



**MISKOLCI EGYETEM
GÉPÉSZMÉRNÖKI ÉS INFORMATIKAI
KAR**



TUDOMÁNYOS DIÁKKÖRI DOLGOZAT

**Motorkerékpár egyensúlyi szabályozása és
távvezérlése**

Kondás Péter

III. éves mechatronikai mérnök (BSc) hallgató

Konzulens:

Kapitány Pálma

tanársegéd

Robert Bosch Mechatronikai Intézeti Tanszék

Miskolc, 2021

A konzulens nyilatkozata

Alulírott, Kapitány Pálma a Miskolci Egyetem Szerszámgépészeti és Mechatronikai Intézetének oktatója a *Motorkerékpár egyensúlyi szabályozása és távvezérlése* című TDK dolgozatot beadásra alkalmasnak ítélem.

Miskolc, 2021. 11. 08.

..... Kapitány Pálma
a konzulens aláírása

Eredetiség nyilatkozat

"Alulírott Kondás Péter, a Miskolci Egyetem Gépészmérnöki és Informatikai Karának hallgatója büntetőjogi és fegyelmi felelősségem tudatában kijelentem és aláírásommal igazolom, hogy ezt a dolgozatot saját magam készítettem, a benne leírt vizsgálatokat – ha ezt külön nem jelzem – magam végeztem el, és az ismertetett eredményeket magam értem el. Adatokat, információkat csak az irodalomjegyzékben felsorolt forrásokból használtam fel. Minden olyan részt, melyet szó szerint, vagy azonos értelemben, de átfogalmazva más forrásból átvettem, egyértelműen, a forrás megadásával megjelöltem.

Miskolc, 2021. 11. 08.

Kondás Péter

.....
a hallgató aláírása

Tartalom

1. Bevezetés.....	3
2. A motorkerékpár modell szerkezete, felépítése, alkatrészei és paraméterei	5
2.1 Az Arduino Engineering Kit Rev2 alkatrészeiből felépíthető motorkerékpár	5
2.2 A motorkerékpár modell mechanikai és villamos paraméterei	6
3. A motor egyensúlyozását leíró modell és a szabályozó tervezése	9
3.1 Az egyensúlyozás matematikai modellje	9
3.2 Szabályozás állapotváltozós alak alapján	10
3.3 A szabályozott rendszer stabilitásának vizsgálata	11
3.4 Modellszámítások, szimulációk.....	15
4. A szabályozó rendszer gyakorlati megvalósítása	20
4.1. Motorok vezérlése	20
4.2 A motorkerékpár pozíciójának, szögsebességének mérése, a szenzor kalibrációja	20
4.3 Távvezérlés okostelefonról.....	21
4.4. Biztonsági mechanizmusok	22
4.5 A motorkerékpár kanyarodásakor fellépő erőhatások figyelembevétele.....	22
5. Összefoglalás, továbbfejlesztési tervek.....	25
6. Irodalom jegyzék.....	26

1. Bevezetés

A TDK dolgozat egy kétkerekű autonóm motorkerékpár egyensúlyi szabályozásával és a jármű távvezérléssel megvalósuló kormányzásával, illetve az előre és hátra haladási sebesség meghatározásával foglalkozik.

A motorkerékpár egyensúlyozása egy fordított (inverz) fizikai inga egyensúlyozásának feleltethető meg. Hasonló szabályozási probléma jelentkezik, például a Segway-ek egyensúlyozása és kanyarodásának szabályozásakor. A Segway-t modellező fordított inga kísérleti berendezésének egyensúlyozását az [1] hivatkozás egyszerű PD szabályozó tervezésével vizsgálja. Hasonló szabályozási feladatot kutat a [2] hivatkozás, amelyben a gyorsulást is visszacsatolva hibrid PIDA szabályozást alkalmaz genetikus (GA-GSA) algoritmusra épülő optimálással. A szerzők megállapították, hogy ez a filozófia szolgáltatja a fordított inga a stabilitás szempontjából a legrobustusabb viselkedését. Egy Segway egyensúlyozási és a függőleges tengely körüli elfordulásának szabályozását a [3] hivatkozás egyaránt fuzzy logikára alapozta. A bemutatott elméleti modell gyakorlati alkalmazhatóságát kísérleti járművön igazolták.

Az egyensúlyi feladatok oktatásban való bevezetése igen fontos kérdés. A [4] hivatkozás erre mutat egy interaktív példát virtuális 3D környezetben. A fordított inga példája könnyen átvihető olyan gyakorlati megoldásokra, mint a Segway, rakéta navigáció és hobbi sportmodellek szabályozásai.

Jelen dolgozat is oktatási célra kifejlesztett autonóm motorkerékpár modell szabályozásával foglalkozik. Az eszköz az Arduino Engineering Kit Rev2 elemeiből került összeállításra, a rendszerhez tartozik még Matlab/Simulink fejlesztőkörnyezet is. A TDK ezen szimulációs nyelv helyett a C++ programozási nyelvet alkalmazza az Arduino Nano 33 IoT típusú fejlesztői platform programozására. A program végzi a kerékpár automatikus egyensúlyozását, fogadja és feldolgozza az előre és hátra haladáshoz, kanyarodáshoz szükséges WiFi-n keresztül érkező vezérlő jeleket. A távvezérlés okostelefonnal történik a Blynk nevű alkalmazás segítségével.

A dolgozat előállítja a motorkerékpár egyensúlyozásának matematikai leírásához szükséges elektromechanikai modelljét. A matematikai modell mechanikai paramétereinek meghatározása részben méréssel, részben egyszerű modell számításokkal történik. A motor egyensúlyozásához szükséges szabályozó tervezése a lineáris kvadratikus szabályozó (LQR) módszerével történik [6]. Az állapotváltozók közül a rendszer a motor függőlegestől való

szögkitérését és az egyensúlyozó rotor szögsebességét méri közvetlenül. A szögkitérés sebességét közelítőleg differencia módszerrel határozza meg. A dolgozat külön figyelmet fordít az elméletileg lehetséges maximális motorkerékpár dőlési szögének meghatározására, illetve a szögeltérést mérő szenzor melegedés miatt eltolódó nullpontjának korrekciójára. Továbbá elméletileg vizsgálja a szabályozó stabilitási diagramját a D-szétválasztás- és a Hurwitz stabilitási kritériumok segítségével [7]. Ez a stabilitási diagram geometriai képet ad az erősítési tényezők tartalékairól.

A motorkerékpár kanyarodása során fellépő centrifugális hatás kivédésére a rendszer automatikusan kiszámolja a megfelelő dőlési szöget. A feldolgozott elmélet alapján kifejlesztésre került az egyensúlyt, az előre-, hátra haladást és a kanyarodást szabályozó program, amely okostelefonról vezérelhető.

A dolgozat témája az alábbi fejezetekben kerül feldolgozásra: A második fejezet bemutatja a vizsgált motorkerékpár modell szerkezetét, alkatrészeit és meghatározza az elektromechanikai modell paramétereit. A harmadik fejezet levezeti a motorkerékpár matematikai modelljét és megtervezi a szabályozás állapot-visszacsatolásához az erősítési tényezőket. Továbbá elméletileg meghatározza a stabilitási tartományokat, amelyen belül kell, hogy legyenek az erősítési tényezők értékei. A negyedik fejezet a szabályozó és a távvezérlés programozásával, a motorkerékpár kanyarodásakor szükséges dőlési szög meghatározásával foglalkozik. Az ötödik fejezet összefoglalja a dolgozat legfontosabb kutatási eredményeit és a továbbfejlesztés irányait.

2. A motorkerékpár modell szerkezete, felépítése, alkatrészei és paraméterei

Ez a fejezet ismerteti a kutatáshoz alkalmazott autonóm motorkerékpár felépítését, és az elektromechanikai modelljének műszaki paramétereit.

