

Két- és háromrészecke Bose–Einstein-korrelációk az LHC CMS kísérletében

Kórodi Balázs
Fizikus MSc. I.

Témavezető:
Csanád Máté

Eötvös Loránd Tudományegyetem
2022. augusztus



TUDOMÁNYOS DIÁKKÖRI DOLGOZAT

Kivonat

Az Ősrobbanás utáni első töredékmásodpercekben a hatalmas hőmérséklet és nyomás következtében a kvarkok nem tudtak hadronokba rendeződni, így a teret az úgynevezett kvark-gluon plazma (QGP) töltötte ki. Ilyen extrém körülményeket laboratóriumi környezetben csak a világ legnagyobb részecskegyorsítóiban tudunk előállítani, amikor szinte fénysebességre gyorsított nehézionokat ütköztetünk. A nagyenergiás nehézionfizikai kutatások egyik legfontosabb célja az ilyen ütközések során létrejövő QGP tulajdonságainak felderítése.

A kvarkanyag téridőbeli geometriájának megismerésében a legfontosabb módszer a Bose–Einstein-korrelációs függvények mérése. Ez az adott típusú elemi részecskék megkülönböztethetetlenségén alapul, melynek köszönhetően megjelenik egy korreláció a kvark-gluon plazma hadronizációja után kirepülő bozonok impulzusa között. Ezt nevezzük HBT-jelenségnek, illetve a megfigyelt korrelációt Bose–Einstein-korrelációnak. Kiderül az is, hogy a korrelációs függvény mérésével a forrás, jelen esetben a kvark-gluon plazma geometriájáról, időbeli változásáról nyerhetünk információt. Ezzel a módszerrel tehát egy „mikroszkópot” kapunk, amellyel femtométer skálájú objektumokat vizsgálhatunk. Ebből eredően ezt a tudományterületet femtoszkópiának is nevezik.

Az utóbbi évek kutatásai rámutattak, hogy a forrás alakjára eleinte feltételezett Gauss-eloszlás nem megfelelő közelítés. Az egyre nagyobb mennyiségben rendelkezésre álló, egyre pontosabb adatokat az általánosabb Lévy-típusú eloszlás használatával sikerült leírni. A kétrészecske korreláció mérésével meghatározhatjuk a kétrészecske korreláció erősségét megadó paramétert, továbbá az eloszlás alakját jellemző Lévy-exponenst, valamint a forrás geometriáját jellemző homogenitási hosszt. Ezeket az eredményeket felhasználva, a háromrészecske korrelációs függvényekből megkapható a háromrészecske korreláció erőssége, valamint a rendszerben esetlegesen fellépő parciális koherenciát jellemző paraméter.

Tudományos diákköri munkám során az LHC CMS kísérlete által rögzített ólom-ólom ütközések adatait használtam. Először egyszerűen elemezhető adatstruktúrát alakítottam ki, majd az események megfelelő szelektálása után megmértem a két- és háromrészecske Bose–Einstein-korrelációs függvényeket különböző centralitás és átlagos transzverz impulzus osztályokban. Végül a kapott eredményekre Lévy-típusú forrást feltételező, a Coulomb korrekciót is tartalmazó függvényeket illesztettem. Az illesztések paramétereiből következtetéseket tudtam levonni a kísérlet során keletkezett kvark-gluon plazma tulajdonságait illetően.

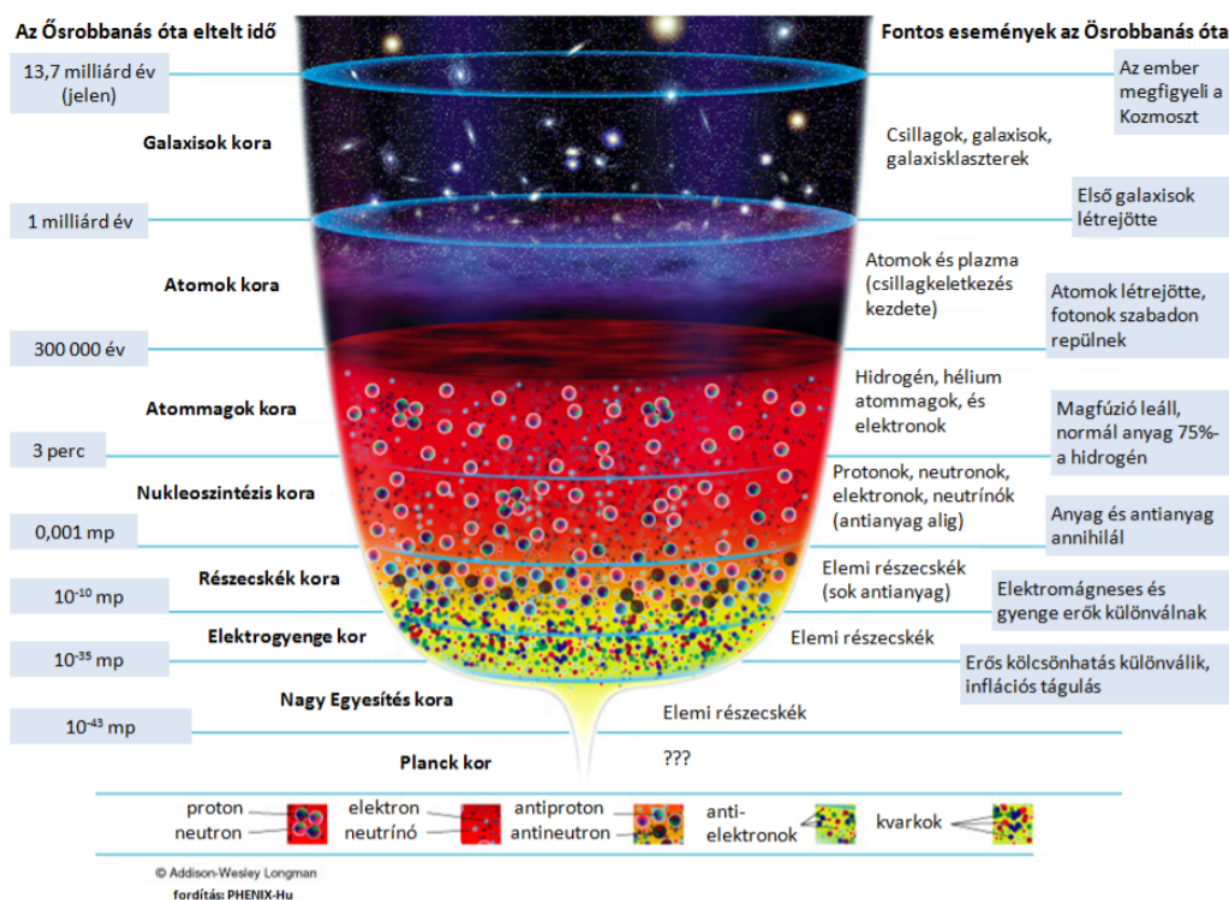
Tartalomjegyzék

1. Bevezetés	3
1.1. Mini ősrobbanások a laborban	3
1.2. A kvark-gluon plazma	4
1.3. A CMS kísérlet	6
2. Bose–Einstein-korrelációk a nagyenergiás nehézion-fizikában	10
2.1. A HBT-effektus	10
2.2. A Bose–Einstein-korreláció és a forrás kapcsolata	10
2.3. Kinematikai változók	12
2.4. A mag–glória-modell és parciális koherencia	14
2.5. Lévy-típusú forrásfüggvény	16
2.6. A korrelációs függvények alakja	17
2.7. A Coulomb-kölcsönhatásból származó korrekció	18
2.8. Összegzés	20
3. Lévy HBT analízis a CMS kísérletben	21
3.1. Adatstruktúra	21
3.2. Eseményszelekció és pályavágások	21
3.3. A korrelációs függvények mérése	25
3.4. Párvágások	28
3.5. Háttéreffektusok kezelése	30
3.6. A korrelációs függvények illesztése	32
3.7. Szisztematikus bizonytalanságok	34
3.8. Összegzés	36
4. Kétrészecske eredmények	37
4.1. Az R Lévy-skálaparaméter	37
4.2. Az α Lévy-stabilitási index	40
4.3. A λ_2 kétrészecske korrelációs erősség	41
5. Háromrészecske eredmények	43
5.1. Lévy skálaparaméter és stabilitási index	43
5.2. Az l_3 paraméter és a λ_3 háromrészecske korrelációs erősség	44
5.3. A κ_3 mag–glória független paraméter	46
6. Összefoglalás	47

1. Bevezetés

1.1. Mini ősrobbanások a laborban

A Világegyetem születése utáni első töredékmásodpercekben a hőmérséklet és a nyomás olyan hatalmas volt, hogy a kvarkok nem tudtak hadronokba rendeződni. Ilyen körülmények között nem létezhetek a ma ismert struktúrák, mint például a galaxisok és a csillagok, de még atomok, sőt az atommagot felépítő protonok és neutronok sem. A teret a kvarkok és a gluonok „ősleve”, az úgynevezett kvark-gluon plazma (QGP) töltötte ki [1]. Az Univerzum elképesztő léptékű tágulása miatt azonban ez az állapot nem tarthatott sokáig. A tágulás miatt csökkent a hőmérséklet, ami lehetővé tette a kvarkok hadronokba való rendeződését, avagy a hadronizációt. Ahogy az az 1. ábrán is látható, ezt követően évmilliárdok alatt alakult ki az Univerzum mai struktúrája.



1. ábra. Az Univerzum története.

Ha meg akarjuk érteni a korai Univerzumban uralkodó viszonyokat, akkor szükségszerű a kvark-gluon plazma tanulmányozása. Ennek az előállításához azonban az Ősrobbanás utáni körülményeket kell rekonstruálnunk laboratóriumi körülmények között, tehát gyakorlatilag „mini-ősrobbanásokat” kell létrehoznunk. Ilyenre csak a ma létező legnagyobb részecskegyorsítókban van lehetőség, ultrarelativistikus sebességekre gyorsított nehézionok (atommagok) ütköztetésével [2]. Ilyen ütközések során a keletkező kvark-gluon plazmát nem tudjuk közvetlenül vizsgálni, mivel a folyamat időskáája 10^{-22} s nagyságrendű. Amit vizsgálni tudunk, az a kvark-gluon plazma hadronizációja (kifagyás) során keletkező részecskék tulajdonságai. Ezeket a részecskéket az ütközési pont

körül, többnyire hengerszimmetrikusan elhelyezkedő detektorokkal tudjuk észlelni és meghatározni a töltésüket, a tömegüket, az energiájukat és az impulzusukat. Különböző fizikai effektusok kihasználásával ezekből az információkból már következtetéseket tudunk levonni a kvark-gluon plazma tulajdonságairól, ami hozzájárulhat a Világegyetem korai időszakának megértéséhez.

1.2. A kvark-gluon plazma

Az elmúlt évtizedek nagyenergiás nehézion-fizikai kutatásainak középpontjában a kvark-gluon plazma állt. Eleinte a kérdés az volt, hogy egyáltalán létrejön-e a kvarkanyag az ütközések során. Ebben az alfejezetben áttekintem a legfontosabb bizonyítékokat [3, 4], amelyek alapján ma már ki lehet jelenteni, hogy nagy energiájú nehézionok ütközésekor egy új típusú, erősen kölcsönható maganyag keletkezik.

1.2.1. A magmódosulási faktor

A magmódosulási faktor az adott impulzussal rendelkező részecskék számát hasonlítja össze elemi nukleon-nukleon (kísérletileg proton-proton) és nehézion-ütközésekben. Értéke definíció szerint az alábbi képlettel adható meg:

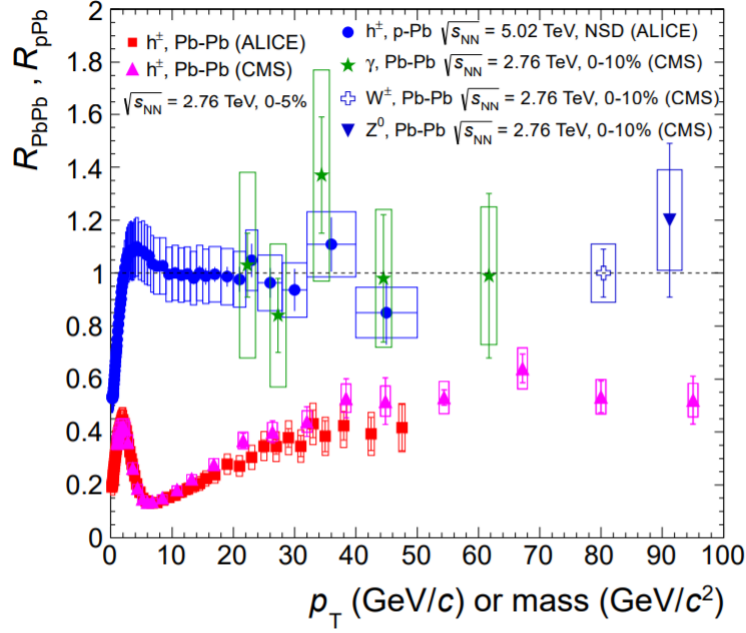
$$R_{AA} = \frac{(\text{adott impulzusú részecskék nehézion-ütközésekben})}{(\text{elemi ütközések száma}) \cdot (\text{adott impulzusú részecskék p+p ütközésekben})}. \quad (1)$$

Abban az esetben, ha egy nehézion-ütközés felbontható lenne külön nukleon-nukleon ütközésekre, akkor az így definiált érték 1-et kellene adjon. A kísérletek során azonban 1-től különböző értékeket is mértek, amelynek jelentőségét alább részletezem.

A kísérleti eredmények diszkussziójához szükséges a centralitás fogalmának ismerete. Ehhez az ütközéseket képzeletben csoportosítsuk aszerint, hogy az ütköző magok mekkora része fedett át. Az ütközés centralitása azt adja meg, hogy hány százalék a vizsgált ütközésnél jobban átfedő ütközések aránya. 10%-os centralitás tehát azt jelenti, hogy az összes ütközésnek csak 10%-a fed át jobban, míg 90%-os centralitás esetén 90% a centrálisabb ütközések aránya.

A kísérletek során különböző részecskék esetén mérték a magmódosulási faktor transzverz impulzusfüggését különböző centralitások esetén. A részecskék között a perdöntő különbséget az jelentette, hogy melyikük vesz részt az erős kölcsönhatásban. Az LHC-ban (korábban RHIC-ben és SPS-ben is) mért eredmények azt mutatták, hogy azokra a részecskékre, amelyek nem vesznek részt az erős kölcsönhatásban (γ , $W^\pm$, Z^0) $R_{AA} \approx 1$, viszont az erős kölcsönhatásban résztvevő hadronokra ($h^\pm$) $R_{AA} < 1$ [5–7]. Ez látható a 2. ábrán [8].

Ez az eredmény csak úgy magyarázható, hogy az ütközés során keletkező anyag csak az erős kölcsönhatáson keresztül tudja elnyelni a keletkező nagyenergiás hadronok (vagy előtte a kvarkok és gluonok) energiáját. Ezáltal világos az is, hogy az erős kölcsönhatásban nem résztvevő részecskék esetén miért nem tapasztaljuk a magmódosulási faktor eltérését 1-től. Mivel az eredmények szerint a magmódosulási faktor 1-től vett eltérése nő az energia és a centralitás növelésével, ezért feltételezhető, hogy van egy pont, ahol még éppen tapasztalható az eltérés, vagyis még éppen keletkezik erősen kölcsönható kvark-gluon plazma. Ennek a pontnak a megtalálása egy fontos cél a jövőre nézve.



2. ábra. A magmódosulási faktor p_T függése különböző részecskék esetén centrális ütközésekre [8].

1.2.2. A tökéletes kvarkfolyadék

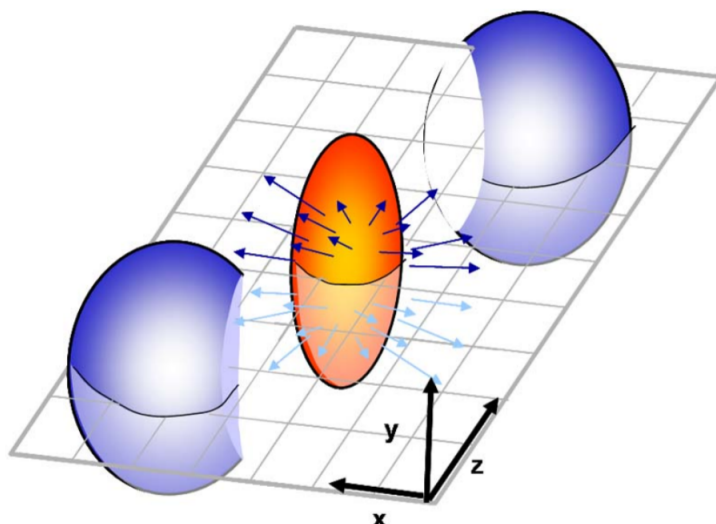
Tekintsük az ütközés után kirepülő részecskék $N(p_T, \phi)$ impulzuseloszlásának ϕ azimut szög szerinti Fourier-sorát:

$$N(p_T, \phi) = N(p_T) \sum_n (1 + 2v_n(p_T) \cos(n\phi)). \quad (2)$$

Szimmetria okokból kifolyólag belátható, hogy a szinuszos tagok, valamint a páratlan n -hez tartozó tagok többnyire elhanyagolhatóak. A v_n együtthatók az eloszlás anizotropitását jellemzik és mérésükkel a kvark-gluon plazma belső tulajdonságairól nyerhetünk információt.

Ha egy ütközés nem teljesen centrális, akkor a két atommag átfedő része jó közelítéssel ellipszoid alakú lesz. Egy ilyen ütközést szemléltet a 3. ábra [9]. Ez az alak nem rendelkezik tökéletes forgásszimmetriával a nyalábirányra merőleges síkban. A fontos kérdés az, hogy ez az aszimmetria hogyan jelenik meg a részecskék impulzuseloszlásában.

A kísérletek azt mutatták, hogy a fenti Fourier-sorban megjelenő v_2 elliptikus folyás együttható értéke nagy [10]. Ez azt jelenti, hogy az ütközésben létrejövő kvarkanyag részecskéi között erős a kölcsönhatás, ami egy folyadékszerű halmazállapotnak felel meg. Ha ezt elfogadjuk, akkor a v_4 együttható ennek a folyadéknak a viszkozitásával áll kapcsolatban. Ennek a vizsgálata során kiderült, hogy a kvark-gluon plazma viszkozitása nagyon kicsi, még a szuperfolyékony hélium viszkozitásánál is kisebb [11]. Összességében tehát azt mondhatjuk, hogy a QGP tökéletes kvarkfolyadéknak tekinthető.



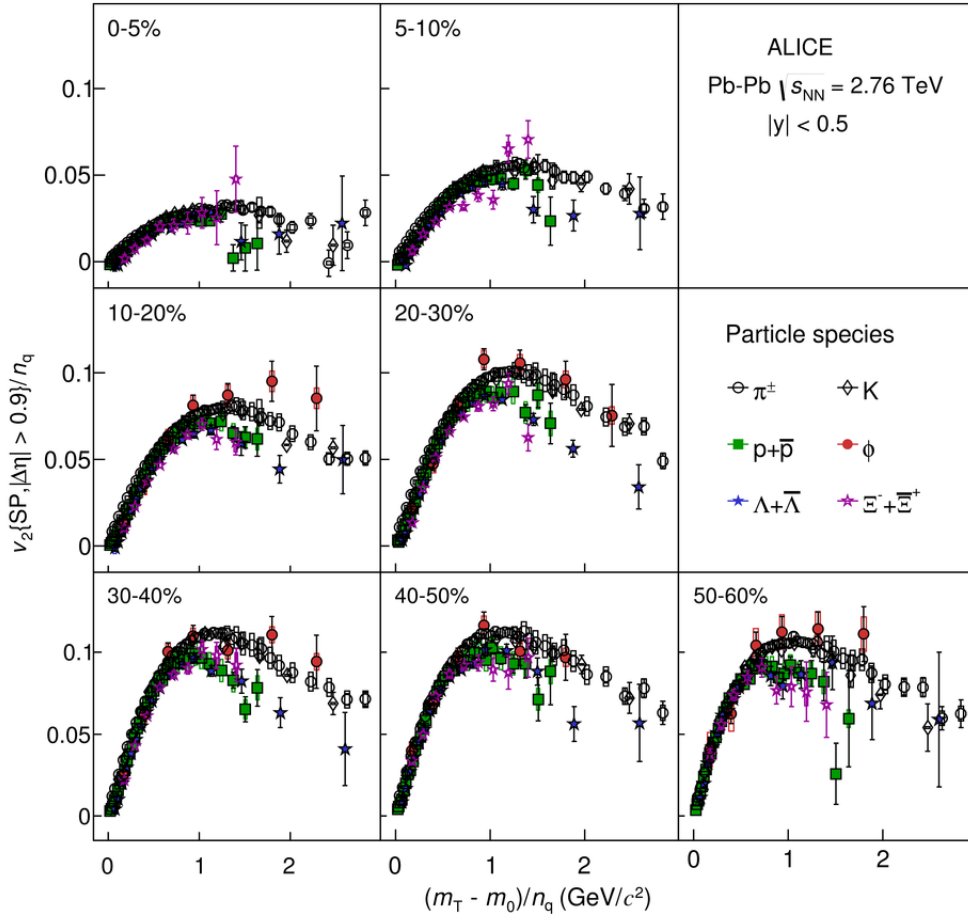
3. ábra. A periférikus ütközések esetén kialakuló ellipszoid alak [9].

1.2.3. A kvark szabadsági fokok

Ha az ütközéskor keletkező anyagban a kvarkok valóban nincsenek hadronokba rendeződve, akkor ők hordozzák a szabadsági fokokat. Ennek a bizonyításához az elliptikus folyás transzverz impulzustól vett függését vizsgálták különböző hadronok esetén. A kapott görbék különböző hadronok esetén eltértek egymástól. Ezt az eltérést azonban fel tudták oldani úgy, hogy az elliptikus folyást a transzverz síkban vett kinetikus energia (KE_T) függvényében ábrázolták és mindkét tengelyt visszaskálázták az adott hadront felépítő valencia kvarkok (n_q) számával [12] (lásd 4. ábra). Ebből következik, hogy a hadronok elliptikus folyása arányos a valencia kvarkok számával, vagyis a kifagyás előtt a szabadsági fokokat valóban a kvarkok hordozzák.

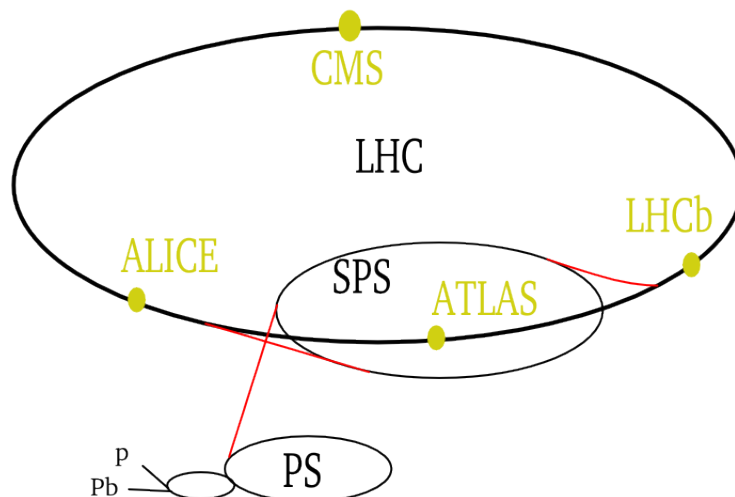
1.3. A CMS kísérlet

A CMS (Compact Muon Solenoid) a CERN LHC (Large Hadron Collider) részecskegyorsítójának egyik nagy detektorrendszere, az ALICE, az ATLAS és az LHCb mellett. Maga a gyorsító Franciaország és Svájc határán található, egy sematikus rajza látható az 5. ábrán. Az LHC 2008 óta működik és jelenleg ez a világ legnagyobb részecskegyorsítója, ami azt jelenti, hogy itt érhetők el a legnagyobb energiák. A hosszútávú tervek között szerepel egy még nagyobb gyorsítógyűrű építése, erre azonban valószínűleg még több 10 évet kell várni. Az ütköztetni kívánt részecskék nem közvetlenül az LHC-ban kezdik meg az útjukat, hanem előtte áthaladnak több előgyorsítón (lásd 5. ábra), ahol elérik a szükséges sebességet. A gyorsítás elektromos tér segítségével történik, míg a részecskék megfelelő pályán tartásához mágneses teret használnak. Az egyes részecskékből részecskecsomagokat csinálnak, amelyek végül egy nyalábot alkotnak. A gyorsítógyűrűben két nyaláb kering ellentétes irányban, amíg el nem érik a megfelelő energiát az ütközés előtt. Mivel a nyalábokat közel fénysebességgel gyorsítják, elengedhetetlen, hogy a gyorsítógyűrűben nagyon nagy vákuum legyen. Leggyakrabban proton-proton nyalábokat ütköztetnek, egyes időszakokban azonban zajlanak ólom-proton, illetve ólom-ólom ütközések is. Jelenleg a detektorok és a gyorsítógyűrűk fejlesztése zajlik, tehát nincsenek ütközések. A fejlesztések célja nagyvonalakban, hogy nagyobb mennyiségű és pontosabb adat álljon rendelkezésre, amelyek használatával eddig nem, vagy csak kevésbé látható effektusok is vizsgálhatók lesznek. Az LHC újraindulásának várható dátuma 2022.



