

A számismeret mérése Adj x tárgyat feladattal

Tartalomjegyzék

Absztrakt	3
Elméleti bevezető	4
A gyerekek korai számhasználata	4
A számismeret korai mérése	4
A kardinalitás elv mérése	5
A kardinalitás elv mérése Adj X tárgyat feladattal	6
A számmegértés fejlődése	7
Alhalmaz-ismerők és kardinalitás elv-tudók	8
Alhalmaz-ismerők négy fölött	10
Módszer	11
Részrtvevők	11
Eszközök	12
Eljárás	12
Statisztikai elemzés	13
Eredmények	13
A minta általános adatai	13
A gyerekek teljesítménye az Adj x tárgyat feladaton	14
Az Adj x tárgyat feladaton kapott válaszok eloszlása	18
A csoportok összehasonlítása az Adj x tárgyat feladaton nyújtott teljesítmény alapján	19
Diszkusszió	21
Referencia	24
Melléklet	25

Absztrakt

A kognitív fejlődépszichológia számára mind a mai napig tartó kérdésként merül fel, hogy a gyerekek hogyan értik meg a számokat. Ehhez kapcsolódóan az sem volt egyértelmű, hogy milyen módszerrel lehet kimutatni a gyerekek korai számtudását. Korábban Gelman és Gallistel (1978) vizsgálatában a tárgyszámlálás nevű feladatban a gyerekeknek különböző tárgyakat kellett megszámolniuk. A helyes teljesítmény szerintük azt mutatja, hogy a gyerekek érthetik, a számhasználatot támogató alapelveket. A szakirodalom mai állása alapján azonban a tárgyszámlálás feladat felülmér. Ehelyett a számok megértése az Adj x tárgyat feladattal mérhető, amely Wynn (1990, 1992) vizsgálatai alapján vált elterjedté. Wynn a feladattal mérve megállapította, hogy a kis számok elsajátítása lassan, egymás után történik, az első 3 szám megtanulása akár egy évig is elhúzódhat, majd a négy elsajátítása után áttörés tapasztalható, amikor a gyerekek koncepcionálisan megértik a számosság fogalmát, vagy másként megfogalmazva a számok kardinális jelentését. Wynn az említett fejlődési mintázatot úgy állapította meg, hogy nem mérte az 5 fölötti számtudó gyerekeket, és később a szakirodalomban is elméletvezérelten a Wynn által felállított kritériumok alapján mérték a gyerekek számtudását. Ezáltal nem lehet tudni, hogy a 4 fölötti számmegértés hogyan zajlik pontosan. Legutóbbi vizsgálataink azonban azt jelezték, hogy az Adj x tárgyat feladattal mérve megfigyelhetők 5-, 6- és még nagyobb érték-tudók.

Azért, hogy megvizsgáljuk, hogy a 4 fölött elakadó gyerekek alhalmaz-ismerők vagy kardinalitás elv tudók, vizsgálatunkban 3-4 éves gyerekek fejlődését követtük az Adj x tárgyat feladat segítségével. Az eredményeink alapján a 4 utáni minőségi változás látható, de a korábbiaktól eltérően több 4 és 5 tudó gyereket is találtunk a mintában. Konklúzióként azt mondhatjuk, hogy a Wynn által leírt 4 utáni áttörés létezik, de ez a Wynn által leírt adatokból nem következik, ott egy hibás érvelés alapján levont helyes következtetés látható.

Elméleti bevezető

A gyerekek korai számhasználata

Valószínűleg nem meglepő az a kijelentés, hogy a gyerekeknek sok minden máshoz hasonlóan - mint például a beszéd -, azt is meg kell tanulniuk, hogy hogyan kell számolni. A kérdés, hogy honnan tudjuk, hogy a gyerekek már megtanultak számolni, nem egyszerű megválaszolni. Először azt érdemes tisztázni, hogy mit is jelent a számolni tudás. A gyerekek nagyjából két éves korukban el tudják mondani a számneveket 1-10-ig, így ha a számoláshoz ennyi is elegendő lenne, akkor azt mondhatnánk, hogy a legtöbb gyerek már két éves korában tud számolni. A megfigyelések azonban azt mutatják, hogy a számnevek elmondása – jobb esetben helyes sorrendben –, valójában a gyerekeknek nem jelent többet, mint akármelyik mondóka, amit ismernek. Szemléletes példa erre, hogy nagyon sok kisgyerek miután végigsorolta a számneveket 10-ig, hozzáteszi, hogy „aki, bújt, aki nem jövök”. A számolás tehát komplexebb tudás, mint a számnevek helyes sorrendjének ismerete. A gyerekeknek azt kell megtanulniuk, hogy a számolás által meg tudják határozni egy halmaz mennyiségét, tehát a számnevek mögöttes fogalmi jelentését kell elsajátítaniuk.

A számismeret korai mérése

Korábban Gelman és Gallistel (1978) mellett érveltek, hogy mielőtt a számolni tudás képességére a gyerekek szert tennének, veleszületetten több, a számhasználatot támogató alapelvet ismernek, melyek alapját képezik a későbbi számolási képességeknek. Kezdetben három elvet fogalmaztak meg, majd ehhez további kettőt is hozzátettek. Ezek a következők: egy-az-egyhez hozzárendelés, ami annyit jelent, hogy a megszámlálni kívánt halmaz minden eleme egy számlálási egység, melyhez számláláskor egy számnevet lehet hozzárendelni; a stabil sorrend, mely a számnevek következetesen használt fix sorrendjére utal; és a kardinalitás, mely kimondja, hogy a számláláskor az utolsóként kimondott számnév a halmaz számosságát jelöli. A további kettő pedig a sorrend invariancia, mely arra utal, hogy a számlálás a megszámlálni kívánt halmaz bármely eleménél elkezdhető, és bármelyikkel folytatható; valamint az absztrakció, mely azt jelenti, hogy a számlálás független az elemek modalitásától.

Gelman és Gallistel érvelései szerint, a gyerekek már 2 éves korukban a számlálási alapelveknek megfelelően viselkednek, hiszen ezeket az alapelveket intuitíven értik a gyerekek, így ezek nem igényelnek külön tanulást. Megfigyeléseik szerint például a gyerekek az előttük sorban lévő tárgyakat meg tudják számolni egyesével, a számneveket

konzekvensen mindig ugyanabban a sorrendben mondják el, és a számlálás végeztével megismétlik az utolsó számnevet. Továbbá hozzátesszük, hogy az, hogy a gyerekek nem egyszerűen csak végrehajtanak egy számukra jelentés nélküli rutint, amit a szüleiktől látnak, újabb bizonyíték a veleszületett alapelvekre. A gyerekek hajlamosak például nem a látott módon balról-jobbra haladva számolni, illetve a számnevek sorozatát is többen egyedi módon használják.

Egyes vizsgálatok azonban azt mutatják, hogy a számlálási alapelveket a gyerekek rendre elrontják kisebb nagyobb hibákkal. Három éves gyerekek például az egy-az-egyhez rendelés alapelvét sértik meg olyan hibákkal, mint egy elem kihagyása, két elem duplán számolása, vagy számlálás közben egy számnév kétszeri használata (Frye, Braisby, Lowe, Maroudas, Nicholls, 1989; Schaeffer, Eggleston, Scott, 1974). Ugyanakkor a stabil sorrend jelenléte sem egyértelmű, hiszen a gyerekek képesek különböző számlistát produkálni különböző időközönként (Fry és mtsai., 1989). A számlista eltérő módú használata nem ugyanazt jelenti, mint amit Gelman állított. Gelman szerint az, ha egy gyerek mindig ugyanabban a sorrendben mondja a számneveket, de ez eltérő, mint ami a kultúrában megszokott, az a stabil sorrend létére utal. Fry és munkatársai (1989) ezzel ellentétben azt figyelték meg, hogy az egyedi számlista sem stabil a gyerekeknél, mert ha egyszer a számnevek 1-2-4-6 sorrendben követik egymást, az egy következő alkalommal könnyen lehet 1-2-6-4. Többek között ezek a megfigyelések vezették sok kutatót arra a konklúzióra, hogy a számlálási alapelvek nincsenek veleszületetten jelen, hanem ezeket is fokozatosan kell elsajátítani a fejlődés során.

A kardinalitás elv mérése

A számlálási alapelvek közül a legproblémásabb és egyben a legfontosabb a kardinalitás elve, hiszen ha igaz az a definíció, hogy a számolni tudás képessége azt jelenti, hogy a gyerekek megtanulják, hogy a számlálás eredményeként egy halmaz számossága határozható meg, akkor arra kell nagyobb figyelmet szentelni, hogy a gyerekek értik-e a kardinalitás elvét. Megfigyelések szerint a gyerekek egy bizonyos életkor alatt nem értik, hogy a számláláskor a legutolsóként kimondott számnévvel meg lehet határozni egy halmaz számosságát. Egy gyakran használt feladatban, a Tárgyszámolás feladatban (How-Many task), a gyerekek elé helyeznek 1-7-ig különböző mennyiségű tárgyakat, és megkérik őket, hogy számolják meg ezeket. Ez után a szokásos eljárás szerint megkérdezik a gyerekeket, hogy mennyi tárgy van előttük. A gyerekek többsége ekkor gondolkodás nélkül újraszámolja a tárgyakat, vagy ha azt megakadályozzák, akkor nem válaszolnak a kérdésre, vagy valamilyen más számot mondanak válaszként (Schaeffer és mtsai., 1974). Ezeket a hibákat a gyerekek annak ellenére is

elkövetik, hogy eredetileg a tárgyakat a megfelelő módon számolták meg (Fry és mtsai., 1989; Wynn, 1992). Ugyanakkor az előbb említett módszer akár túl is becsülheti a gyerekek teljesítményét, hiszen megtanulhatják az „utolsó szó szabályt”, így egyszerűen csak megismétlik az utolsó számnevet, anélkül hogy értenék a számok jelentését (Fry és mtsai., 1989). Gelman mind ezek ellenére kitart amellett, hogy a kardinalitás elvét értik a gyerekek, és szerinte a Tárgyszámolás feladat alábecsüli a gyerekek teljesítményét. A gyerekek szerint azért követik el a fentebb említett hibákat ebben a feladatban, mert a pragmatikai elvet sérti a „mennyi?” kérdést feltenni közvetlenül a számolás után (Greeno, Riley, Gelman, 1984; Gelman, 1993).

