



SZEGEDI TUDOMÁNYEGYETEM
UNIVERSITAS SCIENTIARUM SZEGEDIENSIS
MÉRNÖKI KAR

INTERAKTÍV PSZICHROMETRIAI DIAGRAMOK

Erdélyi Péter

III. évfolyamos élelmiszer-mérnök BSc. hallgató

Témavezető:

Prof. Dr. Rajkó Róbert

egyetemi tanár

SZEGED

2014

Tartalomjegyzék

Bevezetés.....	3
Jelölések.....	4
1. Elmélet.....	5
1.1. Pszichrometria.....	5
1.2. A nedves levegő diagramjai.....	10
1.2.1. A Mollier-diagram.....	11
1.2.2. A pszichrometriai diagram.....	14
2. Implementáció.....	16
2.1. Számítások.....	16
2.2. Pontosság.....	24
2.3. Webprogramozás.....	25
2.4. Rajzolás.....	30
3. Alkalmazás.....	31
Összefoglalás.....	34

Bevezetés

Az élelmiszer-feldolgozó és -tároló rendszerek tervezése és üzemeltetése, zöldség- és gyümölcsraktárak légkondicionálása, gabonafélék szárítása, hűtőtornyok méretezése során a levegő jellemzőinek pontos ismerete elengedhetetlen. Sok élelmiszeripari nyersanyag, félkész vagy késztermék higroszkópos, azaz vizet vesz fel, vagy ad le a légtér hőmérsékletétől és relatív páratartalmától függő mértékben. A termodinamika, illetve a pszichrometria már tisztázta a levegő állapotváltozásával járó jelenségek elméleti alapjait, de a felmerülő problémák megoldására a gyakorlatban jól használható eszközökre van szükség. Az egyenletek papíron való megoldása, vagy a jelenleg rendelkezésre álló kézzel megszerkesztett, kisebb-nagyobb pontatlanságokat tartalmazó, többször fénymásolt, elmosódott diagramok használata nemcsak nehézkes, de leolvasási és interpolációs hibákkal is járhat. A modern számítástechnika eszközeivel ezek a problémák orvosolhatók.

A nedves levegő állapotjelzőinek kiszámítására alkalmas szoftver kifejlesztésével természetesen mások is foglalkoztak már. HARMATHA (1987) algoritmust és működő programot kínál a probléma megoldására, de csak részlegesen. A program képességei a számítások terén is korlátozottak, grafikus megjelenítésre pedig egyáltalán nem alkalmas. Kereskedelmi forgalomban elérhető minden igényt kielégítő szoftver, de ezek költségesek.

Szükségét láttam tehát egy korszerű, bárki által hozzáférhető program kifejlesztésének, amihez a webet találtam a legmegfelelőbb platformnak.

Jelölések

c_a : a levegő fajlagos hőkapacitása, kJ/(kgK)

c_v : a vízgőz fajlagos hőkapacitása, kJ/(kgK)

h : fajlagos entalpia, kJ/kg

L_0 : a víz párolgáshője 0 °C-on, kJ/kg

p_a : a levegő parciális nyomása, Pa

p_v : a vízgőz parciális nyomása, Pa

p_t : össznyomás (légköri nyomás), Pa

p_s : telítési gőznyomás, Pa

r_m : a víz és a levegő moláris tömegének hányadosa, $r_m = M_w / M_a = 0,62197$

R : gázállandó, J/(mol K)

t : száraz hőmérő hőmérséklet, °C

t_d : harmatponti hőmérséklet, °C

t_w : nedves hőmérő hőmérséklet, °C

T : hőmérséklet, K

V : térfogat, m³

y : nedvességtartalom, kg/kg

φ : relatív nedvességtartalom, %

ψ : telítési fok, %

1. Elmélet

1.1. Pszichrometria

A pszichrometria a gőz-gáz elegyek termodinamikai tulajdonságainak meghatározásával foglalkozó tudományág. A kifejezés a görög ψυχρόν (hideg) és μέτρον (mérés) szavakból származik. Bár a pszichrometria elvei bármely gázból és gőzből álló fizikai rendszer leírására alkalmazhatók, a legelterjedtebben vizsgált elegy a levegő és a vízgőz keveréke, azaz a nedves levegő, ennek van ugyanis a legnagyobb gyakorlati jelentősége.

A száraz levegő több különböző gáz keveréke, összetétele a földrajzi hely és a tengerszint feletti magasság függvényében kissé változik. A két legnagyobb arányban jelenlévő komponens, az oxigén (O_2) és a nitrogén (N_2) aránya viszont közel állandó, a többi gáz mennyisége pedig elhanyagolható (1. táblázat).

1. táblázat: A száraz levegő átlagos összetétele (Singh, 2009)

Összetevő	Térfogatszázalék
Nitrogén	78,084000
Oxigén	20,947600
Argon	0,934000
Szén-dioxid	0,031400
Neon	0,001818
Hélium	0,000524
Egyéb gázok (metán, kén-dioxid, hidrogén, stb.)	0,000658
Összesen:	100,000000

A környezeti levegő azonban sohasem teljesen száraz, mindig tartalmaz valamennyi vizet. A nedves levegő száraz levegő és vízgőz kétkomponensű elegye, melyben az előbbi gázként, jóval a kritikus hőmérséklete fölött, az utóbbi viszont gőzként, a kritikus hőmérséklete alatt van jelen, ezért könnyen kondenzálható. Mindkét összetevő tökéletes gáznak tekinthető, így az elegyük is, tehát alkalmazhatjuk rá az egyetemes gáztörvényt (VERHÁS, 1998).

Mikor a víz száraz levegővel érintkezik, párologni kezd, azaz gőzzé válik, és a gázfázisba vándorol. Ez a gőz azután nyomást fog kifejteni a folyadék felszínére, a **parciális nyomást**:

$$p_v = \frac{R \cdot T}{V_v} \quad (1)$$

Dalton törvénye szerint a nedves levegő össznyomása a száraz levegő és a vízgőz parciális nyomásának (résznyomásának) az összege:

$$p_t = p_a + p_v \quad (2)$$

Az **abszolút nedvességtartalom** az egységnyi térfogatú nedves levegőben lévő víz tömege:

$$Y = \frac{m_v}{V} \left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right] \quad (3)$$

A gyakorlatban azonban célszerűbb a száraz levegő tömegét alapul venni, mert az az állapotváltozások során változatlan marad, ezért definiáljuk a **fajlagos abszolút nedvességtartalmat** (a továbbiakban röviden nedvességtartalom), mint 1 kg száraz levegőben lévő vízgőz tömegét:

$$y = \frac{m_v}{m_a} \left[\frac{\text{kg}}{\text{kg}} \right] \quad (4)$$

Tehát y kg az a vízmennyiség, amely $1+y$ kg nedves levegőben van. Ez mennyiség a moláris tömegek és a parciális nyomások hányadosával is kifejezhető:

$$y = \frac{M_v}{M_a} \cdot \frac{p_v}{p_a} = \frac{M_v}{M_a} \cdot \frac{p_v}{p_t - p_v} = r_m \cdot \frac{p_v}{p_t - p_v} \quad (5)$$

A levegő nedvességtartalma nem növekedhet minden határon túl. Amikor a gőz parciális nyomása elér egy bizonyos értéket, a **telítési gőznyomást** (p_s), a levegőbe kerülő minden további vízmennyiség már csak folyadék formában (ködként) lehet jelen. A telítési gőznyomás a hőmérséklet nemlineáris függvénye, az összetartozó értékeket úgynevezett vízgőztáblázatból kereshetjük ki, illetve léteznek közelítő/interpolációs formulák, mint például az Antoine-egyenlet, amit később részletesen ismertetek.

A telítési gőznyomáshoz tartozó összetétel a **telítési nedvességtartalom**, vagy telítési érték:

$$y_s = r_m \cdot \frac{p_s}{p_t - p_s} \quad (6)$$

A **relatív nedvességtartalom** a levegő telítetlenségének mértéke, azaz a víz keverékbeli parciális nyomásának és az azonos hőmérsékleten telített gőz nyomásának a hányadosa:

$$\varphi = \frac{p_v}{p_s}, \text{ vagy } \varphi = 100 \cdot \frac{p_v}{p_s} \% \quad (7)$$

Ha állandó p_t össznyomáson (pl. nyílt rendszerben, légköri nyomáson) dolgozunk, akkor a vízgőz parciális nyomása sem lehet ennél nagyobb, még akkor sem, ha az adott hőmérsékleten a telítési gőznyomás értéke nagyobb az össznyomásnál (pl.: 130°C-on 3 bar), ezért ki kell egészítenünk a fenti definíciót:

$$\begin{aligned} \varphi &= \frac{p_v}{p_s}, \text{ ha } p_s < p_t \\ \varphi &= \frac{p_v}{p_t}, \text{ ha } p_s \geq p_t \end{aligned} \quad (8)$$

A **telítési fok** az előbbivel analóg fogalom, de a parciális nyomások helyett az összetételek hányadosával fejezi ki a telítetlenséget:

$$\psi = \frac{y}{y_s} \quad (9)$$

A két mennyiség közötti kapcsolat:

$$\varphi = \psi \cdot \frac{r_m + y_s}{r_m + y} \quad (10)$$

Minden anyagnak van valamekkora U **belső energiája** az őt alkotó elemi részecskék mozgásából és helyzetéből eredően. Ennek abszolút értéke nem határozható meg, de adott hőmérsékleten egy önkényesen megválasztott alapponthez viszonyíthatjuk (MUJUMDAR, 2006). Ha egy állandó térfogatú nyugvó rendszer egy nála kisebb vagy nagyobb p nyomású környezettel kerül kölcsönhatásba, akkor V térfogatváltozást fog szenvedni, a **térfogati munka**: $W = pV$. E két mennyiség összege az **entalpia**:

$$H = U + p \cdot V \quad [\text{kJ}] \quad (11)$$

Az entalpia extenzív mennyiség. Ez azt jelenti, hogy – homogén rendszer esetén – értéke a

rendszer méretével arányos. Célszerű bevezetni a **fajlagos entalpia** fogalmát, a tömegegységre vonatkoztatott entalpiát, amely viszont már kiterjedésétől függetlenül jellemzi a rendszert:

$$h = \frac{H}{m} \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right] . \quad (12)$$

A továbbiakban az entalpia szót kizárólag ebben az értelemben fogom használni.

A belső energiához hasonlóan az entalpia abszolút értéke sem határozható meg, de egy alkalmasan megválasztott referenciaállapothoz viszonyított relatív értéke igen. A víz entalpiáját nullának tekintjük a hármasponti hőmérsékletén ($273,16 \text{ K} = 0,01 \text{ }^\circ\text{C}$), saját telített gőze alatt $611,2 \text{ Pa}$ nyomáson.

