j csomópontok és az él (i, j) vég-csomópontjai. Éllel összekötött két csomópontot határos vagy szomszédos csomópontoknak hívjuk. Egy irányított gráfban a csomópontok felsorolási sorrendje fontos: l_{ij} egy i -ből j -be tartó élt jelent, és $l_{ij} \neq l_{ji}$.



1. ábra: Irányított gráfok.

Az 1. ábrán egy irányítatlan gráf, a másodikon egy irányított gráf, a harmadikon egy súlyozott irányított gráf látható. $N=7$ csomópont és $K=14$ él. Az irányított gráfban a csúcspontok nyíllal vannak összekötve, mely a hivatkozás irányát jelzi. A súlyozott gráfban a súlyok értéke $w_{i,j}$ a kapcsolatok súlyát jelzi, ezen felül az élek vastagsága is ezt ábrázolja.

Megjegyezzük, hogy az ábrákon nem található hurok, azaz saját magára mutató él, sem többszörös él. Az ezekkel rendelkező gráfokat multigráfoknak nevezzük.

Forrás: (Bollobás, 1998; West, 1995)

A gráf általános leírása, hogy jelöljük pontokkal a csúcspontokat és kössük össze őket vonallal, ha a két csúcspont között kapcsolat áll fent. Hogy miképp vannak ezek a pontok és vonalak meghúzva, nem releváns, ami igazán számít, hogy mely csomópontok vannak összekötve és melyek nem.

Egy N nagyságú G gráf éleinek száma legalább $K = 0$ és legfeljebb $N(N - 1)/2$ (az összes csomópont párosításakor). G -t *ritkának* hívjuk, ha $K \ll N^2$ és *sűrűnek* hívjuk, ha $K = \mathcal{O}(N^2)$.

A $G = (N, L)$ gráf *részgráfja* $G' = (N', L')$ olyan gráf, hogy $N' \subseteq N$ és $L' \subseteq L$. Ha G' tartalmaz minden olyan G -beli kapcsolatot, ami összeköt két csúcspontot N' -ben, akkor G' -t az N' által indukált *részgráfnak* nevezzük, jelölése: $G' = G[N']$. Egy részgráfot *maximálisnak* hívunk egy adott tulajdonságra nézve, ha nem bővíthető tovább a gráf a tulajdonság elvesztése nélkül. Egy adott i csúcspont szomszédjainak részgráfját G_i -vel jelöljük. G_i egy N_i által indukált részgráf, a csomópontok halmaza szomszédos i -vel, azaz $G_i = G[N_i]$.

A gráfelmélet egy központi fogalma, az elérhetőség két különböző gráf csúcspont között. Valójában, ha két csúcspont, amelyek nem szomszédosak, még is elérhetőek lehetnek egymás számára. Az i csúcsból a j csúcsba tartó séta egy alternatív megközelítés csúcsokon és éleken keresztül, ami i csúcsnál kezdődik és j csúcsig tart. A séta hossza az útvonalban lévő élek száma. A séta pályáján élek nem ismétlődnek. A séta útvonalán egy csúcsot csak egyszer érinthetünk. Két csúcspont közötti minimális távolságot *legrövidebb útként* vagy *geodéziaként* ismerjük. A *ciklus* egy zárt séta, amely legalább három csúcspontot érint, úgy hogy az élek nem ismétlődnek. A ciklus hossza k , amelyet hívnak k -ciklusnak is és C_k -val jelöljük. C_3 egy háromszög ($C_3 = K_3$), C_4 egy négyszög, C_5 egy ötszög és így tovább. Egy gráf összefüggő, ha bármely két i és j csúcspontok között van, egyébként azt mondjuk nem összefüggő.

Gyakran hasznos lehet a gráfot mátrixszal ábrázolni. Egy $G = (N, L)$ gráfot teljesen le tudunk írni egy szomszédsági (vagy kapcsolati) A mátrixszal. $N \times N$ -es négyzetes mátrix, melynek elemei a_{ij} ($i, j = 1, \dots, N$) egyenlőek 1-gyel, ha az l_{ij} kapcsolat létezik és egyenlők 0-val, ha nem. Ez tehát egy szimmetrikus mátrix irányítatlan gráfokhoz. Egy másik lehetőség egy B előfordulási mátrix használata. Az $N \times K$ méretű mátrix, melynek elemeire $b_{ik} = 1$, ha i csomópontnál előfordul l_k link és $b_{ik} = 0$ különben (további részletes leíráshoz lásd Boccaletti et al., 2006).

1.1.2. csomópont fokszáma, fokszám eloszlás és korrekció

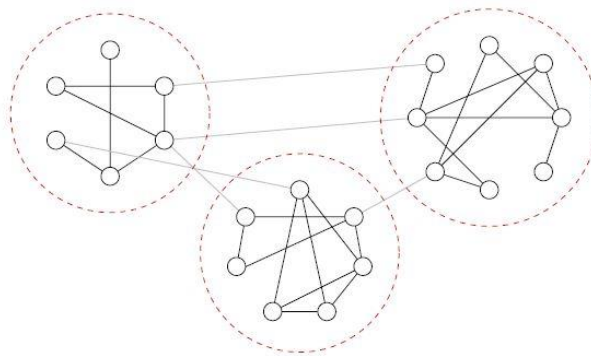
Az i csomópont k_i (kapcsolati) fokszáma a csomópontra illeszkedő élek száma, és az A szomszédsági mátrix alapján a következőképpen definiáljuk: $k_i = \sum_{j \in N} a_{ij}$.

Ha a gráf irányított, akkor a fokszámnak két komponense van: a kimenő linkek száma $k_i^{ki} = \sum_j a_{ij}$ (a csúcsból kimenő élek száma), és a bejövő linkek száma $k_i^{be} = \sum_j a_{ji}$ (a csúcsba bemenő élek száma). Ezek alapján a csúcs összfokszámát a következőképp definiáljuk: $k_i = k_i^{ki} + k_i^{be}$. Egy gráf csúcs fokainak listáját *fokszám sorozatnak* nevezzük.

A legalapvetőbb topologikus jellemzése a G gráfnak a fokszám eloszlás $P(k)$, ami definíció szerint annak a valószínűsége, hogy egy véletlenül választott pont k vagy ezzel egyenértékűen, hogy a gráf csúcspontjainak hányad részének a fokszáma k . Amennyiben irányított hálózatot vizsgálunk, két eloszlást kell definiálnunk, $P(k^{be})$ és $P(k^{ki})$. A fokszám eloszlás teljesen meghatározza egy korrelálatlan hálózat statisztikai tulajdonságait. Azonban sok nagy valós hálózat korrelált az értelemben, hogy a valószínűsége annak, hogy egy k fokszámú csúcspont kapcsolódjon egy k' fokszámú csúcsponthoz, k értékétől függ. (Boccaletti et al., 2006)

1.1.3. közösségi struktúrák

A közösség fogalmát és az első hálózatos formalizációját először a társadalomtudományokban javasolták. (Wasserman–Faust, 1994) Adott egy $G = (N, L)$ gráf, a közösség (vagy klaszter, vagy összetartó alcsoport) egy $G' = (N', L')$ részgráf, melynek csúcsai szorosan összefüggenek, azaz egy sűrű részgráfot alkotnak, ugyanakkor a gráf többi pontjához kevés éllel kötődnek. Mivel G csúcspontjainak szerkezeti egysége többféleképpen számszerűsíthető, ezért többféle definíciója van a közösségi struktúrának is.



2. ábra: A közösségek definiálása

A közösségeket definiálhatjuk csúcspontok csoportjaiként is, aszerint, hogy nagyobb a sűrűség a csoportokon belül, mint a közösségeket alkotó részgráfok között. Az ábrán szaggatott körökkel jelölt a három közösség.

Forrás: (Newman–Girvan, 2004)

A legerősebb definíció megköveteli, hogy a közösség minden tagjának legyen párja a közösségből. Ez a követelmény adja a klikkek definícióját. A *klikk* egy olyan maximálisan teljes részgráf, mely három vagy több csomópontból áll, azaz mindegyik kapcsolatban áll mindegyikkel és egyetlen más csomópont sem létezik, amelyik mindegyik csomóponttal szomszédos volna a klikkből. Ez a definíció kibővíthető a szomszédsági követelmény gyengítésével az elérhetőségi követelményekre: *n-klikk*, az a maximális részgráf, amelyben a legnagyobb geodéziai távolsága két csúcspont között nem nagyobb, mint n .

Egy másik osztály definíció a linkek relatív gyakoriságára alapul. Ebben az esetben a közösségeket csomópontok csoportjaként tekintik, amelyeknek között a kapcsolatok sűrűbbek, és amelyek között a kapcsolatok ritkábbak (Alba, 1973; Flake et al., 2002). A 2. ábrán látható rá példa. Míg a legegyszerűbb hivatalos definíciók már megfogalmazódtak a (Siedman, 1983; Borgatti et al., 1990) referenciákban, egy kevésbé szigorúan vett definíció a következő: G' egy közösség, ha G' -n belüli fokszámok összeg nagyobb, mint a G' -ből kivezető élek száma (Radicchi et al., 2004). Az itt bemutatott definíciók, nem az egyetlen lehetséges választások. Számos más definíció létezik, mely néhány esetben még relevánsabb lehet, megtalálható például Wasserman–Faust (1994) munkájában.

1.2. PAGERANK ÉS HITS

Számos valós probléma reprezentálható irányított gráffal, ahol az irányítás legtöbb esetben egy adott pont egy másikra vett valamilyen hatását/eredményét mutatja meg. Gondoljunk

itt például a WWW-re mint komplex hálózat, ahol a pontok weblapokat, míg az irányított élek a köztük lévő hiperlinkeket reprezentálják; egy másik szemléletes példa sportok esetén a csapatok/játékosok és a lejátszott meccsek eredményét leíró gráf. Amennyiben hozzá tudunk rendelni egy adott rendszerhez egy gráfot, akkor a rendszer entitásainak rangsorolása a gráf pontjainak értékelésére vezetődik vissza.

A legegyszerűbb heurisztika, hogy hogyan rangsoroljuk egy gráf pontjait az, hogy nézzük meg hány bemenő éle van (az említett példákon illusztrálva, ez azt jelenti, hogy annál értékesebb egy honlap, minél több link mutat rá, illetve annál erősebb egy csapat/sportoló, minél több meccset nyert meg). Legalább két probléma akad ezzel a megközelítéssel. Az első probléma, hogy nem tud különbséget tenni az azonos befutó él számú csomópontok között. A második probléma, hogy nem veszi figyelembe, hogy mennyire fontosak (vagy milyen ranggal bíróak) azok a csomópontok, ahonnan a befutó élek származnak.

A PageRank módszer (Brin–Page, 1998) kiterjeszti a bejövő élek koncepcióját, azáltal, hogy nem minden bejövő élt tekint ugyanolyan fontosságúnak. Például egy sportverseny esetén nem ugyanolyan fontosságú egy magas rangú, erős ellenfél ellen győzünk, vagy egy kis rangú, gyenge ellenfél ellen; egy weboldal hivatkozásának nem ugyanolyan a hatása, ha a Google vagy a Yahoo irányából jön, mintha egy más, kevésbé jelentős weblapból jönne. Általánosan elmondható, hogy a bejövő linkek egy magas rangú csomópontból fontosabbak, mint egy kis rangú, kevés bejövő éllel rendelkező csomópontból. Ezt a felvetést alapul véve, a csomópontok rangszámait iteratíván a következő képlet alapján számoljuk:

$$PR(i) = (1 - \lambda) \frac{1}{n} + \lambda \sum_{j:j \rightarrow i} \frac{PR(j)}{k_j^{out}},$$

ahol $\lambda \in [0,1]$ egy szabad paraméter, ami általában 0.6 és 0.8 között van. A második kifejezés egyszerűen azt fejezi ki, hogy minden i csomópont rangját az alapján számoljuk, hogy hogy a rá mutató linkekkel rendelkező csomópontoknak milyen a rangja, míg az első kifejezés garantálja, hogy PR pontszámok konvergálni fognak, amint az iteráció szám nő.

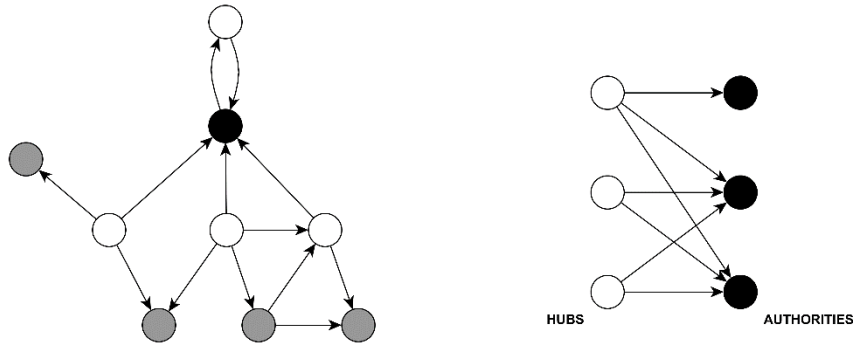
Egy weboldal esetében más mérési módszerre lehet szükség. Míg a PageRank az egész gráfra kiszámolja a PageRank pontszámokat, addig a Kleinberg által kitalált HITS algoritmus (Kleinberg, 1999) (Hyperlink Induced Topic Search) próbál különbséget tenni az úgynevezett „hubok” (központok) és a „authority-k” (autoritások) között a releváns oldalak részgráfjában, ahol egy csomópont hub pontszámai és autoritások pontszámai egymásból számíthatódnak rekurzívan. Egy jó hub egy olyan csomópont, mely sok autoritást

összeköt, ugyanakkor egy jó hatáság egy olyan csomópont, melynek a jó középpontból vannak beérkező linkjei. Matematikailag a középpont és a hatáság pontjai rekurzívan a következőképpen számítható

$$H(i) = \sum_{j:i \rightarrow j} A(j),$$

$$A(i) = \sum_{j:j \rightarrow i} H(j),$$

és a pontszámok konvergálni fognak egy tetszőlegesen választott kezdő csomópont pontszámától. A képletekben A a hatáságot (authority) jelenti, H a középpontokat (hub).



