

PÉCSI TUDOMÁNYEGYETEM
TERMÉSZETTUDOMÁNYI KAR

TDK DOLGOZAT

Térszemlélet fejlesztése általános iskola alsó tagozatában

Témavezető:

Dr. H. Temesvári Ágota
Egyetemi tanár

Matematikai és Informatikai Intézet

Készítette:

Apró Zsófia
Matematika (BSc) szak

III. évfolyam

Pécs, 2014.

TARTALOMJEGYZÉK

Bevezetés	1
1. Térszemlélet fogalma, térlátás, vizuális téri képesség, geometriai térszemlélet	2
2. Témaválasztás indoklása	7
3. Geometria az alsó tagozatos tantervben és tanmenetben (Mozaik Kiadó)	8
4. Első lépések. Felmérő és értékelése	19
5. Térszemlélet fejlesztő foglalkozások	
5.1. Térszemlélet fejlesztő foglalkozások áttekintése	24
5.2. A 3. és 4. osztályosok csoportjának foglalkozásai	27
5.3. Néhány megjegyzés a többi foglalkozásról	35
6. Ellenőrző felmérés és értékelése	38
7. Vélemények a foglalkozásokról: diákok és a próbálkozó „kistanár”	43
Irodalomjegyzék	49
Ábrajegyzék	51
Táblázatok jegyzéke	52
Mellékletek jegyzéke	53
Mellékletek	54

Bevezetés

A matematika oktatás egyik fontos területe a geometria, azon belül is a térgeometria. A többi témakörhöz viszonyítva, ez egy igen elhanyagolt anyagrész. Dolgozatom témájaként a térszemlélet fejlesztését választottam általános iskola alsó tagozatában. A térgeometria eredményes tanulásához szükséges térszemlélet fejlesztését választottam. Ez a fejlesztés több területen lehetséges. Ezen belül azzal foglalkoztam, hogy a térben megjelenő testeket miként ábrázoljuk síkban, illetve, hogy a síkban vetületeikkel ábrázolt alakzatokat milyen módon reprodukáljuk, építjük újjá a térben. A korosztály választását az életkori sajátosságok indokolták, mivel több tanulmány is kimutatta, hogy ezt a témakört 4 – 10 éves kor között lehet a legeredményesebben fejleszteni. Ebben a korszakban a legfogékonyabbak a tanulók a térszemlélet fejlesztésére.

Dolgozatomat a témaválasztás indoklását követően két részre osztottam. Az első részben bemutattam a témámmal kapcsolatos elméleti hátteret, valamint a Mozaik Kiadó által készített tantervet. A második részben pedig megtalálható a kezdő szintfelmérő dolgozat, a foglalkozások terve, a harmadik és negyedik osztályos tanulók óráinak pontos menete, majd érintőlegesen az elsős és másodikos szakkörök. Ezt követi az órák, valamint a foglalkozások elején és a nyolcadik foglalkozás után megíratott szintfelmérő kiértékelése. Témaválasztásomat az is indokolta, hogy ez a témakör a hétköznapi életben nagy szerepet játszik és számos vizsgálat, kutatás folyik napjainkban is.

A mellékletben megtalálható feladatok egy részét, különböző könyvekből, versenyfeladatokból, illetve honlapokról gyűjtöttem. Túlnyomó hányadát viszont saját ötletek alapján készítettem. Úgy érzem, hogy sikerült fejleszteni a dolgozatomban megfogalmazott területeket, pozitív eredményekkel zártuk a foglalkozásokat. Bízom benne, hogy dolgozatommal, hozzájárultam a matematika eme csodálatos, kézzelfogható témaköréhez, és csatlakoztam azokhoz, akik felhívták a figyelmet a tárgykör fontosságára.

1. Térszemlélet fogalma, térlátás, vizuális téri képesség, geometriai térszemlélet

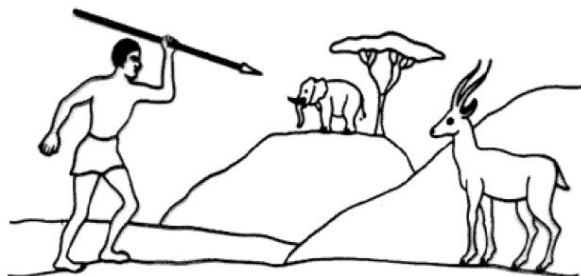
A térszemlélet fogalmára több meghatározást találunk különböző szótárakban, lexikonokban, szakirodalmakban és az interneten. Révai nagy lexikonja így írja le: „A térszemlélet az a lelki folyamat, amellyel a tárgyak térbeli viszonyait vesszük tudomásul.” [7]. A magyar nyelv értelmező szótára a következőképp definiálja: „Az a lelki képesség, tulajdonság, amelynek birtokában az ember a tárgyakat alakjuknak, kiterjedésüknek, nagyságuknak, illetve egymáshoz való térbeli viszonyuknak (egymás melletti, fölötti, alatti, mögötti elhelyezkedésüknek) megfelelően érzékeli, illetve egységes összképbe tudja állítani.” [2]. A metapédia hasonló meghatározást ad: „a térszemlélet látásunknak azon készsége, hogy a tárgyakat térben elrendezve vesszük észre, nagyságuk, alakjuk, távolságuk és irányuk alapján. Kétféle teret különböztetünk meg: a pszichológiai (középpontja a testünk) és a geometriai (mindig és mindenütt egyformán végtelen). A tapintás, mozgás, látás közvetíti az eredeti térszemléletet, amely nem velünk született, hanem gyakorlás útján sajátítható el.” [10]. Ezekről a megfogalmazásokról azonban a matematikában használatos térszemlélet-fogalom valamennyiben eltér. A [8] disszertációban található megfogalmazás szerint: „A geometriai térszemlélet képességek és készségek olyan matematikailag irányított komplex együttese, amely lehetővé teszi: a térbeli alakzatok alakjának, nagyságának, helyzetviszonyának pontos elképzelését; a látott vagy elképzelt alakzatoknak a geometria törvényeire épülő egyértelmű ábrázolását; az egyértelműen ábrázolt alakzatok helyes rekonstrukcióját; a különböző térbeli (matematikai, műszaki, mérnöki, stb.) problémák konstruktív megoldását, a megoldás képi vagy nyelvi megfogalmazását.” Ezt a később leírtak is alátámasztják.

Ez a matematikai tér bizonyos rend szerint épül fel. „Ezt a rendet kell a gyerekeknek megtanítani. Ha ezt a rendet tudjuk szemléltetni és a gyerekeket meg tudjuk tanítani arra, hogy eligazodjon benne, akkor mondhatjuk, hogy fejlesztettük a térszemléletüket...” [6]

Térszemléletünk, térlátásunk, téri képességünk létfontosságú alkotóeleme napjainknak. Szükségszerű a közlekedésben, a tájékozódásban, és nem utolsósorban a munkánk során, de ezeken kívül, még számos alkalommal használjuk. Példaként említhetjük a mérnököket, ahol a szakemberek először elképzelik (térben) a kívánt munkadarabot, majd pontos rajzot készítenek, azaz leképezik a síkra az elképzelt modellt, majd ezt egy hozzáértő a rajz alapján elkészíti. Több szakmában hasonló módon járnak el (szobrászok, festők, varrónők,...).

A téri észlelés már az őskorban is fontos szerepet játszott, hisz már az ősemlék is pontos tervet készített a zsákmány megszerzése előtt.

„Térszemlélet kialakulásában fontos szerepe van a társadalmi tapasztalatoknak és elvárásoknak is. Hogy ez mit is jelent, arra Hámori József egy érdekes példát ad. Nézzük meg az alábbi képet:



Számunkra ez a kép azt jelenti, hogy a vadász a lándzsáját a antilopra fogja, pedig az afrikai nomád emberek számára ezen a képen a vadász az elefántra fogja a lándzsáját. Ennek magyarázata az, hogy az afrikai nomád vadászok térlátása – a neveltetés hatására – rendkívül következtelen: a lehetséges vadászszákmányt jóval kisebbnek látják (s ábrázolják), mint a semleges tárgyakat, például a fákat vagy a házakat. S bár ennek pszichés okai vannak (önbátorítás), a korai gyermekkortól tanult furcsa térlátás egy egész életre "objektívizálódik", rögzítődik.” Az önbátorítás mellett szerepet játszik e kép értelmezésében az a tény is, hogy az európai kultúrában oly elterjedt, és mindenki által értelmezhető perspektivikus ábrázolás az afrikai emberek számára nem jelenti a tér, a harmadik dimenzió megjelenítését. Így az út összetartó vonalai, a kisebb méretű elefánt nem hordoz számukra információt a képen ábrázolt jelenet térbeli viszonyairól. Két dimenzióban szemlélik a képet; amihez közelebb van a lándzsa, arra céloz a vadász. Amint ez a példa is mutatja, a látás és térszemlélet, mint tanult képesség nem független sem az adott földrajzi környezettől, sem az adott kortól. A civilizált ember számára a valósághoz leginkább közelálló ábrázolás a perspektivikus ábrázolás.” [13]

„A térszemlélet fogalma megjelenik az intelligenciaelméletekben is. Az egyes intelligenciaelméletek mindegyike önálló faktorként jelöli meg ezt a képességet. ... Gardner többszörös intelligenciaelmélete szerint nem létezik egységes intelligencia, mindenki többféle elkülönült intelligenciával rendelkezik, melyek az egyes embereknél különböző mértékben vannak jelen. Mindenkit jellemez egy bizonyos intelligencia-térkép. ... A vizuális észlelés előfeltétele a térszemlélet kialakulásának Frostig (1978) és Hoffer (1977) több területét különbözteti meg (idézi Franke 2000., 38-43.old).” [4]. Ezen területek közül az alábbiakat emelném ki:

- térbeli kapcsolatok: térbeli létesítmények közötti kapcsolatok értelmezése és jellemzése
- észlelési állandóság: eltérő méretű, különböző sorrendű, helyzetű, színű ábrák azonosítása
- térbeli helyzet észlelése: a tárgy helyzetének beazonosítása, a tárgyat érzékelő alanyhoz képest
- vizuális megkülönböztetés: hasonlóságok és különbségek felismerése objektumok között
- vizuális emlékezet: korábban már látott létesítmények felidézése sajátosságaik szerint.

„Thurston óta a legtöbb intelligenciakutató egyetért abban, hogy a térszemlélet az emberi intelligencia egyik a nyelvi és a logikai területektől eltérő, összetevője (Franke, 2000). További intelligenciamodelleket (Guilford 1964., Vernon 1971., Treumann 1974.) tanulmányozva azt állapíthatjuk meg, hogy a téri faktor mindegyikében önállóan szerepel s mindegyiknek fontos komponense (Maier, 1999.)” [4].

„A pszichológusok megkülönböztetik a fenomenális, vagy „pszichológiai tér” fogalmát a fizikai, vagy geometriai tértől. A fenomenális tért szemben a fizikai térrel nem homogén, nem azonos tulajdonságú minden irányban, nem független az érzéketi tartománytól (az egyes érzéketek terei - például a tapintási tér - különböznek), vannak kitüntetett irányai, mint a függőleges és a vízszintes, van kiváltságos pontja, ahol az észlelő elhelyezkedik.” [14]. Három neves pszichológus a következőképp vélekedik a vizuális téri képességről. John Eliott úgy határozta meg a vizuális-téri képességet, „mint „a tárgyak egymáshoz viszonyított elhelyezkedéséről való tudomásunk és az a képességünk és készségünk, hogy ezt a tudást (awareness) mentális és fizikai problémák megoldására felhasználjuk” (1987,173.o.). David Lohmann a téri képességet „absztrakt vizuális képek előállítására, fenntartására és manipulálására való képességként” határozza meg (1979a, 126.o.) John Carroll szerint a téri képességek „>>individuális<< képességek a látótérben való keresésre, a tárgyak formájának, alakjának, téri helyének mint vizuális észlelteknak felfogására, ezen formáktól, alakokról, helyzetekről való mentális reprezentáció kialakítására és ezen reprezentációk >>mentális<< manipulálására” (Carroll 1993, 304.o.)” [14]. A különféle szemléleteket egybevéve „a téri képességet a téri információ feldolgozásának általános képességeként, „a téri ingerek kódolásával, felidézésével, összehasonlításával és átalakításával kapcsolatos egymással összefüggő képességek soraként” (vö. Haanstra, 1994, 88.o) határozhatjuk meg. *Téri képességen tehát két és háromdimenziós alakzatok észlelésének*

és az észlelt információk tárgyak és viszonylatok megértésének és problémák megoldására való felhasználásának képességét kell értenünk.” [14].

A fejlődés az folyamat, „ahol a környezeti hatások nyomán az egyén spontán érése alakul”. [1]. Az angol asszociációs iskolához tartozó Locke véleménye alapján „a külső dolgokat, ingereket érzékszerveinkkel fogjuk fel, saját lelkünk tevékenységét pedig egy belső érzékszerv, a ráeszmélés végzi”. [3].

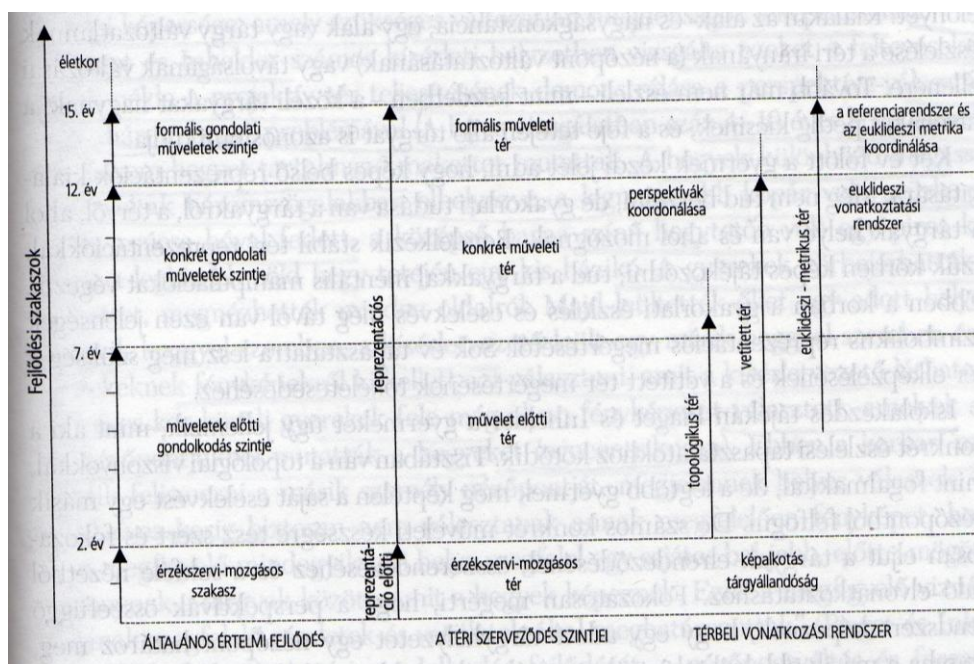
Ennek ellenére Stern úgy gondolja, hogy a környezeti és genetikai hatások hasonlóképp jelentőségteljesek. „A fejlesztés az érzést segítő tárgyi ész pszichés feltételek megteremtése. A fejlődés és a fejlesztés együttesen határozzák meg azt a folyamatot, amelyen a gyermeki személyiség komplexitása kialakul”. [1].

„A térszemlélet fogalma a pedagógiában kiegészül a térlátás definíciójával. Ez egy olyan képesség, mely során a síkban, vetületekkel ábrázolt tárgyakat gondolatban háromdimenziós formában észleljük.” [9].

Itt kell megemlíteni a perceptuális (észlelési) tanulást, amelynek az észlelési („Kezdeti információforrás a rákövetkező megismerő folyamatokhoz” [14]) készségek kialakulásában van nagy szerepe. A gyermekek adott, örökölt képességekkel rendelkeznek, melyek környezeti hatással fejleszthetők. Ezekkel a fejlesztésekkel több neves pszichológus is foglalkozik a szakirodalomban, mint például az előbb már említett John Eliot, de Howard Gardner és Jean Piaget is fontos eredményeket tettek közzé.

Jean Piaget genfi fejlődépszichológus művei a mai vizsgálatok alappilléreinek tekinthetők. Piaget szerint „a térfogalom közvetlenül nem a térészlelést tükrözi, hanem a helyváltoztatáson és tárgyakkal való összehangolt cselekvésen alapuló reprezentációra épülve alakul ki az élet első 18 hónapjában.” [14]. A genfi tudós másik alapvető feltevése, hogy a térismeret négy minőségileg eltérő (érzékszervi-mozgásos, művelet előtti, műveleti és formális műveleti gondolkodás szerint) szakaszon fejlődik. Továbbá Piaget azt is feltételezi, hogy „a téri gondolkodást a téri reakciók három osztálya alakítja: topológiai, projektív és euklideszi viszonyok. ... A fejlődés a szerveződés szintjében, a téri reakciók típusában, a reprezentációs módban (mozgásos, ikonikus és szimbolikus), a referencia rendszerben (egocentrikus, rögzített és koordinált) és a topografikus reprezentációban (mentális térkép) párhuzamosan alakul (vö. Eliot, 1987.)” [14]. Piaget modellje az *1. ábrában* látható

1. ábra: Piaget modellje [14]



Forrás: Séra László – Kárpáti Andrea – Gulyás János 2002. *A térszemlélet. A vizuális téri képességek pszichológiája, fejlődése, fejlesztése és mérése*. Comenius Bt. Pécs.

A téri képesség, definiálására számos megközelítés létezik. Ezeket összefoglalva a téri képességet úgy fogalmazhatjuk meg, mint „két- és háromdimenziós alakzatok észlelésének és az észlelt információk tárgyak és viszonylatok megértésének és problémák megoldására való felhasználásának képessége”[14].