A **fajlagos hőkapacitás**, vagy fajhő az a hőmennyiség, amely egységnyi tömegű anyag hőmérsékletét egységnyivel növeli:

$$c = \frac{Q}{m \cdot T} \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \right] . \quad (13)$$

Állandó nyomáson ez az energia egyenlő a belső energia és a nyomással szemben végzett munka összegével, vagyis az entalpiával, így

$$c = \frac{h}{T} . \quad (14)$$

A tiszta anyag entalpiája:

$$h = c \cdot t , \quad (15)$$

ahol t a nulla entalpiaállapot és az anyag hőmérsékletének különbsége. Mivel a referenciapont $0,01 \text{ }^\circ\text{C}$, nem követünk el nagy hibát, ha t -t az anyag Celsius-fokban mért hőmérsékletével közelítjük (IBARZ, 2003).

Dalton törvényét felhasználva az y nedvességtartalmú levegő fajhője:

$$(1+y) \cdot c = 1 \cdot c_a + y \cdot c_v , \quad (16)$$

azaz $(1+y) \text{ kg}$ tömegű nedves levegő fajhője egyenlő a komponensek tömegrészeinek és fajhőinek szorzatösszegével.

A száraz levegő entalpiája:

$$h_a = c_a \cdot t , \quad (17)$$

a gőzé a párolgáshő és a túlhevítési hő összege:

$$h_v = L_0 + c_v \cdot t \quad . \quad (18)$$

Az $(1+y)$ kg tömegű nedves levegő entalpiája tehát:

$$h = h_a + y \cdot h_v = c_a \cdot t + y \cdot (L_0 + c_v \cdot t) \quad . \quad (19)$$

Ha a levegő túltelített, vagyis az y_s telítési nedvességtartalom mellett $(y-y_s)$ mennyiségű ködként kicsapódott nedvességet is tartalmaz, akkor annak az entalpiáját 0°C felett a folyékony víz fajhőjével kell számolnunk:

$$h = c_a \cdot t + y_s \cdot (L_0 + c_v \cdot t) + (y - y_s) \cdot c_w \cdot t \quad , \quad (20)$$

0°C alatt pedig a jég fajhőjével, továbbá a λ olvadáshőt is figyelembe kell vennünk:

$$h = c_a \cdot t + y_s \cdot (L_0 + c_v \cdot t) + (y - y_s) \cdot (c_j \cdot t - \lambda) \quad . \quad (21)$$

A párolgáshő és a fajhő a hőmérséklet függvénye, a víz párolgáshője például 0 és 100°C között több mint 10% -kal csökken. Az irodalomban és a gyakorlatban ezt általában nem veszik figyelembe, és dolgozatomban én is az egyszerűsített eljárásokat ismertetem, a programban azonban a bonyolultabb, de pontosabb számításokat végeztem. Az L_0 (0°C -on mért párolgáshő) helyett az

$$L(t) = 2503 - 2,386 \cdot t \quad (22)$$

formulát használtam (SILVA et al., 2012), a vízgőz és a levegő fajhőjének hőmérséklet-függését másodfokú polinommal közelítettem (HARMATHA, 1987):

$$\begin{aligned} c_a(T) &= 0,94727247 + T \cdot 0,28840472 \cdot 10^{-3} - T^2 \cdot 0,23809517 \cdot 10^{-6} \\ c_v(T) &= 1,1480761 + T \cdot 4,9343111 \cdot 10^{-3} - T^2 \cdot 8,9285712 \cdot 10^{-6} \end{aligned} \quad , \quad (23)$$

ahol T az abszolút hőmérséklet.

Az **adiabatikus telítési hőmérséklet**, vagy **hűlési határhőmérséklet** az a hőmérséklet, amelyet egy légtömeg akkor vesz fel, ha vizet párologtatva belé adiabatikusan (a környezetétől elszigetelve) hűtjük telítődésig úgy, hogy a látens hőt a légtömeg biztosítja. A belépő és a kilépő levegő entalpiája ilyenkor azonos, de az utóbbinak nagyobb a nedvességtartalma és alacsonyabb a hőmérséklete (IBARZ, 2003).

A levegő nedvességtartalmát pszichrométerrel (higrométerrel) mérhetjük meg. A legegyszerűbb az August-féle pszichrométer, ami két hőmérőből áll, melyek közül az egyik állandóan nedvesített gázbe van burkolva (nedves hőmérő). A másik, a száraz hőmérő a normál, hétköznapi értelemben vett léghőmérsékletet méri (**száraz hőmérő hőmérséklet**, a

továbbiakban röviden hőmérséklet), a nedves hőmérő viszont mindig kevesebbet mutat (**nedves hőmérő hőmérséklet**), a felületéről elpárolgó víz hűti. A víz addig fog párologni, míg a hőmérő környezetében lévő levegő telítetté válik, a két hőmérő által mutatott érték különbsége pedig ezzel arányos lesz, ebből tehát következtethetünk a páratartalomra. Minél közelebb áll a levegő nedvességtartalma a telítésihez, annál kevesebb víz párolog el, ezért annál kisebb lesz az eltérés a száraz és a nedves hőmérő hőmérséklet között.

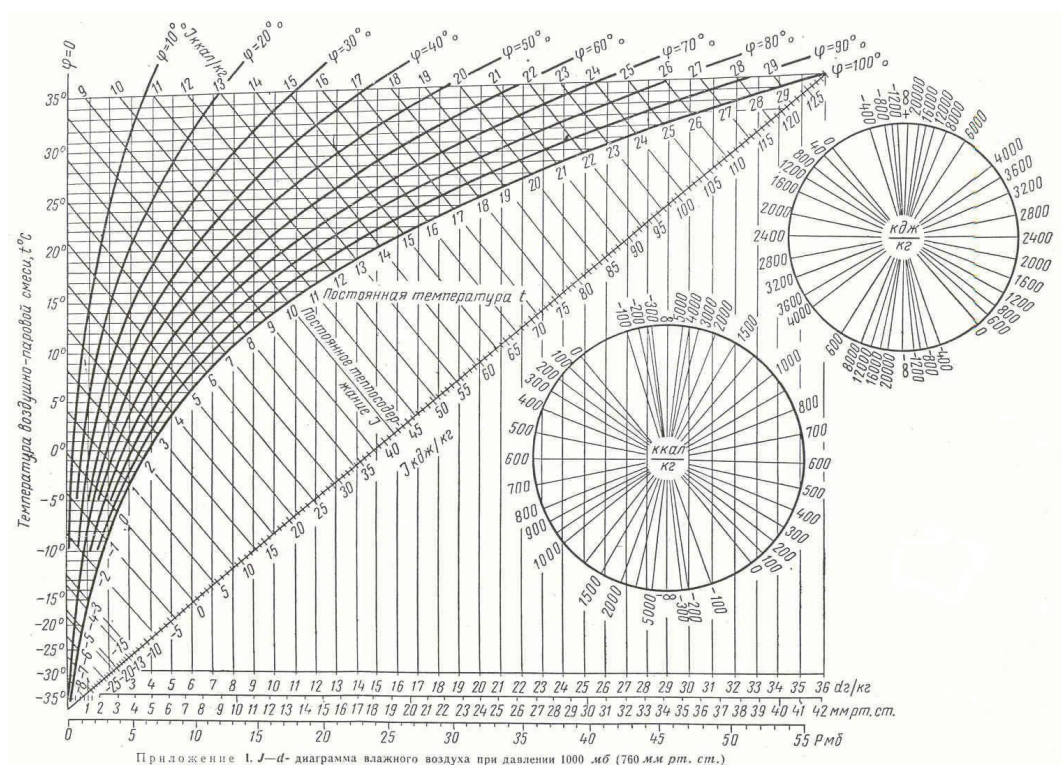
A nedves hőmérő hőmérséklet értéke vízgőz-levegő keverék esetén nagyon közel van az adiabatikus telítési hőmérséklethez, de nem azonos azzal. A víz párolgása látens hőt von el a géztől (és a hőmérőtől), de ahogy az a száraz hőmérő hőmérséklet alá hűl, a levegőből szenzibilis hő áramlik felé, és növeli a hőmérsékletét. A folyamat végén beálló egyensúlyi hőmérséklet a nedves hőmérő hőmérséklet (SINGH, 2009). Az Assmann-féle aspirációs pszichrométer abban különbözik az August-félétől, hogy a levegőt ventilátorral áramoltatja keresztül a készüléken. Ennek köszönhetően a nedves hőmérő hőmérséklet még inkább megközelíti a hűlési határhőmérsékletet (FONYÓ, FÁBRY, 1998).

A **harmatponti hőmérséklet** az a hőmérséklet, melyre a levegőt le kell hűteni ahhoz, hogy telítetté váljon, miközben nedvességtartalma állandó marad. A harmatpont és a száraz hőmérő hőmérséklet közötti különbség szintén a nedvességtartalom függvénye. Minél kisebb a relatív páratartalom, annál nagyobb az eltérés. A harmatpont egyszerűen mérhető: egy fényes fémlapot annyira lehűtünk, hogy a felületére pára csapódik le a levegőből. Ezután várunk, míg melegszik, és a párafolt zsugorodik. Abban a pillanatban amikor eltűnik, leolvassuk a vele érintkeztetett hőmérőt (BIHARI, 2001).

1.2. A nedves levegő diagramjai

A fenti összefüggések alkalmazása légtechnikai műveletek tervezése során nehézkes, munkaigényes. Hatékonyabban elemezhetjük a folyamatokat, ha az állapotjelzőket diagramban szemléltetjük, és ezzel számítási műveleteket is megtakaríthatunk.

A nedves levegő diagramjait három mérnök-tudós alkotta meg, egymástól függetlenül: az amerikai Willis Carrier 1911-ben, az orosz Leonid Konstantinovics Ramzin 1918-ban és a német Richard Mollier 1923-ban. Magyarországon, és általában Közép-Európában elsősorban a Mollier-féle h - y diagram használatos, az angolszász országokban pedig a Carrier-féle pszichrometriai (t - y) diagram terjedt el. A Ramzin-diagram (1. ábra) a valamikori Szovjetunió területén volt népszerű, de mára kiszorult a használatból (Todorovic, 2007).



