

A parti cirkuláció vizsgálata anticiklonális helyzetben

ELTE Meteorológus TDK diákköri dolgozat

FÖLDTUDOMÁNYI ALAPSZAK III. ÉVFOLYAM

METEOROLÓGUS SZAKIRÁNY



Készítette:

Szilágyi Eszter

Témavezetők:

Mona Tamás

dr. Breuer Hajnalka

ELTE TTK, Meteorológiai Tanszék

Eötvös Loránd Tudományegyetem

Földrajz- és Földtudományi Intézet

Meteorológiai Tanszék

Budapest, 2015

Tartalomjegyzék

1. Bevezetés.....	3
2. A parti cirkuláció.....	4
3. Parti cirkulációs vizsgálatok világszerte	6
4. A Balaton parti cirkulációjának vizsgálata.....	9
5. Módszertan, eszközök	14
5.1. Kezdeti mezők létrehozása	14
5.2. A hidro-termodinamikai egyenletrendszer (HTER)	15
5.2.1. Kontinuitási egyenlet.....	16
5.2.2. Termodinamikai egyenlet.....	16
5.2.3. Ideális gáz állapotegyenlete.....	17
5.2.4. Mozgásegyenletek	17
5.3 A HTER megoldása véges különbséges módszerekkel.....	18
5.4. Peremfeltételek.....	22
6. Eredmények.....	23
6.1. A modell alapbeállításai	23
6.2. Időderivált séma fejlesztése a modellben	23
6.3. Szenzibilis hőcsere folyamatok elhanyagolása.....	24
6.4. Peremfeltételek.....	24
6.5. Térséma fejlesztése a modellben	25
6.6. Stabilitás vizsgálatok.....	25
7. Összefoglalás.....	28
Köszönetnyilvánítás	29
Függelék.....	30
Irodalomjegyzék.....	31

1. Bevezetés

Az általános légkörzés mezoskálájú folyamatai mellett léteznek olyan lokális légáramlatok, melyek helyi hatás, vízfelület vagy domborzat következményei. Ilyen a parti cirkuláció jelensége is, mely elsősorban nagy kiterjedésű vízfelszínnek (óceánok, tengerek, nagyobb tavak) és szárazföld határán figyelhető meg. Munkám során ennek csak kisebb szegmensével, a tavi cirkulációval szeretnék foglalkozni. A szárazföld és az állóvíz különböző mértékű felmelegedése légmozgást generál, melynek következtében a nappali órákban a szárazföld felett felemelkedő légtömeg a víz felé áramlik, ahol megbontva a hidrosztatikai egyensúlyt leáramlás indul meg. A légoszlop alján szétáramló levegő a szárazföld felett kialakuló léghiány pótlására a part irányába folytatja útját, bezárva ezzel a parti cirkulációs rendszert. Az éjszaka során ellentétes irányú légcseré zajlik.

Külföldi parti cirkulációs modellek mintájára készítettünk egy egyszerű, 2 dimenziós modellt a Balatonra, mivel a tó felülete elég nagy, bizonyult ahhoz, hogy a légáramlat kifejlődjön rajta. A tó hossz tengelyére merőlegesen kijelöltünk egy keresztmetszetet Siófok és Csopak között. A 30 km hosszú keresztmetszet középső harmadát szimmetrikusan a tó felszíne borítja. Erre a kétdimenziós mezőre a hidro-termodinamikai egyenletrendszert hidrosztatikus közelítéssel, száraz légkört feltételezve, explicit közelítő módszerekkel oldottunk meg.

Ahhoz, hogy egy tónak önálló cirkulációs rendszere alakulhasson ki derült, besugárzásban gazdag, nyugodt légállapotra van szükség. Ez tipikusan anticiklonális helyzetre jellemző, így kutatásom során egy ilyen típusú nyári napra vonatkozóan vizsgáltam a jelenséget. A modellt budapesti 12 UTC-s ballonszondás mérés alapján inicializáltuk. A légköri állapotváltozók kezdetben homogén eloszlásúak, a cirkuláció kialakulását a tó hőmérsékletének változtatásával érjük el.

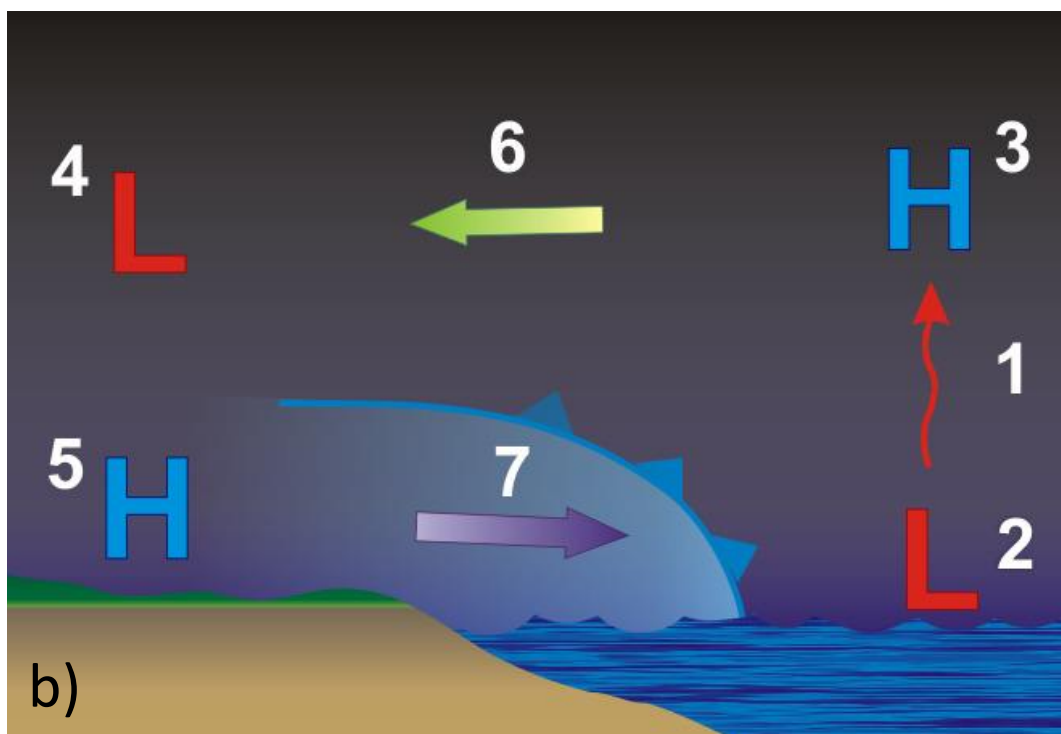
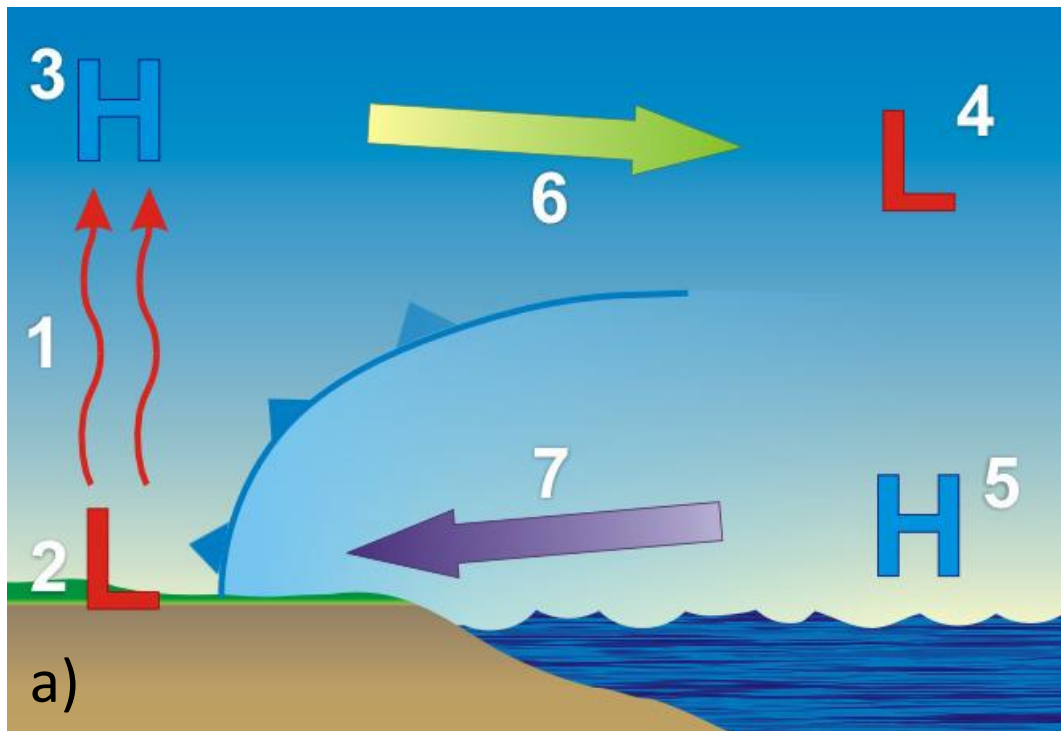
Diákköri dolgozatom célja a parti cirkuláció és annak modellezésével kapcsolatos külföldi és hazai publikációk minél szélesebb körű megismerése és rendszerezése, valamint az általunk készített modell ismertetése.