Pierre van Hiele és Diana van Hiele-Geldorf 1957-ben olyan pedagógiai rendszert fejlesztettek ki, amely alkalmas a geometriai gondolkodás megismerésére. A geometriai gondolkodás fejlődésének öt szintjét különböztették meg:

- 0. szint, a globális felismerés szintje (1-2. osztály);
- 1. szint, az elemzés szintje (3-4. szint);
- 2. szint, az informális dedukció szintje (felső tagozat);
- 3. szint, a formális dedukció szintje (középiskola);
- 4. szint, a formális logika szintje (matematikával egyetemen, főiskolán foglalkozók szintje).

A 0. szint a globális felismerés szintje. „Ebben a kezdeti szakaszban a tanulók a geometriai alakzatokat egységes egészként fogják fel, nem képesek elkülöníteni egymástól ezek alkotóelemeit, és nem látják az alakzatok között lévő összefüggéseket sem, de arra képesek, hogy felismerjék az alakzatokat, elkülönítsék egymástól, megnevezzék őket. ...

Indoklásaikban az észlelésre támaszkodnak. Tipikus feladatok: A sík- és térbeli modellezőkészlettel, a papírból kivágott, hajtogatott síkidomokkal dolgoznak. Akár rajzos, akár cselekvéshez kötött feladatról van szó, az utasítás az alakzatok rajzolására, szétválogatására, megnevezésére irányul.” [5]

Az 1. szint pedig az elemzés szintje. „A tanulók kezdik felismerni az alakzatok alkotórészeit, megkülönböztetik őket az egésztől, megfigyelik az eltérő tulajdonságokat. Képesse válnak arra, hogy a megfigyelt tulajdonságok alapján csoportosítsák az ismert alakzatokat. Ezek a tulajdonságok azonban elkülönülten, a konkrét alakzatokhoz kötötten jelennek meg, és nem látnak kapcsolatokat egy alakzat különböző tulajdonságai, illetve különböző alakzatok tulajdonságai között. ... Tipikus feladatok: Csoportosítások, mérések, rajzolások, modellezések, hajtogatások, vágások, kísérletezgetések segítségével végzett elemzések.” [5]

Dolgozatomban a 0. és 1. szinttel foglalkoztam, mivel ez foglalja magába azt a négy osztályt, ahol a foglalkozásokat tartottam.

2. Témaválasztás indoklása

Herendiné Kónya Eszter PhD értekezésében [4] foglalkozik az általános iskola alsó tagozatos diákjainak térbeli tájékozódó képességének fejlesztési lehetőségeivel. Kutatásában a térszemlélet egyik jelentős ágát emeli ki, a térbeli tájékozódást. Rendszerezi az ezzel kapcsolatos fogalmakat, kutatási eredményeket. Kifejti a térbeli tájékozódás és az irány fogalmának kapcsolatát, a vizuális észlelést, valamint külön fejezetet szentel a tanulásméлетnek, ahol tanulmányozza a tanulásméлет fejlődését, a konstruktív tanulásfelfogás alapelveit és a konstruktív pedagógia didaktikai követelményeit. Itt foglalkozik még a matematikai didaktikai koncepciókkal és a kutatáson alapuló tantervfejlesztéssel is. Munkája során elemzi a Nemzeti Tantervet, emellett nagy hangsúlyt fektet az általános iskola alsó tagozatos diákjainak összeállított tantervekre, valamint a tankönyvekre, hogy miként, milyen arányban foglalkoznak a térbeli tájékozódás témakörével. Az irányítás fogalmát matematikatörténeti, matematikai és matematika didaktikai elemzését is lejegyzí.

A disszertációban leírtak nagy hatást tettek rám. Közel érzem magamhoz a korosztályt, a kisiskolásokat. Másrészt szeretem a geometriát, ezen belül a térgeometriát, fontosnak tartom alapjainak kibővítését ebben az életkorban. Ehhez hozzátartozik a térszemlélet, a téri látás képességének fejlesztése is.

A térszemlélet fejlesztése nemcsak a matematika fontos része, de a hétköznapi életben is nagy szerepet játszik, ezért is választottam ezt a témakört. Számos vizsgálat, kutatás folyik napjainkban, én is szerettem volna a magam szintjén ebben részt venni.

Dolgozatomban az általános iskola alsó tagozatos diákok térszemléletének fejlesztésével kapcsolatos foglalkozásokat tárgyalom. A térszemlélet fejlesztése több területen lehetséges. Ezen belül azzal foglalkoztam, hogy a térben megjelenő testeket miként ábrázoljuk síkban, illetve, hogy a síkban vetületeikkel ábrázolt alakzatokat mily módon reprodukáljuk, építjük újjá a térben. Így próbáltam meg hozzájárulni a kisiskolások térgeometriai kompetenciáinak fejlesztéséhez. Mint említettem az általános iskola alsó tagozatos korosztálya közel áll hozzám, a térszemlélet fejlesztését célszerű minél előbb kezdeni, ezért is választottam a kisiskolásokat. Sajátosságuk, hogy rendkívül fogékonyak, továbbá a játékos és a tapasztalati megoldások jól alkalmazhatók náluk.

3. Geometria az alsó tagozatos tantervben és tanmenetben (Mozaik Kiadó)

Munkám során a Mozaik Kiadó tantervét [11] és tanmenetét [12] vettem alapul, mivel az iskolában, ahol a foglalkozásokat tartottam a kiadó könyveit használták. A kiadó tanterve a Nemzeti alaptanterven alapul (NAT2012). A kerettantervben a matematika tanítás egyik lehetséges változatát mutatja be, amely első és második osztályban heti négy és fél, harmadik és negyedik osztályban pedig heti négy órára készült. A geometria témakört egybevonják a mérésekkel, de választott témaköröm miatt, csak a testekkel és síkidomokkal foglalkozom.

1. osztály

A tanterv az első osztály számára (évi 164 óra keretében) a geometriára és mérésre összesen 25 órát javasol. Ebből az új anyag megismerésére, feldolgozására 18, ezek gyakorlására 5 és összefoglalásra, valamint ellenőrzésre összesen 2 órát fordít. Ennek a témakörnek a céljai és feladatai közé tartozik a következő is: segíteni a tanulók sík- és térgeometriai tapasztalatgyűjtését. Ebben a tanévben a tanulók testeket építenek szabadon és másolással; adott szempontok alapján válogatják szét a testeket és síkidomokat; síkidomokat állítanak elő szabadon és feltételek alapján. Megtanulják a nyitott, a zárt, a görbe és az egyenes fogalmát. Megfigyelik és megnevezik a térbeli és síkbeli irányokat, valamint síkban megkülönböztetik az ellentétes irányokat. Ahhoz, hogy ezeket a témaköröket megfelelő módon elsajátítsák és begyakorolják, különböző fejlesztési feladatokat javasolnak, amik a

következők: testek, alakzatok érzékelhető tulajdonságai alapján válogatás sorba rendezés; megfigyelőképesség fejlesztése, az észlelés pontosságának fokozása; tulajdonságok felismerése; formafelismerés, alkotóképesség fejlesztése; tér- és síkbeli tájékozódó képesség alapozása és képi gondolkodás fejlesztése játékos feladatsorokon. Az első osztály végére a gyerekeknek képesnek kell lenniük helymeghatározásra a tanult kifejezések alkalmazásával valamint fel kell ismerniük és ki kell tudniuk választani alakzatok közül a háromszöget, a négyszöget és a kört.

A tanmenet elkészítésekor a kerettantervben szereplő óraszámot vették alapul. E szerint a geometriai témakörrel a tanév 126. órájától kezdenek foglalkozni. A készítő a következő pár sorral kezdi a témakör részletezését: „Akkor foglalkozunk jól a geometria témával, ha a gyerekek manipulatív tapasztalatok útján szereznek benyomásokat az alapfogalmakról. Közvetlen, élményszerű cselekvések által ismerkedjenek meg a vonalakkal, síkidomokkal és testekkel. Ebben a korban a gyerekek térszemlélete az „egészről” szerzett benyomásaik alapján formálódik.” [12].

A kiadó a következő lépésekben építi fel a tananyagot az első osztály számára. Első lépésként – a haladási javaslatuk szerint a 126. órán – a vonalak csoportosításával, ezek megnevezésével és síkidomok létrehozásával foglalkoznak játékos feladatok segítségével. Ezen a tanórán a következő kompetenciákat fejlesztik: megfigyelés; azonosítás, megkülönböztetés összképben; egyedi tulajdonságok kiemelése; alkotó képesség; az alkotások esztétikájára való figyelés. A geometria oktatást a síkidomok létrehozásával, csoportosításával és elnevezésével folytatják. Különböző technikákkal hoznak létre síkidomokat, mint például kartonpapír csíkból nyírással/darabolással, majd ezeket többféle szempont szerint csoportosítják, ezzel játékosan segítve a síkidomok felismerését (különböző nehézségű feladatok készíthetők). Ahhoz, hogy az első osztályosok jobban begyakorolják ezt a témát, a következő feladatokat javasolja a tanmenet: elkezdett vonalak síkidommá való kiegészítése; síkidomok másolása lyukas táblán (ezt helyettesítheti az 1. osztályos technikacsomagban található pontrács vagy vonalrácsos lap, amire másolhatnak); vagy az úgy nevezett „Jigsaw-puzzle” játék, ami óvodában és alsó tagozatban is használható. A puzzle lényege, hogy egy kemény papírképet különböző geometriai formákra darabolnak, és a gyerekeknek ezt a képet kell kirakniuk. A kirakás során maguk által választott szempontok szerint dolgozhatnak. A kép összeállítása közben tapasztalati úton tanulhatják a síkidomok tulajdonságait. Itt a következő kompetenciákat erősítik: tevékenységgel kapcsolatos kommunikáció; az alkotások, szimmetriák esztétikájára való figyelés. A biztos alapok megszerzését követően először síkban, majd térben tájékozódnak, mélyítik az oszlop és a sor

fogalmát és gyakorolják a viszonzyszavakat. Ezeket a viszonzyszavak felhasználásával különböző „utasításos” feladatokkal gyakorolják. Kompetenciafejlesztés: a tér- és síkbeli tájékozódó képesség alapozása érzékszervi megfigyelések segítségével; különböző érzékszervek együttműködése, kifejezése szóban, megmutatással; ilyen tartalmú közlések megértése, követése. Ezeket az anyagokat kicsit játékosabb témák követik, a szimmetrikus alakzatok felismerése, létrehozása (Játék a tükörrel), valamint a hasonlóság, nagyítás, parkettázás. Erre a tanmenetben 1-1 órát szánunk.

A javaslat szerinti 131. órán kezdenek bővebben ismerkedni a testekkel, itt tárgyalják először komolyabban a térgeometriát. Először játékos feladatokkal a hétköznapi életből vett tárgyakkal szemléltetik a testeket (fogkrémes doboz, Rubik-kocka, üveggolyó, konzervdoboz, háromszögsajt doboza, üres hajlakkos flakon, üdítő doboz, tejes doboz, stb.). Ezeket – úgy, mint a síkidomoknál is – saját szempontok szerint csoportosítják. A leírás javasolja a csoportokban való munkát. Kompetenciák, amelyeket fejlesztik ezek a gyakorlatok: a tér- és síkbeli tájékozódó képesség alapozása érzékszervi megfigyelések segítségével; különböző érzékszervek együttműködése; kifejezése megmutatással, szóban; ilyen tartalmú közlések megértése, követése. A térgeometria vonalán haladva folytatják tanulmányaikat. A következő óra címeként, a ezt adja meg a kiadó: Építés, modellezés perspektivikus és alaprajz szerint. Ahogy a tanmenetben is leírják: „A modellezés a térszemlélet fejlesztésében nagyon fontos feladat.” [12]. Ezen az órán különböző építőelemek segítségével építenek többféle építményt vagy adott képről másolással építik meg őket. Ez az óra a következő kompetenciákat fejleszti: alkotó képesség; változások felismerése, értelmezése tárgyi tevékenységek alapján; megfigyelőképesség fejlesztése konkrét tevékenység útján. Ezzel a tanórával zárják a geometria témakört, ezt a valószínűség számítás követi.

2. osztály

A tanévben – úgy, mint az első osztályban – az éves óraszám 164 óra, heti 4,5 órával számolva. Ennek a 11,59%-át, vagyis 19 órát fordítanak geometriára és mérésre. Az új anyag megismerésére 12, gyakorlásra 5, ellenőrzésre és összefoglalásra 2 órát szánunk. Ennek az évnek a céljai és feladatai a geometria témakörében: fejleszteni a tanulók megfigyelőképességét, kreativitását, tájékozódását; segíteni a tanulók tér- és síkgeometriai tapasztalatszerzését; formálni a tanulók alkotó-, formareprodukciós és lényegkiemelő képességét; tapasztalatokat gyűjteni a tengelyesen szimmetrikus alakzatokról; helyes eszközhasználatot kialakítani; mélyíteni a valóság és a matematika kapcsolatát.

A második osztályban tovább bővítik a síkidommal kapcsolatos ismereteiket. Megfigyelik a sokszögek tulajdonságait, tevékenységgel megméri területeiket; megkülönböztetik a téglalapot a négyzettől; testeket építenek modellről másolással; megfigyelik a testek tulajdonságait; vizsgálják a téglatestet és a kockát; síkidomokat másolnak-előállítanak vonalzóval és sablon használatával. Ezzel a következőket fejlesztik: megfigyelőképesség, tudatos, célirányos figyelem fejlesztése, az észlelés pontosságának fokozása; tulajdonságok felismerése, tagadása; összehasonlítás, azonosítás, megkülönböztetés, osztályokba sorolás; formafelismerés, alkotóképesség; képzeletben történő mozgás, más nézőpont elképzelése; tudatos, pontos és helyes eszközhasználat; finommotoros mozgáskoordináció; sík- és térbeli tájékozódás; tulajdonságok megnevezése, megfigyelések megfogalmazása, megmaradó és változó tulajdonságok tudatosítása.

Ebben az évben a következő követelmények alapján kell teljesíteniük a tanulóknak: felismerni a téglalapot és négyzetet; másolással létrehozni testeket és síkidomokat; testek tulajdonságait felismerni (élek, lapok, csúcsok); megadott szempontok szerint alakzatokat válogatni és csoportosítani.

A tanmenetben leírtak szerint a 135. órán kezdenek el foglalkozni a testekkel és a síkidomokkal. Ezen az órán a síkidomok felismerése, a téglalapok és a négyzetek fogalmának előkészítése, valamint a síkidomok másolása és lefedése a téma. A tanórát a fogalmak rendszerezésével és az első osztályban tanultak átláthatóságával kezdik. Például a következő gyakorlattal ismétlik az eddig tanultakat: a táblára feltett síkidomok (különböző méretű és alakú háromszögek, téglalapok és 1 darab kör) közül választják ki a kakukktóját, majd a megmaradt síkidomokat két csoportba rendezik. Megbeszélik, hogy miért így hívják a különböző síkidomokat (a szögek és az oldalak számának egyezése miatt). A négyszögeket tovább válogatják. Egyrészt arra a csoportra, ahol a négyszögek szemközti oldalai egyenlők (téglalap), másrészt azokra, ahol a négyszögek minden oldala megegyezik (négyzet). Ezeket a fogalmakat igaz-hamis játékkal gyakorolják. Ezután a területet határozzák meg lefedéssel. Itt észrevehető, hogy két (derékszögű) háromszöggel tudnak lefedni egy négyzetet. Kompetenciák, amiket fejlesztenek: megfigyelési képességek, a rész és egész felismerése; összehasonlítás: azonosítás, megkülönböztetés; formafelismerés - azonosítás, megkülönböztetés összkép alapján.

Az ezt követő órán a testek és síkidomok megkülönböztetése, valamint a testek oldallapjainak megfigyelésén kívül, szóba kerül a tengelyes tükrözés megfigyelése és a tükörkép előállítása is. Az órát ismétléssel kezdik, majd a tükrözés következik, ennek gyakorlására a tanteremben keresnek szimmetrikus tárgyakat, mint például a szemüveg,

szekrény, ablak vagy akár a nyitott ablak. A testek nevének gyakorlására az 1-4. osztályos technika építődoboz elemeit használják, a tanító mond egy megnevezést, a tanulók pedig felmutatják a hozzá kapcsolódó elemet (kocka, téglatest, négyzet alapú hasáb, henger, kúp). Nehezíthetik a feladatot azzal, hogy tapintás útján ismerik fel és nevezik meg az elemeket. Egy másik feladatként kereshetnek a tanteremben és a tanszereik között olyan tárgyakat, amik téglatest alakúak. A 137. órán már testeket másolnak különböző modellekről, valamint bevezetik az él és a csúcs fogalmát. Ezen kívül kockákból építenek és alaprajzról olvasnak/építenek.

A tanmenetben leírtak szerint, „A síkgeometria elemeit a térben lévő tárgyakról vonatkoztatjuk el.” [12]. Javasolják a Babilon-készlet használatát, ami gyorsítja a munkájukat. A modell segítségével bemutatható a csúcs, a lap és az él fogalma. Az élet és a csúcsot a következőképp magyarázzák: „Él: Minden él legalább két lap határán van.; Csúcs: Minden csúcsban legalább 3 él találkozik.” [12]. A fent említett készletből csúcsoknak a golyók, élnek pedig a pálcák felelnek meg. Ezek segítségével csak a test élváza építhető meg, az oldalakat el kell képzelniük a tanulóknak. A tanmenet készítői gyakorlásképp javasolják az alaprajz alapján való építést, és a perspektivikus rajzokról való építést, amihez a színesrúd-készlet kis kockáit ajánlják. Mivel a perspektivikus rajzok sokszor nem egyértelműek, ezért ezeket alaprajzokkal kell kiegészíteniük a pontos munkához. A tankönyv feladatait adják még meg az órán, amihez a következő magyarázatot adják: „Az építés alapjául az alaprajz szolgál. A rózsaszín négyzetben a szám azt mutatja, hogy a fehér négyzet helyett hány darab rózsaszín rudat kell beépíteni.” [12]. Ezzel az órával le is zárják a 2. osztályos geometria tanítást, amit az év végi ismétlés követ.

