

# Saját eredmények

Bursics Balázs, Csonka Bence, Szepessy Luca: Hipergráfok lefogása és színezése

A dolgozatunkban szereplő önálló eredmények a dolgozat szerzőinek a 2021-es REU program keretein belül Tóth Sára Hannával közösen végzett kutatómunkájából születtek, Keszegh Balázs témavezetése mellett.

- Dolgozatunkban foglalkoztunk hipergráfosztályok polikromatikus színezéseihez szükséges elmérek minimális nagyságával (ld. 2. definíció). Ezzel kapcsolatos saját eredményeink:
  1. A sík tengelypárhuzamos sávjain síkbeli pontok által megadott hipergráfokra (ld. 5. definíció) teljesül  $2 \left( \left\lceil \frac{3}{4}k \right\rceil - 1 \right) + 1 \leq m_{\mathcal{A}^*}(k)$ . (2. Tétel)
  2. A sík pontjain vízszintes és függőleges sávok uniói által megadott hipergráfokra (ld. 6. definíció) teljesül  $3 \left\lceil \frac{3}{4}k \right\rceil - 2 \leq m_{\mathcal{A}^+}(k) \leq 4k - 3$ . (4. Tétel)
  3. A sík pontjain tengelypárhuzamos sáv  $s$ -esek által megadott hipergráfok (ld. 7. definíció) esetében ez az érték megkapható az  $m_{\mathcal{A}_s}(k) = s \cdot m_{\mathcal{A}}(k) - s + 1$  összefüggéssel. (5. Tétel)
  4. Bizonyos, véges vagy végtelen hosszú számtani sorozatok segítségével definiált hipergráfosztályokra (ld. 11. definíció) ez az érték becsülhető bizonyos geometriai hipergráfosztályokra vonatkozó értékek segítségével. Erről szóló eredményeink közül a 6. Tétel mindhárom pontja önálló eredmény. A 6. Tétel 2. pontjában így egyenlőséget is sikerült megmutatni számtani sorozatok polikromatikus színezése és geometriai hipergráf színezése között, továbbá a 6. Tétel 3. pontjában olyan bizonyos számtani sorozat által definiált hipergráfot is láthatunk, amiről megmutattuk, hogy nem létezik elegendően nagy elmérték. A 7. Tétel (1) pontja Keszegh Balázs és Pálvölgyi Dömötör eredményének általánosítása, a 7. Tétel (2) pontja pedig ismét saját eredmény.
- Foglalkoztunk azzal a kérdéssel is, hogy bizonyos geometriai hipergráfosztályoknál milyen  $c$  konstansra létezik a hipergráfosztály minden eleméhez  $c$ -sekély lefogó halmaz (ld. 3. definíció). Ezzel kapcsolatos saját eredményeink:
  1. A sík pontjain lefelé végtelen tengelypárhuzamos téglalapok által megadott hipergráfok esetében (ld. 4. definíció) nem létezik mindig 3-sekély lefogó ponthalmaz. (1. Tétel)
  2. A sík pontjain tengelypárhuzamos sávok által megadott hipergráfok esetében (ld. 5. definíció) nem létezik mindig 2-sekély lefogó ponthalmaz. (3. Tétel) További saját észrevételünk, hogy 3-sekély lefogó ponthalmaz viszont már minden esetben létezik.