4. ábra. A v_2 elliptikus folyás transzverz kinetikus energiától ($KE_T = m_T - m_0$) való függése, visszakálázva a valencia kvarkok számával, különböző részecskék esetén, különböző centralitás osztályokban [12].

A CMS kísérlet egy nemzetközi kollaboráció, melyben több mint 50 ország, több mint 200 intézményének több ezer kutatója és mérnöke vesz részt. A kollaboráció fő céljai közé tartozik a részecskefizika standard modelljén túlmutató jelenségek, mint például a szuperszimmetria vizsgálata, az erős kölcsönhatás részletes tanulmányozása, illetve a részecske kibocsátó forrás általam is vizsgált tér-idő beli geometriájának megismerése. Én a munkám során a CMS detektor által 2018-ban rögzített, nukleononkénti 5,02 TeV energiájú Pb-Pb ütközések adatait használtam. A következőkben röviden bemutatom a detektorrendszer felépítését, valamint az egyes detektorok funkcióját, működését [13].



5. ábra. Az LHC sematikus rajza az SPS (Super Proton Synchrotron) és a PS (Proton Synchrotron) előgyorsítókkal.

1.3.1. A detektorrendszer felépítése

A CMS detektorrendszerének egy transzverz metszete látható a 6. ábrán [14]. Megfigyelhető, hogy az egyes detektorok az ütközési pont körül hengerszimmetrikusan, hagyományosan helyezkednek el. Mivel a különböző típusú részecskék a detektor különböző rétegeiben nyelődnek el, ezzel a struktúrával lehet elérni, hogy mindegyik esetén meg tudjuk mérni a szükséges kinematikai mennyiségeket.

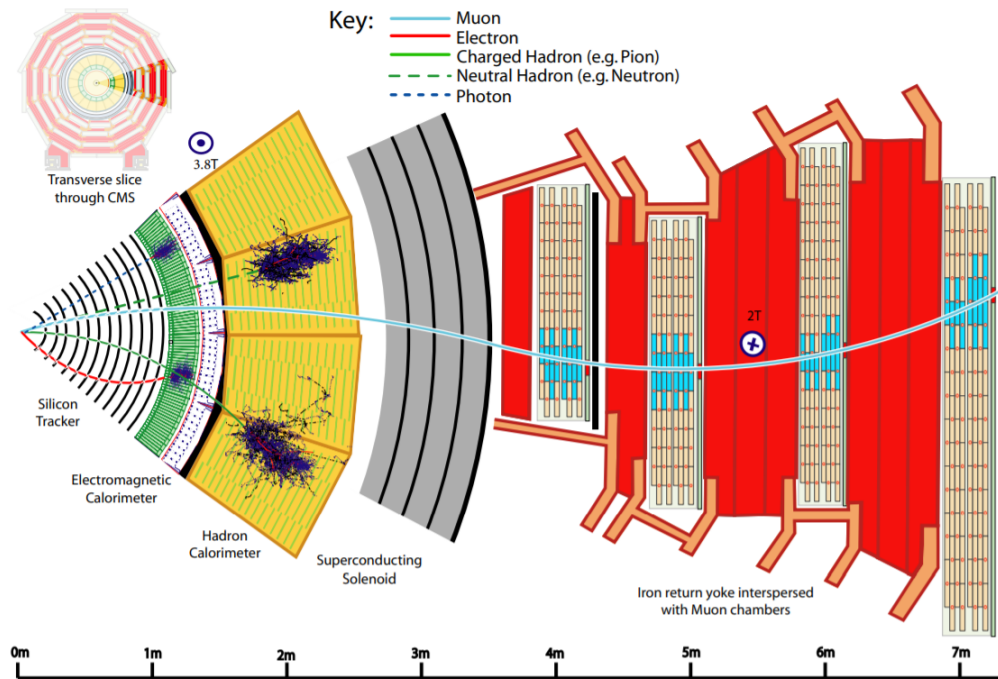
Az ütközés után kirepülő részecskék először a nyomkövető detektoron haladnak keresztül, melynek feladata a részecskék pályájának rekonstrukciója. A pontos helymeghatározás érdekében szilícium félvezető detektorokat használnak. Az ütközési pont közvetlen közelében három rétegben szilícium pixel detektorok találhatók, nagyobb távolságokra 10 rétegben szilícium csík detektorok. Ezek megméri az egyes rétegeken áthaladó részecskék pozícióját, mely adatokból utána rekonstruálható a pályák alakja. Fontos, hogy ez a detektor nem nyeli el a részecskéket, ennek következtében ideális választás legbelső építőkönek.

A két következő detektor az Elektromágneses Kaloriméter (ECAL) és a Hadron Kaloriméter (HCAL). Előbbi csak az elektromágneses kölcsönhatásban résztvevő részecskék (pl. elektron, foton) energiáját, utóbbi a hadronok (pl. pion, neutron) energiáját méri meg. A módszer mindkét esetben hasonló elven alapul. Az ECAL-ben a párkeltés és a fékezési sugárzás miatt elektromágneses zápor keletkezik, a HCAL-ben különböző hatások eredményeként hadronikus zápor. Az energia mérése ECAL esetében szcintillációs kristályok (PbWO_4), HCAL esetében műanyag szcintillátorok segítségével történik. A szcintillációs jelet fotoelektron-sokszorozóval alakítják elektromos jellé, így a jel erőssége arányos lesz a részecske energiájával.

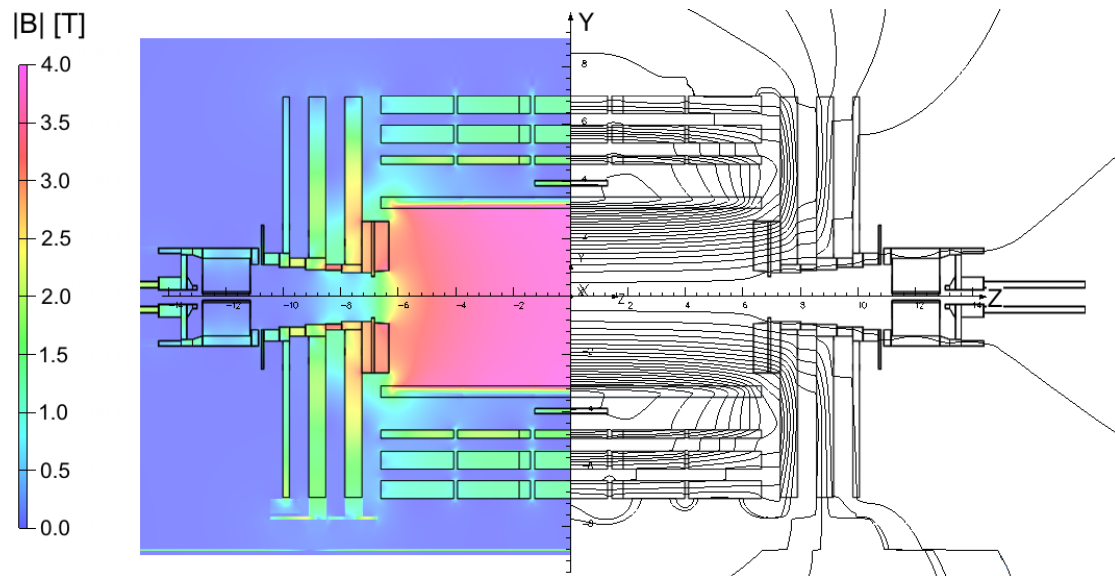
A kaloriméterek után található egy hatalmas szupravezető szolenoid mágnes, amely a belsejében 3,8 T nagyságú mágneses teret hoz létre (lásd 7. ábra [15]). Mivel ismerjük a részecskék pontos pályáját, és tudjuk, hogy mágneses térben a töltött részecskék hélix pályán mozognak, melynek alakja a részecske töltésétől és impulzusától függ, ezért ez a két mennyiség meghatározható.

Az utolsó elem a detektorrendszerben a müon detektor. Ide már csak a müonok és a neutrínók juthatnak el, mivel a többi részecske már elnyelődött a kaloriméterekben. Itt

nagyobb méretű gáztöltésű detektorok találhatók, melyekkel rekonstruálható a müonok pályája és ezáltal meghatározható az impulzusuk is.



6. ábra. A CMS detektorrendszer felépítése a különböző részecskék pályáival [14].



7. ábra. A $|B|$ mágneses tér értéke (balra) és a mágneses térerősség vonalak (jobbra) a CMS detektorban [15].

2. Bose–Einstein-korrelációk a nagyenergiás nehézion-fizikában

2.1. A HBT-effektus

A HBT-effektust az 1950-es években fedezte fel R. Hanbury Brown és R. Q. Twiss. Előbbi távoli csillagok intenzitását vizsgálta rádiótávcsövekkel, amikor a két távcsővel mért intenzitás között egy korrelációt tapasztalt [16]. A jelenség magyarázatát közösen dolgozták ki, innen ered az effektus elnevezése is. Később arra is rájöttek, hogy az effektus látható fény esetén is tapasztalható, valamint hogy a mért korreláció erőssége a kibocsátó forrás méretével áll kapcsolatban. Ezt kihasználva meg tudták mérni például a Szíriusz csillag addig ismeretlen átmérőjét [17].

G. Goldhaber és munkatársai még szintén az 50-es években azonos töltésű pionok impulzuskorrelációját figyelték meg nagyenergiás proton-antiproton ütközésekben [18]. A felfedezés teljesen függetlenül történt a csillagászati eredményektől, azonban a két jelenség analóg egymással. A nagyenergiás ütközések során mért impulzuskorrelációt az azonos típusú pionok hullámfüggvényének Bose–Einstein-szimmetrizációjával sikerült megmagyarázni [19], ezért a mért korrelációt Bose–Einstein-korrelációnak nevezzük. Ennek a mérésével a részecskekibocsátó forrás, azaz nagyenergiás nehézion ütközésekben a kifagyó kvark-gluon plazma tulajdonságai vizsgálhatók.

2.2. A Bose–Einstein-korreláció és a forrás kapcsolata

Ebben a fejezetben a Bose–Einstein korrelációs függvény és a részecskéket kibocsátó forrás alakja közti összefüggéseket ismertetem [20–22].

Az n -részecske Bose–Einstein korrelációs függvény definíció szerint az alábbi módon adható meg:

$$C_n(p_1, p_2, \dots, p_n) = \frac{N_n(p_1, p_2, \dots, p_n)}{\prod_{i=1}^n N_1(p_i)}, \quad (3)$$

ahol p_i az i -edik részecske négyesimpulzusa, $N_n(p_1, p_2, \dots, p_n)$ pedig az n -részecske impulzuseloszlás. Az impulzuskorrelációnak a kvantumstatisztikus korreláción kívül lehetnek egyéb okai is, például kollektív áramlás, jetek, rezonanciabomlások. Ezeknek a hatása azonban a kirepülő részecskék számával, azaz a multiplicitással csak lineárisan nő, mivel kétszer annyi részecskét tartalmazó eseményben nagyjából kétszer annyi jet, rezonanciabomlás stb. van [23]. A részecskék megkülönböztethetlenségéből származó kvantumstatisztikus korrelációk hatása azonban kétrészecske esetben a párok számával, vagyis közelítőleg a multiplicitás négyzetével (háromrészecske esetben köbével) arányos. Ezen felül ha a részecskék egy kicsiny δ része származik például jetekből, akkor a pároknak csak δ^2 része származik onnan. Ez ugyanígy teljesül a kollektív áramlás és a rezonanciabomlások esetében is. Összességében tehát elmondható, hogy nagy multiplicitású nehézion-ütközésekben kis relatív impulzusok esetén a Bose–Einstein-korreláció határozza meg a korrelációs függvény alakját.

Az impulzuseloszlás felírásához szükség lesz az $S(x, p)$ forrásfüggvényre, amely megadja, hogy x téridőbeli pont és a p impulzus egy infinitezimális környezetében hány részecske keletkezett. Más szóval ez a részecskekeltés fázistérbeli valószínűsűrsűrűsége. Ennek segítségével kifejezhető az n -részecske impulzuseloszlás:

$$N_n(p_1, p_2, \dots, p_n) = \int |\Psi_{p_1, p_2, \dots, p_n}(x_1, x_2, \dots, x_n)|^2 \prod_{i=1}^n S(x_i, p_i) d^4 x_i, \quad (4)$$

ahol $\Psi_{p_1, p_2, \dots, p_n}(x_1, x_2, \dots, x_n)$ az n -részcse hullámfüggvény.

A gyakorlatban általában kétrészecske korrelációkat mérünk, melyek esetén a fenti formulák sokat egyszerűsödnek. A definíciókat használva a kétrészecske korrelációs függvény és impulzuseloszlás:

$$C_2(p_1, p_2) = \frac{N_2(p_1, p_2)}{N_1(p_1)N_1(p_2)}, \quad (5)$$

$$N_2(p_1, p_2) = \int S(x_1, p_1)S(x_2, p_2)|\Psi_{p_1, p_2}(x_1, x_2)|^2 d^4x_2 d^4x_1. \quad (6)$$

A képletben szereplő hullámfüggvényt a Schrödinger-egyenlet megoldásából kapjuk. Kölcsönhatásmentes esetben a kétrészecske hullámfüggvény (bozonok esetén) szimmetrizált síkhullám alakban írható fel:

$$\Psi_{p_1, p_2}(x_1, x_2) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(e^{i(p_1 x_1 + p_2 x_2)} + e^{i(p_1 x_2 + p_2 x_1)} \right). \quad (7)$$

A Coulomb-kölcsönhatásból származó korrekcióval a 2.7. alfejezetben foglalkozok majd részletesen. A szimmetrizált síkhullám abszolútérték négyzete az alábbi egyszerű alakba írható:

$$|\Psi_{p_1, p_2}(x_1, x_2)|^2 = 1 + \cos(q(x_1 - x_2)), \quad (8)$$

ahol bevezettem a $q = p_1 - p_2$ relatív négyesimpulzust. Ezt felhasználva a tisztán kvantumstatistikus kétrészecske korrelációs függvényre az alábbi formula adódik:

$$C_2^{(0)}(p_1, p_2) = 1 + \text{Re} \frac{\tilde{S}(q, p_1)\tilde{S}^*(q, p_2)}{\tilde{S}(0, p_1)\tilde{S}^*(0, p_2)}, \quad (9)$$

ahol $*$ a komplex konjugálást, $^{(0)}$ a Coulomb-hatás elhanyagolását jelöli, $\tilde{S}(q, p)$ pedig a forrás Fourier-transzformáltja az első változójában. Ha ezek után kihasználom, hogy a nehézion-ütközések jellemzően vizsgált eseteiben $p_1 \approx p_2 \approx K$ [24], ahol $K = (p_1 + p_2)/2$ a pár átlagos négyesimpulzusa, akkor a korrelációs függvény az alábbi alakban írható:

$$C_2^{(0)}(q, K) \approx 1 + \frac{|\tilde{S}(q, K)|^2}{|\tilde{S}(0, K)|^2}. \quad (10)$$

Annak érdekében, hogy a képletből eltűnjön az abszolútérték négyzet, bevezetem a pár-forrásfüggvényt:

$$D(x, K) = \int S(\rho + \frac{x}{2}, K)S(\rho - \frac{x}{2}, K)d^4\rho, \quad (11)$$

ahol $\rho = (x_1 + x_2)/2$ a pár tömegközéppontjának helyzete. Ezzel kifejezve a korrelációs függvény:

$$C_2^{(0)}(q, K) = 1 + \frac{\tilde{D}(q, K)}{\tilde{D}(0, K)}, \quad (12)$$

ahol $\tilde{D}(q, K)$ a pár-forrásfüggvény Fourier-transzformáltja. Tehát az az eredmény, hogy a kétrészecske korrelációs függvény a pár-forrásfüggvény Fourier-transzformáltjával van közvetlen kapcsolatban, vagyis utóbbi határozható meg a kétrészecske korrelációs függvény mérésével.

A háromrészcse korrelációs függvény (3) alapján felírható a háromrészcse és az egyrészcse impulzuseloszlások hányadosaként:

$$C_3(p_1, p_2, p_3) = \frac{N_3(p_1, p_2, p_3)}{N_1(p_1)N_1(p_2)N_1(p_3)}, \quad (13)$$

ahol a háromrészcseke impulzuseloszlás a háromrészcseke hullámfüggvénnyel írható fel:

$$N_3(p_1, p_2, p_3) = \int S(x_1, p_1) S(x_2, p_2) S(x_3, p_3) |\Psi_{p_1, p_2, p_3}(x_1, x_2, x_3)|^2 d^4x_1 d^4x_2 d^4x_3. \quad (14)$$

Kölcsönhatásmentes esetben a háromrészcseke hullámfüggvény az alábbi szimmetrizált síkhullám alakban írható fel:

$$\begin{aligned} \psi_{p_1, p_2, p_3}(x_1, x_2, x_3) = \frac{1}{\sqrt{6}} & \left(e^{i\frac{1}{3}q_{12}r_{12}} e^{i\frac{1}{3}q_{23}r_{23}} e^{i\frac{1}{3}q_{31}r_{31}} + e^{i\frac{1}{3}q_{12}r_{12}} e^{i\frac{1}{3}q_{23}r_{32}} e^{i\frac{1}{3}q_{31}r_{21}} + \right. \\ & + e^{i\frac{1}{3}q_{12}r_{21}} e^{i\frac{1}{3}q_{23}r_{13}} e^{i\frac{1}{3}q_{31}r_{32}} + e^{i\frac{1}{3}q_{12}r_{23}} e^{i\frac{1}{3}q_{23}r_{31}} e^{i\frac{1}{3}q_{31}r_{12}} + \\ & \left. + e^{i\frac{1}{3}q_{12}r_{31}} e^{i\frac{1}{3}q_{23}r_{12}} e^{i\frac{1}{3}q_{31}r_{23}} + e^{i\frac{1}{3}q_{12}r_{32}} e^{i\frac{1}{3}q_{23}r_{21}} e^{i\frac{1}{3}q_{31}r_{13}} \right), \end{aligned} \quad (15)$$

ahol $r_{ij} = x_i - x_j$ és $q_{ij} = p_i - p_j$.

A korrelációs függvények konkrét alakjának meghatározásához szükség van valamilyen $S(x, p)$ forrás feltételezésére. A forrás alakjával és az abból kapott korrelációs függvényekkel a 2.5. és a 2.6. alfejezetekben foglalkozom majd részletesen.

2.3. Kinematikai változók

Az eddigiekben a kétrészecske korrelációs függvény a p_1 és p_2 négyesimpulzusoktól, vagy ezzel ekvivalensen a q és K változóktól függött. Mivel elméletileg mindegyik vizsgált részecske pion, ezért q és K Lorentz-szorzata nulla:

$$qK = q_0K_0 - \mathbf{q}\mathbf{K} = 0, \quad (16)$$

ahol $\mathbf{q}$ és $\mathbf{K}$ a megfelelő hármavektor-komponensek. Ezt átrendezve kapjuk:

$$q_0 = \frac{\mathbf{q}\mathbf{K}}{K_0}. \quad (17)$$

Tehát valójában a korrelációs függvény q helyett csak a $\mathbf{q}$ hármavektortól függ. Ha a részecskének hasonló az energiája, akkor K nagyjából a tömeghéjon van, vagyis itt is áttérhetünk a $\mathbf{K}$ hármavektor függésre.

Az eredmények azt mutatták, hogy $C_2(\mathbf{q}, \mathbf{K})$ a $\mathbf{K}$ változótól függ simábban [24], vagyis érdemes $\mathbf{q}$ -t tekinteni fő változónak. Ez azt jelenti, hogy a korrelációs függvényt $\mathbf{q}$ függvényében mérjük, de különböző $\mathbf{K}$ osztályokban. A $C_2(\mathbf{q})$ függvény alakjában megjelennek majd különböző paraméterek (lásd következő alfejezetek), amelyeknek vizsgálható a $\mathbf{K}$ függése. A gyakorlatban midrapiditáson ($y \approx 0$) érdekesebb a transzverz impulzustól (K_T), vagy ezzel ekvivalensen a transzverz tömegtől (m_T) való függést vizsgálni, ahol

$$y \equiv \frac{1}{2} \ln \frac{E + p_z}{E - p_z} \text{ a rapiditás,} \quad (18)$$

$$K_T \equiv \frac{1}{2} \sqrt{K_x^2 + K_y^2}, \quad (19)$$

$$m_T \equiv \sqrt{m^2 + K_T^2}. \quad (20)$$

A $\mathbf{q}$ relatív impulzus felírható a Bertsch–Pratt-koordináták használatával [25, 26]:

$$\mathbf{q}_{\text{BP}} \equiv (q_{\text{out}}, q_{\text{side}}, q_{\text{long}}), \quad (21)$$

ahol q_{out} a pár átlagos transzverz impulzusának irányába mutat, q_{long} a nyalábirányba, míg q_{side} merőleges az előző kettőre. Ez tulajdonképpen egy transzverz síkbeli forgatásnak felel meg, amellyel a párral longitudinálisan együttmozgó rendszerre (LCMS) térhetünk át [27]. Ebben a pár átlagos impulzusa merőleges a nyalábirányra, tehát longitudinális komponense nulla.

A mérések során gyakran célszerű az impulzuskülönbség egydimenziós változójának használata. Ennek a bevezetésével elérhető, hogy háromdimenziós hisztogramok helyett csak egydimenziósakat kelljen mérni (lásd 3.3). Ezáltal növekszik a statisztika, valamint az illesztések is könnyebben elvégezhetőek lesznek. Ez az egydimenziós változó lehetne például a Lorentz-invariáns impulzuskülönbség:

$$q_{\text{inv}} = \sqrt{-(p_1 - p_2)^2} = \sqrt{-(E_1 - E_2)^2 + (\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2)^2}. \quad (22)$$

Ez felírható az LCMS rendszerben a Bertsch–Pratt-koordinátákkal is:

$$q_{\text{inv}} = \sqrt{(1 - \beta_T)q_{\text{out}}^2 + q_{\text{side}}^2 + q_{\text{long}}^2}, \quad (23)$$

ahol $\beta_T = 2K_T/(E_1 + E_2)$. Az így definiált q_{inv} mennyiség tulajdonképpen az impulzuskülönbség abszolútértékét adja a párral együttmozgó rendszerben (PCMS), vagyis $q_{\text{inv}} = |\mathbf{q}_{\text{PCMS}}|$. Arról, hogy ez megfelelő választás-e megbizonyosodhatunk, ha a korrelációs függvényt $q_0 = |E_1 - E_2|$ és $|\mathbf{q}|$ függvényében ábrázoljuk. Ha q_{inv} a megfelelő változó, akkor az átló mentén várunk maximumot. Ez alapján elektron-pozitron ütközésekben megfelelőnek bizonyult ennek a változónak a használata [28], nehézion ütközésekben azonban egy másik változó használata szükséges. Ennek egyik oka, hogy amint az a (23)-as kifejezésben is látható, kaphatunk kis q_{inv} értéket nagy impulzuskülönbség mellett a q_{out} komponens miatt, ha $\beta \approx 1$. A másik ok, hogy egydimenziós mérésnél feltételezzük a forrás gömbszimmetrikusságát, ami korábbi háromdimenziós mérések alapján az LCMS-ben teljesül leginkább. Ezen okok miatt legyen az egydimenziós változó az LCMS-beli relatív hármassimpulzus abszolútértéke [23]. Ez a következő módon írható fel a laborrendszerbeli mennyiségekkel:

$$|\mathbf{q}_{\text{LCMS}}| = \sqrt{(p_{1x} - p_{2x})^2 + (p_{1y} - p_{2y})^2 + q_{z,\text{LCMS}}^2}, \quad \text{ahol} \quad (24)$$

$$q_{z,\text{LCMS}}^2 = \frac{4(p_{1z}E_2 - p_{2z}E_1)^2}{(E_1 + E_2)^2 - (p_{1z} + p_{2z})^2}. \quad (25)$$

Ez a mennyiség is kifejezhető a Bertsch–Pratt-koordinátákkal mégpedig az alábbi egyszerű képlettel:

$$|\mathbf{q}_{\text{LCMS}}| = \sqrt{q_{\text{out}}^2 + q_{\text{side}}^2 + q_{\text{long}}^2}. \quad (26)$$

A háromrészcseke korrelációs függvény a kétrészcseke esethez hasonlóan felírható $\mathbf{q}_{ij}$ tripleten belüli párok impulzuskülönbségének és $\mathbf{K} = \frac{1}{3}(\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 + \mathbf{p}_3)$ átlagos impulzusnak a függvényeként. Itt is tekinthetők $\mathbf{q}_{ij}$ -k a fő változónak és vizsgálható a megjelenő paraméterek K_T függése. Gömbszimmetrikus forrást feltéve itt is áttérhetünk az impulzuskülönbségek egydimenziós változóira. Mivel láttuk, hogy a kétrészcseke esetben az LCMS-beli relatív impulzus abszolútértéke a megfelelő változó, ezért a háromrészcseke korrelációnál a három változó a tripleten belüli párok LCMS-beli relatív impulzusának abszolútértéke lesz. Ezek a (24)-es formulához hasonlóan az alábbi alakban írhatók fel:

$$|\mathbf{q}_{ij}^{\text{LCMS}}| = \sqrt{q_{ij,x}^2 + q_{ij,y}^2 + (q_{ij,z}^{\text{LCMS}})^2}, \quad (27)$$

ahol i és j a tripleten belüli részecske számát jelöli, LCMS pedig az adott párral longitudinálisan együttmozgó rendszert. $(q_{ij,z}^{\text{LCMS}})^2$ a (25)-ös képlettel számolható. Az analízis során nem pont ezt a három változót használtam, de egy ezzel ekvivalens választással éltem. Ennek okait a 3.3. alfejezetben részletezem.