A kardinalitás elv értését több különböző módszerrel próbálták mérni, ezek közül csak az egyik a Tárgyszámolás feladat. Egy másik a Mutass X tárgyra feladatban (Point to x task), a gyerekeknek mindig két különböző kártyát mutattak, amik csak a számosságban tértek el. Tehát az egyik kártya N elemű, míg a másik $N+1$ elemű tárgyakat ábrázolt, és a gyerekeknek a kért elemszámú kártyára kellett mutatnia (Le Corre, Van de Walle, Brannon, Carey, 2006). Komplexitásában hasonló feladat az Adj x tárgyat feladat, amelyben a gyerekeknek nem csak ki kell választaniuk a kért mennyiséget egy kártyán, hanem meg is kell konstruálniuk azt egy adott halmazból (Wynn, 1992). Később a kardinalitás elv mérésére az Adj x tárgyat feladat vált elterjedté, melyről a későbbiekben még lesz szó részletesebben.

A kardinalitás elv mérése Adj X tárgyat feladattal

A kardinalitás elv értésével, vagy éppen annak nem értésével kapcsolatos bizonyítékok nagy csoportját szolgáltatja, az Adj x tárgyat feladat (Give-n task). A feladatot legkorábban Fuson (1988) valamint Fry és mtsai. (1989) használták, de a legelterjedtebbé Wynn (1990, 1992) vizsgálatai alapján vált. Ebben a feladatban a vizsgálatvezető arra kéri gyerekeket, hogy egy meghatározott mennyiségű halmazt alkossanak, például adjanak 2 kekszet egy plüssállatnak. Ezekben a vizsgálatokban rendre azt figyelték meg, hogy a gyerekek, ha el is tudnak számolni 10-ig, nem tudja minden gyerek helyesen megoldani az Adj x tárgyat feladatot csak a számok egy kisebb halmazán.

Mivel az Adj x tárgyat feladat Wynn által vált igazán elterjedté, és később a szakirodalomban a kutatók túlnyomó része is Wynn módszerére hivatkozik, így érdemes az ő módszerét bemutatni részletesebben.

A feladatban a gyerekek elé helyeztek egy nagyobb halmazt, amelyben egyforma méretű kisebb tárgyak voltak. Ebből a halmazból kellett a gyerekeknek meghatározott mennyiségű

tárgyat adni egy bábnak. A vizsgálatvezető 1-5-ig kért számértékeket a gyerekektől. A legelső kért érték mindig az 1 volt, majd a 2, és a további próbák mindig az előző próba sikerességétől függtek. Ha a gyerek sikeresen tudott adni a bábnak kettő tárgyat, akkor a következő próbában hármatot kellett adnia, ha a kettőt elrontotta, akkor visszaléptek, és újra egyet kértek. A kísérletvezető a legmagasabb értékre koncentrált, amit a gyerek még sikeresen meg tudott oldani. A legmagasabb számot háromszor kérték a gyerekektől, az összes többit egyszer, vagy kétszer. Wynn különböző csoportokat alakított ki annak alapján, hogy mi az a legmagasabb szám, amit az adott gyerek még helyesen meg tudott oldani. Az adott szám-tudás kritériuma 2/3-os teljesítmény volt, tehát háromból legalább kétszer kellett helyesen megoldani az adott számértéket. További kritériuma a szám tudásnak, hogy a helyesen adott értéket a gyerek ne adja más kért értékek esetében. Tehát ha a hármatot a gyerek helyesen adta, amikor hármatot kértek, akkor az csak abban az esetben jelentette azt, hogy tudja a hármatot, ha négyre nem adott három tárgyat.

A számmegértés fejlődése

Wynn (1990, 1992) az Adj x tárgyat feladattal egy akkor teljesen új fejlődési mintázatát látta a számmegértésnek. A gyerekek ugyanis bejósolható fejlődési szakaszokon mennek keresztül, amit az Adj x tárgyat feladaton mutatott teljesítmény alapján állapított meg.

A fejlődés legkorábbi szakaszában a gyerekek még nem tesznek különbséget egyetlen szám között sem. Az Adj x tárgyat feladatban ezek a gyerekek mindig egy tárgyat adnak bármilyen számot kérnek is tőlük, vagy egy maroknyi tárggyal válaszolnak. Mivel ebben a szakaszban a gyerekek nem értik a számok jelentését, így ezt pre-numerikus szintnek szokták nevezni, vagy másként, ezek a gyerekek nem-szám-tudók (Wynn, 1992).

A következő szinten a gyerekek megtanulják az egynek a jelentését. Kultúránként eltérő lehet, hogy ezt a szakaszt mikor éri el a gyerekek, de általánosságban 2,5-3 éves korra szokták tenni. Az Adj x tárgyat feladatban ekkor a gyerekek, ha egy tárgyat kérnek tőlük, akkor egyet adnak, és az összes többi számra vagy kettővel, vagy kettőnél több tárggyal válaszolnak. Mivel ekkor még csak az egynek a jelentését tudják, így ezeket a gyerekeket 1-tudóknak nevezi a szakirodalom.

Néhány hónappal később a gyerekek megtanulják a kettőnek a jelentését, amikor az Adj x tárgyat feladatban egyet adnak ha egyet kérnek tőlük, és kettőt ha kettőt kérnek, de a további számokra a számlistában mindig kettőnél több tárggyal válaszolnak. Ezeket a gyerekeket 2-tudóknak nevezik. Rövidesen ez után a gyerekek 3-tudók lesznek, amikor a háromnak a

jelentését is elsajátítják. A szakirodalom ezeket a gyerekeket együttesen alhalmaz-ismerőknek nevezi, mert ezek a gyerekek általában el tudnak számolni 10-ig, de a számoknak mégis csak egy kisebb halmazát ismerik (Le Corre és mtsai., 2006).

Miután a gyerekek az említett szakaszokon keresztül mennek, ami nagyjából egy évet ölel fel, és megtanulják a négynek a jelentését is, akkor Wynn azt tapasztalta, hogy a gyerekek hirtelen a számlistájukban szereplő összes számnak a jelentését is megtanulják. Ezek a gyerekek az Adj x tárgyat feladatban, ha el tudnak számolni 10-ig, akkor helyesen tudnak 10 tárgyból álló halmazt alkotni. Ekkor úgy néz ki, hogy a gyerekeknek minőségileg eltérő fogalmi tudása alakul ki a számok jelentéséről, mint ami a korábbi szakaszokban megfigyelhető volt. A szakirodalom ezeket a gyerekeket kardinalitás elv-tudóknak nevezi.

Alhalmaz-ismerők és kardinalitás elv-tudók

Az alhalmaz-ismerők és a kardinalitás elv-tudó gyerekek közötti minőségi eltérésről több tanulmány is beszámolt. Egy 2-tudó gyerek definíció alapján nem tud három tárgyból álló halmazt alkotni, ha erre kéri. Ha felhívják rá a figyelmét, hogy a halmaz nem háromelemű, akkor kérésre nem tudja azt kijavítani. A leggyakrabban elhangzó kérdés a következő: Meg tudod számolni, hogy valóban három? Ki tudod javítani, hogy három legyen? Ezekre a kérdésekre egy 2-tudó gyerek összezavarodik, és nem tud a megfelelő módon viselkedni (Le Corre és mtsai., 2006). Gyakran előfordulhat, hogy ha például egy 2-tudó gyerektől kérünk 5 tárgyat, de ő helytelenül 3 tárggyal válaszolt, akkor kérésre úgy „javítja ki magát, hogy megváltoztatja a számlálás rutinját. A három tárgyat például megszámlolhatja úgy, hogy 1-2-5. Továbbá, egy 2-tudó gyerek a Mutass x tárgyra feladatban nem tudja kiválasztani a három és négy kutyát ábrázoló kép közül a három kutyát ábrázoló képet (Wynn, 1992), és háromelemű halmazt akkor sem tud alkotni, ha előtte megmutatják neki egy képen, hogy mennyit jelent a három. Az alhalmaz-ismerőkkel ellentétben a kardinalitás elv tudó gyerekek a fent említett feladatokat általában nagyobb erőfeszítés nélkül megoldják.

Továbbá Wynn terminológiája, a „markolók”, és „számlolók” is rávilágít egy lényeges minőségi különbségre. Wynn megfigyelései szerint ugyanis az alhalmaz-ismerők soha nem számolnak, amikor az Adj x tárgyat feladatban egy bizonyos mennyiséget kell alkotniuk, míg a kardinalitás elv-tudók magukban, vagy hangosan számolnak, főleg akkor ha magasabb értéket kérnek tőlük.

A számok minőségileg eltérő fogalmi jelentésének elsajátítása nehezen megragadható jelenség. Lipton és Spelke (2005) vizsgálata tovább árnyalja a képet, megmutatva, hogy mi az, amit egy alhalmaz-ismerő nem tud a számok jelentéséről, és mi az, amivel egy kardinalitás

elv-tudó többet tud. Módszerükben egy olyan számértéket használtak, ameddig egyetlen gyerek sem tudott elszámolni. Ilyen lehet például a 38. A gyerekeknek megmutatták, hogy egy tálban 38 golyó van, majd ezután három különböző manipulációt hajtottak végre. Elvették a tálból egy golyót, vagy pont ellenkezőleg hozzáadtak egyet, vagy egyszerűen csak megkeverték. A kardinalitás elv-tudó gyerekek, szemben az alhalmaz-ismerőkkel, általában helyesen tudnak a manipuláció után feltett kérdésre válaszolni, hogy még mindig 38 golyó van-e a tálban. Tehát, bár nem tudják, hogy mennyi is a 38, tudják azt, hogy mik azok a műveletek, amik egy halmaz mennyiségét megváltoztatják, illetve változatlanul hagyják. Ez által a számok fogalmi jelentését tudják a kardinalitás elv-tudó gyerekek.

