



Nyugat-magyarországi Egyetem
Savaria Egyetemi Központ
Természettudományi és Műszaki kar
Matematika és Fizika Intézeti Tanszék

Légköri fényterjedés vizsgálatok Monte-Carlo szimulációval

Prof. Dr. Kolláth Zoltán
Egyetemi tanár

Nagy Balázs
Fizika

Szombathely

2014

Tartalomjegyzék

1. Bevezetés	3
2. Alapok	4
2.1. Optikai mélység	4
2.2. A légkör sűrűsége	5
2.3. Monte-Carlo-módszer	6
2.4. Fotonok szóródása a légkörben	6
2.4.1. Rayleigh szóródás	7
2.4.2. Henyey-Greenstein szóródás	7
2.5. Hullámhosszfüggés	8
3. A modell fizikai háttere	9
3.1. A légkör rétegekre bontása	9
3.2. A lézer modellezése, Monte-Carlo módszer ellenőrzése	10
3.3. Az égbolt fényességeloszlásának modellezése	16
4. A modell alkalmazása, eredmények kiértékelése	19
5. Összegzés, Konklúzió, Távlati célok	23

1. Bevezetés

A légköri fényterjedés vizsgálata több szempontból is fontos dolog lehet. A későbbiekben egy modellel fogjuk szimulálni a légköri fényterjedést, amelynek működése be lesz mutatva. Ehhez hasonló modelleket használnak például az építészek az épületek tervezésénél, hogy optimalizálják a megvilágítást. Számunkra ez a modell és maga a fényterjedés vizsgálata a fényszennyezés miatt lesz fontos, hiszen nem tudunk fényszennyezéssel foglalkozni, ha nem vagyunk tisztában az alapvető légköri jelenségekkel, amelyek a fényterjedéshez kapcsolódnak, illetve a fényszennyezés mérések értelmezéséhez is szükség van a légkör paramétereire, amelyekre méréssel és szimulációk futtatásaival tehetünk szert. Így a fényszennyezés méréséhez és a fizikai alapjainak megértéséhez és megismeréséhez nagy segítséget nyújt, ha ismerjük a fényterjedés sajátosságait és elengedhetetlen, hogy ismerjük a légkör állapotát. A dolgozat olvasása során megismerhetjük a légköri fényterjedés folyamatát, az azt leíró fizikai törvényszerűségeket, illetve meglátjuk a felvetődő problémákat és választ kapunk a megoldásukra is. Ehhez az elektromágneses sugárzás részecsketermészetét fogjuk felhasználni és egy Monte-Carlo szimulációban a fotoncsomagok útját lekövetve számos hasznos, a légköri fényterjedéssel kapcsolatos információhoz fogunk jutni. Mivel a folyamatot részecske szinten modellezzük, viszonylag kevés közelítéssel élünk, így nagy pontossággal tudunk számolni. Távlati szempontból a modell megalkotásával lehetővé vált a légkörre jellemző paraméterek meghatározása, így a modell segítségével vizsgálhatóvá vált a fényszennyezés jelensége is. Két jelenséget képes vizsgálni a szimuláció közelítő jelleggel. Az egyik a lézer fénylése, így egy lézernyaláb fényességének mérésével vizsgálható a légkör állapota. A dolgozatban láthatjuk a lézer által kibocsátott sugárzás eloszlását a földfelszínen és meghatározhatjuk a fényesség eloszlását különböző paraméterek függvényében. A másik jelenség pedig az égbolt megfigyelhető fénylése valamilyen közvetlen vagy közvetett fényforrás hatására, például az éjszakai égbolton fénylő Hold vagy a nappali égbolton ragyogó Nap hatására. Ez azért fontos, mert a fényszennyezést is úgy modellezzük, mint a Hold hatására fénylő égboltot.

2. Alapok

2.1. Optikai mélység

Definiáljuk az I_ν monokromatikus intenzitást, mint az origóba helyezett $d\sigma$ nagyságú $\vec{n}$ normálisú felület által $d\Omega$ térszögbe időegység alatt kisugárzott dE_ν energiát adott ν frekvencián $d\nu$ frekvenciatartományban. $\vec{n}$ szferikus szögei legyenek ϑ és φ .

$$dE_\nu(\vartheta, \varphi) = I_\nu(\vartheta, \varphi) d\nu d\Omega dt \cos(\vartheta) d\sigma \quad (2.1.1)$$

A monokromatikus intenzitás fogalmának ismeretében behozhatunk egy olyan további mennyiséget, amely szükséges az optikai mélység megértéséhez. A monokromatikus abszorpciókoefficiens¹ definiáljuk azzal a dI_ν intenzitásváltozással, amelyet az I_ν intenzitás szenved ds úthosszon.

$$dI_\nu = -\kappa I_\nu ds \quad (2.1.2)$$

Ezt az egyenletet, mint szeparálható változójú differenciálegyenletet megoldva kapjuk az alábbi összefüggést.

$$I_\nu = I_\nu(0) \exp\left(-\int_0^s \kappa ds\right) \quad (2.1.3)$$

Az $\int_0^s \kappa ds$ kifejezést nevezzük monokromatikus optikai mélységnek és jelöljük τ_ν -vel. Az egyszerűség kedvéért a továbbiakban a ν indexet és a monokromatikus jelzőt elhagyjuk, ámbar nem tekintünk el az egyenletek monokromatikus mivoltától.

$$\frac{I}{I_0} = e^{-\tau} \quad (2.1.4)$$

(2.1.4) értelmében az optikai mélység egy dimenzió nélküli arányszám, ami azzal van kapcsolatban, hogy egy adott közegbe beérkező elektromágneses sugárzás (I_0) intenzitásának mekkora (I) része jut el a megfigyelőig szóródás vagy elnyelődés nélkül. Egy konstans sűrűségű, homogén közegben az ütközés valószínűsége konstans, így az optikai mélység lineárisan függ a geometriai távolságtól. Minél messzebb várjuk egy foton beérkezését, annál nagyobb valószínűséggel ütközik az addig megtett tartományban valahol, tehát sok foton esetén azt tapasztaljuk, hogy a közeg minél távolabbi részeiben detektáljuk a beérkező fotonokat, annál kevesebbet mérünk, így az elektromágneses sugárzás intenzitása egyre kisebb. Nyilván, ha a sűrűséget leíró függvény nem lineáris, hanem mondjuk exponenciális, ahogy a Föld atmoszférájának sűrűségét leíró függvény is, akkor nem konstans lesz az ütközések valószínűsége, tehát a légkör sűrűsége mindenképpen befolyásoló tényező ebben az esetben. A (2.1.3) és a (2.1.4) egyenletek alapján

¹A bevezetett mennyiségek részletes ismertetése megtalálható [2] forrásban.

differentiálisan felírva az optikai mélység infinitezimális megváltázást z tengely mentén kapjuk az alábbi egyenletet.

$$d\tau = \kappa dz \quad (2.1.5)$$

A monokromatikus abszorpciós koefficiens általánosan felírhatjuk, mint a sűrűséget leíró $\rho(z)$ függvény egy konstans szorosát.

$$\kappa = \kappa_0 \rho(z) \quad (2.1.6)$$

Így a (2.1.5) differenciálegyenletet megoldva megkaphatjuk az adott közeg optikai mélységét leíró függvényt.

$$\tau = \kappa_0 \int \rho(z) dz + \text{áll.} \quad (2.1.7)$$

κ opacitást² szokás megadni tömegegységre is, így $\kappa_M = \kappa/\rho$. A (2.1.6) egyenletet figyelembe véve $\kappa_0 = \kappa_M$ a tömegegységre vonatkoztatott opacitás.

2.2. A légkör sűrűsége

A fentiekben láthattuk, hogy szükségünk lesz a légkör sűrűségét leíró függvényre, ehhez induljunk ki az ideális gáz állapotegyenletének átrendezett alakjából.

$$p = \frac{\rho}{M} RT \quad (2.2.1)$$

A nyomását kifejezhetjük a hidrosztatikai nyomást leíró egyenletből, $p_h = \rho hg$, ahol h a magasság.

$$\rho = \frac{p_h}{hg} \longrightarrow p = \frac{p_h RT}{Mhg} \quad (2.2.2)$$

Infinitezimális magasságváltozás esetén infinitezimálisan változik a hidrosztatikai nyomás is, így egy szétválasztható változójú közönséges, konstansegyütthatós, lineáris, homogén, elsőrendű differenciálegyenletet kapunk.

$$\frac{dp}{p} = \frac{Mg}{RT} dh \quad (2.2.3)$$

Ennek megoldása $H_0 = \frac{RT}{M|g|}$ konstans és $h = z$ bevezetésével $p(0) = p_0$ kezdeti értékkel a (2.2.4) egyenlet.

$$p(z) = p_0 e^{-\frac{z}{H_0}} \quad (2.2.4)$$

Amennyiben figyelembe vesszük az izoterm állapotváltozásokra vonatkozó Boyle-Mariotte törvényt ($pV = \text{áll.}$), akkor ebből kifejezhető a nyomás és a sűrűség közötti kapcsolat ($p/\rho = \text{áll.}$), ezzel pedig a keresett összefüggés is.

$$\rho = \rho_0 e^{-\frac{z}{H_0}} \quad (2.2.5)$$

²Az opacitás kevésbé használt kifejezése az abszorpciós koefficiensnek, de vele teljesen egyenértékű.