2.1 Az Arduino Engineering Kit Rev2 alkatrészeiből felépíthető motorkerékpár

A csomag alkatrészeiből három modell is megépíthető, a dolgozat ezek közül csak a motorkerékpárral foglalkozik (lásd *1. ábra*). A modell legfontosabb része az Arduino Nano 33 IoT platform, amely programozható C++ programozási nyelven az Arduino IDE szoftver segítségével. Ehhez tartozik még az Arduino Motor Carrier, amely a különböző motorok vezérléséhez szükséges, mivel az alaplap üzemi feszültsége csak 3.3 V (LVTTTL), így nem képes közvetlenül meghajtani a motorokat.



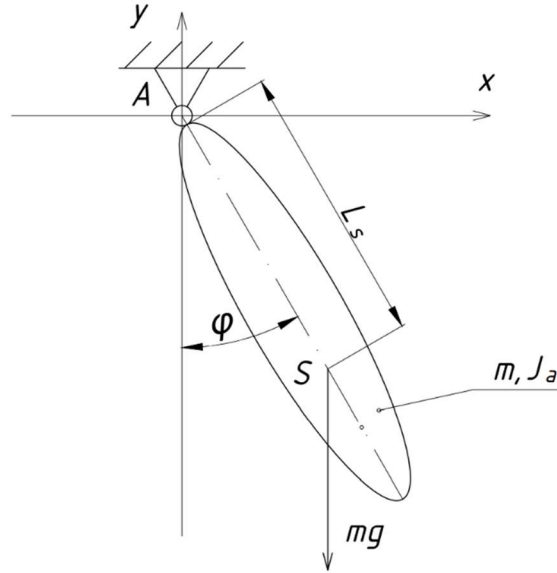
1. ábra: A vizsgálandó autonóm motorkerékpár

A csomagban egy 6 V-os DC motor található, amely az egyensúlyozást végző rotort hajtja meg. Emellett kettő, 1:100 áttételű hajtóművel rendelkező DC motort is tartalmaz, amelyek közül esetünkben a motorkerékpárhoz csak egyre van szükség, az előre- illetve hátra haladáshoz. Mindkét motortípus rendelkezik enkóderrel, amely szükséges a szögsebesség méréséhez.

Ezen felül a csomagban megtalálható egy szervomotor, ami a motorkerékpár kormányát hajtja meg, illetve egy lítiumion akkumulátor, amely lehetővé teszi a vezetékes tápellátás nélküli működést.

2.2 A motorkerékpár modell mechanikai és villamos paramétereit

A szabályozó tervezéséhez elengedhetetlen a motorkerékpár és a rotor másodrendű tehetetlenségi nyomatékának, a motorkerékpár tömegének, és a rotort forgató DC motor paramétereinek ismerete. A motorkerékpár tehetetlenségi nyomatéka tulajdonképpen, mint egy síkbeli fizikai inga lengéséből meghatározható (lásd 2. ábra).



2. ábra: A motorkerékpár modellezése fizikai ingával

Az A ponton átmenő z tengelyre a perdülettétel:

$$J_a \ddot{\varphi} = -mgL_s \sin \varphi, \quad (2.1)$$

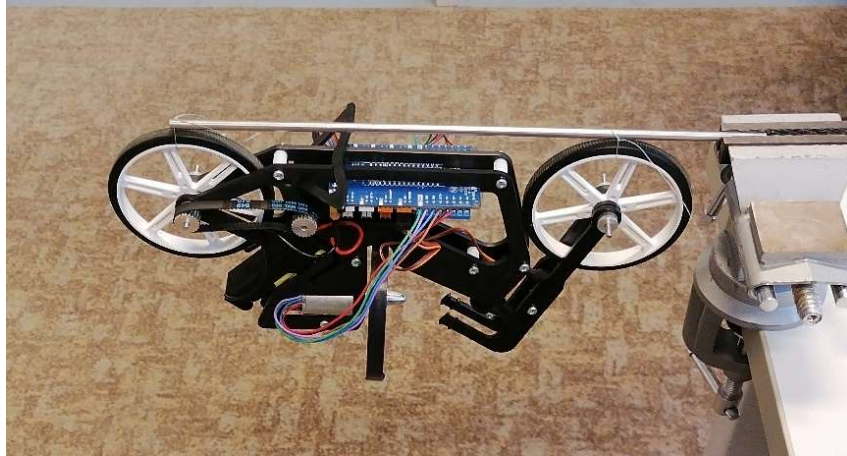
ahol J_a az inga másodrendű tehetetlenségi nyomatéka, φ az inga szögkitérése, (a motor eldőlés szöge), $\ddot{\varphi}$ az inga szöggyorsulása, m az inga tömege, g a gravitációs gyorsulás, L_s az inga S súlypontjának távolsága az A alátámasztási ponthoz képest.

A (2.1) differenciálegyenletet átalakítva és linearizálva ($\sin(\varphi) \cong \varphi$) adódik, hogy:

$$\omega_0^2 = \frac{mgL_s}{J_a}, \quad (2.2)$$

ahol ω_0 a harmonikus rezgés sajátkörfrekvenciája.

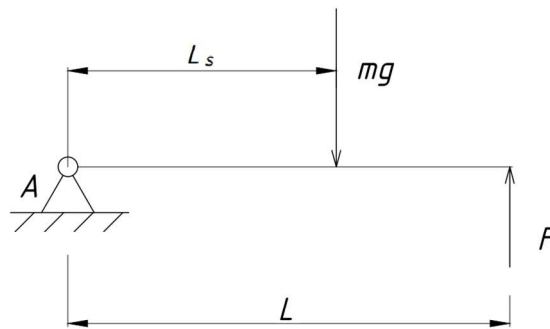
A körfrekvencia meghatározható a periódusidőből ($\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$), amely a motorkerékpár felfüggesztése (lásd 3. ábra) és lengése során az eltelt idő és a többszöri kitérés hányadosaként állítható elő $T = \frac{10,5}{16} s$.



3. ábra: A periódusidő mérésének módszere

A súlypont helyzete a 4. ábrán látható A ponton átmenő síkra merőleges tengelyre felírt nyomatéki egyenletből meghatározható:

$$M_a = 0 = -mgL_s + FL. \quad (2.3)$$



4. ábra: A súlypont meghatározása

Innen az m tömeg, a mért F támasztóerő és az L értékek ismeretében ($m = 421g$; $L = 113\text{ mm}$; $F = 284 \cdot g$) a (2.3) egyenletből kifejezhető a súlypont helyzete: $L_s = 76,2\text{ mm}$.

A kapott értékeket a (2.2) egyenletbe behelyettesítve, a másodrendű tehetetlenségi nyomaték:

$$J_a = \frac{mgL_s}{4\pi^2} T^2 = 3,5 \cdot 10^{-3} \text{ kgm}^2. \quad (2.4)$$

A rotor másodrendű tehetetlenségi nyomatéka kiszámolható a rotor tömegének ismeretében:

$$J_r = \frac{1}{2} m \cdot \frac{d^2}{4}, \quad (2.5)$$

ahol J_r a rotor másodrendű tehetetlenségi nyomatéka, m a rotor tömege, d a rotor, azaz a lendkerék átmérője ($m = 78 \text{ g}$; $d = 100 \text{ mm}$). Ezeket a (2.5) egyenletbe visszahelyettesítve megkapjuk a rotor keresett tehetetlenségi nyomatékot:

$$J_r = \frac{1}{2} m \cdot \frac{d^2}{4} = 9,5 \cdot 10^{-5} \text{ kgm}^2. \quad (2.6)$$

A rotort forgató DC motor paraméterei közül adott: az üzemi feszültség ($U = 6 \text{ V}$), a maximális nyomaték, áram ($i_{max} = 2,6 \text{ A}$; $M_{max} = 150 \text{ gcm} = 1,4715 \cdot 10^{-2} \text{ Nm}$), a motor induktivitása ($L = 3,4 \cdot 10^{-4} \text{ H}$), innen az ellenállás:

$$R = \frac{U}{i_{max}} = 2,3077 \Omega. \quad (2.7)$$

A motorállandók a zárlati állapotból határozhatók meg:

$$k_m = \frac{M_{max}}{i_{max}} = 5,6596 \cdot 10^{-3} \frac{\text{Nm}}{\text{A}}, \quad (2.8)$$

$$k_e \cong k_m, \quad (2.9)$$

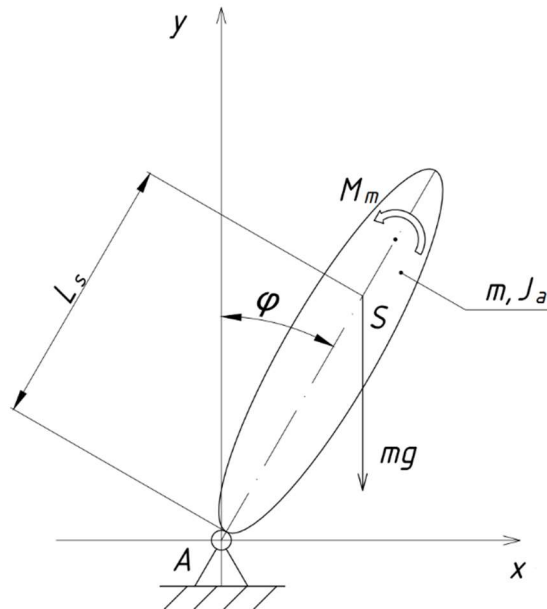
ahol a k_m a nyomatéki motorállandó, k_e az elektromos motorállandó.

