



Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem
Villamosmérnöki és Informatikai Kar
Villamos Energetika Tanszék

Fazekas Tibor

ÉLETTARTAM ANALÍZIS
ALKALMAZÁSÁNAK LEHETŐSÉGE AZ
ÖREGEDŐ VILLAMOSENERGIA-
RENDSZERBEN

KONZULENS

Németh Bálint, Cselkó Richárd

BUDAPEST, 2013

Tartalomjegyzék

Tartalomjegyzék	2
Összefoglaló.....	5
Abstract.....	6
1. Bevezetés.....	7
1.1 Eszközmenedzsment	7
1.2. A magyarországi villamosenergia-rendszer néhány statisztikai adata.....	8
1.3. Hibák, kiesések, cserék statisztikai adatai.....	11
1.4. Hibák, cserék modellezése statisztikai módszerekkel.....	12
1.5. B life értékek	13
2. Élettartam analízis	14
2.1 Élettartam adatok	15
2.2. Élettartam adatok jellemzése.....	16
2.3. Élettartam adatok gyűjtése	18
3. Alkalmazott eloszlások.....	20
3.2. Exponenciális eloszlás	21
3.3. Normális eloszlás	23
3.4. Log-normális eloszlás	25
3.5. Extrém érték eloszlás	27
3.6. Weibull eloszlás	28
3.7. Exponenciális Weibull eloszlás.....	30
4. Eloszlások felvétele	32
4.1. Weibull háló, valószínűségi ábra	32
4.2. Regresszió számítás, lineáris regresszió	34
4.3. Maximum likelihood becslés	35
4.4. Goodness of fit teszt, illeszkedésvizsgálat.....	35
4.5. Konfidencia intervallumok.....	36
4.6. Eloszlások felvételi folyamatának összefoglalása	37

5. Adathiányos helyzetek elemzése	38
5.1. Cserék, meghibásodások becslése.....	38
5.1. Élettartam adataira vonatkozó követelmények	41
5.2. Pontatlan korok	42
5.2. Pontatlan koreloszlás.....	47
5.3. Javaslatok az adatgyűjtésre	48
6. Élettartam analízis grafikus felhasználói felület.....	50
7. Összefoglalás, „asset time bomb”	54
8. Irodalomjegyzék	56

HALLGATÓI NYILATKOZAT

Alulírott **Fazekas Tibor**, szigorló hallgató kijelentem, hogy ezt a diplomatervet meg nem engedett segítség nélkül, saját magam készítettem, csak a megadott forrásokat (szakirodalom, eszközök stb.) használtam fel. Minden olyan részt, melyet szó szerint, vagy azonos értelemben, de átfogalmazva más forrásból átvettem, egyértelműen, a forrás megadásával megjelöltem.

Hozzájárulok, hogy a jelen munkám alapadatait (szerző(k), cím, angol és magyar nyelvű tartalmi kivonat, készítés éve, konzulens(ek) neve) a BME VIK nyilvánosan hozzáférhető elektronikus formában, a munka teljes szövegét pedig az egyetem belső hálózataán keresztül (vagy hitelesített felhasználók számára) közzétegye. Kijelentem, hogy a benyújtott munka és annak elektronikus verziója megegyezik. Dékáni engedéllyel titkosított diplomatervek esetén a dolgozat szövege csak 3 év eltelte után válik hozzáférhetővé.

Kelt: Budapest, 2013. 12. 16.

.....
Fazekas Tibor

Összefoglaló

A villamosenergia-ellátás folyamatossága és jó minősége a fogyasztóknak, hálózati engedélyeseknek, rendszerirányítónak és az erőműveknek egyaránt érdeke. Magyarország az európai országok között átlagos kiesési statisztikával rendelkezik, az átviteli- és elosztóhálózatot megfelelően üzemeltetik. Ugyanakkor a villamosenergia-rendszer fejlődése, elterjedése egy hosszú folyamat volt, a berendezéseket, erőműveket folyamatosan helyezték üzembe. Ennek megfelelően a berendezések jelentős része már elérte a tervezéskor várt élettartamát, azonban köszönhetően a kiváló tervező, üzemeltető szakembereknek és a felújításoknak, többségük a tervezett élettartamuk után is biztonsággal működtethető.

Mivel a berendezések kora meghaladja a tervezett élettartamukat, előbb-utóbb számítani lehet arra, hogy nagyszámú berendezés megy majd tönkre viszonylag rövid idő alatt. Ezt az a tény is alátámasztja, hogy a berendezések koreloszlása nem egyenletes, hiszen voltak olyan időszakok, amikor kimagaslóan sok berendezést helyeztek üzembe. Emiatt valószínűsíthető, hogy lesznek olyan időszakok, amikor a korábbiakhoz képest jóval többet kell majd költeni a hálózati elemek cseréjére. A jelenlegi környezetben, amikor az energiacégek számára a korábbiaknál kevesebb forrás áll rendelkezésre beruházásokra és karbantartásokra, kiemelten fontos, hogy eszközeik kezelésével, kicserélésükből adódó költségeik becslésével, a felhasználható pénzügyi erőforrásaik leghatékonyabb elosztásával foglalkozzanak.

Dolgozatomban az élettartam analízist szakirodalmi áttekintéssel, különböző iparágon kívüli, kezdeti alkalmazásaival, szemléletes példákon keresztül mutatom be, továbbá összefoglalom a hozzá tartozó matematikai apparátust.

Az analízis egyik alapja a múltbeli adatok felhasználása. Megvizsgálom, hogy az élettartam analízis matematikai módszereihez mekkora mennyiségű és milyen minőségű adatra van szükség. Általánosan elmondható, hogy a villamos energia elterjedésével a szolgáltatók nem fordítottak kellő figyelmet a hibák, kiesések és a kicserélt berendezések dokumentálására, így az alkalmazás nehézségekbe ütközik. A dolgozatomban olyan módszereket mutatok be, amelyekkel az adathiány okozta nehézségeket leküzdhetjük, szakértői tudással és tapasztalattal ellensúlyozhatjuk.

Abstract

The continuous high quality energy service is both the supplier's and the costumer's interest. The reliability of energy supply in Hungary is close to the average reliability in Europe. The transmission and distribution grid are operated in line with the current best practices. The spread of electrical energy was a long process. The assets and the power plants have been installed continuously, with some peaks; therefore most of the assets in Hungary and in the modern world reached their design life. However, most of them remain in operation because of the efforts of designers, operators and the refurbishment processes.

It is possible that high number of assets will fail in the future because of the above circumstances. There will be intervals when the system operators must spend more money on replacement than before. In order to meet the changing regulatory conditions, the suppliers transform their operation and business politics. The available budget of the refurbishments and investments is decreasing. Therefore it is important to manage better their assets and estimate the future cost due to replacements.

In my study a short overview is presented about life data analysis through some example from different fields of science. Furthermore, the necessary mathematical apparatus is summarized. The possible application of life data analysis for the power system components is investigated and the accidental problems are discussed.

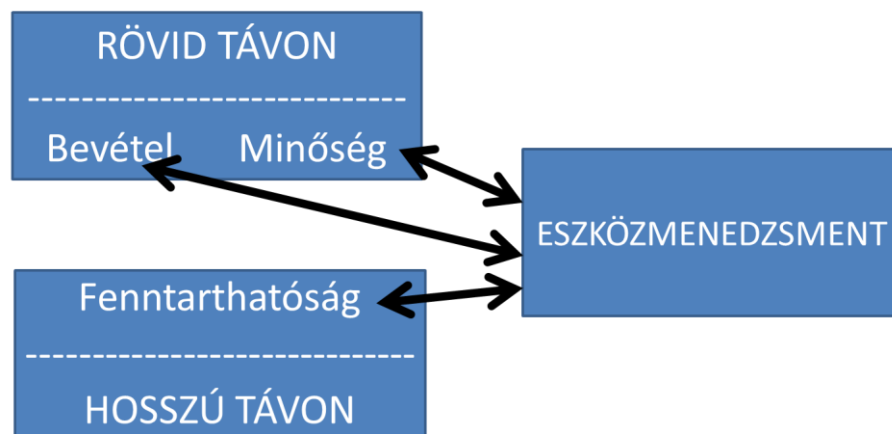
The basis of the analysis is the application of the past replacement data. The data requirements of the different methods are discussed in terms of data quantity and quality. It can be said that recording the failures and replacements was not a priority for utilities in the past. Therefore the past failure and replacement data is incomplete or insufficient. In my study different methods have been presented to overcome these difficulties with expert knowledge and experience.

1. Bevezetés

A villamosenergia-ipar az utóbbi időszakban jelentős változásokon ment keresztül. A piac átalakulása, a szabályozás szigorítása és a verseny miatt a szolgáltatók nagyobb figyelmet kénytelenek fordítani az általuk működtetett infrastruktúra kezelésére. Céljuk, hogy egyensúlyt tartsanak a kockázatok és a korlátozott költségkeretek között. [1], [2]

1.1 Eszközmenedzsment

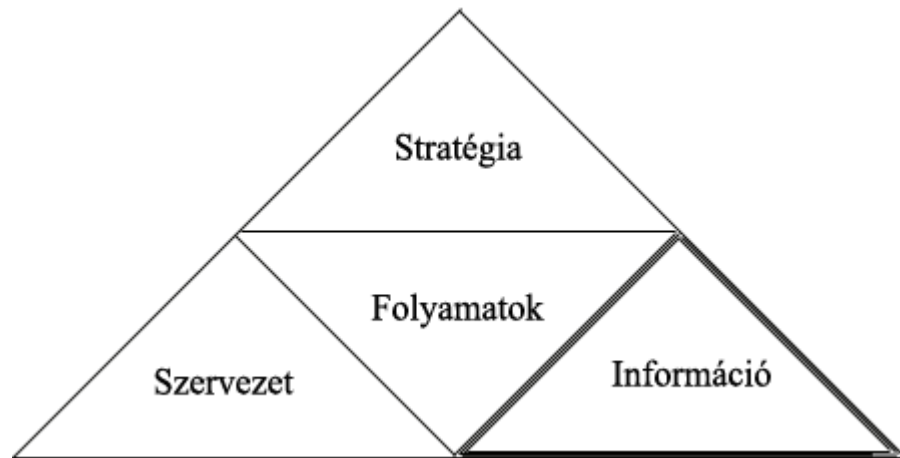
Az eszközmenedzsment célja, hogy a villamosenergia-rendszer öregedő infrastruktúrájával és a megváltozott környezettel járó nehézségeket leküzdve, csökkentse a szolgáltatók költségeit, elhalassza, ütemezhetővé tegye a szükséges beruházásokat amellet, hogy megőrizze a biztonságot és a minőséget. A villamosenergia-rendszerben rengeteg berendezés üzemel, amelyek teljes értéke sok ezermilliárd forintos nagyságrendbe esik. A rendszerkomponensek legnagyobb része már elérte a tervezett élettartamának végét, azonban csupán emiatt nem lenne gazdaságos a kicserélésük. További probléma, hogy az üzemeltető, gyakorlott szakszemélyzet kiöregedik, nyugdíjba vonul és a pótlásuk nehezen megoldható. Ennek megfelelően fontos az eszközök és erőforrások megfelelő menedzselése. [1], [2], [3], [4], [5], [6]



1. ábra Eszközmenedzsmentet befolyásoló tényezők [7]

A költségek csökkentésének, kiegyenlítésének egyik lehetséges módja a karbantartások, felújítások, kicserélések megfelelő ütemezése. Ezen döntések meghozatalához nyújthat támogatást az élettartam analízis, amely információt biztosít az üzemelő berendezések kényszerű kicserélésének jövőbeli menetéről, így segítve a fent említett folyamatok

tervezését. A következő ábrán az eszközmenedzsment keretrendszer megjelölt részletével foglalkozom. [8]

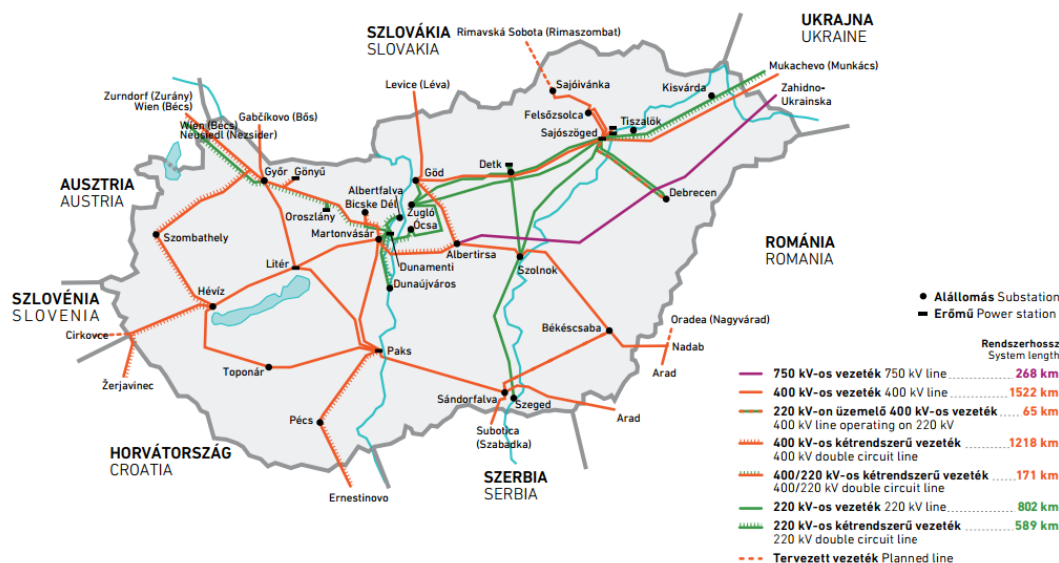


2. ábra Az eszközmenedzsment keretrendszerét bemutató piramis [8]

A hosszú távú stratégiát és nagy költséggel járó felújítási, beruházási programokat minden esetben megfelelően alá kell támasztani, gazdasági és műszaki értelemben egyaránt. Ha nem fordítunk elegendő figyelmet a megelőző cserékre, akkor olyan szükséges kicserélési, fejlesztési csúcsok keletkezhetnek, amelyeket pénzügyileg, pótalkatrésszel és élőmunkaerővel is nehézkesen oldhatunk meg.

1.2. A magyarországi villamosenergia-rendszer néhány statisztikai adata

A villamosenergia-rendszer átviteli- és elosztóhálózathoz épül fel. Az átviteli hálózat feladata az erőművekben előállított villamos energia elszállítása az elosztóhálózati csomópontokhoz és a határkeresztező vezetékeken keresztül az országok közötti villamosenergia-csere lebonyolítása. Az elosztóhálózat feladata a villamos energia eljuttatása a fogyasztókhoz.



3. ábra A magyar átviteli hálózat 2012-ben [9]

A harmadik ábrán látható a magyarországi átviteli hálózat felépítése 2012-ben. Ezen átviteli hálózat nyomvonalhossz adatai tekinthetők meg a következő táblázatban. A nyomvonalhossz nem minden esetben egyezik meg a vezetékkel, mivel a nyomvonalak kihasználtsága eltérő. A következő táblázatokban szereplő adatokkal szeretném érzékeltetni az üzemelő átviteli- és elosztóhálózati infrastruktúra nagyságát.