2. A parti cirkuláció

A parti cirkuláció témakörébe sorolható minden víz és szárazföld határán kialakuló szabályos áramlási rendszer, legyen szó tengerek, óceánok, vagy tavak és a szárazföld közötti légcseréről. A parti cirkuláció alapját a part és a víztömeg fölött kialakuló nyomási és hőmérsékleti gradiens képezi. Fontos, hogy ezen áramlat kialakításában külső hatások nem játszanak markáns szerepet, mert egy erősen advektív helyzet gátolhatja a jelenség létrejöttét.

A szárazföld és a vízfelszín eltérő mértékben melegszik fel. A beérkező sugárzás egy részét mind a szárazföld, mind a vízfelszín abszorbeálja, majd a felette elhelyezkedő légtömegnek nagyrészt szenzibilis hőáram formájában adja át. A szárazföld felett a szenzibilis hőáram hatására a légréteg felemelkedik és kitágul (1a. ábra - 1), ezáltal a felszálló termik a planetáris határréteg tetejét megemeli. A feláramlás hatására a felszínen légköri anyaghiány (1a. ábra - 2), a magasban légköri anyagtöbblet keletkezik (1a. ábra - 3). A feláramló légtömegnek a planetáris határréteg útját állja, a magasban divergencia következik be. Az eddigi dinamikai folyamat hatására az izobárok a víz irányában megdőlnek. A kialakuló nyomási gradiens a magasban a víz (1a. ábra - 4), míg a felszín közelében a part irányába mutat (1a. ábra - 5). A szétáramlás mind a víz, mind a szárazföld belseje felé végbe megy, de a nyomási gradiens dominánsan erősíti a horizontális mozgásokat a víz irányába (1a. ábra - 6). Az alsó légrétegben fellépő nyomási gradiens által keltett áramlás a víz felszínén légköri anyaghiányt képez. A magasban áramló légréteg hőmérséklete fokozatosan csökken, ezáltal a horizontális áramlás is gyengül. Végül az alsó szinten kialakult hiány pótlására vertikális süllyedésbe megy át. Nem szabad arról sem megfeledkeznünk, hogy a szenzibilis hőáram nem csak a parton, hanem a víz felett is generál feláramlást, ez azonban jóval kisebb mértékű (az eltérő felszíni hőmérsékletek miatt), így a leereszkedő hűvösebb légtömeg elnyomja a feláramlást. A víz felőli légáramlat a part közelébe érkezve fokozatosan melegszik, de ez a melegedés jóval kisebb mértékű, mint a magasban megfigyelhető szárazföldi légáramlat hűlése. Elérve a szárazföldet pótolja az ott keletkezett léghiányt, s ezzel záródik a cirkuláció. A part irányába mozgó hideg légtömeget és a parton feláramló meleg áramlatokat egy frontfelület választja el, úgynevezett hidegdóm, mely (fél)kupola formájában rajzolódik ki a part és a víz találkozásánál (1a. ábra - 7).

Nappal a szárazföld erőteljesebb felmelegedése lévén a cirkuláció a fentiekben leírt irányba játszódik le. Éjszaka során (1b. ábra) a szárazföldi felszín esetében erőteljesebb lehűlés mutatkozik, a part felől kezd fújni a szél és egy ellentétes irányú cirkuláció rajzolódik ki.

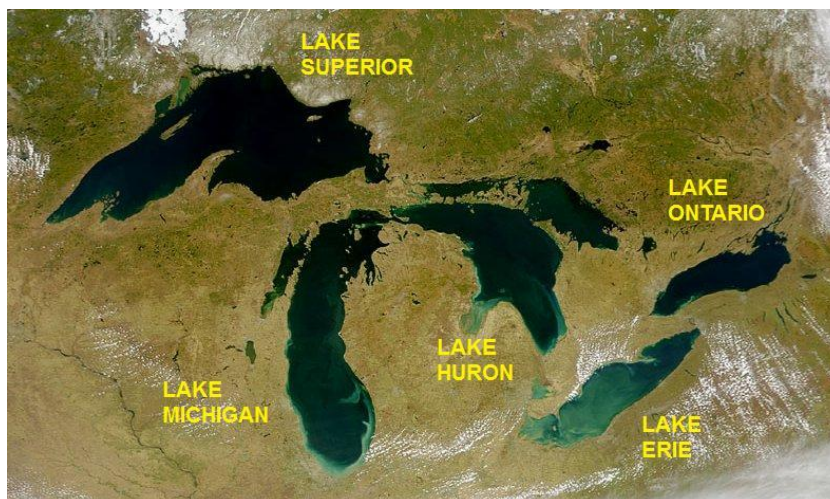


1. ábra: A parti cirkuláció sematikus ábrája a) nappal, b) éjszaka (a számok jelentése a szövegben megtalálható)
<http://oceanservice.noaa.gov/education/yos/resource/JetStream/ocean/seabreezes.htm#sb>

3. Parti cirkulációs vizsgálatok világszerte

A tóhatás okozta cirkulációt külföldi természettudósok több ízben vizsgálták és modellezték Földünk különböző tájegységein. A cirkuláció modellezése csak nagyobb vízfelülettel rendelkező tavakon valósulhat meg. Kisebb tavak esetén nem alakulhatnak ki akkora gradiensek, amelyek szabályos légmozgást tudnának generálni a víz környezetében. Ennek függvényében valósult meg az alábbi tavak cirkulációs vizsgálata.

Az Amerikai Egyesült Államok és Kanada határán helyezkedik el a világ egyik legnagyobb tó-rendszere a Nagy-tavak vidéke (2. ábra). Az öt tavat - Felső-tó, Michigan-tó, Huron-tó, Erie-tó, Ontario-tó - folyók láncolata fűzi fel egységes tó-agregáttá.



2. ábra: A Nagy-tavak (USA, Kanada) elhelyezkedése műholdfelvétel alapján (<http://visibleearth.nasa.gov>)

A Felső-tó Földünk legnagyobb területű édesvízi tava, az észak-amerikai tórendszer legmélyebb tagja. A monumentális kiterjedésű ($82\,413\text{ km}^2$) állóvíz nyári vízfelszíni középhőmérséklete az utóbbi száz évben $3,5^\circ\text{C}$ -al emelkedett. A tó felsőbb rétegeinek hőmérséklet növekedését a jégtakaró hosszú távú csökkenése eredményezi. Az egyaránt emelkedő levegő- és vízfelszíni hőmérsékletek, valamint a levegő és víz közötti hőmérsékleti gradiens csökkenése labilizálja a tó feletti légkört. Ennek köszönhetően a tó feletti szelek sebessége évtizedenként közel 5%-kal növekszik. A Felső-tóra készült cirkuláció numerikus modellje kimutatta, hogy a növekvő szélesebségek a tó áramlási rendszerét is nagyban befolyásolják. (Desai et al., 2009)

A Michigan-tó keleti partszakaszán kialakuló parti szélrendszer fizikai és dinamikai jellemzőinek meghatározását olyan időszakokban végezték, amikor az uralkodó külső

meteorológiai körülmények minimális hatást gyakoroltak a helyi cirkulációra (Moroz, 1967). A tóra elkészített numerikus modellben enyhe part felé tartó légáramlás rajzolódik ki, melynek jelenléte a vízfelszín feletti 1 km-es sávban és a parttól számított 30 km-t meghaladó távolságban is érzékelhető. A tavi széláramon kívül egy jól meghatározott visszaáramlási réteg is megjelenik, mely jóval alacsonyabb sebességű. Megmutatták, hogy a légmozgás iránya ellenkező irányú lehet a tó szemközti partoldalain, legalábbis a felszín közelében.

A tó nyugati partszakaszán 1974 szeptemberében egy klasszikus parti szél cirkulációs celláját tanulmányozták (Keen & Lyons, 1978). A cirkuláció levegő minőségre gyakorolt hatásait vizsgálták. A Nagy-tavak vidékének északi részét ekkor egy nagy kiterjedésű, magas légnyomású rendszer uralta. A felhőmentes és viszonylag hűvös éjszaka erős tavi szelek kialakulásához vezetett. A partról három meteorológiai léggömböt bocsátottak fel. A léggömbök az épp uralkodó szélviszonyoknak megfelelően indultak útnak északkelet felé. Időközben a szélfordulás ellentétes irányú röppályára kényszerítette a ballonokat, így később a felbocsátás helyétől északnyugatra találták meg őket. A Michigan-tó esetében is megállapították a parti cirkuláció fontosságát: meghatározza a Nagy-tavakhoz tartozó régiók helyi klimatikus viszonyait, hatással van a vízfelszín párolgására és a felhőzet mennyiségére, befolyásolja a tó vizének cirkulációját, illetve, a helyi szélrendszer transzportjával a környező iparvárosok szennyezőanyagai visszaáramlanak a tó térségébe.

Az öt nagy tó közül a legkisebb vízfelszínnel és legalacsonyabb tengerszint feletti magassággal (75 m) rendelkező tó az Ontario-tó. A tóra felállított cirkulációs modell a tavi széljárás megfigyelési adatain alapszik, melyeket speciálisan tervezett felszíni állomásokkal, rögzített léggömbökkel, szondákkal, repülővel és bójákkal gyűjtöttek be. Ezen kívül végeztek további információ szerzés céljából felhőfotózást és videózást is. Az 1972. október 3-án kialakuló szelet tanulmányozták, mikor egy anticiklon helyezkedett el a tó nyugati oldalán. A kétdimenziós, időfüggő, egyszerű modellt azért hozták létre, hogy azzal szimulálják a megfigyelésen alapuló elemzés eredményeit (Estoque et al., 1976). A numerikus modell egy korábbi, Estoque & Bhumralkar (1969) által leírt kétdimenziós modell módosítása, amiben légnyomás és keverési arány számítására végeztek korrekciót, illetve az orografikus hatásokat is figyelembe vették. A modell számításai alapján a parti cirkuláció a tavon a partvonalától számított 40 km-es körzetre terjed ki. A megfigyelt tavi szél jellemzőit meglehetősen jól reprodukálta a numerikus modell.