3. A motor egyensúlyozását leíró modell és a szabályozó tervezése

A 2. fejezet modellparamétereinek ismeretében, ez a fejezet előállítja az egyensúlyi szabályozáshoz szükséges elektromechanikai modellt, megtervezi az optimális szabályzót, vizsgálja a rendszer stabilitását, majd szimulációs számításokkal demonstrálja az alkalmazott elmélet hatékonyságát.

3.1 Az egyensúlyozás matematikai modellje

A motorkerékpár egyensúlyozása felfogható egy fordított síkbeli fizikai inga külső nyomatékkal történő egyensúlyozási feladatként is (lásd 5. ábra).



5. ábra: Fordított fizikai inga

Az A ponton átmenő z tengelyre a perdülettétel:

$$-J_a \ddot{\varphi} = -mgL_s \sin \varphi + M_m, \quad (3.1)$$

ahol M_m az egyensúlyozó nyomaték, amelyet a rotort meghajó villamos motor fejt ki az ingára.

A (3.1) egyenletben a φ szögelfordulásról feltételezzük, hogy kicsi, azaz élünk a $\sin(\varphi) \cong \varphi$ közelítéssel. Az egyenlet átrendezése után kapjuk, hogy

$$\ddot{\varphi} - \frac{mgL_s \varphi}{J_a} = -\frac{M_m}{J_a}. \quad (3.2)$$

A rotort meghajtó egyenáramú villamos motor elektromechanikai (a hurok és a dinamikai) egyenletei [7]:

$$L \frac{di}{dt} + Ri + k_e \omega_r = U_0(t), \quad (3.3)$$

$$J_r \frac{d\omega_r}{dt} = k_m i, \quad (3.4)$$

ahol ω_r a rotor szögsebessége, $U_0(t)$ a rotort meghatározó motor szabályozott kapocsfeszültsége.

A (3.4) egyenletben feltételezzük, hogy a rotorra csak a motor villamos nyomatéka hat:

$$M_m = k_m i, \quad (3.5)$$

a súrlódást és a légellenállást elhanyagoljuk.

3.2 Szabályozás állapotváltozós alak alapján

Az egyensúlyozási matematikai modell felírható állapotváltozós alakban is az alábbi új változók bevezetésével: $x_1 = \varphi$; $x_2 = \dot{\varphi}$; $x_3 = i$; $x_4 = \omega_r$. Továbbá az egyszerűbb írásmód kedvéért jelölje rendre: $c_1 = \frac{mgL_s}{J_a}$; $c_2 = \frac{k_m}{J_a}$; $c_3 = \frac{R}{L}$; $c_4 = \frac{k_e}{L}$; $c_5 = \frac{k_m}{J_r}$; $c_6 = \frac{1}{L}$.

A bevezetett új jelölésekkel az állapotegyenlet az alábbi alakot nyeri:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ c_1 & 0 & -c_2 & 0 \\ 0 & 0 & -c_3 & -c_4 \\ 0 & 0 & c_5 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ c_6 \\ 0 \end{bmatrix} U_0(t), \quad (3.6)$$

amely tömören is felírható az oszlopvektorok kisbetűvel, a négyzetes mátrix nagybetűvel történő megfeleltetésével

$$\dot{\underline{x}} = \underline{A}\underline{x} + \underline{b}U(t), \quad (3.7)$$

ahol $\underline{x}$ az állapotváltozók vektora.

A szabályozás egyik hatékony módja az állapot negatív visszacsatolással érhető el:

$$U(t) = -\underline{k}^T \underline{x} + v(t), \quad (3.8)$$

ahol $\underline{k}^T$ az állapot visszacsatolás erősítési tényezőinek sorvektora, $v(t)$ valamilyen külső zavarásnak megfelelő függvény.

A visszacsatolás erősítési tényezőit lineáris kvadratikus szabályozó tervezésével határozzuk meg. Ez egy optimális szabályozó, amelyet LQR rövidítéssel szokás jelölni.

A módszer egy kvadratikus funkcionál mellékfeltételes minimalizálására épül [6]:

$$J(\underline{x}, U(t)) = \frac{1}{2} \int_0^T (\underline{x}^T \underline{Q} \underline{x} + r U(t)^2) dt, \quad (3.9)$$

ahol $\underline{Q} = \underline{Q}^T$ és $\underline{Q} \geq 0$, $r > 0$ büntető paraméterek. A (3.9) funkcionál minimalizálása egyaránt az $\underline{x}$ vektor és az $U(t)$ feszültség csökkenését eredményezi. A mellékfeltétel a (3.7) egyenlet nullára rendezett alakja.

A szabályozó tervezésének lépéseit a [6] irodalom alapján foglaljuk össze:

- Irányíthatóság ellenőrzése

$$\text{rang}\{\underline{C}(\underline{A}, \underline{b})\} = 4, \quad (3.10)$$

ahol $\underline{C}(\underline{A}, \underline{b})_{4 \times 4} = [\underline{b} \ \underline{A}\underline{b} \ \underline{A}^2\underline{b} \ \underline{A}^3\underline{b}]$. (3.11)

- A $\underline{Q}$ mátrix tervezése:

$$\underline{Q} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (3.12)$$

Mivel az áramerősséget nem mérjük a szabályozókörben, ezért a főátló harmadik elemét nullára írjuk elő.

- CARE (kontrol algebrai Riccati egyenlet)

$$\underline{A}^T \underline{P} + \underline{P} \underline{A} - \underline{P} \underline{b} r^{-1} \underline{b}^T \underline{P} + \underline{Q} = \underline{0}, \quad (3.13)$$

megoldása, és az állapot visszacsatolás erősítési tényezőinek meghatározása,

$$\underline{k}^T = r^{-1} \underline{b}^T \underline{P}, \quad (3.14)$$

Matlab vagy Scilab függvény hívásával történhet.

A szabályozás ezután a (3.7) és (3.8) alapján elvégezhető, illetve szimulálható.

3.3 A szabályozott rendszer stabilitásának vizsgálata

A motorkerékpár egyensúlyának megtartását egyrészt korlátozza a rotort meghajtó motor maximális nyomatéka, másrészt az LQR szabályozóban felvett $\underline{Q}$ és r büntetőparaméterek értékei.

Az 5. ábra jelöléseit alkalmazva egy statikai egyenlet írható fel az elméletileg legnagyobb φ_{max} szögkitérésre, azaz a motor dőlésszögére:

$$0 = -mgL_s\varphi_{max} + M_m^{max}, \quad (3.15)$$

$$\varphi_{max} = \frac{M_m^{max}}{mgL_s} = \frac{k_m i_{max}}{mgL_s} = 0.0468 rad = 2.679^\circ, \quad (3.16)$$

ahol M_m^{max} a motor zárlati nyomatéka, i_{max} a zárlati áram.

Dinamikai körülmények között ez a határérték nem érhető el, azaz:

$$\varphi < \varphi_{max}.$$

A (3.2) – (3.4) dinamikai differenciálegyenletek és (3.8) visszacsatolási képlet alapján általánosan is vizsgálható a rendszer stabilitása például, Hurwitz és D-szétválasztás módszerével.