1. Táblázat - átviteli hálózat nyomvonalhossz [9]

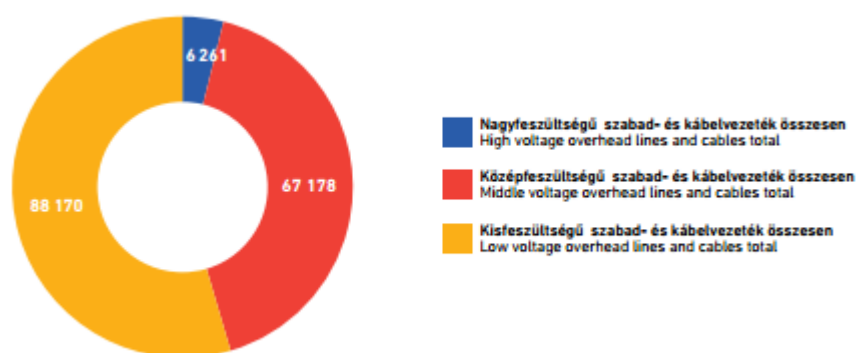
	2011 [km]	2012 [km]
Nagyfeszültségű szabadvezeték és kábel összesen	3761	3804
Nagyfeszültségű szabadvezeték	3745	3787
750 kV – szabadvezeték	268	268
400 kV – szabadvezeték	2197	2282
220 kV - szabadvezeték	1139	1097
120 kV - szabadvezeték	141	141
Nagyfeszültségű kábel összesen	17	17
120 kV - kábel	17	17

2 Táblázat – átviteli hálózat vezetékkelhossz [9]

	2011 [km]	2012 [km]
Nagyfeszültségű szabadvezeték és kábel összesen	4723	4850
Nagyfeszültségű szabadvezeték	4706	4833
750 kV – szabadvezeték	268	268
400 kV – szabadvezeték	2807	2976
220 kV - szabadvezeték	1434	1391
120 kV - szabadvezeték	198	198
Nagyfeszültségű kábel összesen	17	17
120 kV - kábel	17	17

3. Táblázat – Elosztóhálózat nyomvonalhossza [9]

	2011 [km]	2012 [km]
Nagyfeszültségű szabadvezeték és kábel összesen	6288	6261
Középfeszültségű szabadvezeték és kábel összesen	67005	67178
Középfeszültségű szabadvezeték összesen	53899	53962
Középfeszültségű kábel összesen	13106	13216
Kisfeszültségű szabadvezeték és kábel összesen	87516	88170
Kisfeszültségű szabadvezeték	64097	64611
Kisfeszültségű kábel	23419	23559
Szabadvezeték és kábel összesen	160810	161609
Szabadvezeték	124171	124713
Kábel	36638	36897



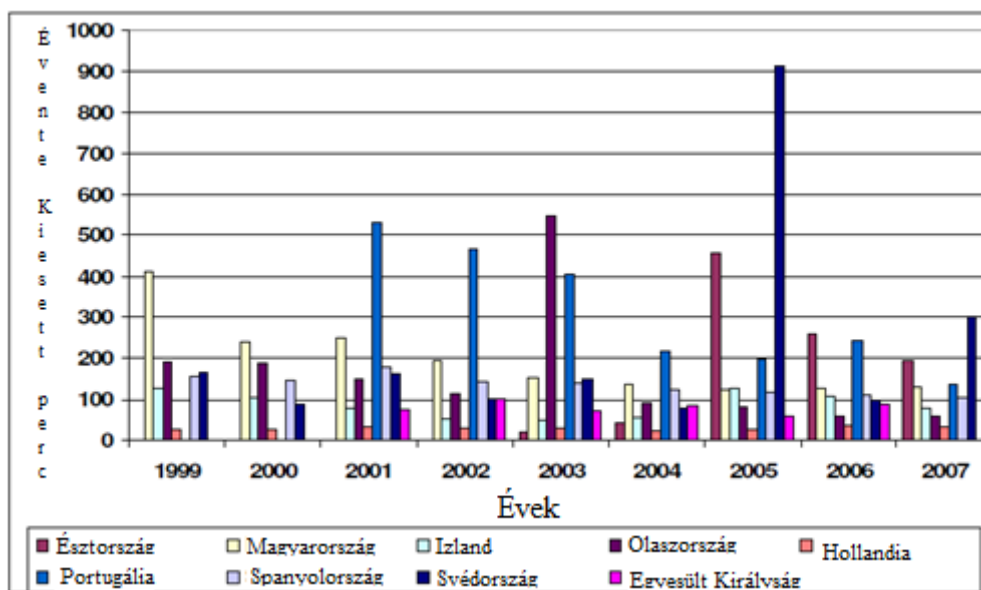
4. ábra 2012. évi elosztói nyomvonalhossz kilométerben [9]

Látható, hogy a kiemelten fontos, nagy mennyiségű villamos energiát szállító átviteli hálózat nyomvonalhossza nagyságrenddel kisebb a közép és kisfeszültségű elosztóhálózat nyomvonalhosszánál. Ezen nagyfeszültségű távvezetékek kezelése nagyban eltér az elosztóhálózati vezetékektől, hiszen az esetleges meghibásodás miatti kiesett villamos energia nagy mennyiségű és sok fogyasztót érint. Ennek megfelelően rendszeresen szemrevételezik a hálózatot és igyekeznek még meghibásodás előtt elvégezni a szükséges cseréket, javításokat (megbízhatóság alapú karbantartás). Ezzel ellentétben közép- és kisfeszültségen kevesebb hangsúlyt kap a távvezetékek alkatrészeinek megelőző cseréje, így azok gyakran csak a kiesés, meghibásodás miatt cserélődnek (korrektív vagy kockázat alapú karbantartás).

Ezekkel a statisztikai adatokkal próbáltam érzékeltetni, hogy mekkora értékű és mennyiségű eszköz üzemel jelenleg a villamosenergia-rendszerünkben. Ennyi szükséges ahhoz, hogy ellássa a fogyasztókat és ez, a jelenlegi tervek szerint, a jövőben bővülni, fejlődni fog. [10]

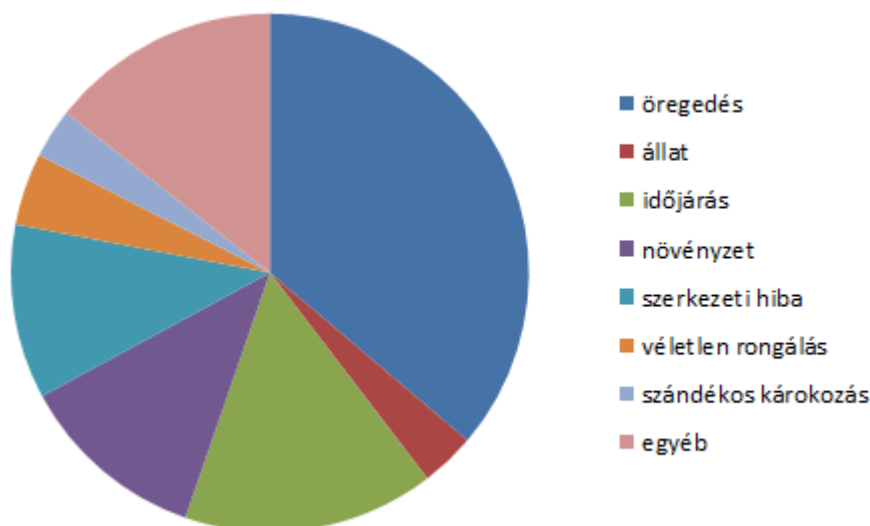
1.3. Hibák, kiesések, cserék statisztikai adatai

Ebben a fejezetben bemutatásra kerül az átviteli- és elosztóhálózat hibáival, kieséseivel kapcsolatos néhány statisztikai adat. A következő ábrán látható néhány európai ország kiesési statisztikája évente kiesett percekkel ábrázolva. Látható, hogy a feltüntetett országok közül Magyarország kiesési statisztikája átlagosnak mondható, és csökkenő tendenciát mutat. Ezen statisztikát torzíthatják a rendkívüli időjárással összefüggő különleges esetek.



5. ábra Éves kiesési idő különböző európai országokban [8]

A következőkben a közép feszültségű elosztóhálózat meghibásodásainak statisztikai bemutatásával foglalkozom. A hatodik ábrán láthatóak azok az okok, amelyek kieséshez, üzemeltetői beavatkozáshoz vezettek. Megfigyelhető, hogy a legtöbb esetben az adott hálózati elem öregedése, romlása vezetett a hibához. Az időjárás és a növényzet hatása sem elhanyagolható. Sajnos elmondható, hogy számottevőek azok az esetek, amikor szándékosan rongálják, tulajdonítják el a hálózati komponenseket, ezzel nagy károkat okozva a hálózati engedélyeseknek és a fogyasztóknak egyaránt.



6. ábra Hiba okok a magyarországi középvezettségű elosztóhálózaton

Az alábbi táblázatokban a későbbiekben részletezendő okok miatt a középvezettségű szigetelők és kábelek meghibásodásait szeretném bemutatni három évre visszamenőleg. Látható, hogy az öregedéssel és az egyéb okokkal összefüggő meghibásodások összemérhetőek.

4. Táblázat – Középvezettségű szigetelők meghibásodásai

	2010	2011	2012
Összes meghibásodás	367	372	340
Öregedés miatt	132	185	142
Egyéb okok miatt	235	187	198

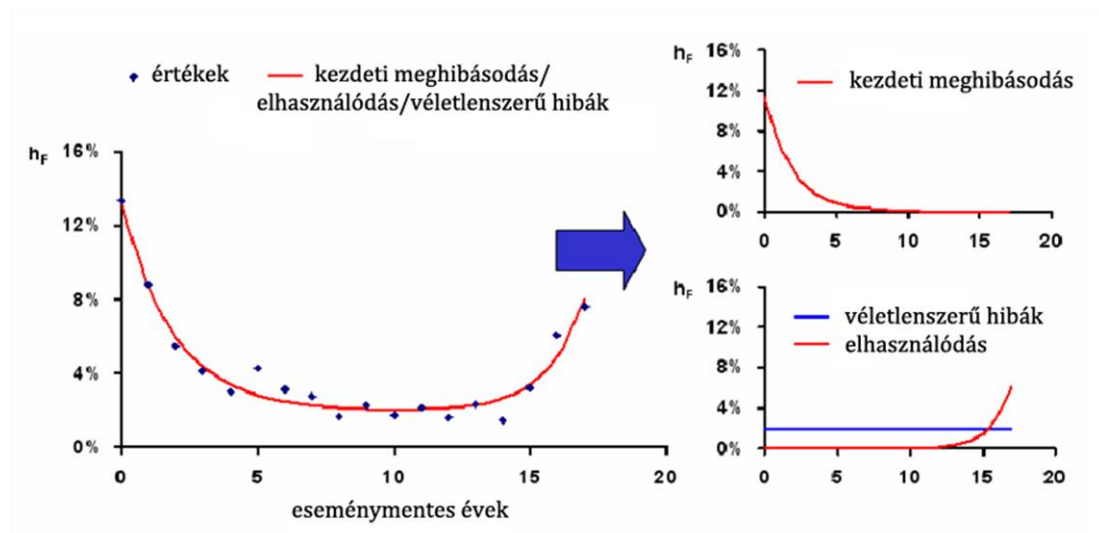
5. Táblázat – Középvezettségű kábelek meghibásodásai

	2010	2011	2012
Összes meghibásodás	434	420	375
Öregedés miatt	178	209	170
Egyéb okok miatt	256	211	205

1.4. Hibák, cserék modellezése statisztikai módszerekkel

Az eszközmenedzsmentben alkalmazott matematikai statisztika alapfogalma a kádgörbe, amely egy adott berendezésre megadja, hogy az üzembe helyezést követő valahányadik évben mekkora a hiba bekövetkezésének valószínűsége. A kádgörbe egy tapasztalati görbe, amit a rögzített hibákra illesztenek. A hetedik ábrán látható görbe

három szakaszra osztható. Az első szakasz a kezdeti meghibásodások szakasza (angolul infant mortality), ilyenkor az üzembe helyezés, gyártás során elkövetett hibák miatt megy tönkre a berendezés. A középső szakasz a véletlenszerű meghibásodásoké, a meghibásodási valószínűség közelítőleg konstans. A harmadik szakaszra az elhasználódás jellemző. A folyamatos igénybevételeknek köszönhetően előbb-utóbb tönkremegy a berendezés, így a hiba valószínűsége nő. [1]



7. ábra kádgörbe [1]

Az eszközmenedzsment során a kádgörbét a jövőbeni hibák becslésére használhatjuk. A kádgörbét egy valószínűségi eloszlás hibatá-függvényével modellezhetünk és használjuk fel. A hibatá-függvényt a múltbeli hibaadatokból különböző matematikai módszerekkel határozhatjuk meg. A statisztikai módszereket nemcsak a hibák becslésére használják, hanem a különböző diagnosztikai paraméterek becslésére is. Ezzel azonban jelen dolgozatomban csak említés szintjén kívánok foglalkozni. [11]

1.5. B life értékek

Waloddi Weibull ötlete alapján az egyes berendezéseket az alapján rangsorolják, hogy mekkora az az életkor, amikor a berendezések valahány százaléka tönkremegy. Ezt a kort nevezi a szakirodalom B life értéknek. Például a B 10 érték azt jelenti, hogy a berendezések 10 %-a eddig az időpontig tönkremegy. A repülőgépiparban B 0.1 értéket használnak, a villamos gépek esetében és az űrkutatásban B 0.15 értéket. A B 50 érték pedig az átlagos működési idő. [12]

2. Élettartam analízis

Az élettartam analízist a mérnöki tudományok legkülönbözőbb részein, a legkülönbözőbb feladatok megoldására alkalmazzák. Ilyenek például:

- repülőgépipar
- szigeteléstechika
- kisgépek
- mozdonyok
- nukleáris reaktorok [13]

Ebben a dolgozatban műszaki, azon belül villamos energetikai alkalmazásokkal foglalkozom, ennek megfelelően a terminológia is műszaki. Az egyéb, például orvos-biológiai területeknek megvan a saját terminológiájuk.

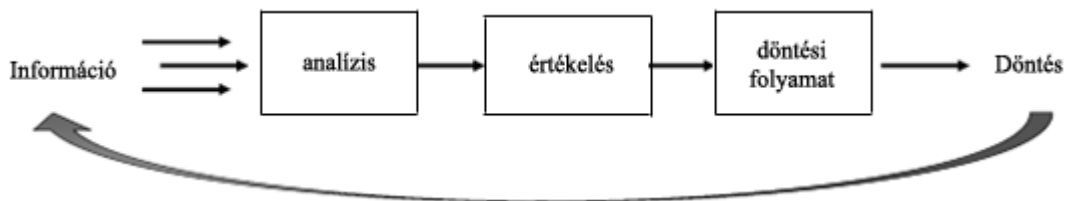
Röviden szeretném bemutatni az élettartam analízis történetét. 1949-ben Todhunter Halley és Bernoulli munkásságára alapozva kezdte vizsgálni a himlőoltások hatásosságát. Biztosító társaságok korábban is használtak biztosításmatematikai módszereket emberi élettartam táblázatok megalkotására. A 20. század elején kezdték el vizsgálni a különböző betegségek kezeléseinek sikerességét statisztikai módszerekkel. Az 1950-es 60-as években a megbízhatósággal kapcsolatos mérnöki feladatok elterjedtek, emiatt még megbízhatóbb eszközök készültek katonai és űrprogramok részére. Ebben az időben nagymértékben fejlődött az angolul „reliability engineeringnek” nevezett terület. Ennek ellenére az alkalmazás leginkább csak az exponenciális és binomiális eloszlásra terjedt ki. Később egyre elterjedtebbé vált a fogyasztói és az ipari termékek körében is. A dolgozatom során a példákat igyekeztem a mérnöki gyakorlatból választani. [13]

1951-ben publikálta Waloddi Weibull a “A Statistical Distribution Function of Wide Applicability” című cikkét, amiben szereplő eloszlást később Weibull eloszlásnak nevezték el. Ezt az eloszlást előszeretettel használták a különböző fizikai folyamatok modellezésére és a villamosenergia-rendszer komponenseinek öregedésének modellezésében is ez az eloszlás a legelterjedtebb. Az adathiányos esetek

bemutatásánál, később indokolt okok miatt, Weibull eloszlást használok, amelynek ismertetésére és a paramétereinek meghatározására részletesebben kitérek majd.

2.1 Élettartam adatok

A berendezésekről meglévő információ az eszközmenedzsment döntéshozó folyamat alapja. Az információ feldolgozásával figyelhetjük meg a mögöttes trendeket, folyamatokat. A következő ábrán látható az eszközmenedzsment folyamata.



8. ábra Eszközmenedzsment döntéshozó folyamata [8]

A szükséges információk egyre inkább elérhetővé válnak annak köszönhetően, hogy a szolgáltatók felismerték a pontos információátvitel fontosságát. A kezdetekben papír alapon dokumentáltak és csak azokat a tevékenységeket jegyezték fel, amelyeket valamilyen okból (baleset, kiesés, vihar stb.) fontosnak tartottak. Mára ezen dokumentáció nagy része elveszett vagy papír alapon még megtalálható a szolgáltatónál. [8]

A digitális adattárolás elterjedésével a hálózati engedélyesek elkezdtek kialakítani saját adatbázis rendszereiket. Az akkori szemlélet azonban nem az élettartam adatok feljegyzését tette fontossá, sokkal inkább a kieséseket, a teljesítményt és az elszámoláshoz nélkülözhetetlen további adatokat. Olyan rendszerek alakultak ki, amelyek egyfajta eszköznyilvántartásként szolgáltak, vagy az üzemirányítást, elszámolást segítették. Ilyen rendszerekre példa a SCADA (Supervisory Control and Data Acquisition) vagy a GIS (Geographic Information System).

Ezekkel ellentétben az élettartam analízishez más adatokat is fontos kezelni és eltárolni:

- komponens üzemideje, üzembe helyezéstől a cseréig eltelt idő,
- komponens állapota,
- komponens karbantartási adata. [8]

2.2. Élettartam adatok jellemzése

Az élettartam adatok analízise során a rendelkezésre álló adatokból szeretnénk következtetéseket levonni a jövőre nézve. Például vizsgálunk nagyszámú, hasonló berendezést, amelyek hasonló körülmények között üzemelnek és szeretnénk megtudni, hogy a jövőben mennyi fog tönkremenni belőlük. A teljes populációra szeretnénk következtetéseket levonni, azonban ezen populációnak csak egy kis szeletét, egy mintát vizsgálhatunk, a populáció nagyságát a legtöbb esetben végtelennek tekinthetjük. A minta megválasztása kellő körültekintést igényel. Egy minta egy másik, különböző populációból félrevezető eredményhez vezethet. Például hibás együtt kezelni azokat az elemeket, amelyekre kötöttek karbantartási megállapodást azokkal, amelyekre nem. A laboratóriumi tesztek adatai is félrevezethetik az analízist. A mérnökök feladata eldönteni, hogy a kiválasztott minta mennyire követi a teljes populáció öregedését. [13], [14]

Az élettartam analízis következő fontos fogalma a meghibásodás. A legtöbb berendezésre a meghibásodás egy egyértelmű, katasztrofális esemény. Néhány eszköz teljesítőképessége azonban folyamatosan csökken és nincs egyértelmű végső, ún. „end of life” állapota. Ennek megfelelően a meghibásodás a berendezés egy előre meghatározott jellemző paraméterének egy bizonyos szint alá csökkenéseként definiálható.