Természetesen nem mindenki ért egyet maradéktalanul az előbb leírt fejlődési mintázattal. Többen támadják a módszereket, amelyek a gyerekek számmegértését, vagy ahogyan korábban hivatkoztam a kardinalitás elvet hivatottak mérni. Leggyakrabban azt szokták kifogásolni, hogy a módszerek nagy része kifinomult készségeket követel meg a gyerekektől. Greeno és munkatársai (1984) például procedurális készségeknek hívja azt, hogy a legtöbb feladat, mint az $Adj \times$ feladat is tervezést, és finomabb kivitelezési stratégiákat igényel. Az $Adj \times$ tárgyat feladat esetében ugyanis van egy cél, amit a gyerekeknek nem szabad elfelejteniük, miközben a számlálást használva megalkotják a kért halmazt. A korábban említett $Mutass \times$ tárgyra feladatban pedig a gyerekeknek meg kell számolniuk mindkét bemutatott kártyán szereplő képeket, össze kell hasonlítaniuk a kapott értéket a kért értékkel, és mind ezek után ki kell választaniuk a helyes megoldást. Azoknak a gyerekeknek, akik gyengébb számlálási készségekkel rendelkeznek, ez túl költséges módszer, ez által kisebb valószínűséggel fogják a számlálást választani, és így tudják elkövetni a fentebb említett 1-2-5 hibát. Gelman (1978) szerint az alhalmaz-ismerő gyerekek valójában kardinalitás elv-ismerő gyerekek gyengébb számlálási képességekkel. Szerinte ezt az is megmagyarázza, hogy az alhalmaz-ismerő gyerekek miért csak a kis számokat ismerik, hiszen a szubitizációs képességünknek köszönhetően az ilyen kis elemszámú halmazok nem is igényelnek számlálást. Ha igaz is ez az érvelés, azt nem magyarázza meg, hogy miért látunk olyan különbségeket az alhalmaz-ismerő gyerekek és a kardinalitás elv-tudó gyerekek között, amelyek minőségileg eltérő fogalmi tudást feltételeznek.

A számmegértés Wynn által javasolt fejlődési mintázata összefoglalva a következő: A kis számok elsajátítása, mint az 1-2-3 lassan, fokozatosan történik, majd a 4 jelentésének megtanulása után minőségi változás történik, és a gyerekek megértik a számok fogalmi jelentését.

Alhalmaz-ismerők négy fölött

A jelen dolgozat motivációs kiindulópontja az volt, hogy amikor a kutatócsoportunk többször is használta az Adj x tárgyat feladatot, akkor olyan jelenségeket vettünk észre, ami a szakirodalomban leírtakkal nehezen volt összeegyeztethető. Ahogyan azt a fentiekben láttuk, a gyerekek a számismeret fejlődés korai szakaszaiban 1- 2- és 3-tudók lehetnek, és ezt követően már kardinalitás elv-tudóknak nevezzük őket. Ezzel ellentétben, a vizsgálataink során több olyan gyereket is láttunk a mintánkban, akiket az Adj x tárgyat feladat kiértékelési kritériumainak megfelelően 4- 5- és 6-tudóknak kellett kategorizálnunk. A szakirodalomban ugyan ritkán, de fellelhetők 4- 5- vagy akár nagyobb szám-tudó gyerekek, akik életkorukban megegyeznek azokkal a gyerekekkel, akiket már kardinalitás elv-tudó gyerekeknek szoktak kategorizálni (Condry, Spelke 2008; Le Corre, Spelke, 2007; Sarnecka, Gelman, 2004; Mix, Sandhofer, Moore, Russell, 2012).

A kérdés megválaszolása, hogy hogyan lehetnek magasabb szám-tudó gyerekek, nem egyszerű feladat. A választ mindenesetre Wynn módszerénél érdemes kezdeni. A fentiekben olvasható volt, hogy Wynn az Adj x tárgyat feladatot hogyan alkalmazta. Ennek alapján tudjuk, hogy Wynn valójában a 4 fölötti számfejlődéssel nem foglalkozott, azt nem mérte. Ezt onnan lehet tudni, hogy a módszerében csak 1-5-ig kérte a számokat, és a szám-tudás kritériumai alapján például 5-tudó gyereket csak akkor lehet megállapítani, hogy ha az Adj X tárgyat feladatban a kért számok között a 6 is szerepel. Az 5-tudó gyerek ugyanis definíciószerűen nem válaszolhat a 6-ra 5 elemű halmazzal, viszont ez Wynn méréseiből nem derülhet ki. 4-tudó gyerekek elméletileg lehettek volna Wynn mintájában is, mert az a gyerek, aki a 4-et helyesen oldja meg, de az 5-öt már nem, azok a gyerekek 4-tudó gyerekek. Elemzésében megemlíti ugyan, hogy egy olyan gyereket észrevett a mérések során, aki az 5-öt egyszer tudta csak helyesen, a további két alkalommal pedig rendre elrontotta, de Wynn ugyanúgy kardinalitás elv-tudóknak kategorizálta, mert szerinte az ő hibája nem a kompetencia hiányából fakadt, hanem egyszerűen csak performancia korlátból. Wynn esetében tehát csak azt tudjuk, hogy azok a gyerekek, akiket ő kardinalitás-elv tudóknak nevezett, valójában lehet, hogy 4- és 5-tudó gyerekek. A szakirodalomban a legtöbb kutató, néhány kivételtől eltekintve Wynn módszerét követi a gyerekek számtudásának megállapítására. Az a néhány kivétel, amikor az Adj X tárgyat feladatban a nagyobb szám-tudást is nézik, akkor általában találnak nagyobb szám-tudó gyerekeket. A teljesség igénye nélkül kerül említésre néhány példa. Condry és Spelke (2008) vizsgálatuk során az Adj X tárgyat feladatban 1-6-ig kérték a számokat, és a mintájukban 32 gyerekből öt 4-tudó gyereket is találtak. Le Corre és Spelke

(2007) hasonlóan az előzőekhez 1-6-ig kérték a számokat az Adj X tárgyat feladatban, és az ő mintájukban is megjelent hét 4-tudó gyerek. Sarneca és Gelman (2004) méréseik során hét 5-tudó gyerekeket is találtak, és meg is jegyzik az elemzésükben, hogy ez ellentmond Wynn fejlődési adatainak. Egy további, a téma szempontjából érdekes vizsgálatban különböző tréningeket alkalmaztak, annak érdekében, hogy az alhalmaz-ismerő gyerekeket a kardinalitás elv-tudás irányába mozdítsák el. Az utóteszt során az Adj x tárgyat feladatban a szokásostól eltérően nagyobb számokat is kértek. A kért számok a következők voltak: 1-2-3-6-10. Az általuk preferált tréning után azt találták, hogy több alhalmaz-ismerő gyerek a kért 6-ot meg tudta oldani, de a 10-et már nem (Mix, Sandhofer, Moore, Russell, 2012).

A fentiekből kirajzolódóan látszik, hogy abban az esetben, ha a szám-tudást nagyobb tartományon vizsgáljuk, akkor a Wynn által említett áttörés jelenléte nem egyértelmű, a magasabb szám-tudó gyerekek felbukkanása miatt. A kutatók többsége azonban mind a mai napig elméletvezérelten a Wynn által leírt módszert követi, ezáltal nem tisztázták, hogy a 4 fölötti számmegértés hogyan zajlik pontosan. Elméleti megfontolásból indokolt tisztázni, hogy a Wynn által leírt számmegértés fejlődésben létezik-e a 4 utáni minőségi váltás, valamint azt, hogy azok a gyerekek, akik 4 után elakadnak az Adj x tárgyat feladatban alhalmaz-ismerők-e, vagy kardinalitás elv-ismerő gyerekek.

A dolgozat célja kideríteni, egyrészt, hogy a jelen mérés során találunk-e olyan gyerekeket, akik 4 fölötti szám-tudóknak kategorizálhatóak. Továbbá tisztázni, hogy ezek a gyerekek alhalmaz-ismerő, vagy kardinalitás elv-ismerőknek nevezhetőek-e.

Módszer

Résztvevők

A vizsgálatban összesen 69 gyerek vett részt (33 lány; 36 fiú), átlagéletkoruk 3,9 év, minimum: 2,3 év, maximum: 4,9 év. A gyerekek Budapest különböző óvodáiba jártak. A gyerekek kiválasztása véletlenszerűen történt, amelyben az óvónénik segítettek.

Eszközök

Feladatok

Számnevek ismerete

A számnevek ismeretekor arra vagyunk kíváncsiak, hogy a gyerek meddig ismeri megbízhatóan a számokat. Az instrukció itt a következő: Most arra vagyok kíváncsi, hogy meddig tudsz számolni. Én elkezdem, te pedig folytatod ott, ahol abbahagyom. A gyerekeknek 1-2-3 után kell folytatnia a számsorozatot, majd ahol elrontja a gyerek, ott a vizsgálat vezetője úgy avatkozik bele, hogy előrébb indítja el a számsorozatot, és a gyerekeknek ezt követően ott kell folytatnia, ahol korábban elrontotta. A jegyzőkönyvbe az kerül bele, hogy meddig tudta a gyerek helyesen a számsorozatot, és a hibázáskor milyen hibát vétett. A számsor elmondására kétszer kérjük a gyereket. Ha egy gyerek nagyon sokáig tudja a számokat a helyes sorrendben, akkor általában 20-nál leállítjuk.