Véve a (3.2) – (3.4) és (3.8) egyenletek Laplace transzformáltjait, és a 3.2 alfejezetben bevezetett $c_1 - c_6$ konstansokkal kifejezve, majd a φ változó Φ Laplace transzformáltját megtartva, az s Laplace változóra negyedrendű polinom együtthatójú egyenletet kapunk:

$$(s^4 + a_3s^3 + a_2s^2 + a_1s + a_0)\Phi = 0, \quad (3.17)$$

ahol $a_3 = c_3$; $a_2 = c_4c_5 + k_4c_5c_6 - c_1 - c_2c_6k_2$; $a_1 = -c_1c_3 - c_2c_6k_1$; $a_0 = -c_1(c_4c_5 + k_4c_5c_6)$.

A karakterisztikus egyenletet a (3.17) együtthatója szolgáltatja.

$$s^4 + a_3s^3 + a_2s^2 + a_1s + a_0 = 0. \quad (3.18)$$

Alkalmazva a Hurwitz-féle stabilitási kritériumot [7] a (3.18) karakterisztikus polinomra:

$$H = \begin{vmatrix} a_3 & a_1 & 0 & 0 \\ 1 & a_2 & a_0 & 0 \\ 0 & a_3 & a_1 & 0 \\ 0 & 1 & a_2 & a_0 \end{vmatrix}. \quad (3.19)$$

A stabilitás feltétele, hogy a bal felső sarokban értelmezett determinánsok mindegyike nullánál nagyobb legyen, azaz:

$$H_0 = 1 > 0, \quad (3.20)$$

$$H_1 = a_3 > 0, \quad (3.21)$$

$$H_2 = \begin{vmatrix} a_3 & a_1 \\ 1 & a_2 \end{vmatrix} = a_3a_2 - a_1 > 0, \quad (3.22)$$

$$H_3 = \begin{vmatrix} a_3 & a_1 & 0 \\ 1 & a_2 & a_0 \\ 0 & a_3 & a_1 \end{vmatrix} = a_3(a_1a_2 - a_0a_3) - a_1^2 > 0, \quad (3.23)$$

$$H_4 = \begin{vmatrix} a_3 & a_1 & 0 & 0 \\ 1 & a_2 & a_0 & 0 \\ 0 & a_3 & a_1 & 0 \\ 0 & 1 & a_2 & a_0 \end{vmatrix} = a_0[a_3(a_1a_2 - a_0a_3) - a_1^2] = H_3 \cdot a_0 > 0. \quad (3.24)$$

Tételezzük fel, hogy a (3.20) - (3.23) egyenlőtlenségi feltételek mind teljesülnek, akkor (3.24)-ből következik, hogy $a_0 > 0$ kell, hogy legyen. Tekintettel a (3.17) alatt bevezetett jelölésre:

$$a_0 = -c_1(c_4c_5 + k_4c_5c_6) > 0, \quad (3.25)$$

azaz a szögsebesség erősítési tényezője az alábbi módon választható:

$$k_4 < -\frac{c_4}{c_6}. \quad (3.26)$$

A k_4 erősítési tényező megválasztása után már csak a k_1 és k_2 -re kell feltételeket szabnunk. Ehhez a D-szétválasztás módszerét alkalmazzuk [7]. Ennek megfelelően $s = i\omega$ behelyettesítéssel élünk a (3.18) karakterisztikus egyenletben, amely egy komplex algebrai egyenletet eredményez:

$$\omega^4 - a_2\omega^2 + a_0 + i(-a_3\omega^3 + a_1\omega) = 0. \quad (3.27)$$

A (3.27) egyenletben mind a valós, mind a képzetes rész zérus kell, hogy legyen, megjegyezve, hogy az a_0, a_1, a_2 együtthatók (3.17) alatti képletek alapján az erősítési tényezőktől függenek:

$$\omega^4 - a_2(k_2, k_4)\omega^2 + a_0(k_4) = 0, \quad (3.28)$$

$$-a_3\omega^3 + a_1(k_1)\omega = 0. \quad (3.29)$$

A (3.28) egyenletből a k_2 erősítési tényező az ω szögsebesség és a k_4 erősítési tényező függvényében kifejezhető:

$$k_2(\omega) = -\left[\frac{\omega^4 - c_1c_4c_5 - c_1c_5c_6k_4}{\omega^2} + c_1 - c_4c_5 - k_4c_5c_6 \right] \frac{1}{c_2c_6}. \quad (3.30)$$

A képzetes rész csak a k_1 erősítési tényezőt foglalja magába:

$$k_1(\omega) = -\frac{c_3\omega^2 + c_1c_3}{c_2c_6}. \quad (3.31)$$

A függőleges szögeltérést mérő szenzor működés közben, ha lassan is, de melegszik, ezért a nullpontja eltolódik. A mért szög időben ugyan lassan, de növekvő $\varepsilon(t)$ hibával terhelt. Vagyis a motor tényleges φ szögeltérése a függőlegetől és a mért értékre az alábbi összefüggés írható:

$$\varphi_m(t) = \varphi(t) + \varepsilon(t). \quad (3.32)$$

Kísérlet közben ennek hatása úgy jelentkezik, hogy a rotor akkor is forog amikor stabilan a függőleges helyzetben van a motorkerékpár. Ha megvizsgáljuk a (3.9) büntető függvényt akkor láthatjuk, hogy az LQR optimális szabályzó a $\mathbf{Q}$, r megválasztásától függően igyekszik csökkenteni $\underline{x}$ állapotvektort és a visszacsatolt állapotváltozóktól függő $U(t)$ bemeneti feszültséget, azaz:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \underline{x}(t) = \underline{0}, \quad (3.33)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} U(t) = 0. \quad (3.34)$$

Ha (3.8)-ban a zavaró $v(t)$ tagtól eltekintünk, (3.34)-et kifejtve írhatjuk, hogy:

$$-(k_1\varphi_m + k_2\dot{\varphi}_m + k_4\omega_r) = 0. \quad (3.35)$$

Ha a motorkerékpár tartósan az egyensúlyi helyzet közelében van, akkor a tényleges φ és $\dot{\varphi}$ egyaránt nullának tekinthető, továbbá élve a feltételezéssel, hogy $\varepsilon(t)$ időben lassan változik, azaz $\dot{\varepsilon}(t) \ll 1$ ezért elhanyagolható, így (3.32) és (3.35) alapján:

$$k_1\varepsilon(t) + k_4\omega_r = 0, \quad (3.36)$$

ahonnan a szögeltérést mérő szenzor hibája kifejezhető:

$$\varepsilon(t) = -\frac{k_4\omega_r}{k_1}. \quad (3.37)$$

A szögmérés hibájára (3.37) az egyensúlyi helyzet közelében egy jó becslést ad, amellyel a szenzor nullpontja a működés során akár másodpercenként is visszaállítható. Ez a dolgozat egyik legfontosabb eredménye. A motorkerékpár egyensúlyi helyzetéhez közeli állapotát a fordított inga fázissíkjának koordinátaival tudjuk kifejezni [9]:

$$\delta \geq \sqrt{\varphi_m^2 + \left(\frac{\dot{\varphi}_m}{\alpha}\right)^2}, \quad (3.38)$$

ahol δ az egyensúlyi helyzet felhasználó által előírt tűrésértéke, α a visszacsatolt fordított inga csillapításmentes sajátkörfrekvenciája, amely a visszacsatolt dinamikai rendszer egyik sajátértéke.

