

Négyzetrácsban elrendezett kvantumbitek vezérlése

Országos Tudományos Diákköri Dolgozat

Készítette:

György Zoltán

Fizika BSc II., ELTE TTK

Témavezető:

Dr. Széchenyi Gábor

ELTE Fizikai Intézet, Anyagfizikai Tanszék



2022.08.02.

Kivonat

A szilárdtestekben definiált kettős kvantumdot alapú kvantumbitek ígéretes jelöltek egy jövőbeli kvantumszámítógép számára, mivel a ma piacvezető (pl. szupravezető-alapú) kvantumbitekkel ellentétben csupán pár száz nanométeresek [1]. Munkánk egyik motivációja, hogy M. Veldhorst csoportja kigondolta és szeretné megvalósítani spinqubitek szelektív vezérlését a négyzetrácsos elrendezéshez (crossbar architecture) hasonló módon [2, 3]. Mi ezért egy egyszerű modellben vizsgáljuk kettős kvantumdotban definiált (DQD) töltés- és flopping-mode spinqubitek [4, 5] szelektív vezérlését egy négyzetrácsos elrendezés esetén. A kvantumbiteket oszcilláló elektromos térrel manipuláljuk (EDSR), melyet a vezérlőelektródákra adott váltófeszültséggel hozunk létre. Ha két egymásra merőleges vezérlőelektródára olyan AC feszültségeket kötünk, hogy azok frekvenciájának összege közelítőleg megegyezik az általunk választott qubit felhasadásának nagyságával, akkor a négyzetrácsban elhelyezett kvantumbitek közül szelektíven csak egyet vezérelünk, ez az ún. bikromatikus vezérlés. Kis elektromos terek és gyenge spin-pálya kölcsönhatás mellett analitikus eredményeket kapunk a Rabi oszcilláció frekvenciájára és a Bloch-Siegert eltolódásra. Azt találjuk, hogy a Rabi frekvencia nem a tölté degenerációs pontban lesz maximális, a két tér frekvenciáinak elhangolásával nő a Rabi frekvencia, illetve hogy bizonyos esetekben lényeges a Bloch-Siegert eltolódás. Emellett vizsgáljuk a töltésaj káros hatását a Rabi oszcillációkra. Bemutatjuk a négyzetes elrendezés és a bikromatikus vezérlés leghasznosabb alkalmazását, a szelektív vezérlést és az egyqubites műveletek párhuzamosítását. Vizsgálataink során Floquet-módszert és kvázidegenerált perturbációszámítást használunk, az analitikus eredményeket numerikus szimulációkkal erősítjük meg.

Tartalomjegyzék

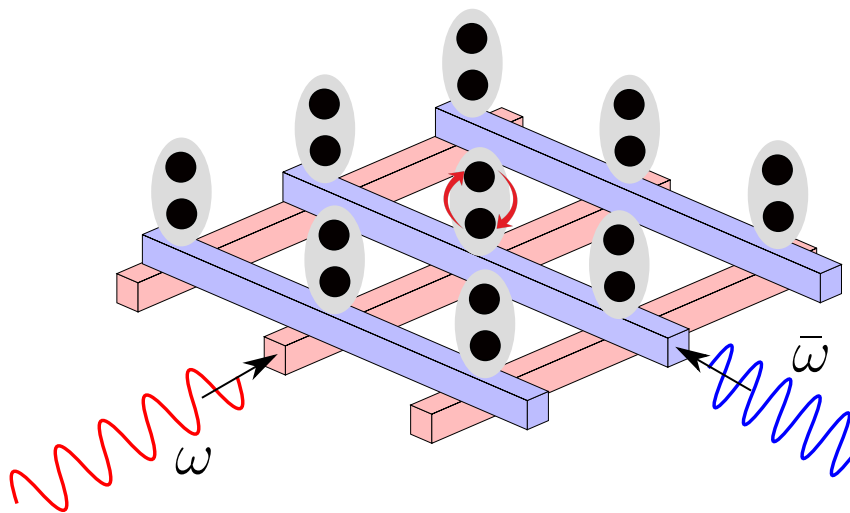
1. Bevezetés	1
2. Töltésqubit	2
2.1. Egyfotonos folyamat	2
2.2. Többfotonos folyamatok	6
3. Flopping-mode spinqubit	9
3.1. Egyfotonos folyamat	9
3.2. Maximális Rabi frekvencia	14
4. Bikromatikus vezérlés	16
5. Eredmények	17
5.1. Bikromatikus elektronspin-rezonancia	17
5.2. Töltésqubit	18
5.2.1. Monokromatikus kétfotonos Rabi oszcilláció	18
5.2.2. Bikromatikus Rabi oszcilláció	18
5.3. Flopping-mode spinqubit	19
5.3.1. Monokromatikus kétfotonos Rabi oszcilláció	20
5.3.2. Bikromatikus Rabi oszcilláció	21
6. Spinqubit általánosabb modellje	22
6.1. Egy- és kétfotonos Rabi oszcillációk	23
6.2. Bikromatikus Rabi oszcilláció	24
7. Töltészej	24
7.1. Egyfotonos Rabi oszcilláció	26
8. Kitekintés: bikromatikus Rabi oszcilláció és töltészej	27
9. Alkalmazás	28
9.1. A qubitek szelektív vezérlése	28
9.2. Egyqubitese műveletek párhuzamosítása	29
10.Összefoglalás	30
11.Függelék	32
A. Floquet-módszer	32
B. Kvázidegenerált perturbációszámítás	34
C. Bikromatikus elektronspin-rezonancia számolása	35

1. Bevezetés

A kvantumdotok használatának lehetőségét a kvantumszámítógépeknél már 1998-ban felvetették [6]. Egyik lehetőségként az elektron spin szabadsági fokát használhatjuk kvantumbiteként. A kvantumdotokból létrehozott kvantumbitek nagy előnye, hogy csupán pár száz nanométeres nagyságrendűek [1]. A spinqubiteken egybites kvantumkapukat oszcilláló mágneses térrel lehet megvalósítani [7], ezt nevezik elektronspin-rezonanciának (ESR). Kísérletileg két dolog miatt nehéz. Egyrészt kell oszcilláló mágneses tér, melyhez antenna szükséges, ez egy újabb elem, amit oda kell építeni. Másrészt pedig nehéz szelektíven vezérelni vele a kvantumbiteket. Egy jobb megoldás az EDSR (electrically driven spin resonance), amely oszcilláló mágneses tér helyett oszcilláló elektromos teret használ. Ez önmagában nem elég, szükség van valamilyen effektusra, amely összekapcsolja a spin és hely szabadsági fokokat, erre a legkézenfekvőbb megoldás a spin-pálya kölcsönhatás [8]. A spin-pálya kölcsönhatás erőssége szilícium alapú kvantumdotokban μeV nagyságrendű, germánium esetén lényegesen nagyobb [9]. Egy másik lehetőség a spin-pálya kölcsönhatás mellett inhomogén mágneses tér [10] vagy hiperfinom felhasadás használata [11]. Nagyon hasznosnak bizonyult a kettős kvantumdotok használata, mivel a töltés delokalizálódik a két dot között, így egy nagyobb csatolás jöhet létre [12]. A kísérleti megvalósítás egy dot esetén megtörtént például egy szilícium nanocső kvantumdotban [13]. Az ún. „Flopping-mode EDSR” spinfordítást jelent kettős kvantumdotban, ennek előnyeit a standard EDSR-hez képest megmutatták [4, 5]. Azt találták, hogy ez a módszer energetikailag hatékonyabb vezérlést (nagyságrendekkel kisebb elektromos tér szükséges) tesz lehetővé, emellett ha a kettős kvantumdot bezáró potenciáljának az elhangoltsága zérus, akkor jól ellenáll a rendszer a töltésszaj hatásának, és ez éppen a maximális frekvenciájú Rabi oszcillációt teszi lehetővé.

Igaz, hogy a félvezető-alapú kvantumprocesszorok [14, 15] erős lemaradásban vannak a szupravezető-alapú [16] vagy csapdázott ionos [17] kvantumszámítógépekhez képest, de az utóbbi időben rohamos fejlődésnek indultak, sikerült megfelelő jóságú kvantumkapukat megvalósítani, ami szükséges a kvantumos hibajavításhoz [18–21].

Bemutatunk egy egyszerű modellt arra, hogy hogyan lehet szelektíven vezérelni négyzetrácsos elrendezésben kettős kvantumdot alapú kvantumbiteket.



1. ábra. Bikromatikus Rabi oszcilláció létrehozása. A vezérlőelektrodák és a kettős kvantumdot alapú qubitek láthatóak. Az ω és $\bar{\omega}$ frekvenciájú elektromos tereket kapcsoljuk az elektrodákra, ebben az esetben csak a középső qubit lesz vezérelve.

Az 1. ábrán látható az elképzelésünk. A DQD alapú qubitek a vezérlőelektrodák

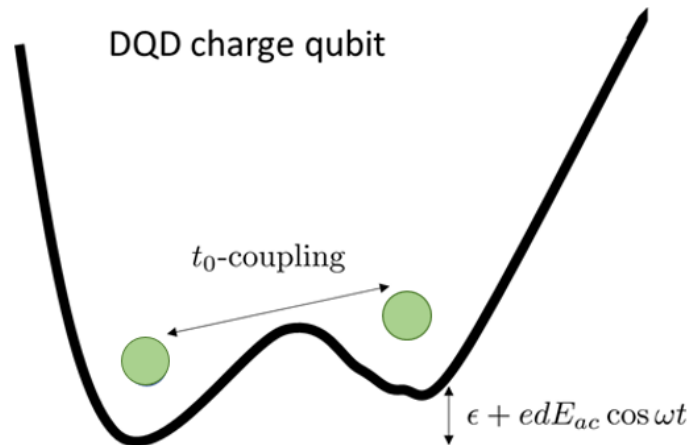
kereszteződéseiben találhatóak. Szelektív, egyqubites operációt tudunk létrehozni, ha a vezérlőelektrodákra különböző amplitudójú és frekvenciájú elektromos tereket kapcsolunk. Az derül ki, hogy ha a két oszcilláló elektromos tér frekvenciájának az összege a kvantumbit felhasadásával (az általunk használt két energia sajátállapot energiájának különbsége) egyezik meg közelítőleg, $\omega + \bar{\omega} \approx \omega_{\text{split}}$, akkor csak abban az esetben lesz egy qubit vezérelve, ha mindkét teret érzékeli. Feltesszük, hogy a qubitek csak azoknak a vezérlőelektrodáknak van szignifikáns hatása, amelyek közvetlenül a qubitek alatt vannak.