Brit-Columbia leghosszabb természetes tava a Babine-tó. Az itt végzett megfigyelések elsősorban nem a parti cirkuláció jelenségére irányultak, sokkal inkább arra, miként befolyásolják a szélhatások a tó termikus rétegződését (Farmer & Carmack, 1981). A vizsgálat

során megállapították, hogy valóban fellép a parti cirkuláció a Babine-tavon és a tó dinamikáját illetően jelentős befolyásoló szereppel bír.

A Földközi-tenger keleti medencéje felől a Jordán völgyében találjuk a Kinneret-tavat, mely Izrael legnagyobb, s egyben a Föld legalacsonyabban fekvő (-290 m) édesvízi tava. A 166 km² területű állóvizet dombok veszik körül, de gyakran így is eléri nagyobb szélviharok, melyek méteres hullámokat korbácsolhatnak a vízfelületen. A Kinneret-tóra készített modell elsődleges célja az volt, hogy jobban megértsék a tavon lejátszódó következő két folyamatot: majdnem minden délután erős olykor viharos szelek fejlődnek ki, valamint a tavon keresztül fújó szél sebessége majdnem 50%-os esést mutat egy mindössze 10 km-es távon, mire a nyugati partról a keleti partra átkel (*Alpert et al.*, 1982). A tóra felállított modell kétdimenziós, szigma koordináta rendszert alkalmaz. A légáramlatok a Földközi-tengeren fújó szél átalakulásával keletkeznek, mire az nyugati szél formájában megérkezik a tóhoz 13–14 óra tájban. Ez a viszonylag hűvös szél hirtelen tör be a környezeténél melegebb Kinneret-völgybe, míg a nagy intenzitást a dombok dinamikai hatása magyarázza. A fentiek a lejtőszél jelenségét írják le, mely alapján elmondható, hogy nem a parti cirkuláció felelős az intenzívebb légáramlatokért, hanem egy nagyobb skálájú folyamat.

4. A Balaton parti cirkulációjának vizsgálata

Magyarország üdülőkörzetei közül napsütésben leggazdagabb tájegység a Balaton, mely 594 km²-es kiterjedésével Közép-Európa legnagyobb tava. Sekély vizű, tektonikus eredetű tó, mely 77 km-es hosszával és átlagosan 7,8 km-es szélességével elég nagynak bizonyult ahhoz, hogy derült, anticiklonális helyzetben a szárazföld és a víztömeg felett szabályos légáramlás alakuljon ki. A Balaton térségében előforduló parti szelet már régebb óta vizsgálják, főként a vitorlások számára ismeretes jelenség. A XX. század első felében indultak meg a Balaton szélklímájára vonatkozó vizsgálatok, melyek nem kifejezetten a cirkulációs rendszer létezésére irányultak. Életbiztonság szempontjából elsőrendűnek a viharok előrejelzését tekintették, mivel a térségben élő emberek életét gyakran megkeserítették a hegyekből a tóra lecsapó szélviharok. A vízfelszínen felkorbácsolt gyakran méteres hullámok veszélyt jelentettek mind a Balatont övező települések lakosságára, mind a vitorlázókra. A kezdetleges műszertechnika és viharjelzési kísérletek gyakran nem bizonyultak elégségesnek egy vihar előrejelzésére.

A Siófoki Viharjelző Observatórium munkatársai immáron 80 éve látják el ezt a feladatot. A numerikus előrejelzéseket 90%-os bevételezési mutatóval (*Bartha, 2008*) készítik és adják ki a viharjelzéseket, miközben a parton 25 fényjelző (*Bartha, 2008*), a kiemelt fürdőhelyeken pedig további 10 mobil fényjelző tájékoztatja a lakosságot a vihar közeledtéről. Kétségtelenül a legfontosabb feladat a tóra lecsapó szélviharok előrejelzése, de vannak más jellegű kutatási feladatok, melyek szintén a balatoni szélviszonyokhoz kapcsolódnak. Nem szabad figyelmen kívül hagyni a balatoni szélcsendes időszakok vizsgálatát sem, melyek legalább annyi kellemetlenséget okozhatnak egy vitorlázó számára, mint egy szélvihar. Azonban ritkán fordulnak elő szélcsendes napok a tavon, a helyi szélhatások átlagosan 2–3 m/s-os légáramlást biztosítanak a térségben (*Czelnai, 1955*).

Az 1950-es éveket megelőzően a Balatonon nem végeztek rendszeres műszeres szélméréseket. A mérések kezdetén feltételezték, hogy a vízfelület és a szárazföld eltérő felmelegedése hatással van a tó térségében kialakuló szélesebességek és szélirány váltakozására. Fuess-féle szélíróval Siófokon, Keszthelyen és Balatonkenesén végeztek óránkénti szélméréseket anticiklonális helyzetben. A mérések a következő információkat szolgáltatották:

- a Balaton környezetére jellemző széljárás napi menetet követ, továbbá egy éves menet is kirajzolódik,
- a legnagyobb hőmérsékleti gradiens a kora délutáni órákban, 13–14 óra körül alakul ki, csakúgy, mint a szélmaximum,

- az éjszakai órákban egy másodmaximum mérhető, ez azonban kevésbé erőteljes, mivel ekkor a víz és szárazföld között jóval kisebb a hőmérsékletkülönbség, mint a déli órákban,
- napnyugta és napkelte után egy-két órával szélfordulás következik be, éppen amikor a szélsébségek minimálisak.

Az '50-es évek vizsgálatait újabb és újabb megfigyelések követték. A sűrűbb megfigyelő hálózat kiépítése gyakoribb szélregisztrációt hozott magával, mely a kialakuló helyi szélrendszer részletesebb szemügyre vételét tette lehetővé. Siófokon, Balatonkenesén, Balatonfüreden és Csopakon végzett vizsgálat során a következő kérdésekre keresték a választ a hazai meteorológusok:

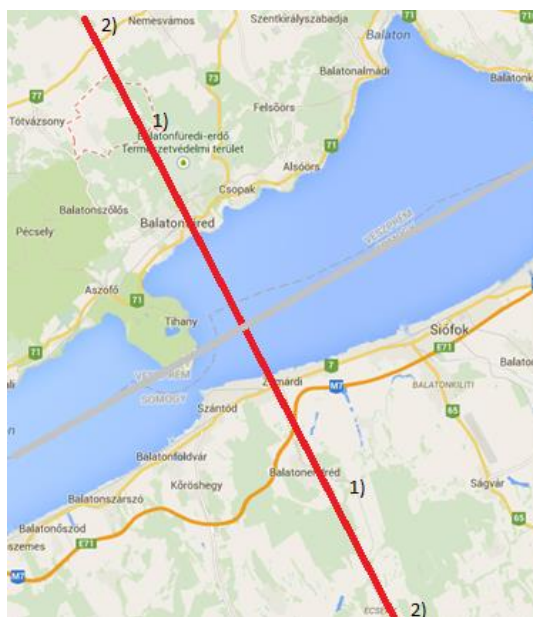
1. Milyen gyakorisággal fejlődik ki a parti cirkuláció a Balaton térségében?
2. Milyen a horizontális kiterjedése, mekkora távolságban éreztetni hatását a jelenség?
3. Mekkora a függőleges kiterjedése, milyen magasságig van jelen?

Öt nyári időszak 7, 14 és 21 órai méréseiből származó adatait hasonlították össze és három csoportba sorolták be őket annak megfelelően, hogy a cirkuláció melyik ága alakult ki az adott időintervallumban (1. táblázat). Azt mondjuk, hogy a helyi cirkuláció mindkét ága kifejlődött, ha 14 órakor a víz irányából fúj a szél, míg 21 órakor már a szárazföld felől és a szélfordulás meghaladta a 45° -ot mindhárom állomáson. A helyi cirkulációnak a nappali ága fejlődött ki, ha mindhárom állomáson a tó irányából fúj a szél 14 órakor. Ha egyik feltétel sem teljesült, akkor az adott napot a 3. kategóriába sorolták. A kategorizálásnál csak azokat a napokat vették figyelembe, mikor mindhárom állomásra kiterjedt a tóhatás, kizárva azokat a helyzeteket, mikor a mezoskálájú folyamatok elnyomták a Balaton által keltett légáramlást. A nyári hónapok során átlagosan 4 alkalommal fejlődött ki a cirkuláció nappali és éjszakai ága és minden negyedik-ötödik nap lehetett számítani a vízi szél kialakulására. Az 1957 és 1961 közötti szeptemberi hónapok anticiklonális helyzetben igencsak bővelkedtek. Ekkor négynaponta mindkét ág, a nappali ág pedig 33% relatív gyakorisággal kifejlődött (*Péczeley*, 1962).

	április	május	június	július	augusztus	szeptember
a helyi cirkuláció mindkét ága kifejlődött	9	15	13	13	14	25
a helyi cirkuláció nappali ága fejlődött ki	19	21	21	21	17	33
a helyi cirkuláció egyik ága sem fejlődött ki	81	79	79	79	83	67

1. táblázat: A Balatonon kialakuló cirkuláció típusainak előfordulási gyakorisága az 1957–1961. időszakban (Péczeley, 1962)

A második kérdés a cirkuláció horizontális kiterjedésére keresi a választ. A Balaton hossz tengelyére merőlegesen 4 kiválasztott település mentén folytak a vizsgálatok (3. ábra). Balatonendréd és Hidegkút a parttól 6–7 km-re eső körzetben (1), míg Lulla és Kövesgyűr a víztől 11–12 km-re eső (2) sávot jellemezték.