1. ábra: A Ramzin-diagram (Todorovic, 2007)

1.2.1. A Mollier-diagram

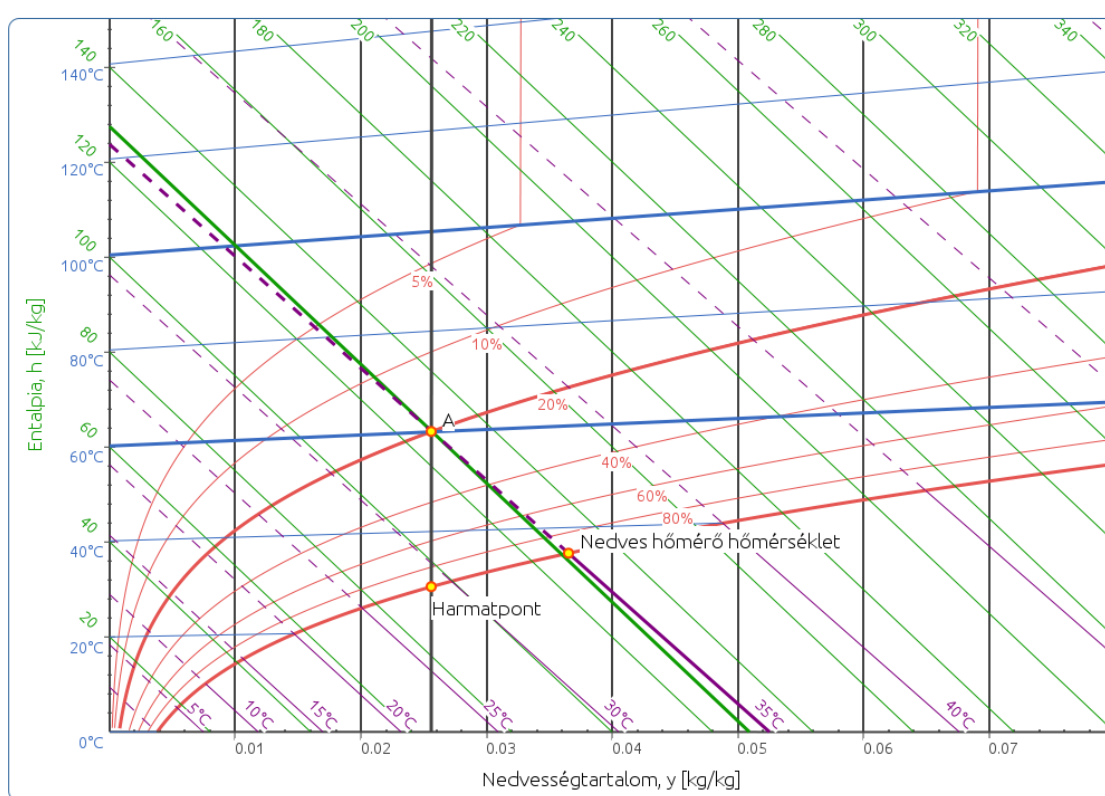
Ha a hagyományos módon, derékszögű koordináta-rendszerben ábrázoljuk az entalpiát a nedvességtartalom függvényében, akkor a gyakorlatban nehezen használható diagramot kapunk.

Mint a 2. ábrán látható, a kék színű izotermák meredek szögben futnak felfelé, emiatt igen szűk a 100 % relatív páratartalom fölötti telítetlen mező, ami a szárítási folyamatok tervezése szempontjából a legfontosabb lenne (BEKE, 1994).

Azonban ha ferdeszögű koordináta-rendszert használunk, tehát a vízszintes tengelyt elforgatjuk lefelé, akkor a diagram hasznos területe jelentősen megnő (3. ábra). Ramzin egyszerűen 45°-os szöget használt, Mollier a $h = c_a \cdot t + y \cdot c_v \cdot t + y \cdot L_0$ függvény a többihez képest nagy, a párolgáshővel arányos $y \cdot L_0$ tagját a vízszintes tengely alá mérte fel. Így az entalpiavonalak hajlásszöge kb. 50° (ez az aktuális diagramon alkalmazott léptékek függvényében változik), a 0 °C -os izoterma pedig pontosan vízszintes (FONYÓ, FÁBRY, 1998). A 2. és 3. ábrákon az A és B pont távolsága $y \cdot L_0$, a B–C távolság pedig

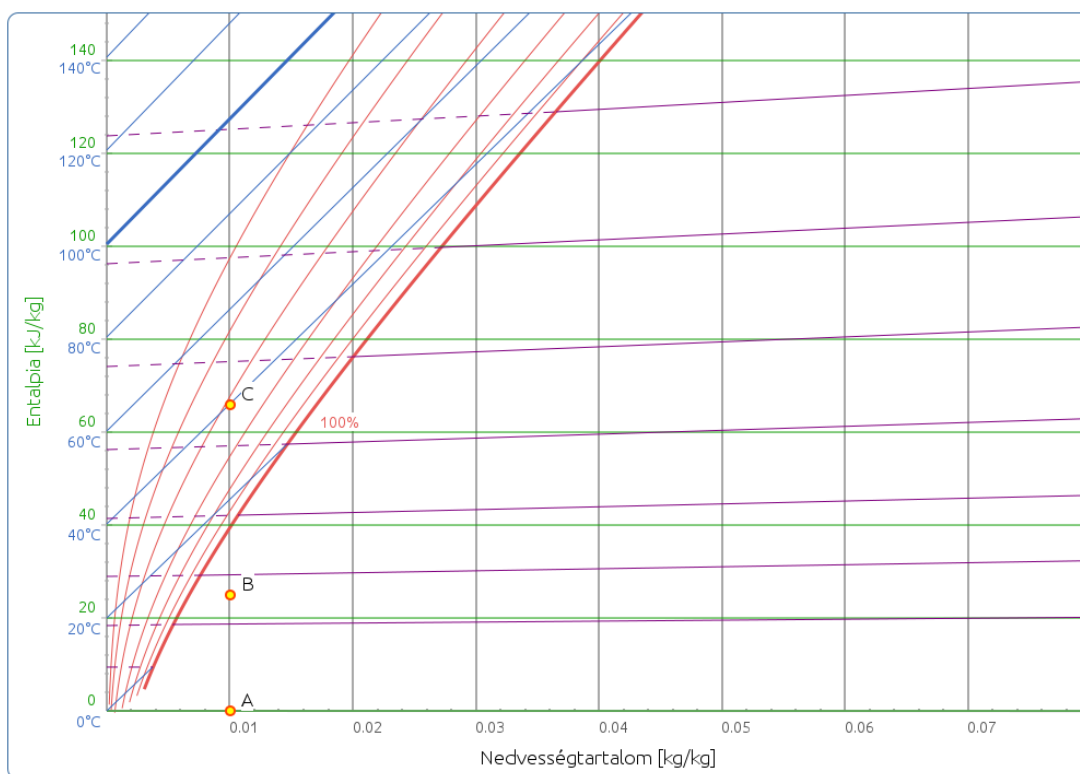
$$c_a \cdot t + y \cdot c_v \cdot t$$

Az izotermákról fontos még megjegyezni, hogy a látszattal ellentétben nem párhuzamosak, hanem legyezőszerűen szétterülnek, meredekségük a hőmérséklet emelkedésével növekszik. A 100 %-os relatív páratartalom görbénél azonban megtörnek, és közel párhuzamossá válnak az entalpiavonalakkal, ott ugyanis a nedvességtartalom növekedésével az entalpia már csak a folyadékhővel növekszik. A telítési görbe alatti területet ködmezőnek, a töréspont utáni szakaszokat pedig ködizotermának nevezzük. Szokás a ködizotermákat meghosszabbítva a gőzmezőben is ábrázolni (szaggatott vonalak), hogy ezzel megkönnyítsük a nedves hőmérő hőmérséklet leolvasását, illetve a nedvességtartalom pszichrométerrel történő meghatározását (4. ábra).

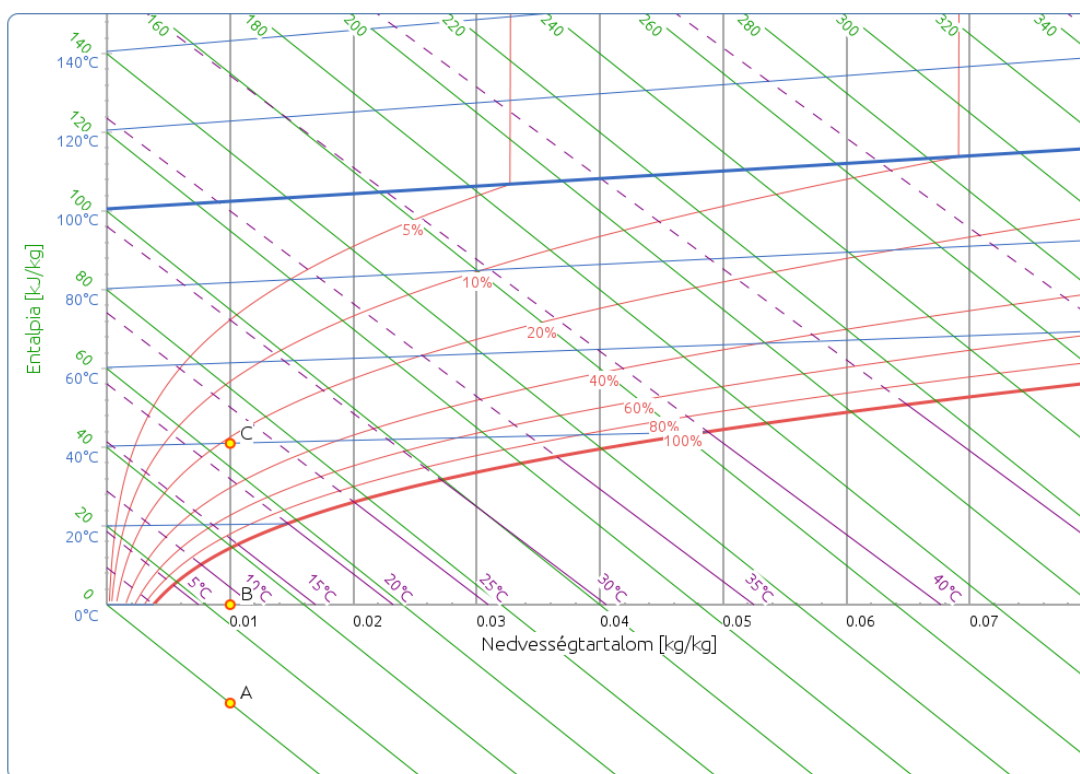


2. ábra: A nedves hőmérő hőmérséklet leolvasása a Mollier-diagramon

A relatív nedvességtartalom görbék a forrásponti izotermánál megtörnek, és függőlegesen felfelé futnak. A forráspont alatt ϕ a telítési gőznyomás, és ennél fogva hőmérséklet függvénye is. Definíció szerint a forráspont az a hőmérséklet, aminél a telítési gőznyomás eléri az össznyomást, ezt az értéket pedig nem haladhatja meg, tehát már nem függvénye a hőmérsékletnek, kizárólag az összetételnek.