3. ábra: PageRank és HITS

A baloldalon a csúcsokat a PageRank értékük alapján színeztük. A fekete csúcs értékeit a fehérekből számítjuk rekurzívan. A jobboldali ábrán pedig a sok kiinduló éllel rendelkező csúcspontokat hub-okként definiáljuk, értékük a belőlük kiinduló élek száma, a feketék, pedig a sok - hubokból kiinduló - bemenő éllel rendelkező authority-k.

1.3. GRANGER KAUZALITÁS

A Granger kauzalitás két idősor közötti okozati összefüggés meglétét mérő módszer, melyet Clive W. J. Granger (1969) fejlesztett ki. A Granger kauzalitás kiszámításához X és Y idősorra, vagyis, hogy X Granger-okozza Y -t, Y predikciós pontossága lesz kiszámítva. Majd az Y idősorhoz hozzáadjuk X idősort és amennyiben az új sorozat, $X + Y$ pontosabb előrejelzést ad, mint Y magában, akkor azt mondhatjuk, hogy X Granger-okozza Y -et. A predikciós pontosságot az Y idősor hibájának varianciájából számoljuk, általában az F statisztikán keresztül, ahogy összehasonlítjuk az új adatsorral az $X + Y$ -nal,

$$F_{X \rightarrow Y} = \ln \left(\frac{\text{var}(Y)}{\text{var}(X \rightarrow Y)} \right),$$

ahol X és Y adatsorok, $\text{var}(Y)$ az Y hibájának varianciája és $\text{var}(X \rightarrow Y)$ az $X + Y$ adatsor hibájának varianciája. (Hesse et al., 2003)

Meg kell jegyezni, hogy a Granger kauzalitás, nem abszolút ok-okozati összefüggés. Számtalan tényező befolyásolhatja a predikciós hiba javulását; úgy, hogy az Y -nak nincs egyébként hatása rá az adott esetben. Ugyanakkor az erős Granger kauzalitás a korreláció meglétére utal nagy valószínűséggel, a két idősor között (Hesse et al., 2003; Lion–Guy, 2005; Sorenson–Brent, 2005; Gottesman, 2009).

A Granger kauzalitás azt méri, hogy X idősor mintázatai megismétlődnek-e Y -ban és vajon ez segíti-e megjósolni Y -t. „ X Granger-okozza Y -t” járhat valódi okozati összefüggéssel, de ne lehetünk benne biztosak. Megjegyezzük, hogy az „ X nem Granger-okozza Y -t” eredménnyel sem lehetünk teljesen biztosak, hogy „ X nem okozza-e Y -t” okozati összefüggés fennáll-e. Ennek eldöntésére több kifinomultabb eszköz is létezik az ökonometriában, melyek tárgyalása nem tartozik ezen dolgozat keretei közé.

A Granger kauzalitás alap koncepciója:

1. Ki kell dolgozni egy autoregresszív modellt, benne függő változóval és egy késleltetett értékekkel rendelkező független változóval.
2. Ki kell dolgozni egy teszt-eset modellt úgy, hogy hozzáadunk egy másik késleltetett független változót, amit tesztelni szeretnénk.
3. Számítsuk ki a reziduális hiba négyzetét a két modellre és futassunk egy F -próbát vagy kétmintás t -próbát, hogy megvizsgáljuk, hogy a reziduumok alacsonyabbak-e a második változó hozzáadása után.
4. Ugyanezt a három lépést (1-2-3. lépés) megismétljük újból, de most a másik irányba, felcseréljük a független és független változókat. A tesztek szignifikancia szintjéből következtethetjük, hogy „ X Granger-okozza Y -t” és/vagy „ Y Granger-okozza X -et”. Amennyiben az adott szignifikancia szinten elfogadjuk a $\mathcal{H}_0$ hipotézist vagyis, hogy a Granger okozati kapcsolat fennáll a két változó között. (Lion, 2005)

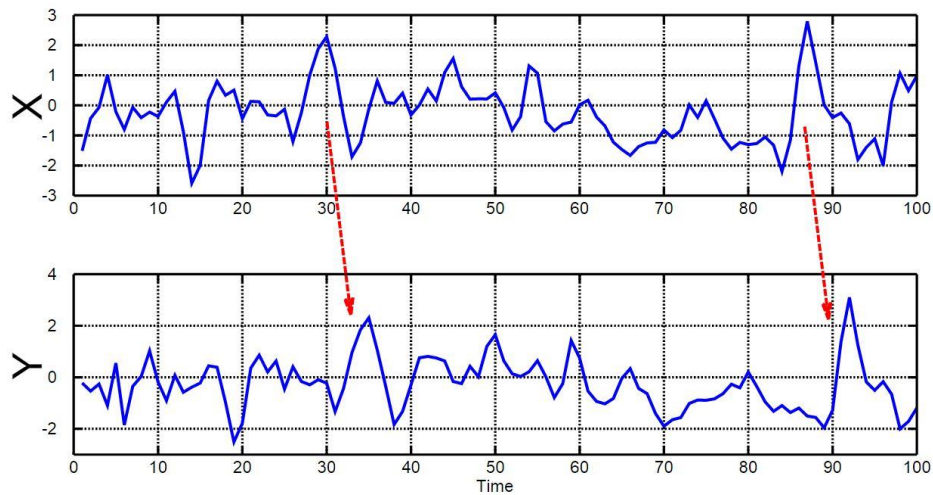
2. ADATOK, IDŐSOROK ÉS A MODELL

Ebben a dolgozatban 215 a Dow-Jones U.S Software & Computer Services Indexben szereplő adatsort vizsgálom a napi záró adatokat felhasználva, 2000.01.01-től 2013.12.31-ig.

A Granger kauzalitás teszt elvégzéséhez az adatsorok logaritmikus értékével számolok, minden i indexre a következőképpen: $r_i(t) = \ln P_i(t) - \ln P_i(t - 1)$, ahol $P_i(t)$ a t napon lévő i index napi záró ára. Miután ezt elvégeztük és megkaptuk a simított adatsorokat, páronként elvégeztük a Granger tesztet. A dolgozat célja, hogy világszintű gazdasági válságok jeleit megtaláljam egy nem globális mértékű vizsgálat során is, egy szegmensben belül. Mint a bevezetőben leírtam, a gazdasági válságokat megelőzi egy olyan centralizálódás, aszimmetria, mely nagyobb válságok kiinduló pontja lehet. Ez az aszimmetria nem feltétlen válságindukáló pont, és egyébként is elkerülhetetlen, hogy egyes vállalatok kiemelkedjenek, a kapcsolatok megléte is előnyös megállapodások jelei, de a pénzügyi szektorban jelentős kockázati tényezőt jelent, ha egy-egy nagyobb csomóponttól függ a rendszer működése. Egy nem kiegyensúlyozott rendszerben egy-egy ilyen csomóponttól való függés magával hozhatja, hogy amennyiben egy ilyen domináns elemnél valamilyen gond van (likviditási problémák, fizetéseképtelenség, veszteség), az kihat az összes kapcsolatra. Ezt az asszimmetriát fogom keresni a már ismert nagyobb válságoknál is, az elmúlt 14 év adataiban. A 2008-as Bear Stearns és Lehman Brothers bukás, a 2008-as American International Group kormányzati átvétele, a 2010. május 6-i „Flash Crash” és a 2011-2012-es európai adósságválság jeleit keresem elsősorban, de amennyiben találok más mintázatot, megnézem, hogy a szegmensre összpontosult válság történt-e.

Mivel egy folyamatosan változó szegmenst vizsgálom (új termékek, szoftverek, megállapodások, kapcsolatok rövid idő alatt), túl hosszú adatsorok vizsgálatával előfordulhat, hogy a Granger kauzalitás működéséből adódóan, részleges együtt mozgásokat nem venne figyelembe és egymástól függetlennek értékelt adatsorok ok-okozati összefüggései maradnának ki. Ezért a részvényárfolyamok idősorait ΔT időpontokat határozok meg és ezzel vizsgálom végig az adatsorokat. Az eredeti tervben $\Delta T = 3, 6, 12, 24, 60$ hónap időszakok szerepeltek, de az adatokat feldolgozó programom futásideje miatt az éves ($\Delta T = 12$ hónap) adatok vizsgálata készült el. A (Song et al., 2011)-ben vizsgált idősorokkal ellentétben az általam vizsgált idősorok nem mind fedik le a kijelölt 2000.01.01-től 2013.12.31-ig tartó teljes intervallumot. Például a Facebook Inc. Cl A csak 2013-ban lépett ki a tőzsdére. A tört adatokból származó Granger kauzalitás félrevezethetné a teljes

képet és ezzel a következtetéseket (például 2 napi adatból éves Granger kauzalitást mér-nénk), ezért a vizsgált T időpontban csak akkor vizsgálók



4. ábra: Granger kauzalitás sematikus ábrázolása.

A képen azt láthatjuk, hogy amikor a Granger kauzalitás elfogadta a hipotézist, miszerint „ X Granger-okozza Y -t”, akkor az idősorokon visszamenőleg megfigyelhető, hogy X min-tázata megismétlődik a Y mintázatában is.

Forrás: (Wikipedia Granger kauzalitás, 2014)



5. ábra: Az Adobe Systems Inc. és a Computer Services Inc. árfolyamgrafikonja a 2011-es európai pénzügyi válság évéből.

Forrás: (Yahoo Finance, 2014)

függőségi viszonyokat az adott két részvény között az $[T - \Delta T, T]$ periódusban, ha mindkettő részvénynek a teljes ΔT időtartamra van adata.

Mit is keres a Granger kauzalitás módszer? Az általam beállított paraméterekkel azt nézi, hogy a vizsgált két idősor között fennáll-e az a $\mathcal{H}_0$ hipotézis, hogy X idősor Granger okozza-e Y idősort, Y idősort 2 napi adattal késleltetve ($\text{lag}=2$) és fordítva. Én nem összegeztem a két linket egygé, hanem mindkét linket ábrázolom majd a gráfokon.

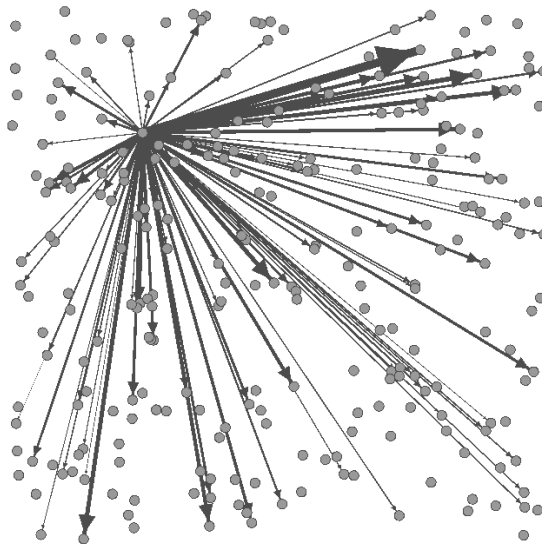
Ez még csak annak a vizsgálatának, hogy a két adatsor között található-e függőségi kapcsolat, melyet én 95%-os szignifikancia szinten fogadok el. Ezen túlmenően viszont számít a kapcsolatok súlya, melyet az F-próba értéke ad. A kapcsolatok súlya azért lényeges, mert egy működő üzleti világban elkerülhetetlen, hogy egyes vállalatok egy-egy eseményre hasonlóan reagáljanak, viszont ha a rendszer csak erős élek tömegéből áll, úgy túl nagy a kiszolgáltatottság a nehezebb pénzügyi időszakokban. Ezt a súlyozott linkekből álló függőségi hálót rajzoltatom ki gráfban, majd erre a gráfra számolok PageRank-ot és HITS-et.

3. EREDMÉNYEK

A 2008-as Bear Stearns és Lehman Brothers bukás, a 2008-as American International Group kormányzati átvétele, a 2010. május 6-i „Flash Crash” és a 2011-2012-es európai adósságválság zajlásának jelei mind megtalálhatóak az adott évek ábráin. Bár a 2010-es „Flash Crash” nem a szokásos piaci hatások váltották ki volt, rávilágított arra, hogy egy nagyobb tételű eladás, a tőzsdei robotokat is megzavarhatja és bizonyos feltételek mellett globális hatássorozat jöhet létre. (A „Flash Crash” napján egy nagyobb eladást a tőzsdei robotok eladási szándékát felerősítette és a lejjebb kerülő árak elindították a hatalmas eladási sorozatot és végül a Dow Jones egy nap alatti 1000 pontos esését és 600 pontos feljövételét indukálta (a robotok amint észrevették az alacsony árakat ismét vásárlásba kezdtek) (Egan, 2014).)

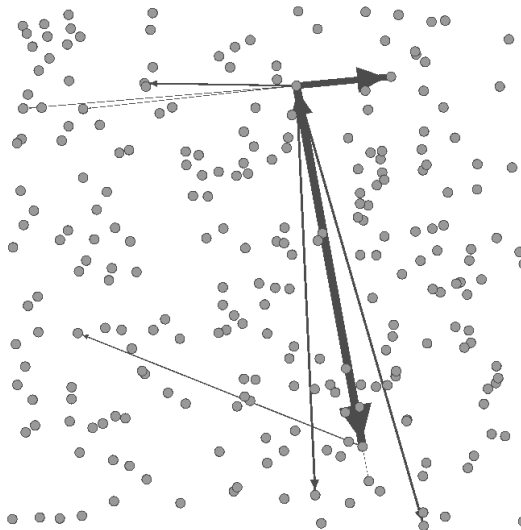
Végeredményben 215 részvény napi záró értékéből készítettem 2000.január.01-től 2013.december.31-ig tartó adatokból elemzéseket. Az ábrákon jól látszanak a nyugodtabb időszakban lévő alacsonyabb szintű kapcsolatok sokasága és válság idején pedig láthatjuk, hogy az aszimmetria felerősödött a gráfban.