Az 1. ábrán látható példában csak a középső qubit lesz vezérelve. Ilyenkor koherens módon oszcillál a rendszerünk az alap- és az egyik gerjesztett állapot között, ezt nevezzük Rabi oszcillációnak. Azért hasznos a duplamódusú vagy bikromatikus EDSR, mert ezt használva nem kell minden egyes qubithez vezérlőelektrodát tenni, amivel speciálisan arra ható elektromos teret hozunk létre, elég csak a sorokra és oszlopokra kapcsolni az elektromos teret, így pedig csökkenteni tudjuk a vezérlőelektrodák számát, mely a rendszer skálázhatóságának szempontjából válik fontossá. Egy másik érv a kétdimenziós elrendezés mellett az az, hogy az egyik legismertebb kvantum hibajavító kód, a surface code kétdimenziós elrendezés esetén működik optimálisan [22]. A szelektív vezérlés mellett a bikromatikus gerjesztés lehetővé teszi az egyqubites műveletek párhuzamos végrehajtását minden egyes qubiten. Ez a probléma nem csak elméleti szempontból érdekes és releváns, kísérleti törekvések is vannak, például M. Veldhorst és csoportja folytat kísérleti kutatásokat, ők találták ki ezt a négyzetrácsos elrendezést (crossbar architecture) [2, 3].

2. Töltésqubit

2.1. Egyfotonos folyamat

A bonyolultabb spinqubit megértéséhez hasznos, ha először egy egyszerűbb rendszert próbálunk megérteni, ez a töltésqubit.



2. ábra. Töltésqubit

A töltésqubitet könnyen vezérelhetjük AC elektromos térrel. Egyfotonos folyamat során a rendszert két energiaszintje közötti különbségnek megfelelő frekvenciával gerjesztjük. A 2. ábrán látható, hogy egy kétfenekű potenciált jelent a DQD, az ϵ on-site energia-különbséget, azaz a potenciál lokális minimumai közötti különbséget jelenti, a t_0 pedig a csatolást a két dot között. Ha $\epsilon = 0$, vagyis ha az elhangolás a két dot között nulla, azt nevezzük töltésdegenerációs pontnak. A kettős kvantumdotot leíró modell Hamilton-

operátor:

$$H_{\text{charge}} = t_0 \tau_1 + \frac{\epsilon}{2} \tau_3, \quad (1)$$

ahol τ_1 és τ_3 Pauli-mátrixok, melyek a bal-jobb bázison értelmezettek. Ez azt jelenti, hogy az elektron a bal- vagy jobboldali dotban helyezkedik el.

Ez mátrix alakban:

$$H_{\text{charge}} = \begin{pmatrix} \frac{\epsilon}{2} & t_0 \\ t_0 & -\frac{\epsilon}{2} \end{pmatrix}. \quad (2)$$

A két sajátenergia:

$$\lambda_1 = E_0 = -\sqrt{t_0^2 + \frac{\epsilon^2}{4}} = -\frac{\sqrt{\epsilon^2 + 4t_0^2}}{2}, \quad (3)$$

$$\lambda_2 = E_1 = \sqrt{t_0^2 + \frac{\epsilon^2}{4}} = \frac{\sqrt{\epsilon^2 + 4t_0^2}}{2}. \quad (4)$$

Bevezetjük a következő jelölést:

$$\hbar\omega_0 = \sqrt{\epsilon^2 + 4t_0^2}. \quad (5)$$

Ekkor a két energia közötti különbség, vagyis a felhasadás egyenlő lesz $\hbar\omega_0$ -val. Az oszcilláló elektromos tér időben változtatja az on-site energiát. Az e az elektron töltése, d a dotok közötti távolság, E_{ac} az elektromos tér amplitudója, ω pedig az elektromos tér frekvenciája.

Az elektromos gerjesztést leíró operátor:

$$H_E = \frac{edE_{ac}}{2} \cos(\omega t) \tau_3. \quad (6)$$

Ez mátrixos alakban:

$$H_E = \begin{pmatrix} \frac{edE_{ac}}{2} & 0 \\ 0 & -\frac{edE_{ac}}{2} \end{pmatrix} \cos \omega t. \quad (7)$$

Olyan ω értéket szeretnénk választani, hogy koherens oszcillációt lássunk az alap- és gerjesztett állapot között. Ennek leírására célszerű áttérni az energia bázisra, vagyis a Hamilton-operátor időfüggetlen részének (lásd (2) egyenlet) sajátbázisára. Ekkor a Hamilton-operátor:

$$H(t) = \begin{pmatrix} -\frac{\hbar\omega_0}{2} & 0 \\ 0 & \frac{\hbar\omega_0}{2} \end{pmatrix} + \frac{edE_{ac}}{2\hbar\omega_0} \begin{pmatrix} -\epsilon & -2t_0 \\ -2t_0 & \epsilon \end{pmatrix} \cos(\omega t). \quad (8)$$

Itt már felhasználtuk az előbb bevezetett ω_0 felhasadási frekvenciát. Itt a (2) egyenlet kötő állapotát reprezentáljuk $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ -val, a (2) egyenlet lazító állapotát pedig $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ -el.

A rendszer időfejlődése nem triviális, hiszen időfüggő a Hamilton-operátor. Ennek a megoldására most a legegyszerűbb módszert használjuk, az ún. forgóhullámú közelítést (rotating wave approximation, röviden RWA).

Transzformáljuk el a Hamilton-mátrixot a következő unitér időfüggő mátrixszal:

$$U(t) = \begin{pmatrix} e^{-\frac{1}{2}i\omega t} & 0 \\ 0 & e^{\frac{1}{2}i\omega t} \end{pmatrix}. \quad (9)$$

Az eltranszformált $\tilde{H}$ operátor:

$$\tilde{H} = UHU^\dagger + i\hbar\dot{U}U^\dagger. \quad (10)$$

Az $i\hbar\dot{U}U^\dagger$ tagot azért kell hozzáadni, mert ez egy időfüggő transzformáció. Ha elvégezzük a szorzásokat:

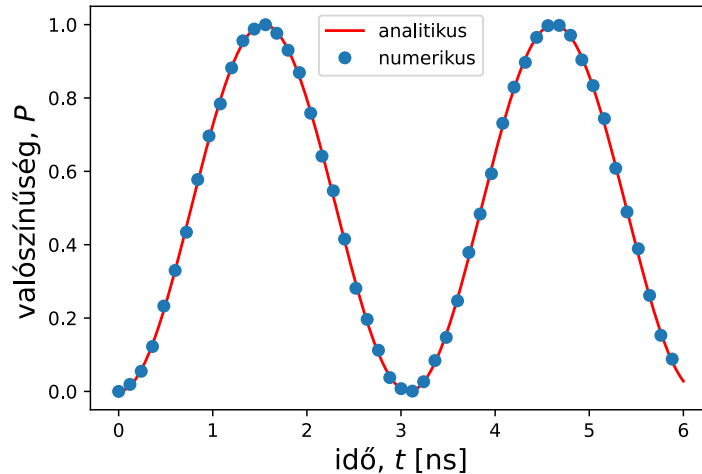
$$\tilde{H} = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} \omega - \omega_0 & 0 \\ 0 & \omega_0 - \omega \end{pmatrix} + \frac{edE_{ac}}{2\hbar\omega_0} \begin{pmatrix} -\epsilon \cos \omega t & -t_0(1 + e^{-2i\omega t}) \\ -t_0(1 + e^{2i\omega t}) & \epsilon \cos \omega t \end{pmatrix}. \quad (11)$$

Itt kihasználtuk, hogy a koszinuszt fel lehet írni exponenciálisok összegeként. A (11) egyenletben a főátlóban az $\pm\epsilon \cos \omega t$ tagokat elhagyjuk, mivel azoknak az időátlaga nulla. Az a forgóhullámú közelítés, hogy a gyorsan forgó, $e^{\pm 2i\omega t}$ tagokat el lehet hagyni. Ekkor már egy időfüggetlen Hamilton-operátorunk van:

$$\tilde{H} = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} \omega - \omega_0 & -\frac{t_0 edE_{ac}}{\hbar^2 \omega_0} \\ -\frac{t_0 edE_{ac}}{\hbar^2 \omega_0} & \omega_0 - \omega \end{pmatrix}. \quad (12)$$

A (12) egyenletben szereplő mátrixszal fel lehet írni az időfejlesztő operátort. Az időfejlesztő operátorral kell hatni az alapállapotra, ami szintén el van transzformálva ezzel az unitér transzformációval, de mivel $U(t=0) = I$ egységoperátor, ezért ugyanaz a vektor lesz. A fejlesztett állapotnak a gerjesztett komponensének az abszolút érték négyzete adja a $P(t)$ függvényt, ami azt írja le, hogy milyen valószínűséggel találjuk a rendszert a gerjesztett állapotában. Eredményként az alábbi oszcillációt kapjuk:

$$P(t) = \frac{(edE_{ac}t_0)^2}{(edE_{ac}t_0)^2 + (4t_0^2 + \epsilon^2) \left(\hbar\omega - \sqrt{4t_0^2 + \epsilon^2} \right)^2} \sin^2 \left(\frac{\sqrt{\frac{(edE_{ac}t_0)^2}{4t_0^2 + \epsilon^2} + \left(\hbar\omega - \sqrt{4t_0^2 + \epsilon^2} \right)^2}}{2\hbar} t \right).$$