3. osztály

Az 1. és 2. osztállyal ellentétben itt már nem 164 tanórán tanulják a diákok a matematikát, hanem csak 148 órában (heti 4 órában). Ebből geometriára és mérésre 23 tanórát javasolnak a következő bontásban: az új anyag feldolgozására 15, gyakorlásra 6 és összefoglalásra ellenőrzésre 2 órát. A geometria témakörben ezeket a célokat tűzik ki: sík- és térgeometriai tapasztalatok gyűjtése főként tevékenységgel; kifejezőképesség fejlesztése a tapasztalatok megfogalmazásával; térlátást és konstrukciós képességek fejlesztése tevékenységgel; kreatív gondolkodás, megfigyelőképesség fejlesztése.

A harmadik osztályban tovább építik az eddig tanult geometriai ismereteiket. Ebben a tanévben megtanulnak tájékozódni vonalon, síkban, térben; síkidomokat állítanak elő

különböző tevékenységekkel és másolással; megtanulják használni a körzőt és gyakorolják a vonalzó használatát; megfigyelik a síkidomok tulajdonságait (négyzet és téglalap), valamint ezen tulajdonságokat össze is hasonlítják; tapasztalatszerzéssel előkészítik az egybevágóság és hasonlóság fogalmát; szimmetrikus alakzatokat állítanak elő; tükör segítségével megkeresik a szimmetriatengelyt; négyzetháló segítségével tükörképeket rajzolnak és ugyancsak a négyzetháló segítségével nagyítanak és kicsinyítenek; megadott feltételek alapján, szabadon és modelltől való másolással testeket építenek; körülkerítéssel kerületet mérnek, lefedéssel pedig területmérést végeznek.

Fő fejlesztési feladatok közé tartozik a tér- és síkbeli tájékozódó képesség fejlesztése; testek és síkidomok tulajdonságainak összevetése, megfigyelése, kiemelése, megkülönböztetése, válogatása; különböző formák és testek felismerése; a gyermekek alkotóképességének és a finommotoros mozgáskoordinációk fejlesztése; testek számbavétele lapok, élek és csúcsok száma szerint; tapasztalatok megfogalmazása. Év végére a harmadik osztályos tanulóknak fel kell ismerniük az egyszerű geometriai alakzatokat és meg kell nevezniük ezen alakzatok néhány tulajdonságát; különböző tevékenységekkel elő kell tudniuk állítani különböző síkidomokat és testeket.

A tanmenetben a következő célkitűzéseket olvashatjuk: „Az alsó tagozatos geometriatanítás célja a sík- és térbeli tájékozódó képesség fejlesztése. A geometria vizsgálódás tárgya a valóság. Megfigyeléseket végzünk a közvetlen környezetünkben. A geometriai fogalmak, elnevezések megtanulásához bőséges példaanyagot kell biztosítanunk. A geometriai tulajdonságok megfigyeléséhez csoportosításokat, halmazba rendezéseket végzünk. E témakör során is kiemelt jelentősége van a tevékenységgel történő tapasztalatszerzésnek: síkidomok előállítása másolással, nyírással, hajtogatással, körülrajzolással; testek építése másolása.” [12]. Ebben az évben a harmadikos tanulók feladatai az észlelések fokozása; tájékozódó képességek fejlesztése síkban és térben; az előző években tanultak továbbépítése, felidézése; alkotóképesség, formafelismerés fejlesztése; finommotoros koordinációk; testek és síkidomok tulajdonságainak megfigyelése, összehasonlítása, azonosítása, megkülönböztetése, testek építése, és a lapok, az élek és a csúcsok számának számbavétele, tapasztalatok megfogalmazása; síkidomok kerülete, terület fogalmának előkészítése.

A tanmenet beosztása szerint a 103. órától kezdenek el foglalkozni a geometriával. Az első ilyen órán, a tankönyv példáinak segítségével átismétlik az eddig tanultakat, mint például a síkidom, a sokszög, vagy a különböző vonal típusok (egyenes, görbe, törött vonal, zárt és nyitott vonal). Nyírással különböző síkidomot hoznak létre, amivel később barkochbát is

játszhatnak és tudatosítják a sokszög fogalmát. A síkidomot a következőképp határozzák meg: „A zárt vonallal határolt síkrészt síkidomnak nevezzük.” [12], a sokszöget pedig ily módon írják le: „A zárt egyenes vonallal határolt síkidomokat sokszögeknek nevezzük.” [12]. A síkidomokat vonalzóval rajzolják meg, ezzel is gyakorolva a vonalzó használatát. Ezekkel a feladatokkal, gyakorlatokkal különböző kompetenciákat fejlesztenek. Ilyenek az „Alkotó gondolkodás. Formalítás, térlátás fejlesztése az alakzatok különféle előállításával. Célszerűség és esztétikum mint alkotói szempont. Emlékezőképesség (formára, változásra, szavakra).” [12].

Az ezt követő órán a síkidomok szétválogatásával foglalkoznak (háromszög, négyszög, kör, téglalap), továbbá megvizsgálják a sokszögeket, ezeket csoportosítják csúcsok, oldalak alapján. Itt tovább szilárdítják a sokszög fogalmát ezek vizsgálatával és csoportosításával. Itt főként a négyszög és a négyzet fogalmakkal foglalkoznak, mivel ezeket sok esetben összekeverik a tanulók. Kartonból készített alakzatokból válogatással gyakorolhatják a fogalmakat, valamint nyírással készíthetnek különböző síkidomokat meghatározások alapján (például: 5 oldala legyen, vagy 8 csúcsa legyen, vagy minden oldala egyforma hosszú legyen stb.). A következő kompetenciákat fejlesztik: tulajdonságok felsorolása, megfigyelése; absztrahálás; konkretizálás; valamint - mint az előző órán is – emlékező képesség kompetencia fejlesztése (formára, változásra, szavakra).

Ezt követő tanórán már más oldalról vizsgálják a geometriai alakzatokat. Az órán a tengelyesen tükrös alakzatok megfigyelése a téma, illetve a háromszögek, négyszögek előállítása, ezeken tükrötengely keresése; egybevágóság fogalmának megismerése. A tanmenet szerint „a geometria transzformációk tanítása fejleszti a sík és térbeli tájékozódó képességet.” [12]. Ezeket először játékos keretek közt ismerik meg, hogy minél több tapasztalatot gyűjtsenek az egybevágóság és szimmetria körében. Tükrökép játékokkal kezdik az órát. Az óra nélkülözhetetlen eszköze a tükör. A tükrözés során egybevágó alakzatok keletkeznek. „Két alakzat egybevágó, ha ugyanolyan alakú és méretű. Az egybevágó alakzatok mozgással mindig átvihetők egymásba.” [12]. A tanmenet itt is a tankönyv feladatait ajánlja gyakorlásképp. Kompetenciák, amiket ez az óra tananyaga fejleszt: „Megfigyelés, tulajdonságok sorolása. Alakazonosítás. Elemzőképesség: változás és változatlanság felismerése, tudatosítása. Periodikusság felismerése. Ritmusérzék. Szimmetriák megfigyelése a természetben és az ember által alkotott környezetben; követésük.” [12].

Témám szempontjából a tanmenetben szereplő további órák nem annyira lényegesek, ezért csak néhány mondatban említem meg őket. A 106. órán a síkbeli alakzatokat kicsinyítik, nagyítják, torzítják. Megfigyeléseken keresztül kialakítják a „hasonló” fogalmát. A tanmenet a következőképp definiálja a nagyítást és kicsinyítést: „A nagyítás és kicsinyítés olyan transzformációk, amelyek során hasonló (ugyanolyan alakú, de különböző méretű) alakzatot kapunk” [12]. Következő órán kerületméréssel, amit úgy határoz meg a tanmenet, hogy: „A sokszögtartományt határoló sokszögvonal hossza a sokszögtartomány kerülete.” [12]. Ezután a téglalap és a négyzet kerületét mérik és számítják. A 109. órán a síkidomok területét mérik lefedéssel és alakzatokat hoznak létre különböző elemszámú négyzetrácsokból.

A 110. órától ismét egy fontosabb óra következik témám szempontjából. Ezen az órán mértani testek létrehozásával foglalkoznak a harmadik osztályban. Megfigyelik a testhálókat valamint a testek lapjait, éleit és csúcsait. Különböző modellezési feladatokkal és építéssel gyűjtenek tapasztalatokat. Ezek gyakorlására a tankönyv feladatai jó példákkal szolgálnak. Itt is különböző kompetenciákat fejlesztenek, mint például az alkotó gondolkodás, tér- és formalítás fejlesztése, megfigyelés, tulajdonságok sorolása, konkretizálás, absztrahálás, emlékező képesség (formára, változásra, szavakra), stb. Ezt az órát követően, már csak a mértékegység átváltásával foglalkoznak.

4. osztály

A 4. osztályban hasonlóan, mint a harmadik osztályban 148 óra terjedelemben tanulják a matematikát, heti 4 órában. Az új anyag feldolgozására 14, gyakorlásra 5, összefoglalásra és ellenőrzésre 2 órát számolnak a tanterv készítői. Ez év céljai az eddigi 3 év geometriai ismereteinek felidézése, ismételése; a logikus gondolkodás fejlesztése; tevékenységgel való tapasztalatgyűjtés a sík- és térgeometriai témakörében, ezek megfogalmazása szóban; az egybevágóság és a hasonlóság fogalmának előkészítése tapasztalatszerzés útján; konstrukciós képességek fejlesztése; a figyelem tartósságának és terjedelmének növelése. A tananyag: pontok, vonalak és síkidomok; párhuzamos és merőleges egyenesek előállítása; síkidomok előállítása különböző módszerekkel, ezek elforgatása, tükrözése; tapasztalat szerzése az egybevágóság és a hasonlóság fogalmához; szimmetrikus alakzatok előállítása, felismerése; alakzatok/síkidomok nagyítása, kicsinyítése; tükrök képek előállítása; szögek vizsgálata (derékszöghöz viszonyítva) és derékszöggel való szögmérés; testek másolása, építése; a téglatest és a kocka hálójá, valamint ezen testek tulajdonságainak vizsgálata lapok, élek, csúcsok száma szerint; kerület és lefedéssel való területszámítás. Ehhez a tartalomhoz különböző fejlesztési feladatok tartoznak. Fokozzák az

észlelés pontosságát; kiemelik a tulajdonságokat, ezeket összehasonlítják, azonosítják, megkülönböztetik; megnevezik a közös tulajdonságokat; geometriai transzformációkban megfigyelik a megmaradó és változó tulajdonságokat, majd ezeket tudatosítják a tanulóknak; alkotóképesség és formafelismerés fejlesztése; képzeletben való mozgatások és más nézőpontok elképzelése; megfigyelés különböző változó helyzetekben; modellek alkotása és értelmezése a fogalmakhoz; geometriai alakzatok megfigyelése, válogatása tulajdonságok alapján; a megfigyelt tulajdonságok megnevezése; előírtnak megfelelő alkotások elképzelése még megalkotás előtt.

A tanterv a következő követelményeket állítja ebben a tanévben a 4. osztályos tanulók elé: fel kell ismerniük a geometriai alakzatokat; megadott feltételek alapján testeket és síkidomokat kell létrehozniuk; ismerniük kell a téglatest és kocka tulajdonságait (élek, lapok és csúcsok száma szerint); fel kell ismerniük az alakzatok geometriai tulajdonságait és a negyedik osztályos tanulóknak ki kell tudniuk választani az adott tulajdonságú alakzatokat.

Ez év tananyagában a többi tanévhez viszonyítva nagy részben szerepel a geometria, amiket a Mozaik Kiadó által készített óravázlatban leírtak szerint, gyakorlati példákon keresztül szemléltetnek. „A gyakorlati problémák feltevésével próbáljuk érzékeltetni, hogy a mindennapi életben szükségünk van a megfelelő térbeli tájékozódásra.” [12]. Az első (ami a tanmenet szerint a 48. óra) geometriaórán az oktatást a hétköznapi életből vett példákkal kezdik, a tanulókat körülvevő tárgyakat figyelik meg, majd ezeket megvizsgálják különböző szempontok alapján. A hétköznapi életben vagy különböző képekről keresnek az eddig tanult testekre (téglatest, gömb, henger, kúp, gúla) példát. Majd megneveznek más testeket is a tanteremben található tárgyak alapján, mint például a kocka. Felhívják a figyelmet arra is, hogy gyűjthetnek különböző tárgyakat a hétköznapiakból, amik különböző testekre hasonlítanak. Ezen az órán különböző kompetenciákat fejlesztenek, mint például a helymeghatározás képessége, a térlátás képességének fejlesztése, vagy a téri tájékozódás képessége. Ezt követő órán jellemzik a testeket tulajdonságaik alapján (élek, csúcsok és lapok). „A testeket lapok határolják. A lapok élekben, az élek csúcsokban találkoznak.” [12] fogalmazza meg a tanmenet. A tankönyv példáit oldják meg a tanóra keretein belül, itt gyakorolják, bővítik és fejlesztik eddig megszerzett ismereteiket. Ezek gyakorlásához használhatnak különböző modellező készleteket, amikkel elkészíthetik a testek élvázait. Ezen az órán a matematikai szaknyelv elemi használatát is fejlesztik. Az 50. órán megfigyelik a kocka és a téglatest tulajdonságait, kiterítik és összeállítják ezen testek hálójait. Itt állapítják meg, hogy a kocka is téglatest, ahogy a tanmenet írja: „Rendelkezik minden tulajdonsággal, ami igaz a téglatastra. A kocka olyan téglatest, amelynek 6 egybevágó négyzetlapja van.”.

[12]. Itt szintén a tankönyv feladatai segítségével gyakorolják az új anyagot. A következő órán különböző építményeket készítenek nézeti képek alapján. A tanulók a tankönyv mellékletében található testhálóból épített test segítségével készítik el a kijelölt feladatokat, valamint színes rudak segítségével építményeket alkotnak. Ez az óra nagyban segíti a térszemlélet fejlesztését.

Az 52. tanórán a vonalak fajtáit ismétlik át (ezt már első osztálytól kezdve tanulják), valamint bővítik ebben a témakörben szerzett ismereteiket. Itt tanulják meg azt is, hogy az egyenest vonalzó segítségével rajzolhatják meg, és azt is, hogy az egyenesnek nincs végpontja. A következőképpen definiálják a félegyenest és a szakaszt: „Ha az egyenes csak egy irányban végtelen, a másikban van végpontja (amit nagybetűvel jelölünk), akkor félegyenestről beszélünk. Ha az egyenesnek mindkét irányban van végpontja (melyeket szintén nagybetűvel jelölünk), akkor szakaszcól beszélünk.” [12]. A félegyenes és a szakasz fogalmának begyakorlására a tankönyv példái nyújtanak segítséget a gyerekek számára. Az 53. órán a szög fogalmát értelmezik, szögeket szerkesztenek. Megtanulják, hogy mi az a derékszög és azt, hogy miként kell jelölni. Ezen kívül szerkesztéssel is foglalkoznak (metsző, párhuzamos és merőleges egyenesek), és megállapítják a metszéspont helyét. Majd az ezt követő órán gyakorolják ezeket és új anyagként a következő új témakörök lépnek be: párhuzamos és merőleges egyenesek felismerése és létrehozása, illetve a szögek mérése.

Ez utáni tanórán a sokszögek megfigyelése következik, majd pedig a téglalap és a négyszög tulajdonságait vizsgálják. A négyszög gyakorlásához egy párhuzamos oldalú papírcsikot vágnak fel és azt darabolják különböző négyszögekké, majd elemzik őket adott szempontok alapján. Amit észre kell venniük, hogy minden síkidomnak van legalább egy párhuzamos oldalpárja. Feladatként adható még a négyszögek szögeinek megmérése is. A téglalapot és a négyzetet így írja le a tanmenet: „A téglalap olyan négyszög, amelynek négy derékszöge van. Szemben lévő oldalai párhuzamosak egymással. A négyzet olyan négyszög, amelynek oldalai és szögei is egyenlők.” [12]. A négyszögek gyakorlására még javasolják az adott feltételek alapján színes papírból való kivágást.

Az 56. tanórán a körző használata és azzal való megismerkedés és a vele elkészíthető kör tulajdonságainak vizsgálata következik. Megvitatják a hétköznapi életben használt és a matematikai jelentés közti hasonlóságokat és különbségeket. „A hétköznapi szóhasználatban nem teszünk különbséget kör és körlemez között. A síknak azon pontjait, amelyek a sík egy P pontjától adott r távolságra vannak, kört alkotnak. A P a kör középpontja, r a kör sugara. A síknak azok a pontjai, amelyek a sík P pontjától r távolságra vagy ennél közelebb vannak, a

P középpontú, r sugarú körlemez alkotnak.” [12]. A tanulók feladata lehet, hogy a környezetükben lévő tárgyakat megfigyelik és keresnek példákat erre a síkidomra és ezeket lerajzolhatják. Az órán még előkerül a körző is, és ennek segítségével kell köröket rajzolniuk. Alsó tagozatosként még nem kell tudniuk az átmérő és a sugár fogalmát. A soron levő órán a hasonló alakzatok fogalma és felismerése a téma, ezek létrehozása (kicsinyítéssel és nagyítással). „A hasonló jelentése a matematikában: egyező alakú legfeljebb méretben különböző. Vannak olyan geometriai alakzatok, amelyek közül bármelyik kettő mindig hasonló. Ilyen pl. a szakasz, a kör, a négyzet, a szabályos háromszög, a kocka, a gömb.” [12].

Az egybevágóság fogalma az 58. órán jön elő. Ezen az órán a fogalom tisztázásán kívül elforgatással, tükrözéssel és eltolással hoznak létre egybevágó alakzatokat. „Egybevágóak azok az alakzatok, amelyek ugyanolyan alakúak és ugyanakkorák. Az egybevágó alakzatok pontosan fedik egymást. Egybevágó síkalakzatok mozgással mindig átvihetők egymásba.” – magyarázza a tanmenet. Játékos munkával (vágással és hajtogatással) egybevágó alakzatokat hoznak létre. A tükrözés felelevenítésre a tükörképjavaslatot ajánlanak. Az 57-58. órán a tankönyv feladatait javasolják gyakorláshoz. Az első féléves geometria témakör zárásaként geometriai alakzatokat figyelnek meg a képzőművészetben („Optikai csalódások és geometria a képzőművészetben.” [12]). Ez az óra felhasználható arra, hogy megfigyeljék, hogy a képzőművészetben miként használják a geometriát a művészek.