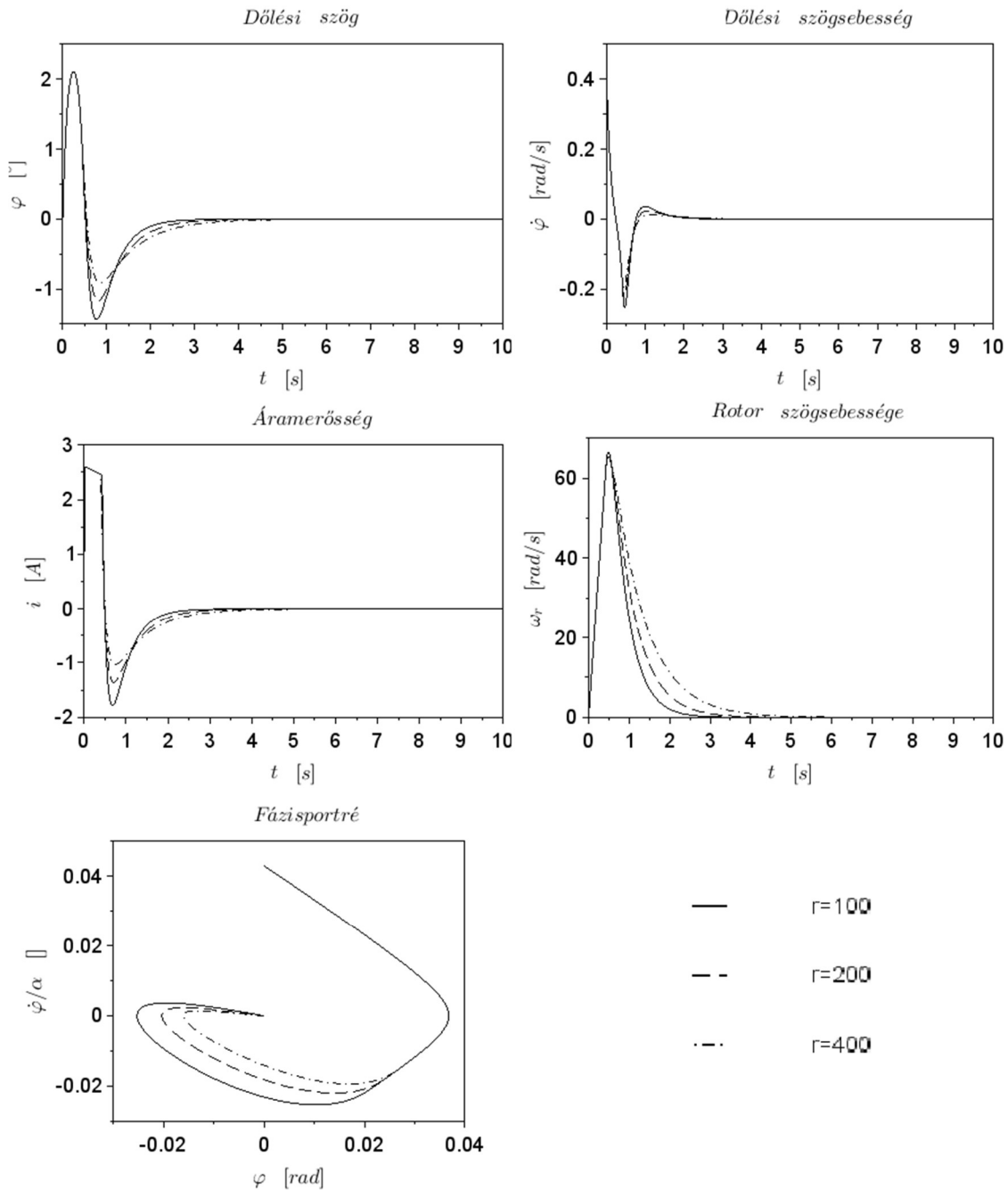
A szerkezet gyakorlati tapasztalatok szerint az egyensúlyhoz közeli helyzet megítéléséhez az alábbi választás javasolható:

$$\delta \cong \left| \frac{\varphi_{max}}{25} \right|. \quad (3.39)$$

3.4 Modellszámítások, szimulációk

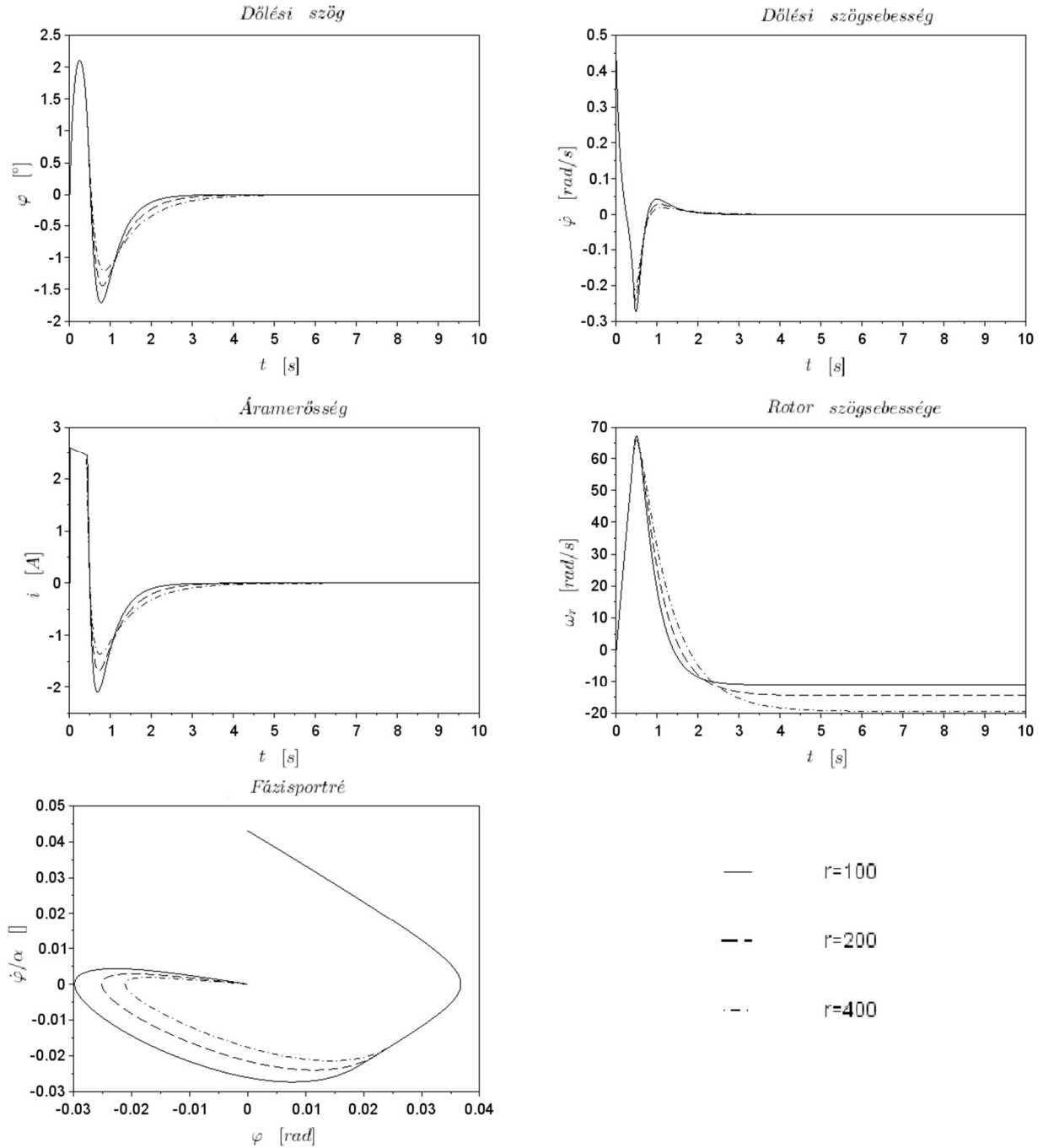
A 3. fejezetben levezetett elmélet alapján, Scilab programrendszer alatt kifejlesztésre került egy szimulációs program és a stabilitási tartomány ábrázolását végző program. A 2. fejezetben ismertetett modell paraméterekkel, valamint az $r = 100; 200; 400$; értékeire és $\dot{\varphi}(0) = 0.43 \text{ rad/s}$ kezdeti sebesség zavarására összehasonlító számítások történtek különböző üzemállapotok eseteire.

I. Az első esetben feltételezések szerint a motorkerékpár dőlésszögét mérő szenzor ideálisnak tekinthető, azaz pontos értéket szolgáltat. Az állapotváltozókat a 6. ábra szemlélteti a fázissíkkal együtt. Megfigyelhető, hogy az állapotváltozók mindegyike néhány másodperc elteltével tart a nullához, azaz a stabil helyzethez.