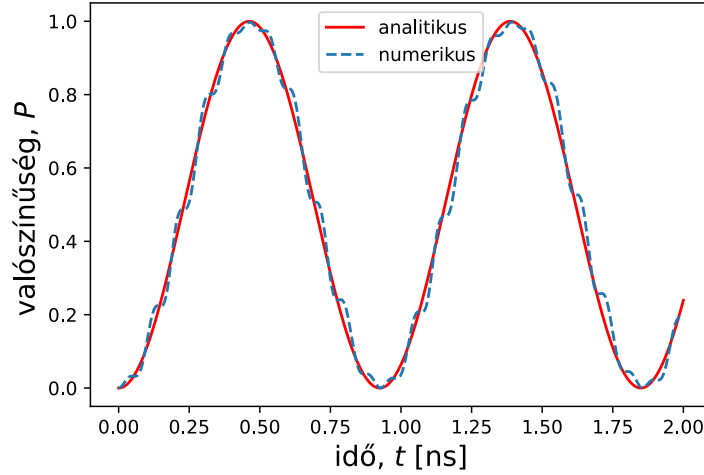
3. ábra. Töltésqubit Rabi oszcillációja kis gerjesztés mellett. Az idő függvényeként látható a valószínűség, hogy az elektront a gerjesztett állapotban találjuk. A folytonos vonal az analitikus eredményt ábrázolja $\sin^2 \frac{\Omega}{2} t$, ahol Ω a (13) egyenletben kapott érték. A pontok a numerikus eredményt ábrázolják. A paraméterek: $\epsilon = t_0 = 10 \mu\text{eV}$, $edE_{ac} = 3 \mu\text{eV}$, $\omega = \omega_0 = 33.987 \text{ GHz}$.

Teljes Rabi oszcillációt, azaz tökéletes oszcillációt az alap- és gerjesztett állapot között akkor kapunk, ha $\hbar\omega = \hbar\omega_0 = \sqrt{\epsilon^2 + 4t_0^2}$. Így kijött, hogy a rezonancia feltétele az, hogy

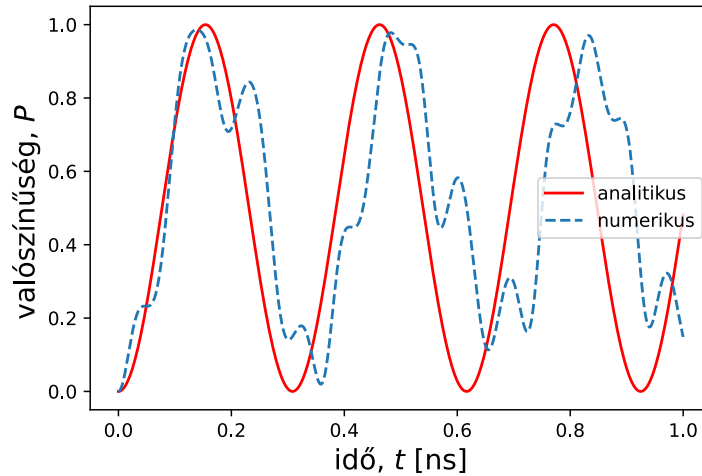
a gerjesztés frekvenciája a felhasadással legyen egyenlő. Ilyenkor $P(t) = \sin^2 \frac{\Omega}{2} t$, ahol Ω az ún. Rabi frekvencia, melynek értéke:

$$\Omega = \frac{t_0 e d E_{ac}}{\hbar^2 \omega_0}. \quad (13)$$

Ha $t = \frac{\pi}{\Omega}$ ideig hatunk a rendszeren, akkor alapállapotból gerjesztett állapotba vittük át, vagyis egy Pauli-X kaput valósítunk meg.



4. ábra. Töltésqubit Rabi oszcillációja közepes gerjesztés mellett. Az idő függvényeként látható a valószínűség, hogy az elektront a gerjesztett állapotban találjuk. A folytonos vonal az analitikus eredményt ábrázolja, $\sin^2 \frac{\Omega}{2} t$, ahol Ω a (13) egyenletben kapott érték. A szaggatott vonal a numerikus eredmény. A paraméterek: $\epsilon = t_0 = 10 \mu\text{eV}$, $edE_{ac} = 10 \mu\text{eV}$, $\omega = \omega_0 = 33.987 \text{ GHz}$.



5. ábra. Töltésqubit Rabi oszcillációja nagy gerjesztés mellett. Az idő függvényeként látható a valószínűség, hogy az elektront a gerjesztett állapotban találjuk. A folytonos vonal az analitikus eredményt ábrázolja $\sin^2 \frac{\Omega}{2} t$, ahol Ω a (13) egyenletben kapott érték. A szaggatott vonal a numerikus eredmény. A paraméterek: $\epsilon = t_0 = 10 \mu\text{eV}$, $edE_{ac} = 30 \mu\text{eV}$, $\omega = \omega_0 = 33.987 \text{ GHz}$.

Hasonlítsuk össze a kapott analitikus eredményeket numerikus szimulációkkal! A szimuláció a Schrödinger-egyenlet numerikus megoldását jelenti, ehhez a Fortran ODEPACK-ot használjuk, ami LSODA [23] algoritmust használ. A 3. ábrán össze van hasonlítva a

kapott képlet és a numerikus szimuláció, $\epsilon = t_0 = 10 \mu\text{eV}$, $edE_{ac} = 3 \mu\text{eV}$ esetén. Látható, hogy ez egy jó Rabi oszcilláció, de a közelítés is látszik, mivel valójában egy picit a szinuszos oszcilláció körül is oszcillál. A 4. ábrán $\epsilon = t_0 = 10 \mu\text{eV}$, $edE_{ac} = 10 \mu\text{eV}$. Itt már a gerjesztés majdnem fele a felhasadásnak, látható, hogy erősebb az ideális oszcilláció körüli oszcilláció. Az 5. ábrán $\epsilon = t_0 = 10 \mu\text{eV}$, $edE_{ac} = 30 \mu\text{eV}$. Ez már egy nagyon rossz oszcilláció, látszólag nem is periodikus. A szimulációk tehát azt mutatják, hogy az elektromos tér növelésével gyorsabb oszcillációt lehet elérni, de túl nagy erősség esetén az oszcilláció nem szinuszos, a forgóhullámú közelítés nem érvényes. A forgóhullámú közelítés akkor működik jól, ha a felhasadás nagyjából egy nagyságrenddel nagyobb, mint a gerjesztés erőssége.

2.2. Többfotonos folyamatok

A többfotonos folyamatok azokat az oszcillációkat jelentik, amelyeknél $\omega = \frac{\omega_0}{N}$, ahol N egész szám. Ezeknek az oszcillációknak [24, 25] az elméleti leírása ismert és kísérletileg is demonstrálva lettek, elektromosan gerjesztett kvantumdotban is [26–28]. Ennek ellenére az általunk használt modellben bemutatjuk ezeket az oszcillációkat. Első lépésként térjünk át a bal-jobb bázisból az együttmozgó rendszerbe, ami a teljes időfüggő Hamilton-operátor sajátbázisára történő transzformálását jelenti. Ez egy időfüggő unitér transzformáció. Az egyszerűbb kifejezések kedvéért vezessük be a következő jelöléseket:

$$b = \frac{\epsilon + edE_{ac} \cos \omega t}{2}, \quad E = \sqrt{b^2 + t_0^2}. \quad (14)$$

A transzformációt leíró unitér mátrixok:

$$U = \begin{pmatrix} -\sqrt{\frac{E-b}{2E}} & \frac{t_0}{\sqrt{2(E^2-Eb)}} \\ \sqrt{\frac{E+b}{2E}} & \frac{t_0}{\sqrt{2(E^2+Eb)}} \end{pmatrix}, \quad U^\dagger = \begin{pmatrix} -\sqrt{\frac{E-b}{2E}} & \sqrt{\frac{E+b}{2E}} \\ \frac{t_0}{\sqrt{2(E^2-Eb)}} & \frac{t_0}{\sqrt{2(E^2+Eb)}} \end{pmatrix}. \quad (15)$$

A transzformáció időderiváltja:

$$\dot{U} = \frac{t_0 \dot{b}}{2\sqrt{2}E^2} \begin{pmatrix} \frac{t_0}{E} \sqrt{\frac{E}{E-b}} & \sqrt{\frac{E-b}{E}} \\ \frac{t_0}{E} \sqrt{\frac{E}{E+b}} & -\sqrt{\frac{E+b}{E}} \end{pmatrix}. \quad (16)$$

Az időfüggésből adódó extra tag:

$$i\hbar \dot{U} U^\dagger = \begin{pmatrix} 0 & \frac{i\hbar t_0 \dot{b}}{2E^2} \\ -\frac{i\hbar t_0 \dot{b}}{2E^2} & 0 \end{pmatrix}. \quad (17)$$

Az eltranszformált Hamilton-mátrix a (10) egyenlet alapján:

$$H'(t) = \begin{pmatrix} -E & \frac{i\hbar t_0 \dot{b}}{2E^2} \\ -\frac{i\hbar t_0 \dot{b}}{2E^2} & E \end{pmatrix}. \quad (18)$$

A mátrix összes eleme időfüggő. A főátlóban az elem:

$$E = \sqrt{\frac{(\epsilon + edE_{ac} \cos \omega t)^2}{4}} + t_0^2. \quad (19)$$

Ez a kifejezés $E_{ac} = 0$ mellett megegyezik $\frac{\hbar\omega_0}{2}$ értékével. Kis terek esetén ehhez egy időfüggő korrekció jön. Ez vezet el a Bloch-Siegert eltolódáshoz, ami azt jelenti, hogy a gerjesztés frekvenciája (ω) nem pontosan a felhasadással egyezik meg, hanem hozzá kell adni egy, az elektromos tér miatt megjelenő kis korrekciót, az ún. Bloch-Siegert frekvenciát. Ez nem az a frekvencia, amit Felix Bloch és Arnold Siegert az eredeti [29] cikkükben leírtak. Ott a korrekció a forgó tag elhanyagolásából adódik, itt pedig a figyelmen kívül hagyott plusz elemből, az $\epsilon \cos \omega t$ -ből. Ennek ellenére erre az effektusra Bloch-Siegert eltolódásként hivatkozunk. Az eltolódásra intuitív kép az, hogy az előbb említett energia időben változik, ezért az effektív (átlag) energiakülönbség kicsit nagyobb lesz. Az időfüggő energiát az elektromos térben sorba lehet fejteni, akkor koszinuszok páros hatványait kapjuk, azoknak vesszük az időátlagát, ekkor adott rendig elmenve kapunk egy kifejezést a Bloch-Siegert korrekcióra. Ez nagyságrendileg jó eredményt ad, de konstans szorzóban eltér a helyes eredménytől. Helyes eredményt majd a később tárgyalt Floquet-módszer és kvázidegenerált perturbációszámítás ad.