A második félévben is előkerül a geometria témaköre, de itt már csak különböző mértékegységek használata, mérések, átváltások, valamint a terület fogalma, kiszámítása különböző módszerekkel, ezzel kapcsolatos szöveges feladatok és területtel kapcsolatos számítások szerepelnek.

Ezzel a fejezettel zárul az általános iskola alsó tagozatos geometria oktatás. Véleményem szerint igen kevés az óraszám. Az általam használt tanmenet leírása szerint, az első osztályban az éves órakeret 15,24 %-a, a második osztályban 11,59 %-a, harmadik osztályban 15,54 %-a és negyedik osztályban az éves óraszám 14,86%-a foglalkozik a geometriával és méréssel kapcsolatos ismeretek elsajátításával. Úgy gondolom, hogy a matematika bármely területét sok gyakorlással lehet elsajátítani, fejleszteni. A geometria igencsak elhanyagolt témakör, ezért úgy gondolom, hogy az általam összeállított foglalkozásokkal segíthettem a geometria oktatását, játékosan fejleszthettem a matematika egy rendkívül fontos ágát.

4. Első lépések. Felmérő

Dolgozatom témájának kiválasztása után felkerestem a Mohácson lévő Brodaries István Általános Iskolát, és engedélyt kértem a foglalkozások megtartására. Azért ezt az iskolát választottam, mert a szülők gyermekeik beíratásakor választhatják az emelt órás számú matematika tagozatos osztályt is. Ez azt jelenti, hogy az iskola diákjai alsó és felső tagozaton is emelt órás számú matematikaoktatásban részesülnek. Emellett tehetséggondozó szakköröket is indítanak, valamint ez az iskola ad otthont több matematika versenynek is. Miután az iskolától engedélyt kaptam a foglalkozások megtartására, az alsó tagozatos diákok szüleit egy levéllel kerestem fel (1. melléklet). A kerettanterv szempontjából nem kiemelt témakört választottam, ezért tartottam attól, hogy nem lesz elég jelentkező a foglalkozásra. Minden várakozást felülmúló létszámban jelentkeztek az iskola diákjai. Összesen 109 fő jelentkezett a négy évfolyamról (évfolyamonként A és B osztály van), az első osztályokból 15-15, a második osztályokból 10-19, a harmadik osztályokból 10-14 és a negyedik osztályokból 11-15 gyermek jelentkezett. Az iskolától nagy segítséget kaptam, hiszen nem csak a felmérők, de a foglalkozások idejére is biztosítottak termet, így nem kellett más hely után néznem, és a tanulók is megszokott környezetükben lehettek. A tanmenetből már kirajzolódott, hogy mit is kellene tudniuk az adott osztályban, ezért készítettem egy szintfelmérő dolgozatot, amiből kiderült, hogy valóban mit tudnak, milyen ismeretekkel rendelkeznek a jelentkezők. A szintfelmérők a mellékletben megtalálhatók (1. osztály – 2. melléklet, 2. osztály – 3. melléklet, 3. osztály – 4. melléklet, 4. osztály – 5. melléklet). A feladatok egy részét (körülbelül 30 - 35 %-át) Herendiné Kónya Eszter doktori disszertációjából valamin versenyfeladatokról vettem, de túlnyomó többségét én készítettem.

A dolgozatokat négy csoportban írtam meg. Az első és második osztályosok számára 30-30 perces, a harmadikos és negyedikes tanulónak 45 perces feladatsort állítottam össze. A felmérő feladataival szerettem volna megismerni a tanulók különböző irányú ismereteit. Az első osztályban azt, hogy tudják-e használni az irányokat, úgy, mint a jobb, a bal, a le és a fel kifejezéseket, tudnak-e viszonyítani egymáshoz két különböző alakzatot, erre a felmérő első és második feladata szolgált.

Az első osztályosok a 2. melléklet első feladatában jobbra és balra mutató nyilakat láthattak, ezek közül kellett beszínezniük piros színűre a balra mutató nyilakat. A feladatot szinte mindenki hibátlanra tudta megoldani. A második feladatban a madarak helyzetét kellett meghatározni a székekhez képest. A helyes válaszokat a képek alatt felsorolt lehetőségek

egyikével kellett összekötniük. A gyerekek megoldásában kevés hiba volt, valamennyien helyes válaszokat adtak. A következő feladat típusban – ami a 2. melléklet harmadik feladatában található – kis kockákból álló építmények képét látták. Itt meg kellett számlálniuk, hogy hány darab kis kockából áll az építmény, és az eredményeket az ábrák mellé kellett írniuk. Ebben a feladatban csaknem minden tanuló hibázott. Számlálás közben, nem vették figyelembe a nem látható kockákat, így az eredmények pontatlanok lettek. A második melléklet negyedik példájában egy kockákból álló építményt, alattuk pedig különböző „lenyomatokat” láthattak a nebulók. Ez utóbbiak alá kellett írniuk, hogy melyik oldalról készült a „lenyomat”. Tökéletesen megoldott feladat nem volt. Voltak jó megoldások, de részben helytelen választ adtak a tanulók. A teszt utolsó feladatában, azaz a második melléklet 5. feladatában, egy kört és benne négy különböző mintával kitöltött négyzetet láttak. Az első ábrán mind a négy négyzet ki volt töltve, a többi rajzon csak egy mintával teli négyzet volt megfigyelhető, amely eltérő mértékben lett elforgatva. A teendőjük az volt, hogy az üres négyzeteket kellett kiegészíteni a helyes mintával. A feladatban azt szerettem volna felmérni, hogy mennyire tudják a képzeletükben elforgatni a köröket. Voltak jó megoldások, de a legtöbben felcseréltek egy-egy jelet.

Második osztályban hasonló mérés történt egy kis nehezítéssel. Első feladatuk (3. melléklet 1. feladat) annyiban különbözött az első osztályosokétól, hogy a jobbra mutató nyilakat kellett kék színre színezniük. A második osztályhoz tartozó táblázatból (2. ábra) kiderül, hogy ezt a példát minden gyermek helyesen oldotta meg. A melléklet 2. feladata megegyezik az első osztály feladatsorában található 5. feladattal. Itt is a körökben lévő üres négyzeteket kellett a helyes mintákkal kitölteni. Úgy, mint az első osztályosoknál, itt is a jelek felcserélése volt a legfőbb probléma. Harmadik feladatként meg kellett számolniuk, hogy hány darab kis kockából áll az építmény, és az ábrához tartozó vonalra kellett írniuk a helyes megoldást. Jobb teljesítményt nyújtottak, mint az elsősök, de itt is előfordultak olyan gyermekek, akik nem számolták bele a nem látható kockákat. A következő feladat is megegyezett az előző osztály negyedik feladatával. A „lenyomatokat” kellett meghatározniuk. A kisdíákok kisebb hibákkal, de jól oldották meg a feladatot. Az ő felmérőjükben már szerepelt egy kocka kiterített hálójá, amin ábrák voltak, és ehhez kellett a megfelelően összehajtogatott kocka képét kötni. Ez az osztály számára igen nehéz volt, csak egy fő tudta megoldani a feladatot.

A harmadikosok és negyedikesek hasonló feladatokat kaptak, mint az első és második osztályos tanulók, csak nehezítve. A harmadik osztályosok az első feladatban, ami a 4. mellékletben található, gyermekeket ábrázoló rajzokat láthattak különböző irányból, akik egy-

egy kezüket tartják fel. Az ábrák alá kellett írniuk, hogy melyik kéz van a magasban. Páran nem vették figyelembe az irányokat, így sok volt a kisebb tévesztés. A melléklet második feladatában meg kellett számolniuk, hogy hány darab kis kockából áll az építmény. Ebben az osztályban is nagy problémát okoztak a nem látható kockák megszámlálása, csak kevesen tudták maximálisan megoldani a feladatot. A következő feladatban három különböző autót, és az autókról készült kilenc ábrát láttak a tanulók. Feladatuk az volt, hogy megtalálják az autókhoz tartozó 3-3 darab helyes képet. Senki nem tudta hibátlanul megoldani a feladatot, nem tudták a helyes képeket az autókhoz kapcsolni. A 4. melléklet negyedik példájában egy kockából álló építményt láthattak. A feladat szövegében szereplő öt lány, Ági, Bea, Ica, Éva, és Anna különböző oldalról nézte az építményt, majd lerajzolták, hogy mit láttak. A diákoknak el kellett dönteniük, hogy a példában szereplő öt lány közül, ki az, aki helyesen rajzolta le, amit valójában látnia kellett. Ezzel a feladattal szerettem volna felmérni, hogy mennyire látják, mennyire tudják elképzelni az adott oldalak képét. A feladatot csak egy fő tudta megoldani. A következő feladatban, 10 darab kockából összeragasztott építmény rajzát láthatták a diákok. Feladatuk az volt, hogy meghatározzák a látható kockalapok számát. Sajnos ezt a feladatot is csak pár fő tudta megoldani. Legtöbben nem értették meg a feladatot, vagy nem számolták bele a nem látható oldalakat. A szintfelmérő feladatsor végén volt egy plusz feladat, amit az átlag kiszámításnál nem vettem figyelembe. A példa a 4. mellékletben található meg +1 jelöléssel.

A negyedik osztály feladatsorában (5. melléklet) az első feladat megegyezett az első és második osztályosok felmérőjében szereplő 4. feladattal, azaz azzal a példával, amiben meg kellett határozni, hogy a kockából álló test melyik oldalának a „lenyomatát” látják. Ezt a feladatot majdnem minden kisdíák maximálisan meg tudta oldani. Egy-két oldaltévesztés fordult elő. A következő feladatban – ami megegyezik a harmadikosok 4. feladatával – közepes eredmények születtek. A harmadik példa szintén szerepelt a harmadikosok feladatsorában. Az autók és a képek helyes csoportosítását nem minden gyereknek sikerült tökéletesen teljesítenie. Többen összecserélték a képeket. Az 5. melléklet 4. feladatában a következő kérdésre kellett megtalálniuk a helyes választ: „Legalább hány élt kell felvágni egy kocka kiterítésére?” Csak kevesen tudták a helyes megoldást, azaz csak pár fő jelölte meg a B választ. A következő feladatban kis kockából álló építményeket láttak. Azokat az építményeket kellett azonos színűre színezniük, amelyek egyformák voltak, csak más helyzetben látszott (például egy forgatás következményeképp más oldaláról láthattuk). Az 5. melléklet utolsó feladata, tehát a 6. példa, hasonló volt a harmadik osztály +1-es feladatához. Ezt a feladványt a negyedik évfolyamból 5 diák tudta megoldani.

A feladatok kapcsolódtak az általam fejleszteni kívánt területekhez, vagyis a térbeli forgatásokhoz, a testek síkbeli kiterítéséhez, és a síkból térbe lépéshez. Véleményem szerint a tanulók jól teljesítettek, hiszen minden osztály 50 % felett teljesített. A kisiskolásoknál ez nem olyan rossz teljesítmény, mivel a példák nagy része verseny-feladatsorokban is szerepelt már.

A példák értékelésénél a korosztályokat vettem figyelembe, nem bontottam külön A és B osztályra őket, viszont külön is értékeltem a fiúkat és a lányokat. A következő eredményeket kaptam:

1. táblázat: Az első osztály szintfelmérőjének eredményei pontokban és százalékban

Feladat sorszáma	1. osztály				A feladatra adható maximum pontszám
	Fiúk	Fiúk %	Lányok	Lányok %	
1.	5	100	2,79	55,71	5
2.	4,55	75,83	4,71	78,57	6
3.	4,4	55	4,43	55,36	8
4.	1,6	40	2,43	60,71	4
5.	2,25	50	1,71	38,1	4,5
össz.:	17,8	64,73	16,07	58,44	27,5

Forrás: Saját szerkesztés (2014)

Ebben a táblázatban (1. táblázat) jól látszik, hogy az első feladatot a fiúk 100 %-os eredménnyel, míg a lányok csak 55,71 %-os eredménnyel tudták megoldani. A második és harmadik feladatot a lányok csak pár százalékkal oldották meg jobban. A negyedik feladatban a lányok kiemelkedően teljesítettek, ők 60,71 %-os, ellenben a fiúk csak 40 %-os teljesítményt nyújtottak. Az utolsó feladatban pedig ismét a fiúk készítették el jobban. Összesítésben a fiúk megközelítőleg 6,29 %-kal jobban dolgoztak, mint a lányok.

2. táblázat: A második osztály szintfelmérőjének eredményei pontokban és százalékban

Feladat sorszáma	2. osztály				A feladatra adható maximum pontszám
	Fiúk	Fiúk %	Lányok	Lányok %	
1.	4	100	4	100	4
2.	3,3	73,33	1,83	40,74	4,5
3.	7,1	88,75	6,22	77,78	8
4.	2,4	60	1,89	47,22	4
5.	0	0	0,67	22,22	3
össz.:	16,8	71,49	14,61	62,17	23,5

Forrás: Saját szerkesztés (2014)

A táblázatból (2. táblázat) leolvasható, hogy az első feladatot mindkét nem maximálisan teljesítette. A második feladatban a fiúk kiemelkedő teljesítményt nyújtottak, és a harmadik és negyedik feladatban is ők készítették el jobban a feladatot. Az ötödik feladatban a lányok eredménye lett jobb, ebben egyik fiú sem tudta a helyes megoldást. Ennek ellenére összességében nem sokkal, de ismét a fiúk szerepeltek jobban.

3. táblázat: A harmadik osztály szintfelmérőjének eredményei pontokban és százalékban

Feladat sorszáma	3. osztály				A feladatra adható maximum pontszám
	Fiúk	Fiúk %	Lányok	Lányok %	
1.	4,5	90	3,91	78,18	5
2.	7	87,5	6,45	80,68	8
3.	1,75	35	2,36	47,27	5
4.	0	0	0,27	9,09	3
5.	0,38	12,5	0,73	24,24	3
össz.:	13,63	56,77	13,73	57,2	24

Forrás: Saját szerkesztés (2014)

Jól látszik a táblázatból (3. táblázat), hogy az első és a második feladatban a fiúk jobb eredményt értek el, a többi feladatban a lányok teljesítettek jobban, így az első és második osztállyal ellentétben 0,43 %-kal a lányok értek el több pontot.

4. táblázat: A negyedik osztály szintfelmérőjének eredményei pontokban és százalékban

Feladat sorszáma	4. osztály				A feladatra adható maximum pontszám
	Fiúk	Fiúk %	Lányok	Lányok %	
1.	3,71	92,86	3,2	80	4
2.	4,14	82,86	2,6	52	5
3.	4,14	69,05	4,3	71,67	6
4.	1,71	57,14	0	0	3
5.	1,57	78,57	1,5	75	2
6.	0,86	28,57	0,9	30	3
össz.:	16,14	70,19	12,5	54,35	23

Forrás: Saját szerkesztés (2014)

A negyedik osztály szintfelmérőjének eredményeit (pontokban és százalékban megadva) a fenti táblázat (4. táblázat) tartalmazza. Ebből kiderül, hogy a harmadik és a hatodik feladatot leszámítva a fiúknak lett jobb az eredménye, és összességében is magasabb pontszámot értek el.

5. Térszemléletfejlesztő foglalkozások

5.1. Térszemléletfejlesztő foglalkozások áttekintése

A foglalkozásokat heti rendszerességgel tartottam és alkalmanként körülbelül 15-20 fő jelent meg. A kijelölt időpontok nem feleltek meg mindenkinek, így a létszám valamelyest csökkent, de még így is sokan voltak, ezért csoportokra osztottam a tanulókat. Ez a magas létszám a foglalkozások során némileg csökkent, néhány diák lemorzsolódott, különböző okokból kifolyólag. Az életkori sajátosságokat figyelembe véve bontottam csoportokra a gyerekeket. Az első és második osztályosok csak kevés geometriai ismerettel rendelkeztek, ők még sokkal játékosabbak, több mozgást és játékot igényelnek a foglalkozásokon, és a koncentrációs képességük még alacsony a hosszú távú figyeléshez. A két osztály között még nagy a tudásbeli szakadék, és sokkal több figyelmet követelnek, ezért heti egyszer, külön 30-30 perces kis csoportos foglalkozáson vettek részt. A harmadik és negyedik osztályos diákok pedig összevonva, hetente egyszer 60 percet töltöttek a foglalkozáson. Ők már bővebb geometriai alapismeretekkel rendelkeztek, tudásukban nem volt olyan nagy eltérés, ezért könnyebben tudtunk közösen haladni.

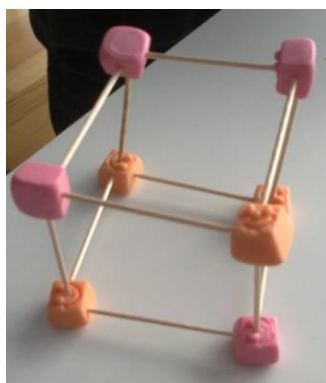
Minden csoportot létszámtól függően további csapatra bontottam, így egy csoportban 4-5 kisebb csapat jött létre. Mindegyik óra elején névsort írtam, hogy a végén lássam, hogy kik voltak ott a foglalkozások túlnyomó részén. Akik az összes órán vagy a szakkörök nagy részén részt vettek, azok szintfelmérőin reméltem, hogy pontos eredmény fog látszani, viszont a kevés órán résztvevő tanulók, eredményeit nem lehet mérvadónak tekinteni. A szakkör előtt megterveztem a nyolc foglalkozás témáját (5. táblázat), ami a haladás függvényében valamelyest változott. Minden óra előtt pontos tervet készítettem, gyakorló feladatlapokat állítottam össze, valamint egy-egy otthon elkészítendő (házi) feladatot a gyermekek számára. Ezek nagy része játékos, mesés feladat volt, aminek kialakításába megpróbáltam a tanulókat is bevonni. A feladatok több szereplőjét, mint például a Háromszög-csenő manó vagy a Számkirály ők maguk tervezhették meg bizonyos szempontok alapján. A feladatok nagy részét önállóan, saját ötletek alapján készítettem, de voltak olyan példák is, amiket különböző feladatgyűjteményekből, könyvekből, internetről gyűjtöttem.