A gráfban egy csúcspontból a kimenő él jelzi, amennyiben elfogadtuk a hipotézist, hogy az él kiinduló csomópontja hatással van arra a csomópontra, ahova beérkezik. Súlyozott éleket használunk, aminek a súlya a Granger teszt során használt F -próba F értéke. Az F -próbát 95%-os szignifikancia szinten fogadtuk el.



6. ábra: A 2000-es év Granger-kauzalitásának gráfos modellje.

A 250 csúcspontból csak azok a csúcspontok vannak kirajzolva, melyeknél okozati kapcsolatot találtunk. A könnyebb átláthatóság kedvéért az éleket leszűrtem, így csak a 25-nél nagyobb súlyú éleket láthatjuk.

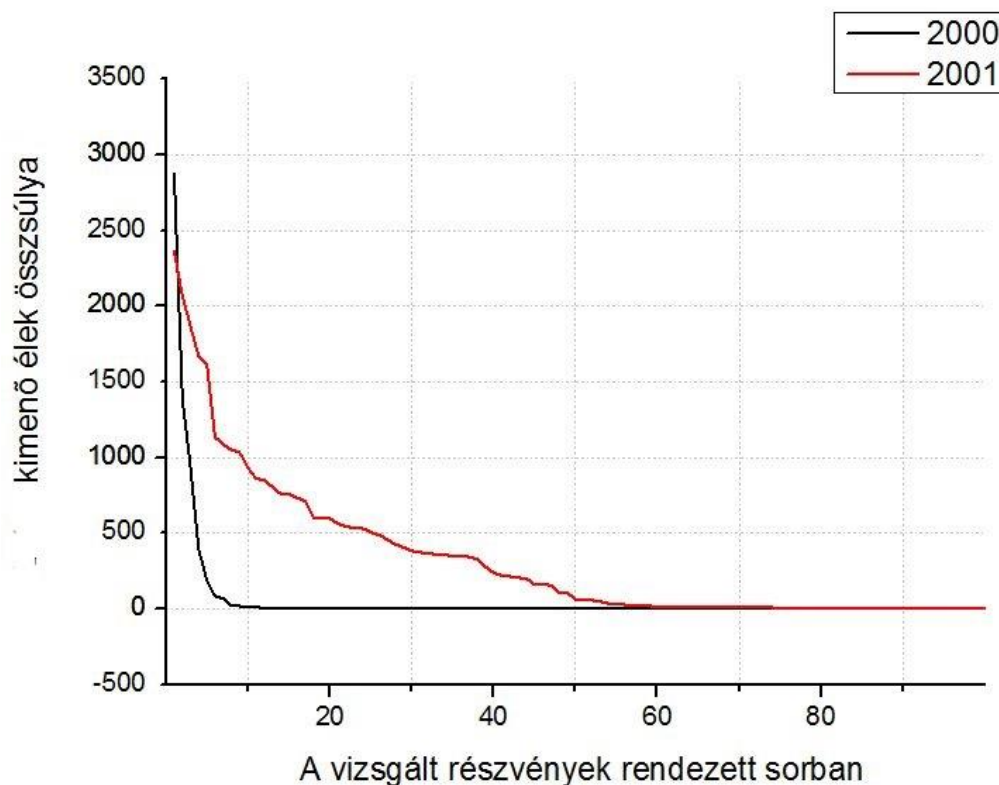


7. ábra: A 2001-es év Granger-kauzalitásának gráfos modellje.

A 250 csúcspontból csak azok a csúcspontok vannak kirajzolva, melyeknél okozati kapcsolatot találtunk. A könnyebb átláthatóság kedvéért az éleket leszűrtem, így csak a 25-nél nagyobb súlyú éleket láthatjuk.

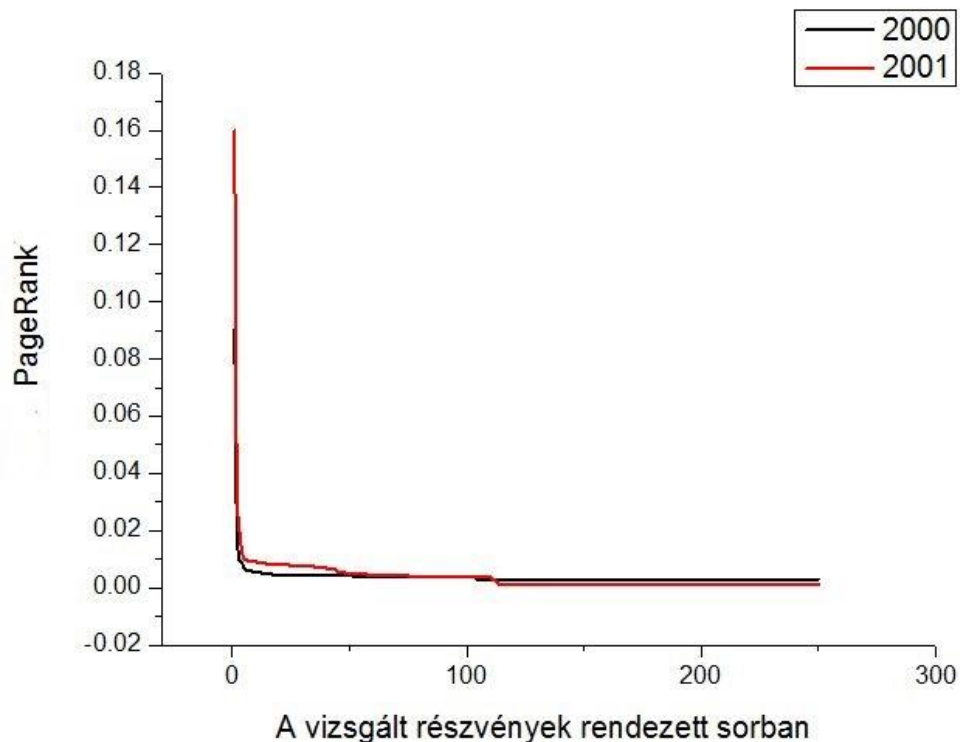
A 2001-es év nem várt eseményeinek a mai napig nem tisztázottak a körülményei. (Hsu, 2013) Az Egyesült Államokban valamilyen oknál fogva az ingatlan árak hirtelen nagyon lecsökkentek és az emberek hitelek felvételét kezdték lakásvásárlás céljából, mert azt úgyis csak 30-40 év alatt kell visszafizetni. A bankok viszont rájöttek, hogy ez nekik annyira nem éri meg és változtattak a hitelfelvétel feltételein. Valószínűleg ez indította el a 2007-2008-as banki válságot is az Egyesült Államokban.

A gráfok jelen esetben nem túl sokatmondóak. A 6-os ábrán és a 7-es ábrán egyelőre azt látjuk, hogy a 25-ös súlynál nagyobb súlyú élekből kevesebb lett 2001-re.



**8. ábra: A kimenő élsúlyösszeg a vizsgált részvények rendezett során ábrázolva.
(2000, 2001)**

Az x-tengelyen a csomópontból kiinduló súlyozott élek összege alapján rendezett csúcs-pontokat találjuk. Az y-tengelyen az x csomópontok kimenő él összsúlyát találjuk.



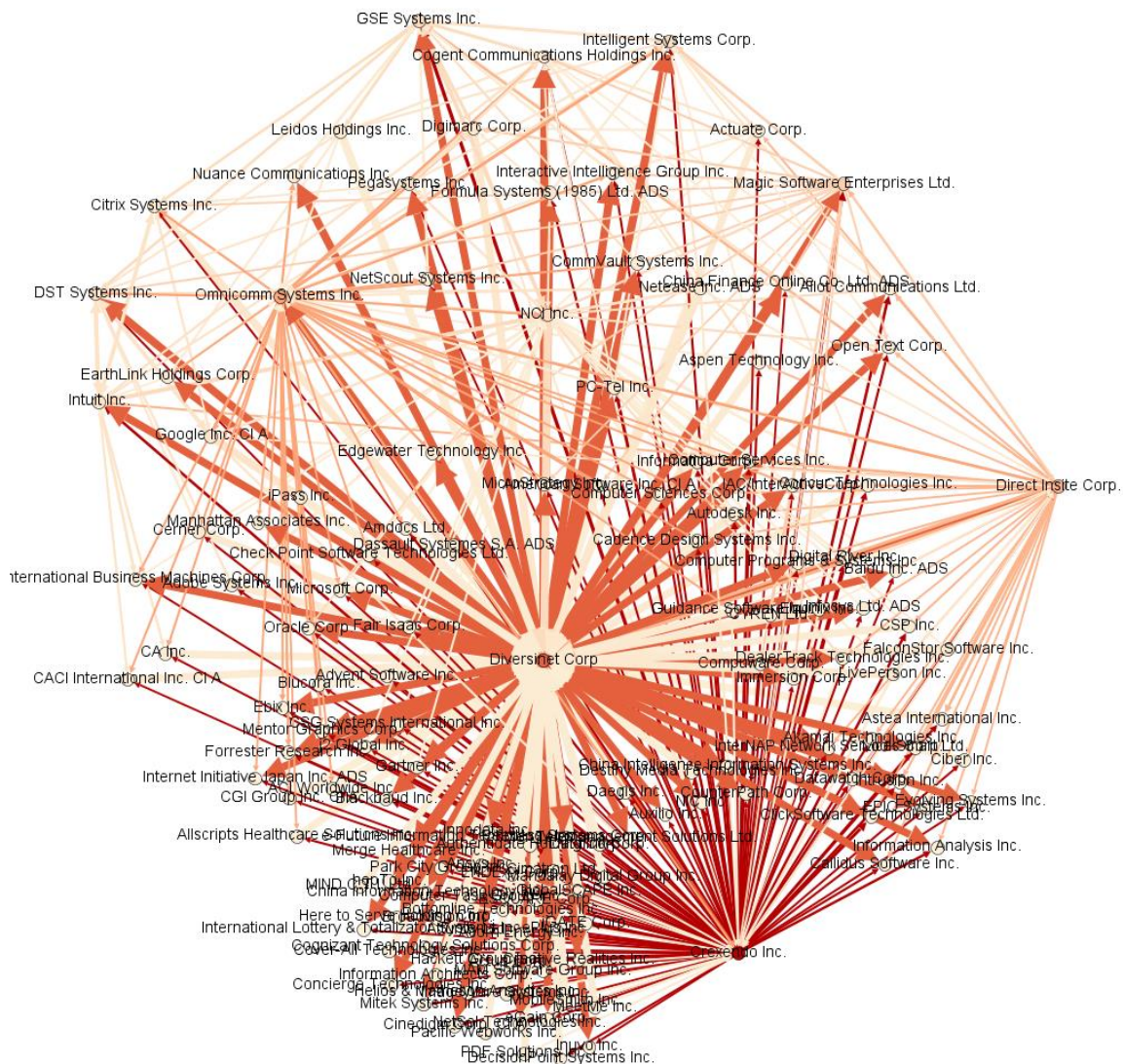
**9. ábra: A részvények PageRank értéke a vizsgált részvények rendezett során
ábrázolva (2000, 2001)**

A 2000-es évben és a 2001-es évben vizsgált adatok alapján. Az x tengelyen a csomópontból kiinduló súlyozott élek összege alapján rendezett csúcspontokat találjuk. Az y tengelyen az x csomópontokhoz tartozó PageRank értékeket láthatjuk.

Már a 8-as ábrán láthatjuk, hogy 2000-ről 2001-re a 2000-ben még aránylag egyenletes eloszlást mutató gráf egy csúcspontra jutó átlagos élsúly összege megnőtt. 2000-ben még 24,438 volt, míg 2001-re ez az érték 130,389 lett. Ahhoz, hogy ezt az értéket ki tudjuk értékelni, látnunk kell a PageRank értékeket is, tehát, hogy ezekkel az élsúly összeggel rendelkező elemek milyen mértékben vannak kapcsolatban a gráf többi szereplőjével. (Lehetne például PageRank érték nélkül arra a következtetésre jutni, hogy itt most mindenkire mindenki 130,389-el hat, ami egy nagyon erős torzulás és rizikófaktor lenne, de lehetne azt is mondani, hogy ez a pár elem pár másik elemre hat jóval átlagon felül, ami felhúzza az átlagot.) A PageRank értékeket mutató 9-es ábra tisztázza ezt a kérdést. Látható, hogy mindkettő esetben (2000-ben és 2001-ben) csak pár elem rendelkezik magas PageRank értékekkel, mely a rendszer asszimmetriáját okozza, de ez a hatás 2000-ről

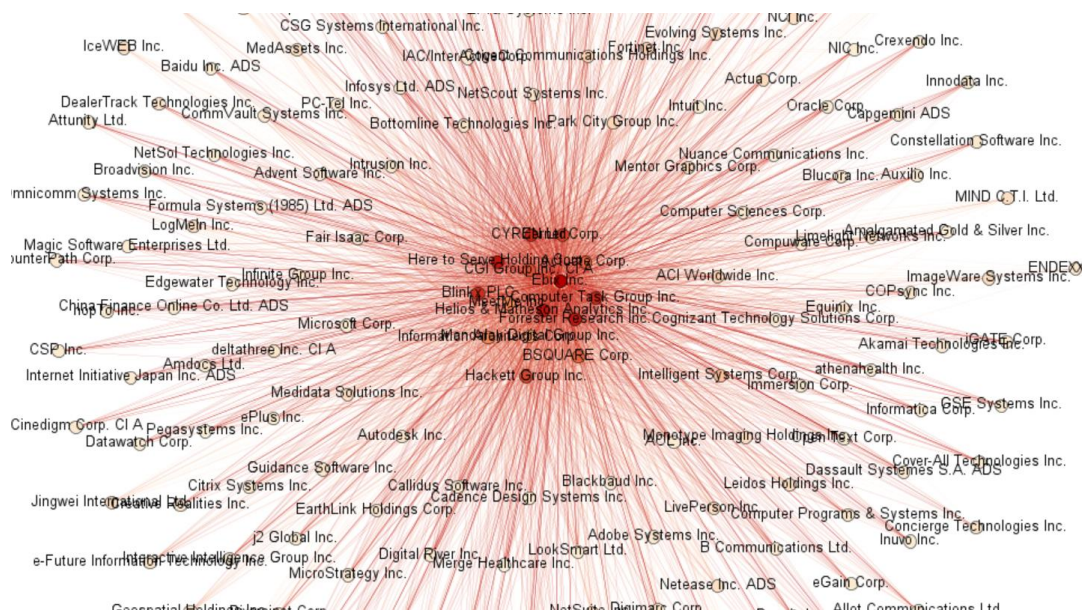
2001-re majdhogynem megduplázódik. A gráf sűrűségi értéke ($\frac{\text{gráf éleinek száma}}{\text{gráf csúcspontjainak száma}}$) is nagyon magas lesz. 2000-ben még csak 0,009, míg 2001-ben ez az érték már 6,068.