2.3. Monte-Carlo-módszer

A Monte-Carlo módszer egy sztochasztikus szimulációs módszer, amely számítástechnikai eszközök segítségével valamilyen folyamat eredményét állítja elő. Az eredményeket kiértékelve viszonylag pontos információt kaphatunk a jelenség lefutásának módjáról akár csak magáról a jelenségről. Ehhez szükség van egy egyenletes eloszlású véletlenszám-generátorra, ilyen generátorok gyakorlatilag minden programozási nyelvben megtalálhatóak. Szemléletes és egyszerű példa a π értékének meghatározása. Ennek módja, hogy egy a oldalélű négyzeten belül generálunk egyenletes eloszlás alapján véletlen számokat, majd miután ezzel végeztünk megvizsgáljuk, hogy az $r = a$ sugarú negyedkörben hány darab véletlen szám található, tehát mely értékek felelnek meg az $\sqrt{x^2 + y^2} < r$ feltételnek, ahol x és y a generált véletlen számok. A negyed körön belüli véletlen számok mennyisége legyen N_r , N pedig a teljes négyzetbe eső véletlen számok daraszáma. Ekkor $4N_r/N \approx \pi$, hiszen $(r/2)^2\pi(r^2)^{-1} = \pi/4$. Amennyiben x és y értéke $-a$ -tól a -ig megy, úgy nincs szükség a 4-es szorzóra, mivel a nevezőből is eltűnik, hiszen ekkor az $r = a$ sugarú kör köré írható négyzetről beszélünk, így nem csak egy negyedkörrel lesz elvégezve a kísérlet, hanem egy egészszel. Minél több számmal végezzük a kísérletet, annál pontosabban kapjuk meg π értékét, viszont fontos megemlíteni, hogy a véletlen számok szórása miatt az elvégzendő kísérletek számát négyzetesen kell növelni ahhoz, hogy a pontosság lineáris nőjön, hiszen N kísérlet szórása $\sqrt{N}$ -nel arányos. Ebből következően csak közelítőleg tudjuk modellezni a jelenségeket, de ez sok esetben elég is. Láthattuk ez alapján, hogy a véletlen segítségével meghatározhatóak kísérletek végeredményei, még akkor is, ha a jelenség, amelyet modellezni kívánunk jóval bonyolultabb egy arányossági tényezőnek a meghatározásánál. A matematika és fizika világában ez egy elterjedt, sokat használt és jól működő numerikus módszer, amelyet komolyabban először Neumann János használt kollégáival magreakciókat leíró bonyolult matematikai problémák közelítéséhez.

2.4. Fotonok szóródása a légkörben

A fotonok a légkörben különböző módon szóródhatnak. A szórás típusa függ attól, hogy az elektromágneses hullám hullámhossza mekkora ahhoz a részecskéhez vagy molekulához képest, amin szóródik a foton. Amennyiben a fény hullámhosszánál jóval kisebb kiterjedésű részecskén megy végbe a szóródás, akkor beszélünk Rayleigh-szóródásról. Mie-szórás következik be, ha a fény hullámhosszával megközelítőleg megegyezik a szóró részecske mérete és geometriai szórás, ha a hullámhossznál jóval nagyobb a részecske mérete. A szóródás típusa a légkörben függ a magasságtól, mivel az aeroszolok koncentrációja az alsóbb légrétegekben nagyobb.

Az abszorpciós koefficiensek arányával adható meg a Rayleigh vagy éppen Mie szóródás aránya egy adott magasságban, mivel a (2.1.6) összefüggés értelmében az abszorpciós koefficiensek már tartalmazzák a magasság függést. A szóródások Rayleigh-szórással való megvalósulásának valószínűségét a (2.4.1) egyenlet adja meg, ahol κ_r a tiszta levegőre vonatkoztatott opacitás, κ_{ae} pedig az aeroszolokra vonatkoztatott opacitás.

$$\mathcal{P} = \frac{\kappa_r}{\kappa_r + \kappa_{ae}} \quad (2.4.1)$$

A szórás során valahogy mindenképpen szóródni fog a foton, ezért annak az esélye, hogy a szórás Mie szórás lesz $1 - \mathcal{P}$, ezt adja meg a (2.4.2) egyenlet.

$$1 - \mathcal{P} = \frac{\kappa_{ae}}{\kappa_r + \kappa_{ae}} \quad (2.4.2)$$

2.4.1. Rayleigh szóródás

A Rayleigh szórás irányának valószínűségi eloszlás függvényét adja meg a (2.4.3) egyenlet.

$$P(\mu) = \frac{3}{4} (1 + \mu^2) \quad (2.4.3)$$

A ϑ szöget definiáljuk úgy, mint a foton haladási irányához tartozó tengelytől mért szöget. A fenti egyenletben μ értéke $\cos(\vartheta)$ -nak felel meg, így $\mu \in [-1, 1]$. Nekünk a Monte-Carlo módszerhez olyan ϑ szögeket kell létrehoznunk, amelyeknél μ értéke követi a (2.4.4) eloszlást. Ezt a következő egyenlet szerint generáljuk, melynek mélyebb ismertetése megtalálható a [3] forrásban.

$$\mu = (\sqrt[3]{a - q} - \sqrt[3]{a + q}) \sqrt[3]{\frac{1}{2}} \quad (2.4.4)$$

$$a = \sqrt{q^2 + 4} \quad \text{és} \quad q = 4 - 8\mathcal{R}_\mu, \text{ ahol } 0 \leq \mathcal{R}_\mu < 1 \quad (2.4.5)$$

$\mathcal{R}_\mu$ egy egyenletes eloszlás alapján generált véletlen szám $0 - 1$ intervallumban. Így a keresett szög, amelyet a folytonos valószínűségi Rayleigh-eloszlás ad, az a $\vartheta = \arccos(\mu)$,

2.4.2. Henyey-Greenstein szóródás

A Mie-szórás jól közelíthető Henyey-Greenstein szóródással, ezért a továbbiakban ezt alkalmazzuk, de Mie-szórásként hivatkozunk rá. Hasonlóan, mint a fenti esetben itt is a Monte-Carlo szimulációhoz a (2.4.6) egyenlet adja meg a szóródás irányának eloszlásfüggvényét.

$$P(\mu) = \frac{1 - g^2}{(1 + g^2 - 2g\mu)^{\frac{3}{2}}} \quad (2.4.6)$$

μ értéke ebben az esetben is $\cos(\vartheta)$ -nak felel meg, így ismét μ értékre van szükségünk a szóródás szögeinek meghatározásához. Ennek generálásának módját adja meg a (2.4.7) egyenlet.

$$\mu = \frac{1}{2g} \left[1 + g^2 - \left(\frac{1 - g^2}{1 - g + 2g\mathcal{R}_\mu} \right)^2 \right], \text{ ahol } 0 \leq \mathcal{R}_\mu < 1 \quad (2.4.7)$$

A szóródás mélyebb ismertetése szintén megtalálható [3] forrásban. $\mathcal{R}_\mu$ egy egyenletes eloszlás alapján generált véletlen szám, g pedig az asszimmetriáért felelős konstans, értéke nagyban befolyásolja, hogy mennyire szór előre a Mie-szórás. Így a szóródás szögét hasonlóan a fentiekhez a $\vartheta = \arccos(\mu)$ összefüggés adja meg. Az 1. ábrán láthatjuk a különböző típusú szóródások valószínűségi eloszlását. Az ábrán bal oldalról jön egy foton és az eloszlások centrumában szóródik valamilyen részecskén vagy molekulán, minél nagyobb a nyíl, annál nagyobb valószínűséggel halad abban az irányban tovább a foton, így belátható, hogy a Mie-szórás erősen előre szór, amíg a Rayleigh-szórás szimmetrikus ilyen szempontból.



1. ábra. Rayleigh-, és Mie-szórás valószínűségi eloszlása [4]

2.5. Hullámhosszfüggés

A fotonok szóródása függ a hullámhosszuktól is, ezt az abszorpciós koefficiensekben kell figyelembe vennünk. Másként függ a Mie és Rayleigh szóródás a hullámhossztól, de nem követünk el nagy hibát, ha csak a Rayleigh-szórásban vesszük ezt figyelembe, mivel a Mie-szórást csak gyengén befolyásolja ez a tényező. Ellenben a Rayleigh-szórás esetében a korrekciós tag egy λ^{-4} -es függés, ami már erősebb hatást képes kifejteni. Tekintsük alapnak a $\lambda_0 = 550 \text{ nm}$ hullámhosszúságú fényt, ami a zöldes-sárgás színnek felel meg. Ebben az esetben az ettől való eltérést az abszorpciós koefficiensekben $(\lambda_0/\lambda)^4$ tag határozza meg.