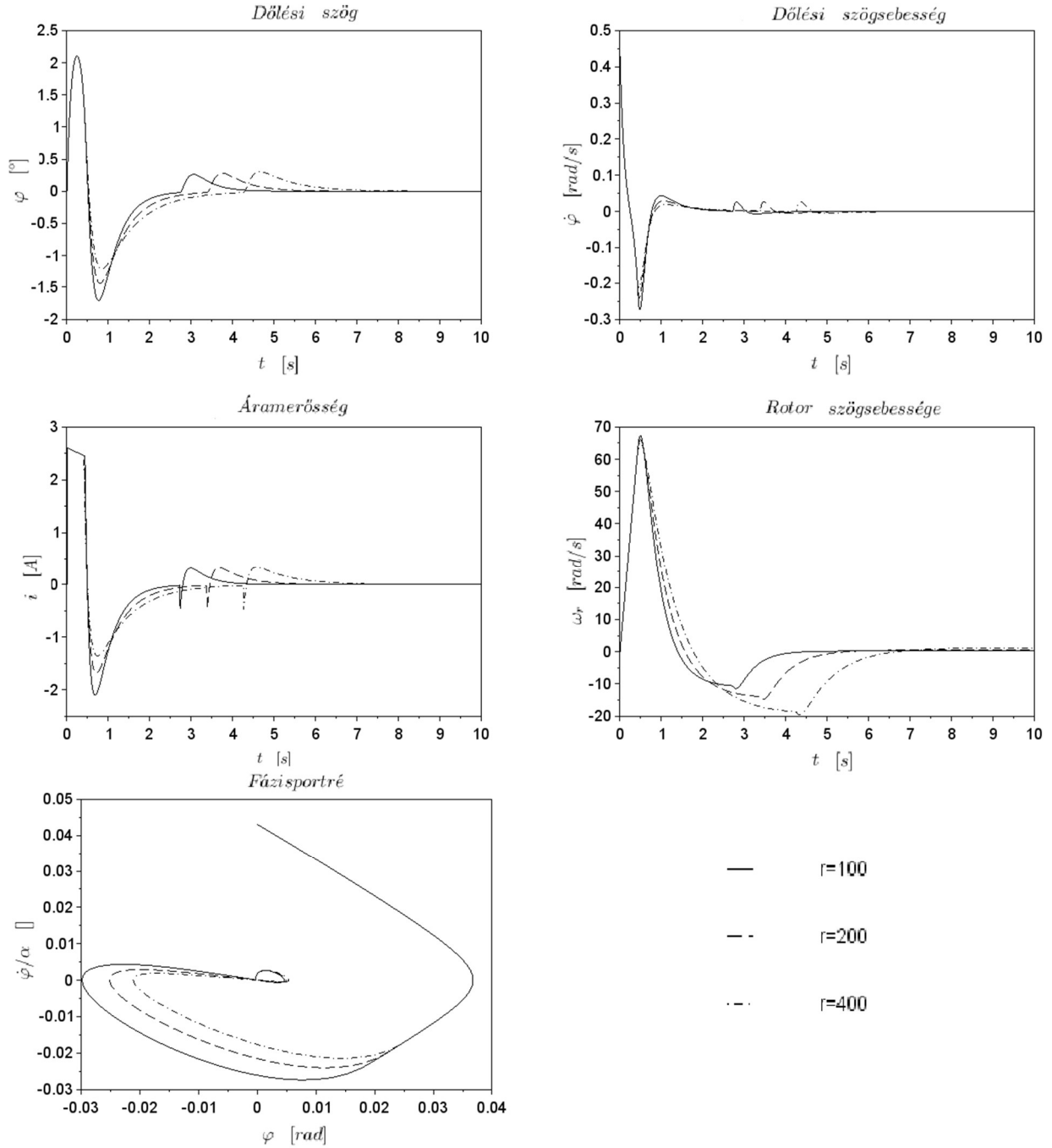
6. ábra: Szimuláció I. ideális esetben, különböző r értékekre

II. A második esetben feltételezések szerint a motorkerékpár dőlésszögét mérő szenzor 0.0034 rad konstans hibával terhelt. A 7. ábrán szemléltetett eredmények azt mutatják, hogy a motorkerékpár ugyan tart a függőleges egyensúlyi állapothoz, de a rotor szögsebessége egy-egy konstans értékre áll be az r értékétől függően.



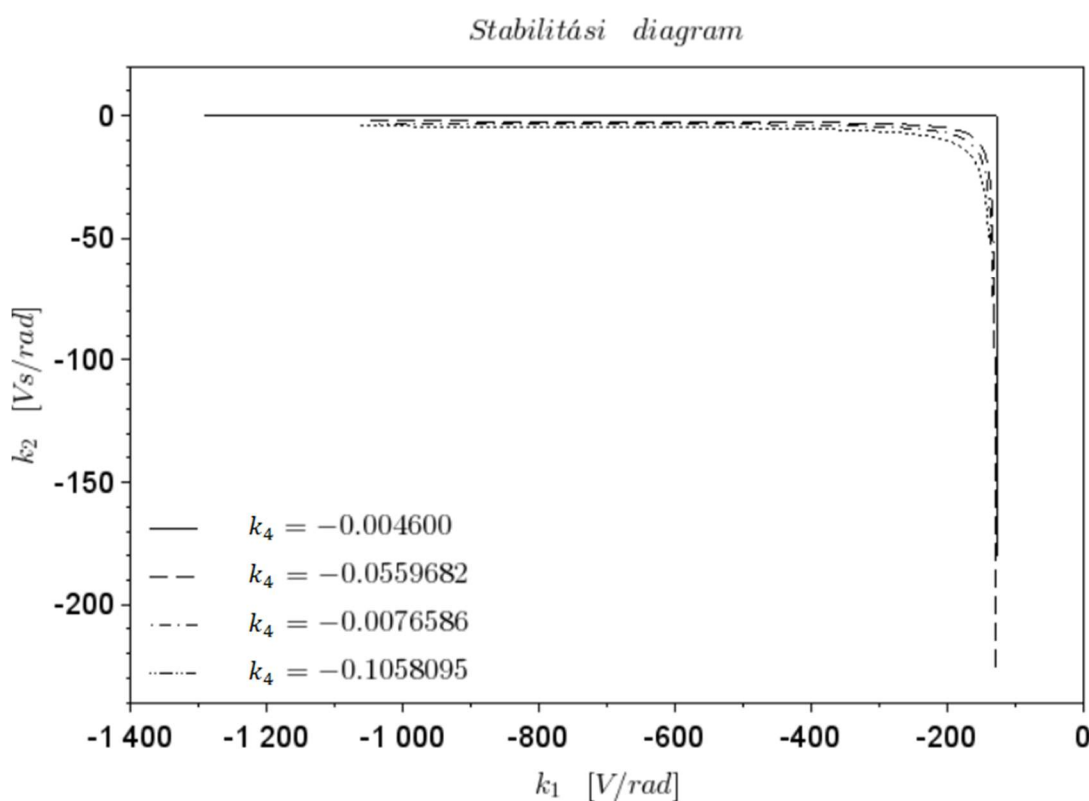
7. ábra: II. Szimuláció a szenzor hibájának kompenzálása nélkül, különböző r értékekre

III. A harmadik üzemállapotban az előzőekben megadott konstans hiba kompenzálása történik meg, amelynek eredményeként a rotor szögsebessége nullához közeli szögsebességhez tart (lásd 8. ábra). Ez utóbbi szimuláció jól demonstrálja a szenzor hibájának hatékony kompenzálási stratégiáját, amely beépítésre került a szabályozó mikrokontroller programba is.