Az első foglalkozáson a kis csoportok csapatnevet választhattak maguknak és minden kis csoport, vagy a csoport tagjai gyűjthettek pontokat. Az órák nem csak közléssel zajlottak, hanem a foglalkozáshoz kapcsolódó témát megbeszéltük, majd a kiadott feladatlapokon lévő példákat a csapatok együttes erővel vagy egyénileg oldották meg, amit utána közösen

megbeszéltünk, de akadt olyan feladat is, amit kollektíven oldottunk meg. Az órák elejét a névsor írása és a házi feladatok beszédese után, rövid és gyors ismétléssel kezdtük. Belekérdeztem az előző órán tanultakba, és az alapokat átismételtük (mit kell tudni a síkidomokról, testekről,...). Némelyik feladatlap elején található 1-1 feladat, ami összefoglalja az azt megelőző órát, akár egy kiválasztós, vagy egy igaz-hamis feladat segítségével. Ezt követően megbeszéltük az új témakört, és csoportosan, egyénileg, vagy közös erővel megoldottuk a kijelölt feladatokat. A foglalkozást az aznapi anyag összefoglalásával zártuk. Az órai és az otthoni feladatok válogatásakor és elkészítésekor megpróbáltam figyelni arra, hogy olyan játékokkal dolgozzanak a gyerekek, amelyek otthon is könnyen és gyorsan elkészíthetőek, hogy játszva tanulhassanak, gyakorolhassanak szüleikkel. Ilyen feladat volt például, amikor órán gumicukrok és fogpiszkálók, vagy szívószálak és gyurmagolyók segítségével síkidomokat és testeket építettünk, illetve amikor a diákok házi feladatként kapták, hogy rajzoljanak olyan tárgyakat a mindennapokból, amik adott síkidomokra/testekre hasonlítanak.

Az alapfogalmaknál már nagy hangsúlyt kell fektetni arra, hogy a gyerekek – az ő szintjüknek megfelelően - helyesen tanulják meg, és jól értelmezzék az alapfogalmakat. Ezekben nyújtanak nagy segítséget a modellek. A modellek anyaguk szerint a következő csoportokba sorolhatók: lemezes, élvázak, és testhálóból épített. Ez utóbbi tovább osztható fóliából illetve papírból készült modellekre. Miért is jó, ha modellezünk, ha a gyermekek kezébe adjuk ezeket? „Azért, mert igaz, hogy a síkban a rajz és a modell ugyanaz, ezért is könnyebb síkgeometriát tanítani, de a térbeli alakzat síkbeli rajza torzít, nem nyújt valódi képet. Ezért jobb, ha a teret valósághűbben ábrázoljuk, modellezzük.” [6]. Az alsó tagozatos tanulók mozdulatai még nem teljesen kifinomultak, még nincs megfelelő kézügyességük, ezért az általuk készített modellek sokszor torzok, de „Jobb egy torz kocka, mint a felnőttek által készített *tökéletes* modell” [6]. A foglalkozások alkalmával számos modellt készítettem egyedül, prezentációs anyagként vagy a gyerekekkel közösen, hogy könnyen kézzel foghatóan lássák, miként épülnek fel a testek. Ilyenek voltak például gumicukorból és fogpiszkálóból készült kockák (2. *ábra*), gyurmagolyókból és hurkapálcákból készült kockák (3. *ábra*), gyurmagolyókból és 1 méteres szívószálakból készült kockák (4. *ábra*), különböző geometriai testek golyókból és pálcikákból (5. és 6. *ábra*). A projektkészítés is nagy élményt nyújtott a diákoknak, ahol a csoportok különböző testekről készítettek plakátot (8-11. *ábra*).

2. ábra: Gumicukorból készült kocka



Forrás: Saját szerkesztés (2014)

3. ábra: Hurkapálcából készült kocka

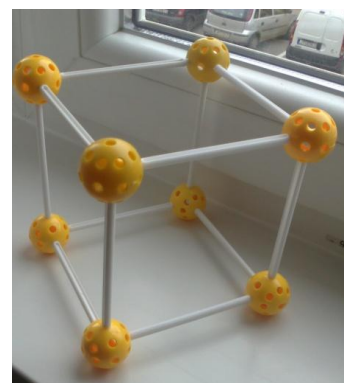
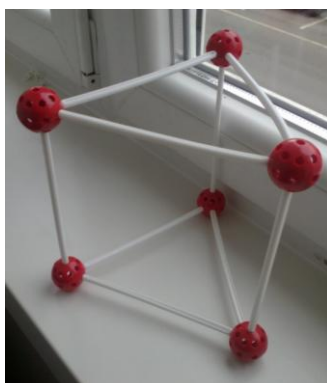


Forrás: Saját szerkesztés (2014)

4. ábra: 1 méteres szívószálból készült kocka



5. ábra: Élvázás modell I. 6. ábra: Élvázás modell II.



Forrás: Saját szerkesztés (2014) (4. ábra, 5. ábra, 6. ábra)

Az órákat az alábbi táblázatban láthatóan terveztem meg:

5. táblázat: Az alsó tagozatos tanulók foglalkozásának terve

	1. osztály	2. osztály	3-4. osztály
1. felmérő	Felmérő	Felmérő	Felmérő
1. foglalkozás	Vonalak (görbe, egyenes, törött vonal), síkidomok (kör, háromszög, négyzet, téglalap)	Vonalak (görbe, egyenes, törött vonal), síkidomok (kör, háromszög, négyzet, téglalap)	Vonalak (görbe, egyenes, törött vonal), síkidomok (négyzet, téglalap, háromszög, ötszög, hatszög, hétszög)
2. foglalkozás	Síkidomok ismétlése (kör, háromszög, négyszög, téglalap)	Síkidomok ismétlése (kör, háromszög, négyszög, téglalap)	Körző használata, körzővirág készítése
3. foglalkozás	Kilépés síkból térbe I. (kocka, téglatest)	Kilépés síkból térbe I. (kocka, téglatest)	Kilépés síkból térbe I. (kocka, téglatest, hasáb)

4. foglalkozás	Testek és síkidomok közötti különbség	Testek és síkidomok közötti különbség	Kilépés síkból térbe II. – testek hálója
5. foglalkozás	Kilépés síkból térbe II. (kocka, téglatest, gömb, gúla)	Tájékozódjunk térben! (kockák)	Kilépés síkból térbe II. - plakát (projekt) készítés
6. foglalkozás	Visszatérés térből síkba (kockákból készült építmények) I.	Visszatérés térből síkba (kockákból készült építmények) I.	Visszatérés térből síkba I. (kockákból készült építmények), rajzolás pontrácson
7. foglalkozás	Visszatérés térből síkba (kockákból készült építmények) II.	Visszatérés térből síkba (kockákból készült építmények) II.	Visszatérés térből síkba II. (kockákból készült építmények), rajzolás pontrácson
8. foglalkozás	Összefoglaló gyakorlás	Összefoglaló gyakorlás	Összefoglaló gyakorlás
Felmérő 2.	Felmérő	Felmérő	Felmérő

Forrás: Saját szerkesztés (2014)

5.2. A 3. és 4. osztályosok csoportjának foglalkozásai

Terjedelmi okok miatt nem térek ki valamennyi foglalkozás részletes leírására, elemzésére. A 3-4. osztályosok csoportja esetén részletezem a foglalkozásokat, melyek alkalmanként 60 percesek voltak. Azért őket választottam, mert bővebb alapismeretekkel rendelkeztek és érdekesebb, interaktívabb órákat tudtunk közösen eltölteni. A feladatok izgalmasak, figyelemfelkeltőek voltak. Továbbá az is nagy szerepet játszott a választásomban, hogy fegyelmezettebbek voltak kisebb társaiknál és jövőbeli (kevés tapasztalattal rendelkező) tanárként fontosnak tartottam, hogy az óra felét nem fegyelmezéssel kellett töltenem.

1. foglalkozás – 6. és 7. melléklet

Az első foglalkozás alkalmával 4-6 fős csapatokat alakítottunk ki. Mivel már ismerniük kellett a vonalak fajtáit, és a síkidomokat, ezért közösen átismételtük a következő alapfogalmakat: egyenes vonal, görbe vonal, törött vonal, zárt és nyitott vonal, síkidom és sokszög. Ezekre mindenki rajzolt egy-egy példát is. Az ismert síkidomokat együttes munkával meghatároztuk, megbeszéltük és felsoroltuk tulajdonságaikat, ehhez szemléltetésként kartonból kivágott nagyméretű síkidomokat használtam. A következő feladatban minden

csoport kapott egy borítékot, amelyekben különböző színű, formájú és méretű síkidomokat találtak. Feladatuk az volt, hogy kiválogassák ezeket. A csapatoknak maguk közül választottak egy embert, aki jellemezte azt a síkidomot, amiből a legtöbb volt náluk, ezzel bátorítva őket arra, hogy ki merjenek állni társaik elé. A feladattal ismételtük a síkidomok tulajdonságait. Kiosztottam a gyerekeknek az órához kapcsolódó feladatsort (6. melléklet) és közösen elkészítettük az első példát, amiben egy táblázatot kellett kitölteni a síkidomok tulajdonságaival (négyzet, téglalap, háromszög, négyszög, ötszög, hatszög, hétszög), a kört és az ellipszist csak szóban jellemeztük. A soron lévő feladathoz megkapták a 7. mellékletben lévő két feladat egyikét. A mellékletben egy síkidomokból „épített” emberke volt. Ezen a lapon különböző színűre kellett színeznük az adott elemeket, meg kellett számolniuk, hogy hány darab van egy adott síkidomból és fel kellett sorolniuk, hogy milyen formákat látnak még és ezek számát melléjük kellett írniuk. Következő lépésként visszatértünk az előző feladatsor 3. feladatához, ahol meghatározásokat találtak. A felsorolt síkidomok közül színezéssel határozták meg a helyes választ, majd a megfelelő helyre írták a síkidom nevét. A példa a) pontját közösen beszéltük meg, majd önállóan dolgoztak. Miután mindenki elkészült megbeszéltük a válaszokat. A 6. mellékletben található 2. és 4. feladatot adtam ki otthonra, ahol színezéssel válogatás volt a feladat valamint a hétköznapi életből kellett példákat gyűjteniük és ezeket kellett lerajzolniuk. (7. ábra) Óra végén a gyors ismétlést követően, elmondtam, hogy következő órára mindenki hozzon magával körzőt.

7. ábra: 3-4. osztályosok rajzai hétköznapi életből vett tárgyakra (síkidomra hasonlító tárgyak)



Forrás: Saját szerkesztés (2014)

Az először csak 45 perces foglalkozásra tervezett órából 60 perces szakkör lett. A gyerekek a szakkör elejétől a végéig aktívan dolgoztak. Megfigyeléseim a következők voltak: a

tanulók körül tudják írni saját szavaikkal a fogalmakat; a rombuszt, paralelogrammát, és trapézt gyakran a négyzet és a téglalap közé sorolják; nem tudják pontosan meghatározni a négyzetet és téglalapot; keverik a négyzet és a négyszög fogalmát. Meglepetésemre ismerték az egy-, két-, és három-dimenzió közti különbséget, ezeket saját szavakkal körül tudták írni. Az egyik 4. osztályos kislány már bátran használta a kiterjedés fogalmát is, a dimenziók magyarázásakor. Bővebb geometriai alapokkal rendelkeztek, mint az 1. és 2. osztályosok, ezért a feladatok megoldása nem okozott nagy problémát a tanulók számára. A diákok lelkesen dolgoztak az órán. Aktívan szerepeltek, kisebb barátságos versengés alakult ki a csapatok között. Törekedtem arra, hogy az óra játékos, interaktív keretek között zajlódjon le. A kezdeti félénkség hamar feloldódott, és a tanulók bátran kérdeztek, jelentkeztek, és a foglalkozáson többször is önbizalommal ismételték a fogalmakat. Összességében az első órán a síkidomok fogalmát erősítettük. Nagyon örültem, hogy ilyen odaadóan és fegyelmezetten oldották meg a feladatokat. Visszajelzések alapján tetszett nekik az óra, élvezték azt, már a szakkör végén többen jelezték, hogy várják a következő alkalmat.

2. foglalkozás – 8. és 9. melléklet

Az óra elején beszédtem a házi feladatokat, átismételtük az első foglalkozáson gyakorolt fogalmakat, valamint megbeszéltük, kérdésekkel közösen kialakítottuk az órán szereplő alapfogalmakat, mint a kör, körlap, körív és sugár. Felhívtam a figyelmet arra, hogy a körző veszélyes tárgy, figyeljenek oda a használatakor, hogy sem magukat, sem társaikat ne sebezze meg. Továbbá megbeszéltük, hogy mire kell ügyelni a körző használata előtt (a körző és a grafit hegye egy vonalban legyenek, a körző grafit hegye hegyes legyen, a körző szárai ne legyenek túl lazák), majd ellenőriztük a hozott körzőket. Vittem magammal több körzőt, hogy legyen azoknak is, akik valamilyen okból kifolyólag nem tudtak magukkal hozni, valamint körzőhegyet, hogy ki tudjuk cserélni a törött vagy tompa hegyeket. Így sem jutott mindenkinek saját eszköz, de a gyerekek megosztották társaikkal eszközeiket. Az óra közben sokat kellett várni egymásra, de a gyerekek türelmesek voltak. A kiosztott feladatlapon (8. melléklet) a nebulók megoldották az első feladatot, amiben el kellett dönteniük, hogy a képen lévő körző helyesen, vagy helytelenül van beállítva, továbbá leírták, hogy milyen esetekben nem használható még pontosan a körző. Ezt megbeszéltük, legtöbben helyes választ adtak a kérdésekre. A kapott feladatsoron kívül még egy üres lapot is kaptak, amire megoldhatták a feladatokat. Mielőtt belevágtunk volna a második feladatba, megbeszéltük, hogy a kör megrajzolása előtt egy kicsi „x”-et teszünk a lapunkra, ahova majd a körzőt szúrjuk, hogy ha esetleg elmozdulna a körzőnk, tudjuk, hogy hova kell visszazúrnunk a

tűt, és így nem kell keresni a tű nyomát. A körző helyes tartását is megbeszéltük. Elmondtam, hogy a körző szárát nem fogjuk meg (még rajzolás közben sem), mert véletlenül összenyomhatjuk a szárat, és így pontatlan lesz a rajzunk. A körzőt akkor tartjuk helyesen, ha fent fogjuk meg, és laza csuklómozdulattal megrajzoljuk a kört. Ezt a laza mozgatóást először egy ceruza segítségével gyakoroltuk. Mindenki megfogta a ceruza végét, és laza körző mozdulatokat végeztünk. A második és harmadik feladatot önállóan kellett megoldaniuk, természetesen kérdés esetén segítetttem nekik, de csoportokon, sőt osztályon belül is jól kommunikáltak, segítettek egymás munkáját. A feladatlap másik oldalán az általam készített körző-virág pontos leírását - képekkel illusztrálva - találták meg a gyerekek. Ez alapján kellett elkészíteniük saját virágukat. Házi feladatként, a 8. melléklet 4. feladatát kapták, valamint körző-virágokat kellett készíteniük. Ezeket saját fantáziájuk alapján kellett elkészíteniük. Óra végén beszédtem a lapokat, amin dolgoztak. Otthon ellenőriztem a feladatokat, nagyon szép és pontos munkák készültek, ebből néhány a 9. mellékletben található.

3. foglalkozás – 10. melléklet

Ezen az órán kiléptünk a síkból térbe. Szakkör elején bemutattam és körbeadtam az otthon elkészített élvázak modelleket (golyókból és pálcikákból – 8. és 9. ábra). Megfigyeltük, hogy a testeket lapok határolják, ezek a lapok élekben találkoznak, és az élek csúcsokban futnak össze. Első gyakorlatként egy már előkészített nagy kartonból készült négyzetet vettem elő, aminek minden oldalához hozzámérünk egy hurkapálcát. Észrevettük, hogy minden oldala a hurkapálcával egyenlő hosszúságú. A négyzet minden sarkába 1-1 gyurmagolyót helyeztünk, ezeket a négyzet élei mentén pálcákkal összekapcsoltuk, és mindegyik golyóba merőlegesen 1-1 újabb hurkapálcát szúrtunk. Ezekre ismét gyurmát helyeztünk és összekötöttük őket a pálcákkal, így megkapjuk a kockánkat. A következő gyakorlathoz elővettem az 1 méteres szívószálakat és a gyurmagolyókat, amik segítségével először a tanterem padlójára egy négyzetet készítettünk, majd az előző hurkapálcás feladat lépéseit megismételve, elkészítettük a kockánkat. Mindkét modellezési feladatot a gyerekekkel közösen készítettük el, akik aktívan részt vettek a kockák elkészítése közben. A modellek létrehozása közben megismerkedtünk az élekkel és a csúcsokkal. A téglatest és a hasáb (háromszög alapú) következett, az elkészített modelljeim segítségével tanulmányoztuk a testek tulajdonságait. A kiosztott feladatlap (10. melléklet) lévő első feladatban lévő táblázatot a diákok önállóan töltötték ki. Amint elkészültek, megbeszéltük és kijavítottuk a felmerülő hibákat. A harmadik feladatban a hétköznapi tárgyak képeit kellett csoportosítaniuk. Kék színnel bekarikázták azon tárgyak képeit, melyeknek a hétköznapi

életben kocka formájuk van, és pirossal azokat a tárgyakat, amelyek a mindennapokban téglatestre hasonlítanak. Ezt a példát szinte mindenki hibátlanul megoldotta, voltak egy páran, akik felcserélték a színeket a feladatban. Óra végén mindenki elkészíthette a saját kis kockáját gumicukorból és fogpiszkálóból. A 10. melléklet 2. és 4. feladata házi feladat volt, szorgalmiként pedig gyűjthettek háromszög-, ötszög-, hatszög alapú hasáb, gömb, henger, gúla és kúp alakú tárgyakat a hétköznapiakból.