A következőkben a villamosenergia-rendszer komponenseire foglalmazom meg a meghibásodás fogalmát. Fontos megjegyezni, hogy a megfogalmazás az élettartam adatok elemzéséhez igazodik és nem más elvárásokhoz, szabványokhoz. A megfogalmazáshoz a CIGRÉ nemzetközi szervezet hasonló témájú irodalmainak áttanulmányozása nyújtott segítséget.

Meghibásodás:

Öregedés vagy valamilyen hirtelen külső hatás következtében...

...a tervezéskor meghatározott minimum értéket nem éri el a berendezés valamely fontos paramétere, hogy a komponenst vagy szubkomponenst ki kell cserélni.

...annyira leromlik egy paraméter (berendezés állapota), hogy emiatt a villamosenergia-szolgáltatás nem teljesül és a komponenst vagy szubkomponenst ki kell cserélni.

- jelentős meghibásodás (major failure): villamosenergia-szolgáltatásra, illetve emberéletre veszélyes hiba
- kisebb meghibásodás (minor failure): villamosenergia-szolgáltatásra, illetve emberéletre nem veszélyes hiba
- nem javítható meghibásodás (non repairable failure): olyan komponensek vagy szubkomponensek hibái, amelyeket
 - o nem gazdaságos megjavítani.
 - o műszakilag nem áll rendelkezésre módszer megjavításukra.
- javítható meghibásodás (repairable failure): olyan komponensek vagy szubkomponensek, amelyeket érdemes / meg lehet javítani és az gazdaságos is.

“End of life” állapot:

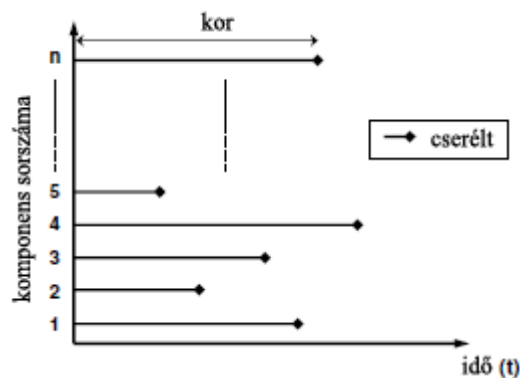
- a komponens vagy szubkomponens azon állapota, amikor öregedés vagy valamilyen hirtelen külső hatás következtében megjavíthatatlanul nem tudja teljesíteni a feladatát, a villamosenergia-szolgáltatás megszakad vagy emberi életre veszélyes lesz a működés.

Vannak olyan meghibásodások, amelyek nem öregedésből, állapotromlásból, hanem egyéb előre nem jelezhető okokból következnek. Ilyenek például az időjárás okozta meghibásodások. Érdemes ezt is két részre osztani, az egyik egy konstans hatás, aminek következtében minden évben nagyjából hasonló mennyiségű meghibásodás történik. A másik része egy előre nem látható „katasztrofális” hatás, mint például a szélsőséges időjárás okozta meghibásodások, ennek hatására pedig rövid időn belül megjósolhatatlan mennyiségű komponens hibásodik meg. [3], [4], [5], [6], [15], [16], [17], [18], [19], [20]

2.3. Élettartam adatok gyűjtése

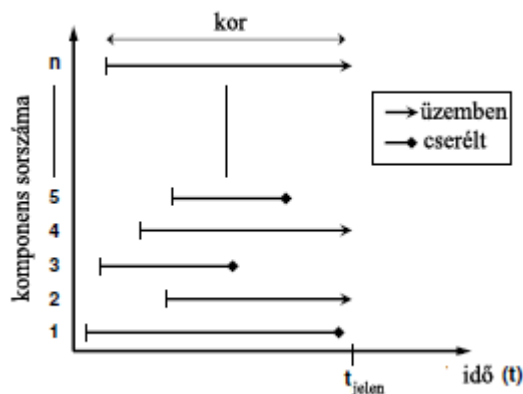
Mielőtt az élettartam adatok gyűjtése leírásra kerül, még néhány bevezető gondolatot szeretnék megosztani. A dolgozatom során az élettartam adatnak a tönkrement berendezés korát tekintem. Azonban az élettartam analízisben ez nem minden esetben van így. Ennek definiálása az alkalmazáshoz kapcsolódik. Vannak olyan esetek, amikor élettartam adatnak például az üzemelt órák számát, a működésszámot, a megtett utat vagy a működési ciklusokat definiálják.

Teljesnek nevezzük az élettartam adatokat, ha minden meghibásodott berendezés korát ismerjük. Ez a típusú adat akkor állhat elő, amikor az egész populációt addig teszteljük, ameddig mindegyik meghibásodik.



9. ábra Teljes adathalmaz [13]

A villamos energetikai alkalmazásoknál a berendezéseket nem egyszerre helyezték üzembe és a többségük folyamatosan üzemel. A meghibásodott berendezések azonban többféleképpen mehettek tönkre. Ennek megfelelően az adatok feldolgozása során ügyelni kell arra, hogy ezen adatokat megfelelően csoportosítsuk.

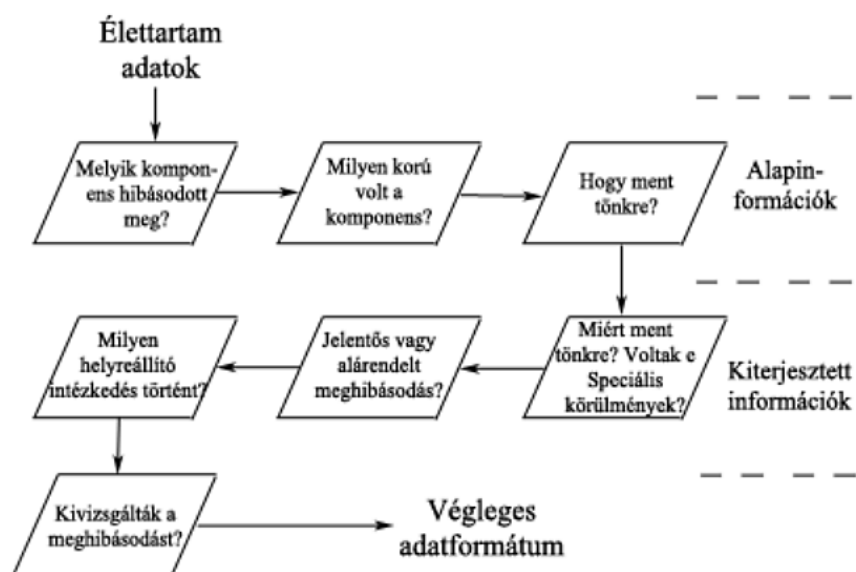


10. ábra Nem teljes adathalmaz [13]

A fentiekben leírtak miatt fontos, hogy kellő figyelmet fordítsunk az adatok gyűjtésére, először is az alábbi követelményeket kell teljesítenie az élettartam adatoknak:

- véletlenszerűség,
- függetlenség,
- homogenitás. [21]

Egy a villamos energetikai berendezések élettartam adatait gyűjtő folyamatábrát mutatok be a következő ábrán. Az ábra magában foglalja a fejezetben ismertetett fogalmakat.



11. ábra A szükséges információk gyűjtésének folyamatábrája alapszinten és részletesen [8]

3. Alkalmazott eloszlások

Ebben a fejezetben szeretném tömören összefoglalni azokat az eloszlásfüggvényeket, amelyeket az élettartam analízis során alkalmaznak az élettartam adatok becslésére. A bemutatás során a rövidségre törekszem és azokat a tulajdonságokat emelem ki, amelyek az alkalmazások szempontjából érdekesek. A függvények ábrázolásával nem a paraméterek változtatásának hatását szeretném bemutatni, hanem a függvények jellegzetes alakjait.

A folytonos eloszlások sűrűségfüggvényét $f(x)$ -el, eloszlásfüggvényét $F(x)$ -l jelöljük.

Az eloszlásfüggvény x pontban felvett értéke megadja, hogy az X valószínűségi változó mekkora valószínűséggel vesz fel az x valós számnál kisebb értéket:

$$F(x) = P(X < x), x \in \mathbf{R} \quad (1)$$

Ha $F(x)$ eloszlásfüggvény folytonos, akkor az X valószínűségi változót folytonos valószínűségi változónak nevezzük. Ebben az esetben az is igaz, hogy van olyan $f(x)$ sűrűségfüggvény, amellyel

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(x)dx, \text{ teljesül.} \quad (2)$$

Minden olyan x pontban, ahol f folytonos, fennáll, hogy $f(x) = F'(x)$. [1]

A $\lambda(x)$ hibatá-függvény a kádgörbe jellemzésére szolgál és a következőképpen számolható.

$$h(x) = \frac{f(x)}{1-F(x)} \quad (3)$$

Az $R(x)$ megbízhatósági függvény megadja, hogy az X valószínűségi változó mekkora valószínűséggel vesz fel az x számnál nagyobb értéket.

$$R(x) = 1-F(x), x \in \mathbf{R} \quad (4)$$

A következő táblázatban foglalom össze az ismertetett függvények kapcsolatát. [8], [13], [14], [22], [23], [24]

6. Táblázat Az ismertetett függvények közötti kapcsolat [8]

	$f(x)$	$F(x)$	$R(x)$	$\lambda(x)$
$f(x)$	$f(x)$	$\frac{dF(x)}{dx}$	$-\frac{dR(x)}{dx}$	$\lambda(x)e^{(-\int_0^x \lambda(x)dx)}$
$F(x)$	$\int_0^x f(x)dx$	$F(x)$	$1-R(x)$	$1 - e^{(-\int_0^x \lambda(x)dx)}$
$R(x)$	$1 - \int_0^x f(x)dx$	$1 - F(x)$	$R(x)$	$e^{(-\int_0^x \lambda(x)dx)}$
$\lambda(x)$	$\frac{f(x)}{1 - \int_0^x f(x)dx}$	$\frac{\frac{dF(x)}{dx}}{1 - F(x)}$	$-\frac{1}{R(x)} \frac{dR(x)}{dx}$	$\lambda(x)$

3.2. Exponenciális eloszlás

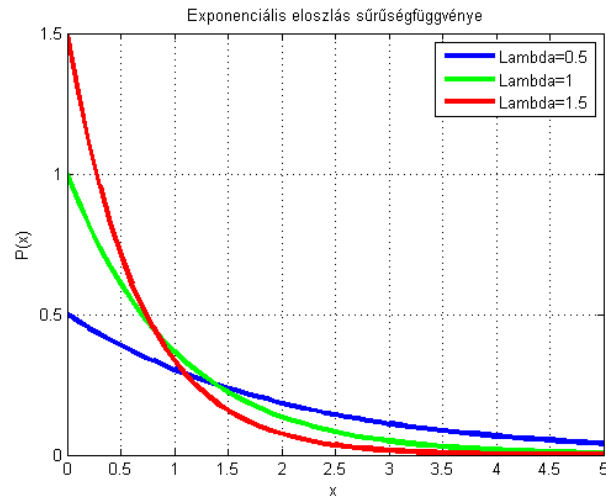
Az exponenciális eloszlás az egyik leggyakrabban alkalmazott eloszlás azokban az esetekben, amikor nagyszámú élettartam adatot modelleznek. Az eloszlás használható javítható berendezések hibái között eltelt idő modellezésére. Könnyen illeszkedhet az adatokhoz, ezért gyakran hibásan használják olyan esetekben, amikor egy komplexebb eloszlás megfelelőbb lenne. A hibaráta-függvénye konstans, az exponenciális eloszlású valószínűségi változó örökifjú tulajdonságú. [13], [22]

Fontos megjegyezni, hogy az exponenciális eloszlás leírható a Weibull eloszlással megfelelő paraméter választás esetén. Ebben az esetben figyelni kell, hogy a Weibull eloszlás λ paramétere az exponenciálisénak reciproka.

Sűrűségfüggvénye (pdf= Probability Density Function):

$$f(x) = \lambda e^{-\lambda x}, \text{ ha } x \geq 0 \quad (5)$$

$$f(x) = 0, \text{ ha } x < 0 \quad (6)$$

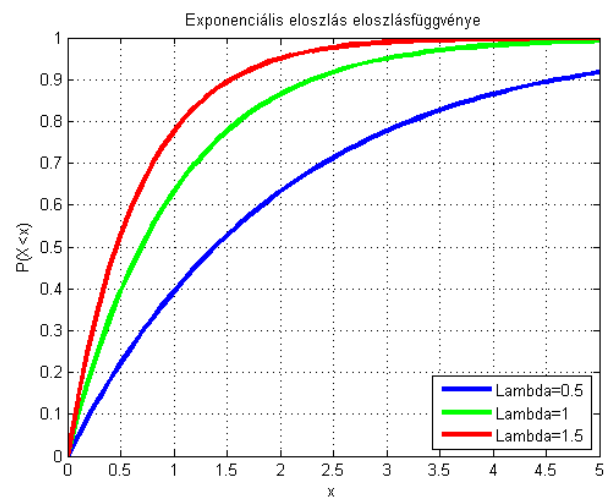


12. ábra Exponenciális eloszlás sűrűségfüggvénye

Eloszlásfüggvénye (cdf: cumulative distribution function):

$$F(x) = 1 - e^{-\lambda x}, \text{ ha } x \geq 0 \quad (7)$$

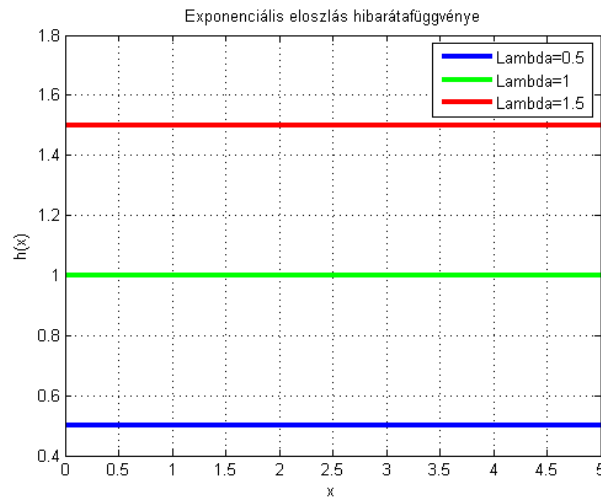
$$F(x) = 0, \text{ ha } x < 0 \quad (8)$$



13. ábra Exponenciális eloszlás eloszlásfüggvénye

A hibaráta-függvény:

$$h(x) = \frac{f(x)}{1-F(x)} = \frac{\lambda e^{-\lambda x}}{e^{-\lambda x}} = \lambda \quad (9)$$



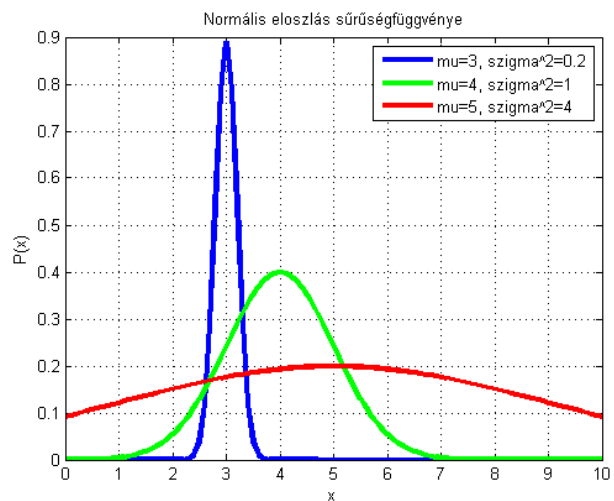
14. ábra Exponenciális eloszlás hibaráta-függvénye

3.3. Normális eloszlás

A normális eloszlás gyakran használt fizikai, biológiai folyamatok leírására, automata berendezések által készített alkatrészek méretének becslésére és különböző típusú élettartam adatok modellezésére. A centrális határeloszlás tétel kimondja, hogy elegendően nagyszámú és független valószínűségi változó középértéke jó közelítéssel normális eloszlású. Az eloszlás kétparaméteres, az egyik paraméter az eloszlás várható értéke μ , a másik pedig az eloszlás szórása σ . [13], [22], [25]

Sűrűségfüggvény alakja:

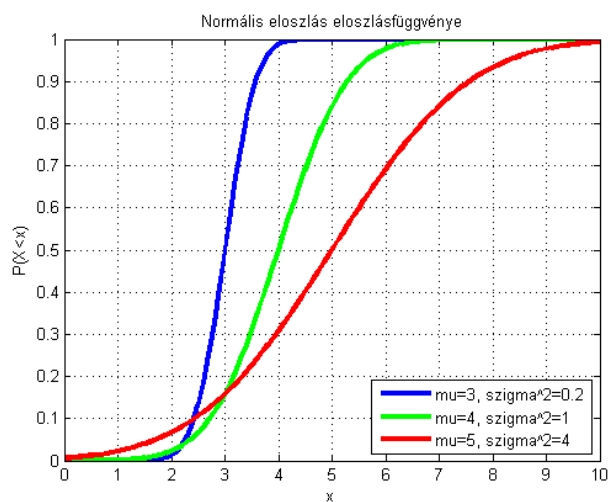
$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (10)$$



15. ábra Normális eloszlás sűrűségfüggvénye

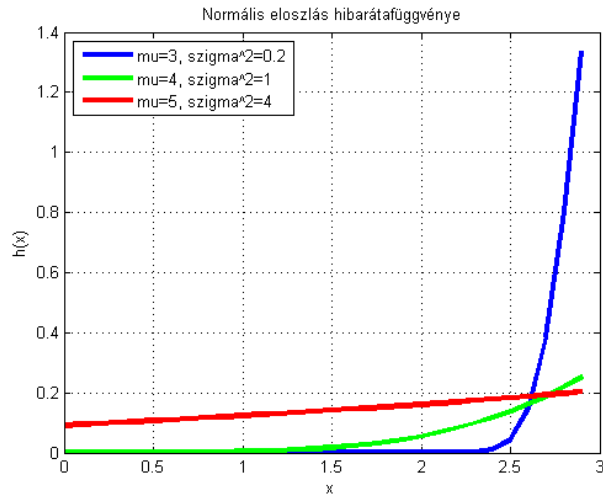
Az eloszlásfüggvény nem írható fel zárt alakban, ezért a sűrűségfüggvény integráljaként szokás megadni.

$$F(x) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} dx \quad (11)$$



16. ábra Normális eloszlás eloszlásfüggvénye

A hibarátá-függvénye erősen növekszik, emiatt elhasználódással kapcsolatos meghibásodások leírására használatos.