2.4. A mag-glória-modell és parciális koherencia

Az analízis során a detektorok által észlelt részecskék adatait használjuk. Ezek a részecskék azonban nem feltétlenül származnak közvetlenül a kvark-gluon plazma kifagyásából. Egyes részecskék még a detektorba jutás előtt elbomlanak és már csak a bomlástermékeiket detektáljuk. Ezt az effektust a mag-glória-modell segítségével értelmezhetjük [29, 30]. Ebben feltételezzük, hogy a forrásfüggvény két részből áll, egy 10-20 femtométernél is kisebb magból, amely a kifagyáskor keletkezett részecskéket tartalmazza, és egy akár több száz vagy ezer femtométer nagyságot is elérő glóriából, amely a hosszú élettartamú rezonanciák bomlástermékeit foglalja magába. A Fourier-transzformáció miatt a glória csak a korrelációs függvény kis relatív impulzusnál vett tartományához ad járulékot, hiszen a nagy távolsághoz Fourier-térben kis impulzus tartozik. Emiatt a korrelációs függvényben egy keskeny csúcs jelenne meg kis relatív impulzusnál, ahogy az a 8. ábra [31] jobb oldalán is látható. Ezt a régiót azonban a detektorok véges felbontóképessége miatt kísérletileg nem tudjuk vizsgálni. Ennek eredményeként a korrelációs függvény nem kettőhöz tart a $q \rightarrow 0$ határesetben (lásd 8. ábra), ahogy azt (12) alapján várnánk.

A mag-glória-modell alapján tehát a forrásfüggvény két részből áll:

$$S(x, K) = S_{\text{mag}}(x, K) + S_{\text{glória}}(x, K). \quad (28)$$

Egy ilyen forrás Fourier-transzformáltja szintén két részből fog állni:

$$\tilde{S}(q, K) = \tilde{S}_{\text{mag}}(q, K) + \tilde{S}_{\text{glória}}(q, K). \quad (29)$$

Ezek segítségével felírhatjuk a magból és a glóriából érkező részecskék számát:

$$N_{\text{mag}}(K) = \int S_{\text{mag}}(x, K) d^4x = \tilde{S}_{\text{mag}}(0, K), \quad (30)$$

$$N_{\text{glória}}(K) = \int S_{\text{glória}}(x, K) d^4x = \tilde{S}_{\text{glória}}(0, K), \quad (31)$$

Érdemes bevezetni még a magból érkező részecskék arányát megadó paramétert:

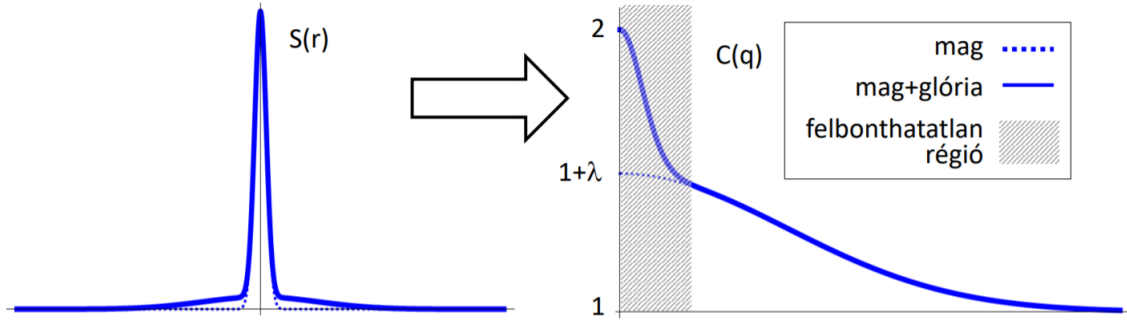
$$f_c = \frac{N_{\text{mag}}}{N_{\text{mag}} + N_{\text{glória}}}. \quad (32)$$

Háromrészecske korreláció mérésével a mag-glória-modellen kívül vizsgálhatunk egy másik effektust is, ami nem más mint a magon belüli koherens pionkeltés [32]. Ekkor feltételezzük, hogy a magból származó részecskék egy része koherens módon keletkezik:

$$N_{\text{mag}} = N_{\text{koherens}} + N_{\text{inkoherens}}. \quad (33)$$

Hasonlóan az előzőekhez itt is bevezethetjük a koherens módon keletkező részecskék arányát kifejező paramétert:

$$p_c = \frac{N_{\text{koherens}}}{N_{\text{koherens}} + N_{\text{inkoherens}}}. \quad (34)$$



8. ábra. A keskeny magból és a kiterjedt glóriából álló forrás (balra). A mag–glória-modellnek megfelelő $C(q)$ korrelációs függvény (jobbra) [31]. A kísérleti korrelációs függvény 2 helyett $1+\lambda_2$ értékhez tart a kis q -hoz tartozó régió felbonthatatlansága miatt.

A két effektus együttes hatását tudjuk vizsgálni, ha megmérjük a korreláció erősségét. Ennek definíciója kétrészecske, illetve háromrészecske korreláció esetén:

$$\lambda_2 = C_2(q \rightarrow 0) - 1, \quad (35)$$

$$\lambda_3 = C_3(q_{12} = q_{13} = q_{23} \rightarrow 0) - 1, \quad (36)$$

ahol q és q_{12}, q_{13}, q_{23} a 2.3. alfejezetben bevezetett impulzuskülönbség abszolútértékek. A korrelációs erősségek kifejezhetők a bevezetett f_c és p_c mennyiségekkel is [33]:

$$\lambda_2 = f_c^2 [(1 - p_c)^2 + 2p_c(1 - p_c)], \quad (37)$$

$$\lambda_3 = 2f_c^3 [(1 - p_c)^3 + 3p_c(1 - p_c)^2] + 3f_c^2 [(1 - p_c)^2 + 2p_c(1 - p_c)]. \quad (38)$$

Mivel f_c és p_c is csak 0 és 1 közötti értéket vehet fel, ezért λ_2 értéke csak 0 és 1, míg λ_3 értéke csak 0 és 5 közötti lehet. Azzal, hogy megmérjük ezen paraméterek értékét ellenőrizhetjük a modell helyességét.

A parciális koherencia vizsgálatához érdemes egy olyan paramétert kombinálni λ_2 -ből és λ_3 -ból, amely csak a koherencia jelenlététől függ. Egy ilyen mag–glória független paraméter például a következő:

$$\kappa_3 = \frac{\lambda_3 - 3\lambda_2}{2\sqrt{\lambda_2^3}} = \frac{(1 - p_c)^3 + 3p_c(1 - p_c)^2}{[(1 - p_c)^2 + 2p_c(1 - p_c)]^{3/2}}. \quad (39)$$

Ennek a mérésével következtethetünk a rendszerben jelenlévő parciális koherenciára. Mivel p_c csak 0 és 1 közötti értéket vehet fel, ezért κ_3 is 0 és 1 közé kell hogy essen. Ha a pionkeltés teljesen kaotikus ($p_c = 0$), akkor κ_3 elméleti értéke 1. Ha a mérés során ennél kisebb értéket kapunk, akkor az parciális koherencia jelenlétére utal.

Végezetül megemlítem, hogy λ_2 egytől való eltérését a mag–glória-modellen és a parciális koherencián túl okozhatják egyéb, jellegzetes m_T függéssel járó jelenségek is [34]. Ezen jelenségek vizsgálata céljából is fontos, hogy pontosan tudjuk mérni λ_2 m_T -függését.

2.5. Lévy-típusú forrásfüggvény

2.5.1. Gaussi közelítés

A 2.2. alfejezetben láttuk, hogy a kétrészecske Bose–Einstein korrelációs függvények mérésével információhoz jutunk a részecskekibocsátó forrás alakjáról. A centrális határeloszlás tétel miatt eleinte azt feltételezték, hogy a forrás térbeli alakja Gauss jellegű [35], vagyis

$$S(x, p) \propto e^{-\frac{x^2}{2R(p)^2}}, \quad (40)$$

ahol az impulzusfüggés a forrás szélességét jellemző $R(p)$ tagban jelenik meg. Ilyen alakot feltételezve a tisztán kvantumstatistikai korrelációs függvény az előző alfejezetben bevezetett kétrészecske korreláció erősséggel a következő módon írható fel:

$$C_2^{(0)}(q; R, \lambda_2) = 1 + \lambda_2 e^{-q^2 R^2}, \quad (41)$$

ahol $q \equiv |\mathbf{q}_{\text{LCMS}}|$. Itt és a továbbiakban is olyan mértékegységrendszert használunk, ahol $\hbar = 1$ és $c = 1$. Az R paraméter szemléletes jelentése a korrelációs függvény szélessége, ami a valóságban a forrás homogenitási hosszának feleltethető meg. Ezt a hosszúság dimenziójú mennyiséget szokás HBT-sugárnak, vagy több dimenzióban HBT-sugaraknak nevezni. Hidrodinamikai modellek [22, 36] alapján azt várjuk, hogy R reciproknégyzete arányos legyen a transzverz tömeggel:

$$\frac{1}{R^2} \propto a + b m_T, \quad (42)$$

ahol a és b konstansok. A mérések alapján ez a trend szinte univerzálisnak tekinthető, hiszen korábban ezt tapasztalták ütközési energiától, centralitástól és részecsketípustól függetlenül is [35, 37].

2.5.2. Lévy-eloszlás

Idővel egyre több és egyre pontosabb adatok álltak rendelkezésre a korrelációs függvény méréséhez. Ennek következtében az elmúlt években számos olyan eredmény született, ahol a forrás alakjára feltételezett Gauss közelítés nem volt megfelelő [38]. A Lévy-típusú forrásfüggvény feltételezéséhez a motivációt az jelentette, hogy a mért korreláció jellemzően hatványfüggvény-szerű lecsengéssel rendelkezett [39], ami a Lévy-eloszlás egy jellemző tulajdonsága. Ezzel a feltételezéssel élve az utóbbi években sikerült pontosan leírni a korrelációs függvény mért alakját [40]. A Lévy-eloszlás megjelenésének többféle fizikai oka is lehet, mint például az anomális diffúzió [41, 42], a jetek fragmentációjának fraktálszerkezete [43], vagy a kritikus pont környéki viselkedés. Ezek vizsgálata jelenleg is aktív kutatások tárgyát képezi.

A dolgozat során Lévy-eloszlás alatt a stabil eloszlások (másképpen Lévy alfa-stabil eloszlások) egy speciális szimmetrikus alosztályát értem. Ez tulajdonképpen a Gauss-eloszlás általánosítása, az általánosított centrális határeloszlás tétel esetén megjelenő stabil eloszlás, melyet egy dimenzióban az alábbi Fourier-transzformáció definiál:

$$\mathcal{L}(r; \alpha, R) = \frac{1}{2\pi} \int e^{iqr} e^{-\frac{1}{2}|qR|^\alpha} dq, \quad (43)$$

ahol α és R két paraméter, a Lévy-stabilitási index és a Lévy-skálaparaméter. Ha $\alpha = 2$, akkor visszakapjuk a Gauss-eloszlást, ha $\alpha = 1$, akkor Cauchy-eloszlást kapunk. Hatványfüggvény-szerű lecsengésről csak $\alpha < 2$ esetben beszélhetünk. Továbbá fontos

még, hogy abban az esetben, ha a forrás mag-komponense Lévy-eloszlást követ, akkor a páreloszlás mag-mag komponense is Lévy-eloszlású lesz ugyanazzal a Lévy-stabilitási indexszel. Ez annak az eredménye, hogy két azonos indexű Lévy-eloszlás autokorrelációja szintén Lévy-eloszlású lesz, ugyanazzal a stabilitási indexszel:

$$S_{mag}(r) = \mathcal{L}(\alpha, R, r) \Rightarrow D(r) = \mathcal{L}(\alpha, 2^{1/\alpha} R, r). \quad (44)$$

2.6. A korrelációs függvények alakja

Ha elhanyagoljuk a végállapotú kölcsönhatásokat, akkor az egyrészeske hullámfüggvény síkhullám alakban, míg a többrészeske hullámfüggvények síkhullámok szimmetrizált szorzataként írhatók fel. Ekkor ha feltesszük, hogy a forrás egy gömbszimmetrikus, Lévy-típusú eloszlást követ, valamint figyelembe vesszük a mag-glória-modellt és a parciális koherencia jelenlétét is, akkor a következőt kapjuk, a tisztán kvantumstatistikuss kérészeske Bose–Einstein korrelációs függvényre:

$$C_2^{(0)}(q; R, \alpha, \lambda_2) = 1 + \lambda_2 e^{-|qR|^\alpha}, \quad (45)$$

ahol a Gaussi közelítéshez képest megjelent az α Lévy-stabilitási index, mint extra paraméter. Ezáltal egy általánosabb leírást kapunk a kérészeske korrelációs függvény alakjára. Ahogy az a 2.3. alfejezetben már szerepelt, itt az átlagos impulzustól, vagy ezzel ekvivalensen az m_T transzverz tömegtől való függést a paraméterek hordozzák. Így a korrelációs függvényt különböző m_T és centralitás értékek mellett mérve meghatározhatjuk a paraméterek m_T - és centralitásfüggését.

Háromrészeske korreláció esetén a háromrészeske hullámfüggvény a (15)-ös egyenletben szereplő, szimmetrizált formában írható fel. A kérészeske korreláció esetén alkalmazott feltételezésekkel a háromrészeske korrelációs függvény az alábbi alakban írható fel [32]:

$$C_3^{(0)}(q_{12}, q_{13}, q_{23}; R, \alpha, l_2, l_3) = 1 + l_3 e^{-\frac{1}{2}(|q_{12}R|^\alpha + |q_{13}R|^\alpha + |q_{23}R|^\alpha)} + l_2 (e^{-|q_{12}R|^\alpha} + e^{-|q_{13}R|^\alpha} + e^{-|q_{23}R|^\alpha}), \quad (46)$$

ahol l_3 a háromrészeske korrelációban mért háromrészeske szektor erőssége, míg l_2 a kérészeske szektor erőssége. Ezekkel a (36)-os definíció alapján felírható a háromrészeske korreláció erőssége:

$$\lambda_3 = l_3 + 3l_2. \quad (47)$$

A $C_3^{(0)}$ -ban szereplő R és α paraméterek megegyeznek a kérészeske korrelációnál használtakkal. Továbbá a mag-glória-modell miatt l_2 meg kell egyezzen a kérészeske korreláció erősségével, vagyis λ_2 -vel. Ezek alapján a háromrészeske korreláció mérésével csak egy új paraméter értékét kell meghatároznunk a kérészeske eredményekhez képest, ami pedig nem más mint az l_3 paraméter. Felhasználva a (37)-es és (38)-as egyenleteket l_3 kifejezhető a korábban bevezetett f_c és p_c mennyiségekkel:

$$l_3 = 2f_c^3 [(1 - p_c)^3 + 3p_c(1 - p_c)^2]. \quad (48)$$

Mivel f_c és p_c is csak 0 és 1 közötti érték lehet, ezért l_3 0 és 2 közé kell hogy essen.

2.7. A Coulomb-kölcsönhatásból származó korrekció

Az előzőekben a részecskék hullámfüggvényét egyszerű síkhullámmal közelítettük. Ekkor a (10)-es egyenletben láttuk, hogy a kétrészecske Bose–Einstein korrelációs függvény és a részecskét kibocsátó forrás között egy Fourier-transzformáció létesít kapcsolatot. Ez a közelítés jól alkalmazható elektromosan semleges részecskék esetén, mint például a semleges pion és a foton. Ezen részecskék kísérleti vizsgálata azonban nem lehetséges. Ennek oka, hogy a semleges pionok általában viszonylag gyorsan fotonokra bomlanak, így a fotonok közül ki kellene válogatni, hogy melyek származnak pion bomlásból, ami egy nehezen kivitelezhető folyamat. Ebből az okból kifolyóan érdemes inkább töltött pionokat vizsgálni, ugyanis ezek detektálása könnyebben megoldható és viszonylag nagy számban keletkeznek a hadronizáció során. Ekkor viszont fellép egy másik probléma, mégpedig a töltött pionok között fellépő Coulomb-kölcsönhatás. Először vizsgáljuk a kétrészecske esetet, amihez tekintsük a kétrészecske Schrödinger-egyenletet¹ a Coulomb-potenciál esetén, két azonos m tömegű, $\mathbf{r}_1$ és $\mathbf{r}_2$ helyvektorú részecskére:

$$-\frac{\hbar^2}{2m}(\Delta_1 + \Delta_2)\Psi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) + V(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)\Psi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = E\Psi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2). \quad (49)$$

Térjünk át a tömegközépponti rendszerbe, ahol $\mathbf{R} = (\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2)/2$ és $\mathbf{r} = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2$. Ekkor az egyenlet:

$$-\frac{\hbar^2}{4m}(\Delta_{\mathbf{R}} + 2\Delta_{\mathbf{r}})\Psi(\mathbf{r}, \mathbf{R}) + V(\mathbf{r})\Psi(\mathbf{r}, \mathbf{R}) = E\Psi(\mathbf{r}, \mathbf{R}). \quad (50)$$

Keressük a megoldást szorzat alakban: $\Psi(\mathbf{r}, \mathbf{R}) = \Psi_r(\mathbf{r})\Psi_R(\mathbf{R})$. Ekkor $\Psi_R(\mathbf{R})$ -re egy szabad részecske egyenletét kapjuk, melynek a megoldása síkhullám:

$$\Psi_R(\mathbf{R}) = e^{i2\mathbf{K}\mathbf{R}}, \quad (51)$$

ahol $\mathbf{K} = (\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2)/2$ az átlagos impulzus. Ezt az alakot felhasználva $\Psi_r(\mathbf{r})$ -re az alábbi egyenletet kapjuk:

$$\Delta_{\mathbf{r}}\Psi_r(\mathbf{r}) - \frac{4\eta_C k}{r}\Psi_r(\mathbf{r}) = -\mathbf{k}^2\Psi_r(\mathbf{r}), \quad (52)$$

ahol $r = |\mathbf{r}|$, $\mathbf{k} = \mathbf{q}_{\text{PCMS}}/2$ a relatív impulzus fele a párral együtt mozgó rendszerben (PCMS), $k = |\mathbf{k}|$ ennek az abszolútértéke, η_C pedig a Coulomb-paraméter:

$$\eta_C = \frac{mc\alpha_{EM}}{2\hbar k}, \quad (53)$$

ahol $\alpha_{EM} \approx \frac{1}{137}$ a finomszerkezeti állandó. Itt kihasználtuk, hogy pionok esetén a Coulomb-potenciál:

$$V(\mathbf{r}) = \frac{\hbar c\alpha}{r}, \quad (54)$$

valamint az energia értéke az aszimptotikus viselkedés miatt:

$$E = \frac{\hbar^2}{2m}(\mathbf{k}_1^2 + \mathbf{k}_2^2). \quad (55)$$

A (52)-es egyenletnek létezik analitikus megoldása:

$$\Psi_r(\mathbf{r}) = e^{-\frac{\pi\eta_C}{2}}\Gamma(1 + i\eta_C)e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}}F(-i\eta_C, 1, i(kr - \mathbf{k}\mathbf{r})), \quad (56)$$

¹A teljesség kedvéért ebben a fejezetben a számolás során kiírom a $\hbar$ és a c állandókat, de a dolgozat többi részében $c = 1$ és $\hbar = 1$.

ahol Γ a gamma függvény, F pedig a konfluens hipergeometrikus függvény. A teljes hullámfüggvényt PCMS-ben felírva csak $\Psi_r(\mathbf{r})$ marad, mivel ebben a rendszerben $\mathbf{K} = 0$. A végleges $\Psi(\mathbf{r})$ hullámfüggvényt az (56)-os alak szimmetrizálásával kapjuk.

Ezek után a kétrészecske korrelációs függvényt a Bowler–Sinyukov-formulával kaphatjuk [44, 45]. Ez figyelembe veszi a Coulomb-kölcsönhatást, valamint a mag-glória-modellt is. Így a korrelációs függvény elméleti alakja:

$$C_2(\mathbf{k}, \mathbf{K}) = 1 - \lambda_2 + \lambda_2 \int D_{\text{mag, mag}}(\mathbf{r}, \mathbf{K}) |\Psi(\mathbf{r})|^2 d^3\mathbf{r}, \quad (57)$$

ahol $D_{\text{mag, mag}}(\mathbf{r}, \mathbf{K})$ a pár-forrásfüggvény mag-mag komponense. Itt megemlítem, hogy ebben a kifejezésben közvetve a $\mathbf{q}_{\text{PCMS}}$ változó szerepel, tehát ha a mérést az LCMS-ben végezzük, akkor figyelembe kell venni a két rendszer közötti longitudinális Lorentz-transzformációt. A képletben található integrál analitikusan nem számolható, és numerikus kezelése is problematikus. Ez az oka annak, hogy a gyakorlatban a Coulomb-korrekciót csak különböző közelítések segítségével tudjuk kezelni.

Az analízis során a kétrészecske korrelációs függvényt az alábbi formulával közelítettem:

$$C_2(q; R, \alpha, \lambda_2) = 1 - \lambda_2 + \lambda_2(1 + e^{-|qR|^\alpha})K_{C2}(q; R, \alpha), \quad (58)$$

ahol $K_{C2}(q; R, \alpha)$ a Coulomb-korrekciót tartalmazó tag [46]. Ez bizonyos határok közti R és α paraméter értékek esetén adja meg a Coulomb-korrekció alakját. Egy ilyen típusú korrekció használatának előnye, hogy tetszőleges α -val rendelkező Lévy-típusú forrás esetén pontosan adja meg a korrelációs függvényt, míg korábbi közelítések fix α feltételezése miatt pontatlanságokhoz vezetnek.

Háromrészecske korreláció esetén a Coulomb-kölcsönhatás figyelembevétele jóval bonyolultabb, mint a kétrészecske esetében. A háromrészecske hullámfüggvényre vonatkozó Schrödinger-egyenlet ugyan felírható, de analitikusan nem megoldható. A gyakorlatban egy gyakran alkalmazott közelítés az általánosított Riverside-közelítés [47]. Ez nem a háromrészecske hullámfüggvényről tételezi fel, hogy szorzat alakba írható (Riverside-közelítés), hanem a háromrészecske Coulomb-korrekciót közelíti a kétrészecske korrekciók szorzatával:

$$K_{C3}^*(q_{12}, q_{13}, q_{23}) \approx K_{C2}^*(q_{12})K_{C2}^*(q_{13})K_{C2}^*(q_{23}). \quad (59)$$

A * itt azt jelöli, hogy a szorzatban szereplő kétrészecske korrekciók nem minden esetben egyeznek meg az (58)-ban szereplővel. A *-os korrekciók definíció szerint az egzakt, Coulomb-hatást is tartalmazó korrelációs függvények és a tisztán kvantumstatistikus korrelációs függvények hányadosaként írhatók fel:

$$K_{C3}^* = \frac{C_3^{(\text{Coulomb})}}{C_3^{(0)}}, \quad (60)$$

$$K_{C2}^* = \frac{C_2^{(\text{Coulomb})}}{C_2^{(0)}}. \quad (61)$$

Ez gyakorlatilag azt jelenti, hogy K_{C2}^* R és α paraméterek mellett λ_2 paramétertől is függeni fog. A két típusú korrekció között a kapcsolat a következő módon adható meg:

$$K_{C2}^*(q; R, \alpha, \lambda_2) = \frac{1 - \lambda_2 + \lambda_2(1 + e^{-|qR|^\alpha})K_{C2}(q; R, \alpha)}{1 + \lambda_2 e^{-|qR|^\alpha}}. \quad (62)$$

Ebből a formulából látszik, hogy $\lambda_2 = 1$ esetben a két korrekció megegyezik. $K_{C_3}^*$ alakja a fentiek alapján szintén megkapható. A Coulomb-korrekciót is tartalmazó háromrészecske korrelációs függvény így a következő lesz:

$$C_3(q_{12}, q_{13}, q_{23}; R, \alpha, l_2 = \lambda_2, l_3) = C_3^{(0)}(q_{12}, q_{13}, q_{23}; R, \alpha, l_2, l_3) K_{C_3}^*(q_{12}, q_{13}, q_{23}; R, \alpha, \lambda_2), \quad (63)$$

ahol $C_3^{(0)}$ a (46)-os egyenletben szereplő kifejezés.