3. A modell fizikai háttere

3.1. A légkör rétegekre bontása

A modell a légkört számos egyenletes vastagságú rétegre bontja fel. Ennek oka, hogy a fényterjedés leírásához használt folytonos egyenletek használata numerikus módon bonyolult és időigényes feladat lenne, így viszont nagyban egyszerűsödik a probléma és a megoldásunk is jól fogja közelíteni a valóságot. Legyen $\Delta z (= \text{áll.})$ a légrétegek vastagsága és z_{max} a légkör magassága, ekkor $z_{max}/\Delta z$ darab légrétegünk lesz. Minden egyes légréteghez tartozó optikai mélység értékre szükségünk lesz a későbbiekben, ezeket a (2.1.7) összefüggés alapján számolhatjuk ki. Mivel $z = \text{áll.}$, hiszen minden légrétegnek megvan az állandó magassága, konstans integrandussal rendelkező határozott integrálokat kapunk a (2.1.7) egyenletből, amelyeket megoldva kapjuk a (3.1.1) egyenletet:

$$\Delta\tau = \kappa_0 \rho_0 e^{-\frac{z}{H_0}} \Delta z \quad (3.1.1)$$

Így az n . légréteghez tartozó optikai mélységet adja meg az alábbi egyenlet:

$$\tau_n = \sum_{i=0}^n \kappa_0 \rho_0 e^{-\frac{z_i}{H_0}} \Delta z_i \quad (3.1.2)$$

A konstansokat egybegyűjtve a $\Delta z_i = \Delta z$ egyenlet figyelembevételével a $\delta = \kappa_0 \rho_0 \Delta z$ konstanssal a (3.1.2) egyenletet felírhatjuk a következő alakban:

$$\tau_n = \sum_{i=0}^n \delta e^{-\frac{z_i}{H_0}} \quad (3.1.3)$$

Az atmoszféra rétegekre bontása nélkül is könnyedén megoldható a (2.1.7) egyenlet, ehhez vezessük be a $\varepsilon_0 = -H_0 \kappa_0 \rho_0$ konstans, a $\tau(0) = 0$ kezdeti érték feltétellel a differenciálegyenlet megoldása a (3.1.4) egyenlet:

$$\tau(z) = \varepsilon_0 \left(e^{-\frac{z}{H_0}} - 1 \right) \quad (3.1.4)$$

Ezek a megoldások csak a tiszta levegő esetében igazak, aeroszol tartalom mellett a légkör aeroszol tartalmára vonatkozó abszorpciós koefficienssekkel is számolnunk kell, ami csupán egy plusz tagot jelent az eddigi egyenleteinkben. A (2.1.7) egyenlet (3.1.5) alakú lesz.

$$\tau = \int \kappa dz + \int \kappa_{ae} dz + \text{áll.} \quad (3.1.5)$$

A (3.1.3) egyenlet pedig (3.1.6) alakú lesz.

$$\tau_n = \sum_{i=0}^n \delta e^{-\frac{z_i}{H_0}} + \sum_{i=0}^n \delta_{ae} e^{-\frac{z_i}{H_{ae,0}}} \quad (3.1.6)$$

Ebben az összefüggésben $\delta_{ae} = \kappa_{0,ae}\rho_{ae,0}\Delta z$, az aeroszolra vonatkozó konstans mennyiségek csoportosítása. H_0 neve barometrikus skálamagasság, értéke tiszta levegőre vonatkozik, $H_{ae,0}$ értéke pedig az aeroszolakra.

3.2. A lézer modellezése, Monte-Carlo módszer ellenőrzése

Ez a lézermodell csak elsődleges szóródást vizsgál, ez gyakorlatban annak felelne meg, hogy egy sötét helyen bekapcsolva a lézert csak a lézer vonalát látnánk és többszörös szóródás hiányában a környező tér nem világosodna meg. Ettől függetlenül ez nem probléma, hiszen ez a modell nem a környező tér fényesség eloszlását hívatott leírni, hanem szükségessége abban jelenik meg, hogy a Monte-Carlo módszer alkalmazhatóságát bizonyítani tudjuk, illetve segítségével légkörre jellemző adatokat ismerjünk meg mérési eredmények felhasználásával. A környező térből származó sugárzás, amely a többszörös szóródásnak köszönhető, elhanyagolható ilyen méréseknél. Logikailag a modell felépítése a következő. A lézerből kilépő foton a légkörben halad, majd találkozva egy molekulával szóródik azon Rayleigh-szórással, utána tovább halad a szórás szögének megfelelően. Amennyiben a felszín felé indul, akkor detektáljuk a becsapódásának helyét, egyébként nem törődünk a fotonnal. Az analitikus és numerikus számolások eredményét összevetve választ adhatunk a szimulációs módszer alkalmazhatóságára. Felmerülhet a kérdés, hogy ha analitikusan is ki tudjuk számolni az intenzitáseloszlást, akkor miért kell numerikus módszerekhez folyamodni? Az indok, hogy az analitikus megoldás csak az egyszeres szórás esetén adható meg. Későbbiekben látni fogjuk, hogy főleg nagy aeroszol tartalom esetén egy foton rengetegszer képes szóródni, így analitikusan a rendszer teljesen kezelhetetlen lesz.

Az első felmerülő kérdés a modellezéssel kapcsolatban, hogy mekkora utat tesz meg a foton az első ütközésig, tehát mekkora a foton szabad úthossza? Ennek megállapításához a 3.1 fejezethez kell visszatekintenünk. A (3.1.6) összefüggés megadja az optikai mélység és a légréteg magassága közötti összefüggést. Látható, hogy a τ optikai mélység és z (ez esetben) szabad úthossz közötti összefüggés a légkör esetén exponenciális, így az optikai mélység változása a légkörben radiálisan kifelé haladva logaritmikusan csökken. κ_0 és $\kappa_{ae,0}$ értéke is szükséges z meghatározásához, így előbb őket kell meghatároznunk. A (3.1.2) egyenlet alapján meghatározható κ_0 értéke, illetve ennek az aeroszolakra felírt formájából meghatározható $\kappa_{ae,0}$ értéke, ehhez viszont szükség van az optikai mélységek számszerű értékeire is. A légkör maximális optikai mélységét meghatározhatjuk az alábbi empirikus összefüggés segítségével.

$$m_b - m_a = -2.5 \lg(e^{-\tau}) \quad (3.2.1)$$

Az itt szereplő m mennyiséget magnitúdónak³ nevezzük, segítségével csillagászati mérésekből az extinkció meghatározható. Amennyiben m_b -t a légkör tetején mért m és m_a -t a Föld felszínén mért m_0 magnitúdónak választjuk, tehát valamilyen fényforrás magnitúdóváltozását vesszük a légkörön keresztül haladva és meghatározzuk tapasztalati úton az $m - m_0$ értéket, akkor ebből kiszámolható a τ_{zenit} értéke, ami a légkör maximális optikai mélysége lesz. Egyszerű átrendezéssel kapjuk a (3.2.2) egyenletet.

$$\tau_{zenit} = \frac{m - m_0}{2.5} \ln(10) \quad (3.2.2)$$

Így kaphatunk egy átlagos értéket τ_{zenit} -re, de más a tiszta levegő maximális optikai mélysége és más az aeroszolkok maximális optikai mélysége, így két részre kell bontanunk a légkör optikai mélységét. A tiszta levegőre vehetjük a $\tau_r = 0.12$ -os értéket, az aeroszolkokra pedig különböző értékeket kell számolnunk. H_0 értékét vehetjük 8000 méternek. A barometrikus skálamagasság is hasonlóan változó lehet aeroszolkok esetén, így ő is egy szabad paraméterként van jelen a modellben. τ_{ae} -t és $H_{ae,0}$ -t, mint két független paramétert változtatva a (3.1.2) egyenlet aeroszolkokra vonatkoztatott alakjából megkaphatjuk a hozzájuk tartozó $\kappa_{ae,0}$ értékeket is, így készíthetünk egy táblázatot ezek kombinációjára. Ezt mutatja be a 1. táblázat. τ_{ae} értéke nagy kiterjedésű tartományban mozog az időjárástól függően. A légkör maximális optikai mélysége⁴ pedig $\tau_{zenit} = \tau_r + \tau_{ae}$ lesz. Ezzel minden adott a modell számára, hogy a Föld felszínétől z távolságra lévő Δz vastagságú légréteghez tartozó átlagos optikai mélységet kiszámolja. Első lépésben ezt határozza meg a modell, majd generál egy véletlen optikai mélység értéket, amelyet besorolva az egyik tartományban hozzárendeli a tartomány magasságát, így megkaphatjuk a foton szabad úthosszát. A véletlen optikai mélységet az alábbiak szerint generálja a modell, amelynek bemutatásához felhasználtuk a [3] forrást. Legyen a $\mathcal{P}(\xi)$ eloszlás függvényhez tartozó $p(\xi)$ sűrűségfüggvény normált az $[a,b)$ intervallumon:

$$\int_a^b p(\xi) d\xi = 1 \quad (3.2.3)$$

Ezután $p(\xi)d\xi$ adja meg a valószínűségét annak, hogy ξ a $(\xi, \xi + d\xi)$ tartományban található. A Monte-Carlo módszer egyik alappillére, hogy a $p(\xi)$ valószínűségi sűrűségfüggvényhez tartozó változót generálhatjuk az alábbi egyenlet segítségével:

$$\mathcal{R}_\mu = \mathcal{P}(\xi) = \int_a^\xi p(\xi) d\xi, \quad (3.2.4)$$

ahol $\mathcal{R}_\mu$ egyenletes eloszlású véletlen szám. A normált valószínűsége annak, hogy a foton 0

³A csillagászatban használt fényesség egység. Részletes ismertetése megtalálható a [1] forrásban.