Adj x tárgyat feladat

Ezzel a feladattal mérjük a gyerekek szám-tudását, ahogyan az fentebb is olvasható volt. A gyerekek elé helyezünk 15, nagyjából 1,5 cm átmérőjű egyszínű szivacs-golyót, amiből majd a kért elemszámú halmazt kell alkotniuk (Melléklet 5. ábra). Az alábbi instrukciót adjuk a gyerekeknek: Ebben a feladatban arra vagyok kíváncsi, hogy milyen ügyesen tudod kiválasztani ezeket a golyókat. Tudnál nekem adni X golyót? Csak tedd ide elé. A kért szivacs-golyók száma a következő: 1-2-3-4-5-6-9-10. Mindig 1-et kérünk először, majd 2-t és így tovább. Visszajelzést nem adunk az egyes próbák után. A számokat három sorozatban kérjük, és amikor a gyerek már háromszor is hibázik, akkor továbbmegyünk a következő sorozatra. A harmadik sorozatban csak azokat a számokat kérjük, amit az előző kettő sorozatban egyszer elrontott a gyerek. A jegyzőkönyvbe az kerül be, hogy az egyes sorozatban mely számokig jutottunk az adott gyereknél, és a kért számokra mennyi szivacs-golyóval válaszolt.

Eljárás

Az adatokat pszichológia szakos műhelymunkások vették fel, akik nem ismerték a vizsgálat célját. Budapesti óvodákat kerestek fel, ahol az óvónők segítettek a gyerekek kiválasztásában, és a szülőkkel a tájékoztató és beleegyező nyilatkozatok aláíratásában. A vizsgálatvezetők egyesével foglalkoztak a gyerekekkel az óvoda külön foglalkoztató-fejlesztő szobájában. Az

adatfelvétel időtartama hat héten keresztül, heti egy alkalmat jelentett, egy ülés időtartama gyerekenként nagyjából 20-25 perc volt. Egy ülés mindig a számsor ismerettel kezdődött, majd az Adj X tárgyat feladat következett. A jegyzőkönyvet a vizsgálatvezetők on-line módon töltötték, papír alapon, vagy laptopon a preferenciájuknak megfelelően.

Statisztikai elemzés

A statisztikai elemzés egy része a LibreOffice Calc 4.2-es verziójával történt, míg a másik része az SPSS program 22-es verziójával.

A műhelymunkások az adatokat táblázatkezelő programban rögzítették. Ezeket az adatokat összesítettük, majd a táblázatkezelő programban kódoltuk át őket az elemzésnek megfelelően. Az Adj x tárgyat feladat esetében átkódoltuk a próbák eredményességét, miszerint a helyes próbákat 1-essel, míg a helyteleneket 0-val jelöltük. Az átkódolás után számoltuk ki minden gyerek átlagát az Adj x tárgyat feladaton, majd ezek után soroltuk be őket csoportokba. Az Adj x tárgyat feladat azon adataira is szükségünk volt, amelyek megmutatták, hogy az egyes kért számokra, mennyi golyóval válaszoltak a gyerekek. Gyerekenként összesítettük, hogy a kért számokra milyen gyakorisággal és milyen értékkel válaszolnak a gyerekek, majd a korábban kialakított csoportokban számoltunk átlagot. Csoportonként az átlagot egy táblázatban összesítettük, mely megmutatta, a válaszok gyakoriságát. Feltételes formázás segítségével a gyakorisági táblázatból egy hő térképet készítettünk. Ennek részletes leírása az Eredmények fejezet alatt olvasható.

Az hő térképek mellett az Adj x tárgyat feladaton megmutatkozó helyes válaszok és a hibázás eloszlásának egyezőségét is ellenőriztük csoportonként khi-négyzet próba segítségével.

Legvégül kiszámoltunk minden gyerek esetében egy index változót, mely megmutatta, hogy az adott gyerek helyes válaszainak gyakorisága mennyire tér el a hibázás gyakoriságától. A csoportokat ezek után egyszempontos varianciaanalízis segítségével hasonlítottuk össze.

Eredmények

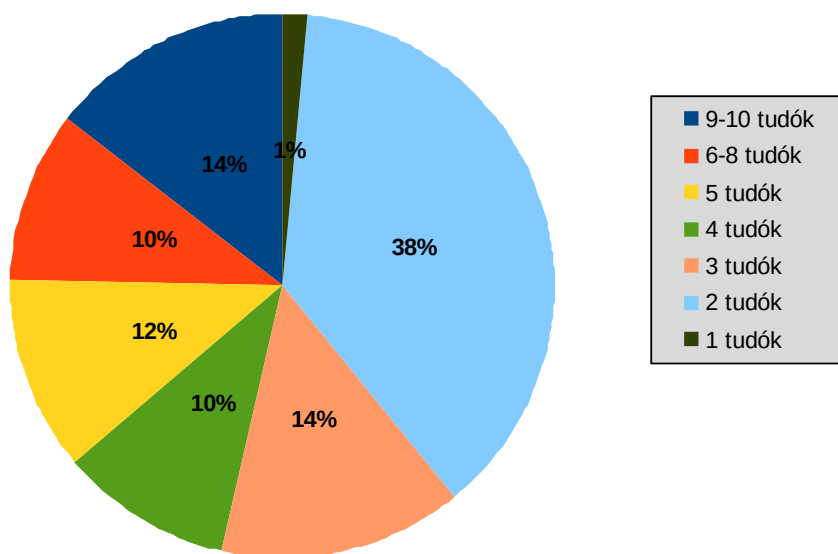
A minta általános adatai

A gyerekek a számsort átlagosan 16-ig tudták elmondani, a minimum 3, a maximum 29 volt. Minden gyereknek összesen 6 ülésen kellett részt vennie, de ez nem minden gyerek esetében valósult meg betegségek és egyéb hiányzások miatt. Az ülések száma gyerekenként átlagosan 5 volt, a minimum 2 (ez egy gyereknel fordult elő), a maximum 6 volt.

A gyerekek számismeretét az Adj x tárgyat feladat segítségével állapítottuk meg. A gyerekek maximum 6 ülésen vettek részt, ülésenként az Adj x tárgyat sorozatot háromszor kérdeztük,

ahogyan az a Módszer fejezetben ismertette volt. Gyerekenként átkódoltuk, hogy az adott számot egy sorozatban a gyerek helyesen oldotta-e meg. Ülésenként a sorozatokban kért számokat átlagoltuk, majd az összes ülés eredményéből számoltunk átlagot. Ennek alapján a mintában a számismeret eloszlása a következő volt: 1 gyerek volt egy-tudó, 26 kettő-tudó, 10 három-tudó, 7 négy-tudó, 8 öt-tudó, 7 hat/nyolc-tudó, 10 kilenc/tíz-tudó. Az 1. diagramon látható a minta százalékos eloszlása a számtudás alapján. A 6/8-tudó gyerekek azért kapták ezt a kategóriát, mert mint ahogyan az a módszer fejezetben olvasható volt, az Adj x tárgyat feladatban nem kértünk soha 7-et és 8-at. A szám-tudás kritériumainak megfelelően tisztán 6-tudó gyerekeket akkor lehet megállapítani ha megvizsgáljuk, hogy a 7-re milyen értékkel válaszolnak. A 9/10-tudó gyerekek valójában kardinalitás elv-tudó gyerekek, de mivel a dolgozat célja megvizsgálni, hogy a nagyobb szám-tudó gyerekek, mint az 5- és a 6/8-tudó gyerekek alhalmaz-ismerő, vagy kardinalitás elv-tudó gyerekek-e, így a fogalmi zavar elkerülése végett őket is a szám-tudásnak megfelelően neveztem el.

A minta eloszlása a számtudás alapján



1. diagram: A minta eloszlása a számtudás alapján.

A gyerekek teljesítménye az Adj x tárgyat feladaton

Annak érdekében, hogy megvizsgáljuk, hogy azok a gyerekek, akik az Adj x tárgyat feladaton elakadnak 4 fölött alhalmaz-ismerők vagy kardinalitás elv tudók, részletesebben elemeztük a gyerekek teljesítményét a feladaton. Minden gyerekénél kiszámoltuk, hogy ülésenként, az egyes Adj x tárgyat sorozatokban a kért számokra milyen gyakorisággal válaszolnak a gyerekek a helyes számú golyókkal. Azt is megszámláltuk, hogy ha nem a helyes számú

golyókat adják, akkor milyen értékkel válaszolnak, és ezt milyen gyakorisággal teszik. Azt, hogy a válaszok, tehát a golyók száma mennyi lehet 1-10-ig határoztuk meg, valamint fenn tartottunk egy kategóriát a 10 fölötti golyók számának. Egy példa a könnyebb megértés érdekében: Egy gyerek, akit nevezzünk Eszternek ha 1-et kérünk tőle az Adj x tárgyat feladaton akkor adhat nekünk egyet, kettőt, stb., vagy akár az összes golyót is elének tolhatja. Ha Eszter 6 ülésen vett részt, akkor megszámloljuk, hogy amikor 1-et kértünk, akkor hányszor adott egyet, kettőt stb. Ugyanezt végigszámloljuk, amikor 2-t 3-mat stb. kértünk tőle. Így megkapjuk Eszter gyakorisági táblázatát az Adj x tárgyat feladaton. Miután minden gyerekénél kiszámoltuk a válaszok gyakoriságát, akkor a mintát a szám-tudásnak megfelelően csoportosítottuk. Az egyes csoportokban összegeztük a gyakoriságokat, majd kiszámoltuk a válaszlehetőségek átlagát. Például a 2-tudók csoportjában, az összes próbában, amikor 1-et kértünk, milyen valószínűséggel adtak a gyerekek egyet, kettőt stb. Az eredmények szemléletes bemutatása érdekében a csoportonként kiszámolt gyakorisági táblázatokat hőtésképen mutatom be.

A hőtésképen az oszlopokban láthatóak a gyerekek válaszai, tehát az, hogy mennyi golyót adtak az Adj x tárgyat feladatban. A sorokban pedig azok az értékek, amiket az Adj x tárgyat feladatban kértünk. A 7-8-at sosem kértük, ahogyan az a Módszer fejezetben olvasható volt, de a hőtésképebe beillesztettem, hogy az átló jobban látszódjon. A 7-8-as értékeknél a sorok mindig fehérek. A hőtésképe színe a kéktől a pirosig képez átmenetet a gyakoriságnak megfelelően. Minél gyakrabban válaszoltak a gyerekek egy bizonyos értékkel, a hőtésképen az egyre kékebb színnel jelenik meg. Ezzel ellentétben, minél kisebb valószínűséggel fordult elő egy érték a gyerekek válaszaiban, annál pirosabb lesz az adott érték a hőtésképen. Amennyiben a teljesítmény tökéletes lenne, úgy egy erős kék átlót kellene látnunk, az átló mellett pedig egyenletes piros színt.