2.8. Összegzés

Ebben a fejezetben a Bose–Einstein korrelációs függvényekkel kapcsolatos tudnivalók kerültek bemutatásra. Különböző tényezőket elhanyagolva, megfelelő közelítéseket alkalmazva megkaptuk a két- és háromrészecske korrelációs függvények formáját, amely a valódi alak egy jó közelítése.

Először a végállapoti kölcsönhatásokat elhanyagolva megnéztük a kétrészecske korrelációs függvény és a részecsekibocsátó forrás kapcsolatát. Ezt követte a mag-glória-modell és a parciális koherencia bemutatása, melyek értelmében bevezettük a két- és háromrészecske korrelációs erősségeket. Megvizsgáltuk a korrelációs függvények alakját gömbszimmetrikus, Lévy-típusú forrást feltételezve. Kétrészecske esetben ebben három paraméter szerepelt: a forrás homogenitási hossza (R), a Lévy-stabilitási index (α) és a kétrészecske korreláció erőssége (λ_2). Háromrészecske esetben ezekhez képest egyetlen új paraméter (l_3) jelent meg, amely a háromrészecske korreláció erősségének (λ_3) meghatározásához szükséges. Az utolsó lépés a Coulomb-kölcsönhatás figyelembevétele volt, amit mindkét esetben egy Coulomb-korrekciót tartalmazó szorzó taggal vettünk figyelembe.

A korrelációs függvények mérésével az említett paraméterek meghatározása a cél. Ha ezt különböző centralitások és transzverz tömegek esetén is elvégezzük, akkor vizsgálhatjuk a paraméterek centralitás és transzverz tömeg függését. Ezekből az eredményekből a részecsekibocsátó forrás – esetünkben a kvark-gluon plazma – egyes tulajdonságai meghatározhatók.

3. Lévy HBT analízis a CMS kísérletben

Az analízishez nukleononkénti 5,02 TeV energiájú ólom-ólom ütközések adatait használtam, melyeket az LHC CMS kísérlete rögzített 2018-ban. Ebben a fejezetben bemutatom az analízisem egyes lépéseit kezdve egészen az adatstruktúra kialakításától, a különböző illesztési paraméterek meghatározásáig.

3.1. Adatstruktúra

A CMS kísérlet a mért adatokat az úgynevezett AOD (Analysis Object Data) formátumban teszi elérhetővé. Ez tartalmazza az összes adatot, amelyekre bármilyen analízis során szükség lehet. Éppen ezért ennek az adathalmaznak a mérete hatalmas és szinte lehetetlen közvetlenül ezt használni egy analízis során. A nulladik lépés tehát, hogy ebből egy könnyen feldolgozható struktúrát alakítsunk ki. Ez könnyebben kivitelezhetővé teszi az analízis további lépéseit, valamint rengeteg tárhelyet takaríthatunk így meg.

Ennek az adatstruktúrának a létrehozásához a ROOT környezetet használtam, ahol egy úgynevezett „Tree” struktúrát alakítottam ki. Főként csak azokat az adatokat mentettem el, amelyek az analízishez feltétlenül szükségesek. A kollaboráció kérésére azonban néhány extra mennyiséget is elmentettem, melyekre az esetleges további vizsgálatoknál lehet szükség. Igyekeztem a mennyiségeket csak a szükséges pontossággal elmenteni. A „float” típusú változók esetében például csak adott tizedesjegyig elmentve az adatokat, a ROOT egy tömörítést tudott végrehajtani azokon, így jelentősen csökkentve a végső méretet. Fontos, hogy már ezen a ponton alkalmaztam különböző vágásokat a detektált részecskék egyes változóiban, ami szintén rengeteg tárhelyet takarított meg. A vágásokról és azok okáról a következő alfejezetben lesz részletesen szó.

A rendelkezésre álló adathalmaz nagyjából 3 milliárd eseményt tartalmaz, melyekben a detektált részecskék átlagos száma (multiplicitás) 250 körül van. Ennyi adat még az említett tömörítésekkel is több, mint 10 Terabyte tárhelyet foglal. Ennek 99%-át adják az egyes részecskékhez kapcsolódó mennyiségek. Ezen belül nagyjából 50-50% a részecske impulzusát megadó, valamint a pálya tulajdonságait jellemző mennyiségek aránya. Az adatok maradék 1%-át az események tulajdonságai adják. Az elmentett változók és azok tulajdonságai az 1. táblázatban láthatók.

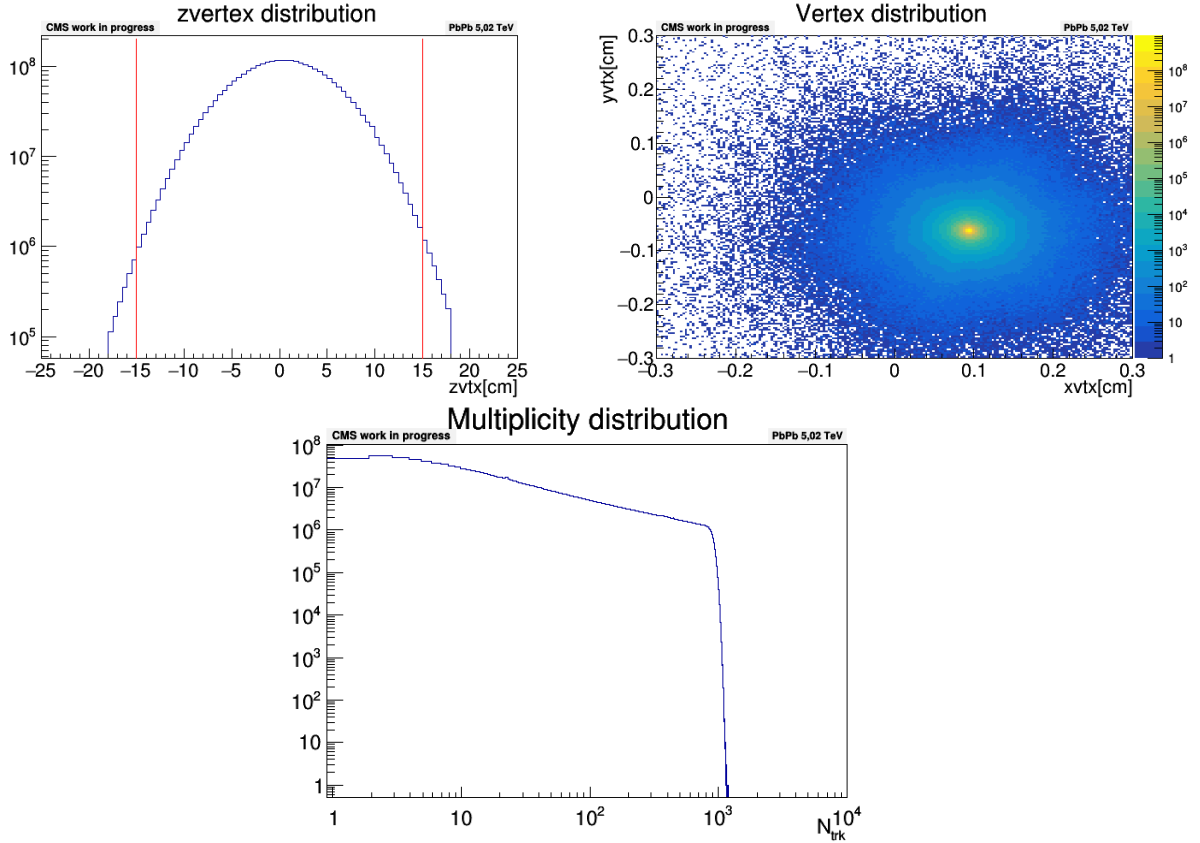
3.2. Eseményszelekció és pályavágások

Az analízis során különböző detektorok által mért adatokat használunk. A detektorok rendelkeznek különböző pontatlanságokkal, így csak bizonyos paraméterekkel rendelkező események, és azon belül részecskék esetén lehetünk biztosak abban, hogy a mért adatok megfelelnek a valóságnak. Ezeket a paramétereket a CMS kollaboráció egy külön csoportja határozta meg. A feltételeknek nem eleget tevő eseményeket és pályákat esemény- és pályavágások segítségével szűrhetjük ki. Még ezen vágások után is maradhatnak az adatokban a nyomkövetésből származó különböző effektusok, melyekről későbbi alfejezetekben lesz szó.

Az események közül csak azokat tartottam meg, ahol pontosan egy mag-mag ütközés történt és az ütközési pont (vertex) nyalábirányú távolsága a detektorrendszer középpontjától 15 cm-nél kisebb volt. Utóbbi vágás látható 9. ábrán a transzverz síkban vett távolsággal és a multiplicitással együtt.

Változó kódneve	Típusa(bit)	Tömörítés	Fizikai jelentés (jelölés)
nRun	int (32)	114,4	Adatfelvételi sorszám
nEv	int (32)	1,3	Esemény sorszáma
nLumi	int (32)	113,9	Luminozitási szám
nBX	int (32)	2,2	Nyalábcsomag szám
nTrk	int (32)	2,2	Multiplicitás (N_{trk})
nVtx	int (32)	116,4	Vertexek száma (Vtx)
HFsum	float (32)	1,1	Centralitás ebből határozható meg
EP2MbyPi	float (32)	1,1	Eseménysík információk
EP2PbyPi	float (32)	1,1	
EP3MbyPi	float (32)	1,1	
EP3PbyPi	float (32)	1,1	
xVtx	float (32)	1,3	
yVtx	float (32)	1,3	Fő vertex koordinátái (xvtx) (yvtx) (zvtx)
zVtx	float (32)	1,1	
trkCharge[nTrk]	bool (1)	4,2	Töltés előjele (ch)
trkNHit[nTrk]	char (8)	2,0	Detektorban hagyott nyomok száma (N_{hit})
trkNPixelHit[nTrk]	char (8)	6,5	Pixeldet. hagyott nyomok száma ($N_{\text{pixel hit}}$)
trkEta[nTrk]	float (32)	1,8	Pseudorapiditás (η)
trkPhi[nTrk]	float (32)	1,5	Azimutszög (ϕ)
trkPt[nTrk]	float (32)	1,8	Transzverz impulzus (p_T)
trkPtErrRel[nTrk]	float (32)	2,2	Transzverz impulzus relatív hibája (δp_T)
trkChi2NdofNl[nTrk]	float (32)	2,2	Nyomillesztés jóságát jellemzi ($\chi^2/N_{\text{dof}}/N_{\text{lay}}$)
trkDxy1Rel[nTrk]	float (32)	3,0	Pálya transz. táv. a fő vertextől (D_{xy}/σ_{xy})
trkDz1Rel[nTrk]	float (32)	3,0	Pálya long. táv. a fő vertextől (D_z/σ_z)

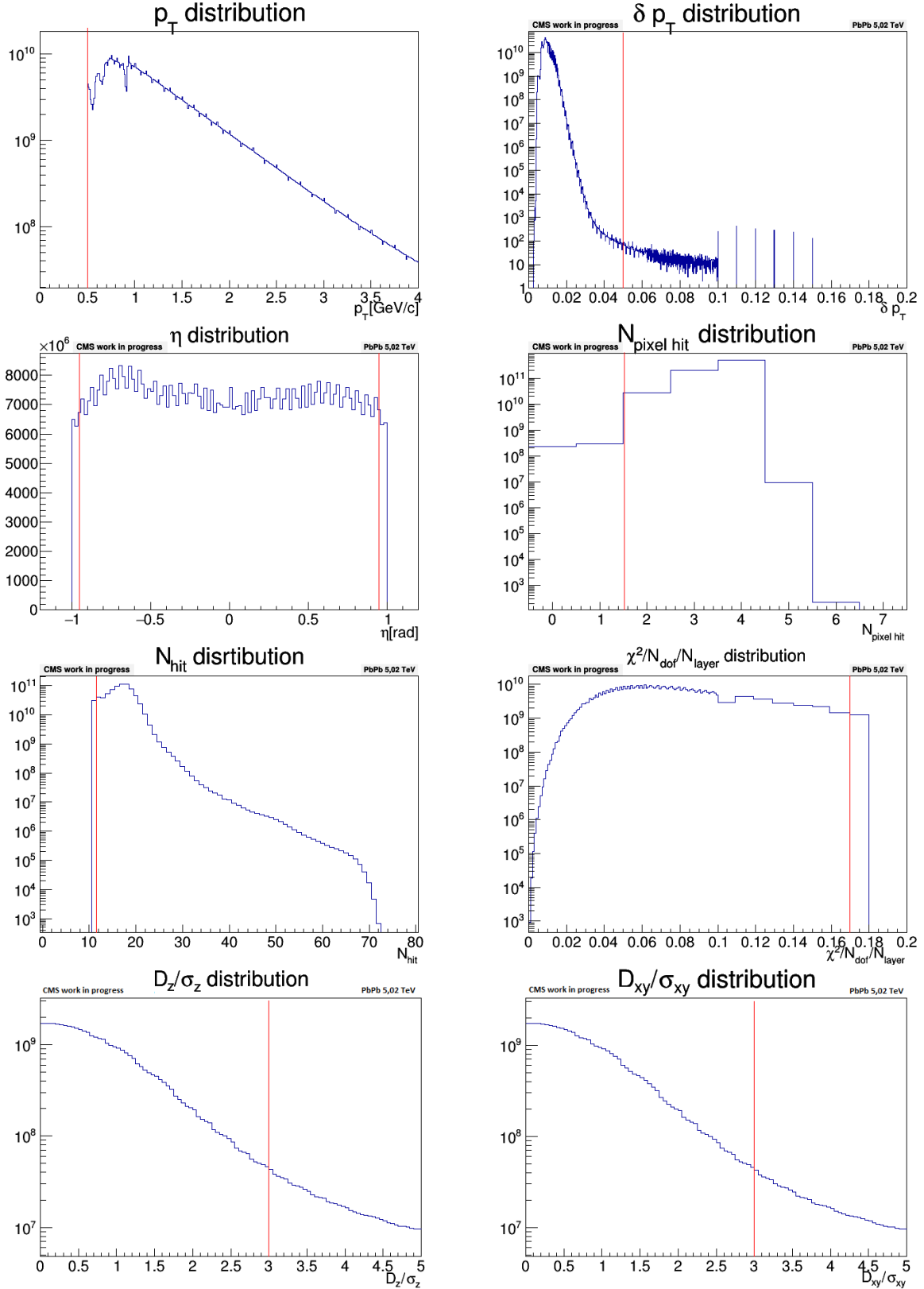
1. táblázat. Az elmentett változók, azok típusa és jelentése, valamint a tömörítés mértéke. „nTrk” az adott esemény multiplicitása. A tömörítés jelentése az eredeti és a végső méret hányadosa. Ahol nincs megadva jelölés, az a változó nem szerepel a dolgozatban a továbbiakban,



9. ábra. Az ütközési pont eloszlása nyalábirányban (balra fent), a vágást piros vonallal jelölve; a transzverz síkban vett eloszlás (jobbra fent) és az események multiplicitásának (N_{trk}) eloszlása (lent).

Az egyes részecskék esetén szükséges feltétel volt, hogy a transzverz impulzus nagyobb legyen 0,5 GeV/c-nél, valamint ennek a hibája kisebb legyen 5%-nál. Csak midrapiditáson vizsgáltam, így a pszeudorapiditás (η) abszolútértéke maximum 0,95 radián lehetett. A nyomkövetés pontossága érdekében megköveteltem, hogy legalább 2 beütés legyen a szilícium pixeldetektorban ($N_{\text{pixel hit}}$) és összesen legalább 12 beütés a teljes nyomkövető detektorban (N_{hit}). Ezen felül azt is, hogy $\chi^2/N_{\text{dof}}/N_{\text{layer}}$ értéke kisebb legyen, mint 0,17, ahol χ^2 a nyomillesztés jóságát jellemzi, N_{dof} az illesztés során a szabadsági fokok száma, N_{layer} pedig a pálya által érintett rétegek száma a detektorban. Az utolsó feltétel az volt, hogy D_{xy}/σ_{xy} és D_z/σ_z is kisebb legyen, mint 3, ahol D_{xy} és D_z a pálya, fő vertexhez legközelebbi pontjának a transzverzális és longitudinális távolsága a fő vertextől, σ_{xy} és σ_z pedig ezek statisztikus hibája. Erre a feltételre azért van szükség, mert túl nagy távolság esetén vagy rossz volt a nyomillesztés, vagy egy gyengén bomló hadron bomlástermékét, azaz egy nem primordiális részecskét detektáltunk. Az itt felsorolt mennyiségek eloszlása és a vágások a 10. ábrán láthatók. A különböző esemény- és pályavágások értékeit összefoglalva a 2. táblázat tartalmazza.

Egy további fontos szelekció lenne a részecskék típusára vonatkozó vágás. A CMS detektorral azonban egyelőre nem megoldható a részecskeazonosítás centrális ólom-ólom ütközések esetén (kis multiplicitású, periférikus eseményekben elvégezték ezt [48]). Az analízis során ezért azzal a feltételezéssel kellett élni, hogy az összes detektált hadron pion. Pionokon kívül számottevő arányban lehetnek még protonok és kaonok is. Az ALICE kísérlet nemrég nagyon pontosan megmérte a proton-pion és a kaon-pion arányt [49]. Az eredmények azt mutatták, hogy alacsony p_T esetén mindkét arány kicsi, nagyjából 5-10%. Ez az érték azonban a transzverz impulzus növekedésével folyamatosan nő, 2 GeV/c-nél



10. ábra. Balról jobbra, fentről lefelé: p_T transzverz momentum eloszlása; δp_T transzverz momentum hibájának eloszlása; η pszeudorapiditás eloszlása; $N_{\text{pixel hit}}$ nyomkövető pixel-detektorban hagyott jelek számának eloszlása; N_{hit} nyomkövető detektorban hagyott jelek számának eloszlása; $\chi^2/N_{\text{dof}}/N_{\text{layer}}$ nyomillesztés jóságának eloszlása; D_z/σ_z és D_{xy}/σ_{xy} pálya és vertex longitudinális és transzverz távolságának eloszlásai. A piros vonal az alapértelmezett vágást jelöli. A kisebb nagyobb kiugrásokat numerikus fluktuációk és binezési effektusok okozzák.

Változó	Vágás
nVtx	=1
zvtx	< 15 cm
p_T	> 0,5 GeV/c
δp_T	< 5%
$ \eta $	< 0,95
$N_{\text{pixel hit}}$	> 1
N_{hit}	> 11
$\chi^2/N_{\text{dof}}/N_{\text{layer}}$	< 0,17
D_z/σ_z	< 3
D_{xy}/σ_{xy}	< 3

2. táblázat. A különböző vágások értékei.

már mindkettő 50% körül van. Ez a jelenség főként a λ_2 , λ_3 korrelációs erősségekre lehet hatással, amelyre a paraméterek vizsgálatakor külön kitérek majd.

3.3. A korrelációs függvények mérése

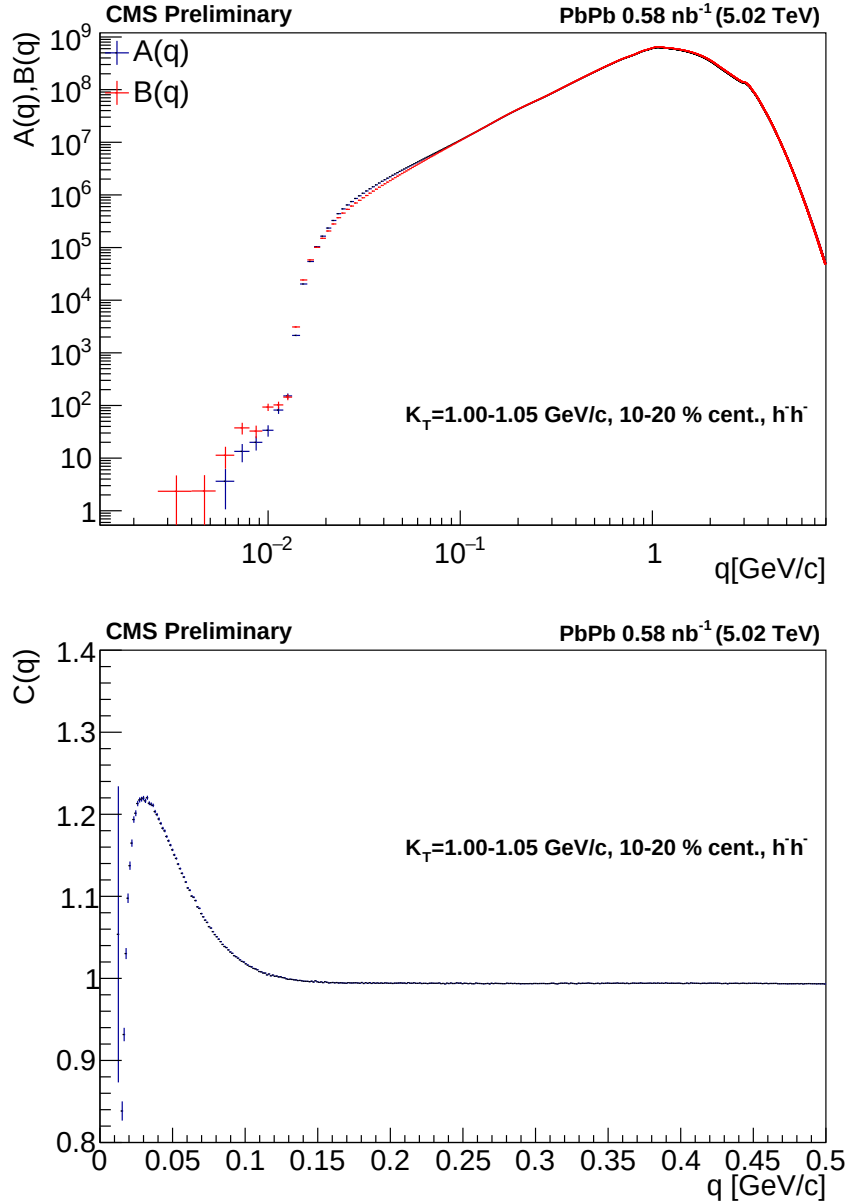
A Bose–Einstein korrelációs függvények meghatározásához páreloszlások mérésére van szükség. A módszer nagyon hasonló két- és háromrészecske korreláció esetén is, ezért azt a kétrészecske eseten keresztül mutatom be, majd kitérek a háromrészecske mérés sajátosságaira.

3.3.1. Kétrészecske korreláció

Az első lépés az $A(q)$ aktuális páreloszlás bevezetése volt, ahol $q \equiv |\mathbf{q}_{\text{LCMS}}|$. Az eloszlásnak valójában van egy másik változója is, a K_T átlagos transzverz impulzus, de a 2.3. alfejezetben részletezettek miatt q tekinthető a fő változónak. Ez az eloszlás tartalmazza egy aktuális esemény esetén a részecskékből képezhető összes párt. A kapott alakot a pár-kölcsönhatásokon kívül jelentősen befolyásolják kinematikai, detektorakceptanciai stb. hatások is. Ezek nem játszanak szerepet az általam vizsgált jelenségben. Azért, hogy ezeket az effektusokat ki tudjam szűrni, bevezettem a $B(q)$ háttéreloszlást. Ez az eloszlás az úgynevezett kevert esemény részecskepárjait tartalmazza, amelyet úgy konstruáltam meg, hogy a részecskék között minimális legyen a korreláció. A módszer leírása alább olvasható. Így elértem, hogy a háttéreloszlás a pár-kölcsönhatásokon kívül minden más effektust tartalmazzon. A kétrészecske korrelációs függvényt a két eloszlás normált hányadosaként kaptam:

$$C_2(q) = \frac{A(q)}{B(q)} \cdot \frac{\int B(q) dq}{\int A(q) dq}, \quad (64)$$

ahol a normáláshoz használt integrálokat egy olyan tartományon végeztem, ahol már nem látszódtak a kvantumstatisztikus effektusok. Az így definiált korrelációs függvényt különböző centralitás és K_T osztályokban számoltam ki. Ez azt jelenti, hogy az adott osztályban csak bizonyos centralitású eseményeket, és azokon belül csak bizonyos átlagos transzverz impulzusú párokat vettem figyelembe. Ezen felül külön kezeltem a negatív és a pozitív töltésű párokat is. Egy adott osztály esetén kapott (egymásra normált) $A(q)$ és $B(q)$ eloszlás, valamint a $C_2(q)$ korrelációs függvény a 11. ábrán látható. Látszik, hogy a két eloszlás szinte teljesen megegyezik, leszámítva a kis q régiót, ahol a kvantumstatisztikus effektusok miatt megjelent a korrelációs csúcs.