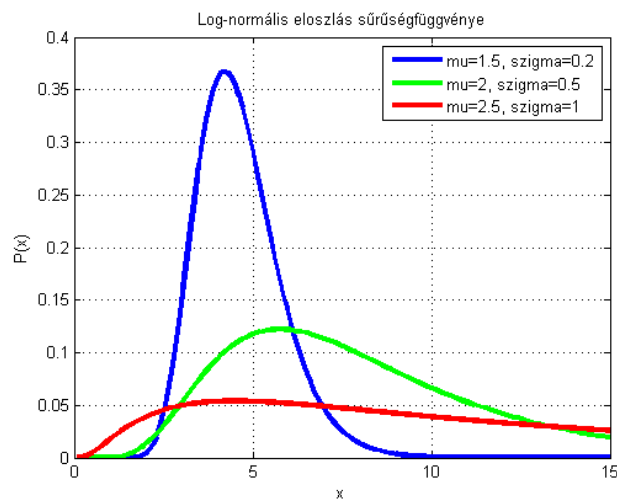
17. ábra Normális eloszlás hibatárfüggvénye

3.4. Log-normális eloszlás

A log-normális eloszlás olyan folytonos eloszlás, amelynek valószínűségi változójának logaritmus normális eloszlású. Emiatt log-normális eloszlású valószínűségi változó értéke csak pozitív valós lehet. Az eloszlás abban az esetben alkalmazható leginkább, amikor az ismert adatok száma tíz néhányadik hatványának nagyságrendjébe esik. Fizikai modellezés esetében alkalmazzák fémek kifáradásának modellezésére villamos szigetelések elemzésére, javítható eszközök javítási ideinek becslésére. [13], [26], [27]

Sűrűségfüggvénye:

$$f(x) = \frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\ln x - \mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (12)$$



18. ábra Log-normális eloszlás sűrűségfüggvénye

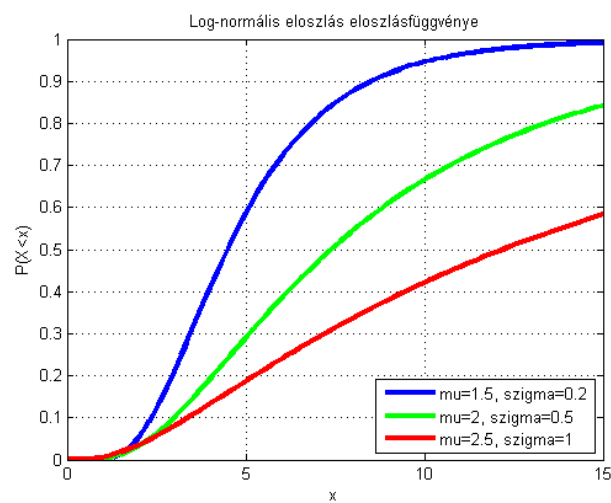
Az eloszlás paramétereit a normális eloszlás paramétereireihez hasonlóan jelöljük, ám itt nem egyeznek meg a várható értékkel és a szórással.

$$\mu = \ln\left(\frac{m^2}{\sqrt{v+m^2}}\right) \quad (13)$$

$$\sigma = \sqrt{\ln\left(1 + \frac{v}{m^2}\right)} \quad (14)$$

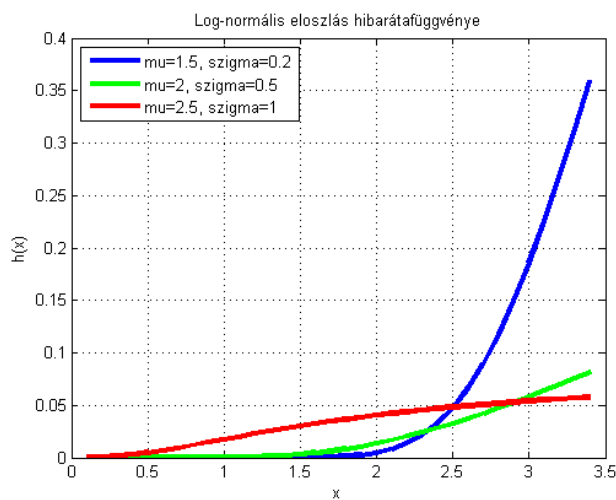
Ahol m a várható érték és v a szórás.

Eloszlásfüggvénye nem adható meg zárt alakban.



19. Log-normális eloszlás eloszlásfüggvénye

Hibaráta-függvénye:



20. ábra Log-normális eloszlás hibaráta-függvénye

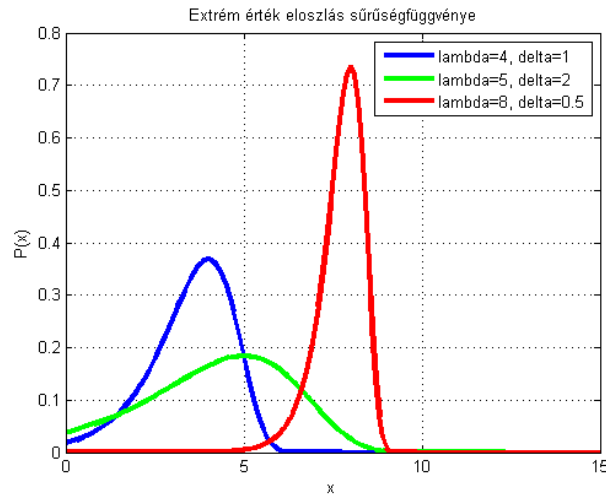
3.5. Extrém érték eloszlás

Az extrém érték eloszlást szélsőséges esetek vizsgálatára használják. Általánosabban a legkisebb vagy legnagyobb érték becslésére sok független azonos eloszlású véletlen értékek közül, amelyek lehetnek mérések vagy megfigyelések. Ilyen probléma például az árvíz során bekövetkező legmagasabb vízszintérték, földrengések, extrém hőmérsékletek becslése.

Sűrűségfüggvénye a következő.

$$f(x) = \frac{1}{\delta} e^{\left[\frac{x-\lambda}{\delta}\right]} e^{\left\{-e^{\left[\frac{(x-\lambda)}{\delta}\right]}\right\}} \quad (13)$$

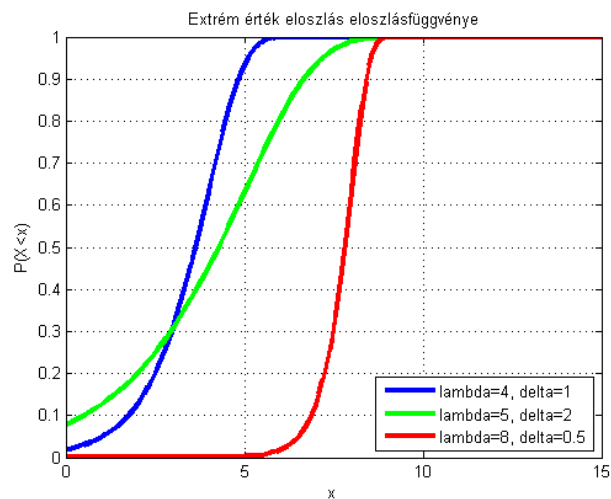
, ahol λ a lokációs paraméter és δ a skála paraméter. A $\delta=0$ és $\lambda=1$ esetet Gumbel eloszlásnak nevezzük. [13], [28], [29]



21. ábra Extrém érték eloszlás sűrűségfüggvénye

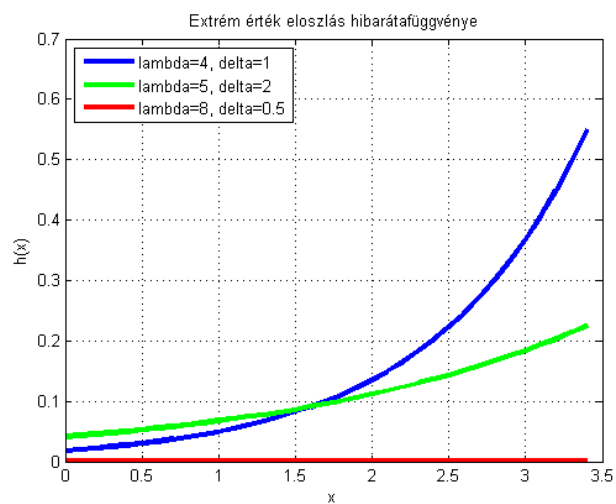
Eloszlásfüggvénye:

$$F(x) = 1 - e^{\left\{-e^{\left[\frac{(x-\lambda)}{\delta}\right]}\right\}} \quad (14)$$



22. ábra Extrém érték eloszlás eloszlásfüggvénye

Hibaráta-függvénye a következő ábrán látható.



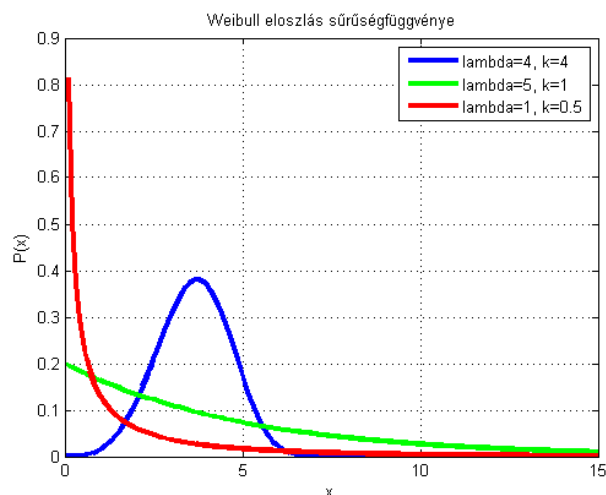
23. ábra extrém érték eloszlás hibaráta-függvénye

3.6. Weibull eloszlás

A sűrűségfüggvény általános formulája:

$$f(x) = \frac{k}{\lambda} \left[\frac{x}{\lambda} \right]^{k-1} e^{-\left(\frac{x}{\lambda} \right)^k} \quad (15)$$

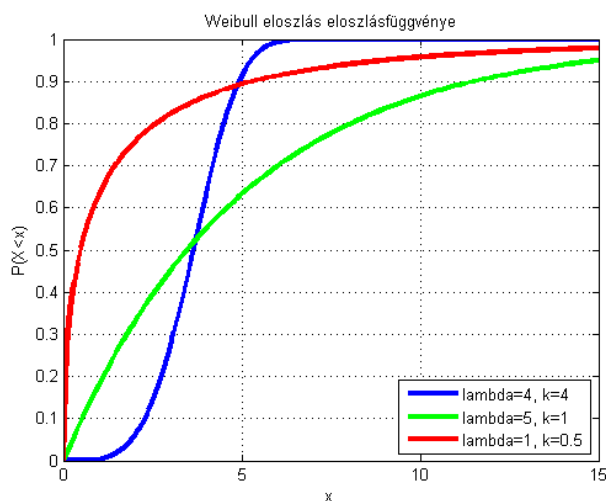
k az alakparaméter, λ a skálaparaméter.



24. ábra Weibull eloszlás sűrűségfüggvénye

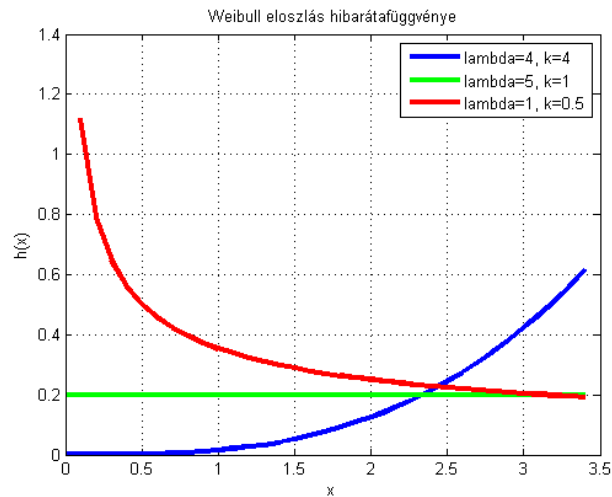
A hozzá tartozó eloszlásfüggvény:

$$F(x) = 1 - e^{-\left(\frac{x}{\lambda}\right)^k}, \text{ ahol } x \geq 0 \quad (16)$$



25. ábra Weibull eloszlás eloszlásfüggvénye

Bemutatott hibaráta-függvényei a jelenlegi paraméter beállításokkal a kádgörbe mindhárom szakaszát modellezzik. Tehát, ha az alak paraméter nulla és egy közötti, akkor a kezdeti meghibásodásokat („infant mortality”) modellezzük, ha egynél nagyobb, akkor pedig az elhasználódást („wearout”). A zöld görbe esetében az alak paraméter megfelelő megválasztásával visszakaptuk az exponenciális eloszlást, ennek megfelelően a hibaráta-függvény konstans. [12], [13], [30], [31], [32]



26. ábra Weibull eloszlás hibarata-függvénye

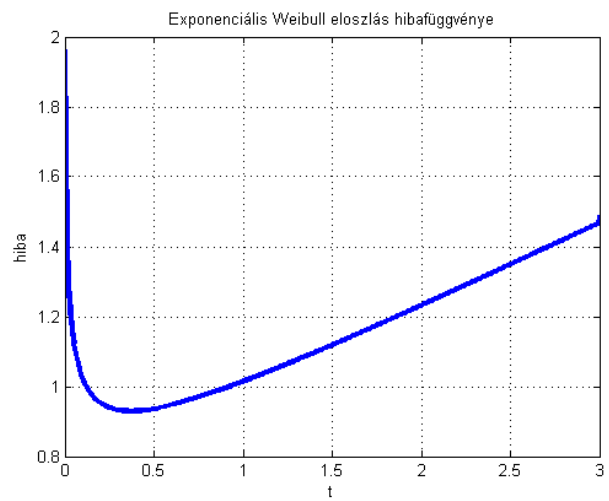
3.7. Exponenciális Weibull eloszlás

Az eddigiekben megismert eloszlások hibarata-függvénye a kádgörbének csak egyes szakaszait voltak képesek modellezni különböző paraméterértékek esetén. Az exponenciális Weibull eloszlást a Weibull eloszlásból származtatta Mudholkar és Srivastava úgy, hogy definiáltak egy második alak paramétert [33]. Emiatt a hibarata-függvénye a teljes kádgörbét képes modellezni. [34]

Az exponenciális Weibull eloszlás eloszlásfüggvénye:

$$F(x) = \left[1 - e^{-\left(\frac{x}{\lambda}\right)^k} \right]^\alpha, \text{ ha } x \geq 0, k > 0 \text{ és } \alpha > 0. \quad (17)$$

A hibarata-függvény ábrája a következő.



27. ábra Exponenciális Weibull eloszlás hibaráta-függvénye

4. Eloszlások felvétele

Az előző fejezetben bemutatott eloszlások egyaránt használatosak az élettartam analízisben, a legmegfelelőbb modell kiválasztása a mérnökök feladata.