3. ábra: Cirkuláció intenzitás vizsgálta a parttól 6–7 km-re (1) és 11–12 km-re (2) fekvő körzetekben
1) Hidegkút (északi part), Balatonendréd (déli part)
2) Kövesgyűr (északi part), Lulla (déli part)
 (<https://maps.google.com>)

Amikor a cirkuláció legerősebb (13–14 óra), az áprilistól októberig terjedő időszakban 59 alkalommal regisztráltak vízi szelet. Az esetek közül 34 alkalommal ($\approx 60\%$) a víz felől fújó légáramlás csak a parti zónában volt kimutatható. 18 esetben mindkét parton a 6–7 km-ig húzódó sávban (1) érzékeltek légmozgást, míg a maradék 7 esetben mindkét parton legalább 11–12 km távolságig észlelhető volt a jelenség. Ez alapján mondható, hogy a vizsgált időszakok 60%-ában a cirkuláció gyengébb mértékű, s ekkor a part közvetlen környezetébe terjed ki, míg 8–10% mindössze, amikor intenzívebb cirkuláció révén a víztől távolabb fekvő településeken is érezteti hatását, legyőzve a fellépő általános áramlást.

A műszeres mérések már nem csak a felszín közeli szelekre fordították a figyelmet. A Balaton által keltett helyi légmozgás függőleges kiterjedését 7 Balaton parti város (2 déli, 5 északi parti) magassági szélmérései alapján vizsgálták. Mivel többnyire a nappali órákban volt pilotózás, így csak a cirkuláció nappali ágának vizsgálatára nyílt lehetőség. A Siófoki Viharjelző Obszervatórium magassági szélmérései megmutatták, hogy nappal a vízi szél az alsó néhány 100 méteres rétegben érezteti hatását, míg 500 méteren már a part felől fúj, az alsó légrétegben kialakuló levegőhiány pótlására. 1,5 km-es magasságban a szélvektorok a partvonallal párhuzamosan DNy-i irányba állnak be, majd 2000 m-en az Ekman-spirál jelensége már Ny-ÉNy-i irányba fordítja őket. Összességében a balatoni szélrendszer függőleges kiterjedését 1500 méterre becsülhetjük (*Péczely, 1961*).

Miután megismerkedtünk a parti cirkuláció horizontális és vertikális kiterjedésével a tó közvetlen part menti sávjaiban uralkodó szélviszonyokra szeretnék kitérni. Az ismertetéshez két nyári szezon (1982–83.) széladatait használtam fel (*Ambrózy & Papp, 1987*). A mérések megmutatták, hogy az átlagos szélesebesség a déli parton mindenhol meghaladta az északi parton mért sebességértékeket. Erős északi légáramlat esetén, a déli parton sokkal erősebb szelek fújhatnak, mint az északi parton, hiszen a nyílt víztükör lehetőséget biztosít a szélnek a felgyorsulására. A helyi szélre jellemző napi járás minden állomáson megfigyelhető volt (reggeli minimum, kora délutáni maximum). Kísérletet tettek szélirány-gyakoriság napi menetének leírására is, ezért 8 településre vonatkozóan szélrózsákat készítettek. A nappali órákban állomásonként eltérő szélirány volt uralkodó, míg az éjszakai, hajnali órákat ábrázoló széleloszlás hasonlóságot mutatott. Az északi parton napközben főként délies szelek a jellemzőek, ezzel szemben a déli parton az északias szelek vannak túlsúlyban. Az északi parton KDK-NyDNy irányok közti szeleket víz felőli szélnek, míg a déli parton ugyanezeket szárazföld felőli szélnek tekintjük. Jellemző a délies prefrontális szél nappali megerősödése, mely a parti cirkulációt jelentősen elnyomhatja. A DK-i irányhoz tartoztak a leggyengébb szelek, s ez a szélirány eloszlás megosztja a parti településeket. A DNy-i komponenst vizsgálva

a szélirány viszonylag nagy szórást mutat az egyes állomások esetében. A Balaton partján a szélirányeloszlás tehát igen nagy szórást mutat. Ennek mértéke az északi parton a Badacsonyi térségében a legnagyobb, ami elsősorban a tavi cirkuláció jelenléte mellett a domborzati viszonyokkal magyarázható. Olyan esetben, mikor a Balaton partján tartósan 10 m/s feletti szelek fújnak, a parti cirkuláció hatása eltűnik és kirajzolódik a szélvektorok izobárokkal párhuzamos iránya.

Ahogy már korábban említettem, a parti cirkuláció kialakulásának fő oka a szárazföld és a vízfelszín hő- és energiaháztartásában megnyilvánuló különbségek. Erre alapozva 1962 júliusa és októbere között Siófokon hőmérsékleti méréseket végeztek (*Endrődi & Götz, 1964*). Azokat az eseteket vizsgálták, mikor a felhőzet, csapadék, szél és egyéb időjárási állapothatározók nem befolyásolták az időjárást, túlnyomórészt csak sugárzási viszonyok uralkodtak. Az szárazföld napi hőmérsékletmenetében sokkal nagyobb ingás következett be, mint a víz esetében. A parti állomáson a legnagyobb napi hőmérséklet különbséget októberben, a legkisebb értékeket júliusban mérték. A tó hőmérséklete pont ellentétes statisztikát mutatott. A vízfelszínen, valamint a vízfelszín felett 1 m-re elhelyezett mérőállomáson a hőmérséklet napi ingása augusztusban volt a legnagyobb és októberben volt a legkisebb. A maximális hőmérsékleti érték kirajzolódás a nap járásától függően évszakosan más-más időpontban következik be mindkét esetben, de szem előtt kell tartani, hogy a napi menetek alakulásában befolyásoló tényező lehet a konvekció kialakulása, valamint a reggeli órákra jellemző talajközeli inverzió jelensége.

Ha összehasonlítjuk a légtömegek hőmérsékletét, megállapíthatjuk, hogy a szárazföldi-vízi állomás között a különbség délelőtt, mikor legintenzívebb a felmelegedés, valamint a hajnali órákban a legnagyobb. Továbbá a léghőmérséklettel szemben a vízhőmérséklet jóval kiegyenlítettebb. Októberben kora délután a vízhőmérséklet csupán 1–2 fokkal marad el a felette tartózkodó levegő hőmérsékletétől, míg az esti órákban már a vízben mérhetőek a magasabb értékek.

5. Módszertan, eszközök

5.1. Kezdeti mezők létrehozása

A parti cirkulációval foglalkozó külföldi és a magyar szakirodalom áttekintését követően a balatoni cirkuláció modellezését tűztem ki célul. Egy egyszerűsített, kétdimenziós, nem-hidrosztatikus modell létrehozása volt a cél, C program nyelven. A jellegzetes cirkuláció kialakulását elősegítve anticiklonális napra vizsgáldtunk.

A Balaton hossz tengelyére merőlegesen egy Siófokot Csopakkal összekötő szakaszt jelöltünk ki. A szakasz mentén egy y-z keresztmetszet kialakítására került sor, ahol y az észak-déli irányítottságú, horizontális (30 km), z a vertikális kiterjedést jelöli (10 km). A kezdeti mező elkészítése során erre a keresztmetszetre egy $M \times N$ rácspontból álló gridet definiáltunk. A felállított rácsot horizontálisan 3 részre tagoltuk. L_1 jelöli az északi partot, L_2 a Balatont, L_3 a déli partot magába foglaló intervallumot. A tömbünket azért tagoltuk 3 területre, hogy későbbiekben az egyes részeket alkotó rácspontok számát könnyen tudjuk változtatni. Referenciaként $L_1=L_2=L_3=100$ rácsponttal dolgoztunk és mindvégig ekvidisztáns rácsot használva. A horizontális (dy) és a vertikális lépésköz (dz), a rácspontok száma alapján 100-100 méternek adódik.

Elsődlegesen egy stabil, álló légkört szerettünk volna kialakítani. Ennek megfelelően a kezdeti hőmérsékleti értékeket a felszínen úgy állítottuk be, hogy a szárazföldek felszíni hőmérsékletei megegyezzenek, továbbá meghaladják a vízfelszín hőmérsékletét. A hőmérséklet magasság függését a száraz-adiabatikus hőmérsékleti gradiens ($\gamma=1^\circ\text{C}/100\text{m}$) segítségével számítottuk ki.

A hőmérsékletet követően a nyomás és a sűrűség inicializálása következett, melyet három fő lépéssel hajtottunk végre. A nyomási mező kezdeti értékeit egy anticiklonális napon (2013.08.07., 12 UTC) Pestszentlőrincen végzett ballonfelszállás nyomási adataiból határoztuk meg. A magassággal bekövetkező nyomáscsökkenés egy exponenciális görbét rajzol ki, így egy exponenciális görbét leíró függvényt illesztettünk a GNUPLOT segítségével a felszállási adatokra:

$$f(z) = a \cdot e^{bz} + c$$

Az illesztés eredményeképpen az együtthatók: $a=1026,17$ hPa, $b=-0,000123105$ és $c=1,00501 \cdot 10^{-30}$ hPa. Az illesztés hibája a felszín közelében a legnagyobb, a teljes légoszlopra átlagosan 7,52971 hPa, szórása kb. 57 hPa.