Az időfüggő Hamilton-operátor offdiagonális eleme függ az időtől, ha ezt Fourier-sorba fejtjük, akkor az $\sin(k\omega t)$ tagokat tartalmaz, ahol k egész szám. Ezeknek a tagoknak a megjelenése azt mutatja, hogy $\frac{\omega_0}{k}$ frekvenciájú térrel is lehet teljes Rabi oszcillációt létrehozni. Ezt könnyedén be lehet látni, az első részben tárgyalt módon, a (9) egyenlet alapján, csak az unitér transzformációban $e^{-\frac{1}{2}i\omega t}$ és $e^{\frac{1}{2}i\omega t}$ tagok helyett $e^{-\frac{1}{2}ki\omega t}$ és $e^{\frac{1}{2}ki\omega t}$ vannak. Ugyanúgy forgóhullámú közelítés segítségével csak az időfüggetlen tagokat tartjuk meg a Hamilton-operátorban. A Fourier-sorban egyedül a rezonáns tag lesz konstans, az összes többi (végtelen sok) tag gyorsan forog, azokat hagyjuk el. Ez matematikailag nem biztos, hogy korrekt, de a későbbi bonyolultabb, de matematikailag korrekt módszer, az ún. Floquet-módszer is ugyanezt az eredményt adja majd. Jelen esetben a Fourier-sorfejtés túl bonyolult lenne, ezért vizsgálatunkat megszorítjuk a gyenge elektromos terek esetére, és $\frac{edE_{ac}}{\hbar\omega_0}$ szerint fejtjük Taylor-sorba 0 körül az offdiagonális elemet. A sorfejtésnek az n . tagja:

$$a_n = \frac{\hbar\omega t_0 (edE_{ac})^n F(\epsilon, t_0)}{(4t_0^2 + \epsilon^2)^n} \cos^{n-1} \omega t \sin \omega t, \quad (20)$$

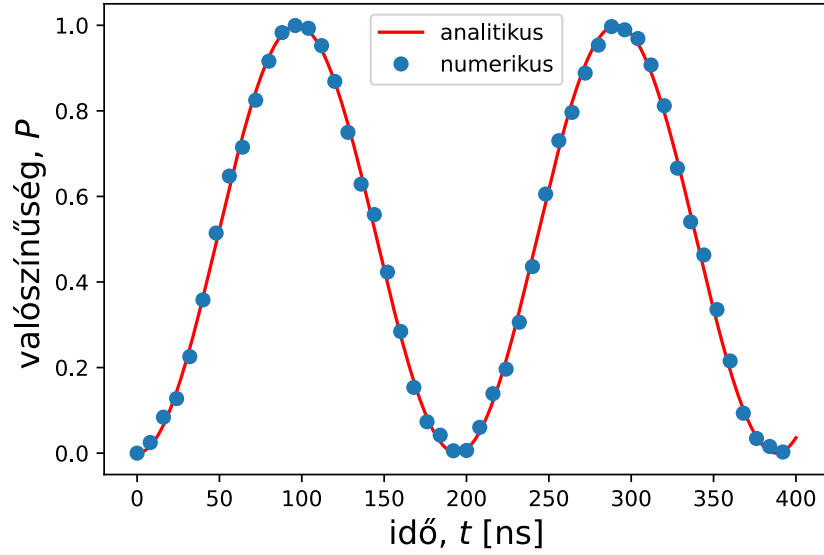
ahol $F(\epsilon, t_0)$ ϵ -nak és t_0 -nak n -nél eggyel kisebb rendű polinomja. Ha $edE_{ac} \ll \sqrt{4t_0^2 + \epsilon^2}$, akkor a tagok csökkenni fognak, tehát elég a vezető rendet figyelembe venni. A $\cos^{n-1} \omega t \sin \omega t$ -t fel lehet bontani $\sin k\omega t$ tagok lineáris kombinációjára, ahol $k \leq n-1$. Egy adott k -s tag több különböző n esetén megjelenhet, ezért elvileg össze kellene gyűjteni az összeset, de mi csak a vezető rendű, edE_{ac} – ben legkisebb hatványkitevőjű tagot tartjuk meg.

A kétfotonos frekvenciához vegyük az a_2 -t:

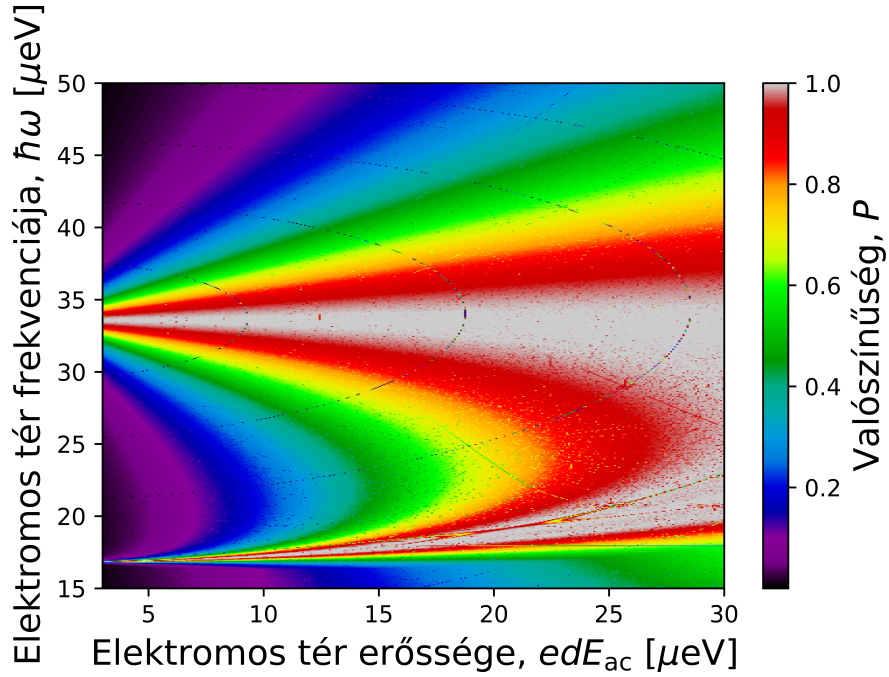
$$a_2 = \frac{2\hbar\omega t_0 \epsilon (edE_{ac})^2 \sin \omega t \cos \omega t}{(4t_0^2 + \epsilon^2)^2} = \frac{\hbar\omega t_0 \epsilon (edE_{ac})^2 \sin 2\omega t}{(4t_0^2 + \epsilon^2)^2}. \quad (21)$$

Ebből a kétfotonos folyamat Rabi frekvenciája:

$$\Omega_2 = \frac{(edE_{ac})^2 t_0 \epsilon}{\hbar^4 \omega_0^3}. \quad (22)$$



6. ábra. Töltésqubit kétfotonos Rabi oszcillációja. Az idő függvényeként látható a valószínűség, hogy az elektront a gerjesztett állapotban találjuk. A folytonos vonal az analitikus eredményt ábrázolja $\sin^2 \frac{\Omega}{2} t$, ahol Ω a (22) egyenletben kapott érték. A pontok a numerikus eredményt ábrázolják. A paraméterek: $\epsilon = 10 \mu\text{eV}$, $t_0 = 14 \mu\text{eV}$, $edE_{ac} = 2 \mu\text{eV}$, $\omega = \frac{\omega_0}{2}$.



7. ábra. . Töltésqubit egy- és kétfotonos oszcillációi. Numerikus szimuláció eredménye, a $t = 200$ ns ideig elért maximális valószínűséget mutatja az elektromos tér erőssége és frekvenciája függvényében. Paraméterek: $\epsilon = t_0 = 15 \mu\text{eV}$.

A 6. ábra mutatja, hogy jól visszaadja a képlet a numerikus szimulációt. A használt paraméterek: $\epsilon = 10 \mu\text{eV}$, $t_0 = 14 \mu\text{eV}$, $edE_{ac} = 2 \mu\text{eV}$. Hasonlóan lehet más többfotonos folyamatokat vizsgálni.