Az áttanulmányozott szakirodalmak alapján az eloszlások közül a villamos komponensek cseréjének, meghibásodásának esetében leginkább a Weibull eloszlást használják. A Weibull eloszlás mellett szól, hogy megfelelő paraméterértékek esetén visszaadja az exponenciális eloszlást és jól közelíti a normálist. [12]

A Weibull eloszlás különleges kapcsolatban van az extrém érték eloszlással. Ugyanis egy Weibull eloszlású valószínűségi változó természetes alapú logaritmusának eloszlása extrém érték eloszlás a következő paraméterekkel:

$$\lambda = \ln(\lambda) \quad (18)$$

$$\delta = \frac{1}{k} \quad (19)$$

A fent leírtak miatt a következőkben a Weibull eloszlással fogok részletesebben foglalkozni és a szimulációk is Weibull eloszlás alkalmazásával készülnek. Mielőtt az adathiányos esetek tárgyalásába belekezdenék, szeretném röviden összefoglalni a Weibull eloszlás paramétereinek becslésével kapcsolatos tudnivalókat. [13], [36]

4.1. Weibull háló, valószínűségi ábra

A nemzetközi szakirodalmakban egységesen „Weibull probability plot”-nak nevezett grafikus technika, amelynek célja, hogy egy transzformált koordináta-rendszerben ábrázolva a detektált hibákat meghatározzuk a Weibull eloszlás paramétereit. Természetesen ez a technika minden eloszlás esetében megvalósítható. A dolgozatomban a Weibull eloszlásra mutatom be. A transzformált koordináta-rendszer úgy van kialakítva, hogy azon a Weibull eloszlás eloszlásfüggvénye egy egyenest adjon.

A két tengely: $\ln(-\ln(1-\hat{F}(x)))$, és $\ln(x)$. Ezáltal az eloszlásfüggvény linearizálható:

$$\hat{F}(x) = 1 - e^{-\left(\frac{x}{\lambda}\right)^k} \quad (20)$$

$$-\ln\left(1 - \hat{F}(x)\right) = \left(\frac{x}{\lambda}\right)^k \quad (21)$$

$$\ln(-\ln(1 - \hat{F}(x))) = k \ln x - k \ln \lambda \quad (22)$$

$$y = mx - c \quad (23)$$

Ebben a koordinátarendszerben az abszcissa az egyes meghibásodások időpontja, az ordináta pedig az eloszlásfüggvény százalékos értéke. Ezt a százalékos értéket a következő egyenlettel számolhatjuk ki, amelyet a nemzetközi szakirodalom egységesen median rank (MR) értéknek nevez.

$$\sum_{k=i}^N \binom{N}{k} MR^k * (1 - MR)^{N-k} = 0.5 \quad (24)$$

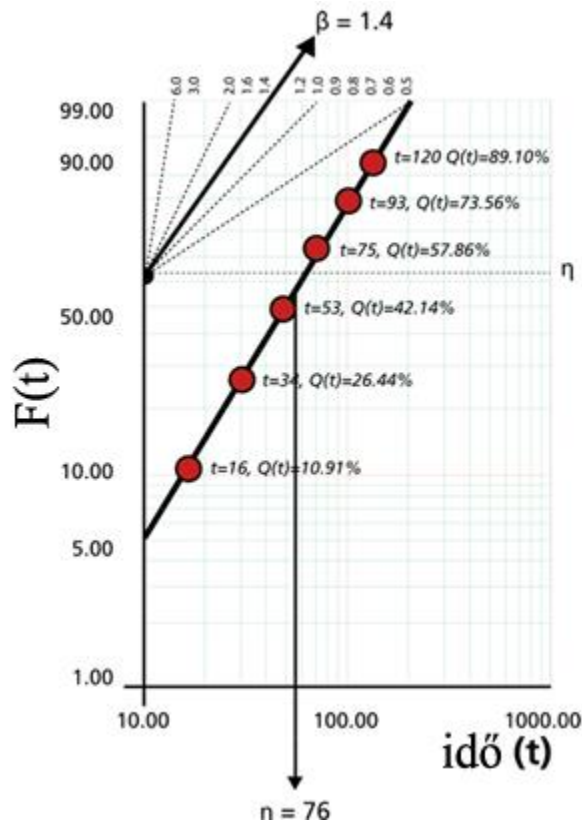
Binomiális eloszlást vesznek fel, amelyet 0,5-el tesznek egyenlővé és minden j-re kiszámolják az MR értékeket. Az így kapott értékeket ábrázolják a fentebb leírt Weibull koordináta rendszerben és ezek alapján határozható meg egy egyenes, amely leginkább ráilleszthető a pontokra és annak az egyenesnek a meredeksége adja meg az eloszlás alakparaméterét és a 63,2%-nál felvett értéke pedig a skála paraméterét. Ennek magyarázata a következő: A Weibull eloszlás eloszlásfüggvényébe, ha x helyébe a skála paramétert írjuk, akkor 0,632 értéket kapunk.

$$F(x) = 1 - e^{-\left(\frac{x}{\lambda}\right)^k} = 1 - e^{-1} = 0.632 \quad (25)$$

A számítógépes programok elterjedése előtt ez volt az általánosan alkalmazott módszer. A median rank értékek kiszámolásának nehézsége miatt különböző becslések jöttek létre a median rank értékek számolására, ezek közül a leginkább elfogadott a következő Benard féle összefüggés:

$$MR \sim \frac{i-0,3}{N+0,4}, \quad (26)$$

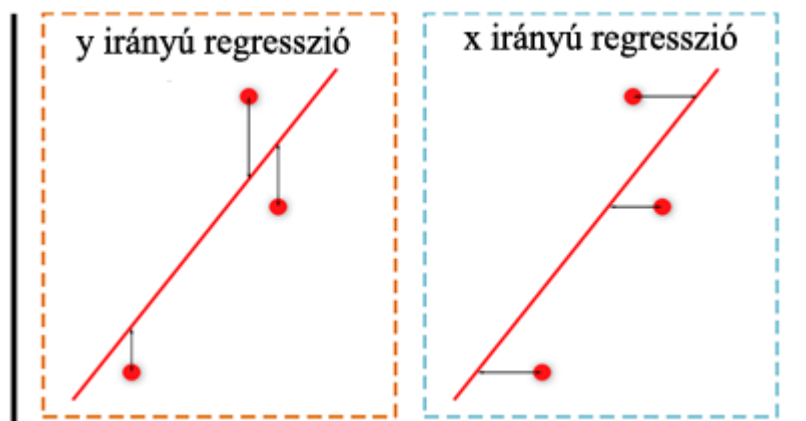
ahol i az adat sorszáma, N pedig az adatok száma. [8], [12], [13], [30]



28. ábra Példa a paraméterek grafikus becslésére [30]

4.2. Regresszió számítás, lineáris regresszió

A regresszió analízis az előzőleg leírt Wiebull hálós módszer matematikai leírása. Arra törekszik, hogy az ábrázolt pontokhoz egyenest illesszen úgy, hogy a négyzetes eltérések összegét minimalizálja. Két fajtáját különböztetjük meg, vagy az x irányú eltéréseket minimalizáljuk vagy az y irányúakat, a következő ábra szerint. [8], [12], [13], [24]



29. ábra regresszió analízis bemutatása [8]

4.3. Maximum likelihood becslés

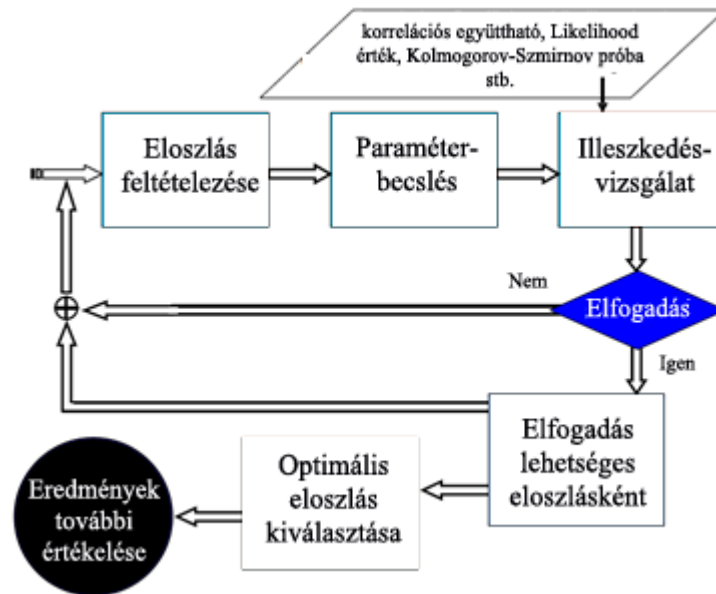
A maximum likelihood becslés szintén az eloszlás paramétereinek meghatározására szolgál. Általánosan a célja az, hogy a paraméterekre egy olyan becslést adjon, amelyek mellett a kiindulási értékek a legnagyobb valószínűséggel következnek be. Az eljárás az úgynevezett likelihood függvény maximalizálásával éri el ezt, ami egy szélsőérték probléma. A dolgozatomban MATLAB környezetben becsültem az eloszlások paramétereit, amely wblfit függvénye a maximum likelihood módszerrel becsült paraméterértékekkel tér vissza. A számítógépes programok szinte kivétel nélkül ezt a módszert használják. [8], [12], [13], [24]

4.4. Goodness of fit teszt, illeszkedésvizsgálat

Az illeszkedésvizsgálat célja, hogy számszerűen jellemezzük a paraméterillesztés eredményét, így összehasonlítva a különböző eseteket és jelezve a becslés pontosságát. Ha nagy mennyiségű adattal rendelkezünk, akkor szemrevételezéssel is meggyőződhetünk a paraméterillesztés helyességéről, azonban a kisebb minták megnehezítik az analízist végzők dolgát. Ennek megfelelően több módszer, próba létezik, amelyek az illeszkedést vizsgálják. Ilyenek például a Kolmogorov–Szmirnov próba, Anderson-Darling teszt, Khí-négyzet próba.

A Weibull kézikönyv a korrelációs együtthatót részesíti előnyben, amely regresszió esetén leírja a távolságot az ábrázolt pontok és az illesztett eloszlás egyenese között. A korrelációs együttható értéke -1 és 1 között van a görbe meredekségétől függően, Weibull analízis esetén a görbe meredeksége mindig pozitív, így 0 és 1 közötti értékek lehetnek. Az illeszkedés akkor megfelelő, ha 1-hez közeli értéket kapunk, tehát az illesztett eloszlás értékek és az adatpontok között létezhet lineáris kapcsolat.

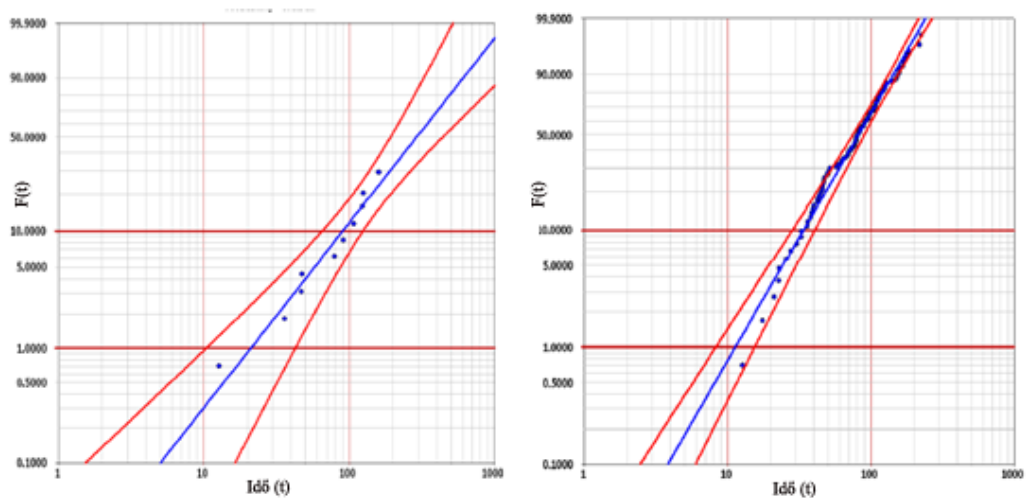
A másik illeszkedés megfelelőségét jellemző mutató a maximum likelihood módszer használata esetén alkalmazható likelihood érték. Ellentétben a korrelációs együtthatóval a likelihood érték nem egy általánosított szám, amellyel több esetet össze lehetne hasonlítani, hanem ugyan arra az esetre illesztett több modellt hasonlíthatunk vele össze, és amelyiknek a legjobb az értéke az kerül kiválasztásra. [8], [12], [13], [24]



30. ábra Illeszkedésvizsgálat folyamata [8]

4.5. Konfidencia intervallumok

A becslést egy eszközpopulációból kiválasztott mintán végezzük el és azt várjuk tőle, hogy a kapott eloszlás az egész populációt kellően modellezze. A becslés során a konfidencia intervallum egy adott valószínűséggel megadja, hogy a becsült paraméter milyen határok közé eshet. Ezt a szintet általában százalékokban szokás megadni, a leggyakrabban 95 %-os konfidenciaszintet használunk. A következő ábra azt szemlélteti, hogy minél több adatot használunk fel a becsléshez azonos százalékos konfidencia intervallumon, az intervallum értékek annál szűkebbek. [8], [12], [13], [24]



31. ábra Weibull paraméter becslés konfidenciaintervalluma [8]

4.6. Eloszlások felvételi folyamatának összefoglalása

Vázlatosan szeretném összefoglalni a fejezetben leírtakat:

- adatok gyűjtése és rendszerezése,
- eloszlások paramétereinek becslése:
 - valószínűségi ábrák,
 - regresszió analízis,
 - maximum likelihood becslés,
- illeszkedésvizsgálat:
 - szemrevételezés,
 - korrelációs együttható,
 - likelihood érték,
 - egyéb tesztek:
 - Kolmogorov–Szmirnov próba,
 - Anderson-Darling teszt,
 - Khí-négyzet próba,
- konfidencia intervallumok meghatározása.

5. Adathiányos helyzetek elemzése

A dolgozatban azt vizsgáltam, hogy a jövőbeli becslések mennyire torzulnak el attól, hogy a szolgáltatók nem kezelték megfelelő prioritással a korábbi meghibásodások adatait, nem tudják megmondani az egyes berendezésekről, hogy pontosan hány évesek. Olyan szimulációs programot írtam, amellyel a paraméterillesztés és a jövőre vonatkozó cserebecslések folyamatának hosszú távú viselkedése vizsgálható különböző szélsőséges esetekben.

5.1. Cserék, meghibásodások becslése

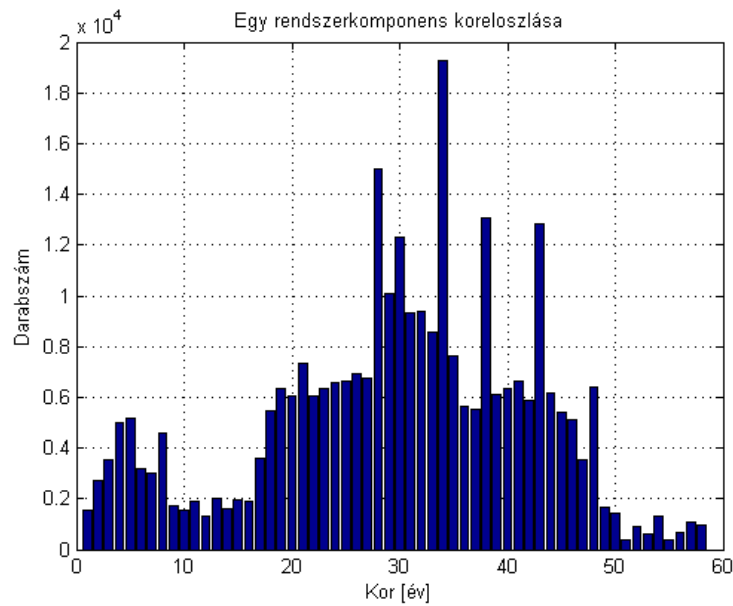
Az élettartam analízis azzal foglalkozik, hogy megbecsülje a következő évek kicserélési statisztikáját és ezzel segítsen a költségek tervezésében. Legjobban, azokban az esetekben alkalmazható, amikor egy adott berendezésből rengeteget üzemeltetünk nagyon hasonló körülmények között. A statisztikák bemutatásánál ezért emeltem ki a közép feszültségű szabadvezeteki elosztóhálózat szigetelőit és a kábelhálózat kábelösszekötőit, de ide tartoznak még az oszlopok is. Ezekre a berendezésekre a típusuk, kivitelük szerint osztályozva célszerű alkalmazni az élettartam analízist. Nem szerencsés együtt kezelni például a faoszlopokat a pörgetett betonoszloppal, a műanyag szigetelőket a porcelánokkal. További előny ezen berendezéseknél, hogy jellemzően csak akkor cserélik ki őket, amikor feltétlenül szükséges. Megjegyzendő, hogy szakirodalomban találni példát más berendezésekkel kapcsolatosan is, például transzformátor komponensek, transzformátorok, kábelek. [8], [36]

A becslés alapja a berendezések koreloszlása, ami megadja, hogy adott korú berendezésből mennyit üzemeltetünk. A korábban bevezetett kádgörbe megadja, hogy üzembe helyezést követő valahányadik évben mekkora a berendezés meghibásodásának valószínűsége. A következő összefüggéssel ezek alapján kiszámolható, hogy a következő évben mennyi berendezést cserélnek majd ki.

$$N_{f,e} = \sum_{i=0}^{Legnagyobb\ kor} \lambda(i) N_i \quad (27)$$

ahol $\lambda(i)$ a hibaráta-függvény értéke az i -k évben, N_i az eszközök száma az adott i évben. [37]

Ha az idő múlását szimuláljuk, és a meghibásodott berendezéseket egyszerre kicseréljük, akkor kiszámolhatjuk a jövőbeni cserék számát is.