A sűrűségi érték, az egy csúcspontra jutó átlagos élsúly összeg és a PageRank értékének változása egyértelműen arra utal, hogy a gráfban egy erős hatással és sok kapcsolattal bíró mag alakult ki, mely megnövelte a gráf asszimmetriáját, ugyanakkor az ilyen szintű asszimetria a már zajló válság jele lehet. A válság hatásfokát azonban megtalálhatjuk az előtte való évek gráfjainak elemzésével. A magas PageRank, HITS, gráfsűrűségi értékek érzékennyé teszi a szereplőket a többi szereplő viselkedésére. Mint a bevezetőben már írtam, az efféle eltolódások a mérési mutatókban mindenképpen elővigyázatosságra intenek. Magas kockázati tényezőt jelenthet egy ilyen rendszer, mert egy esetleges pénzügyileg nehéz időszakban a negatív hatások, finansziális problémák, fizetéseképtelenség, stb. is gyorsabban hat egy ilyen szoros kapcsolatokkal rendelkező hálózatban. Természetesen a félt hatássorozat csak akkor következik be, ha a magas hub értékű, sok kapcsolattal rendelkező magból „sérül” valamelyik elem és az gyorsan, mint a dominó viszi a többi. Ez a hatássorozat pedig ilyenkor vélhetően a „sérült” hub authority szomszédai között és velük kapcsolatban álló magas PageRank értékű csúcsokra lesz először hatással. Ez a hatásmechanizmus pozitív változásokra is érthető, a pénzügyi szektorban vannak kockázatvállaló és kockázatkerülő befektetők. Azonban érdemes elgondolkodni, hogy egy ilyen kiszolgáltatott rendszerhez hogyan is kell viszonyulni.



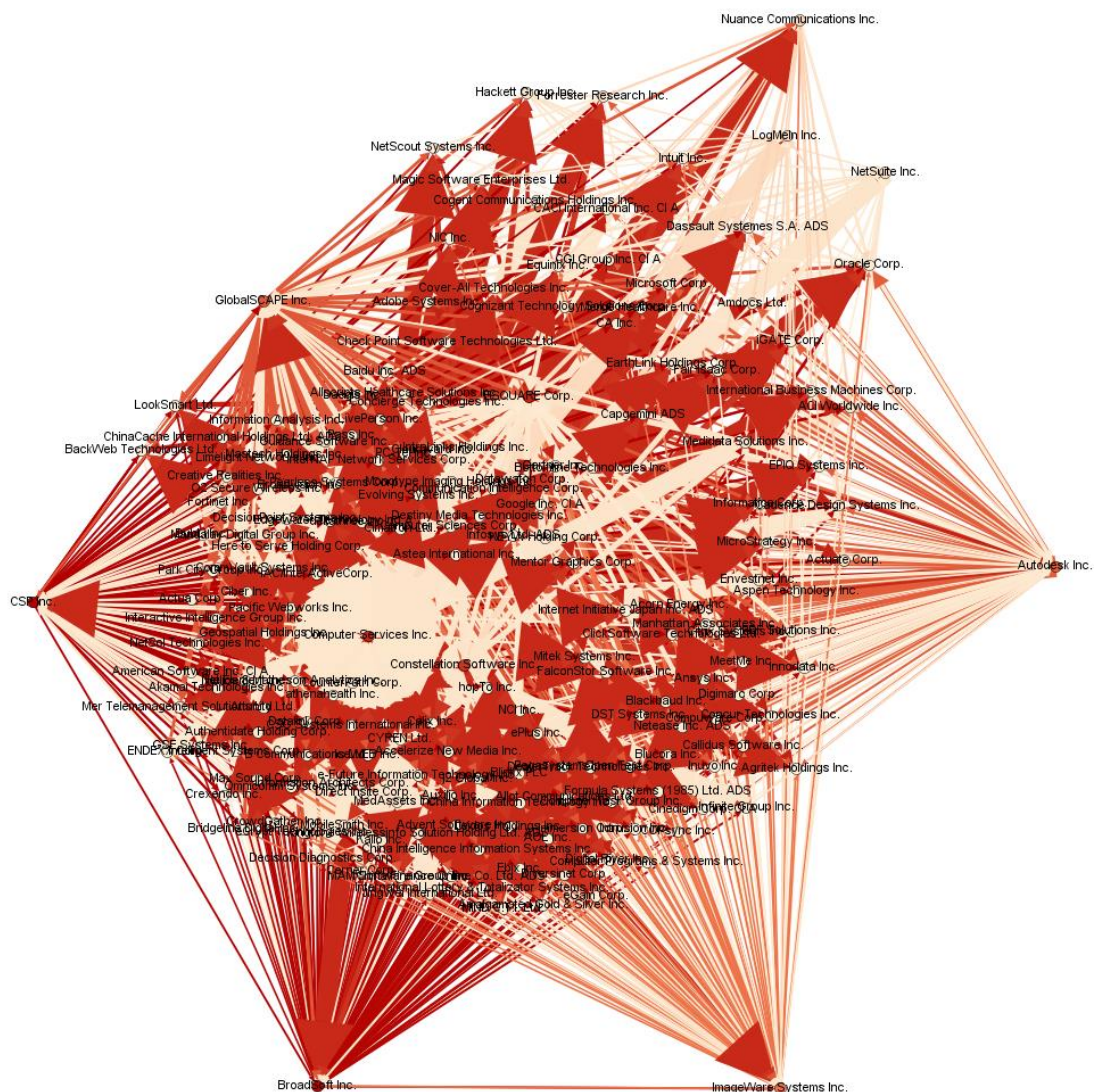
10. ábra: 2007-es év kapcsolati hálójának gráfos ábrázolása

A kép a Gephi 0.8.2-es verziójával készült. Force Atlas 2-es gráf elrendezéssel. A csúcspontok színe a csúcsok kimenő fokszáma szerinti erősségűnek állítottam be, az éleken a nyíl hegynek nagysága az él súlyát mutatják, az él színe annak a csúcsnak a színe, melyből indul.



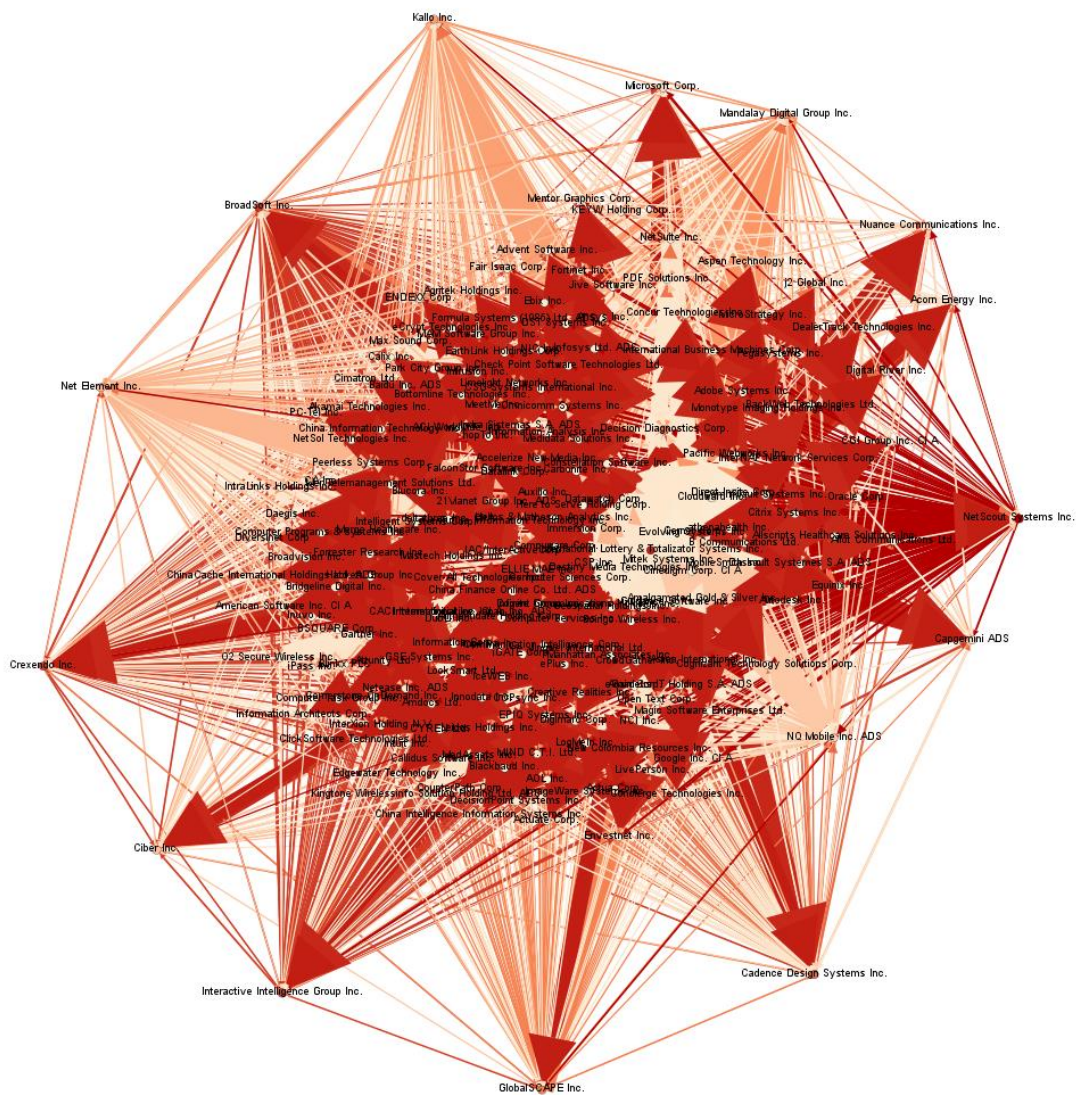
13. ábra: 2010-es év kapcsolati hálójának gráfos ábrázolása

A kép a Gephi 0.8.2-es verziójával készült. A csúcspontok színe a csúcsok kimenő fokszáma szerinti erősségűnek állítottam be, az éleken a nyíl színének erőssége az él súlyát mutatja.



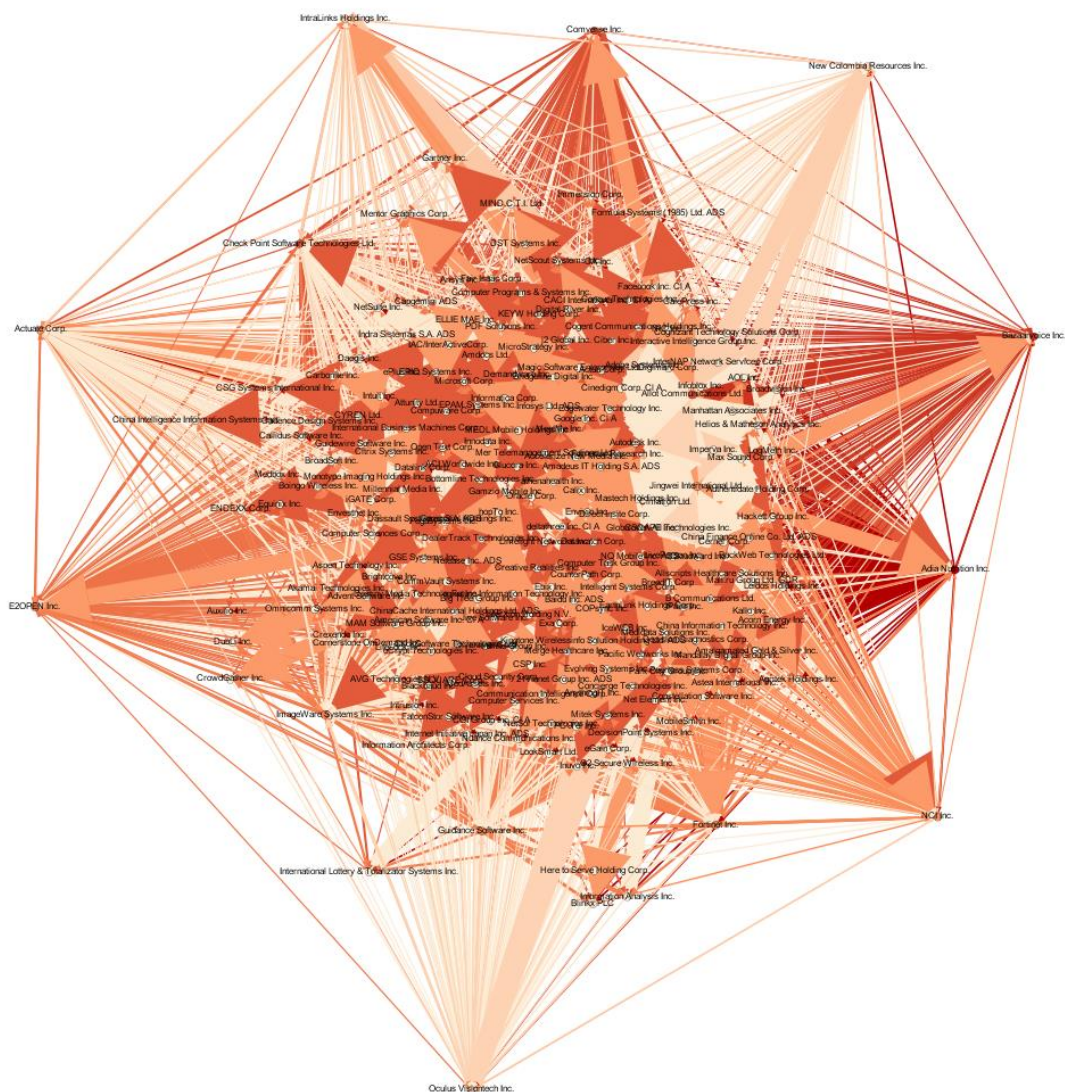
14. ábra: 2011-es év kapcsolati hálójának gráfos ábrázolása

A kép a Gephi 0.8.2-es verziójával készült. Force Atlas 2-es gráf elrendezéssel. A csúcspontok színe a csúcsok kimenő fokszáma szerinti erősségűnek állítottam be, az éleken a nyíl hegyének a nagysága az él súlyát mutatják, az él színe annak a csúcsnak a színe, melyből indul.