Négy csoportot emeltünk ki az elemzés során. Két olyan csoportot, akik az elmélet szerint alkalmaz-ismerők, ők a 2-tudók, és 3-tudók, valamint két olyan csoportot, akik elméletileg kardinalitás-elv tudók, de a kritériumok szerint 5-tudóknak, és 6/8-tudóknak kell őket neveznünk. Látható volt, hogy 4-tudó gyerekek is előfordultak a mintában, de őket azért nem vontam be a későbbi elemzésbe, mert ez az a pont aminél az elmélet szerint megtörténik a minőségi váltás. A dolgozat célja szempontjából olyan csoportokat kellett részletesebben megvizsgálnom, akik elméletileg már túl vannak ezen a határponton.

Az 1. ábrán a 2-tudók hőtésképét látjuk. Ahogyan az a 2-tudók esetében nem meglepő, a teljesítményük közel tökéletes addig, amíg a 2-t kérjük az Adj x tárgyat feladaton. 1-re 96%-

ban válaszolnak egy golyóval, és 84%-ban válaszolnak 2-re kettő golyóval. A teljesítményük ezután lezuhan, a 3-ra már csak 30%-ban válaszolnak három golyóval.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	10<
1	96%	1%	1%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	1%
2	0%	84%	5%	2%	2%	2%	1%	0%	0%	0%	3%
3	1%	7%	30%	19%	11%	12%	3%	3%	3%	1%	9%
4	0%	5%	10%	14%	16%	12%	5%	6%	5%	2%	24%
5	1%	4%	8%	14%	9%	13%	7%	6%	5%	4%	28%
6	3%	4%	10%	7%	11%	10%	8%	8%	7%	2%	29%
7											
8											
9	7%	4%	2%	7%	13%	4%	9%	11%	2%	7%	33%
10	0%	11%	0%	16%	0%	0%	5%	5%	11%	5%	47%

1. ábra: A 2-tudók teljesítménye az Adj x tárgyat feladaton

A 2. ábrán a 3-tudók hőterképe látható. A 3-tudók esetében -hasonlóan a 2-tudókhoz- a teljesítmény hibátlanul mondható egészen addig, amíg a 3-mat kérjük az Adj x tárgyat feladaton. A teljesítmény csak ezután zuhan, látható, hogy a kért 4-re már csak 32%-ban válaszolnak négy golyóval.

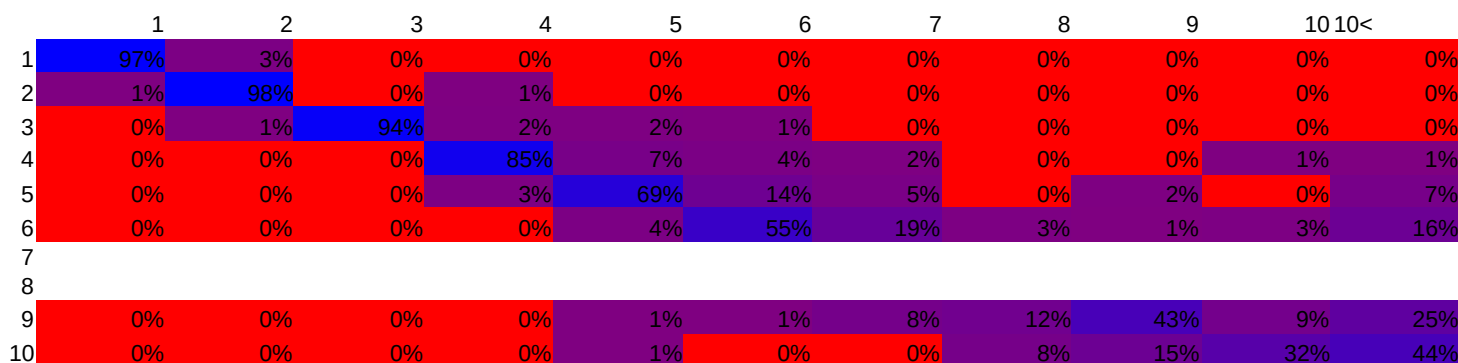
A 2- és 3-tudók esetében fontos azt is látni, hogy bár a teljesítmény leesik 2, illetve 3 után, de a továbbiakban nagy számokra sosem válaszolnak kis számú golyóval. Ha megnézzük például a 2-tudókat, ők 0, vagy nagyon kevés százalékban adtak 1 golyót, ha 1-nél nagyobb számot kértünk tőlük. A 3-tudók esetében is hasonló a mintázat, amennyiben 2-nél nagyobb számot kértünk tőlük, úgy soha nem válaszoltak egy vagy kettő golyóval. Továbbá a 2- és 3-tudóknál is megfigyelhető a válaszmintázatban, hogy azon a ponton túl, ahol a teljesítmény leesik, onnantól a hibázás eloszlása egyenletesnek látszik, és az átlót sem lehet látni.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	10<
1	100%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
2	0%	100%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
3	0%	0%	92%	7%	1%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
4	0%	1%	3%	32%	23%	13%	8%	6%	3%	3%	10%
5	0%	0%	2%	6%	26%	14%	10%	7%	5%	4%	27%
6	0%	0%	2%	4%	8%	16%	12%	11%	4%	6%	38%
7											
8											
9	0%	0%	2%	3%	5%	8%	13%	2%	5%	15%	48%
10	0%	0%	3%	3%	9%	6%	3%	6%	6%	24%	41%

2. ábra: A 3-tudók teljesítménye az Adj x tárgyat feladaton

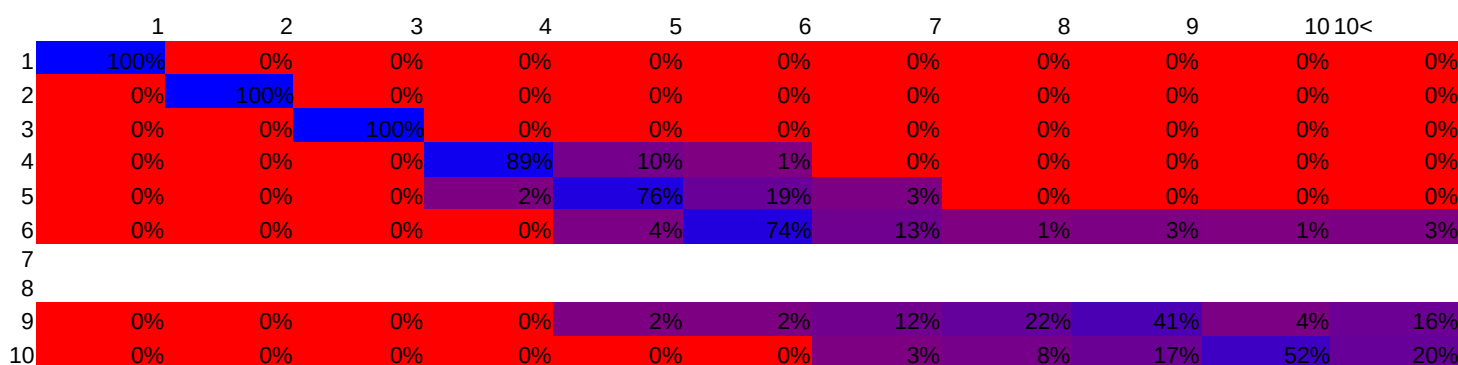
A továbbiakban annak a két csoportnak a hőterképét látjuk, akik nagyobb szám-tudók, tehát az 5-tudók, és 6/8-tudók teljesítményét.

A 3. ábrán az 5-tudók hőtérképét látjuk. A legszembetűnőbb különbség az előző két csoporthoz képest, hogy az átló erősebben látszódik. A teljesítmény nem zuhan olyan meredeken a nem tudott számok esetén, mint ahogyan az a 2- és 3-tudóknál látható volt. Az 5-tudók 55%-ban adnak hat golyót, ha 6-ot kérnek tőlük.



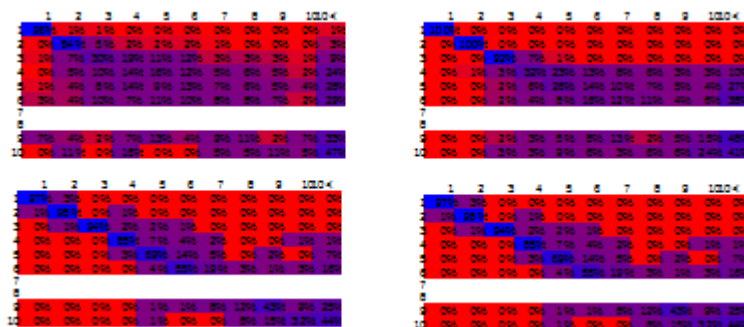
3. ábra: Az 5-tudók teljesítménye az Adj x tárgyat feladaton

Az átló leginkább a 6/8-tudók esetében látszik, ami a 4. ábrán látható. Az 5- és a 6/8-tudók esetében elmondható, hogy a válaszmintázatukban már nem olyan egyenletes a hibázás, mint a 2- és 3-tudók esetében. Ahol az 5- és 6/8-tudók hibáznak, ott a hibázás kisebb valószínűséggel fordul elő, és általában a helyes értékhez közeli golyószámmal válaszolnak.



4. ábra: A 6/8-tudók teljesítménye az Adj x tárgyat feladaton

Az 5. ábrán a jobb áttekinthetőség érdekében látható a 4 csoport teljesítménye az Adj x tárgyat feladaton. Az ábrán jól követhető, ahogyan az átló egyre erősödik a 2-tudóktól egészen a 6/8-tudókig.