A teljes mezőre kiterjesztve az eljárás első lépése során a valódi légkörrel közel megegyező kezdeti mezőt kaptunk, homogén nyomási értékekkel.

A sűrűségi értékek származtatása az első légoszlopra a hőmérséklet (T) és a homogén nyomás (p) segítségével valósult meg, az ideális gáz száraz légkörre vonatkozó állapotegyenlete alapján:

$$\rho = \frac{p}{R_d T} \quad (1)$$

ahol T : hőmérséklet [K],

p : nyomás [Pa],

$R_d=287 \frac{\text{J}}{\text{kgK}}$; a száraz levegőre vonatkoztatott specifikus gázállandó,

ρ : légsűrűség $\left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right]$.

Harmadik lépésként, annak érdekében, hogy a nyomás ne legyen homogén, vertikális szintenként az y tengely mentén állandó sűrűséget feltételeztünk. A sűrűségi értékek ismeretében a nyomási értékeket az ideális gáz állapotegyenlet segítségével újraszámoltuk, így a kapott nyomási mező a hőmérséklet függvényében már inhomogénné vált.

5.2. A hidro-termodinamikai egyenletrendszer (HTER)

A balatoni cirkulációt jellemző dinamikai folyamatokat a hidro-termodinamikai egyenletrendszeren (Götz & Rákóczi, 1981) keresztül szeretnénk leírni, melynek numerikus megoldásához szükséges változók meghatározása a kezdeti mező felállításánál megtörtént. Számításaink során a légköri nedvességet nem vesszük figyelembe és a hőáramtól is eltekintünk, de a későbbiek folyamán szeretnénk bevonni a modellbe a szenzibilis hőáram, valamint a hődiffúzió jelenségét is. Továbbá, habár a modell térbeli léptéke indokolná, a turbulens átkeveredéstől eltekintünk.

5.2.1. Kontinuitási egyenlet

A kontinuitási egyenlet az anyagmegmaradást fejezi ki, a térrészbe beáramló- és kiáramló légmennyiség egyensúlyát. Általános alakban felírva:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho \cdot \mathbf{v}) = 0 \quad (2)$$

Mivel a modellünk csak meridionális és vertikális dimenziókkal rendelkezik, így a Descartes-féle koordináták közül x-től nem függnek az egyenleteink, ezért a sebességvektor $\mathbf{v} = \mathbf{v}(v, w)$ alakú. Így a felhasznált modellegyenlet:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\rho \frac{\partial v}{\partial y} - \rho \frac{\partial w}{\partial z} - v \frac{\partial \rho}{\partial y} - w \frac{\partial \rho}{\partial z}$$

ahol $v(y, z, t)$: az y irányú sebességkomponens $\left[\frac{m}{s}\right]$,
 $w(y, z, t)$: a z irányú sebességkomponens $\left[\frac{m}{s}\right]$.

5.2.2. Termodinamikai egyenlet

A termodinamikai egyenletet a termodinamika első főtételéből származtatjuk, ahol a hőmennyiség a belső energiaváltozás és a munka függvényeként áll elő:

$$Q = c_v \frac{dT}{dt} + p \frac{d\alpha}{dt}$$

ahol Q : hőmennyiség [J],

$c_v = 718 \frac{J}{kgK}$; a száraz levegő állandó térfogaton vett fajhője,

α : specifikus térfogat $\left[\frac{m^3}{kg}\right]$.

Figyelembe véve, hogy $\alpha = 1/\rho$:

$$Q = c_v \frac{dT}{dt} - \frac{p}{\rho^2} \frac{d\rho}{dt} \quad (3)$$

A kontinuitási egyenlet (2) alapján:

$$\frac{d\rho}{dt} = -\rho \nabla \mathbf{v}$$

A (3) egyenletet átalakítva és (2) felhasználva, kifejezhető a hőmérséklet megváltozása:

$$\frac{dT}{dt} = \frac{Q}{c_v} - \frac{p}{c_v \rho^2} \rho \nabla \mathbf{v} \quad (4)$$

A gradienst kifejezve (4)-ből és a teljes időderiváltat kifejtve, a modellben felhasznált termodinamikai egyenlet:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{Q}{c_v} - \frac{p}{c_v \rho^2} \left(\rho \frac{\partial v}{\partial y} + \rho \frac{\partial w}{\partial z} \right) - v \frac{\partial T}{\partial y} - w \frac{\partial T}{\partial z}$$

A számítások során a hőközléstől egyelőre eltekintettünk ($Q=0$).

5.2.3. Ideális gáz állapotegyenlete

Modellezés során a légkört ideális gázként kezeljük, a Van der Waals-egyenlet helyett ezért megelégedtünk az ideális gáz állapotegyenletet használatával a számítások során:

$$p = \rho R_d T.$$

5.2.4. Mozgásegyenletek

Ha egy légrészecskét vizsgálunk, annak mozgását általában 4 erő befolyásolja: a nyomási gradiens erő, a nehézségi erő, a súrlódási erő és a Coriolis-erő. Ennek függvényében az általános mozgásegyenlet az alábbi alakban írható fel:

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = \underbrace{-\frac{1}{\rho} \nabla p}_{\text{nyomási gradiens erő}} \underbrace{-2\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{v}}_{\text{Coriolis-erő}} \underbrace{+\mathbf{g}}_{\text{nehézségi gyorsulás}} + \underbrace{\mathbf{F}_s}_{\text{súrlódási erő}} \quad (5)$$

A képletben szereplő $\boldsymbol{\Omega}$ a Föld forgásának szögsebesség vektora, $\mathbf{g}=(0,0,-g)$ a nehézségi gyorsulás.

Jelen esetben a kényszererők hatásától eltekintettünk. A súrlódási erő hatását sem vettük figyelembe – habár felszín közelben vizsgáltuk a légkört –, mivel egyszerű modellt építése volt a cél.

A tagok elhanyagolásával (5)-ből nyert és a modellben felhasznált mozgásegyenlet:

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = -\frac{1}{\rho}\nabla p - \mathbf{g} \quad (6)$$

(6) alapján v és w sebességkomponensekre vonatkozó mozgásegyenletek:

$$\frac{\partial v}{\partial t} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y} - v\frac{\partial v}{\partial y} - w\frac{\partial v}{\partial z}$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z} - g - v\frac{\partial w}{\partial y} - w\frac{\partial w}{\partial z}$$

A kezdeti időlépcsőkben mind a horizontális sebességeket (v), mind a vertikális áramlásokat (w) nullának tekintettük minden rácspontban.

A program készítése során az egyenletek kötött megoldási sorrendjét alkalmaztuk. Először a kontinuitási egyenletet oldottuk meg, melyet a termodinamikai egyenletrendszerben felhasználtunk. Ezt követte az ideális gáz állapotegyenlete. Utoljára a mozgásegyenletek integrálását végeztük el, mivel a légkörben lejátszódó dinamikai mozgások így adhatóak meg a legpontosabban.

5.3 A HTER megoldása véges különbséges módszerekkel

Az hidro-termodinamikai egyenletrendszernek nincsen analitikus megoldása, ezért explicit közelítő megoldási módszerekhez folyamodtunk. Az egyenletek folytonos állapothatározóit (v, w, p, ρ, T) először diszkrétizáltuk, erre szolgált az 5.1. részben már ismertetett kétdimenziós rács. A modellintegrálást az időtáv dt hosszúságú időlépcsőkre osztásával készítettük el.

Az egyenletekben kétféle differenciál-operátor szerepel, az idő és hely szerinti derivált, melyeket az elkészített rácson az alábbi véges különbséges módszerek (Szépszó, 2013) alkalmazásával oldottuk meg.

A térbeli deriváltak közelítését bal oldali illetve középponti sémával végeztük:

Bal oldali séma (elsőrendű):

$$\frac{d\eta}{d\xi} \approx \frac{\eta_j - \eta_{j-1}}{\Delta\xi}$$

Középponti séma (másodrendű):

$$\frac{d\eta}{d\xi} \approx \frac{\eta_{j+1} - \eta_{j-1}}{2\Delta\xi}$$

ahol η_j az állapotváltozó j -edik rácspontban felvett értéke, és $\Delta\xi$ a térbeli rácsávolság a két helyzet között.

A sémák elnevezése megmutatja, hogy az állapotváltozó j -edik rácspontban felvett értékéhez milyen pozíciójú rácspontok felhasználása szükséges.

A hidro-termodinamikai egyenletrendszer időderiváltjainak közelítésére négy numerikus sémát is alkalmaztunk. Explicit sémákkal dolgoztunk, amely azt jelenti, hogy csak már ismert időlépcsőbeli értékeket használtunk fel egy adott idődifferenciál meghatározásához.

Tegyük fel, hogy a vizsgált jelenség leírható a következő differenciálegyenlet és kezdeti feltétel segítségével:

$$\begin{cases} \frac{d\eta}{dt} = f(\eta, t) \\ \eta(t_0) = \eta_0 \end{cases} \quad (7)$$

ahol $f(\eta, t)$ a jelenséget leíró függvény. Ekkor az állapotváltozó t -edik időpontbeli értékét az alábbi sémák segítségével határozhatjuk meg.

- Az **explicit Euler-séma** ismert értékből, időben előre meghatározza a következő időlépcsőbeli értéket:

$$\eta_{n+1} = \eta_n + f(\eta_n, t_n) \cdot \Delta t$$

Átrendezés után a folytonos időderivált közelítése:

$$\frac{d\eta}{dt} \approx \frac{\eta_{n+1} - \eta_n}{\Delta t}$$

ahol η_n az állapotváltozó n -edik időpillanatban felvett értéke, Δt pedig az időlépcső.