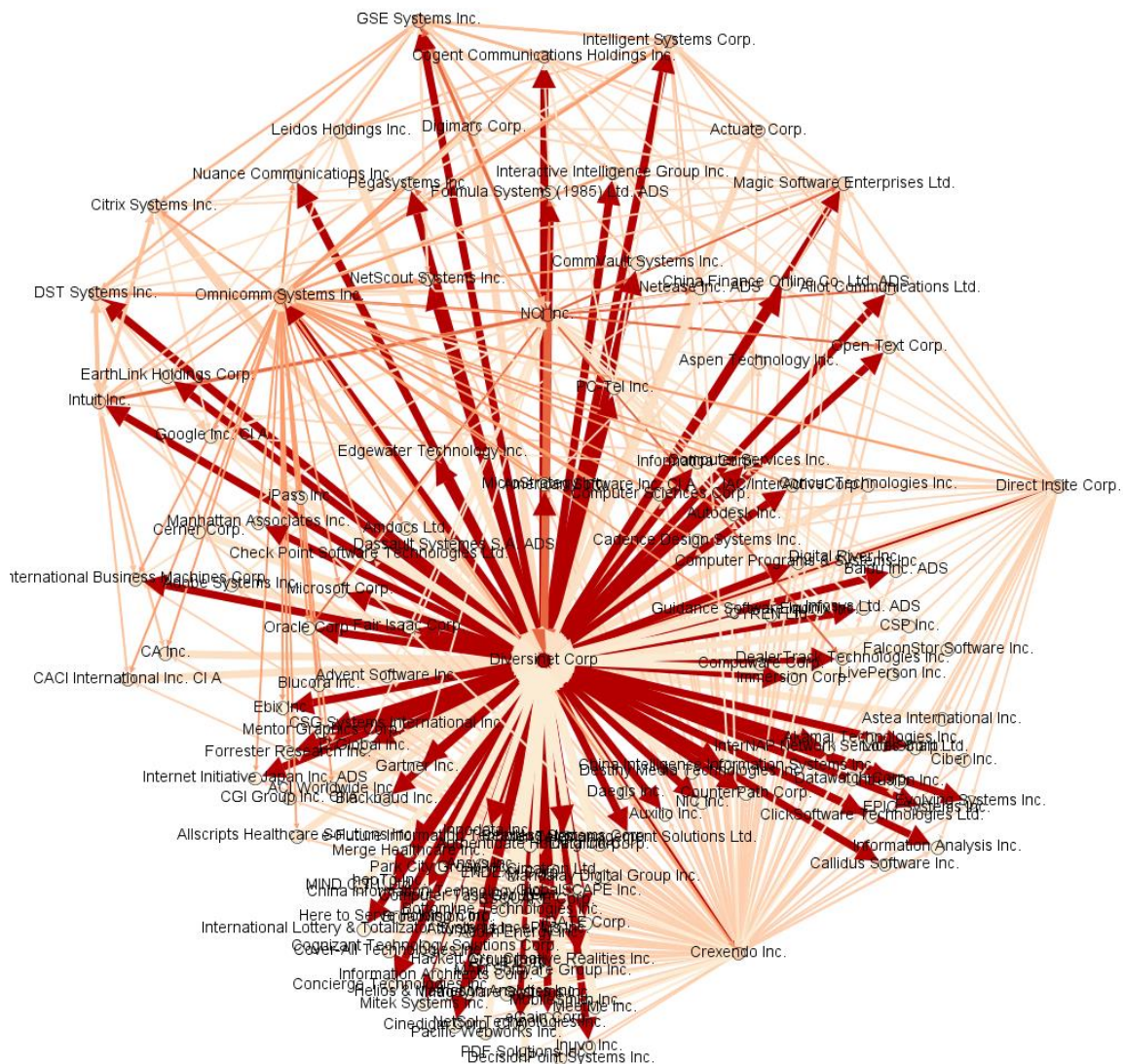
15. ábra: 2012-es év kapcsolati hálójának gráfos ábrázolása

A kép a Gephi 0.8.2-es verziójával készült. Force Atlas 2-es gráf elrendezéssel. A csúcspontok színe a csúcsok kimenő fokszáma szerinti erősségűnek állítottam be, az éleken a nyíl hegyének a nagysága az él súlyát mutatják, az él színe annak a csúcsnak a színe, melyből indul.



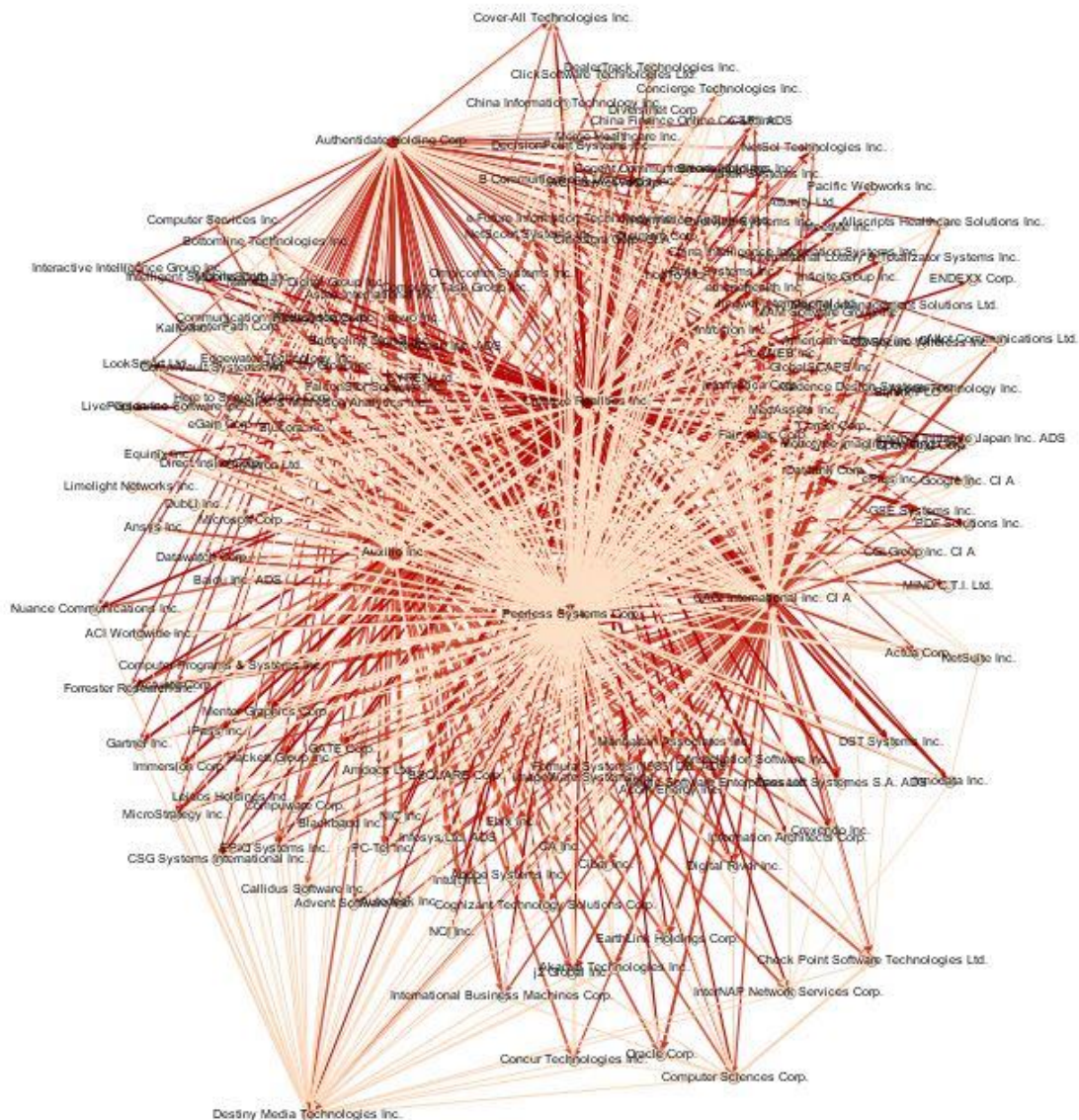
16. ábra: 2013-es év kapcsolati hálójának gráfos ábrázolása

A kép a Gephi 0.8.2-es verziójával készült. Force Atlas 2-es gráf elrendezéssel. A csúcspontok színe a csúcsok kimenő fokszáma szerinti erősségűnek állítottam be, az éleken a nyíl hegyének a nagysága az él súlyát mutatják, az él színe annak a csúcsnak a színe, melyből indul.



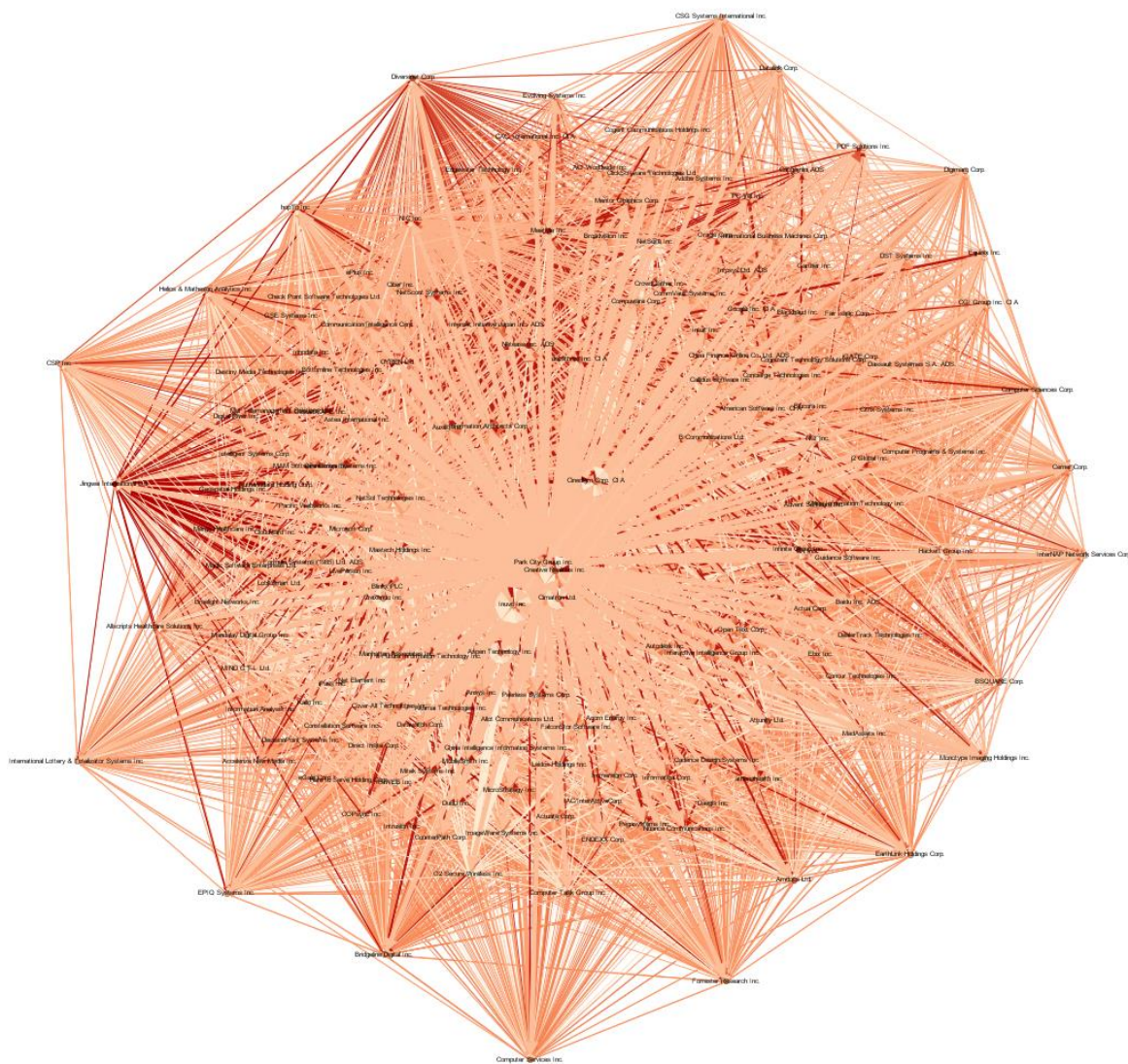
17. ábra. A 2007-es év gráfjának HUB értékei

A gráfon minden csomópont (részvény) és az abból kiinduló irányított él a hub értékeknek megfelelő erősségű pirosra van színezve. Az élek nyílhegyeinek nagysága az él súlyának megfelelő nagyságú és színű. Látható az egy-két központi elem nagy hatása és a sok csomópont mely ismételte a mintázatot (Granger-kauszalitás). Az ilyen jellegű aszimmetria már a zajló válság jele.