8. ábra: III. Szimuláció a szenzor hibájának kompenzálásával, különböző r értékekre

A Hurwitz-féle kritériummal meghatározott stabilitási határértékekkel, valamint az előbbi három üzemállapothoz tartozó $k_4 = -0.0056; -0.0559; -0.0765; -0.1058$ erősítési tényezők függvényében kirajzolásra került a rendszer stabilitási tartománya a k_1 és k_2 erősítési tényezők koordináta-rendszerében. A stabilitási tartomány a görbétől balra, illetve alatta található. Látható, hogy ha a k_4 értéke minél negatívabb, a stabilitási tartomány annál kisebb lesz. Az $r = 100; 200; 400$; értékeinél meghatározott k_1 és k_2 értékek rendre: $[k_1 = -324,3; k_2 = -34,2]; [k_1 = -304,3; k_2 = -32,1]; [k_1 = -290,2; k_2 = -30,6]$. Az $r = 100$ paraméterhez meghatározott k_1 és k_2 erősítési tényezők által meghatározott pont helyezkedik legmélyebben a stabilitási tartományon belül. Ezért a rendszer megvalósításánál az $r = 100$ paraméternél meghatározott erősítési tényezők kerültek felhasználásra.



9. ábra: A rendszer stabilitási tartománya, különböző k_4 értékekre

4. A szabályozó rendszer gyakorlati megvalósítása

Ez a fejezet a 2. és 3. fejezetben ismertetett elméleti megfontolások alapján a motorkerékpár modellt szabályozó program és a távvezérlés megvalósítását ismerteti.

4.1. Motorok vezérlése

A DC motorok kimeneti nyomatéka a feszültség nagyságának változtatásával vezérelhető. Ezt legegyszerűbben PWM (pulzus szélesség modulált) jelekkel lehet véghez vinni. PWM jeleket elő lehet állítani a kimenet megfelelő időközönkénti magas, illetve alacsony értékekre (a kitöltési tényező) változtatásával. Az Arduino Motor Carrier-hez elérhető az *ArduinoMotorCarrier.h* nevű header fájl, ami többek között tartalmazza a PWM jeleket előállító függvényeket.

A szervomotorok vezérlése hasonlóképpen PWM jelekkel kivitelezhető, azonban ebben az esetben a feszültség állandó, a PWM jelek a servo motoroknak a szöghelyzetét vezérlik. Erre is elérhető beépített függvény.

A szabályozó működéséhez ismerni kell a rotor szögsebességét, melyet lehetővé tesz a rotort meghajtó motoron található enkóder. Az enkóder egy Hall-szenzor segítségével impulzusokat szolgáltat, melyeket a mikrovezérlővel előjelesen számlálva meghatározható, hogy mekkora és milyen irányú a szögelfordulás. A szögsebesség felírható egy rövid időintervallum alatt végzett szögelfordulás és az intervallum hosszának hányadosaként:

$$\omega_r = \dot{\gamma}(t_{i+1}) \cong \frac{\gamma(t_{i+1}) - \gamma(t_i)}{t_{i+1} - t_i}, \quad (4.1)$$

ahol t_i az i -edik pillanatban mért idő, $\gamma(t_i)$ a rotor t_i időpillanatban mért szögelfordulása.

4.2 A motorkerékpár pozíciójának, szögsebességének mérése, a szenzor kalibrációja

A motorkerékpár függőleges tengelyhez viszonyított szögkitérését egy BNO055 típusú szenzor méri. Ebből a pozícióból a (4.1)-hez hasonlóan számolható a dőlés szögsebessége:

$$\dot{\varphi}_m(t_{i+1}) \cong \frac{\varphi_m(t_{i+1}) - \varphi_m(t_i)}{t_{i+1} - t_i}, \quad (4.2)$$

ahol $\varphi_m(t_i)$ a motorkerékpár t_i időpillanatban mért dőlésszöge.

Ahhoz, hogy a szenzor pontosan mérjen kalibrálni kell, amelyet minden bekapcsolás után el kell végezni. A BNO055 szenzorban található egy giroszkóp, egy gyorsulásmérő és egy magnetométer. Mivel a giroszkóp kalibrálása megtörténik, ha a szerkezet nyugalomban van, a

szenzor kalibrálásához elegendő a szenzor mind a három koordináta tengely körül történő forgatása (ez a magnetométert kalibrálja). A gyorsulásmérő nem szükséges a pozíció méréséhez, ezért annak kalibrációja elhagyható.

4.3 Távvezérlés okostelefonról

A távvezérléshez a mikrovezérlőnek csatlakoznia kell egy vezeték nélküli hálózatra, ami a beépített NINA-W102 modul segítségével lehetséges. Ez a hálózat lehet Bluetooth vagy WiFi is, a dolgozatban szereplő motorkerékpár távvezérlése WiFi hálózaton keresztül történik. A modulhoz tartozik a *WiFiNINA.h* header fájl, amely egyszerűbbé teszi a WiFi-re történő csatlakozást.

Az okostelefonnal történő távvezérléshez a dolgozat a Blynk nevű alkalmazást használja, melyben egyszerű, személyre szabható távvezérlő készíthető (lásd 10. ábra)



10. ábra: A távvezérlő

Az ábrán a felső sorban láthatóak a motorkerékpár állapotát jelző LED-ek, alatta pedig a be- kikapcsoló gomb (POWER), és az egyéb funkciókat be- kikapcsoló gombok, legalul pedig a motorkerékpár mozgását vezérlő joystick található.

Az alkalmazás mellé tartozik még a *BlynkSimpleWiFiNINA.h* header fájl, melynek segítségével a távvezérlés programozása hasonlít a digitális be- és kimenetek programozására.

4.4. Biztonsági mechanizmusok

A motorkerékpár biztonságos működéséhez a szabályozást feltételekhez kell kötni. Egy ilyen feltétel például, hogy csak akkor egyensúlyozzon, ha álló helyzetben van, ellenkező esetben ne forgassa a rotort.

Továbbá, hogy az akkumulátor ne sérüljön, fontos, hogy a feszültsége 3 V fölött maradjon, ha eléri azt akkor a mikrovezérlő jelezen a felhasználónak, hogy töltsse fel az akkumulátort.

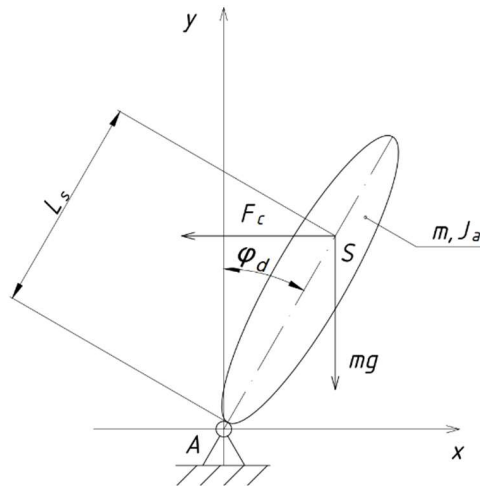
Ezen kívül, hogy a rotor ne foroghasson túl gyorsan (ami a szerkezet és a mikrovezérlő károsodásához vezetne), a lendkerék túlzottan nagy szögsebessége is leállíthatja a szabályozást.

Végül, ha egyéb probléma lépne fel, fontos, hogy a felhasználó a távvezérlőn keresztül manuálisan leállíthassa a működést.

4.5 A motorkerékpár kanyarodásakor fellépő erőhatások figyelembevétele

Az eddig bemutatott motorkerékpár már képes megtartani az egyensúlyát álló helyzetben, illetve egyenes vonalú mozgás esetén, azonban kanyarodáskor a centrifugális erőből származó nyomaték nagyobb sebesség vagy élesebb kanyar mellett kibillentí a szerkezetet az egyensúlyi helyzetből.

Ahhoz, hogy ezt a nyomatékot ellensúlyozza a motorkerékpár, a kanyarban be kell dönteni, hogy az ebből származó nyomaték egyensúlyt tartson a centrifugális erő nyomatékával.



12. ábra: Kanyarodáskor fellépő erőhatások

Az A ponton átmenő z tengelyre felírt nyomatéki egyenlet:

$$M_a = 0 = -mgL_s \sin \varphi_d + F_c L_s \cos \varphi_d, \quad (4.3)$$

ahol φ_d a kanyarodáskor szükséges bedőlés szöge, F_c pedig a centrifugális erő, ami az alábbi módon számítható:

$$F_c = \frac{mv_s^2}{r_s}, \quad (4.4)$$

ahol v_s a motorkerékpár sebessége, r_s a kanyarodás sugara a súlypontra számolva.