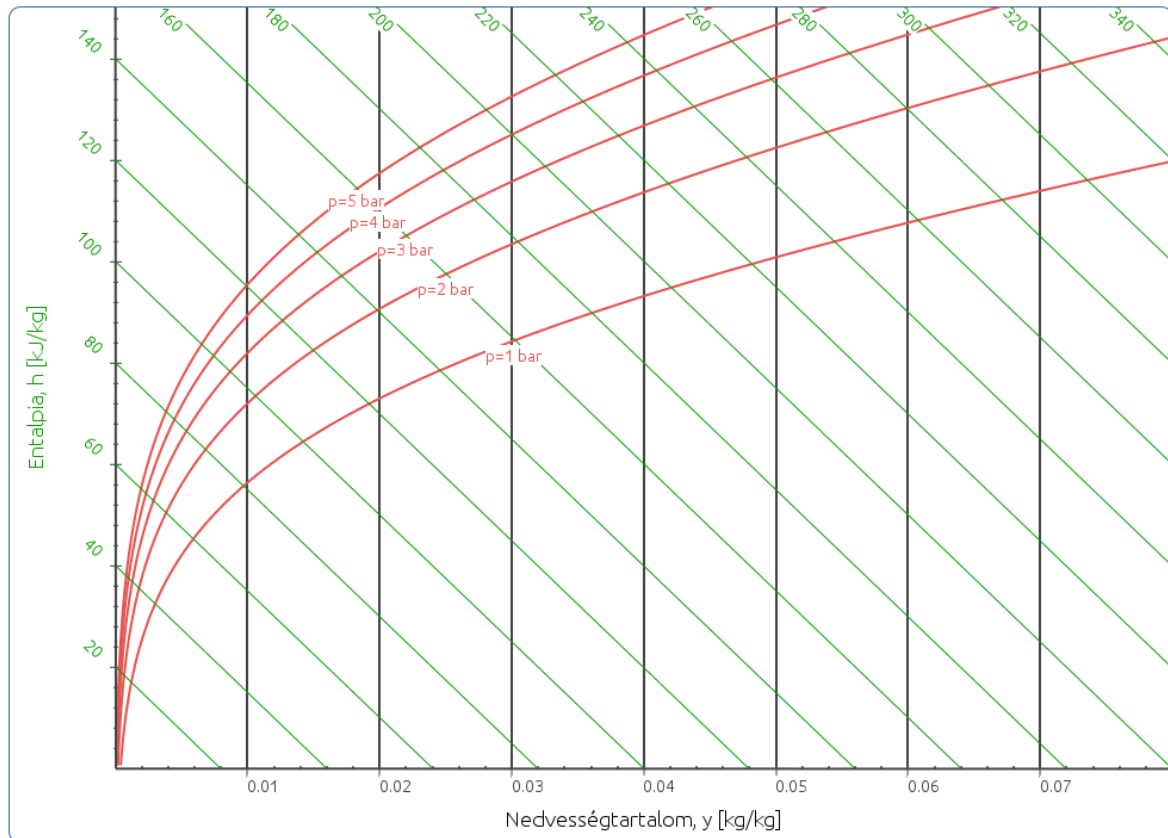


3. ábra: Derékszögű h - y diagram



4. ábra: Ferdeszögű h - y diagram

A diagram egy meghatározott össznyomásra készül (pl. 1 atm), egy izobár síknak tekinthető. Magasabb össznyomáson a relatív nedvességtartalom görbék felfelé tolódnak (5. ábra).



5. ábra: Telítési görbék ($\varphi=1$) különböző nyomásokon

1.2.2. A pszichrometriai diagram

A Carrier-féle pszichrometriai (t - y) diagram (6. ábra) ugyanazokat a paramétereket tartalmazza, mint a Mollier-diagram, csak másképp ábrázolja. Tükrözéssel és 90° -os elforgatással az egyik diagram a másikba majdnem pontosan átvihető, de nem tökéletesen. Például míg a h - y diagramon az izotermák legyezőszerűen szétterülnek és távolságuk változik, a t - y diagramon egymástól egyenlő távolságban futó párhuzamos egyenesek. A kettő tehát teljesen egyenértékűen használható, pusztán történeti okokból preferálják a világ egyes részein az egyiket máshol a másikat.

Az egyes állapotjelzők meghatározása a pszichrometriai diagramon:

Száraz hőmérő hőmérséklet: az állapotpontból a kék színű, függőleges egyenesek (izotermák) mentén a vízszintes tengelyről olvasható le.

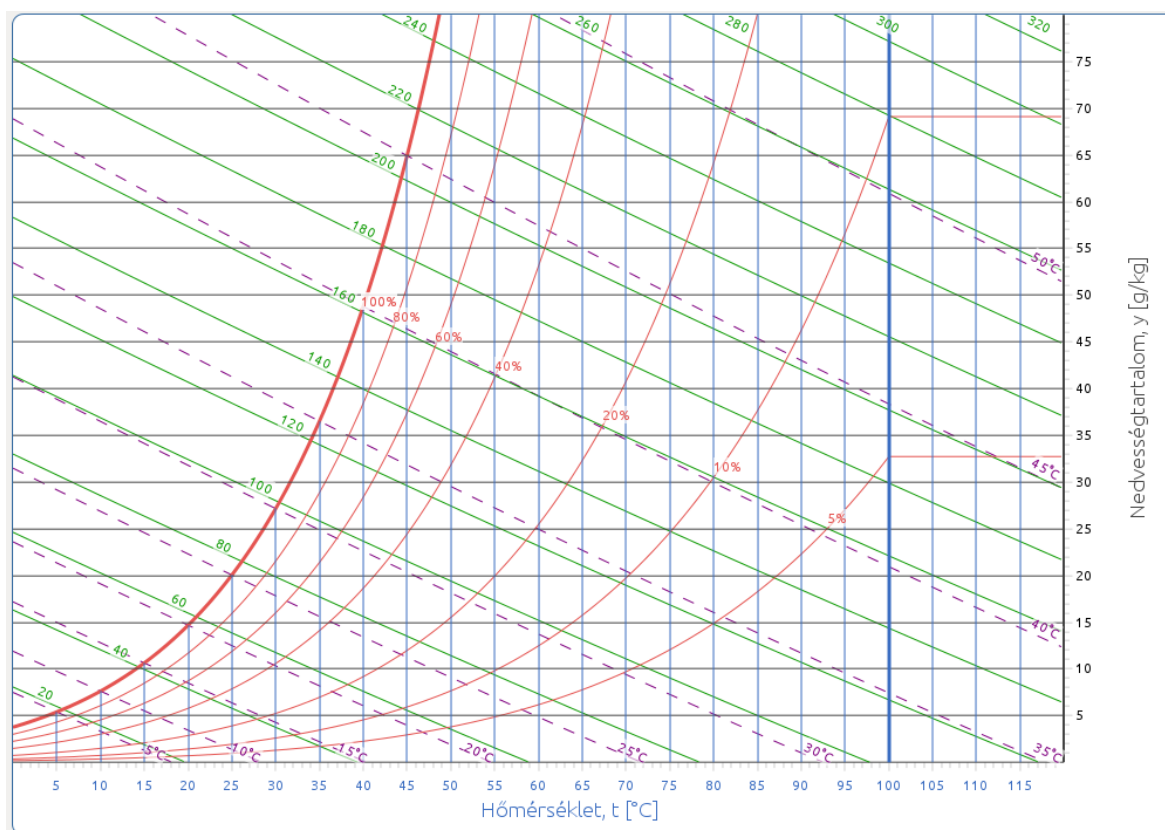
Nedves hőmérő hőmérséklet: a ködizotermák, vagy adiabaták (lila, ferde szaggatott vonalak) mentén.

Relatív páratartalom: hiperbolikus görbék, melyek a növekvő páratartalommal egyre közelebb kerülnek egymáshoz. A tökéletesen száraz levegő 0%-os görbéje a vízszintes tengelyen fekszik. A száraz és nedves hőmérő hőmérséklet vonalak a 100%-os relatív páratartalom görbénél, azaz a telítési görbénél találkoznak.

Harmatponti hőmérséklet: az állapotponthoz tartozó állandó nedvességtartalom vízszintes vonala és telítési görbe metszéspontja adja a harmatpontot. Az ehhez tartozó hőmérsékletet a fent említett módon olvashatjuk le.

Abszolút nedvességtartalom: a diagram vízszintes egyenesei mentén az ordinátán, vagyis a függőleges tengelyen határozható meg, mértékegysége: (g nedvesség) / (kg száraz levegő).

Fajlagos entalpia: az adiabatákkal közel párhuzamosan futó zöld vonalak mentén olvasható le.



6. ábra: A pszichrometriai diagram

2. Implementáció

2.1. Számítások

A számítások során gyakran lesz szükséges a hőmérséklet és telítési gőznyomás közötti függvénykapcsolat használata, ennek pontos alakja azonban nem ismert. Az összetartozó hőmérséklet- és nyomásértékeket úgynevezett vízgőztáblázatokból kereshetjük ki. Hosszú adatsorokat begépelni azonban nem elegáns megoldás, kényelmetlen és hibákhoz is vezethet. Ezenfelül az adatpontok közötti interpoláció mindenképp szükséges volt, ezért az Antoine-egyenlet használata mellett döntöttem.

Az **Antoine-egyenlet** a telítési hőmérséklet és telítési gőznyomás összefüggését leíró interpolációs formula:

$$\ln(p_s) = A + \frac{B}{C + t_s}, \quad (24)$$

ahol A, B és C konstansok. A függvény egyszerűsége miatt nem elég rugalmas ahhoz, hogy a teljes telítési gőznyomás görbét pontosan leírja, ezért 50–60 °C-os intervallumonként más-más paraméterkészletet kell használni. A paramétereket meghatározhatjuk az adott hőmérséklet-tartomány három, vízgőztáblázatból vett hőmérséklet–nyomás értékpárjának segítségével (HARMATHA, 1987). Ezeket az Antoine-egyenletbe helyettesítve egy háromismeretlenes egyenletrendszert kapunk, amely lineáris algebrai módszerekkel (Cramer-szabály) egyszerűen megoldható:

$$\begin{aligned} A \cdot C + A \cdot t_{s1} + B - C \cdot \ln(p_{s1}) &= t_{s1} \cdot \ln(p_{s1}) \\ A \cdot C + A \cdot t_{s2} + B - C \cdot \ln(p_{s2}) &= t_{s2} \cdot \ln(p_{s2}) \\ A \cdot C + A \cdot t_{s3} + B - C \cdot \ln(p_{s3}) &= t_{s3} \cdot \ln(p_{s3}) \end{aligned} \quad (25)$$

HARMATHA (1987) algoritmus alapján egy kis segédprogramot írtam az A, B, C konstansok értékeinek meghatározására kb. 50 °C-os intervallumokban, melyek együtt a hármasponttól a kritikus pontig lefedik a telítési gőznyomás görbét. Az eredmények a 2. táblázatban láthatók. A hőmérséklet és nyomás adatokat (FONYÓ, FÁBRY, 1998)-ból vettem át.