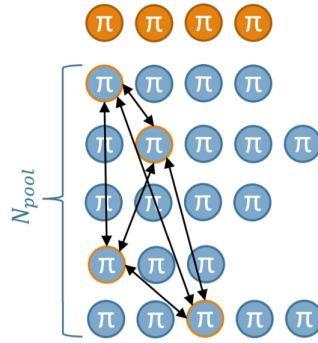
11. ábra. Az $A(q)$ aktuális és a $B(q)$ háttéreloszlás (felül), a kettő hányadosaként kapott $C(q)$ korrelációs függvény kis q -ra (alul). A Bose–Einstein korrelációs csúcs $q=0,05$ GeV/c körül látható.

3.3.2. Eseménykeverés

A háttéreloszlás előállítása többféle módszerrel is lehetséges. Én a [40] publikációban bemutatott és használt módszert alkalmaztam az analízis során. Az eseményeket centrálisuk és z-vertexük alapján különböző osztályokban eltároltam. Az egyes osztályok folyamatosan töltődtek fel, ahogy egyre több eseményt dolgoztam fel. Egy osztály töltődése addig tartott, míg az abban tárolt események száma elért egy előre meghatározott limitet (N_{pool}), ami nagyjából egy esemény maximális multiplicitása (≈ 1000) volt. Ezután egy új esemény hozzáadásakor a „legrégebbi” eseményt töröltem, így az osztály elemszáma fix maradt. A háttéreloszlás konstruálása csak azután kezdődött meg, hogy az osztályok feltöltődtek. Ettől a ponttól kezdve minden egyes aktuális eseményhez készítettem egy azonos multiplicitású kevert eseményt. Ehhez az aktuális eseménynek megfelelő osztályban tárolt korábbi eseményekből választottam ki megfelelő számú részecskét. Két

részecske nem származhatott egyazon eseményből, ezért is volt fontos, hogy minden osztályban elegendő eltárolt esemény legyen. A kevert esemény tehát az így válogatott részecskéket tartalmazta. A $B(q)$ háttéreloszlás pábjait pedig a kevert esemény pábjai adták. A leírtak szemléltetése látható a 12. ábrán [31].

Vannak különböző effektusok, melyeket nem lehet a háttéreloszlás használatával kiszűrni. Ilyenek lehetnek például az energia- és impulzusmegmaradásból származó hatások, de akár rezonanciabomlások és minijetek hatásai is. Ezek jellemzően nagy q értékeknél jelennek meg, a kezelésükre a 3.5. alfejezetben térek majd bővebben ki.



12. ábra. A háttérpárok előállításához használt módszer szemléltetése.

3.3.3. Háromrészecske korreláció

A háromrészecske korrelációs függvények mérése nagyon hasonlít a kétrészecske módszerre. Itt is bevezettem az aktuális és a háttéreloszlást, azonban ezek most párok helyett tripletok eloszlása. Az eseménykeverés itt is ugyanúgy történt. Az eloszlások változói most q_{12} , q_{13} és q_{23} , melyek a 2.3. alfejezetben bevezetett tripleton belüli relatív impulzusok LCMS-ben. Így tehát maga a háromrészecske korrelációs függvény is három változóval rendelkezik, vagyis a gyakorlatban egy háromdimenziós hisztogramról beszélünk.

Az illesztések elvégzése három dimenzióban nagyon nehéz feladat és rendkívül sok adatot igényel. Célszerű tehát az analízist egydimenziósítani, amelyhez bevezettem a következő mennyiséget:

$$Q_3 = (q_{12}^\alpha + q_{13}^\alpha + q_{23}^\alpha)^{1/\alpha}, \quad (65)$$

ahol α a Lévy-stabilitási index, melynek értékét a kétrészecske analízis eredményéből vettem. Erre azért volt lehetőségem, mert a háromrészecske analízist a kétrészecske után végeztem, így fel tudtam használni a kétrészecske analízis során kapott eredményeket a háromrészecske analízishez. Az analízis egydimenziósítása azt jelenti, hogy az $A(q_{12}, q_{13}, q_{23})$ és a $B(q_{12}, q_{13}, q_{23})$ háromdimenziós hisztogramok Q_3 -ra vett vetületét kell venni. Azért, hogy ez a lépés könnyebben kivitelezhető legyen azt a trükköt alkalmaztam, hogy q_{23} helyett eleve Q_3 -at tekintettem a harmadik változónak. Az erre vett vetítés így szimplán a z -tengelyre vett projekciót jelenti.

A háromrészecske korrelációs függvényt tehát a következő képlet szerint számoltam ki:

$$C_3(q_{12}, q_{13}, Q_3) = \frac{A(q_{12}, q_{13}, Q_3)}{B(q_{12}, q_{13}, Q_3)} \cdot \frac{\int B(q_{12}, q_{13}, Q_3) dq_{12} dq_{13} dQ_3}{\int A(q_{12}, q_{13}, Q_3) dq_{12} dq_{13} dQ_3}, \quad (66)$$

ahol a normáláshoz szükséges integrálokat egy olyan tartományra vettem, ahol már nem jelentős a kvantumstatisztikus hatás. Az eloszlások akkor fognak az egydimenziósítás után valóban csak Q_3 -tól függeni, ha már három dimenzióban is csak attól függtek. Ez

azonban nem teljesül $C_3(q_{12}, q_{13}, Q_3)$ -ra hiszen egyrészt már a (46)-os egyenletben szereplő $C_3^{(0)}$ sem tisztán Q_3 -tól függ, másrészt a (63)-as egyenletben szereplő $K_{C_3}^*$ háromrészecske Coulomb-korrekciónak szintén nem tisztán Q_3 -tól függ. El tudtam érni azonban, hogy bizonyos transzformációk után a mért korrelációs függvény „maradéka” már csak Q_3 -tól függjön. Ehhez el kellett osztanom a háromrészecske Coulomb-korrekciónak, majd kivonnom belőle azokat a tagokat a (46)-os egyenletből, melyek nem Q_3 -tól függenek. Végül tehát a csak Q_3 -tól függő, egydimenziós $C_3(Q_3)$ háromrészecske korrelációs függvényt az alábbi formulával kaptam:

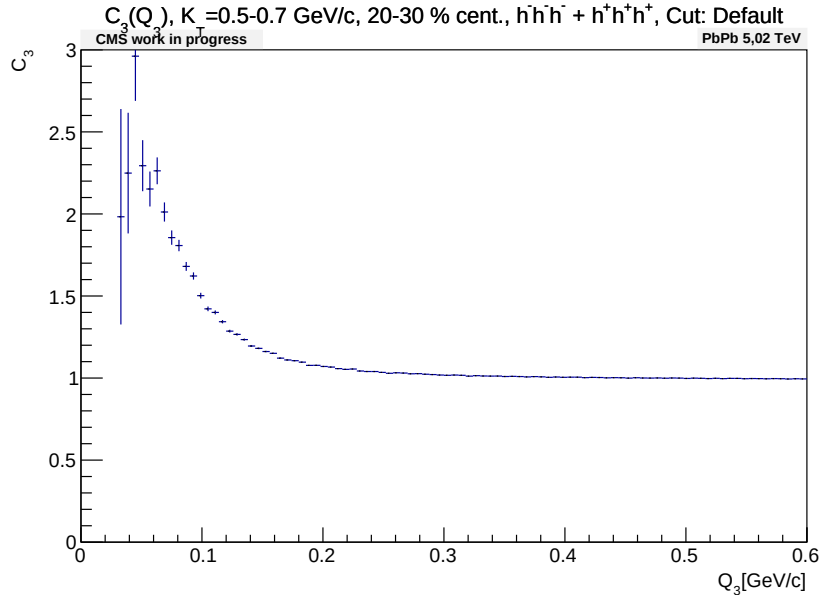
$$C_3(Q_3) = \frac{\left[\frac{A(q_{12}, q_{13}, Q_3)}{K_{C_3}^*(q_{12}, q_{13}, Q_{23})} - \lambda_2 \left(e^{-|q_{12}R|^\alpha} + e^{-|q_{13}R|^\alpha} + e^{-|q_{23}R|^\alpha} \right) B(q_{12}, q_{13}, Q_3) \right]_{Q_3}}{[B(q_{12}, q_{13}, Q_3)]_{Q_3}} \cdot \frac{\int B}{\int A}, \quad (67)$$

ahol $[...]_{Q_3}$ a Q_3 -ra vett projekciót jelöli. A képletben közvetlenül szerepelnek a λ_2 , R és α paraméterek, illetve közvetve $K_{C_3}^*$ -ban is. Ezeket megint csak a kétrészecske eredményekből vettem. Ezekkel az átalakításokkal $C_3(Q_3)$ elméleti alakja, melyet az illesztésekhez használtam a következő:

$$C_3(Q_3) = 1 + l_3 e^{-\frac{1}{2}(Q_3 R)^\alpha}, \quad (68)$$

ahol gyakorlatilag az egyetlen ismeretlen paraméter l_3 .

A háromrészecske korrelációs függvényt is különböző centralitás és K_T osztályokban mértem meg és hajtottam végre rajta a bemutatott átalakításokat. A statisztika növelése érdekében itt a negatív és pozitív hadronpárokat együtt kezeltem. Egy transzformáció utáni $C_3(Q_3)$ korrelációs függvény a 13. ábrán látható.

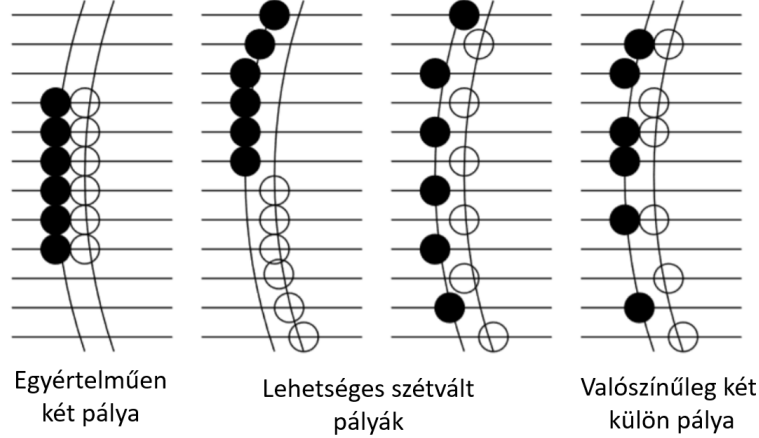


13. ábra. A transzformáció utáni egydimenziós $C_3(Q_3)$ háromrészecske korrelációs függvény.

3.4. Párvágások

Az eddigi vágások vagy egy egész eseményre vonatkoztak, vagy külön-külön az egyes részecskékre. Vannak azonban a nyomkövető detektor véges pontosságából származó

effektusok, amelyek csak a párokra vonatkozó vágásokkal szűrhetők ki. Egy ilyen jelenség az összeolvadás (merging). Ekkor két, egymáshoz közel haladó részecske által hagyott nyomokat a detektor egy részecskepályájának rekonstruálja. Egy ezzel ellentétes effektus a szétválás (splitting), amikor a detektor egy részecske nyomait valamiért két részecskepályájának rekonstruálja. Ez általában akkor történik, ha a részecske a detektor egy olyan szakaszán halad, ahol a beütései valamiért nem rekonstruálhatók egyértelműen (lásd 14. ábra).



14. ábra. A szétválás (splitting) szemléltetése. Nyilvánvalóan két különböző pálya a bal oldalon. Lehetséges szétvált nyomok középen. Valószínűleg két külön nyom jobb oldalon.

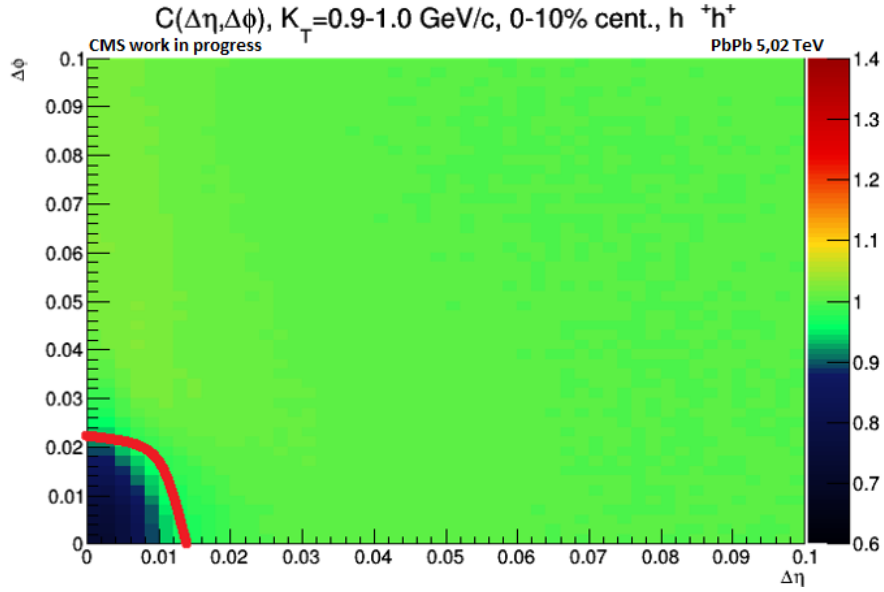
A hibásan rekonstruált pályák kiszűréséhez kiszámoltam a $C(\Delta\phi, \Delta\eta)$ kétdimenziós eloszlást, ahol $\Delta\eta$ a pár relatív pszeudorapiditása, $\Delta\phi$ pedig a relatív azimut szöge. Ehhez – a korrelációs függvény számolásához hasonlóan – bevezettem az $A(\Delta\phi, \Delta\eta)$ aktuális és a $B(\Delta\phi, \Delta\eta)$ háttérpáreloszlásokat, majd képeztem ezek normált hányadát:

$$C(\Delta\phi, \Delta\eta) = \frac{A(\Delta\phi, \Delta\eta)}{B(\Delta\phi, \Delta\eta)} \cdot \frac{\int B(\Delta\phi, \Delta\eta)}{\int A(\Delta\phi, \Delta\eta)}. \quad (69)$$

A normáláshoz használt integrált egy olyan tartományon végeztem, ahol már nem volt összeolvadás és szétválás. Ezt a hisztogramot több centralitás és K_T osztályban is kiszámoltam, melyek közül az egyik látható a 15. ábrán. Centralitástól és K_T -tól függetlenül azt találtam, hogy a hisztogram értéke mindenhol 1 körül van, kivéve a kis $\Delta\eta$, $\Delta\phi$ -hez tartozó régiót, ahol az érték kisebb, mint 1. Ez azt jelenti, hogy ebben a tartományban kevesebb pár van az aktuális eloszlásban, vagyis itt nagy számban történnek összeolvadások, tehát ezt a régiót kell kivágni. Munkám során több vágási alakot és méretet is kipróbáltam. Végző soron az alapértelmezett vágáshoz az alábbi egyenlőtlenséget használtam:

$$\left(\frac{|\Delta\eta|}{\Delta\eta_{\text{cut}}} \right)^2 + \left(\frac{|\Delta\phi|}{\Delta\phi_{\text{cut}}} \right)^2 > 1, \quad (70)$$

ahol $\Delta\eta_{\text{cut}} = 0,014$, $\Delta\phi_{\text{cut}} = 0,022$. Ez a vágás szintén a 15. ábrán látható, piros vonallal. A kétrészecskés mérés során azokat a párokat, melyek nem teljesítették a vágást a továbbiakban nem vettem figyelembe. A háromrészecskés mérés esetén a tripletben belüli mindhárom párról megköveteltem, hogy teljesítse a vágást.



15. ábra. A $C(\Delta\eta, \Delta\phi)$ hisztogram adott centralitás és K_T mellett, pozitív hadronpárookra. A párvágást a piros görbe szemlélteti.

3.5. Háttéreffektusok kezelése

Korábban már említettem, hogy a kétrészecske korrelációs függvényben a különböző vágások és a háttéreloszlás figyelembevétele után is maradhatnak nagy q -nál (összefoglaló néven) háttéreffektusok. A korrelációs függvénytől elvárjuk, hogy nagy q -ra az értéke 1 legyen, mivel ott már nem játszik szerepet a kvantumstatisztika. Ez a várakozás azonban a háttéreffektusok miatt nem teljesül, ahogy az a 16. ábrán megfigyelhető.

A kis q -nál található korrelációs csúcs vizsgálata szempontjából nem különösebben fontos a korrelációs függvény alakja nagy q -nál. Előfordulhat azonban, hogy a nagy q -nál található háttér valamilyen formában kihat a kis q régióra is, ezáltal módosítva a vizsgált tartományt. Ennek a kezelésére két lehetőség van. Az első, hogy a korrelációs csúcsra való illesztés során valamilyen formában figyelembe vesszük a háttérrel. A második, hogy megpróbáljuk leírni a háttér teljes alakját és azt „kivonjuk” a korrelációs függvényből. A kétrészecske analízis során én a második módszert alkalmaztam, mivel a háttér alakjának leírása megerősíti az analízist. Ráadásul a korrelációs csúcsra történő illesztés során még így is szükség lesz egy lineáris háttér megtartására, ahogy azt a következő fejezetben majd részletezem.

A nagy q -nál található háttér leírásához bevezettem a $BG(q)$ háttérfüggvényt, melyet a következő alakban tételtem fel:

$$BG(q) = N \left(1 + \alpha_1 e^{-(qR_1)^2} \right) \left(1 - \alpha_2 e^{-(qR_2)^2} \right). \quad (71)$$

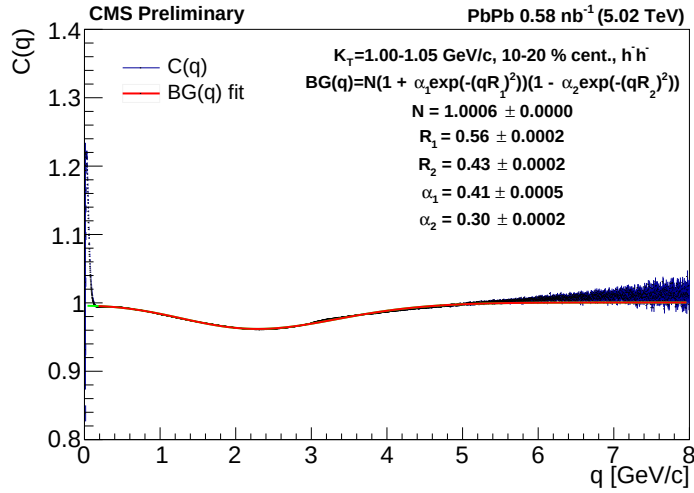
Ennek a feltételezésnek az az oka, hogy tapasztalatok szerint ez az alak jól illeszkedik az adatokra. A formulában szereplő öt paraméternek ($N, \alpha_1, \alpha_2, R_1, R_2$) nincs fizikai jelentése. Az értéküket minden egyes osztályban úgy határoztam meg, hogy a háttérfüggvényt a mért adatokra illesztettem a nagy q tartományon. Ehhez hagyományos χ^2 -minimalizációt használtam. Az alsó illesztési határ osztályonként változott, de mindenhol nagyjából a kvantumstatisztikus effektusok lecsengése utáni régióra illesztettem. Egy ilyen illesztés látható a 16. ábrán. Ezt követően a $C_2(q)$ kétrészecske korrelációs függvényt elosztottam a $BG(q)$ háttérfüggvény, immár explicit alakjával, ezáltal megkap-

tam az úgynevezett dupla hányados (double ratio) korrelációs függvényt:

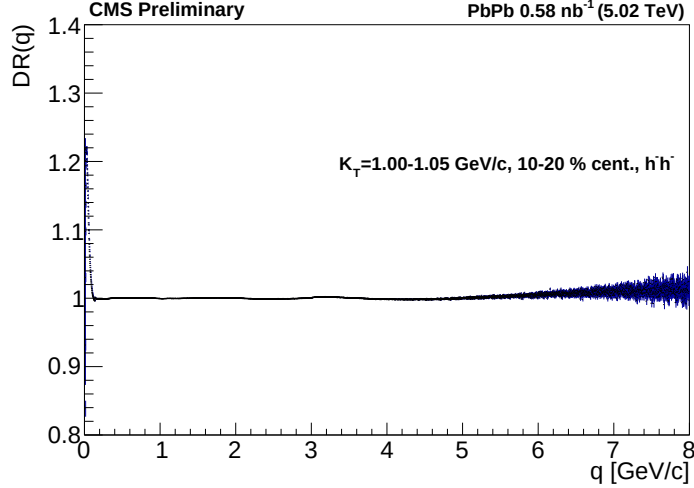
$$DR(q) = \frac{C_2(q)}{BG(q)}. \quad (72)$$

Ezzel a módszerrel sikerült kiszűrni a háttéreffektusok hatását, így a 17. ábrán található dupla hányados korrelációs függvény értéke már közelítőleg 1 nagy q -ra.

A háromrészecske analízis során technikai okok miatt csak egy bizonyos Q_3 -ig tudtam mérni a korrelációs függvényeket. Ez azért van, mert egy háromdimenziós hisztogram nagyon sok helyet foglal egy egydimenzióhoz képest. Emiatt a korlát miatt egy tengely mentén maximum nagyjából 100 binem lehetett, ami használható binszélesség mellett erősen limitálja a vizsgálható tartományt. Ebben az esetben tehát nem tudtam leírni a lehetséges háttér alakját, csak az első módszer szerint figyelembe venni azt a korrelációs csúcsra történő illesztés során.



16. ábra. A $C_2(q)$ kétrészecske korrelációs függvény és a rá illesztett $BG(q)$ háttérfüggvény. Az illesztett függvényalak és az illesztési paraméterek az ábrafeliraton láthatók. A zöld görbe nagyon kis q -nál a $BG(q)$ háttérfüggvény meghosszabítása arra a területre, ahol nem illesztünk.



17. ábra. A $DR(q)$ dupla hányados korrelációs függvény. A háttér kiszűrése miatt nagy q -ra az értéke közelítőleg konstans 1. A Bose–Einstein-csúcs igen kis q -knál figyelhető meg.

3.6. A korrelációs függvények illesztése

Az előzőekben bemutatottak szerint a kétrészecske analízis során eljutottam a $DR(q)$ dupla hányados korrelációs függvényig, a háromrészecske analízis során pedig a $C_3(Q_3)$ egydimenziósított háromrészecske korrelációs függvényig. A $DR(q)$ hisztogramot összesen 6 centralitás osztályban (0-60%) és 24 K_T osztályban (0,5-1,9 GeV/c) mértem meg külön a negatív és pozitív hadronpárokra. $C_3(Q_3)$ esetén statisztikai és tárhelyfoglalási okokból egyes osztályokat összevontam, így ott 5 centralitás és 7 K_T osztályom volt, valamint együtt kezeltem a negatív és a pozitív tripleteket.

A kétrészecske illesztések során az (58)-as egyenletben szereplő függvényalakot használtam. Az adatok statisztikailag elfogadható leírásához szükség volt egy N normalizációs paraméter és egy ϵ lineáris háttérrel leíró paraméter bevezetésére is. Így az illesztéshez használt függvényalak a következő volt:

$$DR(q) = N(1 + \epsilon q) \left(1 - \lambda_2 + \lambda_2(1 + e^{-(qR)^\alpha}) K_{C2}(q; R, \alpha) \right), \quad (73)$$

ami tehát öt illesztési paramétert tartalmaz. Ezek közül azonban csak háromnak (λ_2, R, α) van fizikai jelentése, N és ϵ csak segédparaméterek.