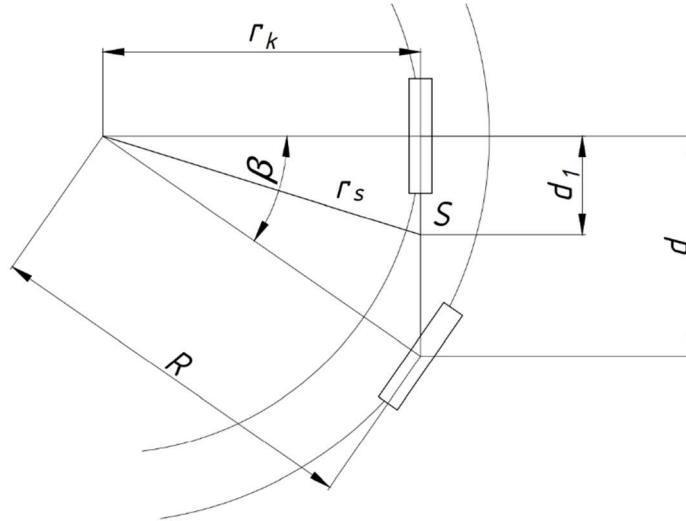
(4.3) egyenletet átrendezve adódik, hogy:

$$\operatorname{tg} \varphi_d = \frac{v_s^2}{r_s \cdot g}. \quad (4.5)$$

A (4.5) egyenlet baloldalát linearizálva:

$$\varphi_d \cong \frac{v_s^2}{r_s \cdot g}. \quad (4.6)$$

A kanyarodás sugara az első kerék β szögének függvényében írható fel:



13. ábra: A kanyarodás sugara

$$r_k = \frac{d}{\operatorname{tg} \beta}. \quad (4.7)$$

Innen a kanyarodás sugara a súlypontra:

$$r_s = \sqrt{d_1^2 + r_k^2}. \quad (4.8)$$

Azonban a dőlésszög miatt a súlypont nem feltétlenül az alátámasztási pont fölött van így az r_s sugár értéke csökken φ valódi motorkerékpár dőlés szög függvényében:

$$r_s = \sqrt{d_1^2 + r_k^2} - L_s \sin \varphi. \quad (4.9)$$

Mivel a φ szög értéke kicsi,

$$r_s \cong \sqrt{d_1^2 + r_k^2} - L_s \varphi. \quad (4.10)$$

A v_s sebesség mérhető a hátsó kereket meghajó motor enkóderének segítségével, tehát (4.10)-et (4.6)-ba visszahelyettesítve, a bedőlés szöge kiszámolható, azaz:

$$\varphi_d = \frac{v_s^2}{\left(\sqrt{d_1^2 + \left(\frac{d}{tg\beta} \right)} - L_s \varphi \right) \cdot g}. \quad (4.11)$$

Ezt a szöget folyamatosan kiszámolva, a kanyarodáskor fellépő centrifugális erőből származó nyomaték ellensúlyozható, ha a motorkerékpár ezzel a φ_d szöggel bedől, azaz ha a szenzor által mért érték ezzel a szöggel eltolódik.

Ahhoz, hogy az LQR szabályozó a kiszámolt dőlésszöget figyelembe vegye a (3.9) funkcionál az alábbiak szerint módosul:

$$J(\underline{x}, U(t)) = \frac{1}{2} \int_0^T ([(\varphi - \varphi_d) \quad \dot{\varphi} \quad i \quad \omega_r] \mathbf{Q} \begin{bmatrix} (\varphi - \varphi_d) \\ \dot{\varphi} \\ i \\ \omega_r \end{bmatrix} + r U(t)^2) dt, \quad (4.12)$$

$$\text{ahol } U(t) = -[k_1(\varphi_m - \varphi_d) + k_2 \dot{\varphi}_m + k_4 \omega_r].$$

Ez az elméleti megfontolás teszi igazán alkalmassá az adott motorkerékpárt komplex pálya befutására.

A tapasztalatok is megerősítették, hogy az elméletileg lehetséges legnagyobb szögeltérés, azaz a zavarás igen kis értékű (kb. 2.5°). A szerkezet nem képes nagyobb dinamikus zavarások kompenzálására, ezért a kanyarodást, gyorsulást és lassulást csak fokozatosan az egyensúlyi helyzet közelében célszerű végrehajtani.

A 3. fejezetben ismertetett elméleti összefüggések és a 4. fejezetben leírt megfontolások alapján, C++ programozási nyelven a motorkerékpár jármű egyensúlyi szabályozását, előre- és hátrafelé haladását, valamint kanyarodását irányító program került kidolgozásra és Arduino Nano 33 IoT mikro vezérlőre feltöltésre. A tesztelések bizonyították az alkalmazott szabályozó hatékony működését a dolgozatban ismertetett zavarási határokon belül.

5. Összefoglalás, továbbfejlesztési tervek

A TDK dolgozat egy motorkerékpár modell szabályozási és távvezérlésével foglalkozott. Elméleti úton meghatározásra került az adott jármű paramétereire az egyensúlyi helyzetből való legnagyobb szögeltérés határértéke. A Hurwitz-féle és a D-szeperációs stabilitási kritériumok kombinált felhasználásával előállításra kerültek a vizsgált rendszer stabilitási tartományai a rotor szögsebesség erősítési tényezőjének függvényeként a szögelfordulás és a szögsebesség erősítési tényezőinek koordináta-rendszerében.

A motor egyensúlyi szabályozására folytonos idejű állapotter-reprezentáció alapján egy LQR optimális szabályozó került kifejlesztésre, amely a tesztelés során is robusztusan működött. A szabályozó alkalmazza a motorkerékpár kanyarodásánál az egyensúly megőrzéséhez szükséges dőlési szöget. Gyakorlati szempontból igen fontos eredménynek tekinthető, hogy menet közben a szabályozó képes korrigálni a dőlési szögmérő szenzor melegezésből származó hibáját a rotor állandósult szögsebessége alapján.

A szabályozó jelen állapotban folytonos függvényekre és egyenletekre épül. A továbbfejlesztés során a differenciálegyenletek helyett véges időnövekvényen integrált alakjai, azaz a diszkrét idejű állapotter-reprezentáció, alkalmazása elkerülhetetlen, mert megfigyelő alkalmazása látszik szükségesnek a hiányzó áramerősség és a pontatlanul számolt dőlési szögsebesség meghatározására. Így minden állapotváltozó visszacsatolásával még robusztusabbá tehető a szabályozó rendszer.

6. Irodalom jegyzék

- [1] Eng. Wael Younis, Dr. Mohammed Abdelati: Design and Implementation of an Experimental Segway Model; DOI:10.1063/1.3106501, Tunisia, 2009
- [2] Mohamed Magdy Mohamed Abdo: Stability and Control of an Inverted Pendulum Motion; DOI: 10.13140/RG.2.2.25938.61129, Cairo, 2018
- [3] Sunu S. Babu, Anju Pillai: Design and Implementation of Two-Wheeled Self-Balancing Vehicle Using Accelerometer and Fuzzy Logic; DOI: 10.1007/978-81-322-2526-3_6, India, 2016
- [4] José L. Lima, José C. Gonçalves, Paulo G. Costa, António P. Moreira: Interactive educational software for dynamic systems control; ICCE, Portugal, 2007
- [5] Klaus Janschek: Mechatronic Systems Design, Methods, Models, Concepts; ISBN: 9783642175312, USA, 2012
- [6] Bokor József, Gáspár Péter: Irányítástechnika járműdinamikai alkalmazásokkal; ISBN: 9789632790015, Budapest, 2008
- [7] Csáki Frigyes: Szabályozások Dinamikája, Akadémiai Kiadó, Budapest 1974
- [8] Keviczky L., Bars R., Hettésy J., Barta A., Bányász Cs.: Szabályozástechnika, Universitas-Győr Nonprofit Kft., Győr, 2008.
- [9] Mörk, J. ; Patkó, Gy.; Porpáczy, L.; Szeidl, Gy. ; Szilassy I.: Dinamika V., Budapest, Tankönyvkiadó (1981), 230 p.