32. ábra egy rendszerkomponens lehetséges koreloszlása

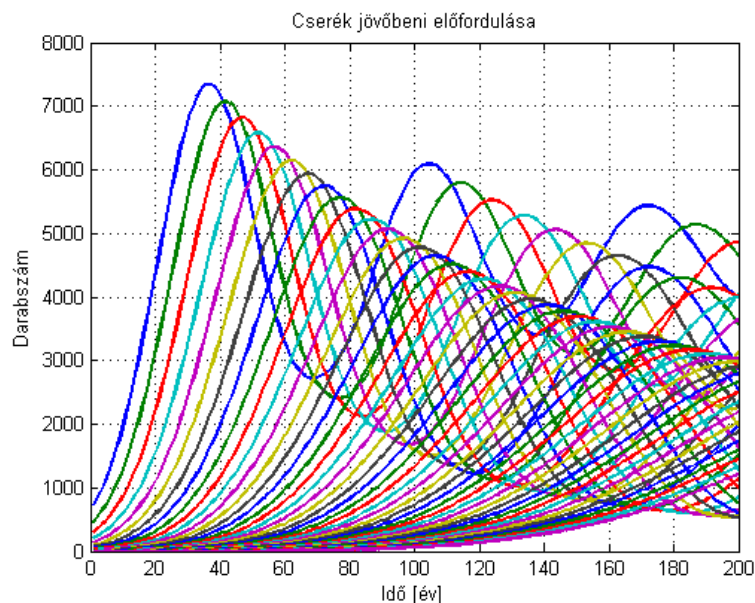
A következő szimuláció célja annak bemutatása, hogy lesznek olyan időszakok, amikor egyszerre a korábbinál jóval több berendezés fog tönkremenni és emiatt hirtelen jóval többet kell költeni a kicserélésekre.

Az analízis központi eleme a múltbeli összegyűjtött hibák alapján a populáció öregedését leíró eloszlás kiválasztása, majd annak paramétereinek meghatározása. A korábbiakban már indokoltam, hogy a dolgozatomban kétparaméteres Weibull eloszlást használtam a modellezésre. A szimuláció során a Weibull eloszlás skála paraméterét változtattam meg tág határok között és számoltam ki minden esetre a becsült meghibásodásokat. A skála paraméter határozza meg az eloszlásfüggvény várható értékét, ami a hibaráta-függvény felfutását befolyásolja. Minél nagyobb a paraméter várhatóan annál később hibásodik meg a berendezés.

Weibull eloszlás esetében a skála paraméter és a várhatóérték közötti összefüggés az alábbi:

$$MTBF = \lambda \Gamma\left(\frac{1}{k} + 1\right), \quad (28)$$

ahol Γ az Euler-féle gamma függvény.



33. Cserék előfordulása változtatott skála paraméterrel

A 33. ábrán látható, hogy a paraméter változtatásával a görbék csúcsa folyamatosan eltolódik és minél jobban növeltük a paraméter értékét, annál inkább csökken a csúcs. A görbék állandósulnak egy bizonyos érték körül és értelemszerűen a legkisebb várható értékű eloszlás görbéje állandósul a legnagyobb értéken. Hiszen abban az esetben kell a leggyakrabban berendezést cserélni.

Látható tehát, hogy érdemes foglalkozni a cserék és ez által a költségek becslésével, hiszen megalapozott az a feltételezés, hogy a hálózaton a következő évtizedekben hirtelen jelentkezhet nagyobb mértékű felújítási, kicserélési igény. Ennek elkerülésére folyamatosan költeni kellene a felújításokra, megelőző cserékre, amelyekkel eloszthatjuk, tervezhetjük ezeket a költségeket. Erről részletesebben egy korábbi dolgozatomban készítettem szimulációkat. [2]

Különösen fontos a költségek tervezése a jelenlegi hazai környezetben, amikor a hálózati engedélyeseknek egyre kevesebb forrás áll rendelkezésükre, amit a hálózat állapotának megóvására fordíthatnak.

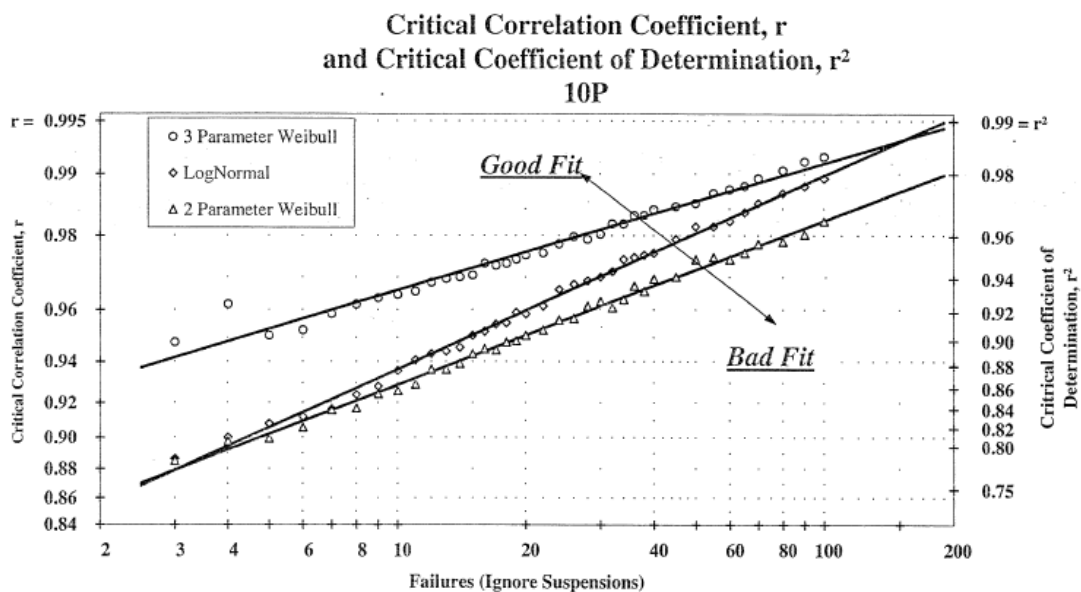
Azonban a becslés megvalósításának vannak nehézségei, ugyanis a szükséges adatok, nem minden esetben állnak rendelkezésre, nem megfelelő minőségben, nem megfelelő részletességgel. Ezekkel az esetekkel foglalkozom a következőkben.

5.1. Élettartam adataira vonatkozó követelmények

Az adatok hiányossága természetes, gyakran előfordul az alkalmazások különböző területein, legyen szó bizonytalan mérési adatokról, vagy hiányzó üzembe helyezési információkról.

Kis számú (pl. 10 alatti) hibára nem lehet komoly pénzügyi döntéseket rábízni és az nem megoldás, hogy várunk még több meghibásodásra, ez azonban az általam tárgyalt berendezések esetében nem fordul elő. A jövőben, ha a módszert más elemekre is szeretnénk kiterjeszteni, ott előfordulhat, például frissen beszerelt új típusú berendezések esetében. A Weibull eloszlás alkalmazására minimum 10-15 hibát javasol a szakirodalom. Összehasonlításképpen a normális eloszlás esetében ez minimum 30 esemény, a binomiális eloszlás esetén pedig 300. Az egyik indok, hogy a hibák általában a berendezések üzemének késői szakaszában következnek be, amik a Weibull egyenes bal alsó részén helyezkednek el és ez az a terület, ahol a B-life értékeket meghatározzák.

A következő ábra minden hibaszámhoz megadja, hogy milyen értékű korrelációs együtthatóra van szükségünk ahhoz, hogy a paraméterillesztést megfelelőnek tekintsük. Megfigyelhető, hogy ahogy nő a becsléshez felhasznált meghibásodások száma, úgy nő az elfogadható korrelációs együttható (Critical Correlation Coefficient) értéke, ami értelemszerűen a pontosabb paraméterillesztést jelenti. Látható, hogy a 3 paraméteres Weibull eloszlásnak nagyobb korrelációs együtthatóra van szüksége, hogy megfelelőnek tekintsük az illeszkedést, mint a 2 paraméteres Weibullnak és a Log-normálisnak.



34. ábra Korrelációs együttható értéke a mintaméretek függvényében [12]

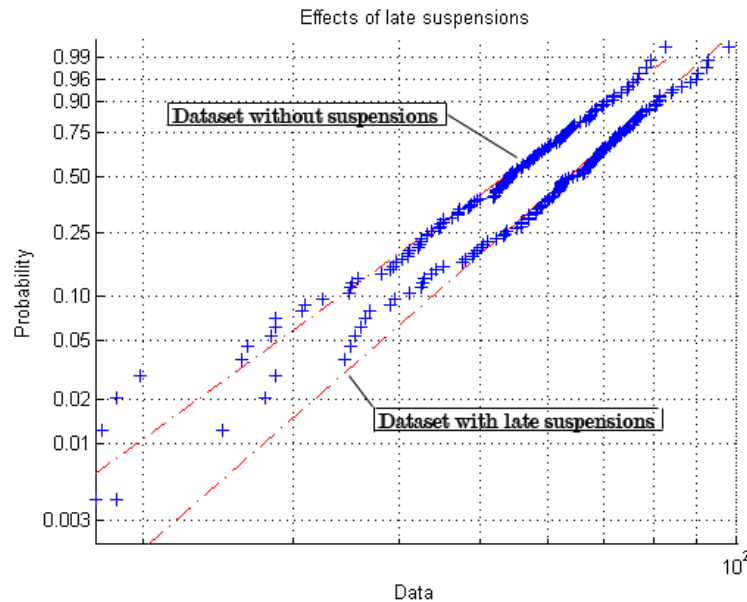
Hálózati engedélyestől kapott adatokat böngészve az első fejezetben megvizsgáltam, hogy az utóbbi időben éves szinten hány meghibásodást rögzítettek közép feszültségű szabadvezetékek szigetelőivel és közép feszültségű kábelekkel kapcsolatban. Látható volt, hogy ebből a szempontból egy közép feszültségű hálózat megfelel ennek a követelménynek.

5.2. Pontatlan korok

A paraméterbecslés egyik bemenete a múltbeli hibáké. Ez egészen pontosan azt jelenti, hogy fel kell jegyezni a meghibásodott berendezések korát. Az élettartam analízis megkülönbözteti a vizsgálat szempontjából bekövetkező meghibásodásokat, illetve a más okokból bekövetkezett meghibásodásokat (ez utóbbit a szakirodalom suspension-nak, vagyis a mérés szempontjából felfüggesztett megfigyelésnek tekint). Ilyen lehet például egy csavar, ami a fejénél törik el, amikor húzással tesztelik a menetet. A villamosenergia-rendszer komponensei esetében ilyen lehet például egy rendkívüli időjárási körülmény miatt tönkrement berendezés, vagy egy vezetéklopás miatt eltört szigetelő. [12]

Abban az esetben, ha nem tudjuk meghatározni a berendezés pontos korát és egy becslést adunk rá, akkor ennek hatása a suspension-ök hatásához hasonló. A Weibull eloszlás esetében, ha megfelelő mennyiségű pontos adatunk van, akkor az esetleges pontatlan életkorok (Weibull irodalom random suspensions-nek nevezi őket) a becslésen nem rontanak. Azok az életkorok, amelyek a többségnél jóval korábbiak

(Weibull irodalom early suspension-öknek nevezi őket) nem rontják el az eloszlás paramétereinek becsült értékét. Ezzel szemben a late suspension-ként elnevezett a többségnél későbbi időpontok eltolják a Weibull egyenest, így a Weibull eloszlás skála paraméterét nagyban befolyásolják. Ezt szemlélteti a következő ábra. [12]



35. ábra Késői felfüggesztett megfigyelések ("late suspension"-ök) hatása [12]

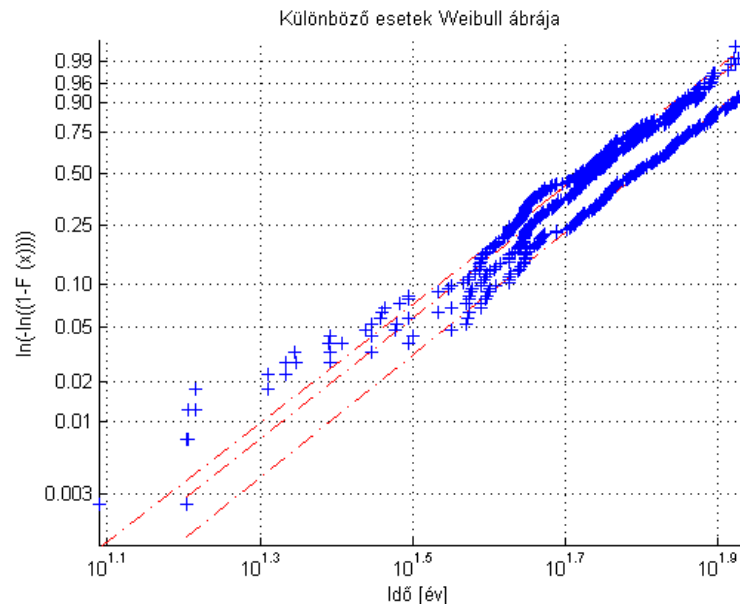
Ennek megfelelően azt vizsgáltam, hogy a gyakorlatban hogyan lehet az ismeretlen korú, öregedés miatt tönkrement berendezések korát megbecsülni. Az elképzeléseimet a következő táblázat foglalja össze. Arra jutottam, hogy egy szerelő, ha nem tudja a berendezés pontos korát, akkor megpróbálja megbecsülni és különböző kivitelezési, gyártói információkból megpróbál mondani egy intervallumot, amin biztosan belül van az adott berendezés kora.

7. Táblázat A módszer teszteléséhez használt esetek

Eset száma	Kor	Tévedési intervallum
1.	becsült	+/- 5 év
2.	becsült	+/- 10 év
3.	50% becsült	+/- 10 év
4.	25% becsült	+/- 10 év
5.	50% becsült	+ 15 év
6.	50% becsült	- 15 év

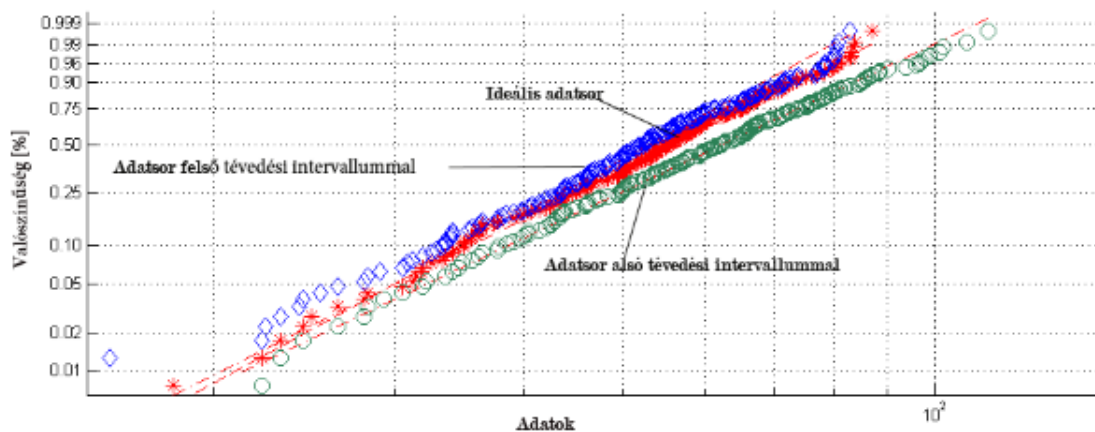
Írtam egy szimulációs programot, amellyel a fenti eseteket szimuláltam. Egy szakirodalomból választott Weibull eloszlással generáltam a meghibásodások adatait és a fenti feltételeknek megfelelően torzítottam őket. A következő ábrán néhány esetből kapott Weibull plot látható. Megfigyelhető, hogy az esetek egyenesei nagyban eltérnek

egymástól, a meredekségeik is különböznek, továbbá többé-kevésbé el vannak tolódva egymástól. Ezek miatt a skála és az alak paraméterük is különbözni fog.



36. ábra Becsült adatok hatása

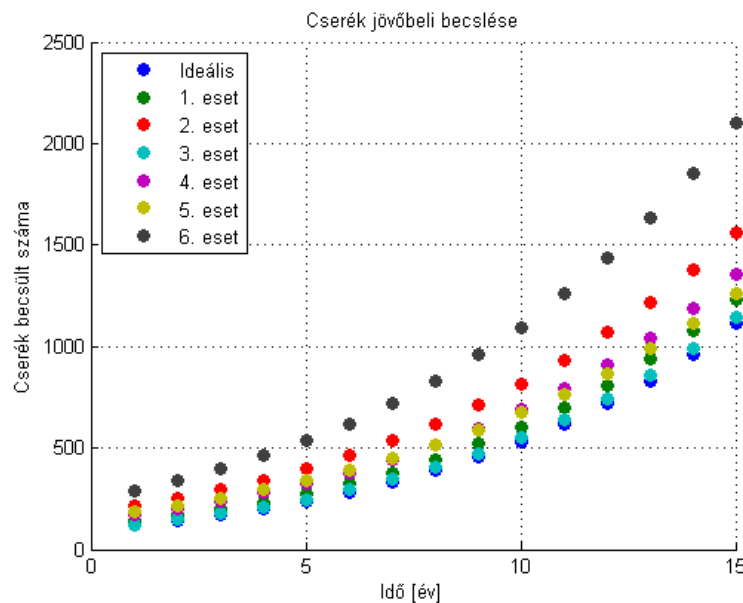
A következő ábrán a két utolsó esetet viszonyítottam az ideális esethez. Látható, hogy amikor a tévedési intervallum aszimmetrikus és a becsült elemek az intervallum nagyobb korú részében vannak, akkor a Weibull plot torzabb az ellentétes esethez képest. Ráadásul a Weibull grafikai technika miatt a skálázás logaritmikus, tehát az érzékeltnél sokkal nagyobb a torzítás hatása.