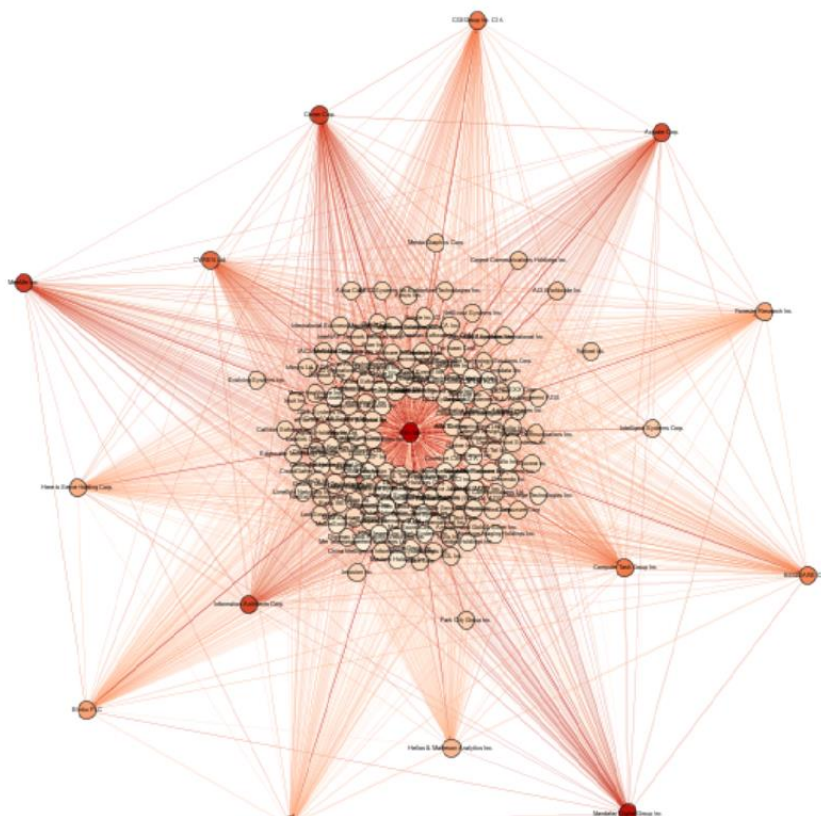
18. ábra: A 2008-es év gráfjának HUBértékei

A gráfon minden csomópont (részvény) és az abból kiinduló irányított él a HUB értékeknek megfelelő erősségű pirosra van színezve. A gráfon minden csomópont (részvény) és az abból kiinduló irányított él a hub értékeknek megfelelő erősségű pirosra van színezve. Az élek nyílhegyeinek nagysága az él súlyának megfelelő nagyságú és színű. Nincs erős aszimmetria, nyugalmi helyzet.



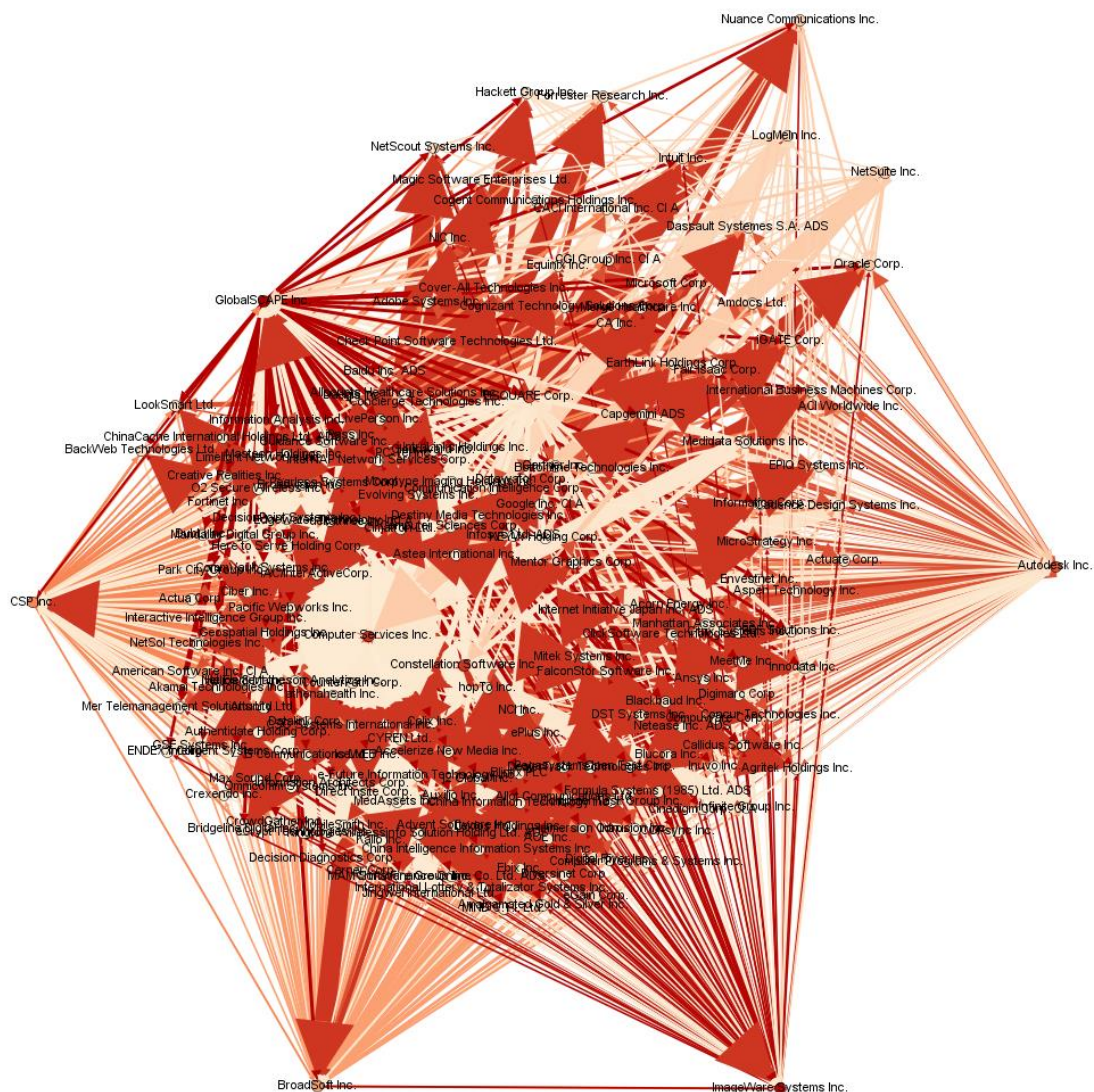
19. ábra: A 2009-es év gráfjának HUB értékei

A gráfon minden csomópont (részvény) és az abból kiinduló irányított él a HUB értékeknek megfelelő erősségű pirosra van színezve. A gráfon minden csomópont (részvény) és az abból kiinduló irányított él a hub értékeknek megfelelő erősségű pirosra van színezve. Az élek nyílhegyeinek nagysága az él súlyának megfelelő nagyságú és színű. Az 1. táblázat és ez a kép nagy kockázati tényezőt jelentő hálózat kialakulását mutatja. Globális (jelen esetben szektor szintű) válság tökéletes táptalaja ez a túlságosan sok, erős függőségi kapcsolattal rendelkező rendszer.



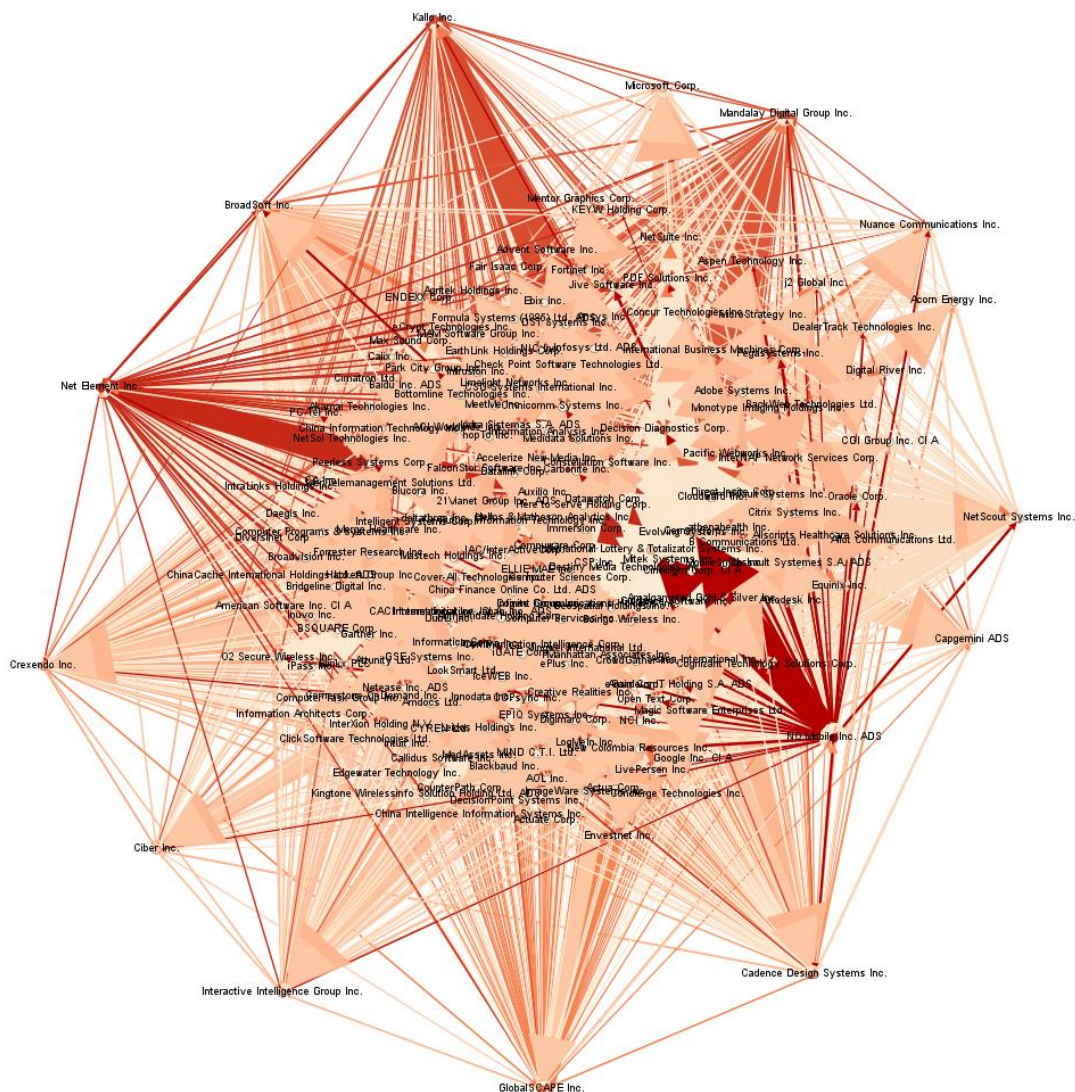
20. ábra: A 2010-es év gráfjának HUB értékei

A gráfon minden csomópont (részvény) és az abból kiinduló irányított él a HUB értékeknek megfelelő erősségű pirosra van színezve. Az élek nyílhegyeinek nagysága az él súlyának megfelelő nagyságú és színű. Látható, hogy a 2007-es mintaismétlődéshez képest a 2009-es összefüggő hálózat a 2010-es válság nagyobb kiterjedésű lejátszódását tette lehetővé. A 19-es ábra indukálta a 2010-es válságot ilyen erős hatásúra, a meglévő erős aszimmetria a válság erős hatásait mutatja.