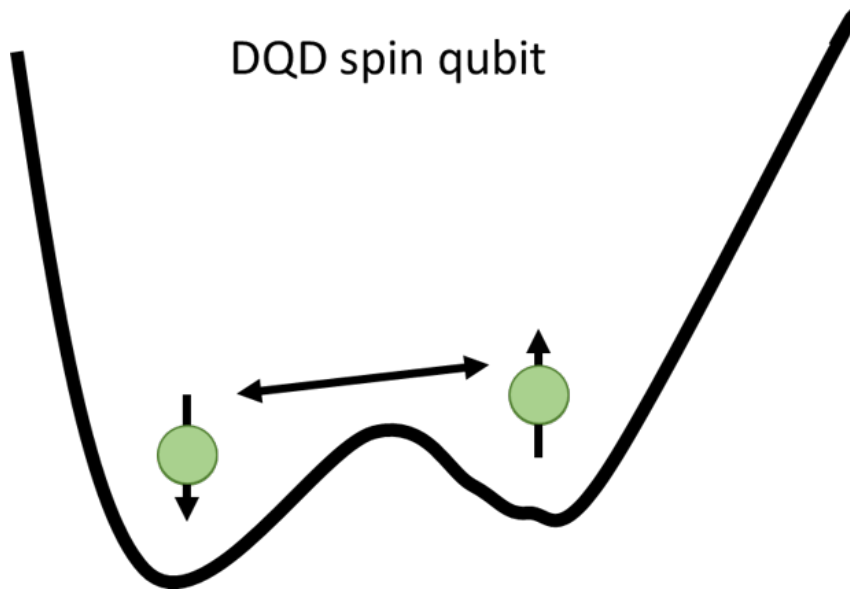
A 7. ábra egy numerikus szimuláció eredménye. A paraméterek: $\epsilon = t_0 = 15 \mu\text{eV}$. Az elektromos tér frekvenciájának és amplitudójának függvényében ábrázolja a $P(t)$ görbe maximumát a $t \in [0, 200]$ ns intervallumon. A szürke tartomány jelenti a 100%-hoz

közeli valószínűséget, tehát a szürke tartományban teljes a Rabi oszcilláció. Jól látható a nagy szürke sáv nagyjából $33 \mu\text{eV}$ -nál, mely éppen a felhasadásnak felel meg, a $\hbar\omega_0$ -nak. Ennek a felénél is kezdődik egy szürke rész, az a kétfotonos folyamat helye. A szürke zóna a kétfotonos folyamat esetén nem vízszintes, felfele hajlik, tehát az elektromos tér amplitúdójának növelésével a rezonanciafrekvencia is nő, ez a Bloch-Siegert eltolódás, csak a többfotonos folyamatoknál jelenik meg.

Összességében elmondhatjuk, hogy az együttlmozgó rendszerbe való transzformálás, ahogy azt később látni fogjuk, helyes eredményt ad a többfotonos Rabi frekvenciára, de a Bloch-Siegert eltolódást csupán ezzel nem tudjuk kiszámolni.

3. Flopping-mode spinqubit

3.1. Egyfotonos folyamat



8. ábra. Flopping-mode spinqubit. Egy kettős kvantumdot vázlatos rajza és a spinfordító alagutazás látható.

Ahhoz, hogy elektromos térrel spinqubiteket tudjunk manipulálni, szükséges figyelembe vennünk valamilyen effektust, ami összecsatolja a spin és hely szabadsági fokokat. Általában két ilyen jelenséget szoktak venni, az egyik az inhomogén mágneses tér, amit mikromágnessel generálhatnak [4, 5], a másik a spin-pálya kölcsönhatás. Ebben a részben a spin-pálya kölcsönhatás által előidézett EDSR-t írjuk le. A spin-pálya kölcsönhatás [30–34] alapján leírható a következő operátorral:

$$H_{\text{SOI}} = \hbar\Omega_y\tau_2 \otimes \sigma_y. \quad (23)$$

Ez egy spin-fordító alagutazást ír le a két dot között. Az Ω_y fejezi ki a spin-pálya kölcsönhatás erősségét, a σ_y operátor a második Pauli-operátor, ami nem a bal-jobb bázison van értelmezve, hanem a spin le és fel bázison. Ezenkívül külső homogén mágneses teret is kapcsolunk:

$$H_z = \frac{1}{2}g\mu_B B\sigma_z. \quad (24)$$

Itt a g a g -faktor, μ_B a Bohr-magneton, B a mágneses tér, σ_z a harmadik Pauli-mátrix a spin fel és le bázison. A töltésqubit résznél tárgyalt H_{charge} tagot is megtartjuk. Ezek az

operátorok az előző két részben tárgyalt rendszerek Hilbert-tereinek direkt szorzatterén hatnak. A spin-téren a bázisállapotok a fel és le, míg a másikon pedig a bal és a jobb. Jelölje $|\uparrow\rangle$ és $|\downarrow\rangle$ a spin fel és le bázisállapotokat, míg $|l\rangle$ és $|r\rangle$ a bal-jobb vektorokat. Ekkor az összetett téren a bázis:

$$|\uparrow\rangle \otimes |l\rangle = |\uparrow, l\rangle \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad |\downarrow\rangle \otimes |l\rangle = |\downarrow, l\rangle \Rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (25)$$

$$|\uparrow\rangle \otimes |r\rangle = |\uparrow, r\rangle \Rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad |\downarrow\rangle \otimes |r\rangle = |\downarrow, r\rangle \Rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Ezen a bázison a H_{SOI} :

$$H_{SOI} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -\hbar\Omega_y \\ 0 & 0 & \hbar\Omega_y & 0 \\ 0 & \hbar\Omega_y & 0 & 0 \\ -\hbar\Omega_y & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (26)$$

A Zeeman-tag egyszerűsítése céljából vezessük be a következő jelölést:

$$\hbar\omega_z = g\mu_B B. \quad (27)$$

A H_z mátrixa:

$$H_z = \frac{1}{2}g\mu_B B\sigma_z = \frac{\hbar\omega_z}{2}I_2 \otimes \sigma_z = \begin{pmatrix} \frac{\hbar\omega_z}{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{\hbar\omega_z}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\hbar\omega_z}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{\hbar\omega_z}{2} \end{pmatrix}. \quad (28)$$

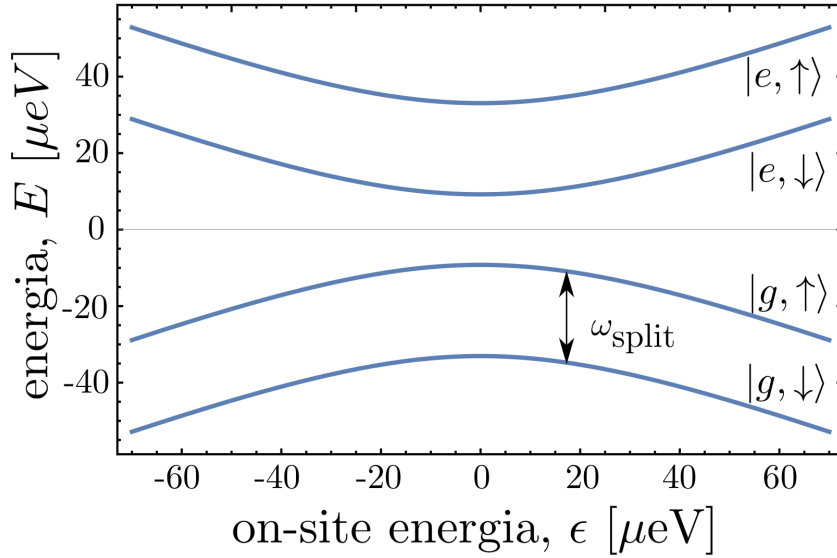
A H_{charge} mátrixa pedig:

$$H_{charge} = t_0\tau_1 + \frac{\epsilon}{2}\tau_3 = t_0\tau_1 \otimes I_2 + \frac{\epsilon}{2}\tau_3 \otimes I_2 = \begin{pmatrix} \frac{\epsilon}{2} & 0 & t_0 & 0 \\ 0 & \frac{\epsilon}{2} & 0 & t_0 \\ t_0 & 0 & -\frac{\epsilon}{2} & 0 \\ 0 & t_0 & 0 & -\frac{\epsilon}{2} \end{pmatrix}. \quad (29)$$

A $H_{charge} + H_z + H_{SOI}$ sajátértékei, vagyis a sajátenergiák:

$$E = \pm \frac{\hbar}{2} \sqrt{(\omega_z \pm \omega_0)^2 + 4\Omega_y^2}, \quad (30)$$

itt a két $\pm$ független egymástól, tehát négy különböző energia van, nincs degeneráció.



9. ábra. Flopping-mode spinqubit energiaszintjei az on-site energia függvényében. Az ω_{split} a felhasadást jelenti. Meg vannak jelölve, hogy adott energiaszint esetén milyen töltés (e -gerjesztett, g -alapállapot) és spin ($\uparrow$ -fel, $\downarrow$ -le) állapot a domináns. A paraméterek: $t_0 = 21 \mu\text{eV}$, $\hbar\omega_z = 24 \mu\text{eV}$, $\hbar\Omega_y = 2 \mu\text{eV}$.

Az elektromos teret leíró operátor:

$$H_E = \frac{edE_{ac}}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \cos \omega t. \quad (31)$$

Tehát a teljes Hamilton-operátor:

$$H(t) = H_z + H_{\text{charge}} + H_{\text{SOI}} + H_E(t). \quad (32)$$

A 9. ábrán láthatóak a qubit energiaszintjei $t_0 = 21 \mu\text{eV}$, $\hbar\omega_z = 24 \mu\text{eV}$, $\Omega_y = 2 \mu\text{eV}$ esetén, az ϵ , vagyis az on-site energia függvényében. Jelöljük g -vel a töltés alapállapotot (ground), e -vel a gerjesztett (excited) töltés állapotot. Az $|e, \uparrow\rangle$, $|e, \downarrow\rangle$, $|g, \uparrow\rangle$, $|g, \downarrow\rangle$ mutatják, hogy az adott energiaállapotban melyik töltés és spin állapotok a dominánsak. A négy állapotból mi a két alsót tekintjük a qubit állapotainak. Ez $\omega_z < \omega_0$ esetén pedig dominánsan egy spinqubit, de keverednek hozzá más állapotok is. Feltételezzünk gyenge spin-pálya kölcsönhatást:

$$\Omega_y \ll |\omega_0 - \omega_z|. \quad (33)$$

Ez a feltételezés a későbbi számolásokat is egyszerűsíteni fogja, emellett Si dotokban igaz is, hogy egy elektronra a spin-pálya kölcsönhatás kicsi [35], viszont Ge esetén nem [9].