⁴ τ_{ae} az aeroszolkok, τ_r pedig a tiszta levegő maximális optikai mélysége.

pontól az s pontig eljut a Lambert-Beer törvény értelmében:

$$p(s) = \frac{\exp(-\tau_s)}{\int_0^\infty \exp(-\tau'_s) d\tau'_s} \quad (3.2.5)$$

A Monte-Carlo szimuláció alapvető elveként szükséges, hogy az optikai mélység statisztikus alapokon legyen, így:

$$\mathcal{R}_\mu = \frac{\int_0^{\Delta\tau} \exp(-\tau'_s) d\tau'_s}{\int_0^\infty \exp(-\tau'_s) d\tau'_s} = 1 - e^{-\Delta\tau} \quad (3.2.6)$$

$0 \leq \mathcal{R}_\mu < 1$ véletlen szám, melyet egyenletes eloszlás alapján generálunk, a fenti egyenlet megoldása $\Delta\tau$ -ra az alábbi összefüggés.

$$\Delta\tau = -\ln(1 - \mathcal{R}_\mu) \quad (3.2.7)$$

Mivel $\mathcal{R}_\mu$ véletlen szám, ezért $1 - \mathcal{R}_\mu$ is véletlen szám lesz, így átalakíthatjuk a (3.2.7) kifejezést a (3.2.8) alakra.

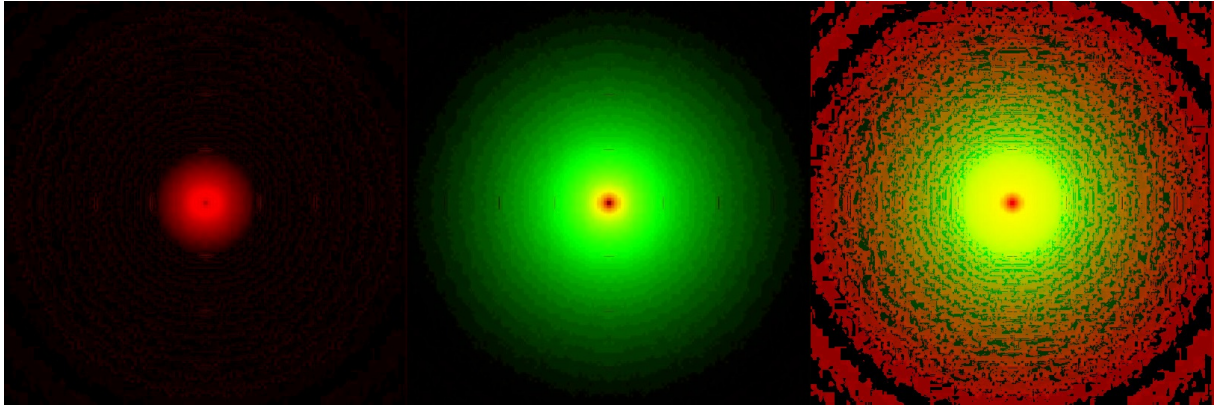
$$\Delta\tau = -\ln(\mathcal{R}'_\mu), \text{ ahol } 0 < \mathcal{R}'_\mu \leq 1 \quad (3.2.8)$$

Az inverz eloszlásfüggvény módszerrel létrehozott véletlen generátorral a modell már képes exponenciális eloszlású optikai mélység értékeket generálni, így tehát az első kérdésre választ kaptunk. Generálunk egy véletlen optikai mélység értéket, majd az előzetesen létrehozott táblázatból kiszadjuk a hozzá tartozó magasságot és ez lesz az optikai úthossz, mivel a lézerrel a vertikális tengely mentén világítunk felfele.

A második felmerülő kérdés, hogy a szóródás után hogyan fog továbbhaladni a foton? Erre a (2.4) fejezetben taglalt Rayleigh-szórás a válasz, itt csak tiszta levegőre szorítkozunk. A modell az ütközés után generál egy $\vartheta \in [0, 180]$ szöget Rayleigh szórás alapján és egy $\varphi \in [0, 360]$ szöget egyenletes eloszlás alapján, majd megvizsgálja merre halad tovább a foton. φ az x tengelytől mért szög. Elsődleges szóródást vizsgálva csak azok a fotonok érdekelnek minket, amelyek a függőleges tengellyel $90 - 180$ fokos ϑ szöget zárnak be, hisz ezek mennek a földfelszín felé. A szóródás magasságának és szögének ismeretében meghatározható a foton beérkezésének pozíciója. Legyen $\vartheta' = 180 - \vartheta$. A modell Descartes-féle koordináta-rendszerben detektálja a beérkező fotonokat, így az x tengely menti x komponense és y tengely menti y komponense a szórást jellemző szferikus koordináták kanonikus alakjának felel meg.

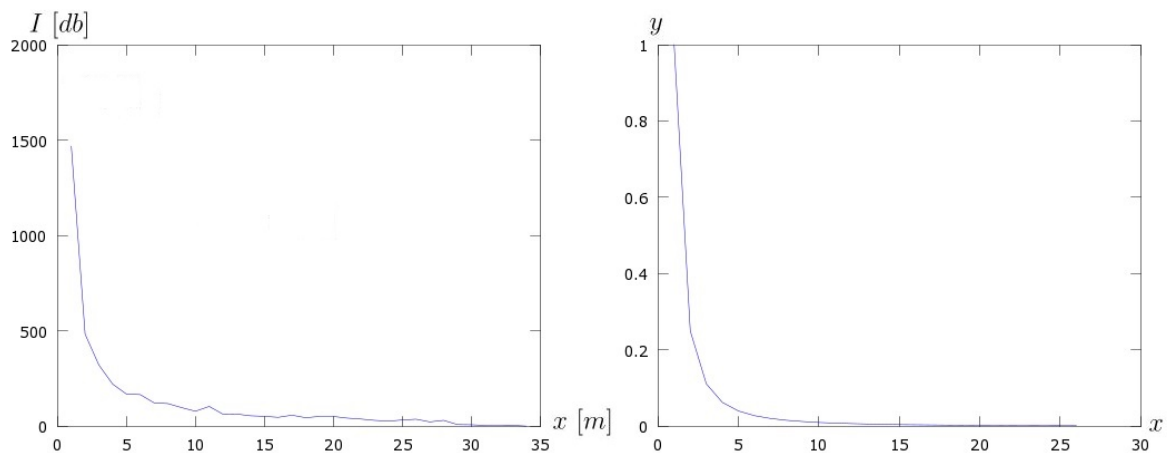
$$\begin{aligned} x &= z \tan(\vartheta') \cos(\varphi) \\ y &= z \tan(\vartheta') \sin(\varphi) \end{aligned} \quad (3.2.9)$$

A modell detektálja a Földfelszínre érkező fotonok pozícióját egy mátrixban, ezeket az adatokat grafikusán feldolgozva megkapjuk a mesterséges fényforrásból kibocsátott fotonok eloszlást a felszínen, amelyet a 2. ábra mutat be.



2. ábra. Az origóból kibocsátott elektromágneses sugárzás eloszlása a Föld felszínén

Az ábránkon ugyanazok az adatok látszanak kissé más feldolgozásban. A képeken egy vertikális tengely mentén kibocsátott fénynyaláb elsődleges szóródásából származó intenzitáseloszlás látszik, kivehető mindhárom ábrából, hogy közvetlen a sugárforrásnál a legnagyobb az intenzitás és viszonylag gyorsan csökken, de ezek az ábrák csak a körszimmetrikus eloszlást hívatottak bemutatni. Amennyiben a távolság függvényében egy adott $\varphi = \text{áll.}$ szög mellett nézzük az intenzitásváltozást, akkor egy görbe segítségével ábrázolhatjuk azt. Ezt mutatja be a 3. ábra.

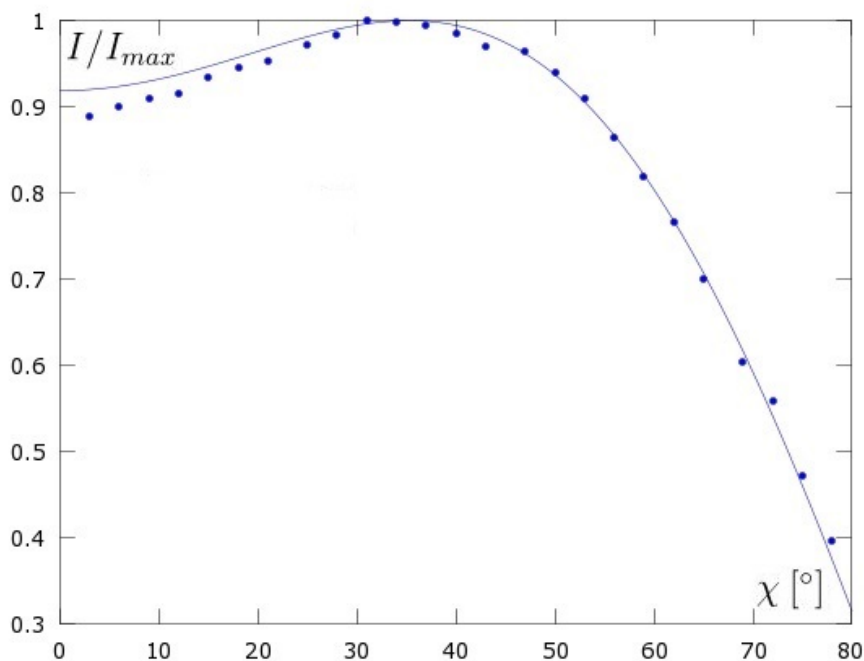


3. ábra. Intenzitás eloszlása a távolság függvényében

A bal oldali grafikonon az intenzitás eloszlását látjuk, amíg a jobb oldalon egy $1/r^2$ -es függvényt látunk összehasonlítás képen. Jól látható ez alapján, hogy az intenzitás a sugárforrástól radiálisan kifelé haladva $1/r^2$ -el arányosan csökken, ez pedig arra utal, hogy az intenzitásváltozást a sugárforrástól való távolság függvényében leíró egyenlet egy inverz négyzetes törvény.