A feladatlapot próbáltam játékosan, mesebeli történetekkel elkészíteni, így a példák szövegébe bekerült a Számkirály, aki Szám-országban lakik, az okos Kocka tündérek, vagy a Rendetlen-rombuszmanók. Később a szereplők száma nőtt. Észrevételeim szerint a tanulók nagy része nem szeret olvasni. Sokszor nem olvasták el a feladatot, megvárták, míg felolvasom, elmagyarázom a példát. Az óra jó hangulatban telt, mindenkinek nagyon tetszett a hosszú szívószálakból épített kocka, aminek építésében mindannyian izgatottan, örömmel részt vettek. Legnagyobb élményt mégis a gumicukorból és fogpiszkálóból való építés jelentette a gyerekeknek.

4. foglalkozás – 11. melléklet

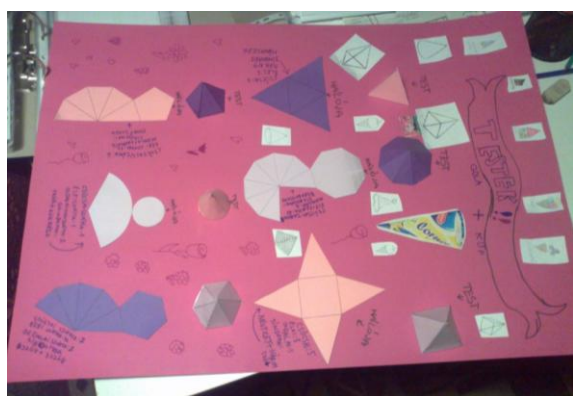
Az órán ismét a síkból léptünk ki térbe. Gyakorlásképpen átismételtük az előző órán tanultakat, majd a hétköznapi életből vett tárgyak képeit csoportosították a 3. és 4. osztályos tanulók. Miután mindenki végzett a kategorizálással, elmondhatták, hogy milyen szempontok szerint válogatták szét a képeket. A gyakorlati példák felvetésével érzékeltettem, hogy milyen nagy szükség van a hétköznapi életben a térbeli tájékozódásra. Az otthon már előkészített kartonból kivágott nagy kocka hálóját kiterítettem, majd az oldalait egyesével felhajtogattam, így szemléltetve azt, hogy miként lépünk ki síkból térbe. Ezt összehasonlítottuk azzal a kockával, amelyik csak golyókból és pálcikákból állt. Szemügyre vettük a hasonlóságokat és különbségeket. Az órához kapcsolódó feladatlap (11. melléklet) kiosztását követően közösen oldottuk meg az első feladatot. A példában 8 darab test hálóját, és a hozzájuk tartozó testek képét láthatták. Mindegyik testhálót össze kellett kötniük a hozzájuk tartozó ábrával. Az alatta lévő táblázatban a testek nevét kellett beírni, és azt, hogy a testet hány darab és milyen alakzatú síkidom határolja. A testek között szerepelt a kocka, a téglatest és a háromszög alapú hasáb mellett, a kúp, a henger, a szabályos tetraéder, az oktaéder és a gúla is. A feladat meglehetősen nehéznek bizonyult a diákok részére. Mindegyik testhez vittem a hozzá tartozó testhálót, amit a tanulók előtt hajtogattam össze, hogy lássák is ezeket a modelleket. A következő feladatot önállóan kellett megoldaniuk. Adott állításokról - amik a testek témaköréből voltak - döntötték el, hogy igazak-e vagy hamisak. Többnyire jó választ adtak.

Az órán azt is megtanultuk, hogy miként készítünk hengert. Adott két (azonos területű) kivágott kör alap egyikének területét megmértük egy fonál segítségével, és egy téglalapot vágtunk ki egy másik kartonból, úgy, hogy egyik oldala megegyezzen a fonál hosszával. Ezzel a téglalappal (vagy négyzettel) körbefogtuk az egyik kört, majd a másik körlapot ráhelyeztük. Az utolsó feladatot házi feladatként adtam fel. Egy gúla testhálóját készíthették el, ezzel segítve a Rendetlen-rombuszmanók és a Háromszögcsenő-manók munkáját, akik büntetésből kapták ezt a feladatot a Kúp-tündérektől. Továbbá kaptak egy kartonpapírra nyomtatott kocka hálót, amit szintén otthon kellett elkészíteniük, és tetszés szerint díszíteniük. Minden csoportnak kiadtam azokat a testeket, amikből következő órán projekteket készítenek. Ezekkel kapcsolatos képeket, információkat kellett nekik gyűjteniük a következő órára.

5. foglalkozás

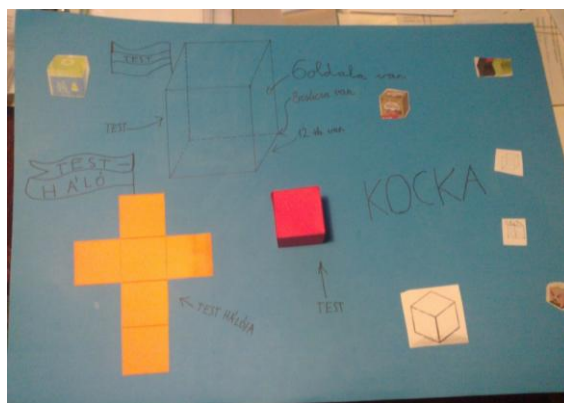
Az ötödik szakkör alkalmával projekteket készítettünk. A csapatok kaptak egy-egy nagyméretű kartont, amire az óra folyamán elkészítették a plakátjukat. A szakkör elején egy lapra tervezték meg, hogy mi kerül majd a kartonlapra. Közös megbeszélést tartottunk a témakörhöz tartozó tulajdonságokat, átnéztük a tanulók által hozott anyagokat, és kiosztottam az otthon már előkészített testeket, testhálókat, és tulajdonságokat tartalmazó lapokat. Nyüzsgéssel telt az óra, de ebből azt szűrtem le, hogy nagy erővel folynak a munkálatok a plakátokon. A foglalkozás alatt sokat fejlődtek a csapatok. A gyerekek nem csak a kis csoportokon belül, de más gyerekeknek is segítettek vágni, ragasztani, vagy egy jó ötlettel járultak hozzá társaik munkájához. Véleményem szerint, ezen az órán nem csak a geometria tudásukat bővítették, hanem az egymás közötti kommunikációjuk, egymás felé irányuló toleranciájuk, és a csapatban (akár a kis csoport vagy a nagy csapatról beszélünk) lévő összetartásuk, munkájuk is sokat fejlődött. A szakkör végére nagyon szép és igényes munkák készültek (8-11. ábra)

8. ábra: Gúlákról készült plakát



Forrás: Saját szerkesztés (2014)

9. ábra: Kockáról készült plakát



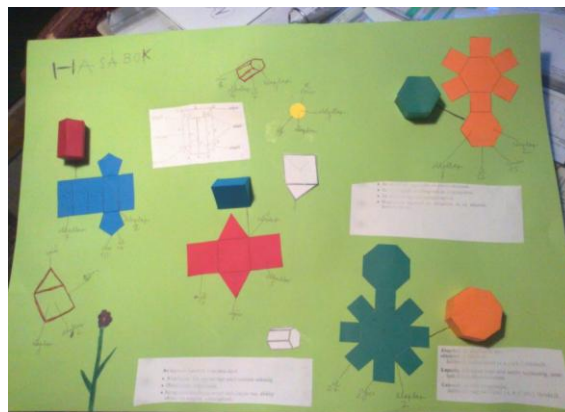
Forrás: Saját szerkesztés (2014)

10. ábra: Gömbről és hengerről készült plakát



Forrás: Saját szerkesztés (2014)

11. ábra: Hasábokról készült plakát



Forrás: Saját szerkesztés (2014)

6. és 7. foglalkozás – 12. és 13. melléklet

Ezek az órák a térből visszaléptünk síkba. Első feladatban (12. melléklet) egy kockákból álló építmény „terve” volt megadva (a terv azt mutatja, hogy adott négyzeten – adott helyen – hány darab kis kocka áll), ehhez kellett megtalálni a helyes építmény képét. A könnyebb munka érdekében, kis kockákat vittem be az órára és a feladat elkezdése előtt építéssel gyakoroltuk ezt a típusú feladatot. A következő példában egy más jellegű feladatot láttak a tanulók. Itt ismét egy kockákból álló építménnyel találkozhattak, valamint annak „tervével”, és három olyan ábrával, ami megmutatja, hogy mit láthatunk adott irányokból. Ezt követően, a feladatban csak az építmény és a „terve” volt megadva, nekik kellett megrajzolniuk, hogy mit láthatnak előlről, felülről és oldalról nézve. Mielőtt elkezdtük a feladatot, a gyerekek csapatonként megépítették az építményeket, hogy könnyebben meg tudják rajzolni a látott oldalakat. A harmadik típusú feladatban egy 3x3-as alapon lévő kocka építmény volt. Három „terv” közül kellett eldönteniük, hogy melyik tartozik az adott építményhez. Ennek egy másik változatában pedig az adott építményekhez kellett elkészíteniük a „terveket”. Ebben a két feladatban ismét megépítettük az ábrákon szereplő építményeket. A feladatsor végére egy ismétlő példát és egy furfangos feladatot tettem. Ismétlésként azt a feladatot kapták, hogy egy kocka kiterített hálóján kellett egyforma színűre színezniük a képzeletben összehajtogatott kocka, egymással szemben lévő oldalait. A furfangos feladatban pedig egy körlemez kellett feldarabolni 5, 6, és 7 részre három vágással. Az első feladaton kívül, a többi példában a, b és előfordult, ahol c részfeladat is volt. Az első példákat közösen megoldottuk, majd a többi egyedül készítették el. Amint elkészültek megbeszéltük őket. A feladatok elkészítéséhez használhatták a kocka építőelemeket is.

A 6. és 7. foglalkozáshoz közös feladatlapot használtam, mivel a 6. foglalkozáson kevés tanuló jelent meg egy iskolai sportverseny miatt. Azok a diákok, akik a 6. órán részt vettek, folytathatták az előző órán elkezdett lapjaikat, és amikor végeztek azzal egy pontrácsos papíron (13. melléklet) alkothattak izometrikus kocka rajzokat, valamint különböző építmények rajzát készíthették el, aminek csak a fantáziájuk szabhatott határt. Először mindegyik pontrácson egy megrajzolt példát kellett átmásolniuk, majd önállóan kigondolt rajzokat kellett készíteniük, amiket tetszőlegesen színezhettek azzal a feltétellel, hogy érzékeltessék a teret.

A foglalkozásokon a feladatok megoldásában sokat segítettek a kockák. Rendkívül élvezték ezeket a feladatokat, hiszen építhettek a kockákkal, így játékosan tanulhattak és figyelhették meg a különböző építményeket. Az órán folyamatosan ismételtük a kocka tulajdonságait, persze ezt is csak játékosan, hogy a diákok ne érezzék kényszernek a tanulást.

8. foglalkozás – 14. melléklet

Az utolsó foglalkozáson egy összefoglaló feladatsort kaptak a gyerekek. A példasor olyan típusú feladatokat tartalmazott, amelyek a foglalkozások során, vagy a szintfelmérőbe előkerültek/előkerülnek. Az óra elejét rövid ismétléssel kezdtük. Kérdések segítségével felmértem, hogy melyek azok a hiányos területeket, azok a témakörök, amik nehezebben mennek a kisdíákoknak. A feladatokat önállóan próbálták megoldani a gyerekek, mivel ezek a jellegű feladatok már többször előfordultak. Minden példa után megálltunk, és megbeszéltük az előforduló problémákat. Az első feladatban az építményhez tartozó „tervet” kellett kiválasztaniuk a három lehetőség közül. Mivel ezzel a feladat típussal nem olyan rég találkoztak a nebulók, így nem okozott olyan nagy problémát a megoldása. A következő példa már az első szintfelmérőben felbukkant. Itt egy kicsit elakadtak, de a feladatban szereplő építmény – csoportokban történő - közös megépítése után már könnyen boldogultak vele. A 14. melléklet harmadik feladatában az építményekhez tartozó „tervet” kellett elkészíteniük. Az első feladatban hasonló módon gyorsan megtalálták a helyes megoldást. Akiknek nehezebben ment a leírás, azok egy 3x3-as négyzetrácson megépíthették a lapon látható példát. A negyedik feladatban, ahol egy négyzetbe kellett írniuk, hogy hány darab kis kockából áll az építmény, nem okozott nagy fejfájást a tanulóknak, hamar túlgördültek rajta. Már megtanulták, azt is, hogy figyelembe kell venniük a nem látható kockákat is. Utolsó feladatban különböző (egyszerű) építményeket láttak. Feladatuk az volt, hogy azonos színűre színezzék azokat az alakzatokat, amelyek ugyanazok, csak elforgatva láthatók.

5.3. Néhány megjegyzés a többi foglalkozásról

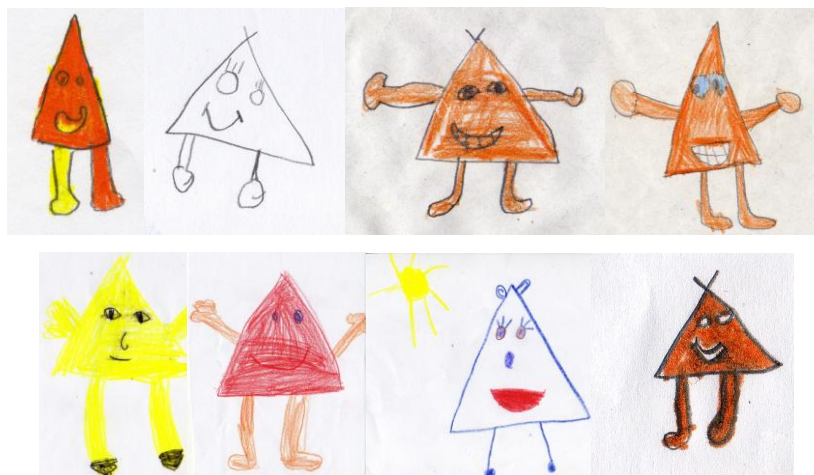
Az első és második osztályosok foglalkozásának menetére összefoglalva térnék ki. A tanulók mindkét osztályban heti 30-30 perces órákon vehettek részt. A legelső szakkört a két osztálynak közösen tartottam 45 percben, de ezt soknak találtam ezért csökkentettem 30 percre, valamint külön csoportra osztottam a két osztályt. Ennek oka egyrészt az volt, hogy mindkét osztályból sokan jelentkezhettek, másrészt pedig több figyelmet igényelnek, mint a felsőbb éves tanulók. Az órák felépítése hasonló módon alakult az osztályokban, próbáltam párhuzamosan haladni a két kisebb osztályban. A táblázatban (5. táblázat) összefoglalva látható a két csoport (1. és 2. osztályos tanulók) foglalkozásának terve, ezt szeretném most bővebben kifejteni.

Az első szakkör alkalmával az osztályokban a vonalakról beszéltünk, átismételtük az ehhez kapcsolódó fogalmakat, olyanokat, mint az egyenes, a görbe és a tört vonal. Az órán szóba kerültek a síkidomok is (négyzet, téglalap, háromszög), ezek demonstrálására nagyméretű kartonból készült síkidomokat készítettem. Olyan fogalmakat is megbeszéltünk, mint az oldal, a csúcs, vagy a szög, majd a szemléltetőeszközökön is megtekintettük ezeket. Megpróbáltunk különbséget tenni a négyzet és a téglalap között. Törekedtem a játékos, felszabadult légkör kialakítására, ezért az óra keretén belül közösen oldottuk meg a feladatok egy részét. A tanulók bátran jelentkezhettek, próbáltak bekapcsolódni az órába. Az alakzatok gyakorlására különböző feladatokkal, színezőkkel készültem (15. és 16. melléklet), ahol színezéssel kellett megadott szempontok alapján csoportosítaniuk a síkidomokat vagy a meghatározások alapján kellett kitalálniuk, hogy melyik formáról van szó.

Második alkalommal a két osztály már külön időpontban jött. A foglalkozás témája ismét a síkidom volt, mivel úgy éreztem, hogy szükségük van a témakör gyakorlására. Az első órából tanultva, igyekeztem mesebeli figurákkal tarkított feladatokat kitalálni, hogy a figyelmüket jobban le tudjam kötni, ezért az elsősök feladatlapján már szerepelt a Számország, a Számkirály és a Háromszög-csenő manók. A feladatlapjukra (17. melléklet) térképet rajzoltam és azzal kapcsolatos példákat kaptak. Házi feladatként pedig meg kellett rajzolniuk, hogy szerintük miként nézhet ki a Háromszög-csenő manó (12. ábra), ha csak annyit tudunk róla, hogy háromszög alakjuk van. Ezzel a feladattal szerettem volna őket is bevonni a feladatok kialakításában. Második osztályban is új „szereplők” kerültek a feladatlapokra (18. melléklet). Ők Számország sárkányai, a háromfejű sárkánybabákkal, a Számkirállyal, és a Gömb-tündérekkel találkozhattak. A házi feladatuk pedig a sárkánybabák elnevezése volt. Mivel az ország minden lakójának nevében matematikai kifejezés található, ezért törekedniük kellett arra, hogy a sárkánykák nevében is szerepeljen valamilyen matematikára utaló szó.

Igen kreatív nevek születtek, mint a Sugárka, Szorzóka, Kör-sárkány, Mínusz-sárki, stb. Végül a Gömbi, Pálci és Rombi nevet kapták.

12. ábra: Az első osztályos tanulók rajzai a Háromszög-csenő manókról



Forrás: Saját szerkesztés (2014)

A mese vonalán továbbhaladva, a harmadik szakkörön kiléptünk síkból térbe (19. és 20. melléklet). Ez mindkét osztály számára kissé nehéz volt. Az órára számos szemléltető eszközt vittem, hogy könnyebben megértsék a számukra szinte új anyagot. A szemléltető eszközök közt szerepelt az élvázás modell, ami golyókból és pálcikákból készült, ezen figyeltük meg az éleket és csúcsokat, majd hurkapálcák és gyurmagolyók segítségével megépítettük a kockát. Az oldalak megszámlálásához egy dobókockát használtunk. A dobókocka és egy gyufás skatulya segítségével különbséget tettünk a kocka és a téglatest között. Óra végén megépíthették a saját kockájukat gomicukorból és fogpiszkálókból. Ez minden gyermek számára nagy élményt jelentett. Lelkesen építették a kis kockáikat.