- **Leapfrog-séma**

A Leapfrog-séma egy másodrendű explicit séma, mely érzékeny a kiindulási feltételekre, így két kezdeti feltétel megadására is szükség van. Az egyik feltétel egy triviális kiindulási feltétel: η_0 adott. A másik η_1 meghatározása, amely erősen érzékeny Δt időlépcsőre:

$$\eta_1 = \eta(\Delta t)$$

A kiindulási feltételeket figyelembe véve a Leapfrog séma:

$$\eta_{n+1} = \eta_{n-1} + f(\eta_n, t_n) \cdot 2\Delta t$$

Amint láthatjuk, az $n+1$ -edik időlépcsőbeli u meghatározásához egy két időlépcsővel korábbi η_{n-1} értékére is szükség van. Az n -edik időlépcsőbeli értéket csak az $f(\eta_n, t_n)$ függvényen keresztül veszi figyelembe, úgymond „átugorja”. Innen eredeztethető a séma elnevezése is. A sémát csak a második időlépést követően lehet alkalmazni, ezért szükséges a második kezdeti feltétel is.

A felsorolt explicit módszerek közül az Euler-séma elsőrendű, míg a Leapfrog-séma másodrendű, így utóbbi nagyobb pontosságot biztosít a differenciálegyenletek megoldása során.

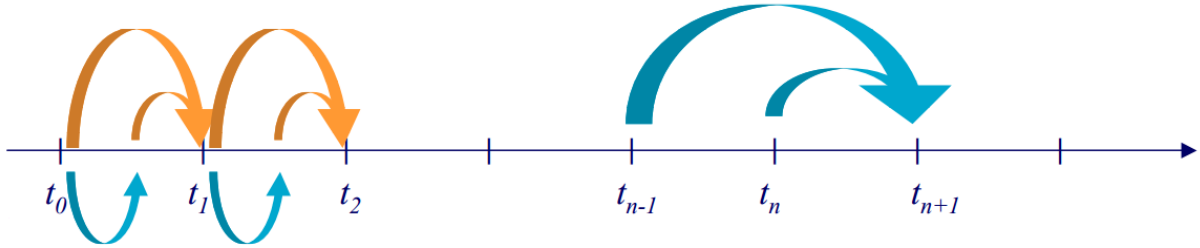
- **Runge-Kutta-módszer**

Az Runge-Kutta módszercsalád (Butcher, 1964) legáltalánosabb tagját, a fejezetben Runge-Kutta módszerként említjük. Tekintsük itt is (7) kezdeti érték problémát. A séma megoldásához egy *Euler segédlépést* (8) használunk, amely feleket lép az időlépcsőben:

$$\eta_{n+\frac{1}{2}} = \eta_n + f(\eta_n, t_n) \cdot \frac{\Delta t}{2} \quad (8)$$

$$\eta_{n+1} = \eta_n + f(\eta_{n+\frac{1}{2}}, t_{n+\frac{1}{2}}) \cdot \Delta t$$

A Runge-Kutta módszer a Leapfrog-sémától abban különbözik, hogy a segédlépés a következő időlépcsőben felhasználásra kerül (4. ábra).



4. ábra. Runge-Kutta (bal oldali rész) és a Leapfrog (jobb oldali rész) módszer sematikus megjelenítése (Szépszó, 2013).

A Runge-Kutta módszerek leggyakrabban használatos tagja a negyedrendű Runge-Kutta, melynek elnevezése abból adódik, hogy minél kisebb lépésközzel számolunk, a hibára adott becslés a lépésköz negyedik hatványával zsugorodik. Ezt alkalmazva a következő összefüggésekből kapjuk:

$$\eta_{n+1} = \eta_n + \frac{a_n + 2b_n + 2c_n + d_n}{6} \cdot \Delta t$$

ahol

$$\begin{aligned} a_n &= f(\eta_n, t_n) \\ b_n &= f(\eta_n + \frac{1}{2}\Delta t \cdot a_n, t_n + \frac{1}{2}\Delta t) \\ c_n &= f(\eta_n + \frac{1}{2}\Delta t \cdot b_n, t_n + \frac{1}{2}\Delta t) \\ d_n &= f(\eta_n + \Delta t \cdot c_n, t_n + \Delta t) \end{aligned}$$

Az a_n kiszámítása még explicit módon megy végbe, d_n értékét már implicit módon határozzuk meg az előzetes lépéseknek köszönhetően.

5.4. Peremfeltételek

A modell peremfeltételek bevezetését is megkívánta. A jobb és bal oldali peremeken (és részben az alsó határon is) Neumann no-Flux határfeltételt alkalmaztunk, mely folytonos áramlást tette lehetővé. Mivel a feltétel a következő kritériumot szabja a határokon:

$$\frac{d\eta}{d\xi} = \text{állandó}$$

ennek köszönhetően az anyagmegmaradás teljesül.

A keresztmetszet felső részén nem alkalmaztunk határfeltételt, engedték az anyagáram szabad mozgását. Tekintve, hogy a kezdeti mező perturbálását alulról indítottuk és rövid időtávra futtattuk a modellt, a feltétel hibája nem okozott tömegveszteséget. Alul lerögzítettük a rendszert és részben határfeltételt is alkalmaztunk (lásd 6.4. rész), ezáltal itt nem megy végbe sem anyag, sem energiaáramlás.

6. Eredmények

6.1. A modell alapbeállításai

Véges különbséges megoldási módszerekkel kapcsolatban elvárjuk, hogy a lehető legpontosabban megközelítsék a folytonos megoldást. Stabilitásról akkor beszélünk, ha egy feladat megoldása folytonosan függ a kiindulási feltételektől. Egy sémát akkor nevezünk stabilnak, ha konzisztens (megadja a folytonos és diszkrét feladat kapcsolatát) és egyben konvergens, tehát a közelítő és pontos megoldás viszonyát is megadja. A stabilitás feltételét megszabja a CFL-kritérium (9), mely szerint a modell térbeli felbontása, valamint a fellépő legnagyobb terjedési sebességek határt szabnak az időlépcső beállításának:

$$\Delta t \leq \frac{\Delta x}{c} \quad (9)$$

ahol Δt az időlépcső, Δx a térbeli felbontás, c pedig a közeget jellemző maximális terjedési sebesség.

A modellben, ahogy azt már a módszertani rész elején megemlítettük, 100 méteres lépésközzel dolgoztunk, mind a horizontális (dy), mind a vertikális irányt (dz) tekintve, a 300x100 pixelből álló ekvidisztáns rácson. Úgy gondoltuk, hogy a gradiensek által megindított cirkuláció maximális sebessége a hang terjedési sebességét semmilyen körülmények között nem lépheti át, ezek alapján c -nek $300 \frac{m}{s}$ -os sebességmaximumot határoztunk meg. A (9) egyenletbe visszahelyettesítve ezeket az értékeket, Δt -re 0,3 s-ot kaptunk.

6.2. Időderivált séma fejlesztése a modellben

A modellépítés kezdetén a hidro-termodinamikai egyenletrendszert bal oldali Explicit-Euler-módszerrel oldottuk meg (lásd 5.3. rész), mivel ez tűnt a legegyszerűbb explicit módszernek. Határfeltételek felállítása nélkül végeztük el a számításokat. Eleinte az egyenleteket következő sorrendben oldottuk meg: v -ra, majd w -re vonatkozó mozgásegyenletek, kontinuitási egyenlet, termodinamikai egyenlet, végül ideális gáz állapot egyenlet. A modellfutások nem adtak kielégítő eredményt, több helyen gravitációs hullámra emlékeztető zajok jelentek meg, így további numerikus megoldási módszerekhez folyamodtunk.

A következőleg alkalmazott módszer a Leapfrog-séma volt. Mivel ez az eljárás érzékeny a kezdeti feltételekre (lásd 5.3 rész), ezért $\eta_0=0$ és $\eta_1 = 0$ kezdeti feltételeket határoztunk meg (minden η állapothatározó esetében). A modellfutások során az eredményekben nem mutatkozott számottevő javulás az Euleri esethez képest, így a Runge-Kutta-sémát is felhasználtuk az időderiváltak közelítésére. A Runge-Kutta módszer elméleti alapon pontosabb közelítő módszernek mutatkozik, mint az Explicit-Euler, mivel a számítások során egész helyett, csak egy felet lépünk előre az időben. Az általános Runge-Kutta mellett, a modellegyenletekre a negyedrendű Runge-Kutta-t is alkalmaztuk, bízva abban, hogy egyre jobb futtatásokat hajthatunk végre. Mivel az eredményeink ez esetben sem mutattak látványos javulást, felmerült a gondolat, hogy az egyenletek sorrendjének megcserélése, talán közelebb juttathat minket egy jól működő modellhez. Ettől kezdve az 5.2.4. rész végén ismertetett egyenlet megoldási sorrendet alkalmaztuk. Az ötlet beigazolódni látszott, lényegesen javultak a kiíratott értékek.

6.3. Szenzibilis hőcsere folyamatok elhanyagolása

Kezdetben az egyenletrendszer még úgy oldottuk meg, hogy szerepelt benne Q hőmennyiség, mivel esetünkben ez adja meg a szenzibilis hőcsere folyamatokat. Ennek leírása a vártnál bonyolultabbnak bizonyult és mivel egyszerű modell építését tűztük ki célul, a hőközléstől végül eltekintettünk.