5. ábra: A 4 csoport teljesítménye az Adj x tárgyat feladaton

A négy csoport válaszmintázata nem csak abban különbözik, hogy milyen gyakorisággal válaszoltak a különböző számú golyókkal, hanem az is, hogy ezeket a golyókat milyen stratégiával választották ki. A négy különböző stratégia lehetett a markolás, amikor a gyerekek számlálás nélkül egyszerűen csak belemarkolnak a halmazba; a kiegészítés, amikor kivesznek pár darab golyót, majd ahhoz még hozzátesznek párat; az egyesével számlálás halkan, és az egyesével számlálás hangosan. A 2- és 3-tudók csoportjában a leggyakoribb a markolás, míg az 5- és 6/8-tudók csoportjában megjelenik gyakori stratégiaként az egyesével halkan számlálás. A stratégiákat szemléltető grafikonok a melléklet fejezet alatt találhatóak meg (2-5.diagram).

Az Adj x tárgyat feladaton kapott válaszok eloszlása

A fentebb bemutatott hőtérképeken a színek jól szemléltették, hogy a 2- és 3-tudó gyerekek a nem ismert számok tartományán nagyjából ugyanolyan mértékben válaszolnak a helyes számú golyókkal, illetve az ahhoz közeli értékekkel. Ha például 4-et kérünk a gyerekektől, akkor ők nagyjából ugyanolyan gyakorisággal válaszolnak négy golyóval, mint hárommal, vagy öttel. A színekben ez úgy mutatkozott meg, hogy míg a 2- és 3-tudóknál eltűnik az átló, addig az 5, és 6/8-tudóknál egyre erősebb kék átló jelenik meg.

Az átló, tehát a helyes válaszok gyakorisága a színek alapján nem tér el a hiba gyakoriságától a 2- és 3-tudók esetében, míg az 5- és a 6/8-tudóknál igen. Az 5- és 6/8-tudóknál lecsökken a hiba gyakorisága.

Annak érdekében, hogy megvizsgáljam, hogy az egyes szám-tudók csoportjában a helyes válaszok gyakorisága megegyezik-e a hiba gyakoriságával, khi-négyzet próbát használtam. A válaszok eloszlását a 4-es szám tartományától kezdve néztem, és a fent leírtak alapján azt hasonlítottam össze, hogy a helyes válaszok eloszlása megegyezik-e a hibázások eloszlásával.

A 2-tudók csoportjában a khi-négyzet próba eredménye nem szignifikáns, $X^2(26)=22,302$, $p=0,672$. Ahogyan a hőtérkép is jelzi, az eloszlás egyenletes a 2-tudók esetében a nem ismert számok tartományában.

A 3-tudók csoportjában, hasonlóan a 2-tudókhoz, a khi-négyzet próba eredménye nem szignifikáns, $X^2(29)=35,414$, $p=0,191$. Hasonlóan a 2-tudó gyerekekhez, a 3-tudóknál is egyenletes eloszlás figyelhető meg.

Az 5-tudók csoportjában a khi-négyzet próba eredménye, $X^2(34)=69,105$, $p<0,0,1$. Ennek alapján elmondható, hogy az 5-tudó gyerekeknél nem egyenletes a helyes válaszok és a hibázások eloszlása.

A 6/8-tudók csoportában az 5-tudókhoz hasonlóan a khi-négyzet próba eredménye szignifikáns, $X^2(28)=62,883$, $p<0,01$, tehát az eloszlások eltérnek.

Az 5- és a 6/8-tudók csoportjában, ahogyan az a hőtérképen is, látható a helyes válaszok gyakorisága nagyobb még azon számok tartományában is, amit a gyerekek nem ismernek.

A csoportok összehasonlítása az Adj x tárgyat feladaton nyújtott teljesítmény alapján

Bár a hőtérképeken jól látható, ahogyan a négy csoport, tehát a 2- 3- 5- és 6/8-tudóknál az átló egyre erősödik a szám-tudásnak megfelelő irányban, ezt egyszempontos független mintás varianciaanalízissel is megvizsgáltam. Ehhez minden, az egyes csoportokba sorolt gyerek esetében kiszámoltam egy indexet. Az index azt mutatja meg, hogy a hibázás mennyire simul az átlóra, vagy másként megfogalmazva, mennyire emelkedik ki az átló a gyerekek gyakorisági táblázataiban.

Az index kiszámítása úgy történt, hogy az átló, -ami a helyes megoldást jelzi- egy osztás során mindig a nevezőben szerepelt, és a számlálóban a közvetlenül az átló alatt és felett szereplő értékek voltak. Ezeket az osztásokat a 4-es értéknél kezdtem, mert az ez utáni tartományban kérdéses az Adj x tárgyat feladaton elakadó gyerekek számmegértése. Miután minden gyerek esetében elvégeztem az osztásokat, az így kapott értékek átlaga adta az egyes gyerekek indexét. A jó teljesítményt, illetve az átló kiemelkedését az jelzi, ha az index értéke 0-hoz közelít. Például ha a kért 4-es számra egy gyerek 85%-ban válaszolt 4 golyóval, és 3%-ban 5 golyóval, akkor az osztás eredménye 0,03, de ha 30%-ban válaszolt 4 golyóval, és 23%-ban 5 golyóval, akkor már 0,76. Ez csak egy-egy példa, ahogyan fentebb említettem az indexet több osztás átlaga alapján számoltam.

Az egyszempontos független mintás varianciaanalízis függő változója tehát a gyerekenként számolt index, a csoportosító változó pedig a szám-tudás.

Az 1. táblázatban látható az index változóra vonatkozó általános leíró statisztika. Az átlagok a szám-tudásnak megfelelő irányban növekednek. Az 1 fölötti maximum index értékek azt jelzik, hogy az átlóban szereplő értéket egy nagyobb értékkel kellett osztani, tehát előfordultak olyan esetek, ahol a helyes válaszhoz képest a hibázás nagyobb gyakorisággal fordult elő.

Csoportok	N	Átlag	Szórás	Minimum	Maximum
2-tudók	26	1,09	0,61	0,2	2,81
3-tudók	10	0,69	0,55	0,06	1,75
5-tudók	8	0,19	0,14	0,03	0,52
6/8-tudók	6	0,11	0,05	0,03	0,2

1. táblázat: Az index változóra vonatkozó leíró statisztika

A szóráshomogenitás feltételét Levene-próbával ellenőriztem, ami szignifikáns, tehát a szórások nem egyeznek ($F(3, 46)=4,576$, $p=0,007$).

Az egyszempontos független mintás varianciaanalízis alapján megállapítható, hogy az index változó átlaga szignifikánsan különbözik a szám-tudás alapján képzett csoportokban ($F(3, 46)=9,820$, $p<0,05$).

Utótesztként a Dunnett's T3 eljárást alkalmaztam, mivel a szórás egyezőség feltétele sérült. Ez alapján az mondható, hogy a 2-tudók index átlaga szignifikánsan kisebb az 5-tudóktól ($p<0,01$), és a 6/8-tudóktól ($p<0,01$). A 3-tudók index átlaga szignifikánsan kisebb, mint a 6/8-tudók átlaga ($p<0,05$). A 3-tudók átlaga nem különbözik az 5-tudók átlagától. Ezeket az eredményeket részletesebben a 2. táblázatban lehet áttekinteni.

Számtudás	Számtudás	Átlag különbség	Std. hiba	p
2-tudók	3-tudók	0,396	0,212	0,362
	5-tudók	0,895	0,131	<0,01
	6/8-tudók	0,977	0,122	<0,01
3-tudók	2-tudók	-0,396	0,212	0,362
	5-tudók	0,499	0,182	0,102
	6/8-tudók	0,581	0,176	<0,05
5-tudók	2-tudók	-0,895	0,131	<0,01
	3-tudók	-0,499	0,182	0,102
	6/8-tudók	0,082	0,056	0,625
6/8-tudók	2-tudók	-0,977	0,122	<0,01
	3-tudók	-0,581	0,176	<0,05
	5-tudók	-0,082	0,056	0,625

2. táblázat: A csoportok összehasonlítása az index változó átlaga alapján Dunnet's T3 eljárással

Diszkusszió

A dolgozat célja egy ellentmondás tisztázása volt.. Egy olyan ellentét, amely több évtizedre visszanyúló elmélet, és ezzel szembenálló tapasztalatból fakad. Wynn által a '90-es évek óta tartja magát az az elmélet, miszerint a gyerekek számmegértés fejlődése lassú, amelynek során a gyerekek meghatározott fejlődési szakaszokon mennek keresztül. Wynn állítása szerint a gyerekek alhalmaz-ismerők, amíg a számoknak csak egy kis halmazát értik meg, nevezetesen az 1-2-3-mat, majd a 4 megértése után a számok általánosabb fogalmi jelentésével is tisztában lesznek, és ezzel a minőségi váltással már kardinalitás elv-ismerő gyerekeknek nevezzük őket. Wynn ezt a mintázatot az Adj x tárgyat feladat alapján állapította meg, majd a szakirodalomban is rendre mindenki őt követte, ezzel kihagyva egy lényeges, kritikus kérdést: Tényleg minőségi váltás van a 4 megértése után? Wynn módszere alapján a kérdés adja magát, hiszen egyértelmű, hogy Wynn sose nézte részletesen, hogy milyen a numerikus fejlődés a 4 megértése után. Önmagában már a fent leírtak alapján is magyarázható lenne a dolgozat motivációja, ám tovább árnyalja a képet az a tapasztalati megfigyelés, miszerint az Adj x tárgyat feladatot alkalmazva előfordulnak olyan gyerekek, akik a 4 megértése után nem tudnak automatikusan minden számot. Ezeket a gyerekeket az Adj x

tárgyat feladat kritériumai alapján 5- 6-, vagy akár nagyobb szám-tudó gyerekeknek kellett neveznünk.

A dolgozat, az elmélet szempontjából releváns információkkal tudott hozzájárulni a kérdés tisztázásához, hogy van-e minőségi váltás a 4 megértése után, és a 4 megértése után elakadó gyerekeket alhalmaz-, vagy kardinalitás elv-ismerő gyerekeknek kell-e neveznünk, részletesebben megvizsgált egy korábban fel nem tett kérdést. Önmagában már az is figyelemre méltó tényként említendő, hogy a mintában többen is voltak olyan gyerekek, akik elakadtak az Adj x tárgy feladaton, és ez által 5-tudóknak illetve 6/8-tudóknak kellett őket neveznünk. Az elemzés során azt is láttuk, hogy a gyerekek attól függően, hogy milyen szám-tudás szintre sorolhatóak be, máshogyan viselkednek az Adj x tárgy feladaton. Nagyon sajátos válaszmintázatot láttunk mind a 2- és 3-tudó, mind az 5- és 6/8-tudó gyerekek esetében, mely a legkevésbé sem mondható a véletlen művének.