A Gibbs-féle fázistörvény értelmében egy rendszer szabadsági fokainak (független állapotjelzőinek) száma: $F = C - P + 2$, ahol C a komponensek száma, P pedig a fázisok száma. A nedves levegő kétkomponensű, egyfázisú rendszer, ezért állapotát $F = 2 - 1 + 2 = 3$ változó egyértelműen meghatározza, tehát bármely három állapotjelző ismeretében az összes

többi kiszámítható. Három változó ismerete nem csak elégséges, de szükséges feltétel is, háromnál több állapotjelző ugyanis már nem feltétlenül határoz meg egyértelműen egy állapotpontot.

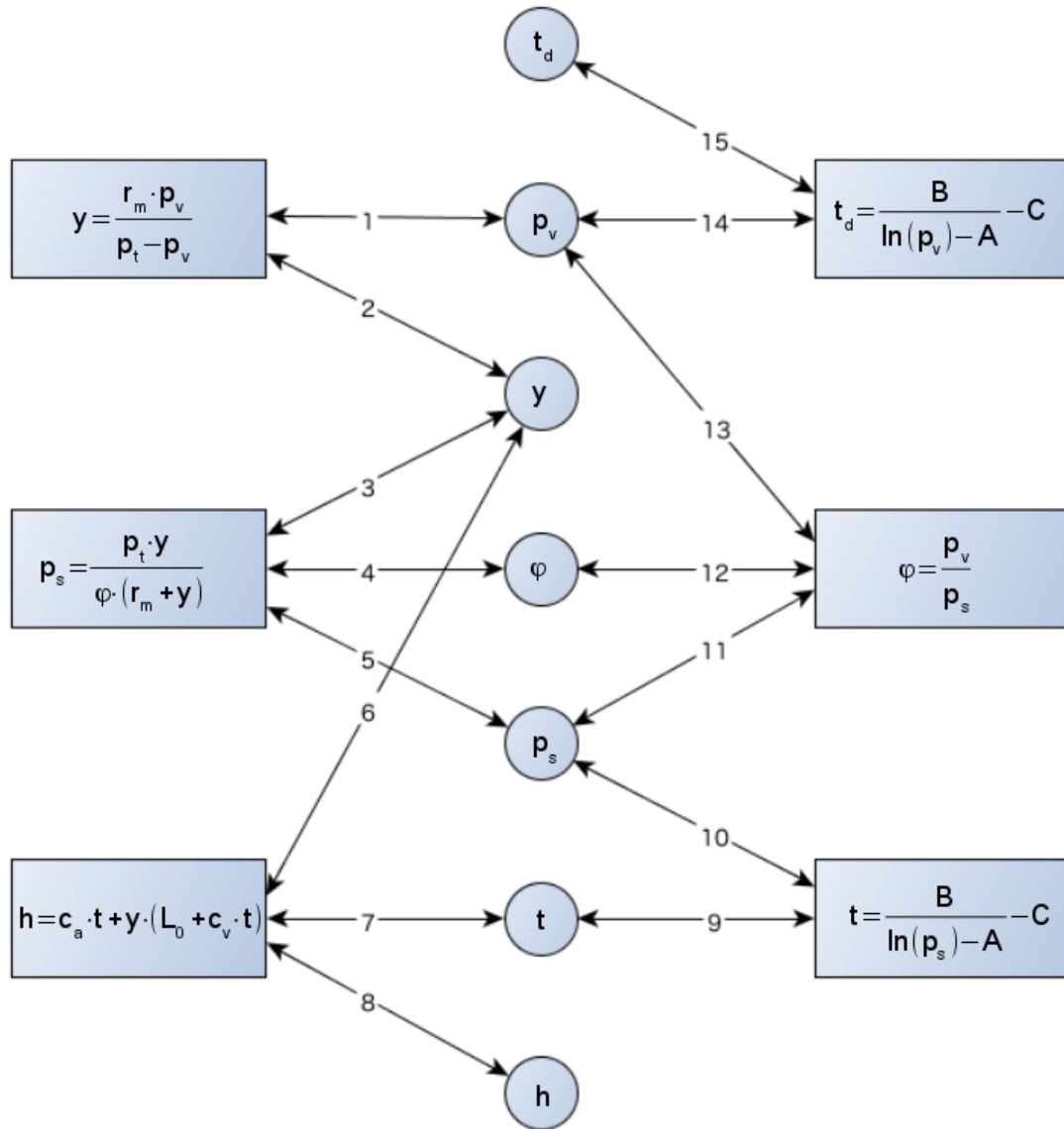
2. táblázat: Az Antoine-egyenlet konstansai különböző hőmérséklet- és nyomásintervallumokban

$p_{\min}$ (Pa)	$p_{\max}$ (Pa)	$t_{\min}$ (°C)	$t_{\max}$ (°C)	A	B	C
611,29	12000	0,00	49,45	23,7520	-4134,9088	238,5104
12000	100000	49,45	99,64	23,2125	-3827,3937	227,4984
100000	500000	99,64	151,48	24,2231	-4544,5633	257,9139
500000	1600000	151,48	201,36	24,5626	-5041,9476	289,2392
1600000	4000000	201,36	250,33	23,5217	-4106,8237	243,2856
4000000	8500000	250,33	299,24	24,0968	-4698,8506	277,9287
8500000	22120000	299,24	374,15	27,9045	-10287,6819	561,7324

A program hét változóval számol: nyomás, száraz hőmérő hőmérséklet, nedves hőmérő hőmérséklet, harmatponti hőmérséklet, nedvességtartalom, relatív nedvességtartalom és entalpia. Ezek közül emeljük ki a nyomást, amit a felhasználónak mindenképp meg kell adnia (ez alapján rajzolja majd a program a diagramokat), a másik kettőt szabadon megválaszthatja. A lehetséges esetek száma a hat változó másodosztályú, ismétlés nélküli kombinációinak számával egyenlő:

$$\binom{6}{2} = \frac{6!}{2! \cdot 4!} = 15 \quad . \quad (26)$$

A t hőmérséklet, t_d harmatponti hőmérséklet, h entalpia, y nedvességtartalom, φ relatív nedvességtartalom, p_v parciális gőznyomás és p_s telítési gőznyomás közötti összefüggéseket a 7. ábra mutatja. Az egyenletekben szereplő többi tag konstans, vagy ismert változó (p , össznyomás). Az egyes esetekben használt algoritmusokat a 3. táblázat foglalja össze.



7. ábra: A nedves levegő állapotjelzői közötti kapcsolatrendszer

A program a felhasználó által megadott két adatnak megfelelő sor illetve oszlop cellájában lévő műveleteket végzi el. Vegyük például a táblázat első celláját! Ismert t és h , ezekből a 7. ábrán a 8,7 $\rightarrow$ 6 utat követve kiszámíthatjuk y -t, valamint t -ből p_s -t a 9-es úton. p_s -ből és y -ból φ -t (5,3 $\rightarrow$ 4), y -ból p_v -t (2 $\rightarrow$ 1), és végül t_d -t ($\rightarrow$ 14).

3. táblázat: Algoritmusok az állapotjelzők kiszámítására
a kiindulási adatok néhány kombinációja esetén

	h	y	φ	t_d
t	$t, h \rightarrow y$ $t \rightarrow p_s$ $p_s, y \rightarrow \varphi$ $y \rightarrow p_v$ $p_v \rightarrow t_d$	$t, y \rightarrow h$ $t \rightarrow p_s$ $p_s, y \rightarrow \varphi$ $y \rightarrow p_v$ $p_v \rightarrow t_d$	$t \rightarrow p_s$ $p_s, \varphi \rightarrow y$ $t, y \rightarrow h$ $y \rightarrow p_v$ $p_v \rightarrow t_d$	$t_d \rightarrow p_v$ $t \rightarrow p_s$ $p_v, p_s \rightarrow \varphi$ $p_s, \varphi \rightarrow y$ $t, y \rightarrow h$
h		$h, y \rightarrow t$ $t \rightarrow p_s$ $p_s, y \rightarrow \varphi$ $y \rightarrow p_v$ $p_v \rightarrow t_d$	?	$t_d \rightarrow p_v$ $p_v \rightarrow y$ $h, y \rightarrow t$ $t \rightarrow p_s$ $p_s, y \rightarrow \varphi$
y			$y \rightarrow p_v$ $p_v, \varphi \rightarrow p_s$ $p_s \rightarrow t$ $t, y \rightarrow h$ $p_v \rightarrow t_d$	X
φ				$t_d \rightarrow p_v$ $p_v \rightarrow y$ $\varphi, y \rightarrow p_s$ $p_s \rightarrow t$ $t, y \rightarrow h$

A táblázatban „X”-szel jelöltem az állapotjelzők egyetlen párosát amiből nem lehet az állapotpontot meghatározni (harmatponti hőmérséklet és nedvességtartalom), a harmatpont ugyanis kizárólag a nedvességtartalom függvénye. Pozícióját a Mollier-diagramban egyértelműen meghatározza az adott pont y összetétele: az y -on átmenő függőleges egyenes és a $\varphi=1$ görbe metszéspontja. A tényleges állapotpontról csak annyi tudható, hogy az is erre az egyenesre esik, valahol a harmatpont fölött.