Hasonló volt a helyzet a háromrészecske illesztéseknél is. Ott alapvetően a (68)-as egyenletben szereplő alakot használtam, de ott is bevezettem az N és az ϵ paramétereket:

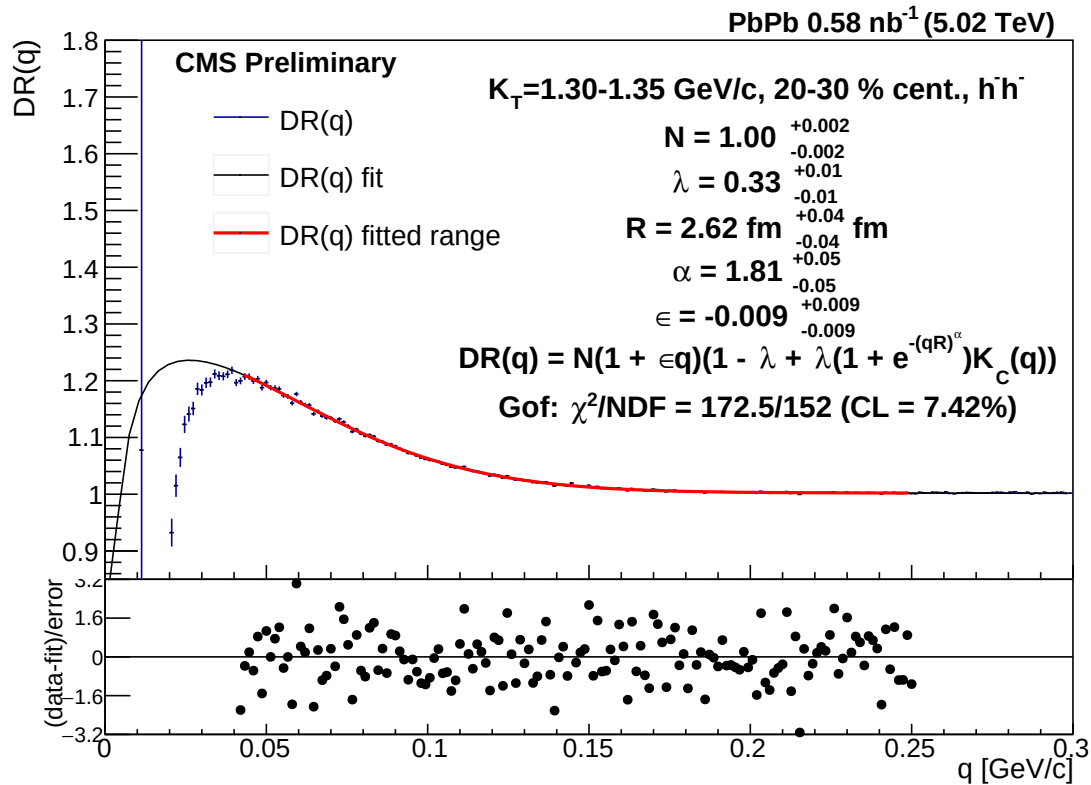
$$C_3(Q_3) = N(1 + \epsilon Q_3)(1 + l_3 e^{-\frac{1}{2}(Q_3 R)^\alpha}). \quad (74)$$

Az itt szereplő R és α paraméterek értéke elvileg adott, hiszen azokat a kétrészecske analízis során meghatároztam. Teljesen lefixált értékek mellett azonban ez az alak nem írta le pontosan az adatokat, ezért az R paraméterben megengedtem egy $\pm 20\%$ -os változást a kétrészecske eredményekhez képest. Ez már elegendő volt az adatok leírásához. Összesen tehát négy illesztési paraméterem volt, melyek közül l_3 -nak és R -nek van fizikai jelentése.

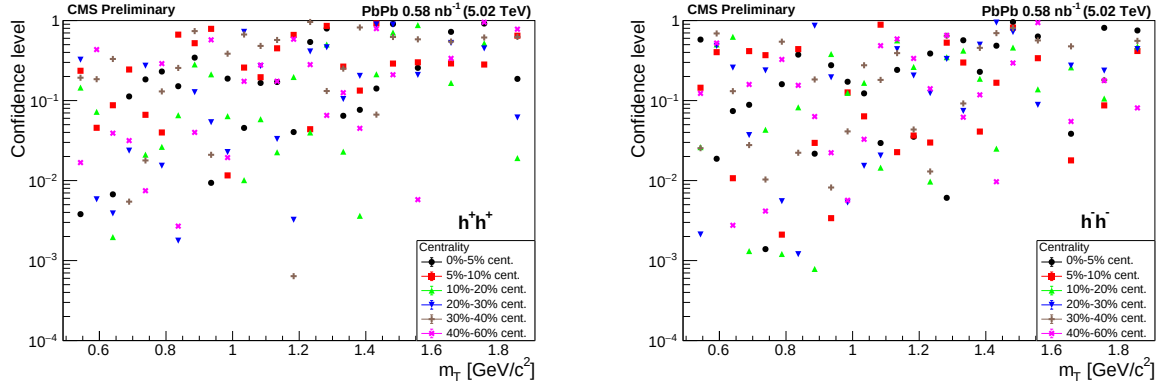
Az illesztéseket a ROOT MINUIT2 minimalizáló csomagjával végeztem, hagyományos χ^2 minimalizációval. A statisztikus hibák kiszámításához a MINUIT2 Minos csomagját használtam. Egy-egy példaillesztés található a két- és a háromrészecske esethez a 18. és a 20. ábrán. Az illesztési tartomány minden esetben limitált volt. Ennek oka egyrészt, hogy

nagy q , illetve Q_3 esetén már nem látható az általam vizsgált kvantumstatistikus hatás (a függvény értéke már konstans). Másrészt pedig, hogy nagyon kis q , illetve Q_3 esetén nem megbízhatóak a mérési eredmények. Ez valószínűleg a detektorok véges impulzusfelbontásának az eredménye. Ráadásul a korábban említett összeolvadások és szétválások jellemzően ebben a régióban történnek, és azt a régiót a párvágással ki is vágom. Ezáltal elvesztek kis q -nál található párokat, ami a korrelációs függvény csökkenéséhez vezet. A 18. ábrán is látható, hogy kis q -nál a mért adatok jóval az illesztett görbe alatt vannak. Az, hogy az impulzusfelbontás és a párvágások okozhatnak-e ekkora eltérést, a CMS kollaboráción belül jelenleg is aktív kutatás tárgyát képezi, melyhez Monte-Carlo szimulációkat használnak. Az általam használt illesztési határok centralitás és K_T függő értékek. Ezeket úgy állítottam be, hogy kis megváltoztatásuk ne vezessen az illesztési paraméterek lényeges módosulásához. Ezen felül azt is figyelembe vettem, hogy K_T növekedésével és a centralitás csökkenésével a korrelációs csúcs folyamatosan nagyobb q , illetve Q_3 irányába tolódik.

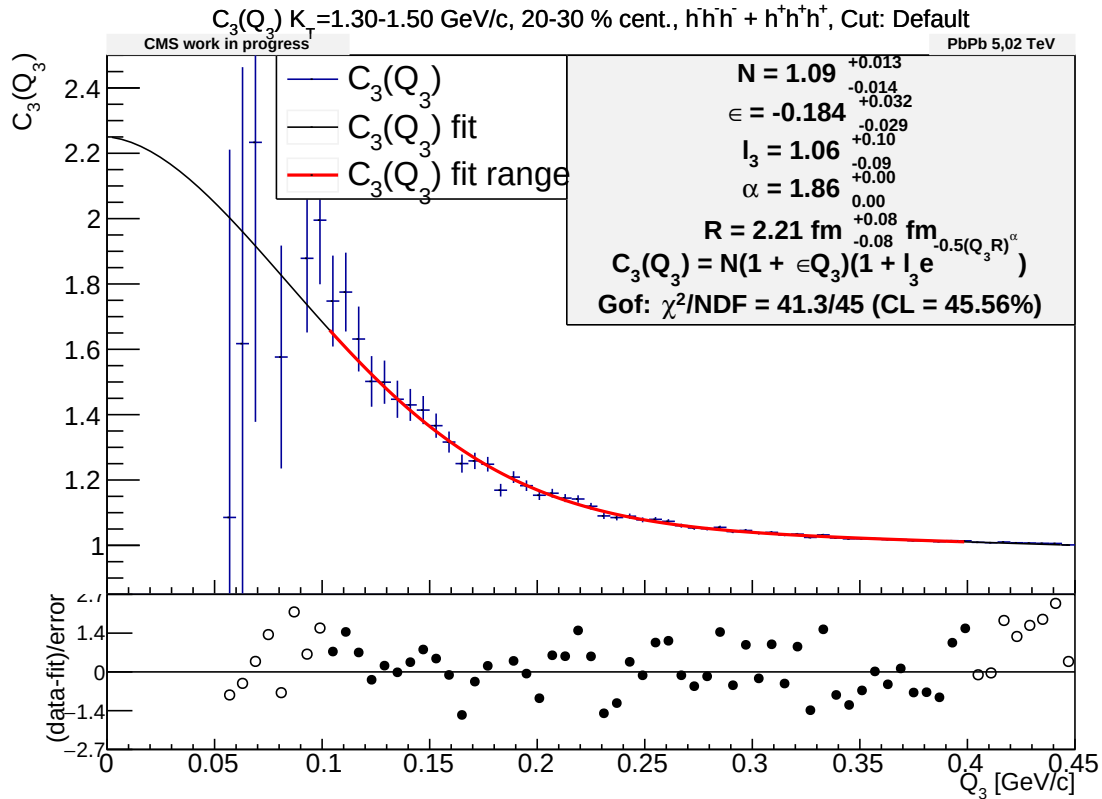
Egy illesztés jóságát a konfidenciaszinttel lehet jellemezni. Ez az illesztés során kapott χ^2 értékből és a szabadsági fokok számából (NDF) számolható ki, ahol utóbbi az illesztéshez használt adatpontok és az illesztési paraméterek számának különbsége. Egy illesztés akkor statisztikailag elfogadható, ha a konfidenciaszint értéke eléri a 0,1%-ot. Ezen felül fontos még az is, hogy az illesztés konvergáljon és a kovariancia mátrix pozitív definit legyen. A kétrészecske illesztések során kapott konfidenciaszintek 19. ábrán láthatók, külön a pozitív és a negatív hadronpárokra. Megfigyelhető, hogy szinte minden esetben a statisztikailag elfogadható tartományba esett az illesztés.



18. ábra. Illesztés a $DR(q)$ kétrészecske korrelációs függvényre. Az illesztett függvényt feketével, az illesztési tartományt piros színnel jelöltem. Az illesztett függvényalak, az illesztési paraméterek, valamint az illesztés jósága az ábrafeliraton látható.



19. ábra. A $DR(q)$ kétrészecske korrelációs függvény illesztésének konfidenciaszintjei pozitív (balra) és negatív (jobbra) hadronpárok esetén.



20. ábra. Illesztés a $C_3(Q_3)$ egydimenziósított háromrészecske korrelációs függvényre. Az illesztett függvényt feketével, az illesztési tartományt piros színnel jelöltem. Az illesztett függvényalak, az illesztési paraméterek, valamint az illesztés jósága az ábrafeliraton látható.

3.7. Szisztematikus bizonytalanságok

Az illesztési paraméterek statisztikus hibán kívül rendelkeznek szisztematikus hibával is. Ez onnan származik, hogy az analízis során számos kísérleti beállítást használtam, melyek befolyásolhatják a paraméterek értékeit. Ilyen beállítások például az esemény-, pálya- és párvágások, vagy az illesztési határok értékei. Az analízis során figyelembe vett szisztematikus bizonytalanságokat a 3. táblázat tartalmazza. A szisztematikus hibák meghatározásához az imént bemutatott illesztéseket elvégeztem minden egyes

beállítás megváltoztatásával is. Ehhez természetesen már az analízis elejétől kezdve el kellett mentenem az egyes megváltoztatásoknak megfelelő adatokat. Egy centralitás és K_T osztályban így összesen 25 illesztést végeztem, melyekben az illesztési paraméterek értékei kissé eltérnek egymástól. Ezekből az értékekből az alább részletezett módon határoztam meg egy pont szisztematikus hibáját.

Jelöljön P egy illesztési paramétert. A mérés végeredményéhez használt kísérleti beállítást hívjuk alapbeállításnak. A P paraméter értékét az alapbeállításban, az i -edik osztályban jelölje $P^0(i)$, ahol i egy adott centralitás és K_T osztályt jelent. Ez az érték megváltozik, ha az n . típusú beállítást módosítjuk. Egy beállítás lehetséges értékeit indexeljük j -vel. Az analízis során az alapbeállításon kívül mindig két érték szerepelt, tehát j 1 vagy 2 lehet. Az egyes j -khez tartozó értékek a 3. táblázatban láthatók. Az n . típusú beállítást a j . értékre állítva a paraméterünk értékét (szintén az i -edik osztályban) jelölje $P_n^j(i)$. Ekkor a $P^0(i)$ mérési eredmény szisztematikus bizonytalansága az alábbi képletekkel kapható meg külön a pozitív ($\uparrow$) és a negatív ($\downarrow$) eltérésekre:

$$\delta P^\uparrow(i) = \sqrt{\sum_n \frac{1}{N_n^{j\uparrow}} \sum_{j \in J_n^\uparrow} (P_n^j(i) - P^0(i))^2}, \quad (75)$$

$$\delta P^\downarrow(i) = \sqrt{\sum_n \frac{1}{N_n^{j\downarrow}} \sum_{j \in J_n^\downarrow} (P_n^j(i) - P^0(i))^2}, \quad (76)$$

ahol $J_n^\uparrow$ azon j értékek halmaza, ahol $P_n^j(i) > P^0(i)$, $N_n^{j\uparrow}$ pedig ennek a halmaznak a számossága. Hasonlóan értelmezendő $J_n^\downarrow$ és $N_n^{j\downarrow}$ is, annyi különbséggel, hogy ott $P_n^j(i) < P^0(i)$. Mivel j maximum 2 lehet, ezért $N_n^{j\uparrow}$ és $N_n^{j\downarrow}$ lehetséges értékei 0, 1 és 2. Ha ez az érték nulla, az azt jelenti, hogy annak a halmaznak a számossága, amelyen az összegzést végeznénk nulla, vagyis ezt kihagyjuk az összegzésből. Tehát az összegzést csak olyan n -ekre végezzük, ahol $N_n^{j\uparrow} > 0$, illetve $N_n^{j\downarrow} > 0$.

Mivel összesen nagyságrendileg 8000 illesztést végeztem csak a kétrészecske analízishez, ezért szinte elkerülhetetlen, hogy legyenek nem jól sikerült illesztések. Ezek száma azonban elhanyagolható ($< 1\%$) az összes illesztéshez képest. Mivel az ezekből származó hatalmas szisztematikus hiba torzítaná az eredményt, ezért az ezekből származó értékeket nem vettem figyelembe, pontosabban a szomszédos K_T osztályokból kapott, interpolált értékekkel helyettesítettem őket.

A kétrészecske analízis során az így kapott szisztematikus hibákat felbontottam egy „konstans” és egy „fluktuáló” részre. A konstans rész azonos relatív hibát jelent egy adott paraméter esetén az összes centralitás és K_T osztályban, míg a fluktuáló rész pedig egy pontról pontra változó érték. A két rész szétválasztására azért volt szükség, mert a paraméterekre történő illesztéshez csak a szisztematikus hiba pontról pontra fluktuáló része használható fel. Ennek a kiszámításához tekintettem egy adott szisztematikus módosítás relatív hatásának eloszlását egy adott paraméter esetén. Ebbe az eloszlásba az összes centralitás és K_T osztály, valamint mindkét töltéselrendezés adott járulékot. Ezt követően vettem ennek az eloszlásnak az átlagát, ami tehát azt adja meg, hogy az adott szisztematikus módosítás átlagosan mekkora módosulást eredményez az adott paraméterben. Végül a fluktuáló szisztematikus hiba kiszámításához a (75)-ös és (76)-os formulákat használtam azzal a módosítással, hogy $P^0(i)$ helyére az átlagokat írtam. A konstans szisztematikus hibát szintén hasonló módszerrel számoltam, de ott $P_n^j(i)$ helyére kerültek az átlagok.

A háromrészecske analízis során több helyen felhasználtam a kétrészecske analízis eredményeit. Ezeknek a hibáját azonban direkt módon nem vettem figyelembe, hiszen

az korrelált hibához vezetett volna. A szisztematikus hibában viszont szerepelt ezek járuléka is. Ehhez a háromrészecske analízisben adott szisztematikus beállítás esetén az adott beállításhoz tartozó kétrészecske eredményeket használtam.

n	Hibaforrás neve	Alapbeállítás	j=1	j=2
1	Zvertex vágás	< 15 cm	< 12 cm	< 18 cm
2	p_T vágás	$> 0,5$ GeV/c	$> 0,55$ GeV/c	$> 0,5$ GeV/c
3	δp_T vágás	$< 5\%$	$< 4\%$	$< 6\%$
4	$ \eta $ vágás	$< 0,95$	$< 0,9$	< 1
5	$N_{\text{pixel hit}}$ vágás	> 1	> 2	> 0
6	N_{hit} vágás	> 11	> 12	> 10
7	$\chi^2/N_{\text{dof}}/N_{\text{layer}}$ vágás	$< 0,17$	$< 0,16$	$< 0,18$
8	D_{xy}/σ_{xy} vágás	< 3	< 2	< 5
9	D_z/σ_z vágás	< 3	< 2	< 5
10	$\Delta\eta, \Delta\phi$ párvágás	$\Delta\eta_{\text{cut}}=0,014$ $\Delta\phi_{\text{cut}}=0,022$	$\eta_{\text{cut}}=0,017$ $\Delta\phi_{\text{cut}}=0,028$	$\eta_{\text{cut}}=0,011$ $\Delta\phi_{\text{cut}}=0,016$
11	q_{min} illesztési határ $Q_{3,\text{min}}$ illesztési határ	$q_{\text{min}}^0(K_{T,\text{cent}})$ $Q_{3,\text{min}}^0(K_{T,\text{cent}})$	$q_{\text{min}}^0-0,004$ $Q_{3,\text{min}}^0-0,006$	$q_{\text{min}}^0+0,004$ $Q_{3,\text{min}}^0+0,006$
12	q_{max} illesztési határ $Q_{3,\text{max}}$ illesztési határ	$q_{\text{max}}^0(K_{T,\text{cent}})$ $Q_{3,\text{max}}^0(K_{T,\text{cent}})$	$0,85 \cdot q_{\text{max}}^0$ $0,85 \cdot Q_{3,\text{max}}^0$	$1,15 \cdot q_{\text{max}}^0$ $1,15 \cdot Q_{3,\text{max}}^0$

3. táblázat. A szisztematikus hibaforrások és értékeik az alap-, valamint a két másik vizsgált beállításban.

3.8. Összegzés

Ebben a fejezetben két- és háromrészecske Lévy HBT analízisem egyes lépéseiről volt szó. A kialakított adatstruktúra bemutatása után ismertettem az analízishez használt esemény- és részecskeszelekciót, illetve ezek okait. Ezt követően részletesen tárgyaltam a korrelációs függvények aktuális és háttéreloszlásra épülő mérési módszerét és az ehhez szükséges eseménykeverést. A háromrészecske korreláció esetén kitértem a korrelációs függvény egydimenziósításának módszerére is. Ezek után különböző nem kívánt effektusok kezeléséről volt szó. A párvágások használatával a nyomkövető detektor véges pontosságából adódó effektusokat kezeltem, míg a dupla hányados korrelációs függvény bevezetésével a nagy q -nál megjelenő háttéreffektusokat. Mivel ezen a ponton a korrelációs függvényekben már főként csak a vizsgált effektusok szerepeltek, így következhetett az illesztések bemutatása. Kétrészecske korreláció esetén három fizikai jelentést hordozó paraméter (R, α, λ_2) értékét határoztam meg különböző centralitás és K_T osztályokban, míg a háromrészecske analízis legfontosabb eredménye az l_3 paraméter értékének meghatározása. Ezeket az eredményeket a következő fejezetekben tárgyalom. Ezen fejezet zárásaként a szisztematikus bizonytalanságok és a szisztematikus hiba kiszámításának módszere került bemutatásra.

4. Kétrészecske eredmények

A kétrészecske korrelációs függvényekre történő illesztéssel meghatároztam a három fizikai jelentéssel bíró paraméter (R , α és λ_2) értékét a különböző centralitás és K_T osztályokban. A gyakorlatban érdekesebb ezeket K_T helyett az m_T transzverz tömeg függvényében ábrázolni. Ezutóbbi a (20)-as képlettel számolható ki, ahol a részecskék m tömegének helyére a pion tömegét írtam. Ez összhangban van azzal – az analízis során használt – feltételezéssel, miszerint az összes detektált hadron pion. Ebben a fejezetben tehát az egyes paraméterek centralitás és m_T függését fogom vizsgálni, illetve bemutatni a hozzájuk tartozó fizikai interpretációt.

Sok eredmény hasonlít az egy évvel ezelőtti TDK dolgozatomban bemutatottakhoz. Egyrészt azért tartom fontosnak ezeket újra bemutatni, mert a kétrészecske analízis részletei – például a felhasznált adatok, centralitás és K_T osztályok, szisztematikus bizonytalanságok – sokat változtak azóta. Másrészt pedig azért fontosak ezek az eredmények, mert ezeket használtam fel a háromrészecske analízis során.

4.1. Az R Lévy-skálaparaméter

A Lévy-skálaparaméter – ahogy azt a neve is sugallja – a részecskekibocsátó forrás térbeli skáláját jellemzi. Gauss típusú forrás esetén ez a forrás homogenitási hossza, míg Lévy forrás esetén egy általánosított homogenitási hosszról beszélhetünk. Az előzetes várakozás ezzel a paraméterrel kapcsolatban az volt, hogy m_T -ben egy csökkenő trendet mutasson, ami nagyon szépen meg is figyelhető a 21. ábrán. Ezen felül már itt is tisztán látható a centralitásfüggés. Centrális ütközések esetén R értéke nagyobb, mint periférikus ütközéseknél.

A paraméter további vizsgálatához ábrázoltam $1/R^2$ -et is m_T függvényében (lásd 22. ábra). Ezt azért tettem, mert hidrodinamikai modellek alapján egy lineáris összefüggést várunk $1/R^2$ és m_T között [22, 36]. Fontos megemlíteni, hogy ezekben a modellekben Gauss forrást tételeznek fel, ezért is érdekes megvizsgálni, hogy mit mutatnak a kísérleti eredmények Lévy forrás feltételezése esetén. A lineáris trend ellenőrzésére egy egyenest illesztettem az adatokra az egyes centralitások esetén. Az illesztések szintén a 22. ábrán láthatók. Ezekhez az ábrákhoz hibadobozokkal jelölt fluktuáló szisztematikus hiba és a hibavonalakkal jelölt statisztikus hiba négyzetes összegét használtam. Az illesztés így minden esetben statisztikailag elfogadható volt, ami azt jelenti, hogy Lévy forrás esetén is teljesül a hidrodinamikai skálázás.