37. ábra Szélsőséges esetek torzító hatása a becsült paraméterekre

A következőkben azt vizsgáltuk, hogy miként hatnak ezek a tévedések a jövőbeli hibák becslésére. A szimulációt csak az első 15 évre végeztem el, így a 33. ábrán látható görbékhez hasonló görbék kezdeti, közel lineáris szakaszát kaptam minden esetben. A

felhasznált populáció nagyjából egymillió nagyságú, közép feszültségű szigetelőké. Az eredményeken láthatóak az egymástól és az ideális esettől vett eltérések.

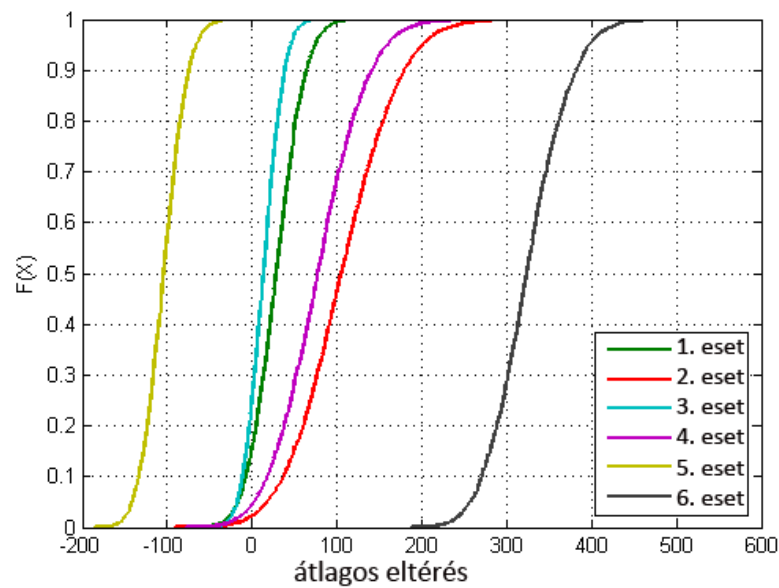


38. ábra Éves meghibásodások becslése a különböző szélsőséges esetekben

A fenti ábra egy lehetséges szimulált esetet mutat. Ha ezt a szimulációt sokszor elvégezzük, akkor képet kapunk a folyamat hosszú távú viselkedéséről. Ez amiatt fontos, mert minden becslés más, minden szerelő máshogy ítéli meg a korokat. A célunk az, hogy megállapítsuk, hogy az egyes esetekben mennyi lehet a jövőbeli becslés eltéréseinek várható értéke a ténylegestől.

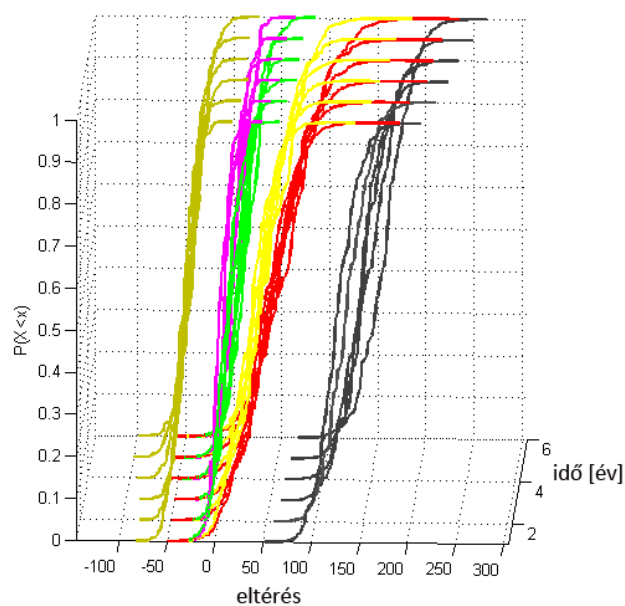
Ha azt mondjuk, hogy az így kapott egyenesek közel lineárisak, akkor minden esetre lehet számolni egy átlagos abszolút eltérést az ideálishoz képest. Ezt nagy számban elvégezve, ezen eltéréseknek lesz egy eloszlása, annak pedig értelemszerűen egy várható értéke. Ezt mutatja be a következő ábra.

Látható, hogy minél inkább torzul a minta, annál nagyobb lesz a várható eltérés. Ami feltűnő, hogy az utolsó kettő hasonló eset közül itt is megfigyelhető, hogy a meghibásodott eszköz korbecslésének negatív irányba történő eltérése jobban befolyásolja a várható értéket és rosszabb eredményt ad, mint a pozitív irányú.



39. ábra Ideális esettől vett átlagos eltérések eloszlása

Ha eltekintünk az átlagos értékektől, akkor részletesebb értékeket kaphatunk és kiszámolhatjuk minden következő évre az eltérések eloszlását. Ezt mutatja be a következő ábra.



40. ábra Ideális esettől vett eltérések az egyes években

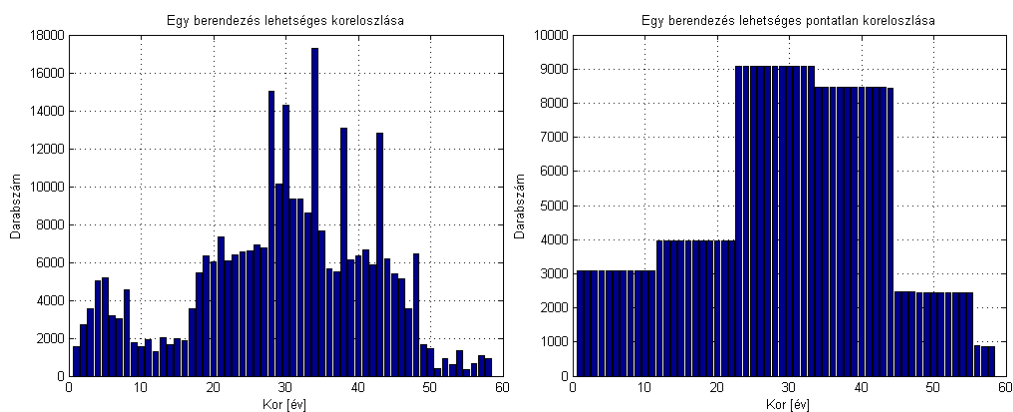
Itt is megfigyelhető, hogy azok azon esetek várható értéke a legkisebb, amelyek legkevésbé torzítják a Weibull plotot.

A vizsgálatot célszerű folytatni olyan esetek, intervallumok bevezetésével, amelyek a valóságban előfordulhatnak és segíthetik a becslés pontosságának javítását. A bemutatott módszer lehetőséget teremt arra, hogy a különböző módon becsült adatok

torzító hatását elemezzük. Megfelelő környezetben alkalmazva segítheti a döntéshozók költségbecslő munkáját.

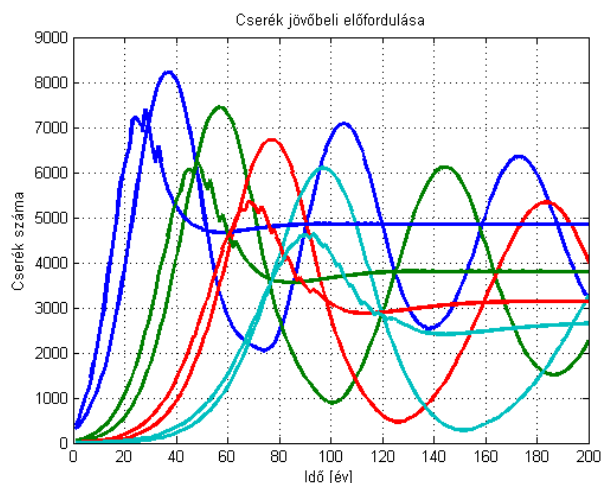
5.2. Pontatlan koreloszlás

A következő szimuláció célja megvizsgálni, hogy milyen hatással van a jövőbeli cserék becslésére a koreloszlás pontatlan ismerete. Könnyen elképzelhető, hogy a hálózati engedélyes nem tudja pontosan, hogy adott korú berendezéseiből hány darab üzemel jelenleg a hálózaton. Ezért egy kézenfekvő megoldás, hogy a koreloszlást intervallumok szerint adja meg. Felsorolja, hogy például 0-10, 10-20, 20-30 stb. éves berendezésből hány darab van. A következő ábrán egy ilyen esetet láthatunk, amikor a megadott intervallumhoz tartozó számértéket az egyes korok között egyenletesen osztjuk el.



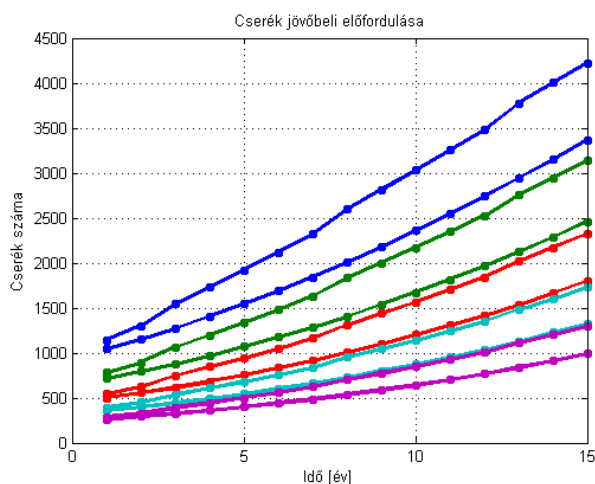
41. ábra Pontos és egyszerűsített koreloszlás

Érdeemes megvizsgálni, hogy ez a felosztás milyen becslést eredményez. A 42. ábrán látható, a két eset összehasonlítása. Megfigyelhető, hogy a pontatlan esetben a becslés hosszú távon hamarabb állandósul. Azonban a számunkra érdekes első 10 maximum 15 éves szakaszban jól közelíti a pontos eset eredményeit.



42. ábra Cserék jövőbeli előfordulása pontos és pontatlan koreloszlás esetén változtatott skála paraméterrel

Kiemelve a számunkra fontos szakaszt elmondható, hogy az első néhány éves viszonylag pontos eredmények után nagyobb eltéréseket kapunk. Ezeket az eseteket egy későbbi kutatás során célszerű lenne tovább vizsgálni és az eltérést számszerűsíteni.



43. ábra Cserék jövőbeli előfordulása pontos és pontatlan koreloszlás esetén változtatott skála paraméterrel

5.3. Javaslatok az adatgyűjtésre

A korábbi fejezetekben bemutatott szimulációkat alapul véve megfogalmazható néhány gondolat, javaslat, amelyek az adatgyűjtés során figyelembe véve segíthetnek a lehető legpontosabb becslés eléréséhez. A javaslatok a villamosenergia-rendszer, általam vizsgált, közép feszültségű hálózati elemekre vonatkozóak. Más berendezéscsoportokra, amelyekből például kevesebb meghibásodás van évente, vagy más jellegű a karbantartási, kicserélési gyakorlatuk, nem készültek szimulációk.

Először is a jövőben törekedni kell arra, hogy a meghibásodott berendezések korát a lehető legpontosabban becsülhessük meg, emiatt célszerű a frissen üzembe helyezett berendezések adatainak pontosabb, digitális tárolása.

Az adathalmazunk akár tartalmaz ismert korú elemeket, akár nem, akkor is elmondható, hogy a becslés során a leghasznosabb a szimmetrikus intervallumok felvétele. Az egyes pontatlanságok nagyszámú minta esetén kiegyenlíthetik egymást, így a valósághoz a lehető legközelebbi értéket kaphatjuk.

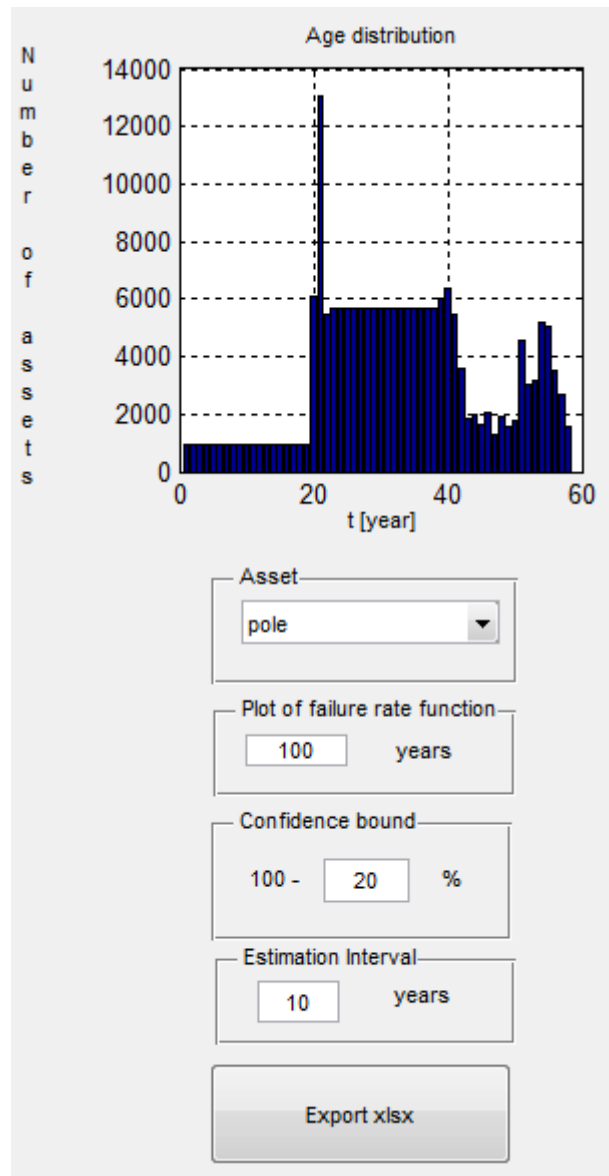
Az aszimmetrikus intervallumok használata lehetővé teszi a szélsőséges esetek vizsgálatát, így tekinthetjük a legrosszabb esetnek, amely várhatóan bekövetkezhet a jövőben.

A becslést leginkább az alsó tévedési intervallumok rontják el, ezért ezek használata kerülendő, helyettük egy inkább nagyobb, de szimmetrikus intervallum használata javasolt.

A koreloszlás pontosságát tekintve elmondható, hogy amennyire lehetőségeink engedik, próbáljunk meg minél részletesebb adatgyűjtésre törekedni. Azonban a szimulációk alapján megállapítható, hogy egy pontatlan koreloszlás nem torzítja el a becslés azon időszakát, amelyre a szolgáltatók a jövőbeli stratégiájukat tervezik.

6. Élettartam analízis grafikus felhasználói felület

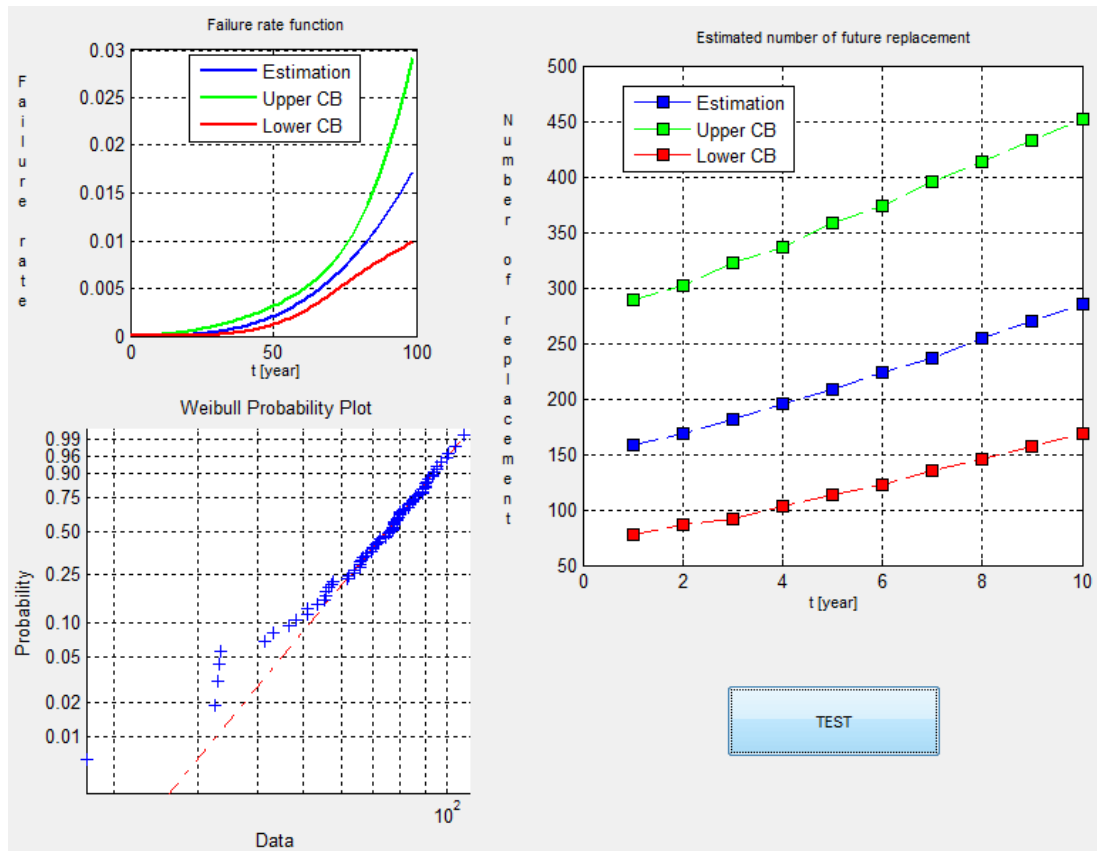
Demonstrációs céllal készítettem egy felhasználói felületet, amivel szemléletesen bemutatatható az élettartam analízis alkalmazása, anélkül, hogy valaki komolyabb MATLAB programozási ismeretekkel rendelkezne. A következő ábrán láthatóak a program kezelőfelületének bemenetei. A 45. ábrán pedig az ezek és az xls-ből beolvasott értékek alapján kijelzett grafikonok láthatóak.