Nem meglepő, hogy a 2-tudó gyerekek esetében volt a leggyakoribb a hibázás előfordulása, ez által a hőtésképen náluk látszódott a legkevésbé az átló, mely a helyes válaszok mértékét mutatta. E helyett, a nem ismert számok tartományán a hibázás egyenletes eloszlását lehetett látni, melyet a hőtésképen egy folytonos lila szín jelzett.

A 3-tudó gyerekek csoportjában már tisztul az átló, de nem meglepő módon csak 3-ig. Ez után a nem ismert számok tartományán ismét egyenletesebb eloszlását lehetett látni a válaszok előfordulásának.

Ezek a gyerekek nem kérdés, alhalmaz-ismerők, ahogyan azt a szakirodalom is írja. A dolgozat szempontjából lényegesebb kérdés, hogy milyen mintázatot látunk azoknál a gyerekeknél, akik a szakirodalom alapján már kardinalitás elv-ismerő gyerekek.

Az elemzésünk során az 5-tudó és 6/8-tudó gyerekekkel foglalkoztunk részletesebben. Az 5-tudó gyerekeknél a hőtésképen már észrevehető volt, hogy a hibázás gyakorisága lecsökkent, és ez által az átló is erősebben megjelent, már azoknál a számoknál is, amik nagyobbak, mint 5. A 6/8-tudó gyerekek csoportjában pedig már sokkal erősebben látszik az átló, a nem ismert számok tartományán is. A khi-négyzet próbák csak megerősítik a hőtésképen látottakat, miszerint a 2- és 3-tudó gyerekek csoportjában a 4-es szám utáni tartományban a válaszok gyakorisága egyenletes, míg az 5- és 6/8-tudó gyerekek csoportjában eltér a helyes válaszok és a hibázások eloszlása.

Ennek alapján azt mondhatjuk, hogy míg a 2- és 3-tudó gyerekek véletlenszerűen találhatnak azoknál a számoknál, amiket nem ismernek, addig az 5- és 6/8-tudó gyerekek esetében ez nem valószínű. A hibázásokat az ő esetükben kivitelezési hibáknak is lehet tekinteni. A 3-4

éves gyerekeknél gyakran előfordul, hogy ha kompetencia szintjén tudnak is valamit, annak a performancia gyakran gátat szab. Ezek a gyerekek például többször olyan hibát vétenek, hogy amikor számolnak, akkor gyorsabban mondják a számneveket, mint ahogy a golyókat kiszedegetik a halmazból, vagy ha leellenőrzik magukat számolással, akkor belekavarodnak, hogy mely golyókat számolták már meg, és melyeket nem.

A 2- és 3-tudók, valamint az 5- és 6/8-tudók közötti különbségeket a varianciaanalízis során is lehetett látni, ami ugyancsak azt erősíti meg, hogy az alhalmaz-ismerő gyerekek csoportjaiban az átló nem emelkedik ki, tehát a hibázások ugyanolyan gyakorisággal jelennek meg, mint a helyes válaszok, és a 2-tudók különböznek e tekintetben az 5- és a 6/8-tudóktól, míg a 3-tudók a 6/8-tudóktól.

Ennek alapján azt a konklúziót vonhatjuk le, hogy azok a gyerekek, akik az Adj x tárgyat feladaton elakadnak, valójában már van egy általánosabb koncepcionális megértésük a számokról, és a hibázások csak kivitelezési hibáknak tekinthetők.

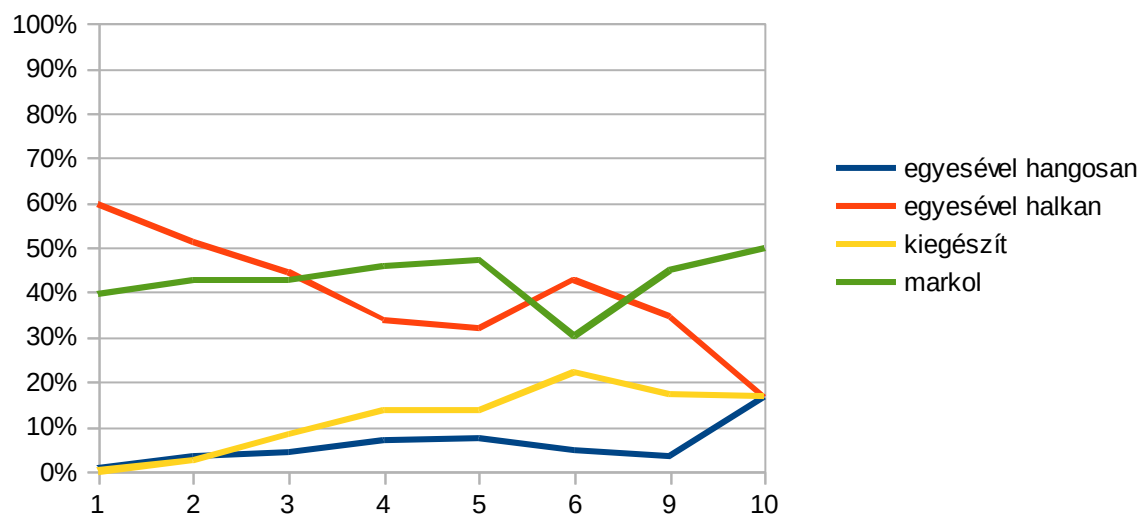
Ha Wynn az Adj x tárgyat feladattal vizsgálta volna a 4 utáni számmegértést, akkor a kritériumai alapján ezeket a gyerekeket 5 illetve 6/8 tudóknak nevezte volna, viszont az elemzések alapján kimutatható, hogy az alhalmaz-ismerőkhöz képest a nagyobb szám-tudó gyerekeknél minőségileg eltérő megértése látszik a számoknak. Ez alapján joggal nevezhetjük ezeket a gyerekeket kardinalitás elv-ismerő gyerekeknek, mint ahogyan Wynn is nevezte őket. A probléma csak az, hogy Wynn adataiból mind ez nem következik, tehát bár helyes konklúziót vont le, az adataiból mindez nem következik egyértelműen.

Referencia

- Condry, K. F., & Spelke, E. S. (2008). The development of language and abstract concepts: the case of natural number. *J. Exp. Psychol. Gen.*, 137(1), 22–38
- Frye, D., Braisby, N., Lowe, J., Maroudas, C., & Nicholls, J. (1989). Young Children's Understanding of Counting and Cardinality. *Child Development*, 60(5), 1158-1171.
- Fuson, K. C. (1988). *Children's counting and concepts of number*. New York: Springer-Verlag.
- Gelman, R., Gallistel, C. R. (1978). *The child's understanding of number*. Cambridge, MA: Harvard University Press.
- Gelman, R. (1993). A rational-constructivist account of early learning about numbers and objects. In D. Medin, Ed., *Learning and Motivation*. New York: Academic Press.
- Greeno, J. G., Riley, M. S., & Gelman, R. (1984). Conceptual competence and children's counting. *Cognitive Psychology*, 16, 94-143.
- Le Corre, M., Carey, S. (2007) One, Two, Three, Four, Nothing More: An Investigation of the Conceptual Sources of the Verbal Counting Principles. *Cognition*, 105(2).
- Le Corre, M., Van de Walle, G., Brannon, E. M., Carey, S. (2006). Re-visiting the competence/performance debate in the acquisition of the counting principles. *Cognitive Psychology*, 52(2), 130-169.
- Lipton, J. S., Spelke, E. S. (2006). Preschool children master the logic of number word meanings. *Cognition*, 98(3), B57–B66.
- Mix, K. S., Sandhofer, C. M., Moore, J. A., Russell, C. (2012). Acquisition of the cardinal word principle: The role of input. *Early Childhood Research Quarterly*, 27(2), 247-283.
- Sarnecka, B. W., & Gelman, S. A. (2004). Six does not just mean a lot: preschoolers see number words as specific. *Cognition*, 92(3), 329–352
- Schaeffer, B., Eggleston, V. H., Scott, J. L. (1974). Number development in young children. *Cognitive Psychology*, 6, 357-379.
- Wynn, K. (1990). Children's understanding of counting. *Cognition*, 36, 155-193.
- Wynn, K. (1992). Children's acquisition of number words and the counting system. *Cognitive Psychology*, 24, 220-251.