A következő lépés a két illesztési paraméter (A meredekség, B tengelymetszet) vizsgálata volt. Ezek fizikai értelmezését szintén a hidrodinamikai modellek adják. Ezekben az egyenes meredeksége a QGP Hubble-állandójával (H) hozható összefüggésbe [36, 50] az alábbi formula szerint:

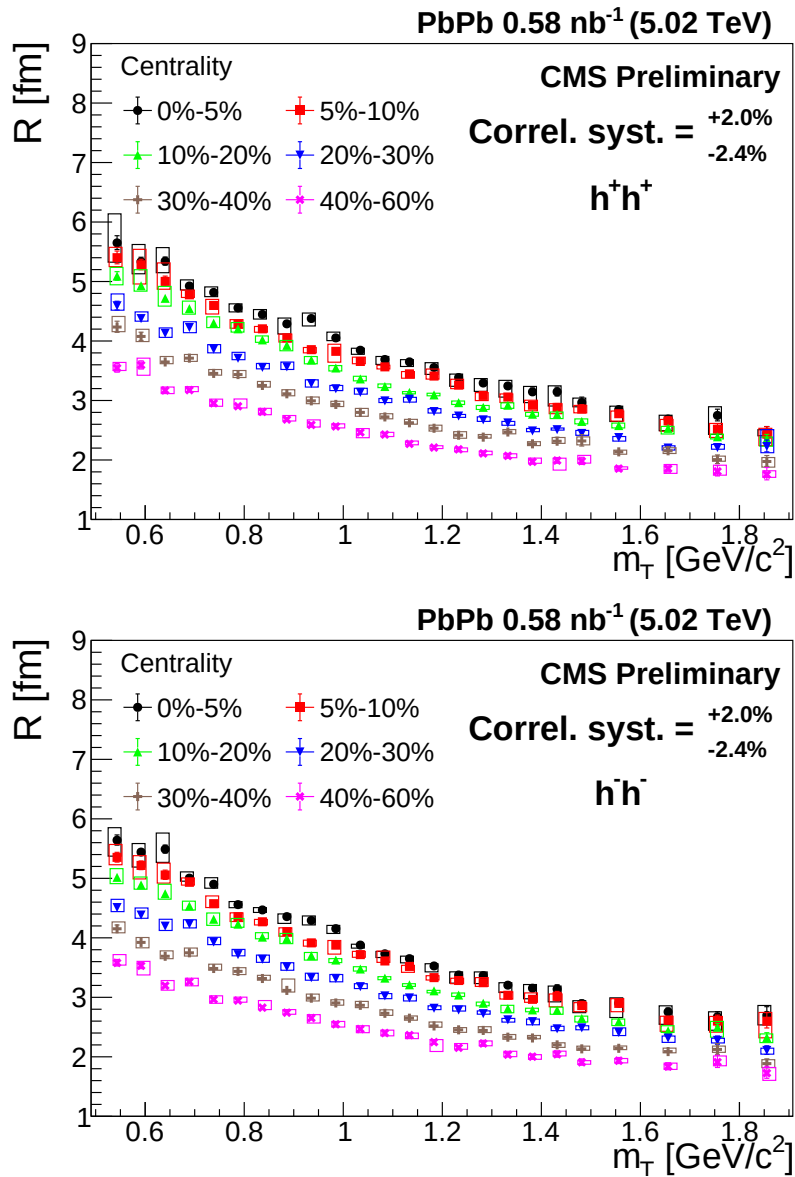
$$A = \frac{H^2}{T_f} \quad (77)$$

ahol T_f a kifagyási hőmérséklet. Továbbá a B ($m_T = 0$) tengelymetszet elméletileg a forrás kifagyásbeli méretét (R_f) adja meg a következő összefüggésen keresztül:

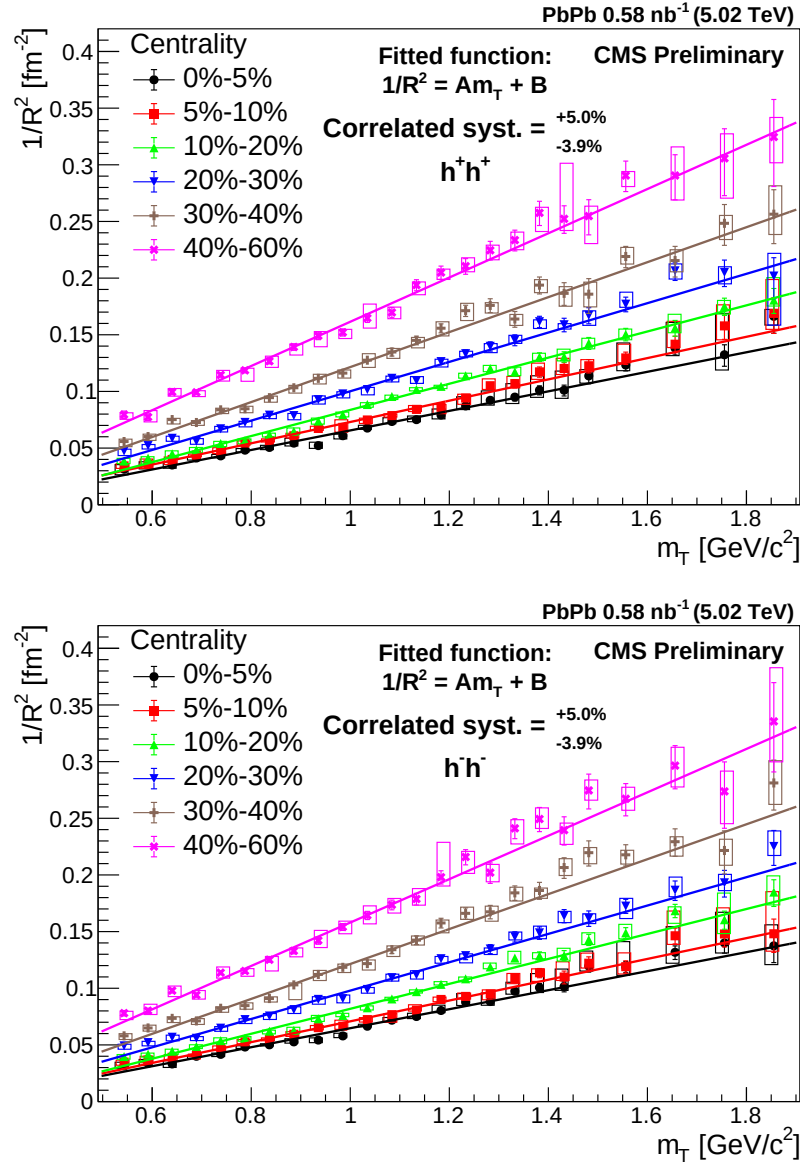
$$R_f = \frac{1}{\sqrt{B}}. \quad (78)$$

$T_f \approx 170$ MeV-es kifagyási hőmérsékletet feltételezve a Hubble-paraméter értéke 0,11 c/fm és 0,18 c/fm közé esik és erősen centralitásfüggő. Centrális ütközések esetén értéke kisebb, mint periférikus ütközésekben, tehát a centralitás befolyásolja a közeg tágulását

sebességét. A B paraméter minden illesztés során negatív volt, amiből értelemszerűen nem számolható kifagyásbeli méret. B negatív voltának az okai és ennek a jelentése egyelőre nem tisztázottak. A hidrodinamikai modellekben Gauss forrás feltételezésével adódik a $B > 0$ érték és előfordulhat, hogy Lévy forrás esetén ez már nem teljesül. Vannak ugyanakkor olyan hidrodinamikai, úgynevezett tűzgűrű megoldások, amelyekben $B < 0$ [51]. Ezekben a hőmérséklet közepén kicsi, kifelé egy maximumig nő, majd megint csökken. Ilyen messzemenő következtetést azonban egyelőre nem vonnék le, hiszen az analízis során én is monoton profilt tételeztem fel.



21. ábra. Az R Lévy-skálaparaméter az m_T transzverz tömeg függvényében, különböző centralitás osztályokban, pozitív (fent) és negatív (lent) hadronpárookra. A hibadobozok a fluktuáló szisztematikus hibát, a hibavonalak a statisztikus hibát jelölik. A konstans szisztematikus hiba (Correl. syst.) az ábrafeliraton látható.



22. ábra. $1/R^2$ az m_T transzverz tömeg függvényében, különböző centralitás osztályokban, pozitív (fent), illetve negatív (lent) hadronpárok esetén. A hibadobozok a fluktuáló szisztematikus hibát, a hibavonalak a statisztikus hibát jelölik. A konstans szisztematikus hiba (Correl. syst.) az ábrafeliraton látható. Az adatokra lineáris függvényt illesztettem. Az illesztések eredményei a 4. táblázatban találhatók.

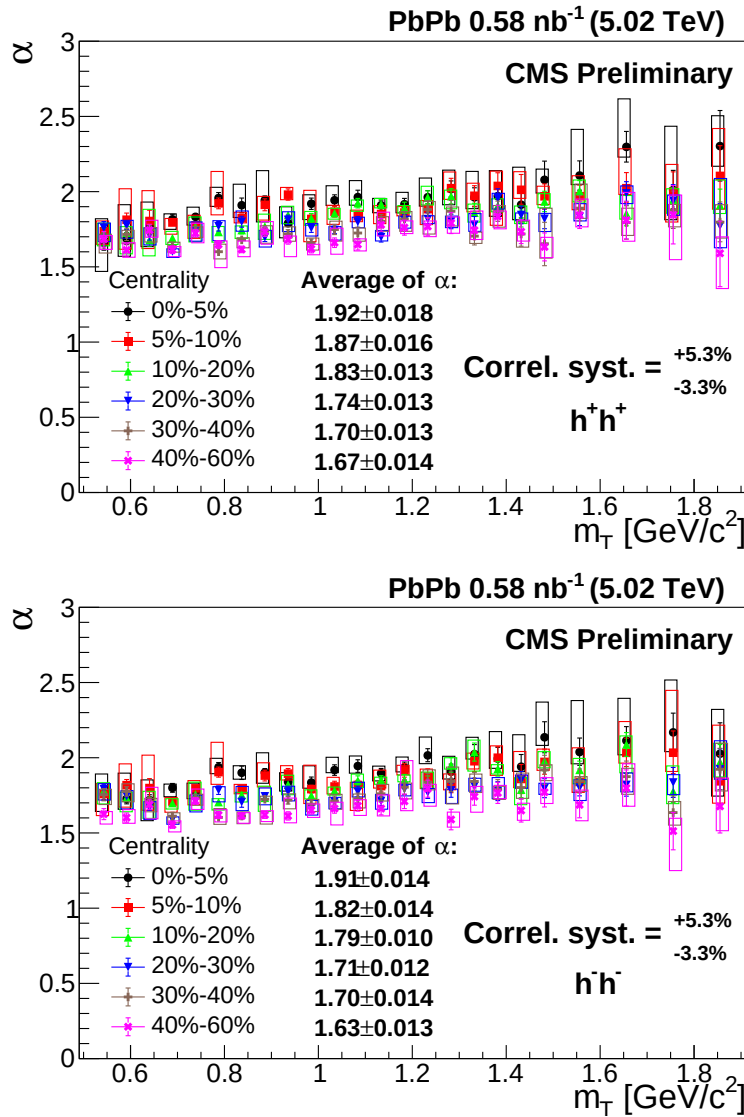
cent[%]	h^+h^+			h^+h^-		
	A	$\frac{c^2}{\text{fm}^2 \text{GeV}}$	B[fm ⁻²]	CL[%]	A	$\frac{c^2}{\text{fm}^2 \text{GeV}}$
0-5	0.086±0.003	-0.021±0.003	37.0	0.084±0.002	-0.019±0.002	10.5
5-10	0.094±0.003	-0.021±0.003	92.5	0.092±0.003	-0.021±0.002	78.1
10-20	0.115±0.003	-0.032±0.003	22.2	0.110±0.002	-0.028±0.002	1.0
20-30	0.130±0.003	-0.029±0.003	13.3	0.125±0.003	-0.027±0.003	23.2
30-40	0.154±0.005	-0.033±0.004	64.6	0.154±0.004	-0.033±0.004	6.2
40-60	0.195±0.006	-0.034±0.005	79.7	0.192±0.006	-0.034±0.005	82.7

4. táblázat. $1/R^2$ lineáris illesztésének eredményei és konfidenciaszintjei pozitív (balra) és negatív (jobbra) hadronpárok esetén.

4.2. Az α Lévy-stabilitási index

A Lévy-stabilitási index a Lévy-eloszlás feltételezése miatt megjelenő, a Gaussi közelítéshez képest új paraméter. Azt mutatja meg, hogy a forrás alakja mennyire különbözik a Gauss-eloszlástól, ami a Lévy-eloszlás $\alpha = 2$ esete. Fontos, hogy értéke nem lehet nagyobb, mint 2, hiszen akkor az eloszlás nem lenne stabil.

A kétrészecske analízis során kapott α értékek a 23. ábrán láthatók. Adott centralitás esetén az értékek nagyjából m_T -től függetlenül, konstansként viselkednek, de vannak azért ettől a trendtől eltérő adatpontok is. A konstans függvény feltételezése csak a három periférikusabb centralitás esetén vezet statisztikailag elfogadható illesztésre, éppen ezért az ábrákon az illesztések helyett csak az adott centralitásra vett átlagok szerepelnek. Ezek a centralitás csökkenésével egyértelmű csökkenő trendet mutatnak, ami azt jelenti, hogy a forrás alakja függ az ütközés centralitásától. Összességében elmondható, hogy α átlagos értékei 1,6 és 2 közé esnek, vagyis helyes volt a Lévy-eloszlás feltételezése. Mindemelett főleg centrális ütközések esetén a forrás alakja nem tér el nagyon a Gauss-eloszlástól.



23. ábra. Az α Lévy-stabilitási index az m_T transzverz tömeg függvényében, különböző centralitás osztályokban, pozitív (fent), illetve negatív (lent) hadronpárok esetén. A hibadobozok a fluktuáló szisztematikus hibát, a hibavonalak a statisztikus hibát jelölik. A konstans szisztematikus hiba (Correl. syst.) az ábrafeliraton látható.

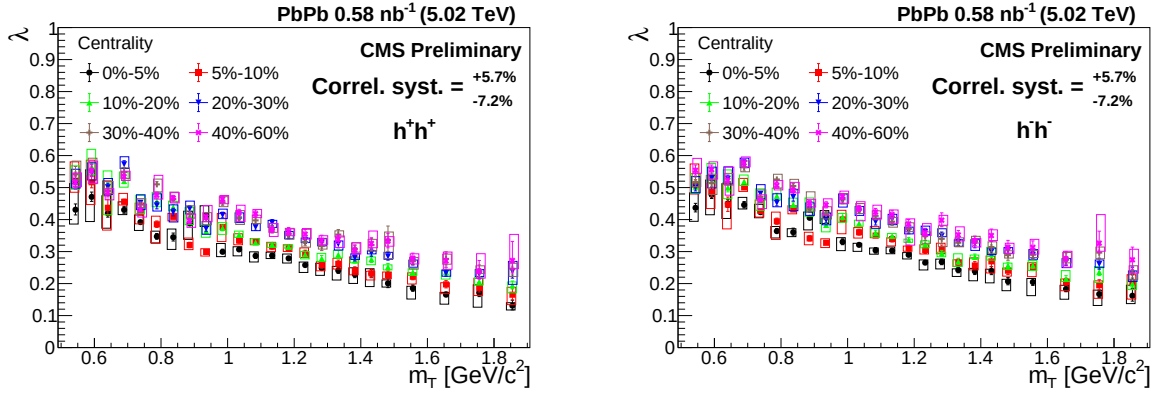
4.3. A λ_2 kétrészecske korrelációs erősség

A λ_2 paraméter a kétrészecske korreláció erősségét jellemzi. A kétrészecske korrelációs függvényben ez a csúcs magasságában nyilvánul meg. A paraméter értékét, a 2.4. alfejezetben ismertetettek szerint főként a mag–glória-modell határozza meg, de emellett szerepet játszhat parciális koherencia jelenléte is. Ezeket a modelleket használva λ_2 értéke 0 és 1 közé kell hogy essen, ahol az 1 annak a határesetnek felel meg, amikor a glóriarészecskék száma nulla és teljesen inkoherens a pionkeltés. Az illesztésekből származó λ_2 értékek a 24. ábrán találhatók. Ezeken az figyelhető meg, hogy λ_2 valóban az előzetesen várt régióba esik és egy erős csökkenő trendet mutat m_T -ben. Ezen felül észrevehető még egy gyenge centralitásfüggés is, mivel a centralitás növelésével λ_2 értéke csökkenni látszik.

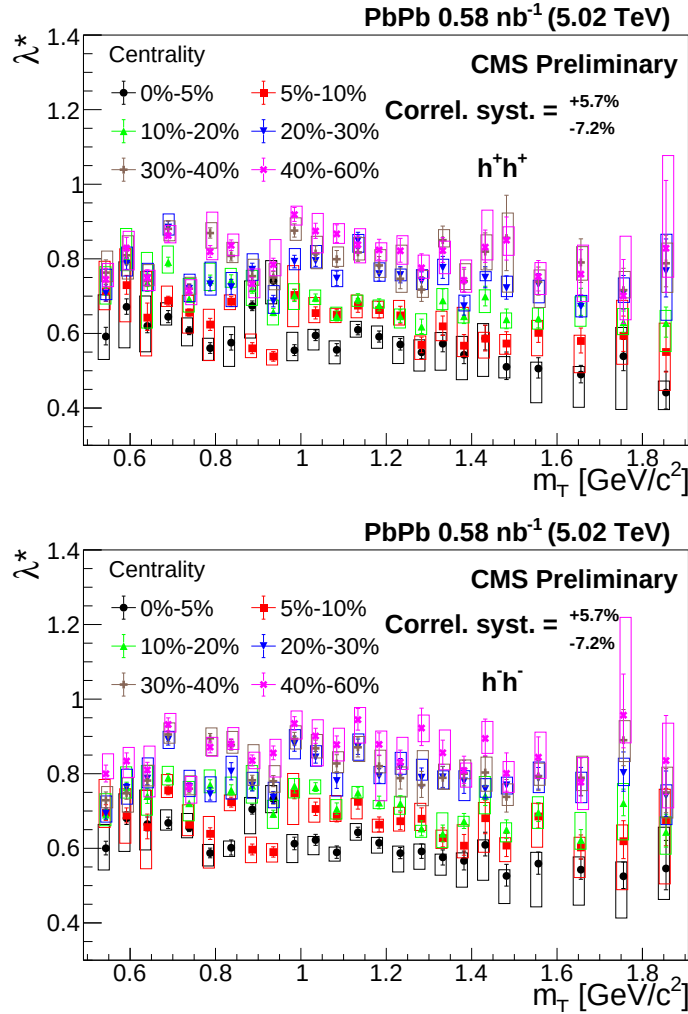
A tapasztalt mértékű csökkenő trendet semmilyen elméleti modell nem indokolja. Fontos azonban, hogy ennek a paraméternek az értékét erősen befolyásolhatja a részecskeazonosítás hiánya. A korreláció erőssége arányos a valódi pionpárok számával, amiből következik, hogy λ_2 értéke nem lehet nagyobb a pionok arányának négyzeténél. Ez önmagában még nem vezetne az m_T -ben tapasztalt csökkenő trendhez. Ha azonban figyelembe vesszük, hogy a pionok aránya folyamatosan csökken m_T növelésével (a növekvő kaon és proton arányok miatt), akkor már megmagyarázható a csökkenő trend. Kérdés, hogy ez a jelenség okozhat-e ilyen mértékű csökkenést. Ennek a kérdésnek a vizsgálatához bevezettem a következő paramétert:

$$\lambda_2^* = \frac{\lambda_2}{(N_{\text{pion}}/N_{\text{hadron}})^2}. \quad (79)$$

Ez visszaskálázza a λ_2 értékeket a pionarány négyzetével, vagyis az így kapott λ_2^* már nem tartalmazza a részecskeazonosítás hiánya miatti effektust. A pionarányok meghatározásához az ALICE kísérlet által mért kaon és proton arányokat használtam [49]. Ezek különböznek az egyes centralitás és m_T osztályok esetén. Az így kapott λ_2^* értékek a 25. ábrán láthatók. Itt már az látszik, hogy az értékek adott centralitás esetén közelítőleg konstans trendet mutatnak. Ez tehát azt jelenti, hogy a λ_2 esetén tapasztalt csökkenést valóban a részecskeazonosítás hiánya okozza és a paraméter valójában közelítőleg konstans trenddel rendelkezik. A visszaskálázott λ_2^* értékeknél is megfigyelhető a centralitásfüggés. Centrális esetekben az érték általában kisebb, mint periférikus esetekben. Ez arra utal, hogy a centralitás növekedésével nő a glória részecskék aránya, ez ugyanis λ_2 csökkenéséhez vezet. Ezen a ponton az sem zárható ki, hogy ezt a jelenséget centralitásfüggő p_c paraméter, azaz centralitásfüggő mértékű koherens pionkeltés okozza. A későbbi 5.3. fejezetben látni fogjuk azonban, hogy p_c nem centralitásfüggő.



24. ábra. A λ_2 korrelációs erősség az m_T transzverz tömeg függvényében, különböző centralitás osztályokban, pozitív (balra), illetve negatív (jobbra) hadronpárok esetén. A hibadobozok a fluktuáló szisztematikus hibát, a hibavonalak a statisztikus hibát jelölik. A konstans szisztematikus hiba (Correl. syst.) az ábrafeliraton látható.



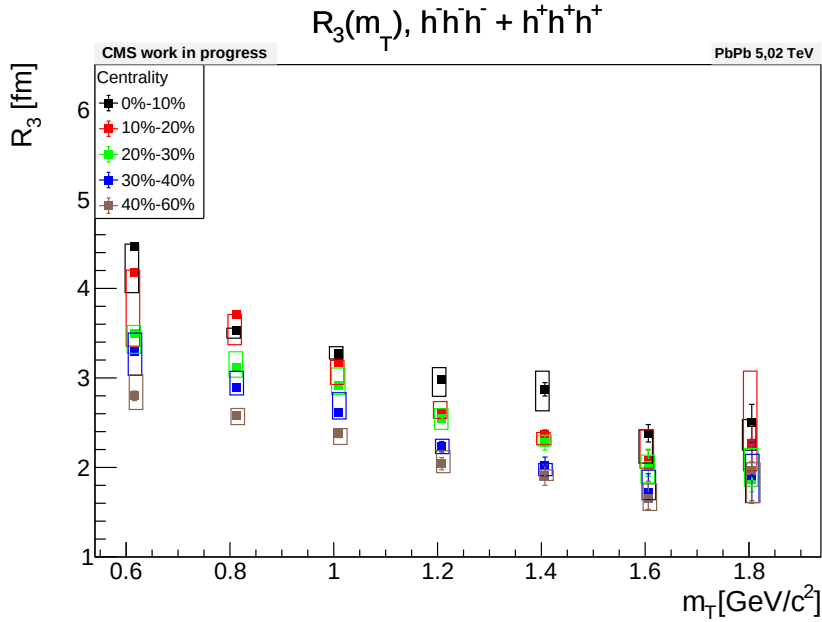
25. ábra. A λ_2^* pion aránnyal visszaskálázott kétrészecske korrelációs erősség az m_T transzverz tömeg függvényében, különböző centralitás osztályokban, pozitív (balra), illetve negatív (jobbra) hadronpárok esetén. A hibadobozok a fluktuáló szisztematikus hibát, a hibavonalak a statisztikus hibát jelölik. A konstans szisztematikus hiba (Correl. syst.) az ábrafeliraton látható.

5. Háromrészcseke eredmények

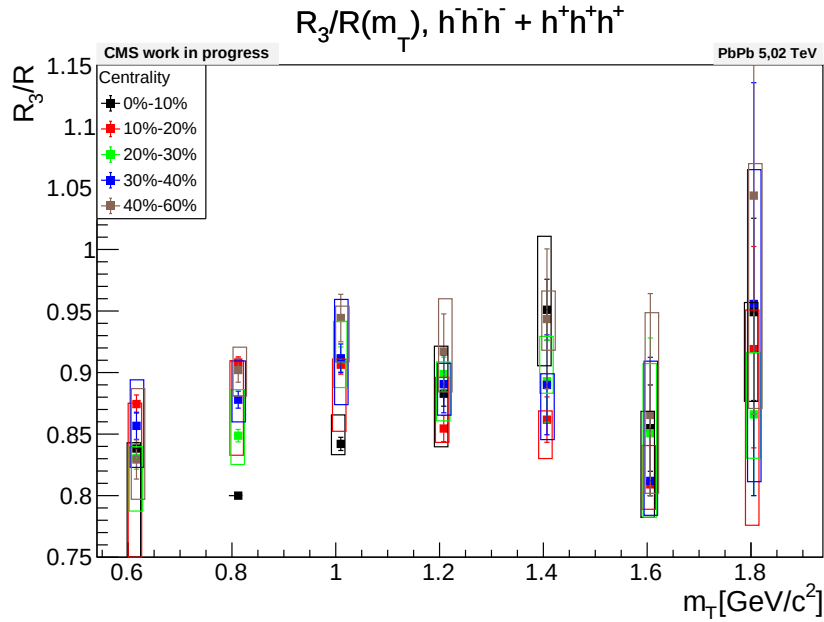
A háromrészcseke analízis fő célja az l_3 paraméter meghatározása volt. Ebből a paraméterből – λ_2 kétrészcseke korrelációs erősség értékét ismerve – meghatározható λ_3 háromrészcseke korrelációs erősség, valamint κ_3 mag–glória független paraméter. Ebben a fejezetben az ezekre kapott eredményeket mutatom be a vizsgált centralitás és m_T osztályokban.

5.1. Lévy skálaparaméter és stabilitási index

A háromrészcseke analízis során több ponton is felhasználtam a kétrészcseke analízis eredményeit. Már rögtön Q_3 kiszámításához szükség van α értékére, de a (67)-es egyenletben szereplő transzformáció elvégzéséhez is kell mindhárom paraméter (R, α, λ_2) értéke. Ezen felül a korrelációs függvényre illesztett alakban is szerepel az R és az α paraméter. Az illesztések során α fix volt, tehát annak értékei azonosak a kétrészcseke eredményekkel. Az R paraméterben az illesztés során megengedtem $\pm 20\%$ eltérést a kétrészcseke eredményekhez képest. Az így kapott (R_3 -mal jelölt) értékek a 26. ábrán láthatók. A kétrészcseke eredményekhez hasonlóan itt is megfigyelhető a csökkenő trend és a centralitásfüggés. Megvizsgáltam, hogy az R_3 értékek mennyire térnek el a kétrészcseke analízis során kapott R értékektől. A két mennyiség hányadosa a 27. ábrán látható. Szinte minden esetben azt kaptam, hogy R_3 valamivel kisebb, mint R . Az eltérés jellemzően 5% és 20% között mozog.



26. ábra. A háromrészcseke analízis során kapott R_3 paraméter az m_T transzverz tömeg függvényében, különböző centralitás osztályokban. A hibadobozok a szisztematikus hibát, a hibavonalak a statisztikus hibát jelölik.