44. ábra Felhasználói kezelőfelület bemeneti lehetőségei

A program bemenetként megkapja egy adott berendezés koreloszlását és az összegyűjtött hibaadatokat, beleértve azokat is, amelyeket suspensipon-öknek minősítünk.

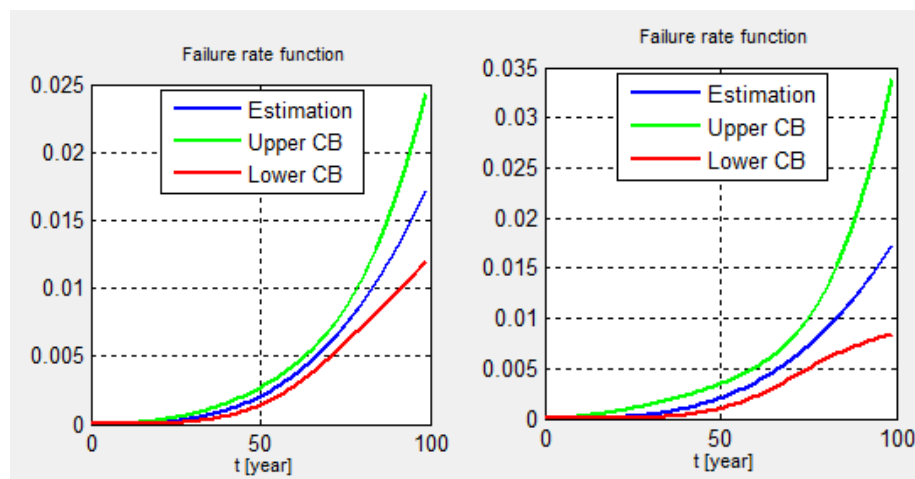
Ezeket felhasználva végzi el a paraméterillesztést, a felhasználó által beállított konfidencia intervallumon.



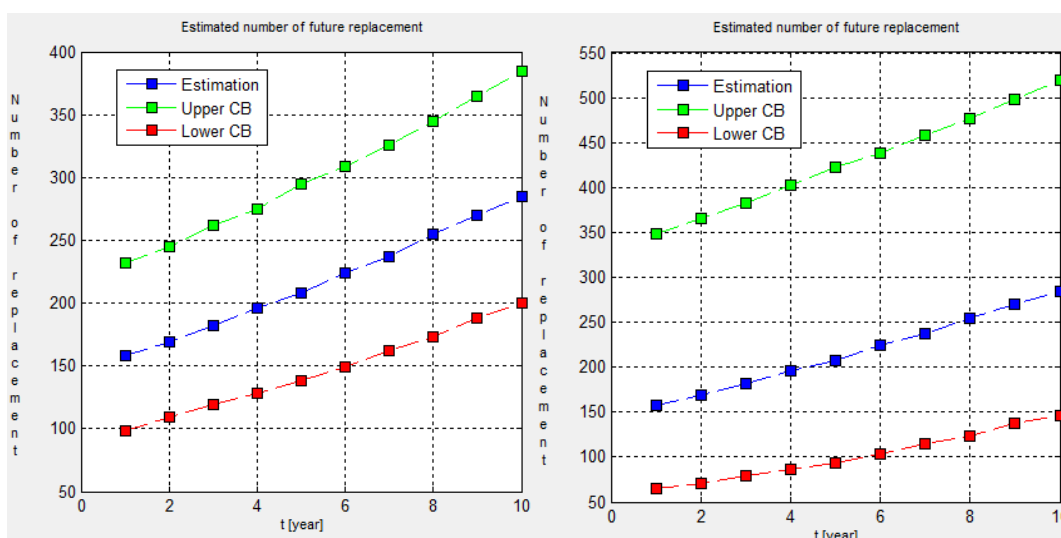
45. ábra kiszámolt grafikonok

Az illesztett paraméterekkel kiszámolja a hibaráta-függvényt, amelyet kirajzoltat. A hibaráta-függvény alakjából lehet következtetni a meghibásodások jellegére. Amiatt, hogy a hibaráta-függvény megfelelő szakaszairól tájékozódhassunk, beállíthatjuk, hogy hány évre ábrázolja azt, illetve használhatjuk a nagyítást.

A következő ábrán láthatjuk, hogy a különböző konfidencia intervallum beállításokkal hogyan változik a kirajzolt hibaráta-függvény és a becslés.



46. Hibarata-függvény kirajzolása különböző konfidencia intervallumokkal

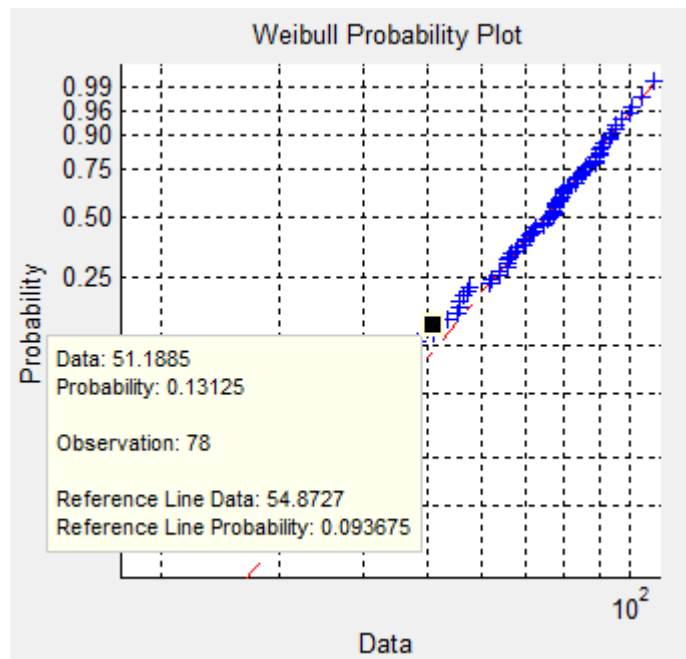


47. ábra Cserék becslésének kirajzolása különböző konfidencia intervallumokon

Kiválaszthatjuk, hogy hány évre szeretnénk szimulálni az eszközeink cseréinek jövőbeli eloszlását, ezzel képet kaphatunk a hosszú távú folyamatokról. A konfidencia intervallumokat itt is kiszámolja nekünk a program.

A becslésről kapott adatokat egy xlsx fájlba menthetjük ki a programmal és a mentés gombra kattintva elmenthetjük a kirajzolt ábrákat.

A program kirajzolja továbbá a bemeneti adatok Weibull hálós ábráját, lehetővé téve azt, hogy szemrevételezéssel állapítsunk meg bizonyos információkat a berendezésünkről. Ilyenek lehetnek például a B life értékek. Például, ha a következő ábrára nézünk látható, hogy a tesztelt berendezés B10 life értéke 55 év körüli.



48. Példa a B life értéke leolvasására.

Abban az esetben, ha a Weibull ábra sarkos, akkor lehetséges, hogy a bemeneti adatok többféle meghibásodási mód eredményei. [12] Ha a pontok az illesztett egyenes mindkét oldalán találhatóak és a pontok a képzeletben összekötve görbültek, akkor valószínűleg a kapott adathalmazban nem jegyezték fel a kezdeti meghibásodásokat, így úgynevezett t_0 korrekcióra van szükségünk. [12]

Természetesen jelenleg vannak forgalomban hasonló programok, amelyek ennél is több lehetőséget teremtenek az adatelemzésre és kényelmesebb szolgáltatásokat nyújtanak. A legismertebb ilyen szoftver a Reliasoft Weibull++ programja és az IBM SPSS szoftvercsaládja. Az általam készített program célja az élettartam analízis megfelelő bemutatása, hibaadatok elemzése.

7. Összefoglalás, „asset time bomb”

A villamosenergia-rendszer egy hatalmas, folyamatosan változó, folyamatosan üzemelő infrastruktúra, amelyet az erőművek, a rendszerirányítók, a kereskedők, az elosztói engedélyesek, együttműködve, egymásra utalva működtetnek, a fogyasztók elvárásainak és a szabályozó hatóságok követelményeinek megfelelően.

A globalizációval és az energiapiacok liberalizációjával a villamos energia közjóból, mindenki számára előállítható és megvásárolható árucikké vált. Fontos azonban szem előtt tartani, hogy a technikai adottságok és a fizikai törvények határt szabnak a változásnak. [38]

Dolgozatomban bemutattam a villamosenergia-rendszer infrastruktúráját, az öregedéséből következő problémákat, amelyek a fentebb felsorolt összes szereplőt érinteni fogják. Néhány nemzetközi szakirodalom egy időzített bombához hasonlítja az öregedő rendszert.

Egy olyan terület szakirodalmi áttekintését végeztem el, amely a villamosenergia-ipar számára eddig kevésbé volt ismert. Azonban a változó körülmények rákényszerítik az ipari szereplőket a költségeik optimalizálására, becslésére. Az élettartam analízis kiváló lehetőséget teremt a statisztikai szempontból sokaságnak tekinthető eszközök jövőbeli meghibásodásainak becslésére, ezzel segítve a felújítások tervezését, időzítését.

A matematikai apparátus megértése után a villamosenergia-iparban történő alkalmazás lehetőségét vizsgáltam meg. Létrehoztam egy szimulációs programot, amely lehetővé teszi a pontatlan információkból eredő károk becslését. Ezt a módszert néhány egyszerű, a gyakorlatban is előforduló esettel próbáltam ki és egy ideálisnak felvett esettel hasonlítottam össze.

Az élettartam analízis alkalmazásának szemléletes bemutatása miatt létrehoztam egy grafikus felhatalnáló felületet, amely lehetőséget teremt arra, hogy a valószínűség számításban, élettartam analízisben, programozásban kevésbé jártas szakemberek számára bemutassam a lehetséges alkalmazást.

További lehetőségként elmondható, hogy érdemes lenne részletesebben vizsgálni a pontatlan koreloszlásokból eredő hatásokat. Megfontolandó lenne a grafikus felület

továbbfejlesztése, hogy több eloszlás közül választhassuk ki a legmegfelelőbbet, az illeszkedésre jellemző különböző tesztek egyikének segítségével.

8. Irodalomjegyzék

- [1] Fazekas Tibor: *Elosztóhálózati berendezések öregedésének szimulációja*, BME VIK TDK 2011. Budapest
- [2] Fazekas Tibor: *Középfeszültségű szabadvezetéki elosztóhálózat öregedésének modellezése*, BME VIK TDK 2012. Budapest
- [3] CIGRÉ Working Group D1.17: *Generic guidelines for life time condition assessment of hv assets and related knowledge rules*
- [4] CIGRÉ Working Group 37-27: *Ageing of the system impact on planning*
- [5] CIGRÉ Working Group C1.16.: *Transmission asset risk management*, 2010. Augusztus
- [6] CIGRÉ Working Group C1.1: *Asset management of transmission system and associated Cigre activities*
- [7] Armin J. Gaul, Joachim Nilges, Esko Nockmann, Robert Thurlby: *Strategic investment planning*, 18th International Conference on Electricity Distribution, 2005. Június
- [8] Rogier Jongen: *Statistical lifetime management for energy network components*, doktori disszertáció, 2012.
- [9] *A magyar villamosenergia-rendszer (VER) 2012. évi statisztikai adatai*, Magyar Energetikai és Közmű-szabályozási Hivatal, 2012
- [10] *A Magyar Villamosenergia-rendszer Hálózatfejlesztési terve 2012.*, Magyar Villamosenergia-ipari Átviteli Rendszerirányító ZRt., Budapest 2012.
- [11] Rogier A. Jongen, Edward Gulski, Johan J. Smit Piotr Cichecki: *Statistical Approach in Power Cables Diagnostic Data Analysis*, IEEE Transactions on Dielectrics and Electrical Insulation, 2008. December.
- [12] Robert B. Abernethy: *The New Weibull Handbook, Reliability & Statistical Analysis for Predicting Life, Safety, Survivability, Risk, Cost and Warranty Claims*, 2000

- [13] Wayne Nelson, *Applied Life Data Analysis*, Wiley Series in Probability and Statistics, 1982.
- [14] Wayne Nelson, *Accelerated Testing: Statistical Models, Test Plans, and Data Analysis*, Wiley Series in Probability and Statistics, 1990
- [15] CIGRÉ Working Group B1.10, Brochure 379 *Update of Service Experience of HV Underground and Cable Systems*
- [16] CIGRÉ Working Group A2.43 *Bushing failures*
- [17] CIGRÉ Working Group B5.20, Brochure 424 *New trend for automated fault and disturbance analysis*
- [18] CIGRÉ Working Group B1.04, Brochure 279 *Maintenance for HV Cables and Accessories*
- [19] CIGRÉ Working Group B1.09, Brochure 358 *Remaining Life Management of Existing AC Underground Lines*
- [20] CIGRÉ Working Group A2.18, *Life Management Techniques for Power Transformers*
- [21] D. Kececioglu: *Reliability & Life Testing Handbook*, Volume 1, Englewood Cliffs, New Jersey, USA: PTR Prentice-Hall Inc., 1993.
- [22] Rényi Alfréd: *Valószínűségszámítás*, 1989.
- [23] I. N. Bronstejn, K. A. Szemengyajev: *Matematikai Zsebkönyv*, Műszaki Könyvkiadó, 1982
- [24] Obádovics J. Gyula: *Valószínűségszámítás és matematikai statisztika*, 2003
- [25] Matlab Help: *Normal Distribution*, (2013.10.24.), <http://www.mathworks.com/help/stats/normal-distribution.html> [online]
- [26] Matlab Help: *Lognormal Distribution*, (2013.10.24.), <http://www.mathworks.com/help/stats/lognormal-distribution.html> [online]

- [27] Wikipedia: *Log-normal distribution*, (2013.10.24.), http://en.wikipedia.org/wiki/Log-normal_distribution, [online]
- [28] Matlab Help: *Extreme Value Distribution*, (2013.10.20.), <http://www.mathworks.com/help/stats/extreme-value-distribution.html>, [online]
- [29] Wikipedia: *Generalized extreme value distribution*, (2013.10.20.), http://en.wikipedia.org/wiki/Generalized_extreme_value_distribution, [online]
- [30] ReliaWiki: *The Weibull Distribution* (2013.10.12.), http://reliawiki.org/index.php/The_Weibull_Distribution#Estimation_of_the_Weibull_Parameters, [online]
- [31] Matlab Help: *Weibull Distribution*, (2013.10.24.), <http://www.mathworks.com/help/stats/weibull-distribution.html>, [online]
- [32] Wikipedia: *Weibull distribution*, (2013.10.24.), http://en.wikipedia.org/wiki/Weibull_distribution, [online]
- [33] G.S. Mudholkar, D.K. Srivastava: *Exponentiated Weibull family for analyzing bathtub failure-rate data*, IEEE Transactions on Reliability, 1993. Június.
- [34] Wikipedia: *Exponentiated Weibull distribution*, (2013.10.24.), http://en.wikipedia.org/wiki/Exponentiated_Weibull_distribution, [online]
- [35] Weibull.com, Reliability Basics, *Extreme Value Distribution*, (2013.09.29), <http://www.weibull.com/hotwire/issue128/relbasics128.htm>, [online]
- [36] F. Vahidi, J. Gebauer, M. Krüger és P.Müller S. Tenbohlen: *Assessment of power transformer reliability*, International Symposium on High Voltage Engineering, 2011. Augusztus.
- [37] J.J. Smit, A.L.J. Janssen R.A. Jongen: *Application of Statistical Analysis in the Asset Management Decision Process*, International Conference on Condition Monitoring and Diagnosis, 2008. Április.
- [38] Kerényi A. Ödön: *A magyar villamosenergia-ipar története 1888-2005*, Budapest 2006.