A célunk megint az, hogy az alapállapotból indítva a rendszert létrehozzunk Rabi oszcillációkat az alap- és az első gerjesztett állapot között. Mindkét állapot esetén a töltés alapállapot a domináns, de a spinek eltérnek, ezért a Rabi oszcilláció közelítőleg a spin megfordítását jelenti. Emiatt nevezik ezt flopping-mode spinqubitnek.

Térjünk át a Hamilton-mátrix időfüggetlen részének bázisára! A mátrix az új bázison:

$$H(t) = \begin{pmatrix} E_0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & E_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & E_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & E_3 \end{pmatrix} + \frac{edE_{ac}}{2\hbar\omega_0} \begin{pmatrix} -\frac{\omega_0 + \omega_z}{\omega_+}\epsilon & -2t_0\beta_1 & -2t_0\beta_2 & 2\frac{\Omega_y}{\omega_+}\epsilon \\ -2t_0\beta_1 & -\frac{\omega_0 - \omega_z}{\omega_-}\epsilon & 2\frac{\Omega_y}{\omega_-}\epsilon & -2t_0\beta_3 \\ -2t_0\beta_2 & 2\frac{\Omega_y}{\omega_-}\epsilon & \frac{\omega_0 - \omega_z}{\omega_-}\epsilon & -2t_0\beta_4 \\ 2\frac{\Omega_y}{\omega_+}\epsilon & -2t_0\beta_3 & -2t_0\beta_4 & \frac{\omega_0 + \omega_z}{\omega_+}\epsilon \end{pmatrix} \cos \omega t, \quad (34)$$

ahol E_0, E_1, E_2, E_3 a (30)-nál kapott sajátértékek növekvő sorrendben. Az ω_+ és ω_- újonnan bevezetett paraméterek:

$$\omega_+ = \sqrt{(\omega_0 + \omega_z)^2 + 4\Omega_y^2}, \quad \omega_- = \sqrt{(\omega_0 - \omega_z)^2 + 4\Omega_y^2}. \quad (35)$$

Ezekon kívül be kellett vezetni β_i paramétereket:

$$\beta_1 = \frac{\Omega_y (2\omega_z + \omega_+ - \omega_-)}{\sqrt{\omega_+\omega_- (\omega_+ + \omega_0 + \omega_z) (\omega_- - \omega_z + \omega_0)}}, \quad (36)$$

$$\beta_2 = \frac{\Omega_y (2\omega_z + \omega_+ + \omega_-)}{\sqrt{\omega_+\omega_- (\omega_+ + \omega_0 + \omega_z) (\omega_- + \omega_z - \omega_0)}}, \quad (37)$$

$$\beta_3 = \frac{\Omega_y (2\omega_z - \omega_+ - \omega_-)}{\sqrt{\omega_+\omega_- (\omega_- - \omega_z + \omega_0) (\omega_+ - \omega_z - \omega_0)}}, \quad (38)$$

$$\beta_4 = \frac{\Omega_y (2\omega_z - \omega_+ + \omega_-)}{\sqrt{\omega_+\omega_- (\omega_+ - \omega_z - \omega_0) (\omega_- + \omega_z - \omega_0)}}. \quad (39)$$

Gyenge spin-pálya kölcsönhatást feltételezve a β együtthatókat Ω_y -ban sorbafejtjük. Az ω_+ és ω_- együtthatók közelítőleg:

$$\omega_+ \simeq \omega_0 + \omega_z + \frac{2\Omega_y^2}{\omega_0 + \omega_z}, \quad \omega_- \simeq |\omega_0 - \omega_z| + \frac{2\Omega_y^2}{|\omega_0 - \omega_z|}. \quad (40)$$

Ha $\omega_0 > \omega_z$, akkor a β együtthatók vezető rendben:

$$\beta_1 = \frac{2\omega_z\Omega_y}{\omega_0^2 - \omega_z^2}, \quad \beta_2 = 1, \quad \beta_3 = -1, \quad \beta_4 = \frac{2\omega_z\Omega_y}{\omega_0^2 - \omega_z^2}. \quad (41)$$

Érdekes, hogy kettő ezek közül független a paraméterektől.

Létrehozhatunk Rabi oszcillációt az alap- és gerjesztett állapotok között. Ehhez az időfüggő unitér transzformáció, amit használunk:

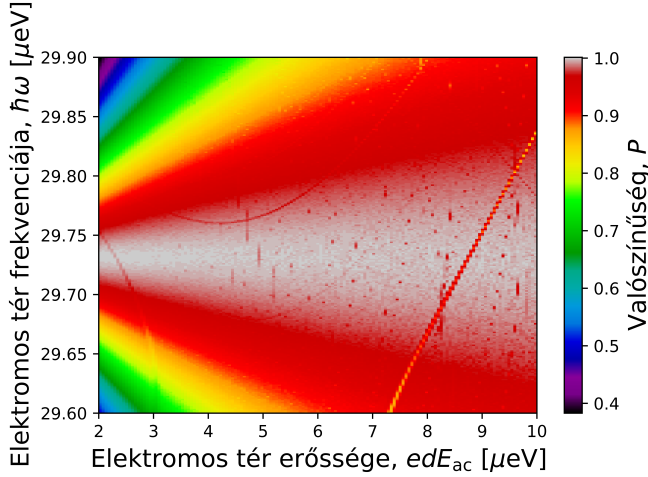
$$U_{0-1}(t) = \begin{pmatrix} e^{\frac{i\omega t}{2}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & e^{\frac{-i\omega t}{2}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (42)$$

Itt is a RWA után elhagyjuk a főátlóban oszcilláló tagokat, kapjuk, hogy a Rabi frekvencia:

$$\Omega = \frac{2t_0 e d E_{ac}}{\hbar^2 \omega_0} \frac{\omega_z \Omega_y}{\omega_0^2 - \omega_z^2}, \quad \omega_0 > \omega_z. \quad (43)$$

Az ehhez szükséges elektromos tér frekvenciája pedig:

$$\omega = \frac{\omega_+ - \omega_-}{2} = \omega_{\text{split}}. \quad (44)$$



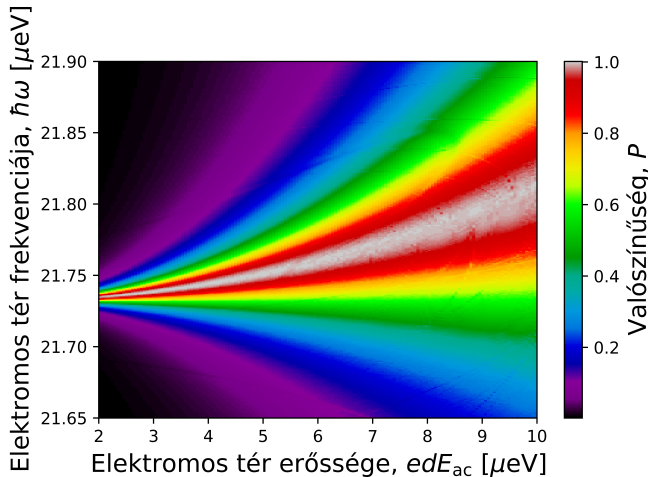
10. ábra. Flopping-mode spinqubit egyfotonos folyamata, numerikus szimuláció. A $t = 500$ ns-ig elért maximális valószínűséget mutatja az elektromos tér erőssége és frekvenciája függvényében, $\epsilon = 0$, $t_0 = 21 \mu\text{eV}$, $\hbar\omega_z = 30 \mu\text{eV}$, $\hbar\Omega_y = 2 \mu\text{eV}$.

A 10. ábra egy numerikus szimuláció eredménye, a töltésqubitnál kapotthoz (7. ábra) hasonló. A paraméterek: $\epsilon = 0$, $t_0 = 21 \mu\text{eV}$, $\hbar\omega_z = 30 \mu\text{eV}$, $\hbar\Omega_y = 2 \mu\text{eV}$. Itt is a szürke tartomány jelenti a 100%-hoz közeli valószínűséget. Egy egyenes szürke sáv van nagyjából $29.73 \mu\text{eV}$ -nál, az a felhasadási frekvencia, ω_{split} . Ez is azt mutatja, hogy a Bloch-Siegert eltolódás többfotonos folyamatoknál lesz csak fontos. A Rabi frekvenciára kapott képletek csak akkor érvényesek, ha Ω_y kicsi. Egzaktul is meg lehet kapni a képletet, ahhoz a β_1 -re kapott viszonylag bonyolult kifejezést (36) kell használni.

Itt is létre lehet hozni többfotonos folyamatokat, ha az elektromos tér frekvenciája:

$$\omega = \frac{\omega_{\text{split}}}{N} + \omega_{\text{BS}}^{(N)}, \quad (45)$$

ahol N egész, és $\omega_{\text{BS}}^{(N)}$ az N -fotonos folyamathoz tartozó Bloch-Siegert eltolódás értéke.



11. ábra. Flopping-mode spinqubit kétfotonos folyamata. A $t = 500$ ns-ig elért maximális valószínűséget mutatja az elektromos tér erőssége és frekvenciája függvényében, $\epsilon = 25 \mu\text{eV}$, $t_0 = 21 \mu\text{eV}$, $\hbar\omega_z = 45 \mu\text{eV}$, $\hbar\Omega_y = 3 \mu\text{eV}$ mellett.

A 11. ábra egy kétfotonos folyamathoz tartozó numerikus szimuláció eredménye, paraméterek: $\hbar\omega_z = 45 \mu\text{eV}$, $\epsilon = 25 \mu\text{eV}$, $t_0 = 21 \mu\text{eV}$, $\hbar\Omega_y = 3 \mu\text{eV}$. Ekkor $\hbar\omega_{\text{split}} = 43.4625 \mu\text{eV}$. Jól látszik, hogy ezen érték felénél $\omega = \frac{\omega_{\text{split}}}{2}$ teljes kétfotonos Rabi oszcilláció figyelhető meg. Az ehhez tartozó szürke sáv elhajlik, fontos a Bloch-Siegert eltolódás. Elvileg itt is meg lehetne csinálni azt a számolást, amit a töltésqubitnál csináltunk, hogy együttmozgó rendszerbe térünk át. Az együttmozgó rendszerbe való áttérést már annál az egyszerű 2×2 -es mátrixnál (lásd (15) egyenlet) sem volt könnyű megtenni, itt pedig hosszú és bonyolult kifejezések jelennének meg.