Egy kérdőjeles eset is van a táblázatban, ugyanis ha csak h és φ ismert, nincs egyszerű megoldás a 7. ábra összefüggéseinek felhasználásával. Az entalpia csak a

$$h = c_a \cdot t + y \cdot (L_0 + c_v \cdot t) \quad (27)$$

kifejezésben szerepel, de a t hőmérséklet és az y nedvességtartalom is ismeretlen. y -t ki tudjuk fejezni φ -vel. Definíció szerint:

$$y = r_m \cdot \frac{p_v}{p_t - p_v} \quad \text{és} \quad p_v = \varphi \cdot p_s, \quad \text{ezekből} \quad (28)$$

$$y = \frac{r_m \cdot \varphi \cdot p_s}{p_t - \varphi \cdot p_s} . \quad (29)$$

A p_s telítési gőznyomás szintén ismeretlen, viszont az Antoine-egyenlet révén a hőmérsékletet is ki tudjuk vele fejezni, és akkor az egyenlet egyismeretlenessé válik. Ezeket behelyettesítve:

$$h = \frac{c_a \cdot B}{\ln(p_s) - A} - C + \frac{r_m \cdot \varphi \cdot p_s}{p_t - \varphi \cdot p_s} \cdot \left(L_0 + \frac{c_v \cdot B}{\ln(p_s) - A} - C \right) . \quad (30)$$

Az egyenlet komplikáltnak tűnik, de átalakítás, a konstansok összevonása után egyszerűbb formában is felírható:

$$\ln(p_s) = c \cdot p_s . \quad (31)$$

Ha ebből kiszámítanánk p_s -t, akkor t -t és y -t is megkapnánk. Csakhogy ezt az egyszerű egyenletet nem lehet megoldani, ugyanis p_s lineáris és logaritmikus alakban is szerepel benne. Az exponenciális függvény alkalmazásával ki tudjuk hozni a logaritmusból:

$$p_s = c' \cdot e^{p_s} , \quad (32)$$

így viszont az eddig lineáris tag kitevőbe kerül, ahonnan csak logaritmálással tudjuk kihozni, amivel visszajutunk az eredeti problémához. Analitikus megoldás híján közelítő megoldást kell találnunk.

A **szelőmódszer** a numerikus analízis évezredek óta ismert eszköze függvények gyökének közelítésére. (PAPAKONSTANTINOU, 2007) Hasonló a Newton-módszerhez, de azzal ellentétben alkalmazása nem kívánja meg a függvény deriváltjának ismeretét. Az eljárás lényege a következő: két becsült értékből (x_0 és x_1) kiindulva kiszámítjuk az $f(x_0)$ és $f(x_1)$ függvényértékeket. Ezek egy-egy pontot határoznak meg a függvény gráfján, amelyeket összekötő egyenes egyenlete:

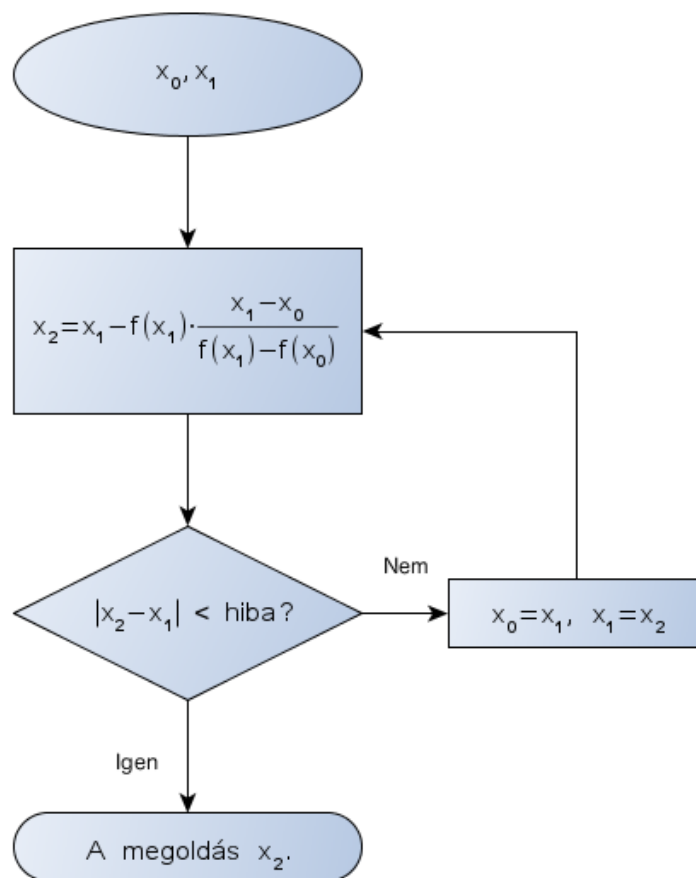
$$y = \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0} \cdot (x_2 - x_0) + f(x_1) . \quad (33)$$

Ha megkeressük az egyenlet gyökét, vagyis $y=0$ -t behelyettesítve megoldjuk az egyenletet x_2 -

re, az alábbi összefüggéshez jutunk:

$$x_2 = x_1 - f(x_1) \cdot \frac{x_1 - x_0}{f(x_1) - f(x_0)} \quad (34)$$

Ezután a kapott x_2 értéket x_1 -nek, x_1 -et x_0 -nak véve újra kiértékeljük a fenti egyenletet. Ezt az eljárást addig ismételjük, míg két egymást követő gyök közötti különbség elegendően kicsi nem lesz. A folyamatot a 8. ábra szemlélteti.

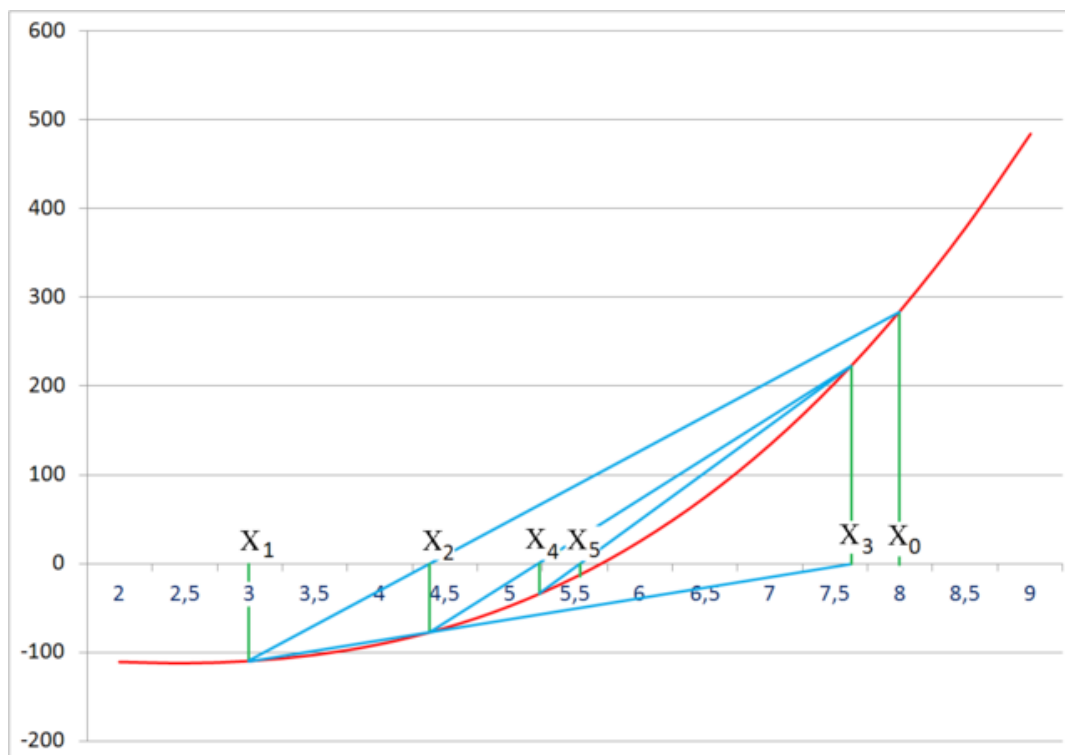


8. ábra: A szelőmódszer folyamatábrája

Mint a 9. ábrán látható, a konvergencia viszonylag gyors (bár meg kell jegyeznünk, hogy nem mindig konvergál, de ez szerencsére nem az az eset).

A p_s -re adott két becslés legyen 0 és az össznyomás, ugyanis ezek a függvény értelmezési tartományának a végpontjai, a keresett érték mindenképp ezen határok közé esik. 0 és 10^5 Pa

között a hiba mindössze öt iterációs lépés után 1 Pa alá csökken.



9. ábra: A szelőmódszer konvergenciája (Forrás: https://ru.wikipedia.org/wiki/Memod_xopd)

A nedves hőmérő hőmérséklettel kapcsolatos számításokat részletesebben is bemutatom.

Ha adott a hőmérséklet és a nedves hőmérő hőmérséklet

A telített levegő entalpiája és nedvességtartalma egyszerűen meghatározható:

$$h_s = c_a \cdot t_w + y_s \cdot (L_0 + c_v \cdot t_w) \quad , \text{ és} \quad (35)$$

$$y_s = \frac{r_m \cdot p_s}{p_t - p_s} \quad . \quad (36)$$

Az entalpia a ködmezőben, a telítési görbe alatt, ahol $(y - y_s)$ mennyiségű kondenzálódott víz is van a levegőben:

$$h = h_s + (y - y_s) \cdot c_w \cdot t_w \quad , \quad (37)$$

ahol c_w a víz fajhője. Ebben kifejezésben két ismeretlen szerepel, h és y , a megoldáshoz tehát

szükségünk van még egy egyenletre. A keresett állapotpont entalpiája:

$$h = c_a \cdot t + y \cdot (L_0 + c_v \cdot t) \quad . \quad (38)$$

A keresett állapotpont az entalpiavonalának és a telítési pontján átmenő adiabatának a metszéspontja:

$$h_s + (y - y_s) \cdot c_w \cdot t_w = c_a \cdot t + y \cdot (L_0 + c_v \cdot t) \quad . \quad (39)$$

y -t kifejezve:

$$y = \frac{h_s - c_a \cdot t - y_s \cdot c_w \cdot t_w}{L_0 + c_v \cdot t - c_w \cdot t_w} \quad , \quad (40)$$

majd visszahelyettesítve az entalpia egyenletébe h -t is megkapjuk. A többi állapotjelző meghatározása a korábban ismertetett módon lehetséges.

Ha adott a nedvességtartalom és a nedves hőmérő hőmérséklet

A nedves hőmérő hőmérsékletből kiszámítjuk a p_s telítési gőznyomást. Mivel a telítési pontban $\varphi=1$,

$$y_s = \frac{r_m \cdot \varphi \cdot p_s}{p_t - \varphi \cdot p_s} = \frac{r_m \cdot p_s}{p_t - p_s} \quad . \quad (41)$$

Ebből számíthatjuk a h_s telítési entalpiát, mint fent. Mivel y most ismert, az entalpiát meghatározhatjuk

$$h = h_s + (y - y_s) \cdot c_w \cdot t_w \quad \text{-ből,} \quad (42)$$

majd a hőmérsékletet

$$h = c_a \cdot t + y \cdot (L_0 + c_v \cdot t) \quad \text{-ből.} \quad (43)$$

Ha adott az entalpia és a nedves hőmérő hőmérséklet

Ugyanazokat az összefüggéseket használhatjuk, mint az előző esetben.