Vizsgáljuk most az intenzitáseloszlást egy adott pontból egy χ szög függvényében, amelyet horizontális tengelytől mérünk 90 fokig. Ez gyakorlatilag annak felel meg, hogy a lézertől adott

távolságra állunk és végigtekintünk a fénynyalábon. A 4. ábrán láthatjuk ezt az eloszlást.



4. ábra. $I(\chi)$ analitikus és numerikus módszerekkel számolt alakja

A grafikonon aeroszokok nélkül, tisztán Rayleigh-szórás alapján számolt intenzitáseloszlást láthatunk. Folytonos vonalként látjuk az analitikus megoldást és pontok formájában a Monte-Carlo szimuláció eredményeit. Jól látható, hogy a numerikus megoldás illeszkedik az analitikusra, így a grafikon alapján egyértelműen állíthatjuk, hogy a numerikus és az analitikus számolás is ugyanarra az eredményre vezetett, legalábbis az elfogadható hibahatáron belül van a függvények fluktuációja. Ezzel igazoltuk a Monte-Carlo módszer alkalmazhatóságát a légköri fényterjedések vizsgálatának során. Megemlítenénk még pár idevágó dolgot. Az analitikus számolás során a lézernyaláb intenzitásváltozása elhanyagolható, ugyanis olyan kis magasságig látunk el, ahol az optikai mélység értéke egy kicsi konstans értékkel rendelkezik, így az $e^{-\tau} \approx 1$ és az $e^{-\frac{\tau}{\mu}} \approx 1$ közelítéssel élhetünk, ahol $\mu = \cos(\vartheta)$ a vertikális tengellyel bezárt szög koszinusza, ezt az intenzitásváltozást szenved el a fénynyaláb, amíg a forrásból kibocsátva szóródva eléri a detektort. Ezek után belátható, hogy a sugárzás teljesítménye $\mathcal{P}(\mu)/r$ -el arányos, ahol r a detektor és a megfigyelt pont közötti távolság. Ennek oka, hogy a fénynyaláb egydimenziós forrásként kezelhető, ha lenne nem elhanyagolható szélessége a nyalábnak, akkor a sugárzás teljesítménye $\mathcal{P}(\mu)/r^2$ -el lenne arányos.

τ_{ae}	$\kappa_{ae,0} \left[\frac{m^2}{kg} \right]$	$H_{ae} [m]$	τ_{ae}	$\kappa_{ae,0} \left[\frac{m^2}{kg} \right]$	$H_{ae} [m]$	τ_{ae}	$\kappa_{ae,0} \left[\frac{m^2}{kg} \right]$	$H_{ae} [m]$
0.01	0.66633	1300	0.31	6.07816	4300	0.61	7.01327	7300
0.02	1.23402	1400	0.32	6.13001	4400	0.62	7.03149	7400
0.03	1.72348	1500	0.33	6.17953	4500	0.63	7.04924	7500
0.04	2.14982	1600	0.34	6.22687	4600	0.64	7.06655	7600
0.05	2.52450	1700	0.35	6.27218	4700	0.65	7.08343	7700
0.06	2.85639	1800	0.36	6.31558	4800	0.66	7.09992	7800
0.07	3.15241	1900	0.37	6.35720	4900	0.67	7.11601	7900
0.08	3.41807	2000	0.38	6.39713	5000	0.68	7.13173	8000
0.09	3.65783	2100	0.39	6.43549	5100	0.69	7.14710	8100
0.10	3.87529	2200	0.40	6.47235	5200	0.70	7.16213	8200
0.11	4.07342	2300	0.41	6.50782	5300	0.71	7.17684	8300
0.12	4.25469	2400	0.42	6.54197	5400	0.72	7.19123	8400
0.13	4.42117	2500	0.43	6.57486	5500	0.73	7.20532	8500
0.14	4.57459	2600	0.44	6.60658	5600	0.74	7.21913	8600
0.15	4.71643	2700	0.45	6.63717	5700	0.75	7.23267	8700
0.16	4.84796	2800	0.46	6.66671	5800	0.76	7.24594	8800
0.17	4.97026	2900	0.47	6.69525	5900	0.77	7.25897	8900
0.18	5.08427	3000	0.48	6.72284	6000	0.78	7.27175	9000
0.19	5.19080	3100	0.49	6.74952	6100	0.79	7.28430	9100
0.20	5.29057	3200	0.50	6.77534	6200	0.80	7.29664	9200
0.21	5.38420	3300	0.51	6.80035	6300	0.81	7.30876	9300
0.22	5.47224	3400	0.52	6.82459	6400	0.82	7.32068	9400
0.23	5.55517	3500	0.53	6.84808	6500	0.83	7.33241	9500
0.24	5.63344	3600	0.54	6.87087	6600	0.84	7.34395	9600
0.25	5.70741	3700	0.55	6.89299	6700	0.85	7.35532	9700
0.26	5.77744	3800	0.56	6.91447	6800	0.86	7.36652	9800
0.27	5.84383	3900	0.57	6.93534	6900	0.87	7.37755	9900
0.28	5.90686	4000	0.58	6.95564	7000	0.88	7.38844	10000
0.29	5.96678	4100	0.59	6.97537	7100	0.89	7.39917	10100
0.30	6.02381	4200	0.60	6.99458	7200	0.90	7.40976	10200

1. táblázat. Aeroszolra vonatkoztatott mennyiségek kombinációi

3.3. Az égbolt fényességeloszlásának modellezése

Mostanra ismerjük a fényterjedést leíró törvényszerűségeket és az előző fejezet nyomán azt is bizton állíthatjuk, hogy a Monte-Carlo módszer, mint sztochasztikus szimulációs módszer nagy pontossággal alkalmazható a fényterjedés modellezésére. A további vizsgálódásaink során tekintsük a Holdat fényforrásnak. A fényességeloszlás modellezése során a fő elv a légkörbe belépő fotonok útjának lekövetése. A Föld felszínén egy kijelölt területen belül beérkező fotonokat számlálva két paraméter függvényében megadható az égbolt fényességeloszlása, illetve grafikusan feldolgozható az. A két paraméter kiléte projekció függő, erről még később szót ejtünk. A modellben szabad paraméter az égbolton a Hold pozícióját rögzítő két szögmennyiség, ϑ_0 és φ_0 . Egy választott vonatkoztatási pontból tekintve az $(n + 1)$. esemény pozícióvektorát adja meg a (3.3.1) egyenlet.

$$\vec{r}_{n+1} = \vec{r}_n + d \cdot \vec{e}_{n+1} \quad (3.3.1)$$

r_n az n . esemény pozícióvektora, $\vec{e}_{n+1}$ a Rayleigh-, és Mie-eloszlás kombinációja alapján generált szög által kijelölt irányhoz tartozó egységvektor, d pedig az optikai úthossz. Minden foton esetén 0. esemény az atmoszférába való belépés, ekkor egy adott nagyságú tartományban kap a foton egy véletlen pozíciót x és y tengely mentén, illetve z tengely mentén a légkör magasságát kapja meg, mint a belépés Föld felszínétől mért távolságát. Ez egyben azt is jelenti, hogy plánpárhuzamos légkör közelítést használunk. Így, ha x, y és z -vel jelöljük a véletlen x, y és konstans z_{max} értékeket, akkor $r_0 = (x, y, z)$. A légkörbe való belépés után a modell generál egy olyan koordináta-rendszert az abszolút koordináta-rendszeren belül, amelynek z tengelye a foton haladási irányába mutat. Erre jó módszer a Gram-Schmidt-féle ortogonalizáció, de egyszerűbb a feladat megoldása a vektoriális szorzat felhasználásával. Tudjuk, hogy milyen irányban lépett be a foton, így egy egyszerű koordinátatranszformációval felírhatjuk a gömbi koordináták kanonikus alakját. Mivel egységvektorokkal szeretnénk dolgozni, ezért $r = 1$.

$$\begin{aligned} e_{nx} &= \sin(\vartheta_0) \cos(\varphi_0) \\ e_{ny} &= \sin(\vartheta_0) \sin(\varphi_0) \\ e_{nz} &= \cos(\vartheta_0) \end{aligned} \quad (3.3.2)$$

Az így létrehozott $\vec{e}$ egységvektor a Hold irányába mutat, ezért ϑ_0 szöget 90 foktól mérjük 270 fokig. A keleti irányhoz tartozik a 90 fok és a nyugati irányhoz tartozik a 270 fok. Ezzel a feltétellel garantáltuk az e_{nz} komponens negatív értékét, így az egységvektor irányt vált. A φ_0 szöget pedig a keleti irányba mutató x tengelytől mérjük 0 – 180 fokos intervallumban. Így megkaptuk foton haladási irányába mutató egységvektort, most képeznünk kell egy erre ortogonális egységvektort. Lényegtelen, hogy milyen síkban, így vehetjük alapul a $\vec{k} = (0, 0, 1)$

vektort. Vektoriális szorzattal kapjuk az alábbi $\vec{f}_n$ vektort.