A Bloch-Siegert frekvenciát egyszerűbb lenne kiszámolni, mivel ahhoz nem kell ismerni a transzformáció mátrixát, csak a sajátértékeket, de az nem adna jó eredményt. Ezért ezeknek a kiszámítását később tesszük meg, a Floquet-módszer és a kvázidegenerált perturbációszámítás segítségével.

3.2. Maximális Rabi frekvencia

Azt a kérdést szeretnénk megválaszolni, hogy milyen paraméterek esetén lesz maximális a Rabi oszcilláció frekvenciája. Azt kaptuk, hogy a Rabi frekvencia:

$$\Omega = \frac{2t_0 edE_{ac}}{\hbar^2 \omega_0} \frac{\omega_z \Omega_y}{\omega_0^2 - \omega_z^2}.$$

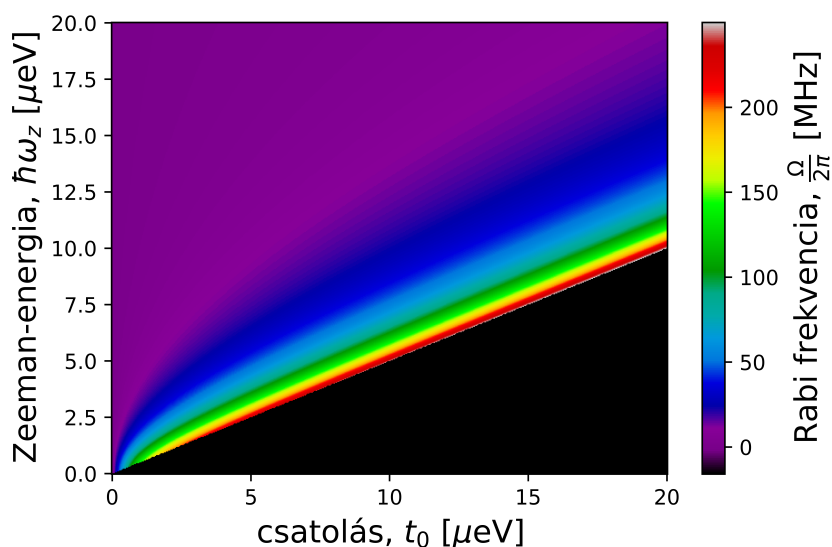
Ha ω_0 tart ω_z -hez, akkor a képlet divergál, a frekvencia végtelen. Ez valójában nem így van, hiszen feltételeztük, hogy $\Omega_y \ll \omega_0 - \omega_z$. A közelítő képlet helyett nézzük a sorfejtés előtti alakot:

$$\Omega = \frac{t_0 edE_{ac}}{\hbar^2 \omega_0} \beta_1, \quad (46)$$

a β_1 -et pedig a (36) írja le. A 12. ábra a (46) képlet által jósolt frekvenciát ábrázolja a csatolás (t_0) és a mágneses tag ($\hbar\omega_z$) függvényében. A paraméterek: $\epsilon = 0$, $edE_{ac} = 3 \mu\text{eV}$, $\hbar\Omega_y = 1 \mu\text{eV}$. A β_1 -re vonatkozó bonyolult kifejezés vizsgálatával belátható, hogy akkor maximális a Rabi frekvencia, ha $\epsilon = 0$, tehát ha a töltésgeneráció pontban vagyunk. Ugyanez adódik, ha az egyszerűbb (43) egyenletet nézzük. Emellett azt is látjuk, hogy akkor lesz nagy a Rabi frekvencia, ha ω_0 közel van ω_z -hez. Az ábrán a fekete részek azt a tartományt jelentik, ahol az $\omega_0 < \omega_z$, vagyis ahol a DQD töltésqubitként működik, de az most nem érdekel minket. Az ábrán jól látszik, hogy a maximum helye egy egyenes környezetében van, éppen az az egyenes jelenti, hogy az ω_0 és az ω_z nagyon közel vannak.

Adhatunk egy elméleti felső becslést a maximális frekvenciára:

$$\Omega_{\max} = \frac{\sqrt{2}t_0 edE_{ac}}{2\hbar^2 \omega_0}. \quad (47)$$



12. ábra. Maximális frekvencia helye. A (46) egyenletet, vagyis az egzakt Rabi frekvenciát ábrázolja a csatolás (t_0) és a mágneses tér ($\hbar\omega_z$) függvényében. $\epsilon = 0$, $edE_{ac} = 3 \mu\text{eV}$, $\hbar\Omega_y = 1 \mu\text{eV}$.

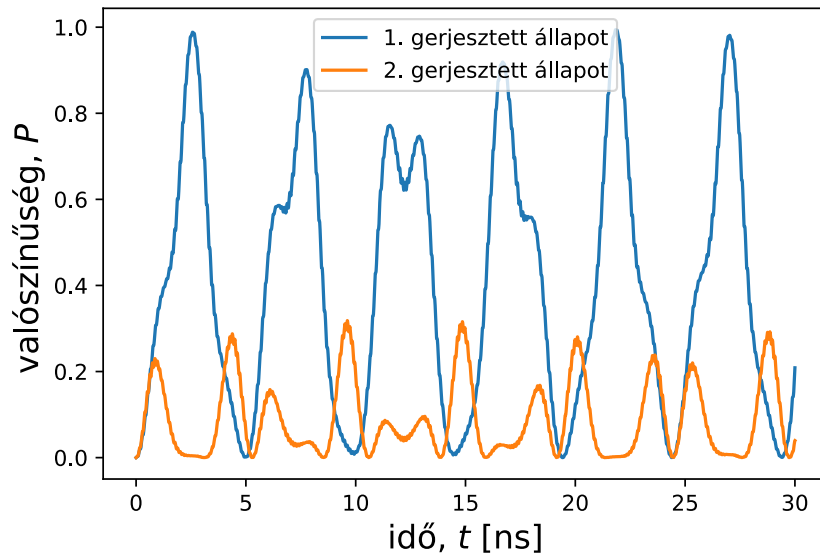
Ehhez csak kihasználtuk azt, hogy hol található a maximum, és az egzakt képletbe helyettesítettük, feltételezve, hogy a spin-pálya kölcsönhatás kicsi. Azt még nem használtuk ki, hogy az $\epsilon = 0$, ekkor $\hbar\omega_0 = 2t_0$. Ezt felhasználva:

$$\Omega_{\max} = \frac{\sqrt{2} edE_{ac}}{4 \hbar}. \quad (48)$$

Tehát amíg a spin-pálya kölcsönhatás kicsi, addig a maximális frekvencia csak az elektromos tértől függ. Ennél gyorsabb Rabi oszcilláció biztosan nem érhető el.

Az a feltétel, hogy $\omega_0 \simeq \omega_z$ problémát jelenthet. Az alapállapotból akarunk oszcillációt létrehozni az első gerjesztett állapotba, de ha $\omega_0 \simeq \omega_z$, akkor az első és második gerjesztett állapotok közel kerülnek egymáshoz, ezért nem csak a kívánt energiaszint fog gerjesztődni, hanem a közvetlen felette lévő is, így nem kapunk tökéletes Rabi oszcillációkat. Ilyen esetet láthatunk a 13. ábrán. A paraméterek: $\epsilon = 0$, $\hbar\Omega_y = 1 \mu\text{eV}$, $t_0 = 9 \mu\text{eV}$, $edE_{ac} = 3 \mu\text{eV}$, $\hbar\omega_z = 17.9 \mu\text{eV}$. Egy numerikus szimuláció eredménye, a gerjesztett állapotok betöltésének valószínűségét ábrázolja az időben. Az 1. gerjesztett szint betöltöttsége nagyobb, de sajnálatosan a 2. gerjesztett szint betöltöttsége is több, mint 20%. Ekkor nem csak az amplitudók térnek el az ideálistól, az oszcilláció sem szinuszos. Nézzük meg, hogy mikor érhető el a (48) maximális Rabi frekvencia anélkül, hogy a magasabban fekvő szinteket is gerjesztenénk. Vegyük a két energiaszint értékét:

$$E_1 = -\frac{\hbar}{2}\sqrt{(\omega_0 - \omega_z)^2 + 4\Omega_y^2}, \quad E_2 = +\frac{\hbar}{2}\sqrt{(\omega_0 - \omega_z)^2 + 4\Omega_y^2}.$$

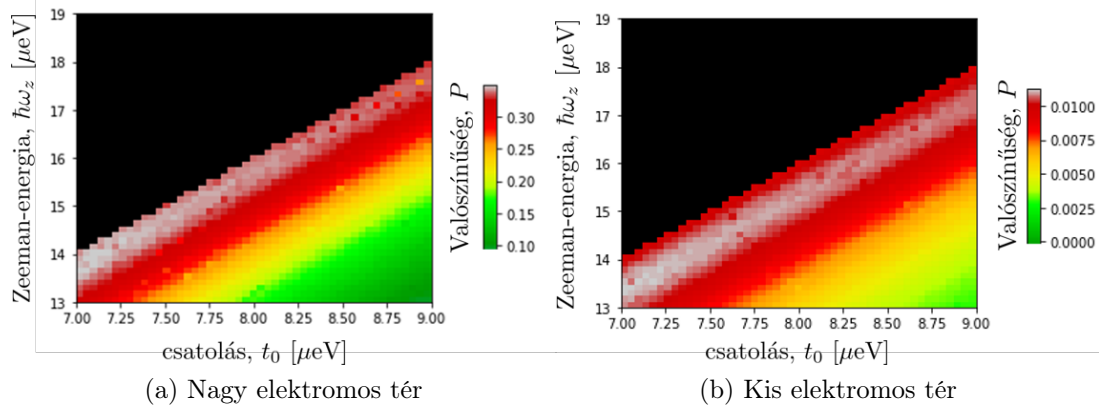


13. ábra. Két szint szimultán gerjesztése. Egy numerikus szimuláció eredményét mutatja, az 1. és 2. gerjesztett állapotok betöltésének valószínűségét (P) ábrázolja az időben (t) $\epsilon = 0$, $\hbar\Omega_y = 1 \mu\text{eV}$, $t_0 = 9 \mu\text{eV}$, $edE_{ac} = 3 \mu\text{eV}$, $\hbar\omega_z = 17.9 \mu\text{eV}$ esetén.