A negyedik foglalkozáson folytattuk a térrel való ismerkedést, és megpróbáltunk különbséget tenni a sík és a tér között (21. és 22. melléklet). Ez sajnos sok diák részére nehezen ment, főként az első osztályban okozott problémát ez a típusú feladat. Egyik feladatukban a hétköznapi életből kellett példákat gyűjteniük. Ezt a feladatot kreatívan oldották meg. A következő példák voltak olvashatók a feladatlapokon:

- kocka: Rubik-kocka, dobókocka, tv;
- henger: kuka, tonhalas doboz, üveg lámpa, wc papír guriga, pohár, úthenger, elem;
- téglatest: tábla, mérőrud, tolltartó, lego, szekrény, fiók, tégl, radír, hűtő;
- kúp: indiánsátor, tölcsér, torony, palota tető, trombita,
- háromszög alapú hasáb: háztető, nyitott ajtó, ceruza.

Ebből a feladatból is jól látszik, hogy mennyire jó képzelőerővel rendelkeznek a gyerekek. Véleményem szerint, sok felnőtt a háromszög alapú hasáb hallatán nem egy nyitott ajtóra, vagy egy íráskönyvíró ceruzára gondolnak.

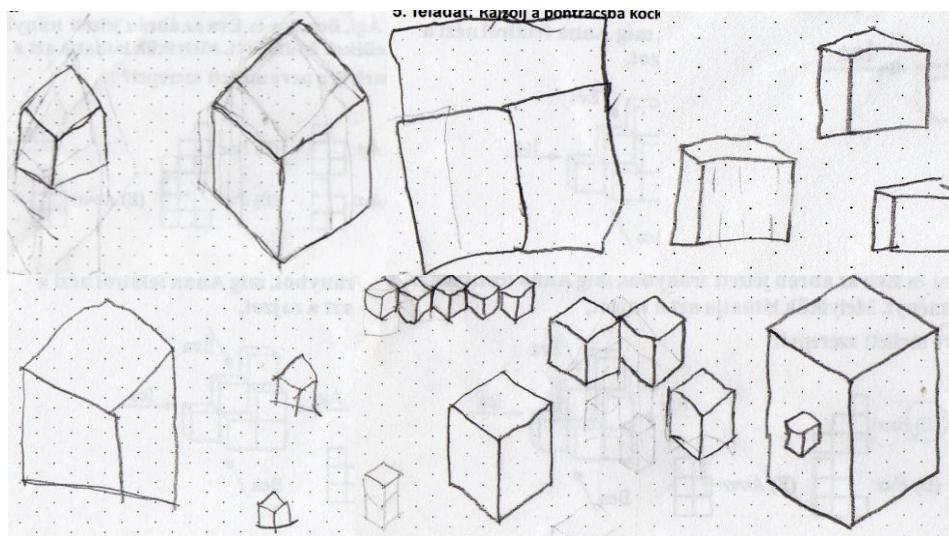
Ötödik órára az első osztályosok a foglalkozásra való hangolódásként – az ismétlést követően – egy kakukktojás keresős példát kaptak. Itt a síkidomok között a testet, és fordítva, a testek közül a síkidomot kellett kiszűrniük. Továbbá olyan feladatok fordultak még elő az órán, ahol a gömböt, a kockát, a téglatestet, és a gúlát kellett megkülönböztetniük. A gúlát a piramishoz hasonlítottam a könnyebb megértés érdekében. Az utolsó példában meg kellett számlálniuk, hogy hány kis kockából áll az építmény. Ehhez a feladathoz kockákat használtunk. Először megépítettük a „tornyokat”, majd megszámloltuk a kockákat. Ezzel a gyakorlattal szerettem volna szemléltetni, hogy a nem látható kockák is ott vannak, és azokat is bele kell számolni. Ezek a példák a 23. mellékletben találhatók. A másodikosok feladatlapja (24. melléklet) építményeket és hozzájuk tartozó „terveket” tartalmazott. Az óra hasonló keretek között zajlott, mint a 3-4. osztályosok hatodik és hetedik foglalkozása, annyi különbséggel, hogy minden példát megépítettünk, hogy lássák az építményeket. Úgy gondolom, hogy - a számukra nem épp egyszerű feladat - a megépítéssel, sokkal könnyebben megértették és megoldották a feladatokat.

A hatodik szakkörön, az első osztályosokkal a 25. mellékletben található feladatokkal gyakoroltuk, hogy az egyszerű építményeket miként látjuk különböző nézetekből. Készítettünk még „terveket” adott építményekhez. Nagyon élvezték ezt az órát, mert az egész foglalkozás ideje alatt építettünk, pihenésképp építhettek szabadon is az építőelemekkel. A másodikosokkal gyakoroltuk az előző órán tanult „terv” készítést, megfigyeltük, hogy milyen módon látjuk a különböző építményeket más-más oldalról (26. melléklet). Mindkét csoport foglalkozása hasonló módon zajlott, mint az előző óra. Ezek a feladatok némi nehézséget okoztak a diákoknak, de az óra célja az volt, hogy megértsék és begyakorolják a különböző feladatokat, ezért lassan haladtunk, szemléltetve minden példát. Az építés következtében a gyerekeknek is könnyebben ment a feladattípusok megértése, játékosan telt az óra.

Az első osztály egy óra hátrányban volt a másodikosokkal szemben, ezért ők a hetedik alkalommal gyakorolhatták a „terv” készítést és az építmények különböző oldalainak megfigyelését (27. melléklet). Észrevételeim alapján, ez a témakör nehezebben ment a tanulóknak, ezért igen lassan tudtunk haladni az órán. Mivel a cél a megértés volt, ezért nem a megoldott feladatok mennyisége volt a fontos. Minden példát megépítettünk, hogy minden szemszögből megvizsgálhassák a gyermekek. A másodikos tanulók ismétlő feladatsort (28. melléklet) kaptak. A példákat megpróbálták önállóan megoldani, kisebb segítséggel ez

sikerült is nekik. Szabadon használhatták a feladatok megépítésére a kockákat, ezzel megkönnyítve saját munkájukat. A feladatlapon szerepelt „terv” készítő; építményekben lévő kis kockát megszámláló; „tervet” az építményhez kapcsoló példa. Ezen kívül meg kellett állapítaniuk, hogy helyesen van-e megrajzolva az építmény különböző oldalairól készített ábra, valamint az utolsó feladatban pontrácsban készíthettek különböző geometriai alakzatokat (megpróbáltunk megrajzolni a kocka izometrikus képét). Voltak, akik korukhoz képest szép izometrikus kockákat készítettek a pontrácsba, és olyanok is akadtak, akiknek ez nem sikerült. A következő ábrák (13. ábra) ezeket mutatják be.

13. ábra: Második osztályos tanulók izometrikus kocka rajzai



Forrás: Saját szerkesztés (2014)

Az utolsó, azaz a nyolcadik foglalkozást az előző órákon tanultak ismétlésével töltöttük. Építésekkel foglalkoztunk, és megpróbáltunk izometrikus rajzot készíteni kockákról. Mind a nyolc órán bátran kérdeztek, aktívan részt vettek az órákon. A gyerekeknek fontos volt az anyag részek átismétlése, főként a különböző építmények más-más oldaláról való megfigyelésénél. Mindkét csoportban gyorsan eltelt a 30 perces foglalkozás.

6. Ellenőrző felmérés és értékelése

Az ellenőrző dolgozatot már csak három csoportban írtam meg, mivel a 3-4. osztályosok a szakkör során közösen haladtak. A feladatok hasonló nehézségűek, de eltérő típusúak voltak (természetesen az első szintfelmérő feladataira épültek) az elsőhöz képest, így az első és második osztályosok 30-30 percet, a harmadikos és negyedikes tanulóknak 45

percet kaptak a feladatok megoldására. Szerettem volna felmérni, hogy mennyit fejlődtek a nyolc alkalom során a tanulók különböző területeken. Minden osztályban kétféle feladatsort készítettem. A dolgozatok feladattípusai szinte megegyeztek a három csoportban, de természetesen a nehézségi szintjük a korosztályuknak megfelelő volt.

Az első osztályban felmértem, hogy felismerik-e a síkidomokat, úgy, mint a háromszög vagy a négyzet. Meg tudják-e mondani, hogy a hétköznapi vett tárgyak milyen geometriai testhez hasonlítanak, továbbá, hogy miként látják a kis kockákból álló építményeket (erre több különböző példa volt). A 29. és 30. melléklet első feladatában egy meghatározást találtak a diákok és az alatta lévő négy síkidom közül kellett kiválasztaniuk, hogy melyik az, amelyikre igaz az állítás, emellett az alakzat nevét a vonalra kellett írniuk. A fiúk kicsivel több, mint 50 százaléka adott helyes választ a kérdésre. A lányok sem oldották meg sokkal jobban a feladatot, ők 61,11 %-ot értek el. A második feladatban hétköznapi életből vett tárgyak rajzait láthatták, mellettük pedig a kocka, a téglatest, a gúla és a gömb rajzát. A mindennapi tárgyak 13 darab képéből meg kellett számlálniuk, hogy hány darab van, amelyik a kockára, téglatestre, gúlára vagy gömbre hasonlít. A gyerekek nagy része - főként a lányok - jól oldotta meg a feladatot. Ezek a hibák az elszámolásból következtek. A következő feladat típusban – ami a fent említett melléklet harmadik feladatában található – kis kockákból álló építmények képét látták. Itt meg kellett számlálniuk, hogy hány darab kis kockából áll az építmény, és az eredményeket az ábrák alá kellett írniuk. Ez a feladat már előkerült az első felmérő (2. melléklet) harmadik feladatában. Az első szintfelmérőhöz képest, sokat javultak az eredmények, csak egy-egy kisebb hibát vétettek a tanulók. Míg először a fiúk 55 % és a lányok 55,36 % oldotta meg helyesen, addig másodjára a fiúk 77,78 % és a lányok 88,89 % készítette el jól a feladatot. Számlálás közben, már többen figyelembe vették a nem látható kockákat, így pontosabb eredményt kaptak. A mellékletek negyedik feladatában egy „tervet” láttak (ami megmutatta, hogy adott helyen hány kocka található), alatta pedig négy építményt. A „terv” alapján kellett kiválasztaniuk és bekarikázniuk a helyes építmény betűjelét. Mindkét nem 80, illetve 90 % fölötti teljesítményt nyújtott. A teszt utolsó előtti feladatában, egy kockákból álló építményt láttak valamint az építmény „tervét”. A négyzetek beszínezésével, kellett választ adniuk arra, hogy miként látják az építményt előlről, oldalról. és felülről. Ez kissé nehezebb feladat volt az első osztályosok részére, ami az eredményekből jól látható. A fiúk valamivel jobb eredményt értek el a maguk 62,96 százalékaival, míg a lányok csak 53,7 %-ot produkáltak. A hatodik (utolsó) feladatban egy 3x3-as négyzetekből álló építményt láthattak és a három lehetőség közül kellett kiválasztaniuk a hozzá tartozó alaprajzot. Az első osztályos tanulóknak megengedtem, hogy az utolsó 3 feladatban használjanak kis kockákat az

építmények elkészítéséhez. Az első osztály második szintfelmérőjének eredményeit a 6. táblázat foglalja össze.

6. táblázat: Az első osztály második szintfelmérőjének eredményei pontokban és százalékban

Feladatok sorszáma	1. osztály				A feladatra adható maximum pontszám
	Fiúk	Fiúk %	Lányok	Lányok %	
1.	1,11	55,56	1,22	61,11	2
2.	4,78	79,63	5,56	92,59	6
3.	4,67	77,78	5,33	88,89	6
4.	1,61	80,56	1,89	94,44	2
5.	3,78	62,96	3,22	53,7	6
6.	1,78	88,89	1,33	66,67	2
össz.	15,94	66,44	17,22	71,76	24

Forrás: Saját szerkesztés (2014)

Ebből a táblázatból kiderül, hogy az első feladatban a fiúk 55,56 %-ot szereztek, viszont az első szintfelmérővel ellentétben a lányok jobb eredményt értek el. Igaz nem sokkal, de a második, a harmadik, és a negyedik feladatban is a lányok remekeltek jobban. Az utolsó két feladatot a fiúk készítették el jobban. Összesítésben, ebben a felmérésben a lányok 5,32 %-kal dolgoztak jobban, mint a fiúk.

A másodikosok olyasféle dolgot írtak, mint az első osztályosok, kisebb nehezítésekkel. Első feladatuk (31. és 32. melléklet - 1. feladat) a meghatározás alapján kellett beszínezniük a megfelelő alakzatot, és meg kellett indokolniuk döntésüket. A második osztályhoz tartozó táblázatból kiderül (7. táblázat), hogy ezt a példát a tanulók nagy része helyesen oldotta meg. A mellékletek 2. feladatában a kockára és a téglatestre hasonlító tárgyakat kellett bekarikázniuk megadott színűre. Szinte hibátlan megoldások születtek. A kisebb hibák egy-egy karikázott forma elmulasztásából következett. Harmadik feladatként meg kellett számolniuk, hogy hány darab kis kockából áll az építmény (ez már az első dolgozatban is szerepelt), és az ábra alá, a kis négyzetbe írhatták a helyes megoldást. Jobb eredmények születtek, mint az első felmérésnél, de itt is voltak olyan diákok, akik nem számolták bele a nem látható kockákat. Negyedik példában egy építmény tervét látták a másodikos tanulók, és az alatta lévő 4 darab építményből kellett kiválasztaniuk a szerintük helyes megoldást. A tanulók több mint 80%-a jól választott, és a jó megoldás betűjelét karikázta be. A lányok eredménye 2,08 %-kal lett jobb a fiú társaiknál. A következő feladat nehezebb volt a lányok számára. Ők kicsivel több, mint 55%-ot értek el, míg a fiúk 80 % fölött teljesítettek. Ebben a feladatban egy kockákból álló építmény képét és „tervét” látták a

diákok, és meg kellett rajzolniuk az építmény alatt található négyzetrácsba, hogy oldalról, felülről, és alulról mit láttak. Úgy láttam, hogy ez a feladat típus az alsó tagozatosok számára nehéz példa volt. A hatodik feladatban egy 3x3 négyzetből álló alapon elhelyezkedő építmény rajzához tartozó helyes „tervet” kellett kiválasztani, három lehetséges válasz közül. Itt a fiúk mindegyike a jó megoldást jelölte meg, viszont a lányok csak 66,67 %-a adott helyes választ. Az utolsó feladattal is találkozhattak már az első szintfelmérőben. A példában egy kör és benne 4 különböző mintával kitöltött négyzet volt található. Az első ábrán mind a négy négyzet ki volt töltve különböző mintákkal, a többi rajzon csak egy négyzetben volt mintázat, melyet eltérő fokban lett elforgatva. Feladatuk az volt, hogy az üres négyzeteket egészítsék ki helyes motívummal. Voltak jó megoldások, mindkét nem 60 % fölött teljesített, de a legtöbben felcseréltek egy-egy jelet. Ezek az eredmények az első eredményhez képest javultak. Igény esetén használhatták a kis kockákat a feladatok megépítéséhez.

7. táblázat: A második osztály második szintfelmérőjének eredményei pontokban és százalékban

Feladatok sorszáma	2. osztály				A feladatra adható maximum pontszám
	Fiúk	Fiúk %	Lányok	Lányok %	
1.	1,75	87,5	1,83	91,67	2
2.	2,59	86,46	2,92	97,22	3
3.	4	100	3,33	83,33	4
4.	1,63	81,25	1,67	83,33	2
5.	4,88	81,25	3,33	55,56	6
6.	2	100	1,33	66,67	2
7.	2,75	61,11	2,83	62,96	4,5
össz.	14,84	63,16	13,08	55,67	23,5

Forrás: Saját szerkesztés (2014)

A 7. táblázatból leolvasható, hogy a harmadik és hatodik feladatban a fiúk maximális pontszámot érték el. A többi feladatban, a lányok pár százalékkal jobbak voltak, ám összességében nézve, nem sokkal, de a fiúk jobban szerepeltek.

A harmadikosok és negyedikesek hosszabb és nehezebb feladatsort kaptak (33. és 34. melléklet), mint az első és második osztályosok. Tíz feladatot 45 percet alatt kellett megoldaniuk. Az első szintfelmérőhöz képest annyi változás történt, hogy a két osztálynak (3. és 4. évfolyam) közös feladatsort készítettem, mivel az órák is közösen zajlottak. Az első feladatban megadott állítás alapján kellett kiszínezni és megnevezni a helyes síkidomokat. A gyerekek többsége jó megoldást adott. A hibák egy része figyelmetlenségből fakadt. A

következő feladatban a hétköznapi életből vett tárgyak képei közül kellett kiválasztani a kockára és téglatestre hasonlító tárgyak képét. Ezeket különböző színű karikázással kellett megjelölni. A két osztály 91,67 %-tól kaptam jó megoldást. A két melléklet 3. példájában a kiterített testhálókat kellett összekötni a hozzájuk tartozó test képével. A hat darab test közül, a kocka, a téglatest, és a henger hálóját szinte mindenki helyesen kötötte a megfelelő képhez. Ami nagyobb problémát jelentett, - és többen össze is keverték a válaszokat - az a gúla, a kúp, és a háromszög alapú hasáb ábrája volt. A negyedik feladat már ismerős lehetett nekik, mivel több órán is gyakoroltuk ezt a példát. A 3x3-as mezőn készített építmény helyes „tervét” kellett kiválasztaniuk a lehetőségek közül. Ezt a feladatot mindenki hibátlanul elkészítette. A mellékletek következő példájában szintén egy építményt láttak, amit öt lány (Éva, Ica, Ági, Bea, Anna) különböző oldalról figyelt meg, majd a feladat szerint a lányok lerajzolták, amit láttak. A gyerekek feladata az volt, hogy eldöntsék, hogy melyik lány készített helyes rajzot az általuk látott oldalról. Itt kevesen oldották meg hiba nélkül a feladatot. Egy-két tévesztés majdnem mindenkinél akadt. A 6. feladatban az kellett megszámolniuk, hogy hány darab kockából áll az adott építmény. A felmerülő hibák a nem látható kockák kihagyásában voltak. A következő példában sem távolodtunk el a kockákból készült építményektől. A gyerekeknek azonos színűre kellett színezni azokat az építményeket, amelyek ugyan azok voltak, csak más szemszögből, elforgatva láthattak. Mindkét nemnél voltak tévesztések, véleményem szerint nem teljesen értették meg a feladatot. Az ezt követő három példával már úgyszintén találkoztak az első szintfelmérőben. A 8. feladatban meg kellett állapítaniuk, hogy az adott „lenyomatokat” az építmény melyik oldalával készítették. A fiúk részéről ez sem a legjobban sikerült példák közé tartozott és a lányok sem remekeltek a feladatban. A soron lévő példában három autót, és hozzájuk tartozó 3-3 képet láthattak a tanulók. Ezek a képek az autót ábrázolták különböző nézetekből. Meg kellett állapítaniuk, hogy melyik ábra melyik autóhoz tartozik. A táblázatban (8. táblázat) szereplő adatok szerint a lányok 90 %-a helyes választ adott, viszont a fiúk csak 63,89 %-ban készítették el jól a feladatot. Végül az utolsó feladatban egy kocka kiterített hálóját találták, aminek minden oldalára egy síkidom volt rajzolva. A kisdíákok feladata az volt, hogy eldöntsék, hogy a háló alatt lévő négy kocka képe közül, melyik az, amelyik a háléhoz tartozik. Erre a kérdésre mindenki helyes választ adott.