$$\vec{f}_n = \vec{k} \times \vec{e}_n = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ k_1 & k_2 & k_3 \\ e_1 & e_2 & e_3 \end{vmatrix} = \begin{pmatrix} k_2 e_3 - k_3 e_2 \\ k_3 e_1 - k_1 e_3 \\ k_1 e_2 - k_2 e_1 \end{pmatrix} = (-e_2, e_1, 0) \quad (3.3.3)$$

Itt $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ az abszolút rendszerünk ortonormált bázisa. Az $\vec{e}_n$ és $\vec{f}_n$ vektorok ortogonalitását egyszerűen beláthatjuk, ha kiszámítjuk az $\vec{e}_n \vec{f}_n$ belső szorzatot, de mint ismeretes a külső szorzat speciális tulajdonsága, hogy a szorzat eredménye ortogonális lesz a szorzat alapjául szolgáló vektorokra. Így a harmadik $\vec{g}_n$ bázisvektorunkat adja az alábbi egyenlet.

$$\vec{g}_n = \vec{e}_n \times \vec{f}_n = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ e_1 & e_2 & e_3 \\ f_1 & f_2 & f_3 \end{vmatrix} = \begin{pmatrix} e_2 f_3 - e_3 f_2 \\ e_3 f_1 - e_1 f_3 \\ e_1 f_2 - e_2 f_1 \end{pmatrix} = (-e_3 f_2, e_3 f_1, e_1 f_2 - e_2 f_1) \quad (3.3.4)$$

Az így létrehozott $\vec{e}_n, \vec{f}_n, \vec{g}_n$ vektorrendszer egy ortogonális bázisát adja a vektorterünknek, de nekünk ortonormált bázisra van szükségünk, ezért $\vec{f}_n$ vektort normálnunk kell. Ezen a rendszeren belül generálja a modell a szóródás ϑ és φ szögeit, ahol ϑ a $\vec{e}_n$ bázisvektorhoz tartozó tengellyel bezárt szög, φ pedig a $\vec{g}_n$ bázisvektorhoz tartozó tengellyel bezárt szög. A tovább haladáshoz fel kell írunk az $\vec{e}_{n+1}$ vektort. Szintén egy gömbiből kanonikus rendszerbe való koordináta transzformáció segítségével felírhatjuk a generált vonatkoztatási rendszerben a szóródás irányába mutató $\vec{e}_{n+1}$ vektor X, Y, Z komponenseit. Az abszolút vonatkoztatási rendszerbe való transzformáláshoz ezen együttthatókkal képezzük a bázisvektorok lineáris kombinációját, ahol a bázisvektorokat az $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ bázisban írjuk fel, így az abszolút rendszerben adja meg a szóródás irányába mutató egységvektort a (3.3.5) egyenlet.

$$\vec{e}_{n+1} = X\vec{g}_n + Y\vec{f}_n + Z\vec{e}_n \quad (3.3.5)$$

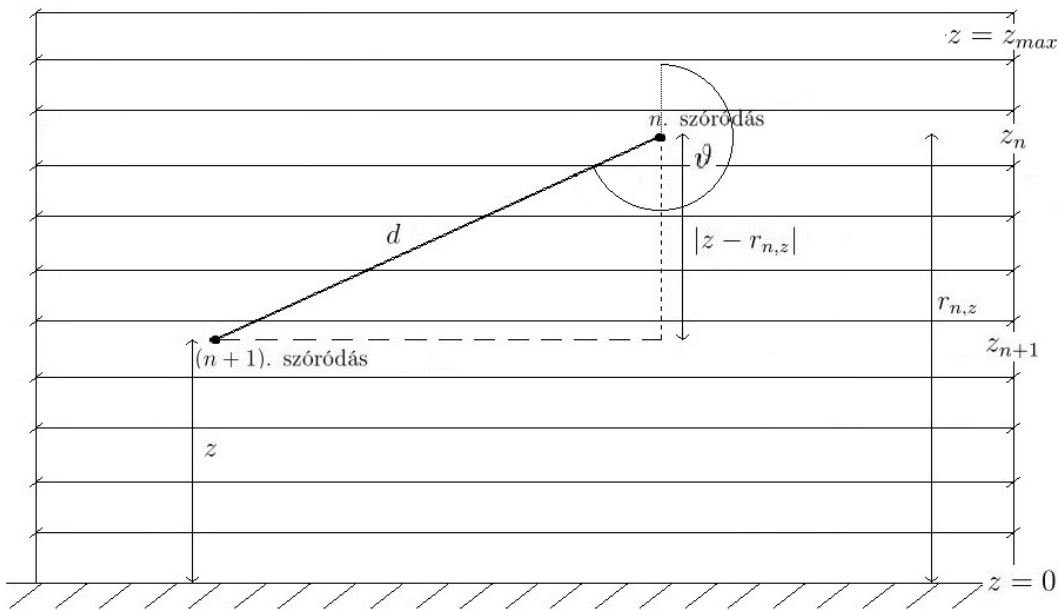
A belépés után tehát így kapja meg a foton, hogy merre kell haladnia. Következő kérdés, hogy mennyit? Erre a válasz a d paraméter. A modell a szimulációnak ebben a fázisában egy szubrutin segítségével kiszámítja a foton több tényezőtől függő optikai úthosszát, mint valós geometriai távolságát. Hasonlóan a 3.2 fejezetben látottakhoz, itt is az optikai mélységben exponenciális felosztású légrétegekhez tartozó magasságokkal számolunk. A (3.2.8) összefüggéssel generált véletlen optikai mélységből számítható ki az optikai úthossz. Figyelembe kell vennünk azt is, hogy a légkör sűrűségét leíró függvény exponenciális, így más- és más légrétegben különböző optikai úthosszakot kell generálnunk. Ezt megoldható úgy, hogy a generált $\Delta\tau$ értéket projektáljuk a vertikális tengelyre, majd a (3.3.6) összefüggés alapján határozzuk meg, hogy milyen

optikai mélységű légréteghez tartozik az adott optikai mélység érték.

$$\tau_{n+1} = \tau_n + e_{n+1,z} \Delta\tau \quad (3.3.6)$$

Az $e_{n+1,z}$ a (3.3.5) kifejezés értelmében hordozza az iránynak megfelelő előjelet, hiszen az e_{n+1} vektor z komponense, értéke $\cos(\vartheta)$, így tetszőleges n . szóródás esetén is a megfelelő optikai mélységgel rendelkező tartományban leszünk. Figyelembe véve, hogy ez az optikai mélység érték hol helyezkedik el a táblázatunkban, hozzá tudjuk rendelni a megfelelő magasság értéket. Ezt az értéket még ki kell vonnunk az n . szóródás magasságából és vissza kell transzformálni az eredeti iránynak megfelelően, így a d szabad úthosszt az alábbi egyenlet adja meg, illetve kiszámításának módját szemlélteti az 5. ábra.

$$d = \frac{|z - r_{n,z}|}{|e_{n+1,z}|} \quad (3.3.7)$$

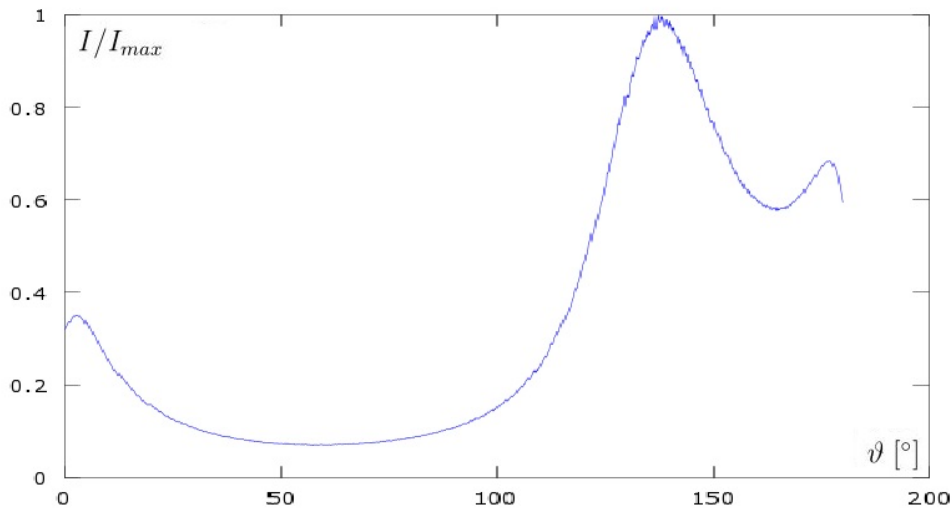


5. ábra. Optikai úthossz meghatározása

Ezeket a lépéseket a modell újra- és újra ismétli egészen addig, amíg a foton a légkört el nem hagyja vagy be nem csapódik a Föld felszínébe. Becsapódáskor megvizsgáljuk hogy egy adott $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ sugarú körön belül érkezett-e be. Amennyiben a detektált területen belül észleltük, akkor eltároljuk a beérkezéshez tartozó ϑ és φ szögeket, majd ezek segítségével feldolgozhatjuk az eredményeket.