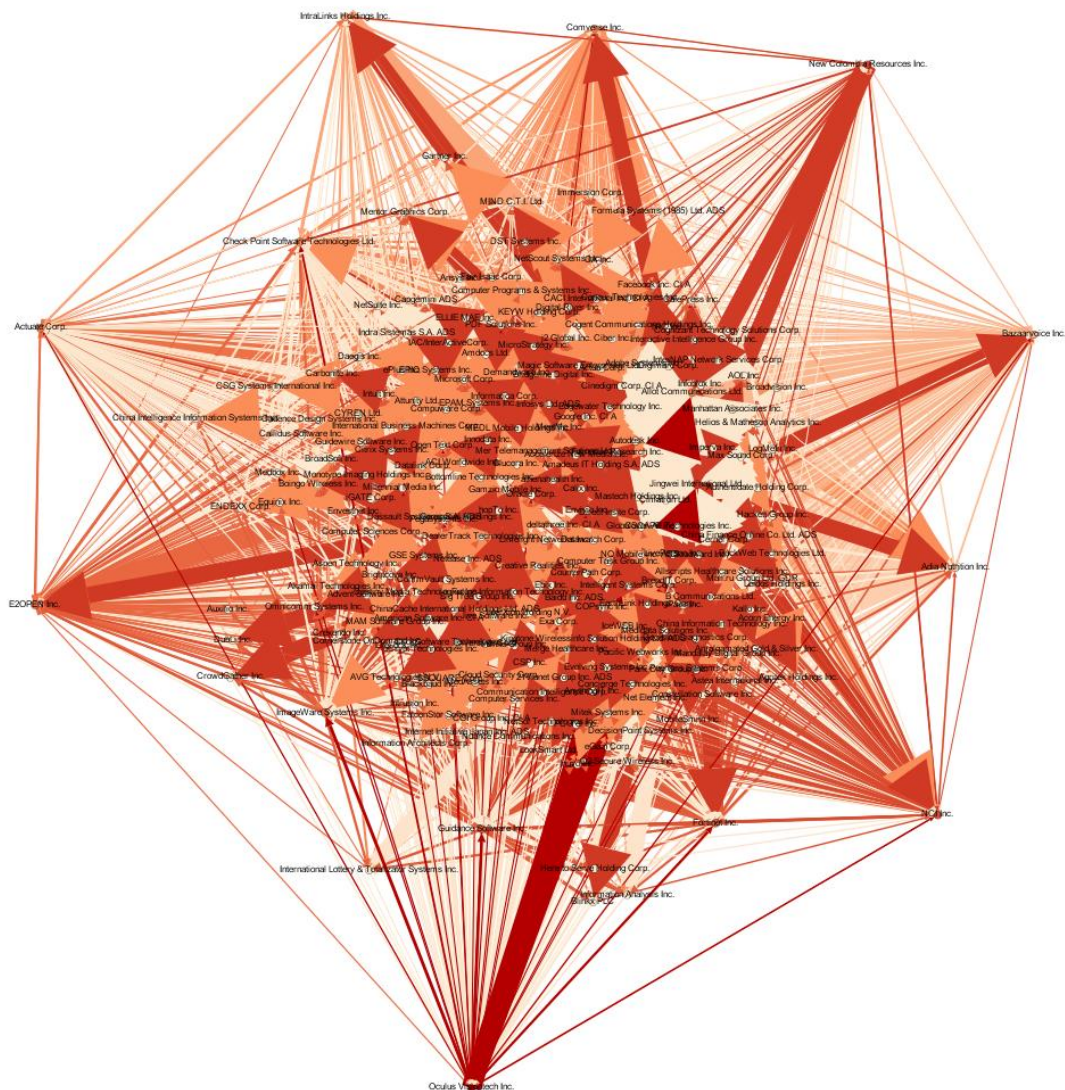
21. ábra: A 2011-es év gráfjának HUB értékei

A gráfon minden csomópont (részvény) és az abból kiinduló irányított él a HUB értékeknek megfelelő erősségű pirosra van színezve. Az élek nyílhegyeinek nagysága az él súlyának megfelelő nagyságú és színű. Az 1-es táblázatból és ebből az ábrából látható, hogy a 2011-es év bár mutatja az aszimmetrikus rendszer jeleit, annak hatása lekorlátozódik. A válság utóhatása valószínűsíthető.



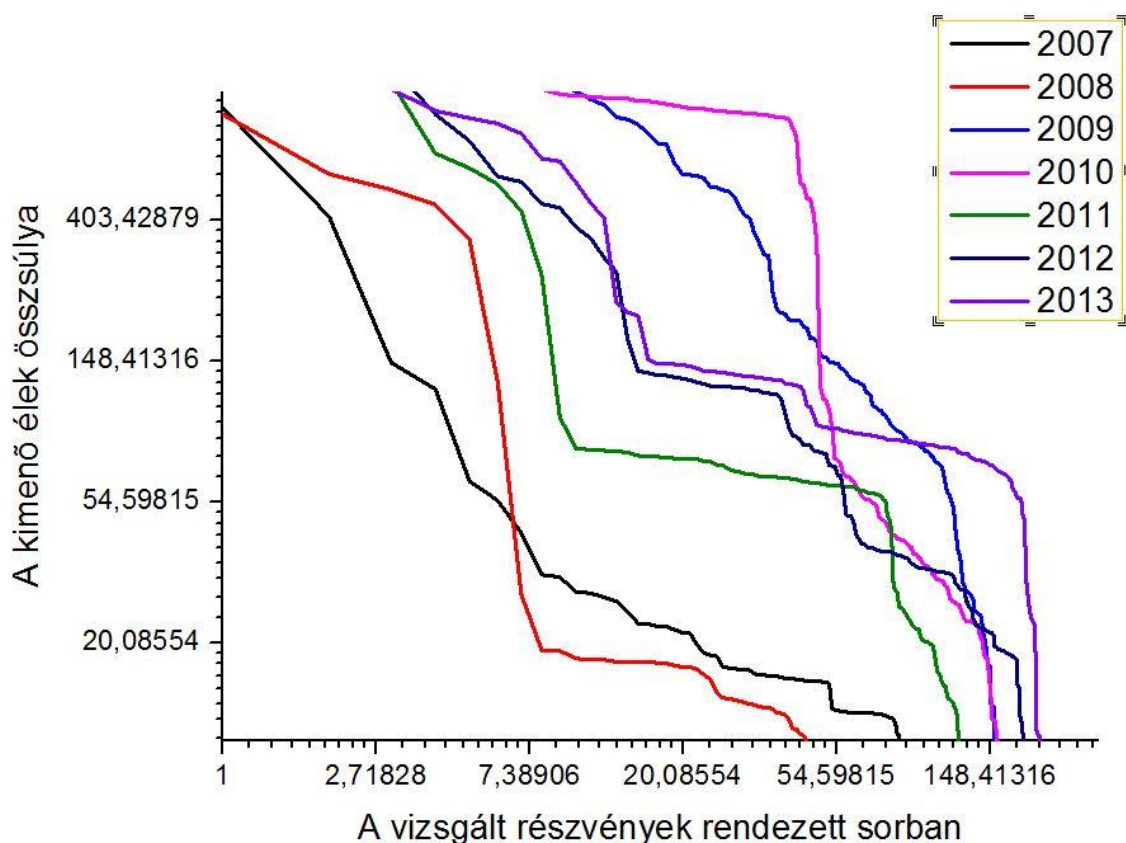
22. ábra: A 2012-es év gráfjának HUB értékei

A gráfon minden csomópont (részvény) és az abból kiinduló irányított él a HUB értékeknek megfelelő erősségű pirosra van színezve. Az élek nyílhegyeinek nagysága az él súlyának megfelelő nagyságú és színű. Az 1-es táblázat, ez az ábra és a 21-es ábra alapján egy fokozottan nagy sebességgel növekvő függőségi kapcsolatrendszert láthatunk. Nincs nagy asszimetria, de az 1-es táblázat kimenő elősszege és a gráf sűrűségi értéke azt mutatja, hogy a rendszer kezd kiszolgáltatottá válni. Ennek tudatában érdemes odafigyelni arra, hogy ebben az évben kezdődött az európai adósságválság is. Ami ebben az erős függőségi hálózatban az egyik pontban már meg is mutatkozhatott.



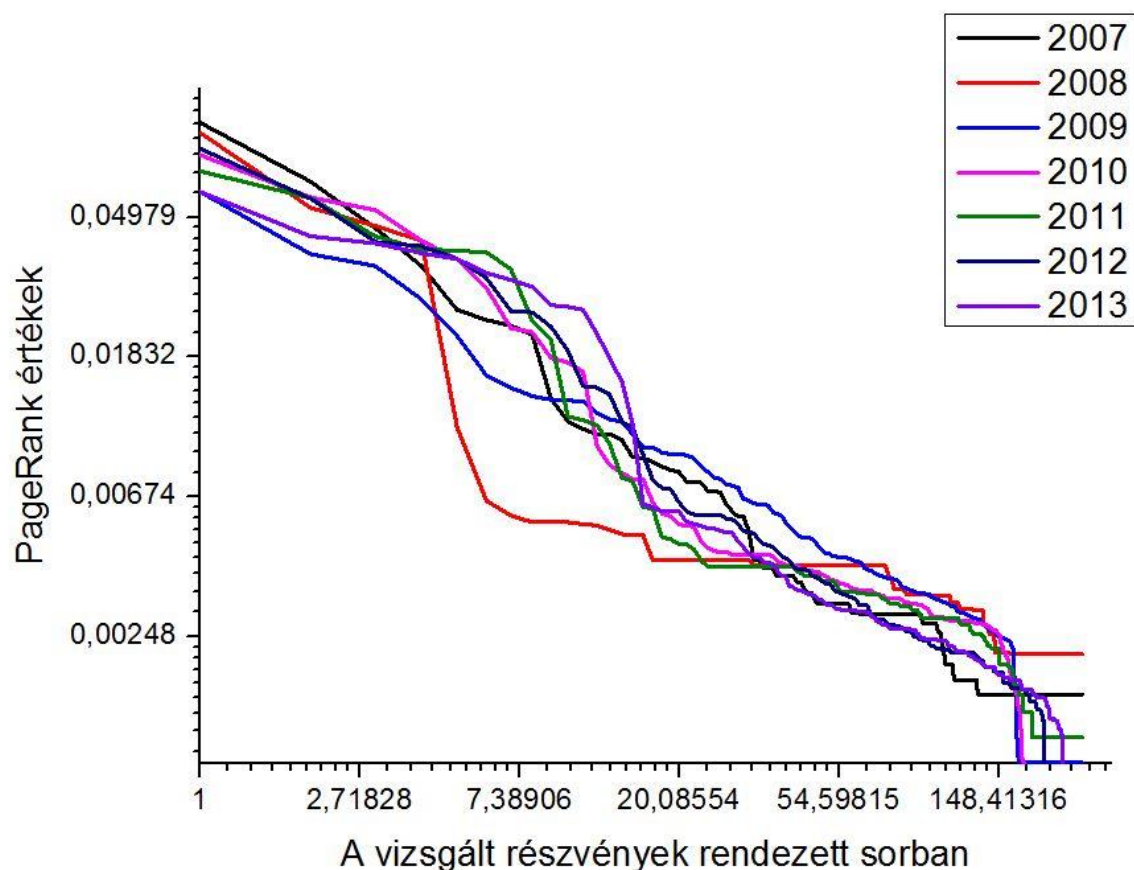
23. ábra: A 2013-es év gráfjának HUB értékei

A gráfon minden csomópont (részvény) és az abból kiinduló irányított él a HUB értékeknek megfelelő erősségű pirosra van színezve. Az élek nyílhegyeinek nagysága az él súlyának megfelelő nagyságú és színű. Az 1-es táblázat és a 22-es ábrák alapján azt mondhatjuk, hogy a gráf sűrűsége és a kimenő élek egy csúcsra jutó összege is nőtt. Ez alapján az ábra alapján azt mondhatjuk, hogy nagyon erős HUB-ok jöttek létre, a rendszer nagyon aszimmetrikus. A 2012-es év (22-es ábra) lehetőséget adott, hogy az európai adósságválság az egész rendszerre kifejthesse hatását. 2009-hez (19-es ábra) képest 2012-ben (22-es ábra) ugyanúgy magas volt az egy csúcsra jutó kimenő élek összsúlya, de ez 2012-ben bele annyi élen oszlott szét. Az erősebb függőségek miatt (Az élek súlya a Granger-kauzalitás által adott függőség nagysága) az európai adósságválság nagyon erős hatást gyakorolt a szektorra.



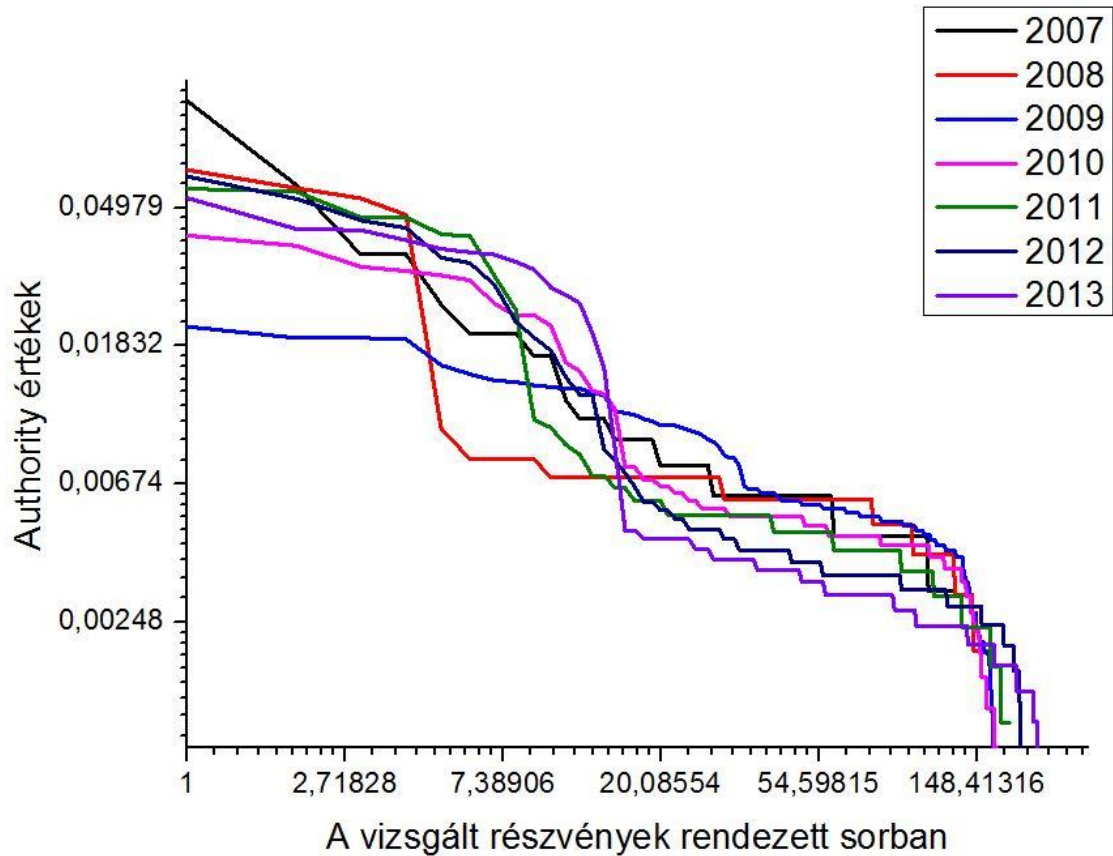
24. ábra: A 2007-2013-es évek gráfjainak kimenő éleinek összűlyának változása log-log skálán ábrázolva

A függőleges tengely az adott x-tengelyen elhelyezkedő csomópont (részvény) kimenő élnek az összűlyának értéke. Az x tengelyen a csomópontokat már korábban rendeztük értékeik szerint. 2007-2008-hoz képest 2009-ben és 2010-ben megnövekszik a azon csúcspontok (részvények száma), melyek nagy Granger-kausalitás él súly összeggel bírnak (nagy hatással vannak a rendszerre). 2011-2012-2013-as éveknél jelen vannak kiugróan magas kimenő él összűlyú csúcsok, de ez az arány évről évre növekszik, 2013-ra pedig majdnem minden vizsgált részvény nagy hatással van a többi csúcsra.