Ha adott az relatív nedvességtartalom és a nedves hőmérő hőmérséklet

A már ismert módon kiszámítjuk y_s -t és h_s -t. A korábban részletesen ismertetett

szelőmódszerrel h_s -ből és φ -ból meghatározzuk a telítési gőznyomást, és ezt vesszük a h -hoz tartozó telítési gőznyomás első becslésének.

$$y = \frac{r_m \cdot \varphi \cdot p_s}{p_t - \varphi \cdot p_s} \quad \text{-ből számolva teszünk egy kezdeti becslést } y\text{-ra és} \quad h = h_s + (y - y_s) \cdot c_w \cdot t_w \quad -$$

ből h -ra. A kapott h -ból és φ -ból kiszámítunk egy újabb, pontosabb értéket p_s -re, majd y -ra és h -ra. Ezt iteratívan folytatjuk, míg el nem érjük a kellő pontosságot. A tapasztalat szerint az eltérés már a harmadik iteráció után 1 % alá csökken.

Ha adott a harmatpont és a nedves hőmérő hőmérséklet

A t_d harmatpontból az Antoine-egyenlettel kiszámíthatjuk a p_v parciális gőznyomást, ugyanis a harmatpont az a hőmérséklet, amin az adott összetételű elegy telített.

$$y = \frac{r_m \cdot p_v}{p_t - p_v} \quad , \text{ innentől pedig } y\text{-ból úgy számolhatunk, mint fent.}$$

A nedves hőmérő hőmérsékletet meghatározása

Ehhez szükséges h és y ismerete. Számítsuk ki a h -hoz és $\varphi=1$ -hez tartozó p_s telítési gőznyomást a szelőmódszerrel, majd az ehhez tartozó hőmérsékletet az Antoine-egyenlettel. Ez lesz az első becslésünk t_w -re. t_w -ből a már ismertetett eljárással kiszámítjuk y_s -t, abból h_s -t, végül a tényleges nedves hőmérő hőmérsékletet h_s -ből és $\varphi=1$ -ből.

2.2. Pontosság

A számítások pontosságát végső soron a felhasználó által megadott értékek pontossága szabja meg. Mivel ezek általában mért adatok, és legfeljebb 3-4 értékes jegyig ismertek, ezért félrevezető lenne az eredményeket 8-10 tizedesjegyig kiírni, ahogyan azt sok más szoftver teszi. A program a bemenő adatok pontosságából (az értékes jegyek számából) állapítja meg, hogy legfeljebb milyen pontossággal adhatja meg az eredményeket. Egészen pontosan a Gauss-féle hibaterjedési törvény alkalmazásával határozható meg az eredmények bizonytalansága:

$$s_f = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 \cdot s_x^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 \cdot s_y^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)^2 \cdot s_z^2 + \dots} \quad , \quad (44)$$

ahol s_f a függvény szórása, s_x az x változó szórása, stb. A parciális deriváltakat egyszerű, gyors numerikus eljárással, kétpontos differenciahányados kiszámításával határoztam meg:

$$f' = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x-h)}{2h} . \quad (45)$$

2.3. Webprogramozás

A webes programok új keletű népszerűségének oka, hogy külön letöltés, telepítés nélkül, operációs rendszertől függetlenül azonnal használhatók minden számítógépen, amin van böngésző, tehát gyakorlatilag bárhol, akár mobil eszközökön is. A felhasználói felület mindenki számára ismerős, és mindig a program legfrissebb változatát futtathatjuk. Hátrányuk viszont, hogy csak *on line* használhatók. Ezt kliensoldali programozás alkalmazásával küszöböltem ki, ami azt jelenti, hogy a program nem a szerveren, a kiszolgáló gépen, hanem a felhasználó gépén fut, tehát internetkapcsolat nélkül is működik.

Egy tipikus weboldal három fő komponense az HTML a CSS és a JavaScript. Az **HTML** dokumentum tartalmazza az oldal szövegét, valamint a *tartalomra* vonatkozó szemantikus és strukturális információt az HTML (HyperText Markup Language) nyelven megfogalmazva, amely úgynevezett *tageket*, címkéket alkalmaz a tartalom különböző elemeinek jelölésére. A CSS (Cascading Style Sheets) egy stílusleíró nyelv, mely az HTML dokumentumban található elemek *megjelenését* (színét, méretét, stb.) írja le. A **JavaScript** egy programozási nyelv, ami lehetővé teszi, hogy az egyébként statikus weboldal tartalmát dinamikusan változóvá tegyünk, számításokat végezzünk, stb.

Mivel az általam írt program meglehetősen komplex (valamint a forráskódja megtalálható a <http://hyde.fastmail.jp> címen), ezért szeretném egy egyszerűbb példán keresztül bemutatni az alkalmazott technológiákat. Készítsünk egy weboldalt, ami egyszerű számológépként működik! A felhasználó megad két számot és a műveleti jelet, a program pedig gombnyomásra kiírja az eredményt (10. ábra).

10. ábra: Egy egyszerű weboldal

Az HTML dokumentum:

```
<!DOCTYPE html>
<html lang="hu">
  <head>
    <title>Számológép</title>
    <link rel="stylesheet" type="text/css" href="calc.css" />
    <script type="text/javascript" src="calc.js"></script>
  </head>
  <body>
    <h1>Számológép</h1>
    <label>Első szám: </label><input type="text" id="number1"><br>
    <label>Műveleti jel (+ - * /): </label><input type="text" id="operator"><br>
    <label>Második szám: </label><input type="text" id="number2"><br>
    <label>Eredmény: </label><input type="text" id="result"><br>
    <input type="button" id="calc" value="Számol" onClick="calc()">
  </body>
</html>
```

Az első sor deklarálja, hogy a dokumentum típusa HTML.

Az `<html lang="hu">` tag egy magyar nyelvű HTML dokumentum gyökere – minden más elem ennek a leszármazottja lesz egy hierarchikus struktúrában.

A `<head>`, azaz „fej” tag különféle metaadatokat, pl. a `<title>` taget, ami a címet (itt

„Számológép”) jelöli, valamint stíluslapokra és szkriptekre mutató linkeket (hivatkozásokat) tartalmaz.

A **<body>** tag a dokumentum törzse, az oldal tényleges tartalma.

Az **<h1>** tag a legfelső szintű címsort jelöli (heading 1).

A **<label>** tagek címkéket jelölnek.

Az **<input>** tagek a **type** attribútumukkal meghatározott típusú interaktív vezérlőelemek. Itt négy szövegbeviteli mezőt (**text**) hoztunk létre a két operandusnak, az operátornak és az eredménynek, valamint egy „Számol” feliratú gombot (**button**).

Az **id** attribútum a vezérlő azonosítója.

A gomb megnyomásakor (**onClick**) a „**calc()**” nevű JavaScript függvényt fogja meghívni (lásd lentebb).

A **
** tagek a sor végét jelzik, ezek nélkül minden egy sorban jelenne meg.

Az alábbi CSS stíluslappal a **<h1>** taggel jelölt főcím betűszínét kékre állítjuk, az oldal háttérszínét hexadecimális formában, az RGB szintérbeli koordinátaival adjuk meg, a címkék szélessége 150 pixel, a szövegmezőké pedig 80 pixel lesz.

```
h1
{
    color: blue;
}
body
{
    background-color: #FCF6CF;
}
label
{
    display: inline-block;
    width: 150px;
}
input
{
    width: 80px;
}
```

Figyeljük meg a tartalom (HTML) és a megjelenés (CSS) szétválasztását! Ez több

okból is praktikus. Egyrészt az HTML fájlban nem kell minden **<label>** tagben külön-külön megadni a szélességet (bár a lehetőség továbbra is adott), másrészt így ugyanazt a stíluslapot használhatjuk több, különböző szöveget tartalmazó HTML dokumentum formázására. Ha változtatni akarunk például a betűszíneken, akkor elegendő ezen az egy ponton beavatkozni.

A JavaScript kód egyetlen, **calc()** nevű függvényt tartalmaz, melyet a **function** kulcsszóval deklarálunk:

```
function calc()
{
    var operator = document.getElementById("operator").value;
    var n1 = parseFloat(document.getElementById("number1").value);
    var n2 = parseFloat(document.getElementById("number2").value);
    var result;

    if(operator == "+")
    {
        result = n1 + n2;
    }
    else if(operator == "-")
    {
        result = n1 - n2;
    }
    else if(operator == "*")
    {
        result = n1 * n2;
    }
    else if(operator == "/")
    {
        result = n1 / n2;
    }
    else
    {
        alert("Írjon be két számot és a + - * / műveleti jelek egyikét!");
        result = "?";
    }
    document.getElementById("result").value = result;
}
```

- A függvény első sorában a **var** kulcsszóval létrehozunk egy operator nevű változót, melyek értéke az HTML dokumentum **operator** azonosítójú szövegmezőjének tartalma lesz. Hasonlóképp definiáljuk az **n1** és **n2** változókat, az operandusokat.
- A **parseFloat()** függvény a beírt szöveget számmá konvertálja, amivel már matematikai műveleteket végezhetünk.
- Az eredményt a **result** változó fogja tárolni.
- Ezután megvizsgáljuk az operátort, és elvégezzük a megfelelő műveletet **n1**-gyel és **n2**-vel. Az „**if**” és „**else if**” kifejezések jelentése „ha” és „egyébként ha”. Az „**==**” jel két érték egyenlőségét vizsgálja, míg az „**=**” jel értékadást végez. A fenti vezérlési szerkezetet tehát a következőképp olvashatjuk:

Ha az operator értéke egyenlő a „+” jellel, akkor a „result” legyen egyenlő „n1 + n2”-vel. Ha viszont az operator egyenlő a „-” jellel akkor „result” legyen egyenlő „n1 – n2”-vel. Ha viszont...

És így tovább a szorzás és összeadás jellel. Bármely feltétel teljesülése esetén a program átugorja a többi feltételt. Az utolsó elágazásban csak az „**else**” (egyébként) szó áll, és nincs meghatározott feltétel. Ez a blokk akkor fog végrehajtódni, ha a felsorolt feltételek egyike sem teljesül, akkor viszont mindenképp. A program az **alert()** függvény segítségével egy felugró ablakban tájékoztatja a felhasználót a helyes használatról, az eredmény pedig „?” lesz.

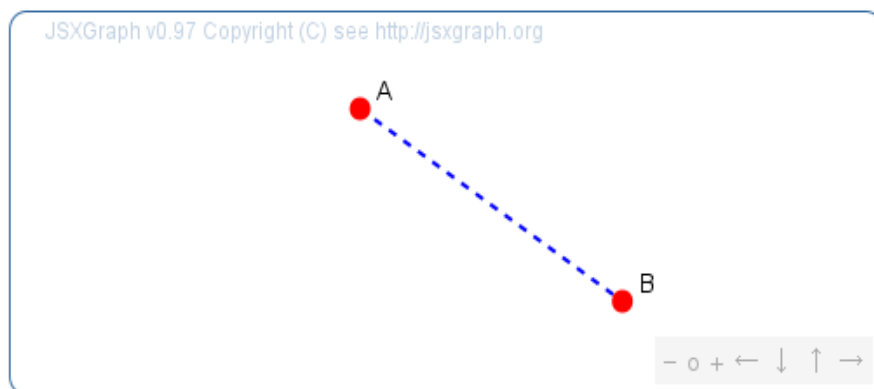
- Az utolsó sorban az HTML dokumentum **result** szövegmezőjébe írjuk az eredményt.