4. A modell alkalmazása, eredmények kiértékelése

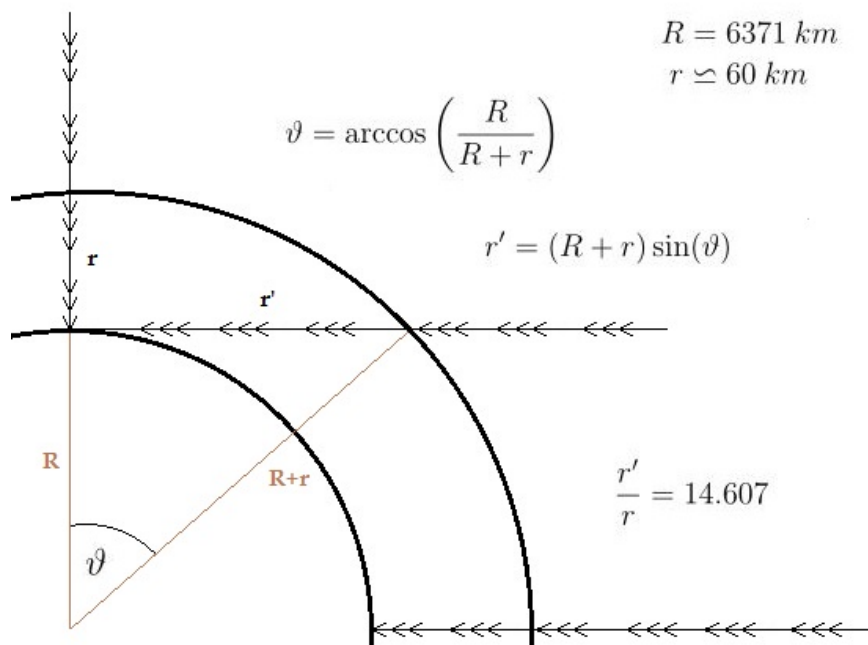
Ennek a fejezetnek a témája, az előző 3.3 fejezetben vázolt modell futtatása különböző paraméterekkel és az adatok kiértékelése, eközben megláthatjuk a Monte-Carlo módszer eredményét és választ kaphatunk olyan kérdésekre, hogy miért kék az ég vagy miért fényesedik ki az égbolt a horizont környékén. A 6. ábrán egy intenzitásgörbét láthatunk, amelyet úgy kapunk meg, hogy a φ szöget rögzítjük egy konstans értéken, például nulla fokon és a ϑ szög függvényében olvassuk ki az intenzitásváltozást. Az abszcissza tengely mentén a szögeket eltoltuk kilencven fokkal, így gyakorlatilag ebben a metszetben a ϑ szöget nem a vertikális tengelytől mérjük, hanem a horizontális tengelytől, méghozzá úgy, hogy a -90 fok a 0 foknak felel meg és a $+90$ fok a 180 foknak felel meg.



6. ábra. Intenzitáseloszlás

Jól kivehető a görbéről, hogy a maximuma ott van, ahol a Hold vagy éppenséggel a Nap látható az égen, majd távolodva tőle csökken az intenzitás és a széleken, a horizont mentén ismét megnő kissé. Kérdés, hogy mi ennek az oka? A válasz az, hogy a horizont irányából nagyobb optikai vastagsága van a légkörnek, így statisztikailag nagyobb eséllyel jön abból az irányból foton. A 2.5. fejezetben láttuk, hogy a Rayleigh-szórásban van egy $(\lambda_0/\lambda)^{-4}$ -es hullámhosszfüggés. Mivel λ a nevezőben van, ezért a kék színhez tartozó hullámhossztartományban lévő fotonok esetében ez a hányados nagyobb, mint a vörös színhez tartozó hullámhossztartományban lévő fotonoknál. Szemléletes példaként a korrekciós tag értéke $\lambda = 380 \text{ nm}$ -es fény esetében 4.3885, $\lambda = 760 \text{ nm}$ -es fény esetében pedig 0.2743. Ez azt jelenti, hogy a kék színhez tartozó hullámhossztartományban a fotonok meglehetősen jobban szóródnak, mint a vörös színhez tartozó tartományban. Ez az oka annak, hogy nappal kék eget látunk jó időben. Érdekes még két

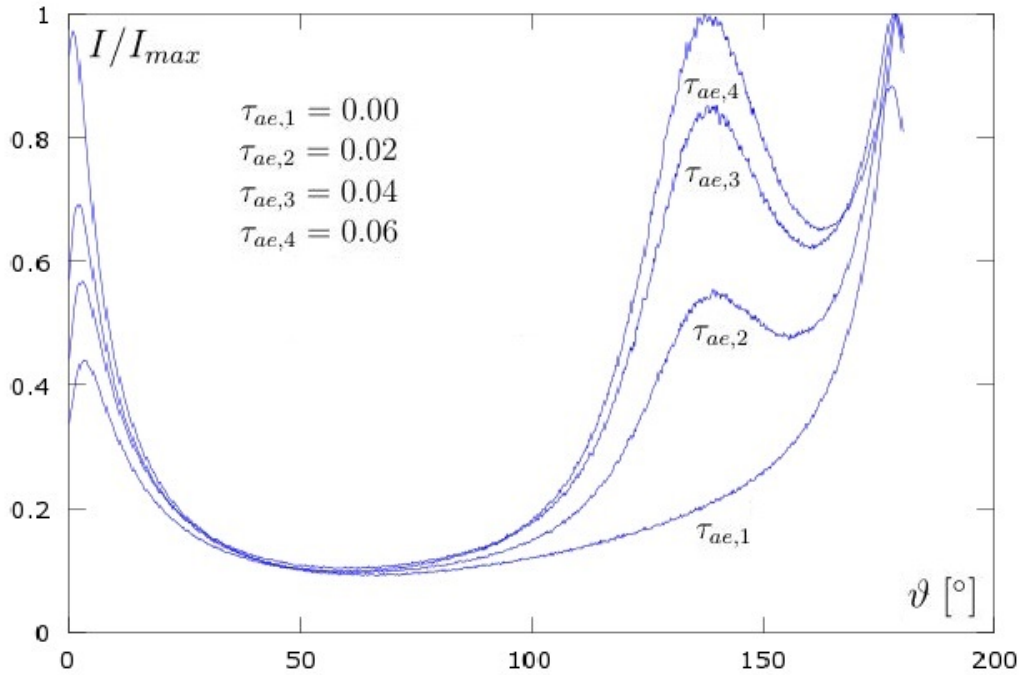
dolgot megemlíteni, az egyik, hogy a valóságban nem erősebb kék színt látunk a horizontnál, hanem egy intenzívebb fehér színt, illetve napkeltekor és napnyugtakor az égbolt vöröses színben pompázik, de megfigyelhetők más színek is a lenyugvás felkelés folyamata során. Ennek magyarázatának megértésében segít a 7. ábra.



7. ábra. Optikai vastagság változása

Ezen az ábrán nem méretarányosan láthatjuk a Földet és annak légkörét. Fontos megemlíteni, hogy a valóságban a bejövő fénysugarak refrakciót szenvednek a légkörben, amelytől az ábrán eltekintünk. Amikor nálunk a zenitben van a Nap, akkor a legkisebb számunkra a légkör optikai vastagsága, ekkor az égbolt nagy részén túlnyomó többségben a kék tartományban lévő fotonok szóródnak, mint már szó volt erről, ezért kék az ég. Amikor a horizont környékén van a Nap, akkor jóval nagyobb utat kell megtennie a fénynek mire elér hozzánk, az ábra alapján ez a szorzó 14 körüli érték. Ekkor látjuk vörösesnek az égboltot. Ez azért van, mert a jobban szóródó fotonok nagy része kiszóródik ott, ahol éppen a zenitben van a Nap, nálunk pedig a kevésbé szóródó vörös színhez tartozó hullámhossz tartományba eső fotonok tudnak szóródni, illetve a nagyobb optikai vastagság miatt, nagyobb valószínűséggel is szóródnak, mint amikor a Nap a zenitben van. Ezek alapján pedig már könnyedén belátható, hogy miért fehéredik ki a horizont környéke nappal. Jóval nagyobb optikai vastagság miatt gyakorlatilag a teljes hullámhossztartományban lévő fotonok végig szóródnak a légkörön és eljutnak hozzánk, hiszen a Nap sugárzása többek között lefedi a teljes látható skálát. Ezzel megértettük, hogy miért emelkedik a görbe a két szélső tartományban, illetve az ehhez kapcsolódó jelenségeket is.

Nézzük most meg, hogy milyen intenzitásgörbéket kapunk különböző aeroszol optikai mélység értékekre, ezt mutatja be a 8. ábra.