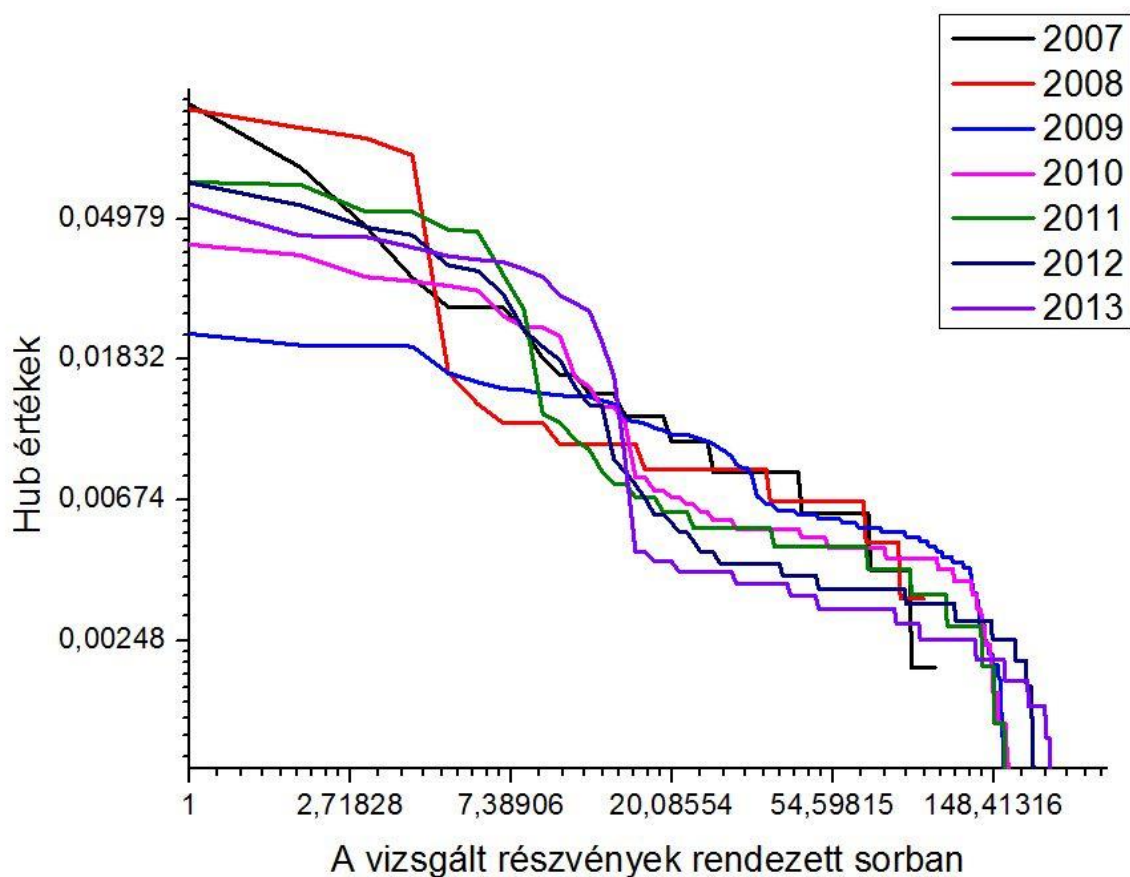
25. ábra: A 2007-2013-es évek gráfjainak PageRank értékeinek változása log-log skálán ábrázolva

A függőleges tengely az adott x-tengelyen elhelyezkedő csomópont (részvény) PageRank értéke. Az x tengelyen a csomópontokat már korábban rendeztük értékeik szerint. 2009-ben jobban elátlagolódik a PageRank érték a csúcspontok között, mely azt jelenti, hogy a rendszerben olyan csúcspontok (részvények) vannak, amelyekre több részvény is befolyással bír. Egy esetleges válság első áldozatait lehetnek ezek a magas PageRank értékkel bíró elemek.



26. ábra: A 2007-2013-es évek gráfjainak Authority értékének változása log-log skálán ábrázolva

A függőleges tengely az adott x-tengelyen elhelyezkedő csomópont (részvény) Authority értéke. Az x tengelyen a csomópontokat már korábban rendeztük értékeik szerint. 2009-ben és 2010-ben a legtöbb részvény függ valamely másik, vagy több másik Hub-tól, ez egyben kiszolgáltatottá teheti ezeket az elemeket. Az ábrán jól látszik, hogy a 2008 és a 2013-as években kiugróan nagy a különbség az egyes csúcsok authority értékei között. Tehát az adott években a több csúcs is erős hub csúcsok általi függésbe kerültek, de 2013-ban majdnem dupla annyi az erős függésben lévő authority érték, ugyanakkor zajló válság jele az az erős asszimetria, amit 2013-as év mutat.



**27. ábra: A 2007-2013-es évek gráfjainak hub értékeinek változása log-log skálán
ábrázolva**

A függőleges tengely az adott x-tengelyen elhelyezkedő csomópont (részvény) Hub értéke. Az x tengelyen a csomópontokat már korábban rendeztük értékeik szerint. 2009-2010-ben a több olyan csomópont is lesz, mely Hub-ként funkcionálva, több csomópontra is befolyással van. 2011-nél látható egy kisebb asszimetria, majd 2012 egyenltesebb eloszlást mutat. 2013-ban azonban a 26-os ábrán lévő authority értékekhez hasonlóan erős asszimetriát mutat a csúcspontok között. Az ilyen meredek, erősebb váltás válság zajlásának jele.

1. táblázat: Összefoglaló táblázat a 2007-től 2013-ig az éves vizsgálatokból kapott gráfok átlag kimenő él súly összege és a gráfok sűrűségi értékéből

Vizsgált év	Átlagos kimenő él súly összeg	Gráf sűrűségi értéke
2007	12,2	0,008
2008	15,163	0,013
2009	160,044	0,094
2010	642,691	0,046
2011	58,311	0,024
2012	117,125	0,043
2013	135,352	0,05

4. ÖSSZEGZÉS, TÁVOLABBI TERVEK

Általánosságban elmondhatjuk, hogy a tőzsdei részvények, adatsorok vizsgálata elkerülhetetlen és szükséges. Az elmúlt 14 év olyan pénzügyi fordulatokat, válságokat hozott, melyek váratlanul érték a pénzügyi és sok esetben más szektorokat is. A 2001-es válság csak a kiinduló pont volt, mely valószínűsíthetően kiváltó oka volt a 2007-es Egyesült Államokban lezajlott banki válságnak. A 2010-es „Flash Crash”-t talán egy zsákbamacska, mivel nem tényleges piaci mozgatórugó volt mögötte, hanem egy hatalmas eladás sarkallta eladásra a tőzsdei robotokat, akik ahogy egyre lejjebb verték az árakat, úgy adtak el még gyorsabban még több részvényt, majd amikor már nagyon alacsonyak voltak az árak saját maguktól visszavásárolták azokat, közben persze nagy pénzek tűntek el. A 2011-2012-es európai adósságválság pedig szokatlanul nagy hatást gyakorolt a piacra, mely mindenképpen vizsgálendő lenne.

Az elért eredmények, adatok további kifejtésre szorulnak. Ábrázolásra, elemzésre. Amennyiben találunk egy ilyen gráf sűrűséget egy hosszabb T periódusra, akkor azt szét kell kisebb periódusokra venni és meg kell vizsgálni a kapcsolatok számának, súlyának, hatáserősségének növekedését és növekedésének lefolyását. Az elmúlt évek rengeteg érdekes adatot szolgáltatott, mely csak az elemzőkre vár.

IRODALOMJEGYZÉK

Szakirodalom

- Alba, R. D. (1973). A graph-theoretic definition of a sociometric clique†. *Journal of Mathematical Sociology*, Vol. 3, Issue 1, pp. 113-126.
<http://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/0022250X.1973.9989826>
- Billio, M., Getmansky, M., Lo, A. W., Pelizzon, L. (2012). Econometric measures of connectedness and systemic risk in the finance and insurance sectors. *Journal of Financial Economics*, Vol. 104, Issue 3, pp. 535-559.
<http://www3.tcmb.gov.tr/konferanslar/fsr/Sherman.pdf>
- Brin, S., Page, L. (1998). The anatomy of a large-scale hypertextual Web search engine. *Computer networks and ISDN systems*, Vol. 30, Issue 1, pp. 107-117.
<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S016975529800110X>
- Boccaletti, S. , Latora, V., Moreno, Y., Chavez, M., Hwang, D. U. (2006). Complex networks: Structure and dynamics. *Physics reports*, Volt 424, Issue 4, pp. 175-308.
<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S037015730500462X>
- Bollobás, B. (2001). Random graphs, 1985. Academic Press, London.
- Bollobás, B. (1998). Modern graph theory, Vol. 184. Springer.
- Borgatti, S. P., Everett, M. G., Shirey, P. R. (1990). LS sets, lambda sets and other cohesive subsets. *Social Networks*, Vol 12 Issue 4, pp. 337-357.
- Flake, G. W., Lawrence, S., Giles, C. L., Coetzee, F. M. (2002). Self-organization and identification of web communities. *Computer*, Vol. 35, Issue 3, pp. 66-70
- Gottesman, S. (2009): Determining Granger Causality in multi-channel EEG recordings with Support Vector Regression, Shoshana Gottesman, DREU – Summer 2009
- Granger, C. W. (1969). Investigating causal relations by econometric models and cross-spectral methods. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, Vol. 37, Issue 3. pp. 424-438.
- Harary, F. (1995): Graph Theory, Perseus, Cambridge, MA
- Hesse, W., Möller, E., Arnold, M., Schack, B. (2003). The use of time-variant EEG Granger causality for inspecting directed interdependencies of neural assemblies. *Journal of neuroscience methods*, Vol. 124, Issue 1, pp. 27-44.
- Kleinberg, J., M., Kumar, R., Raghavan, P., Rajagopalan, S., Tomkins, A. S. (1999). The web as a graph: Measurements, models, and methods, *Computing and combinatoric* pp. 1-17. Springer Berlin Heidelberg.

- Lion, Guy (2005): “Granger Causality” (slideshow). December 2005.
<http://www.slideshare.net/gaetanlion/granger-causality-presentation>
- Newman, M. E., Girvan, M. (2004). Finding and evaluating community structure in networks. *Physical review E*, Vol. 69, Issue 2, 026113.
<http://journals.aps.org/pre/abstract/10.1103/PhysRevE.69.026113>
- Radicchi, F., Castellano, C., Cecconi, F., Loreto, V., Parisi, D. (2004). Defining and identifying communities in networks. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, Vol. 101, Issue 9, pp. 2658-2663.
- Seidman, S. B. (1983). Internal cohesion of LS sets in graphs. *Social Networks*, Vol. 5, Issue 2, pp. 97-107.
- Song, D. M., Tumminello, M., Zhou, W. X., Mantegna, R. N. (2011). Evolution of worldwide stock markets, correlation structure, and correlation-based graphs. *Physical Review E*, Vol. 84, Issue 2, 026108.
- Sorenson, B. (2005). Granger causality. *Journal of Economics*, pp. 1-4.
http://www.uh.edu/~bsorensen/gra_caus.pdf
- Wasserman, S., Faust, K., (1994). *Social Network Analysis* Cambridge University Press. New York.
- West, D. B. (1995). *Introduction to Graph Theory*. Theorem 7.1. 12.

Források

Wikipedia Granger-kausalitás:

http://en.wikipedia.org/wiki/Granger_causality

AZ IT Szektor részvényei nevének rövidítése:

<http://bigcharts.marketwatch.com/industry/bigcharts-com/stocklist.asp?symb=DJUSSV>

Yahoo Finance: A historikus adatok, melyet feldolgoztam:

<http://finance.yahoo.com/>

Internetes források

Ante, S. (2008): Wall Street Fall-out: Why the Financial Crisis is a Blow to Tech,
http://www.businessweek.com/the_thread/techbeat/archives/2008/09/wall_street_fa.html

Egan, M. (2014): Flash Crash: Could it happen again?,

<http://money.cnn.com/2014/05/06/investing/flash-crash-anniversary/>

2007-2008-as válság előjeleinek vizsgálata:

<http://www.economicsofcrisis.com/timeline.html>

Eichler, A. (2011): The European Debt Crisis: A Beginner's Guide, *The Huffington Post*,

http://www.huffingtonpost.com/2011/12/21/european-debt-crisis_n_1147173.html