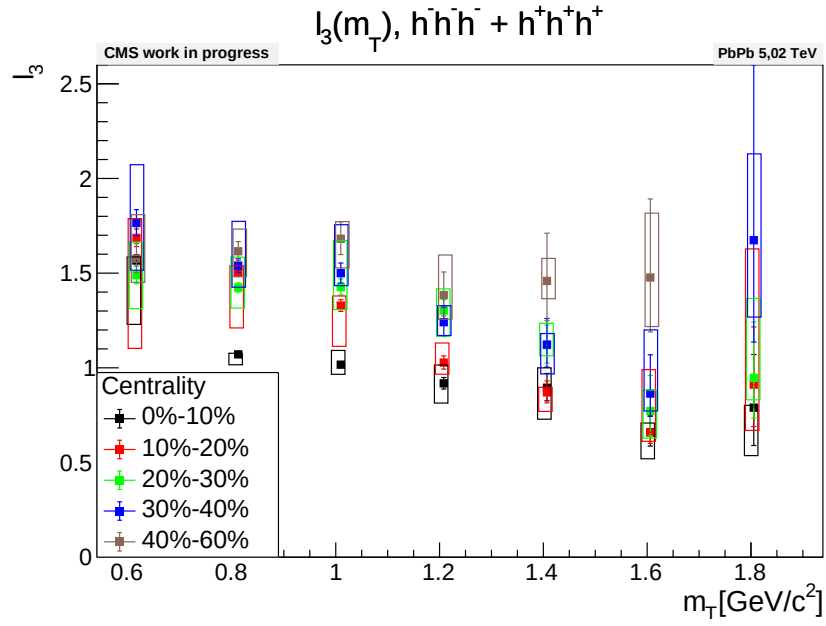
27. ábra. A háromrészcseke analízis során kapott R_3 és a kétrészcseke mérés során kapott R Lévy skálaparaméterek hányadosa az m_T transzverz tömeg függvényében, különböző centralitás osztályokban. A hibadobozok a szisztematikus hibát, a hibavonalak a statisztikus hibát jelölik.

5.2. Az l_3 paraméter és a λ_3 háromrészcseke korrelációs erősség

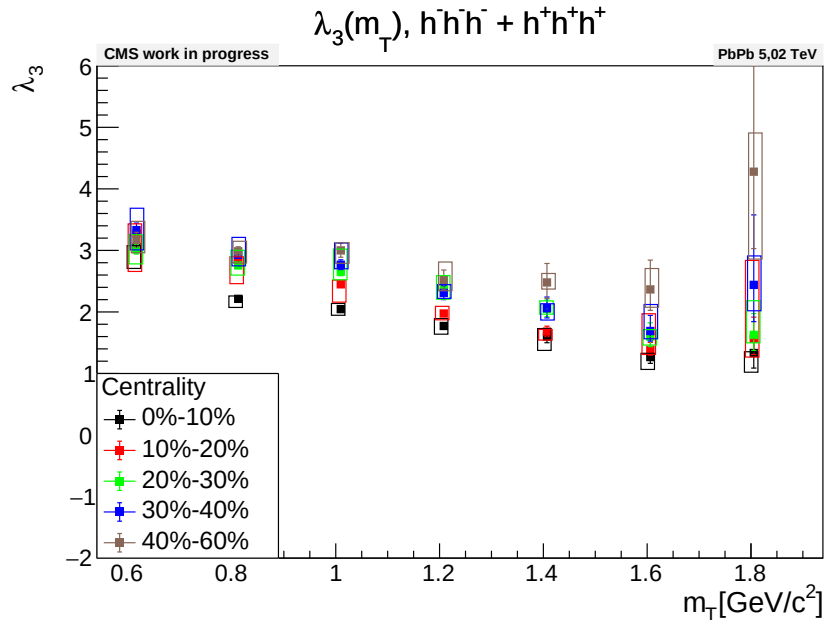
Az l_3 paraméter a háromrészcseke szektor erőssége a háromrészcseke korrelációban. A mag-glória modell értelmében, a parciális koherenciát is figyelembe véve, a (48)-as összefüggés miatt l_3 0 és 2 közötti értéket vehet fel. A 28. ábrán megfigyelhető, hogy a mért értékek ennek a feltételnek maximálisan eleget tesznek. Az eredményekben ezen felül látható egy m_T -ben csökkenő trend, valamint némi centralitásfüggés is.

A kétrészcseke eredményekből kapott λ_2 értékeket használva, kiszámoltam a λ_3 háromrészcseke korrelációs erősséget a (47)-es egyenlet szerint. Az így kapott értékek a 29. ábrán láthatók. Ezek eleget tesznek azon mag-glória modellből származó várakozásnak, miszerint λ_3 0 és 5 közötti értéket vehet fel. Itt is megfigyelhető a csökkenő trend, valamint a centralitásfüggés.

Ezeket az eredményeket látva, a csökkenő trend miatt felmerülhet, hogy a 4.3. alfejezetben bemutatott λ_2^* -hoz hasonlóan itt is érdemes lehet valamilyen pionaránnal visszaskálázott mennyiséget bevezetni. l_3 -at elméletileg a pionarány köbével lehetne visszaskálázni, majd a visszaskálázott mennyiségekből kiszámolni λ_3^* -ot. Ezeket a számításokat egyelőre még nem végeztem el, de a közeljövőben terveim között szerepel.



28. ábra. Az l_3 paraméter az m_T transzverz tömeg függvényében, különböző centralitás osztályokban. A hibadobozok a szisztematikus hibát, a hibavonalak a statisztikus hibát jelölik.

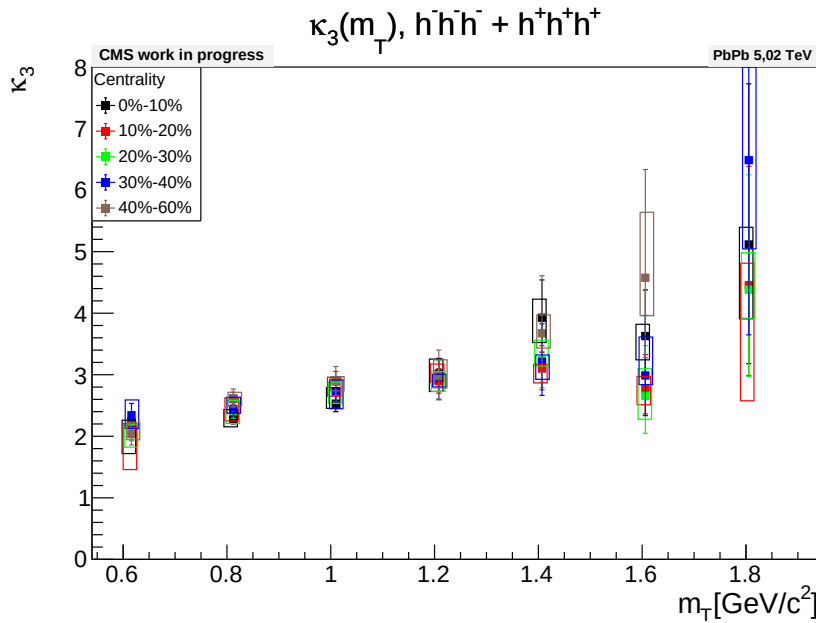


29. ábra. A λ_3 háromrészesecske korrelációs erősség az m_T transzverz tömeg függvényében, különböző centralitás osztályokban. A hibadobozok a szisztematikus hibát, a hibavonalak a statisztikus hibát jelölik.

5.3. A κ_3 mag–glória független paraméter

A κ_3 paraméter azért került bevezetésre, mert ez már csak p_c -től, vagyis a magban esetleg jelenlévő koherens pionkeltéstől függ. A háromrészecske analízis végső célja tulajdonképpen ennek a paraméternek a meghatározása, hiszen ebből következtethetünk parciális koherencia esetleges jelenlétére. A (39)-es egyenlet szerint κ_3 értéke csak 0 és 1 közé eshet, ahol az 1 felel meg a teljesen inkoherens pionkeltésnek. Éppen ezért nagyon meglepőek a 30. ábrán látható eredmények, ugyanis κ_3 értéke mindenhol jóval nagyobb 1-nél. Emellett megfigyelhető még egy növekvő trend is, valamint az, hogy eltűnt a centralitásfüggés. Ezutóbbi tény azt jelenti, hogy a centralitásfüggést a mag–glória-modellben bevezetett f_c mennyiség hordozza.

Arra, hogy κ_3 értéke miért ennyivel nagyobb a várt értéknél egyelőre nem sikerült választ találnom. κ_3 -ban gyakorlatilag l_3 és $\lambda_2^{3/2}$ hányadosa szerepel. Mivel mindkettő a pionarány köbével arányos, ezért elméletileg κ_3 -ból kiesik a részecskeazonosítás okozta effektus. Egy lehetséges magyarázat lehet, hogy a mért l_3 értékek valamilyen okból nem csökkennek a részecskeazonosítás hiánya miatt. Ekkor κ_3 -at megszorozva a $\lambda_2^{3/2}$ -ból származó pionarány köbével, 1 körüli értéket kapnánk. Egyelőre azonban semmi nem utal arra, hogy l_3 -at ne módosítaná a részecskeazonosítás hiánya.



30. ábra. A κ_3 mag–glória független paraméter az m_T transzverz tömeg függvényében, különböző centralitás osztályokban. A hibadobozok a szisztematikus hibát, a hibavonalak a statisztikus hibát jelölik.

6. Összefoglalás

Tudományos diákköri munkám során két- és háromrészecske Bose–Einstein korrelációs függvények analízisével foglalkoztam. Az analízishez a CMS kísérlet által 2018-ban rögzített $\sqrt{s_{NN}} = 5,02$ TeV Pb+Pb ütközések adatait használtam, amely összességében nagyjából 3 milliárd eseményt jelentett. A bemutatott módszereket használva megmértem a két- és háromrészecske korrelációs függvényeket különböző centralitás és K_T átlagos transzverz impulzus osztályokban. Az eredmények leírásához parciális koherenciát is tartalmazó mag–glória-modellnek megfelelő gömbszimmetrikus Lévy-típusú forrást tételeztem fel, valamint figyelembe vettem a Coulomb-kölcsönhatás szerepét is. A kétrészecske korrelációs függvényre történő illesztéssel meghatároztam a három fizikai paraméter (R Lévy skálaparaméter, α Lévy-stabilitási index, λ_2 kétrészecske korrelációs erősség) értékét a különböző centralitás és K_T osztályokban. Ezeket az eredményeket is felhasználva, a háromrészecske korrelációs függvényre történő illesztéssel meghatároztam az l_3 paraméter értékét. Ebből kiszámoltam λ_3 háromrészecske korrelációs erősség és κ_3 mag–glória független paraméter értékét a vizsgált centralitás és K_T osztályokban. Végül elemeztem a kapott paraméterek centralitás és m_T transzverz tömeg függését.

Az R paraméterről igazoltam, hogy a forrás térbeli skáláját jellemzi, valamint, hogy Lévy forrás esetén is teljesül $1/R^2$ hidrodinamikai lineáris skálázása m_T -ben. Ezt a linearitást kihasználva az egyenes meredekségéből megbecsültem a tágulást jellemző Hubble-paraméter értékét, amely 0,11 c/fm és 0,18 c/fm közé esett és csökkent a centralitás növelésével. Az ütközés centralitása tehát befolyásolja a közeg tágulásának sebességét. Az egyenes tengelymetszete minden esetben negatív volt, ami nincs összhangban a modellek jóslatával és további kérdéseket vet fel. Az α paraméterről megállapítottam, hogy adott centralitás esetén konstans trend jellemzi. A különböző centralitásoknál vett átlag értéke 1,6 és 2 közé esett és a centralitással nőtt. Ez azt jelenti, hogy a forrás alakja centralitásfüggő stabilitási indexxel rendelkező Lévy eloszlás. A λ_2 paraméternél egy erős csökkenést tapasztaltam m_T függvényében, ám igazoltam, hogy ez a részecskeazonosítás hiányának az eredménye. Az ebből származó effektussal visszaskálázva egy centralitásfüggő, de nagyjából konstans trendet tapasztaltam. A centralitás növelésével csökken a visszaskálázott érték, amit valószínűleg a glória részecskék arányának centralitással való növekedése okoz.

Az l_3 paraméter a mag–glória modellből várható tartományba esett. Értéke m_T -ben csökkenő trendet mutatott és centralitásfüggéssel rendelkezett. Ennek okai megegyeznek λ_2 centralitásfüggésével. Az l_3 -ból és λ_2 -ból számolt λ_3 paraméter szintén a várt tartományba esett és nyilvánvaló módon ez is rendelkezett a csökkenő trenddel, valamint a centralitásfüggéssel. Ezzel szemben a κ_3 paraméter értéke jóval nagyobb volt a modellek által megengedett értéknél, növekvő trenddel rendelkezett és kiesett belőle a centralitásfüggés. Utóbbit megmagyarázza a koherens pionkeltést jellemző p_c paraméter centralitásfüggetlensége, de a kapott κ_3 értékek értelmezéséhez további kutatásokra van szükség.

Köszönetnyilvánítás

Szeretném megköszönni témavezetőmnek, Csanád Máténak az analízis és a dolgozatírás során nyújtott segítséget. Rengeteg jó tanácsot és ötletet kaptam tőle, valamint minden kérdésemre részletes választ. Köszönöm Lökös Sándornak az analízishez használt adatok legyártásában nyújtott segítséget.

A dolgozat az Innovációs és Technológiai Minisztérium ÚNKP-21-2 kódszámú Új Nemzeti Kiválóság Programjának a Nemzeti Kutatási, Fejlesztési és Innovációs Alapból finanszírozott szakmai támogatásával készült.

Hivatkozások

- [1] J. Rafelski. “Connecting QGP-Heavy Ion Physics to the Early Universe”. *Nucl. Phys. B Proc. Suppl.* 243-244 (2013). Szerk. Roberto Battiston és Sergio Bertolucci, 155–162. old. arXiv: 1306.2471 [astro-ph.CO].
- [2] U. W. Heinz és M. Jacob. “Evidence for a new state of matter: An Assessment of the results from the CERN lead beam program”. (2000. jan.). arXiv: nucl-th/0002042.
- [3] [PHENIX] K. Adcox és tsai. “Formation of dense partonic matter in relativistic nucleus-nucleus collisions at RHIC: Experimental evaluation by the PHENIX collaboration”. *Nucl. Phys. A* 757 (2005), 184–283. old. arXiv: nucl-ex/0410003.
- [4] [STAR] J. Adams és tsai. “Experimental and theoretical challenges in the search for the quark gluon plasma: The STAR Collaboration’s critical assessment of the evidence from RHIC collisions”. *Nucl. Phys. A* 757 (2005), 102–183. old. arXiv: nucl-ex/0501009.
- [5] [PHENIX] K. Adcox és tsai. “Suppression of hadrons with large transverse momentum in central Au+Au collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 130$ -GeV”. *Phys. Rev. Lett.* 88 (2002), 22301. old. arXiv: nucl-ex/0109003.
- [6] [PHENIX] S.S. Adler és tsai. “Centrality dependence of direct photon production in $\sqrt{s_{NN}} = 200$ -GeV Au + Au collisions”. *Phys. Rev. Lett.* 94 (2005), 232301. old. arXiv: nucl-ex/0503003.
- [7] [ALICE] B.B. Abelev és tsai. “Transverse momentum distribution and nuclear modification factor of charged particles in p -Pb collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 5.02$ TeV”. *Phys. Rev. Lett.* 110.8 (2013), 82302. old. arXiv: 1210.4520 [nucl-ex].
- [8] [ALICE] B.B. Abelev és tsai. “Transverse momentum dependence of inclusive primary charged-particle production in p -Pb collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 5.02$ TeV”. *Eur. Phys. J. C* 74.9 (2014), 3054. old. arXiv: 1405.2737 [nucl-ex].
- [9] A. Saini és S. Bhardwaj. “Elliptic Flow in Heavy Ion Collisions”. *Journal of Nuclear and Particle Physics* 4.6 (2014), 164–170. old.
- [10] [PHENIX] S.S. Adler és tsai. “Elliptic flow of identified hadrons in Au+Au collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV”. *Phys. Rev. Lett.* 91 (2003), 182301. old. arXiv: nucl-ex/0305013.
- [11] [PHENIX] A. Adare és tsai. “Elliptic and hexadecapole flow of charged hadrons in Au+Au collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV”. *Phys. Rev. Lett.* 105 (2010), 62301. old. arXiv: 1003.5586 [nucl-ex].

- [12] [ALICE] B.B Abelev és tsai. “Elliptic flow of identified hadrons in Pb-Pb collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ TeV”. *JHEP* 06 (2015), 190. old. arXiv: 1405.4632 [nucl-ex].
- [13] [CMS] S. Chatrchyan és tsai. “The CMS Experiment at the CERN LHC”. *JINST* 3 (2008), S08004.
- [14] CMS. *Overview of CMS Physics Goals and Detector*. 2008. URL: <https://twiki.cern.ch/twiki/bin/view/CMSPublic/WorkBookCMSExperiment>.
- [15] [CMS] S. Chatrchyan és tsai. “Precise Mapping of the Magnetic Field in the CMS Barrel Yoke using Cosmic Rays”. *JINST* 5 (2010), T03021. arXiv: 0910.5530 [physics.ins-det].
- [16] R Hanbury Brown, RC Jennison és MK Gupta. “Apparent angular sizes of discrete radio sources: Observations at jodrell bank, manchester”. *Natur* 170.4338 (1952), 1061–1063. old.
- [17] R. Hanbury Brown és R.Q. Twiss. “A Test of a new type of stellar interferometer on Sirius”. *Nature* 178 (1956), 1046–1048. old.
- [18] G. Goldhaber és tsai. “Pion-pion correlations in antiproton annihilation events”. *Phys. Rev. Lett.* 3 (1959), 181–183. old.
- [19] G. Goldhaber és tsai. “Influence of Bose-Einstein statistics on the anti-proton proton annihilation process”. *Phys. Rev.* 120 (1960). Szerk. R.M. Weiner, 300–312. old.
- [20] F.B. Yano és S.E. Koonin. “Determining Pion Source Parameters in Relativistic Heavy Ion Collisions”. *Phys. Lett. B* 78 (1978), 556–559. old.
- [21] S. Pratt, T. Csörgő és J. Zimányi. “Detailed predictions for two pion correlations in ultrarelativistic heavy ion collisions”. *Phys. Rev. C* 42 (1990), 2646–2652. old.
- [22] A.N. Makhlin és Yu.M. Sinyukov. “Hydrodynamics of Hadron Matter Under Pion Interferometric Microscope”. *Z. Phys. C* 39 (1988). Szerk. R.M. Weiner, 69. old.
- [23] [PHENIX] A. Adare és tsai. “Lévy-stable two-pion Bose-Einstein correlations in $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV Au+Au collisions”. *Phys. Rev. C* 97.6 (2018), 64911. old. arXiv: 1709.05649 [nucl-ex].
- [24] M. A. Lisa és tsai. “Femtoscopia in relativistic heavy ion collisions”. *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.* 55 (2005), 357–402. old. arXiv: nucl-ex/0505014.
- [25] S. Pratt. “Coherence and Coulomb Effects on Pion Interferometry”. *Phys. Rev. D* 33 (1986), 72–79. old.
- [26] G. Bertsch, M. Gong és M. Tohyama. “Pion Interferometry in Ultrarelativistic Heavy Ion Collisions”. *Phys. Rev. C* 37 (1988), 1896–1900. old.
- [27] U. A. Wiedemann és U. W. Heinz. “Particle interferometry for relativistic heavy ion collisions”. *Phys. Rept.* 319 (1999), 145–230. old. arXiv: nucl-th/9901094.
- [28] P. Achard és tsai. “Test of the τ -Model of Bose-Einstein Correlations and Reconstruction of the Source Function in Hadronic Z-boson Decay at LEP”. *Eur. Phys. J. C* 71 (2011), 1648. old. arXiv: 1105.4788 [hep-ex].
- [29] J. Bolz és tsai. “Resonance decays and partial coherence in Bose-Einstein correlations”. *Phys. Rev. D* 47 (1993). Szerk. R.M. Weiner, 3860–3870. old.
- [30] T. Csörgő, B. Lorstad és J. Zimányi. “Bose-Einstein correlations for systems with large halo”. *Z. Phys. C* 71 (1996), 491–497. old. arXiv: hep-ph/9411307.

- [31] M. Csanád. “Nagyenergiás atommagütközések téridőbeli szerkezete”. *MTA doktori értekezés* (2019).
- [32] T. Csörgő. “Particle interferometry from 40-MeV to 40-TeV”. *Acta Phys. Hung. A* 15 (2002). Szerk. W. Kittel, P.J. Mulders és O. Scholten, 1–80. old. arXiv: [hep-ph/0001233](#).
- [33] T. Csörgő és tsai. “Partial coherence in the core / halo picture of Bose-Einstein n particle correlations”. *Eur. Phys. J. C* 9 (1999), 275–281. old. arXiv: [hep-ph/9812422](#).
- [34] M. Csanád és tsai. “Multi-particle quantum-statistical correlation functions in a Hubble-expanding hadron gas”. (2020. júl.). arXiv: [2007.07167 \[hep-ph\]](#).
- [35] [PHENIX] S.S. Adler és tsai. “Bose-Einstein correlations of charged pion pairs in Au + Au collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 200\text{-GeV}$ ”. *Phys. Rev. Lett.* 93 (2004), 152302. old. arXiv: [nucl-ex/0401003](#).
- [36] T. Csörgő és B. Lorstad. “Bose-Einstein correlations for three-dimensionally expanding, cylindrically symmetric, finite systems”. *Phys. Rev. C* 54 (1996), 1390–1403. old. arXiv: [hep-ph/9509213](#).
- [37] [PHENIX] S. Afanasiev és tsai. “Kaon interferometric probes of space-time evolution in Au+Au collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 200\text{-GeV}$ ”. *Phys. Rev. Lett.* 103 (2009), 142301. old. arXiv: [0903.4863 \[nucl-ex\]](#).
- [38] [PHENIX] S.S. Adler és tsai. “Evidence for a long-range component in the pion emission source in Au + Au collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 200\text{-GeV}$ ”. *Phys. Rev. Lett.* 98 (2007), 132301. old. arXiv: [nucl-ex/0605032](#).
- [39] [PHENIX] S. Afanasiev és tsai. “Source breakup dynamics in Au+Au Collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 200\text{-GeV}$ via three-dimensional two-pion source imaging”. *Phys. Rev. Lett.* 100 (2008), 232301. old. arXiv: [0712.4372 \[nucl-ex\]](#).
- [40] [PHENIX] A. Adare és tsai. “Lévy-stable two-pion Bose-Einstein correlations in $\sqrt{s_{NN}} = 200\text{ GeV}$ Au+Au collisions”. *Phys. Rev. C* 97.6 (2018), 64911. old. arXiv: [1709.05649 \[nucl-ex\]](#).
- [41] R. Metzler, E. Barkai és J. Klafter. “Anomalous Diffusion and Relaxation Close to Thermal Equilibrium: A Fractional Fokker-Planck Equation Approach”. *Phys. Rev. Lett.* 82 (1999), 3563–3567. old.
- [42] M. Csanád, T. Csörgő és M. Nagy. “Anomalous diffusion of pions at RHIC”. *Braz. J. Phys.* 37 (2007). Szerk. Sandra S. Padula és Scott Pratt, 1002–1013. old. arXiv: [hep-ph/0702032](#).
- [43] T. Csörgő és tsai. “Bose-Einstein or HBT correlations and the anomalous dimension of QCD”. *Acta Phys. Polon. B* 36 (2005). Szerk. B. Gary, 329–337. old. arXiv: [hep-ph/0412243](#).
- [44] M.G. Bowler. “Coulomb corrections to Bose-Einstein correlations have been greatly exaggerated”. *Phys. Lett. B* 270 (1991), 69–74. old.
- [45] Yu. Sinyukov és tsai. “Coulomb corrections for interferometry analysis of expanding hadron systems”. *Phys. Lett. B* 432 (1998), 248–257. old.
- [46] M. Csanád, S. Lökös és M. Nagy. “Expanded empirical formula for Coulomb final state interaction in the presence of Lévy sources”. *Phys. Part. Nucl.* 51.3 (2020), 238–242. old. arXiv: [1910.02231 \[hep-ph\]](#).

- [47] [ALICE] B.B. Abelev és tsai. “Two- and three-pion quantum statistics correlations in Pb-Pb collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ TeV at the CERN Large Hadron Collider”. *Phys. Rev. C* 89.2 (2014), 24911. old. arXiv: 1310.7808 [nucl-ex].
- [48] [CMS] A.M. Sirunyan és tsai. “Bose-Einstein correlations in pp, pPb , and PbPb collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 0.9 - 7$ TeV”. *Phys. Rev. C* 97.6 (2018), 64912. old. arXiv: 1712.07198 [hep-ex].
- [49] [ALICE] S. Acharya és tsai. “Production of charged pions, kaons, and (anti-)protons in Pb-Pb and inelastic pp collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 5.02$ TeV”. *Phys. Rev. C* 101.4 (2020), 44907. old. arXiv: 1910.07678 [nucl-ex].
- [50] M. Chojnacki, W. Florkowski és T. Csörgő. “On the formation of Hubble flow in little bangs”. *Phys. Rev. C* 71 (2005), 44902. old. arXiv: nucl-th/0410036.
- [51] T. Csörgő. “Simple analytic solution of fireball hydrodynamics”. *Central Eur. J. Phys.* 2 (2004), 556–565. old. arXiv: nucl-th/9809011.