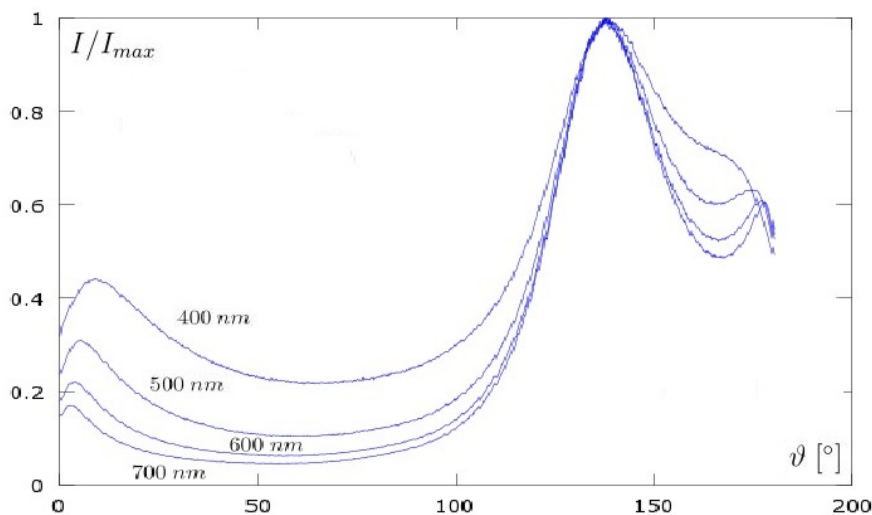


8. ábra. Intenzitáseloszlás különböző aeroszol optikai mélységekre

A görbék maximuma annál nagyobb, minél nagyobb az aeroszol optikai mélység értéke. Ez azt jelenti, hogy minél több az aeroszol a levegőben, annál inkább látjuk fényesebbnek a Hold körüli részét az égboltnak. Ennek kiváltója pedig az, hogy a nagyobb aeroszolra vonatkoztatott abszorpciós koeficiens értékek miatt a (2.4.2) összefüggés értelmében nagyobb valószínűséggel valósul meg Mie-szórás a légkörben, ez pedig az 1. ábra alapján erősen előre szór. A képeken az is látható, hogy minél nagyobb az aeroszol tartalom, annál inkább csökken a horizont irányába eső intenzitás, ez szintén a fenti okokra vezethető vissza. Érdeemes megemlíteni azt is, hogy ezeknél a görbéknél az aeroszol optikai mélység értéke igen kicsi, 10^{-2} -os nagyságrendben mozog, de a valóságban ez az érték képes 1 fölé is menni, például nagy ködök esetén. A felhők is aeroszolnak számítanak a fényterjedés szempontjából, így egy nagyon felhős éjszakán a troposféra felső rétegeiben megemelkedett aeroszol tartalom miatt gyakorlatilag nem látni a Holdat még olyan szinten sem, hogy az irányára következtetni tudjunk. Közelítőleg mondhatjuk, hogy az emberi szem, mint optikai eszköz $2/3$ -os $\tau = \tau_{ae} + \tau_r$ optikai mélységgel rendelkező közegen képes átlátni, így már egy 0.6-es aeroszol optikai mélység esetében gondok akadnak a távolbalátással. A fény elér hozzánk így is, de már csak szürke módon. Olyan sokszor szóródik a fény a ködben, hogy semmilyen információval nem fog szolgálni az őt kibocsátó

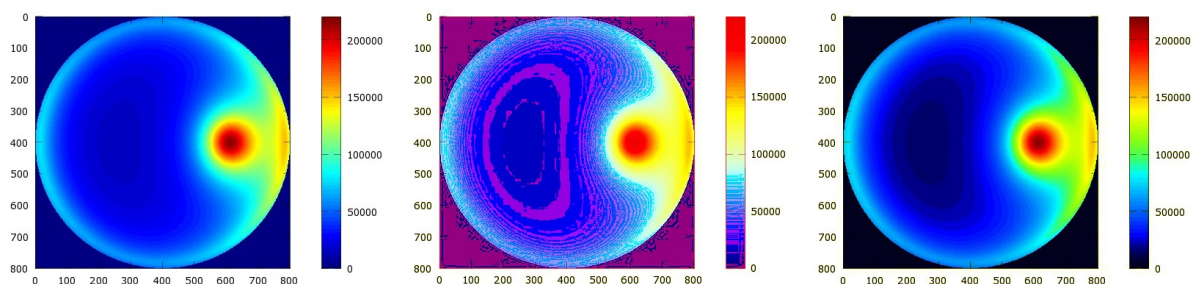
forrás pozíciójáról.

Nézzük most meg az intenzitásgörbék alakját négy különböző hullámhosszon, ezt mutatja be a 9. ábra. Jól látható az, amit analitikusan bevezettünk hullámhosszfüggésként, minél kisebb hullámhosszúságú a fény, annál jobban szóródik. Ezzel numerikusan is beláttuk a kék ég fentiekben leírt magyarázatát.



9. ábra. Intenzitáseloszlás hullámhosszfüggése

A 3.3 fejezetben említettük, hogy ejtünk még pár szót a projekciókról. Számos lehetőség közül választhatunk, ha projektálni szeretnénk az eredményt. Attól függően, hogy mit szeretnénk kapni lehet kitalálni különböző módszereket. A legszemléletesebb talán az az eset, amikor direktben a teljes égbolt fényességeloszlását vetítjük a síkra. Ezt megtehetjük, ha minden detektált fotonnál megfigyeljük milyen φ és ϑ szögből jött, majd ezeket valahogyan feldolgozzuk úgy, hogy a ϑ szög legyen az origótól mért távolság és φ az x tengelytől mért szög polárkoordinátákban. Ezt is többféle módon meg lehet valósítani, amellyel a grafikus feldolgozás során kapott kép felbontását tudjuk pontosítani. Ilyen feldolgozásokra láthatunk példát a 10. ábrán.



10. ábra. Az égbolt intenzitáseloszlása

5. Összegzés, Konklúzió, Távlati célok

A dolgozat során megismerhettük a Monte-Carlo módszer felhasználását és megvizsgáltuk a légköri fényterjedést a sugárzási transzfer légköri modellezésével, amely során magyarázatot kaptunk az empirikus légköri jelenségekre. Ezt viszonylag egyszerű módon tettük, a fotoncsomagok útjának lekövetésével. Arra következtethetünk, hogy a légköri fényterjedést nem lehet analitikusan számolni, csak nagyon speciális esetben, ellenben numerikusan viszonylag egyszerűen adódik a megoldás, illetve a megoldást értelmezve megérthetjük a légköri fényterjedés mi-
benlétét. Láthattuk, hogy a nappali kék égért a Rayleigh-szórás hullámhosszfüggése a felelős és azt is, hogy a fényterjedés szempontjából az aeroszoloknak döntő befolyásuk van a légkörben, hiszen rajtuk a fotonok Mie-szórást végeznek, amit közelítettünk Henyey-Greenstein-szórással. Megértettük azt is, hogy miért világosodik ki a horizont környéke tiszta időben és a naplemente, illetve napfelkeltekor vörösen pompázó égbolt mögött lévő okokat is.

Távlati szempontból a modell további kis fejlesztéssel alkalmas lesz még pontosabb szimulációk futtatására. Ez arra fog vezetni, hogy képesek leszünk olyan mennyiségek meghatározására, mint az égbolt fénysűrűsége és a légkörre jellemző meteorológiai adatok. Az alkalmazott közelítések igen kis hibával járnak, így a nagy pontossággal leszünk képesek kinyerni a szimulációkból ezeket az adatokat. A jövőben tervezünk méréseket végezni, amelyek eredményét grafikusan feldolgozva és összevetve a szimulációk eredményével megtudjuk becsülni a fény-
szennyezés mértékét, így objektív adatokkal szolgálhatunk a problémával kapcsolatban.

Függelék

A témavezetőm által kijelölt feladatok, amelyeket önállóan végeztem el:

- A kutatási téma konzultációkon átadott fizikai hátterének mélyebb megismerése.
- A programozói alapismeretek elsajátítása, a C nyelv használata.
- A Monte-Carlo módszer megismerése, gyakorlóprogramok írása.
- A konzultációk során kijelölt forráskódfejlesztések, amelyek során elkészült a téma kidolgozásához szükséges legfőbb eszköz, a numerikus modell.
- A modell alkalmazása, a szimulációkból nyert adatok grafikus, szoftveres feldolgozása matematikai programok alkalmazásával.

Táblázatok jegyzéke

1. Aeroszolra vonatkoztatott mennyiségek kombinációi 15

Ábrák jegyzéke

1.	Rayleigh-, és Mie-szórás valószínűségi eloszlása [4]	8
2.	Az origóból kibocsátott elektromágneses sugárzás eloszlása a Föld felszínén . .	13
3.	Intenzitás eloszlása a távolság függvényében	13
4.	$I(\chi)$ analitikus és numerikus módszerekkel számolt alakja	14
5.	Optikai úthossz meghatározása	18
6.	Intenzitáseloszlás	19
7.	Optikai vastagság változása	20
8.	Intenzitáseloszlás különböző aeroszol optikai mélységekre	21
9.	Intenzitáseloszlás hullámhosszfüggése	22
10.	Az égbolt intenzitáseloszlása	22

Hivatkozások

- [1] MARIK Miklós: *Csillagászat*. Bp.: Akadémiai kiadó, 1989. 867.
- [2] BARZCA Szabolcs: *Csillaglégek fizikája*. Bp.: ELTE Eötvös Kiadó, 1997. 103.
- [3] F. Spada, M. C. Krol and P. Stammes *McSCIA: application of the Equivalence Theorem in a Monte Carlo radiative transfer model for spherical shell atmospheres* [online]. Atmos. Chem. Phys., 2006. [2014.05.13]
<http://www.atmos-chem-phys.net/6/4823/2006/acp-6-4823-2006.pdf>
- [4] *Környezetgazdálkodás* [online]. Szaktudás Kiadó Ház ZRt., 2008. [2014.09.11]
Az oldal: <http://tinyurl.com/tank-nyvt-r>
A közvetlen kép: <http://tinyurl.com/m74kd9r>