A három kódrészletet egyszerű szöveges fájlként (pl. a Windows Jegyzettömb programjába másolva) calc.html, calc.css és calc.js néven egy közös könyvtárba mentve, az .html fájlt webböngészővel megnyitva használhatjuk a weboldalt.

2.4. Rajzolás

A JSXGraph a németországi Bayreuth Egyetem Matematika Tanszékén kifejlesztett JavaScript könyvtár, mely bármely modern böngészőben lehetővé teszi interaktív diagramok, függvények rajzolását (VALENTIN, GERHÄUSER, 2009). Lássunk egy rövid példát a használatára! Az alábbi kód inicializálja a táblát, amire rajzolni fogunk, majd létrehoz két pontot és az őket összekötő szaggatott vonallal rajzolt szakaszt. Az eredményt a 11. ábrán láthatjuk.

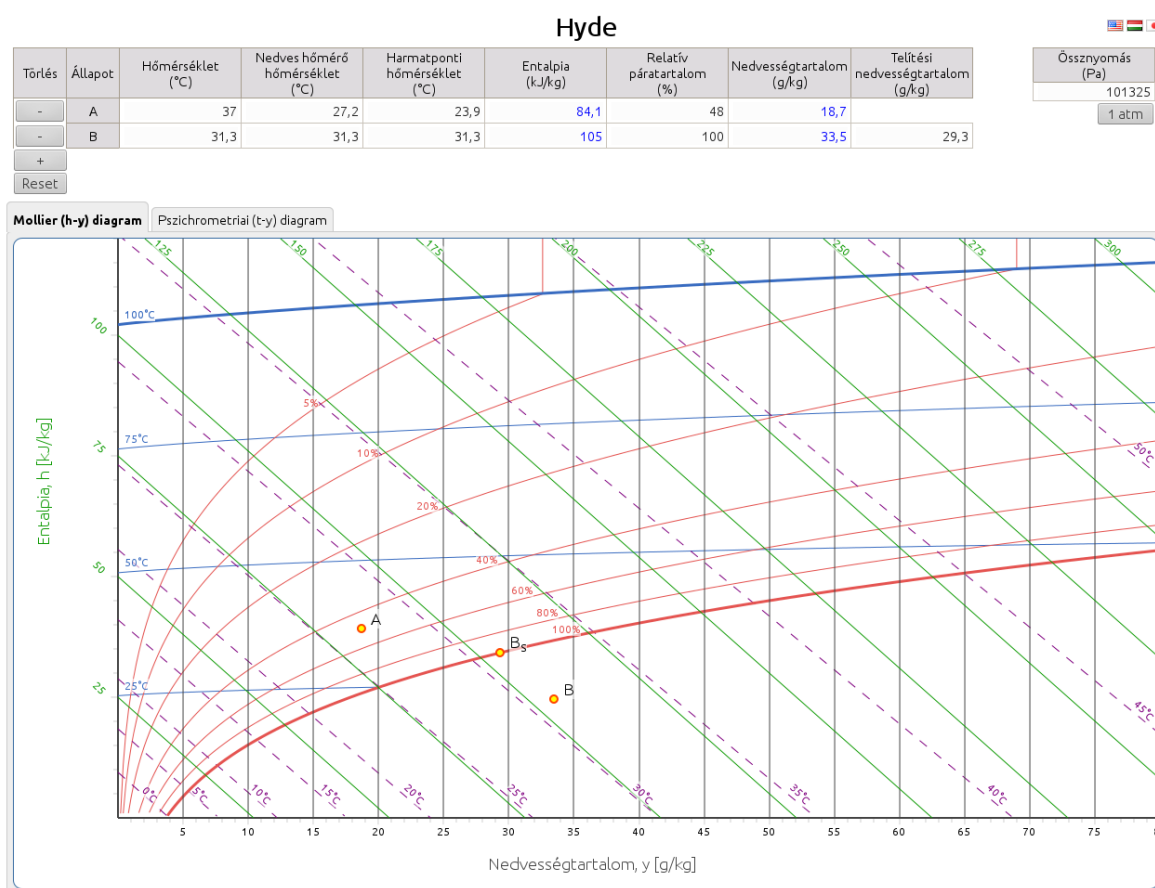
```
var b = JXG.JSXGraph.initBoard('jxgbox', {boundingbox: [-5, 2, 5, -2]});
var p1 = b.create('point',[-1,1], {name:'A',size:4});
var p2 = b.create('point',[2,-1], {name:'B',size:4});
var l1 = b.create('line',[p1,p2], {straightFirst:false,
                                straightLast:false,
                                strokeWidth:2,
                                dash:2});
```



11. ábra: Egy egyszerű ábra rajzolása a JSXGraph-fel

3. Alkalmazás

A 12. ábrán látható a teljes weboldal. A program a betöltődésekor detektálja a böngészőben beállított nyelvet, és ha rendelkezik fordítással arra a nyelvre (jelenleg magyar, angol vagy japán), akkor azt használja, egyébként angolul jelenik meg. A felhasználó a jobb felső sarokban lévő kis zászló ikonokra kattintva manuálisan is választhat.



12. ábra: A weboldal

Az oldal tetején található táblázatban adhatjuk meg a kiindulási adatokat, az üresen hagyott cellákat a program automatikusan kitölti a kiszámított értékekkel. A táblázat cellái fölé mozgatva az egeret, a felbukkanó *tooltip* mutatja az adott érték hibáját (pl. „ $\pm 0,02$ ”). A táblázathoz tetszőleges számú sort adhatunk, és azokat tetszőleges sorrendben törölhetjük is. Az így meghatározott állapotpont rögtön megjelenik a diagramokon is, melyek között tetszés szerint váltogathatunk, a megjelenítés közöttük mindig szinkronizált.

A diagramok ritkább beosztásúak a megszokottnál. Ez szándékos, a sűrű beosztás ugyanis megkönnyíti a kézi leolvasást papíron, viszont nehezen áttekinthető, és a képernyőn szükségtelen. Azonban nyomtatható formában, PDF fájlként is letölthetőek A4-es papírméretben, sűrűbb beosztással, színes és fekete-fehér változatban is. Ezek már felváltották a SZTE Mérnöki Karán korábban használt kézzel rajzolt, pontatlan, rossz minőségű fénymásolt példányokat.

A program felhasználásával, TÁMOP-4.1.1.C-12/1/KONV-2012-0004 támogatással interaktív feladatgyűjtemény készült (RAJKÓ, ERDÉLYI 2014), amit szintén használnak már az oktatásban (13. ábra).

Összefoglalás

Élelmiszer-feldolgozó és -tároló rendszerek (zöldség- és gyümölcsraktárak, konvekciós szárítók, stb.) tervezéséhez és üzemeltetéséhez elengedhetetlen a nedves levegő jellemzőinek pontos ismerete. Dolgozatomban áttekintettem a pszichrometria alapfogalmait, melyek felhasználásával a nedves levegő állapotjelzőinek pontos kiszámítására alkalmas programot fejlesztettem ki (<http://hyde.fastmail.jp>). Részletesen ismertettem az algoritmust, illetve a számítások elvégzéséhez szükséges matematikai eszközöket és a megvalósítás informatikai hátterét.

A program a légköri nyomás és még kettő, a száraz hőmérő hőmérséklet, nedves hőmérő hőmérséklet, harmatponti hőmérséklet, abszolút nedvességtartalom, relatív páratartalom és entalpia közül szabadon választható paraméter ismeretében az összes többit kiszámítja. Mivel figyelembe veszi a víz fajlagos párolgáshőjének, valamint a vízgőz és a levegő fajhőjének hőmérsékletfüggését is, ezért pontosabb eredményeket ad, mint más, hasonló szoftverek.

A számítások eredményét színes, interaktív diagramokban ábrázolja, így jól átláthatóvá teszi a folyamatokat, megkönnyíti az adatbevitelt, segít a hibák kiszűrésében és oktatási célokra is kiválóan alkalmassá teszi.

A megvalósításhoz felhasznált webes technológiának köszönhetően platformfüggetlen, bárki számára könnyen elérhető, telepítés nélkül, azonnal használható.

IRODALOMJEGYZÉK

- BEKE, J. (1994): Hőtechnika a mezőgazdasági és az élelmiszeripari gépészetben, *Agroinform Kiadó*
- BIHARI, P. (2001): Műszaki termodinamika, *Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem*
- FONYÓ, ZS., FÁBRY, GY. (1998): Vegyipari művelettani alapismeretek, *Nemzeti Tankönyvkiadó*
- HARMATHA, A. (1987): Hőtechnikai számítások személyi számítógéppel, *Műszaki Könyvkiadó*
- IBARZ, A., BARBOSA-CÁNOVAS, G. V. (2003): Unit Operations in Food Engineering, *CRC Press*
- MUJUMDAR, A. S. (2006): Handbook of Industrial Drying, Third Edition, *CRC Press*
- PAPAKONSTANTINOU, J. (2007): The Historical Development of the Secant Method in 1-D, *Mathematical Association of America*
- SINGH, R. P., HELDMAN, D. R. (2009): Introduction to Food Engineering, Fourth Edition, *Academic Press*
- RAJKÓ R., ERDÉLYI P. (2014): Légnedvesítéshez kapcsolódó on-line, interaktív feladatgyűjtemény, <http://hyde.fastmail.jp/toc.html>
- VALENTIN, B., GERHÄUSER, M. (2009): Interactive SVG with JSXGraph, *Proceedings of the SVGOpen 2009*
- TODOROVIC, B. (2007): Visualization of air conditioning and ventilation processes: the appearance of humid air diagram within a short period at three distant places on a globe, *2nd PALENC Conference and 28th AIVC Conference on Building Low Energy Cooling and Advanced Ventilation Technologies in the 21st Century, Greece*
- VERHÁS, J. (ed.) (1998): Élelmiszeripari termodinamika, *Kertészeti és Élelmiszeripari Egyetem*
- WP SILVA, S E SILVA, FJ ALMEIDA GAMA, JP GOMES (2012): An empiric equation for the latent heat of vaporization of moisture in bananas during its isothermal drying, *Agricultural Sciences*, **3**(2), 214-220.