6.4. Peremfeltételek

Ekkor jutottunk el oda, hogy a peremfeltételek hiányától már nem tekinthettünk el. Bevezettük az 5.4. részben ismertetett Neumann no-Flux határfeltételeket. Esetünkben ez a következőképpen valósult meg a modellben: az oldalsó szélektől számított első rácspontok értékét a harmadik, míg a második rácspontok értékét a negyedik gridek értékével tettük egyenlővé. Az alsóhatáron speciálisabb eljárást alkalmaztunk. Mivel célunk, hogy állandó felszíni trigger hatására bekövetkező változásokat vizsgáljunk, ezért az alsó határfeltétel a következő volt: a legalsó pixelek értéke értelemszerűen rögzített, ám a második rácspontok értékét már az eggyel feljebb lévőkével tettük egyenlővé. Kivételt jelentett w , mert ennek értékét lefeleztük, hogy ezzel mérsékeljük az alsóhatáron a fel- és leáramlások okozta

zavarokat. Nem meglepő módon ez is javulást eredményezett, de még mindig nem bizonyult stabilnak a modell.

6.5. Térséma fejlesztése a modellben

Eddigiekben a modell bal alsó sarkából indítottuk meg a rácsponti értékek kiszámítását a bal oldali térséma segítségével. Kísérletet tettünk arra, hogy a rácsot másképpen pásztázzuk végig, de ezek a próbálkozások egyáltalán nem vezettek sikerre. Ekkor döntöttünk a térséma leváltása mellett és áttértünk a középponti sémára. Az alábbiakban bemutatásra kerülő eredmények határozottan bizonyítják, hogy a térderiváltak közelítésére alkalmasabb a középponti séma, de még mindig nem teljesíti az elvárt stabilitást.

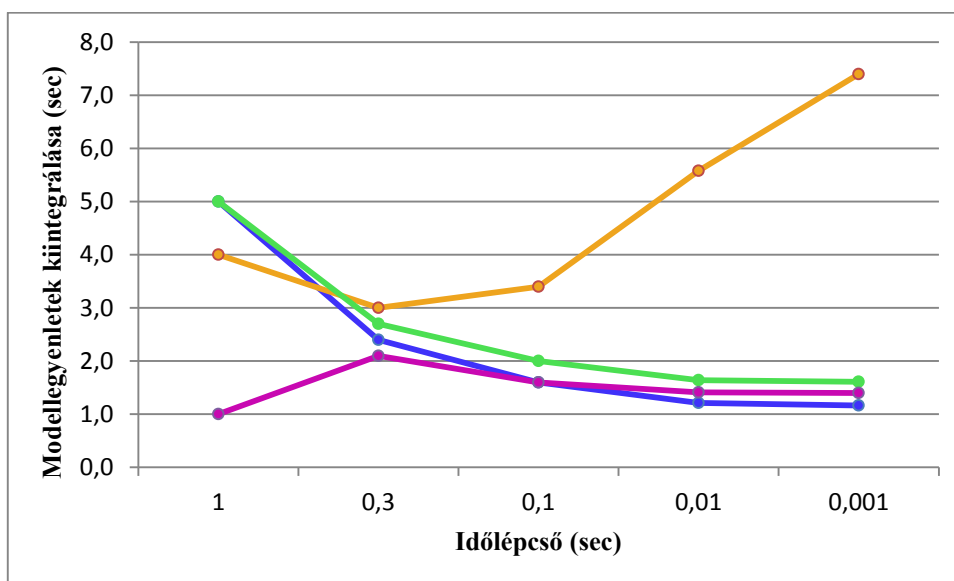
6.6. Stabilitás vizsgálatok

A stabilitás vizsgálat során szeretnénk volna látni, hogy ha különböző időlépcsővel végezzük az integrálásokat (1 s, 0,3 s, 0,1 s, 0,01 s, és 0,001 s), az explicit megoldási módszerek közül, melyik bizonyul a legstabilabbnak. Ahogy azt már a 6.1. részben kifejtettük, a megengedett maximális sebesség sosem haladhatja meg a $300 \frac{m}{s}$ értéket a rendszerben. Ezért, ha ilyen értéket kapott a modell a számítás során, akkor automatikusan leállt és kiírta, hogy hány másodpercig tudta kiintegrálni az egyenleteket.

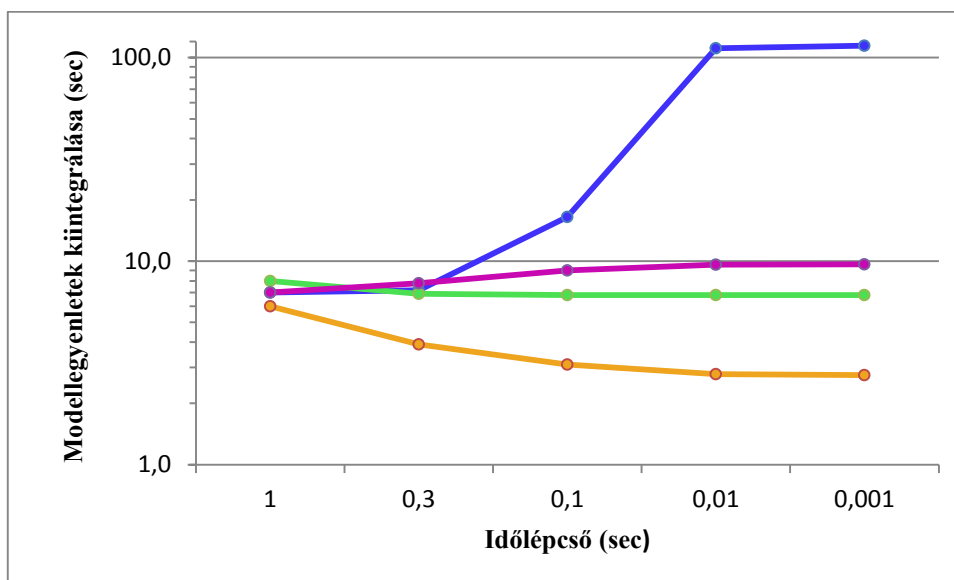
Két esettel próbálkoztunk: az első esetben a hőmérsékleteket úgy állítottuk be, hogy a part és a vízfelszín egyező értékeket vegyenek fel. A futtatásokhoz 298 K-es hőmérsékletet állítottunk be, míg az időlépcsőt változtatva figyeltük a különböző sémák milyen eredményeket adnak. A térbeli sémákat szemlélve láthattuk, hogy a bal oldali sémáról (5. ábra) középponti sémára (6. ábra) való áttérés után jobb értékeink születtek. Ugyanezt tapasztaltuk akkor is, ha az északi és a déli part hőmérsékletét 303 K-re, míg a vízfelszín hőmérsékletét 297 K-re állítottuk be (7. és 8. ábra). Érdeemes megfigyelni, a modellünk instabilabbá vált annak következtében, hogy megjelent a hőmérsékleti kontraszt a part és víz között (5. és 7. ábra).

A vizsgálat nem kielégítő pontossággal adja meg, hogy melyik módszer a legstabilabb. Habár az Explicit-Euler módszer bizonyult vizsgálataink alapján a legjobbnak, mi mégis a továbbiakban a negyedrendű Runge-Kutta módszert tervezzük használni. Ennek oka, hogy az

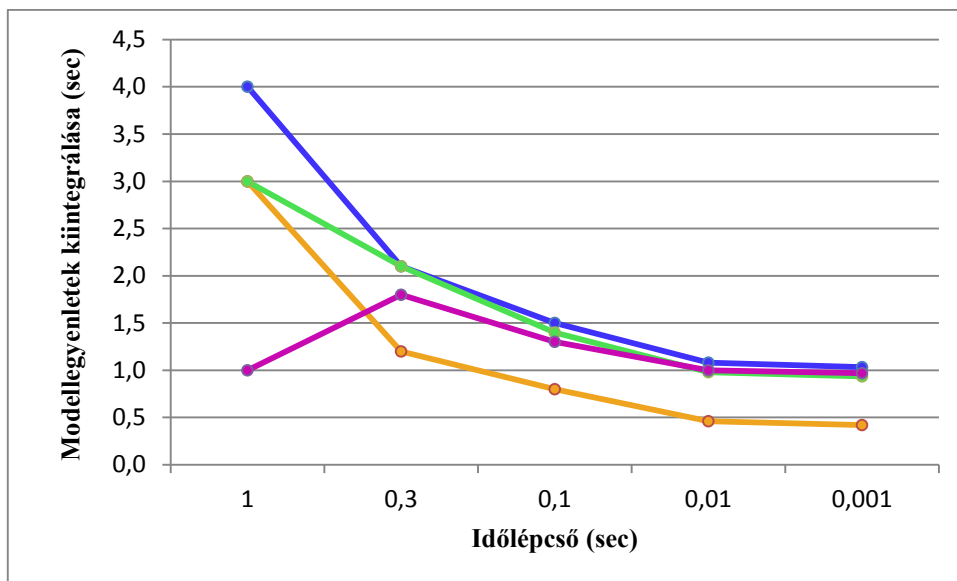
Euler-módszer görbéje kiugróan eltérő menetet mutat a többi görbéhez képest (6. és 8. ábra). Ugyanezen megfontolások alapján a Leapfrog-séma bizonyult a leggyengébbnek.