8. táblázat: A harmadik és negyedik osztály második szintfelmérőjének eredményei pontokban és százalékban

Feladatok sorszáma	3-4. osztály				A feladatra adható maximum pontszám
	Fiúk	Fiúk %	Lányok	Lányok %	
1.	1,67	83,33	1,9	95	2
2.	2,5	83,33	3	100	3
3.	3	50	5,2	86,67	6
4.	2	100	2	100	2
5.	2,67	53,33	3,8	76	5
6.	3,33	66,67	4,6	92	5
7.	2,33	58,33	3,4	85	4
8.	1,67	41,67	2,6	65	4
9.	3,83	63,89	5,4	90	6
10.	3	100	3	100	3
össz.	26	65	34,9	87,25	40

Forrás: Saját szerkesztés (2014)

Jól látszik a táblázatból (8. táblázat), hogy a feladatsorban végig a lányok értek el jobb eredményeket. Mindkét nem fejlődött a foglalkozások során, de a lányok nagyobb előrelépést mutattak.

Véleményem szerint – amit a szintfelmérők is igazolnak - a nyolc alkalom alatt a diákok fejlődést mutattak, nagymértékben változott a szemléletük. A fiúk a második felmérő alkalmával rosszabban teljesítettek (az első felmérőhöz képest ők is fejlődtek) a lányoknál. Úgy gondolom, hogy a szorgalmas és kitartó munka - főként a lányoknál - meghozta a várt eredményeket.

7. Vélemények a foglalkozásokról: diákok és a próbálkozó „kistanár”

Az utolsó találkozásunk alkalmával a szintfelmérő után egy rövid kérdőívet tölttettem ki a gyerekekkel. Felhívtam a figyelmüket, hogy névtelenül töltsék ki ezeket. Azt szerettem volna felmérni, hogy miként élték meg ezeket a foglalkozásokat, hogy érezték magukat az órákon, és hogy mi tetszett nekik a legjobban, valamint ők miben alakítanák másként a szakkört.

A kérdőíven a következő kérdések szerepeltek:

1) *Hogy tetszettek az eddigi foglalkozások?* (Itt 5 darab fejecskeből – „nagyon tetszett”-től a „nagyon nem tetszett” véleményig, ki kellett kiválasztaniuk az általuk megítélt jelet).

2) *Melyik feladattípusok tetszettek a legjobban?* (Alá kellett húzniuk, az általuk legjobban kedvelt témakört, több választ is adhattak, és lehetőségük volt egy üres vonalra kifejezni véleményüket).

3) *Mi tetszett a foglalkozásokon a legjobban?* (Saját szavaikkal fogalmazhatták meg gondolataikat).

4) *Mi az, ami nem tetszett a foglalkozásokon?* (Szintén a saját szavaikkal kellett megfogalmazniuk álláspontjukat).

5) *Húzd alá, hogy Te mit gondolsz a feladatokról!* (Ebben a pontban arra voltam kíváncsi, hogy mit gondolnak a feladatok nehézségéről. Öt választási lehetőségük volt, a „nagyon könnyen megoldhatóak voltak”-tól a „nagyon nehezek voltak”-ig).

6) *Húzd alá a számodra megfelelő állítást. A foglalkozások: a) „érdekesek voltak” vagy „unalmasak voltak”, b) „jó hangulatban teltek” vagy „rossz hangulatban teltek”, c) „jól éreztem magam a foglalkozásokon” vagy „nem éreztem jól magam a foglalkozásokon”.*

7) *Húzd alá, amit gondolsz! Ha jövőre lenne ilyen foglalkozás, akkor „jönnék” vagy „nem jönnék”*

Első osztályban a következő eredményeket kaptam. Arra a kérdésre, hogy „Hogy tetszettek az eddigi foglalkozások?” a tanulók 75 %-a felelt a „nagyon tetszett” véleményt ábrázoló fejjel, 18,75 %-nak tetszett és mindössze 6,25 % válaszolt a „közepesen tetszett” arccal. Nem volt olyan tanuló, aki a „nem tetszett” vagy a „nagyon nem tetszett” választ adta volna. A második kérdésre 68,75 % a síkidomokat, 50 % a testeket, 62,5 % a kis kockákkal való építést, 33,33 % a ki kockákból készült építmények tervezését választotta. Az üres helyre még a következő vélemények voltak feltüntetve: „Háromszög-csenő manók”, „építés gumicukorból”. A következő vélemény kifejtős kérdésre (Mi tetszett a foglalkozásokon a legjobban?) a következő válaszokat kaptam: építés gumicukorból, síkidomok, építés kis kockákból. Nem volt olyan tanuló, aki a következő kérdés üres soraira írt volna, vagyis nem volt olyan dolog a foglalkozások során, ami nem tetszett volna nekik. Az ötödik kérdésre 50 % választotta a „nagyon könnyen megoldhatóak voltak” lehetőséget, 12,5 % a „könnyen megoldhatóak voltak” választ húzta alá, 25 % a „megoldható”-t választotta és 12,5 % a „kicsit nehezek voltak”-ot. A „nagyon nehezek voltak” lehetőséget senki nem húzta alá. A hatodik sorszámmal ellátott kérdés a) pontjában 87,5 % határozott úgy, hogy az „érdekesek voltak” választja. Ugyan ez a kérdés b) és c) pontjaiban 100 %-ban választották a „jó hangulatban teltek” és a „jól éreztem magam a foglalkozásokon” választ. Végül 75 % venne részt máskor is egy ilyen foglalkozáson.

Ezekből a válaszokból arra következtettem, hogy a tanulók jól érezték magukat a foglalkozásokon és a feladatok nehézsége megfelelő volt számukra. Úgy gondolom, hogy jó, ha a feladatokon gondolkodni kell. Ezért örültem, hogy a diákok felének nem voltak nagyon könnyen megoldhatóak a feladatok, viszont túl nehéznek sem találták azokat. Sokan választották a gumicukorból építést, a síkidomokat, és a kis kockákból való építést. Véleményem szerint a két utóbbit azért választották, mert közelebb álltak az ő ismereteikhez, azokhoz az anyagokhoz, amiket már az iskolai oktatás keretén belül tanultak. A gumicukorból való építés az egész alsó tagozat számára nagy élmény volt, mivel óra végén természetesen elfogyaszthatták a cukrokat.

Másodikosok szintén kitöltötték a kérdőívet. Az első kérdésre a tanulók 64,64 %-tól a „nagyon tetszett” véleményt kaptam, 27,27 %-nak tetszett és 9,1 % válaszolt a „közepesen tetszett” fejecskével. A válaszok között nem akadt olyan tanuló, aki a „nem tetszett” vagy a „nagyon nem tetszett” választ jelölte volna meg. A következő kérdésben a legnépszerűbb válasz a kis kockákkal való építés volt 63,64 %-kal, ezt követte 54,55 %-kal a testek, majd 50 %-kal a ki kockákból készült építmények tervezése és végül 45,45 % döntött a síkidomok mellett. Az üres helyre nem írtak saját véleményeket. A „Mi tetszett a foglalkozásokon a legjobban?” kérdésre, ezeket a írásokat olvashattam: „kocka számolás”, „sok új dolgot tanultam”, „építés gumicukorból”, „építés kockákkal”, „kockákból készült építmények”, „amikor csináltuk a feladatlapot”, „minden”. A következő kérdés sorait ők is üresen hagyták, tehát nem voltak olyan részei a foglalkozásoknak, amik nem tetszettek a tanulóknak. Az ötödik kérdésben 40,91 % a „nagyon könnyen megoldhatóak voltak” lehetőséget választotta, a „könnyen megoldhatóak voltak” és a „megoldható” választ 22,73 % húzta alá és 13,64 % a „kicsit nehezek voltak”-ot jelölte meg. Senki nem döntött úgy, hogy az utolsó lehetőséget, azaz a „nagyon nehezek voltak” választ jelöli meg. A hatodik kérdés a) pontjában 95,45 % az „érdekesek voltak” választ adta. Úgy, mint az első osztályos tanulóknál, itt is a hatodik kérdés b) és c) pontjaiban, 100 %-ban választották a „jó hangulatban teltek” és a „jól éreztem magam a foglalkozásokon” választ. A tanulók 86,36 % részt venne egy ilyen szakkörön.

A következő következtetéseket vontam le a kapott válaszokból. A második évfolyamban jobban kedvelték a térben lévő játékokat, mint egy évvel alattuk járó társaik. Úgy érzem, hogy élvezték az órákat és jó hangulatúnak titulálták azokat. A feladatok nehézségét a tanulók itt is másként ítélték meg. Kevesebb, mint 50 % gondolta úgy, hogy a feladatok nagyon könnyen megoldhatóak voltak és senki nem érezte, hogy a feladatok nagyon nehezek lettek volna. Ez a csoport véleményem szerint, a korosztályuknak megfelelő képességű tanulókból állt.

Végül a 3-4. osztályos csoportban ezeket az értékeket kaptam. A tanulók 71,43 %-a „nagyon tetszett”, 28,57 %-a tetszett véleményt adta az első kérdésre. Senki nem döntött a „közepesen tetszett”, a „nem tetszett” vagy a „nagyon nem tetszett” válasz mellett. A következő kérdésben 14,29 % választotta a síkidomokat, 57,14 % a testeket, ugyanennyien a kis kockákkal való építést is megjelölték. A legnépszerűbbnek itt is a kis kockákból készült építmények tervezése volt, a maga 71,43 %-val. A véleményükre hagyott helyen a következőt olvastam: „hosszú szívószálból kockát építettünk”. Mivel a 3. és 4. osztályosok már jobban ki tudják fejezni gondolataikat, ezért a „Mi tetszett a foglalkozásokon a legjobban?” kérdésre (a „minden”-en kívül), szép válaszokat kaptam, mint például „alakzatokat készítettünk gumimaciból”, „kockákból építés és még valamelyik feladat”, „sok mindent megtanultam, amit nem tudtam”, „az hogy játékos volt”. A következő kérdésre - amiben arra voltam kíváncsi, hogy mi nem tetszett nekik a foglalkozások során - is akadt válasz, ilyenek mint, „az hogy eddig nem jöttem”, „amikor nem volt hozzávalóm (körző)”. Az ötödik kérdésben 57,14 % a „nagyon könnyen megoldhatóak voltak” lehetőséget választotta, a „könnyen megoldhatóak voltak”, a „megoldható”, és a „kicsit nehezek voltak” választ 14,29 % húzta alá. Itt sem volt olyan, aki az utolsó választ, vagyis a „nagyon nehezek voltak” adta volna. A hatodik kérdés minden pontjában az „érdekesek voltak”, a „jó hangulatban teltek” és a „jól éreztem magam a foglalkozásokon” választ adták. Továbbá a tanulók 100%-a részt venne máskor is hasonló foglalkozáson.

Rendkívül jól estek a tanulóktól a pozitív visszajelzések, hisz ezek megerősítettek abban, hogy jó irányban haladtunk a szakkör folyamán. Ezek alapján, úgy gondolom, hogy az iskola alsó tagozatos diákjai is jól érezték magukat, és élvezték a foglalkozásokat. Tetszettek nekik a különböző feladat típusok, a különböző játékok, és a módszerek, amikkel dolgoztunk. Az órák során próbáltam az órák menetét az ő igényeik szerint kialakítani, formálni. A matematika egy gyakorlatorientált tárgy, ezért fontosnak tartom a gyakorlást, az ismétlést és a házi feladatot.

Minden foglalkozás alkalmával nagyon jól éreztem magam, és a visszajelzések alapján a gyerekeknek is tetszettek az órák. Ez idő alatt összehangolódtunk a gyerekekkel, megismertük egymást. Az első óra elején lévő ijedség és „megszeppentség” hamar feloldódott mindkét részről, hamar összeszoktunk. Sok munkával járt az órák előkészítése, és az elkészített feladatok javítása, de minden fáradságot megért, amikor láttam a gyerekek arcán az örömet, amikor egy feladatot sikerül pontosan megoldaniuk, vagy amikor rájöttek egy nehezebb példa megoldására. Amikor egy kicsit fáradtabban mentem a foglalkozásra, akkor is fel tudtak vidítani egy-két jó szóval, pozitív visszajelzéssel. Úgy érzem sokat tanultam,

számos tapasztalatot szereztem a szakkörök ideje alatt. Egyre jobban ment a foglalkozások előkészítése, és a feladatlapok elkészítése. Ezek közben, minden esetben át kellett gondolnom, hogy miként oldaná meg az adott példát a kisdíák. Nem csak a matematika terén szereztem tapasztalatokat. A diákok egymáshoz való viszonyát is tanulmányozhattam. Itt a következő viszonyokat figyeltem meg:

- a fiúk és lányok egymáshoz való viszonyát;
- a gyengébb képességűek és a jobb képességűek tanulók kapcsolatát;
- a tehetősebb és kevésbé jó módú gyermekek kötelékét.

Úgy vettem észre, hogy ezek több szinten összekapcsolhatók, külön témaként is tárgyalhatók lennének. Továbbra is szeretnék a térszemlélet fejlesztés témakörével foglalkozni, hisz ebből a tárgykörből számos lehetőség nyílik és a hétköznapiakban is fontos szerepet tölt be. Szívesen folytatnám tovább ugyanezen tanulók képességeinek fejlesztését – mivel ez a korosztály a legfogékonyabb a fejlesztésre és ők örömmel vesznek rész ilyen jellegű szakkörökön -, de nyitott lennék egy új korosztály vizsgálatára is. Akár az óvodások, vagy a felsőbb évesek (felső tagozatosok, középiskolások – gimnázium, szakközép- és szakiskola) irányába. Szakiskola esetén érdekes téma lehet a különböző szakmák vizsgálata is. Szerintem a diákok különböző kompetenciái mellett (pl.: tevékenységgel kapcsolatos kommunikáció, alkotások esztétikájára való figyelés, alkotóképesség, megfigyelőképesség fejlesztése konkrét tevékenység útján,...), a saját kompetenciáimat is sikerült fejlesztem, mint például a „tanulói csoportok, közösségek alakulásának segítése, fejlesztése”, a „pedagógiai folyamat tervezése”, vagy a „szaktudományi tudás felhasználásával a tanulók műveltségének, készségeinek és képességeinek fejlesztése”.

Sajnos azt is tapasztaltam kellett, hogy mennyire kevés a matematikára fordított óraszám (ezen belül a geometriára szánt idő), és milyen sok az anyag, amit (sok esetben lehet, hogy indokolatlanul) meg kell tanulniuk a diákoknak. Szinte minden témakörön csak átsiklanak, nem mélyítik el az adott témakörben szükséges ismereteiket. Ebből kifolyólag a későbbi tanulmányaik során, nem rendelkeznek megfelelő alapismeretekkel, és nem tudják mire felépíteni az új anyagot. Ennek következtében nem lesz sikerélményük, rossz jegyeket kapnak, és nem fogják szeretni a matematikát, amiből következik, hogy nem gyakorolnak, ismét rossz jegyet kapnak, és így folytatódik tovább ez a kör. Így lesz az egykor jó képességű első osztályos kisdíák, kettős osztályzatot kapó érettségiző tanuló, aki nem hogy a szorzó táblát nem ismeri, vagy nem tud összeadni két egész számot számológép segítségével, de tőlük hallhatóak az olyan mondatok is, mint „Egy háromszögnek négy szöge van, és egyszerre több szöge is lehet 180 vagy 90 fokos.”. Az ilyen és ennél furcsább kijelentéseket lassan már

nap, mint nap hallok a diákok szájából. Egyre többen teszik föl nekem is a kérdést, hogy „Miért kell nekünk ezt megtanulnunk?”. Régen nagyanyáink (kivéve, akiknek a szakmájukhoz szükségük volt erre) igaz, hogy nem ismerték a trigonometriai vagy a koordináta geometria fogalmakat, de biztosan tudtak számolni, és magabiztosan mozogtak a geometria témakörében is.

Végezetül, úgy érzem, hogy sikerült fejleszteni a dolgozatomban megfogalmazott területeket, pozitív eredményekkel zártuk a foglalkozásokat. Remélem, hogy lehetőségem nyílik folytatni ez irányú tevékenységeimet. Bízom benne, hogy dolgozatommal, hozzájárultam a matematika eme csodálatos, kézzelfogható témaköréhez, és csatlakoztam azokhoz, akik felhívták a figyelmet a tárgykör fontosságára.