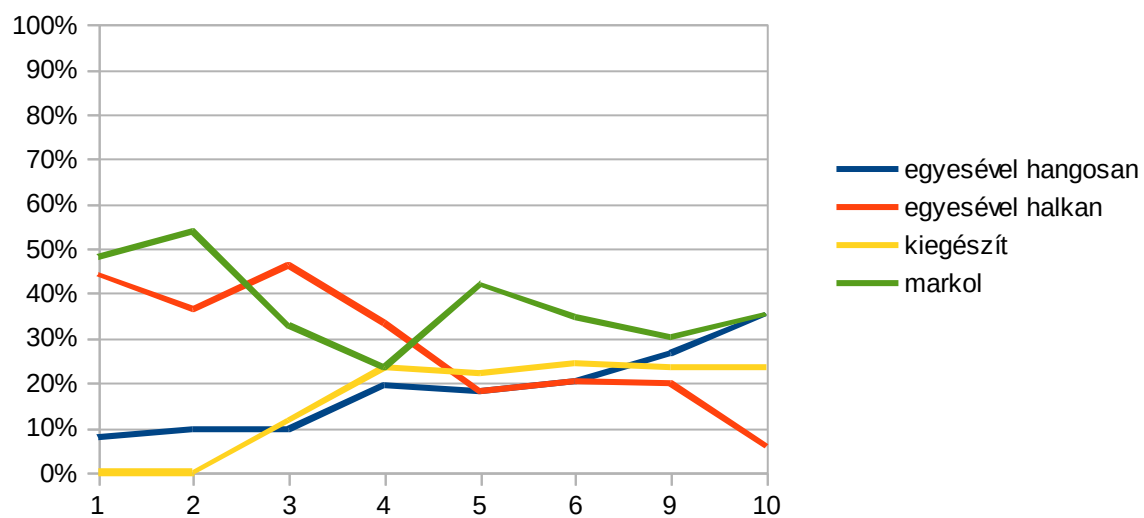
Melléklet

2-tudók stratégiája az Adj x tárgyat feladaton



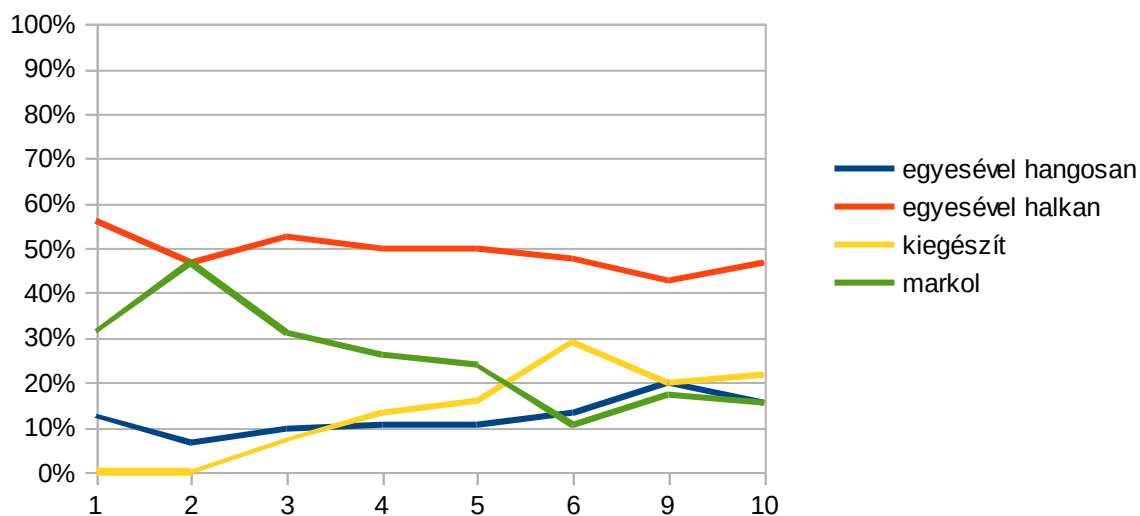
2. diagram: A 2-tudók stratégiája az Adj x tárgyat feladaton

3-tudók stratégiája az Adj x tárgyat feladaton



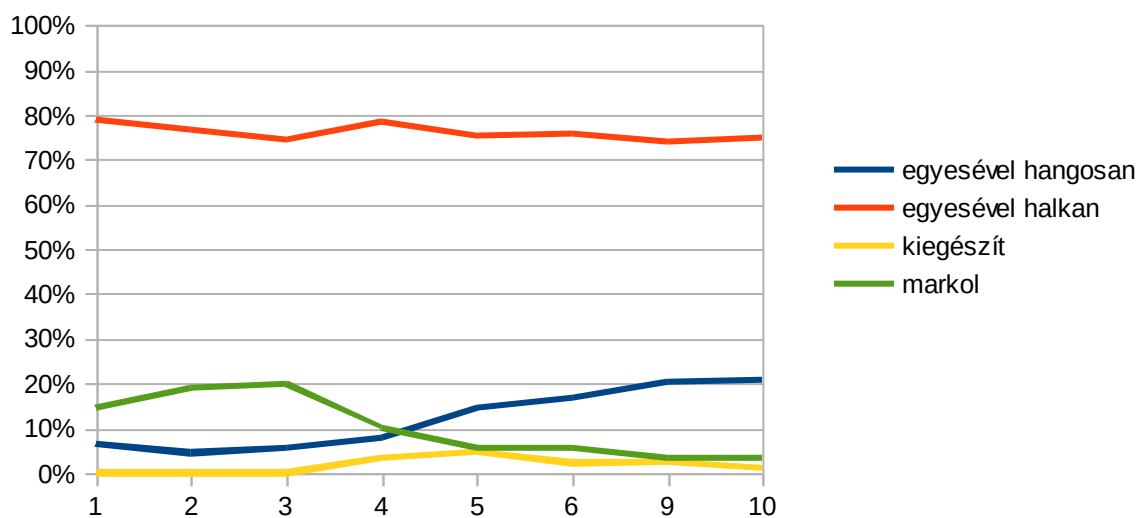
3. diagram: A 3-tudók stratégiája az Adj x tárgyat feladaton

5-tudók stratégiája az Adj x tárgyat feladaton



4. diagram: Az 5-tudók stratégiája az Adj x tárgyat feladaton

6/8-tudók stratégiája az Adj x tárgyat feladaton



5. diagram: A 6/8-tudók stratégiája az Adj x tárgyat feladaton

A válaszok gyakoriságának eloszlása, a khi-négyzet próba részletesebb kimutatása

Feldolgozott esetek összegzése

	Esetek					
	Érvényes		Hiányzó		Összes	
	N	Százalék	N	Százalék	N	Százalék
ertek 2 * h a 2	232	100,0%	0	0,0%	232	100,0%

3. táblázat: A 2-tudók csoportjában feldolgozott esetek összegzése

ertek_2 * h_a_2 Keresztkimutatás

Számítás

		h a 2		Összes
		1	2	
ertek_2	0	59	54	113
	6	4	1	5
	7	3	6	9
	8	5	2	7
	9	0	1	1
	11	2	3	5
	12	0	1	1
	13	4	8	12
	14	1	2	3
	17	6	10	16
	18	1	1	2
	20	7	5	12
	22	3	2	5
	23	1	2	3
	25	5	8	13
	27	0	3	3
	28	1	1	2
	30	1	0	1
	33	2	4	6
	38	0	1	1
	40	0	1	1
	42	0	2	2
	44	0	1	1
	47	0	1	1
	50	2	1	3
	55	1	0	1
	100	1	2	3
Összes		109	123	232

4. táblázat: A 2-tudók válaszainak eloszlása (1=helyes válasz, 2=hiba)

Feldolgozott esetek összegzése

	Esetek					
	Érvényes		Hiányzó		Összes	
	N	Százalék	N	Százalék	N	Százalék
ertek_3 * h_a_3	107	46,1%	125	53,9%	232	100,0%

5. táblázat: A 3-tudók csoportjában feldolgozott esetek összegzése

ertek_3 * h_a_3 Keresztkimutató

Számítás

		h_a_3		Összes
		1	2	
ertek_3	0	17	19	36
	6	0	3	3
	7	5	5	10
	8	3	1	4
	9	1	0	1
	11	1	4	5
	12	0	1	1
	13	0	4	4
	17	2	3	5
	18	1	2	3
	19	0	1	1
	20	4	3	7
	21	0	1	1
	22	1	1	2
	24	1	0	1
	25	0	3	3
	27	0	2	2
	33	1	2	3
	35	3	0	3
	36	0	1	1
	38	0	1	1
	40	1	0	1
	43	1	0	1
	45	1	0	1
	47	0	1	1
	53	1	0	1
	55	1	0	1
	56	2	0	2

79	1	0	1
100	1	0	1
Összes	49	58	107

6. táblázat: A 3-tudók válaszainak eloszlása (1=helyes válasz, 2=hiba)

Feldolgozott esetek összegzése

	Esetek					
	Érvényes		Hiányzó		Összes	
	N	Százalék	N	Százalék	N	Százalék
ertek 5 * h a 5	86	37,1%	146	62,9%	232	100,0%

7. táblázat: Az 5-tudók csoportjában feldolgozott esetek összegzése

ertek_5 * h_a_5 Keresztkimutatás

Számítás

		h a 5		Összes
		1	2	
ertek_5	0	0	21	21
	7	0	1	1
	8	0	4	4
	9	0	6	6
	13	0	2	2
	14	1	3	4
	15	1	2	3
	18	0	2	2
	20	1	3	4
	25	1	0	1
	29	2	2	4
	30	1	0	1
	33	1	1	2
	36	1	0	1
	40	3	0	3
	43	1	0	1
	44	1	1	2
	45	1	0	1
	47	1	0	1
	50	1	0	1
	54	1	0	1
	55	1	0	1
	57	1	0	1
	62	1	0	1

67	2	0	2
73	1	0	1
75	1	0	1
78	1	0	1
79	1	0	1
80	1	0	1
82	1	0	1
83	1	0	1
85	1	0	1
91	1	0	1
100	6	0	6
Összes	38	48	86

8. táblázat: Az 5-tudók válaszainak eloszlása (1=helyes válasz, 2=hiba)

	Feldolgozott esetek összegzése					
	Esetek					
	Étvényes		Hiányzó		Összes	
	N	Százalék	N	Százalék	N	Százalék
ertek_6/8 * h_a_6/8	77	33,2%	155	66,8%	232	100,0%

9. táblázat: A 6/8-tudók csoportjában feldolgozott esetek összegzése

ertek_6/8 * h_a_6/8 Keresztkimutatás

Számítás

	h_a_6/8		Összes
	1	2	
ertek_6/8 0	0	22	22
6	0	1	1
7	0	1	1
8	1	5	6
10	0	2	2
11	0	1	1
14	1	0	1
17	1	2	3
18	1	1	2
25	1	0	1
27	0	1	1
31	0	1	1
33	1	3	4
36	1	0	1

38	1	0	1
40	0	1	1
44	1	0	1
46	1	0	1
50	1	0	1
58	3	1	4
67	2	0	2
71	2	0	2
73	1	0	1
79	1	0	1
80	3	0	3
83	2	0	2
85	1	0	1
92	1	0	1
100	8	0	8
Összes	35	42	77

10. táblázat: A 6/8-tudók válaszainak eloszlása (1=helyes válasz, 2=hiba)



5. ábra: Az Adj x tárgyat feladat során használt plüss golyók