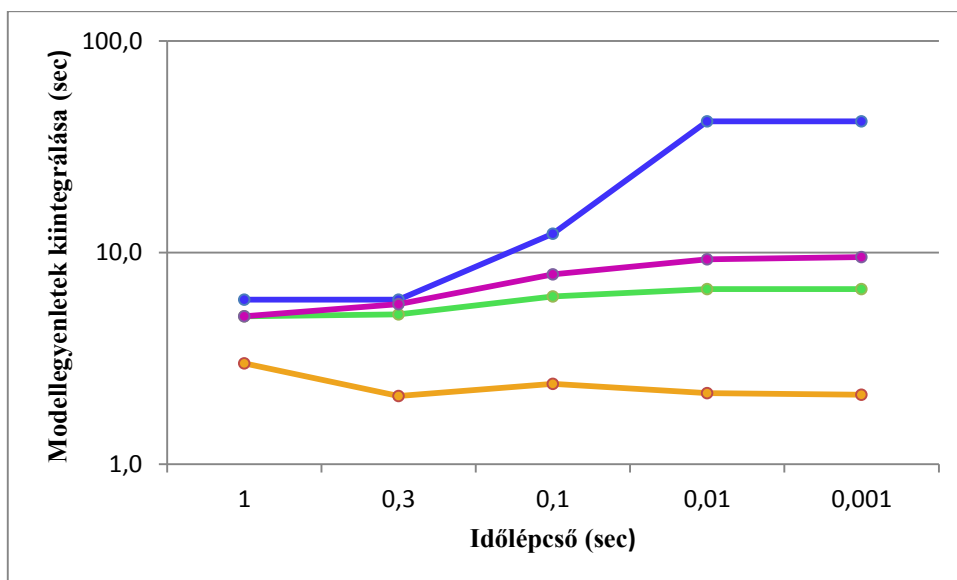
5. ábra: Stabil modell integrálás ideje, bal oldali sémát alkalmazva az Explicit-Euler (kék), a Leapfrog (narancs), a Runge-Kutta (zöld) és a negyedrendű Runge-Kutta módszerrel (lila), eltérő időlépcsők mellett; a part és a víz hőmérséklete megegyezik ($T=298\text{ K}$).



6. ábra: Stabil modell integrálás ideje, középponti sémát alkalmazva az Explicit-Euler (kék), a Leapfrog (narancs), a Runge-Kutta (zöld) és a negyedrendű Runge-Kutta módszerrel (lila), eltérő időlépcsők mellett; a part és a víz hőmérséklete megegyezik ($T=298\text{ K}$).



7. ábra: Stabil modell integrálás ideje, bal oldali sémát alkalmazva az Explicit-Euler (kék), a Leapfrog (narancs), a Runge-Kutta (zöld) és a negyedrendű Runge-Kutta módszerrel (lila), eltérő időlépcsők mellett; az északi- és déli-part hőmérséklete 303 K, míg a víz hőmérséklete 297 K.



8. ábra: Stabil modell integrálás ideje, középponti sémát alkalmazva az Explicit-Euler (kék), a Leapfrog (narancs), a Runge-Kutta (zöld) és a negyedrendű Runge-Kutta módszerrel (lila), eltérő időlépcsők mellett; az északi- és déli-part hőmérséklete 303 K, míg a víz hőmérséklete 297 K.

7. Összefoglalás

Célunk a parti cirkuláció megismerése mind külföldi, mind hazai viszonylatban, továbbá a jelenség nem hidrosztatikus modellezése volt egyre bonyolultabb numerikus sémák alkalmazásával. A feladat komolyságára való tekintettel nem meglepő, hogy az egyszerű numerikus sémák alkalmazásával a modell még erősen instabil. A bizonytalanságot az okozza, hogy a terjedési sebességek markáns növekedése mindössze pár rácspontra korlátozódik, az áramlás nem terjed. Az eddigi eredmények alapján azt tapasztaljuk, hogy a térbeli deriváltak becslésére még pontosabb sémákat kell használnunk, de az időbeli deriváltak közelítésére a negyedrendű Runge-Kutta módszer már megfelelőnek bizonyult.

A továbblépés érdekében a Lax-Wendroff összetett sémát kívánjuk alkalmazni a hidro-termodinamikai egyenletrendszer térderiváltjainak közelítésére.

Köszönetnyilvánítás

Hálásan köszönöm témavezetőimnek Mona Tamásnak és dr. Breuer Hajnalkának, hogy mindvégig támogattak és figyelemmel kísérték munkámat. Köszönöm Harangozó Szilveszternek és Leelőssy Ádámnak, hogy ötleteivel nagymértékben segítette a modellezési munkálatok előrehaladását. Köszönet illeti Dr. Tasnádi Pétert, a modellegyenletek felírásánál nyújtott segítségéért, illetve dr. Horváth Ákost, a Siófoki Viharjelző Obszervatórium vezetőjét, az értékes gondolatokért.

Függelék

Tudományos diákköri tevékenységem során felkutattam és dolgozatomban összefoglaltam a parti cirkuláció jelenségével foglalkozó hazai és külföldi irodalmat. A magyar publikációk közül a Balaton helyi szélrendszerével foglalkozó szakirodalmat tekintettem át, mivel Magyarországon az egyetlen tó, ahol a széljárás napi menete látványosan kirajzolódik, a Balaton. A külföldi publikációk áttekintésénél elsődleges szempont volt azoknak a tavaknak a megismerése, amelyeknél a múltban már végeztek jelentős parti cirkulációs vizsgálatokat, s adott esetben a folyamat modellezésére is kísérletet tettek.

A jelenség mélyebb megismerése érdekében témavezetőimmel modellépítésbe kezdtünk. A munka során megismerkedtem a véges különbséges numerikus módszerek elméleti hátterével, valamint elsajátítottam a C programnyelv és a numerikus modellezés alapjait. Végző célunk megvalósításához szükséges volt, hogy az önálló modellépítést egy komolyabb tanulási folyamat előzze meg.

A készülő modell segítségével stabilitásvizsgálatot végeztem, melynek kiértékelését Excelben készítettem el. A modellépítés során szerzett tapasztalatnak köszönhetően a későbbiekben önállóan szeretném folytatni kutatásom modellezési munkálatait.

Irodalomjegyzék

- Alpert P., Cohen A., Neumann J. és Doron E. (1982): *"A Model Simulation of the Summer Circulation from the Eastern Mediterranean past Lake Kinneret in the Jordan Valley"*, Monthly Weather Review. Vol. **110**, pp. 994-1006.
- Ambrózy P. és Papp É. (1987): *"Adatok a Balaton szélklímájához"*, Időjárás. Vol. **91**(5), pp. 309-316.
- Bartha I. (2008.): *"A balatoni viharjelzés"*, Országos Meteorológiai Szolgálat
- Butcher J. C. (1964): *"On Runge-Kutta processes of high order"*, Journal of the Australian Mathematical Society. Vol. **4**, pp. 179-194.
- Czelnai R., Mezösi M. és Tünczer T. (1963): *"Automatikus szélmérő berendezések felállításának meteorológiai kérdései a Balaton körzetében"*, Időjárás. Vol. **67**(2), pp. 86-90.
- Czelnai R. (1955): *"A Balaton partmenti cirkulációs rendszerének néhány sajátossága"*, Időjárás. Vol. **59**(4), pp. 224-229.
- Desai A. R., Austin J. A., Bennington V. és McKinley G.A. (2009): *"Stronger winds over a large lake in response to weakening air-to-lake temperature gradient"*, Natural Geoscience. Vol. **2**, pp. 855-857.
- Endrödi G. és Götz G. (1964): *"A víz és a léghőmérséklet kölcsönhatása sugárzásos napokon a Balaton térségében"*, Időjárás. Vol. **68**(6), pp. 371-375.
- Estoque M.A. és Lai H. (1976): *"A Lake Breeze over Southern Lake Ontario"*, Monthly Weather Review., Vol. **104**, pp. 386-396.
- Farmer D. M. és Carmack E. (1981): *"Wind Mixing and Restrification in Lake near the Temperature of Maximum Density"*, Journal of Physical Oceanography. Vol. **11**, pp. 1516-1532.
- Götz G. és Rákóczi F. (1981): *"A dinamikus meteorológia alapjai"*, Tankönyvkiadó. pp. 369-370.
- Keen C. S. és Lyons W. (1978): *"Lake/Land Breeze Circulation on the Western Shore of Lake Michigan"*, Journal of Applied Meteorology. Vol. **17**, pp. 1843-1855.
- Mezősi M. (1977): *"Távszélmérő a balatoni viharjelzés szolgálatában"*, Időjárás. Vol. **81**(2), pp. 100-106.
- Moroz W. (1967): *"A Lake Breeze on the Eastern Shore of Lake Michigan: Observations and Model"*, Journal of the Atmospheric Sciences. Vol. **24**, pp. 337-355.
- Péczely Gy. (1962): *"A Balaton helyi szélrendszere"*, Időjárás. Vol. **66**(2), pp. 83-89.
- Péczely Gy. (1961): *"Adatok a Balaton helyi szélrendszeréhez"*, Időjárás. Vol. **65**(6), pp. 362-364.
- Pintér F., Rákóczi F. és Tünczer T. (1986): *"Viharos szelek becsülhetősége a Balaton térségében, műholdfelvételek alapján"*, Időjárás. Vol. **90**(6), pp. 365-370.

Szépszó G., Bölöni G., Horányi A. és Szűcs M (2013), *"A numerikus időjárási modellek felépítése: tér- és időskála, adatasszimiláció, diszkretizáció, parametrizációk, valószínűségi előrejelzések, éghajlati modellezés"*, pp. 26-34.

Internetes hivatkozások

<http://oceanservice.noaa.gov/education/yos/resource/JetStream/ocean/seabreezes.htm#sb>
<http://visibleearth.nasa.gov>
<https://maps.google.com>