Ha $\omega_0 \simeq \omega_z$:

$$E_1 \simeq -\hbar\Omega_y, \quad E_2 \simeq \hbar\Omega_y \rightarrow E_2 - E_1 = 2\hbar\Omega_y. \quad (49)$$

Tehát azt kaptuk, hogy ha van spin-pálya kölcsönhatás, akkor nincs degeneráció. Ez alapján azt várjuk, hogy ha az elektromos tér kisebb, mint a spin-pálya kölcsönhatás, akkor számottevő oszcilláció csak az alsó két szint között fog lejátszódni.



14. ábra. Rossz energiaszint gerjesztettsége. Numerikus szimuláció eredménye, mely a 2. szint gerjesztettségét ábrázolja a csatolás (t_0) és a mágneses tér ($\hbar\omega_z$) függvényében. Mindkét esetben $\epsilon = 0$, $\hbar\Omega_y = 1 \mu\text{eV}$. Az (a) részen $edE_{ac} = 3 \mu\text{eV}$, a (b) részen $edE_{ac} = 0.5 \mu\text{eV}$.

A 14. ábra (a) részén a paraméterek: $\hbar\Omega_y = 1 \mu\text{eV}$, $\epsilon = 0$, $edE_{ac} = 3 \mu\text{eV}$. Egy numerikus szimuláció eredménye, mely azt ábrázolja a csatolás és a mágneses tér függvényében, hogy mekkora maximális valószínűséggel találjuk meg az elektront a második gerjesztett állapotban, az (a) részen több, mint 30%. Ezt is vártuk, hiszen itt az elektromos tér háromszor akkora, mint a spin-pálya kölcsönhatás.

A (b) részen a paraméterek: $\hbar\Omega_y = 1 \mu\text{eV}$, $edE_{ac} = 0.5 \mu\text{eV}$. Itt már a maximális valószínűség nagyjából 1%, hiszen az elektromos gerjesztés fele a spin-pálya kölcsönhatásnak, vagyis a felhasadásnak csak a negyede. Így jobban meg tudtuk közelíteni a maximális Rabi frekvenciát anélkül, hogy nem kívánt szinteket gerjesztettünk volna.

4. Bikromatikus vezérlés

Ahhoz, hogy két különböző amplitúdójú és frekvenciájú elektromos teret használjunk túl kell lépnünk a nagyon egyszerű forgóhullámú közelítésen. Egy kicsit bonyolultabb, de precízebb módszer a Floquet-módszer, ezentúl ezt használjuk. Tekintsük az alábbi elektromos tagot a Hamilton-operátorban:

$$H_E = \frac{edE_{ac}}{2} \cos(\omega t)\tau_3 + \frac{ed\bar{E}_{ac}}{2} \cos(\bar{\omega} t)\tau_3. \quad (50)$$

Az egyszerűség kedvéért hagyjuk el az ed -t az elektromos gerjesztést leíró tagból, legyen röviden $E_{ac} = edE_{ac}$ és $\bar{E}_{ac} = ed\bar{E}_{ac}$.

Akkor is kapunk teljes Rabi oszcillációkat, ha két különböző elektromos teret használunk, melyek frekvenciáinak összege közelítőleg megadja a kvantumbit felhasadási frekvenciáját. Tehát úgy válasszuk meg a frekvenciákat, hogy:

$$\omega + \bar{\omega} \approx \omega_{\text{split}}. \quad (51)$$

A két frekvencia összege nem pontosan a felhasadás, hanem hozzá kell adni a Bloch-Siegert eltolódást:

$$\omega + \bar{\omega} = \omega_{\text{split}} + \omega_{\text{BS}}. \quad (52)$$

További feltételként írjuk elő, hogy csak az egyik tér ne tudjon egy- vagy többfotonos Rabi oszcillációkat generálni, vagyis:

$$\omega \neq \frac{\omega_{\text{split}}}{N}, \quad \bar{\omega} \neq \frac{\omega_{\text{split}}}{\bar{N}}, \quad (53)$$

ahol N és $\bar{N}$ egész számok.

5. Eredmények

5.1. Bikromatikus elektronspin-rezonancia

Monokromatikusnak nevezünk egy folyamatot, ha azt egy harmonikusan oszcilláló tér kelti, bikromatikusnak, ha kettő. Az elektronspin-rezonancia (ESR) lehetővé teszi, hogy egy elektron spinállapotát manipuláljuk. Külső konstans mágneses tér bekapcsolásával, B mágneses indukcióval a két spinállapot felhasad $\omega_{\text{split}} = g\mu_B B$ felhasadási frekvenciával. Egy oszcilláló külső mágneses tér B_{ac} amplitudóval és ω frekvenciával Rabi oszcillációt tud létrehozni, ha teljesül a rezonancia feltétel, vagyis $g\mu_B B = \hbar\omega$ és a gerjesztés gyenge, vagyis $B_{\text{ac}} \ll B$. Ekkor a Rabi frekvencia $\Omega_{\text{Rabi,mono}} = \frac{g\mu_B B_{\text{ac}}}{2\hbar}$. Ez megkapható az egyszerű forgóhullámú közelítéssel. Azonban a bikromatikus folyamatok leírására a forgóhullámú közelítés nem alkalmas, ezért az ún. Floquet-módszert használjuk. Ezt a módszert először Shirley alkalmazta a Schrödinger-egyenlet megoldására abban az esetben, ha egy harmonikus gerjesztés van [36]. A módszer később általánosítva lett tetszőleges számú külső harmonikus gerjesztésre is [37], ezt használjuk.

A módszer szerint egy időben periodikus Hamilton-operátor melletti Schrödinger-egyenlet megoldása ekvivalens egy időfüggetlen, de végtelen dimenziós operátor, az ún. Floquet-operátor sajátérték-problémájával. Kvázidegenerált perturbációszámítást [38] vagy más néven Schrieffer-Wolff transzformációt [39] alkalmazva a végtelen mátrixot egy effektív 2x2-es mátrixra tudjuk redukálni, ami leírja az átmenetet az általunk kívánt szintek között. Ezeket részletesebben áttekintjük a függelékben, a Floquet-módszert az A részben, a kvázidegenerált perturbációszámítást a B, a konkrét számolást pedig a bikromatikus elektronspin-rezonanciára a C részben tárgyaljuk.

Bikromatikus ESR esetén két különböző oszcilláló mágneses teret használunk a sztatikus tér mellett, B_{ac} , $\bar{B}_{\text{ac}}$ amplitudókkal, ω és $\bar{\omega}$ frekvenciákkal. Átmenetet létre lehet hozni úgy is, hogy mindkét oszcilláló tér merőleges a konstans mágneses térre [40], de ez nem egy kétfotonos átmenet lesz. Kétfotonos bikromatikus ESR akkor hozható létre, ha az egyik oszcilláló térnek a sztatikusval párhuzamos komponense van. Ezt előttünk már vizsgálták, abban az esetben, amikor az egyik tér frekvenciája sokkal nagyobb, mint a másiké [41, 42].

Mi itt azt az esetet vizsgáljuk, amikor a két tér frekvenciája azonos nagyságrendű, a B_{ac} amplitudójú tér párhuzamos a sztatikus térrel, míg a $\bar{B}_{\text{ac}}$ amplitudóval rendelkező tér merőleges a sztatikusra. A rendszert leíró Hamilton-operátor:

$$H(t) = \frac{1}{2}g\mu_B B\sigma_z + \frac{1}{2}g\mu_B B_{\text{ac}} \cos(\omega t)\sigma_z + \frac{1}{2}g\mu_B \bar{B}_{\text{ac}} \cos(\bar{\omega} t)\sigma_x, \quad (54)$$

ahol σ_x , σ_z a spinállapotokon ható Pauli-mátrixok. A rezonancia feltétele:

$$\omega + \bar{\omega} = \omega_{\text{split}} + \omega_{\text{BS}}, \quad (55)$$

ahol $\omega_{\text{split}} = g\mu_B B$ felhasadási frekvencia, ω_{BS} a Bloch-Siegert eltolódás, melynek értéke:

$$\omega_{\text{BS}} = \frac{\omega_{\text{split}} (g\mu_B \bar{B}_{\text{ac}})^2}{4\hbar^2 \omega (\bar{\omega} + \omega_{\text{split}})}. \quad (56)$$

A Rabi frekvencia:

$$\Omega_{\text{Rabi,bi}} = \frac{(g\mu_B)^2 B_{\text{ac}} \bar{B}_{\text{ac}}}{4\hbar^2 \omega}. \quad (57)$$

Ezek a képletek akkor érvényesek, ha ω és $\bar{\omega}$ azonos nagyságrendűek, illetve $|\omega - \bar{\omega}| \gg \frac{B_{\text{ac}}^2}{\omega_{\text{split}}}$. Ez azt jelenti, hogy az $\omega = \bar{\omega}$ határesetben nem kapjuk vissza a monokromatikus kétfotonos eset helyes eredményét.

5.2. Töltésqubit

5.2.1. Monokromatikus kétfotonos Rabi oszcilláció

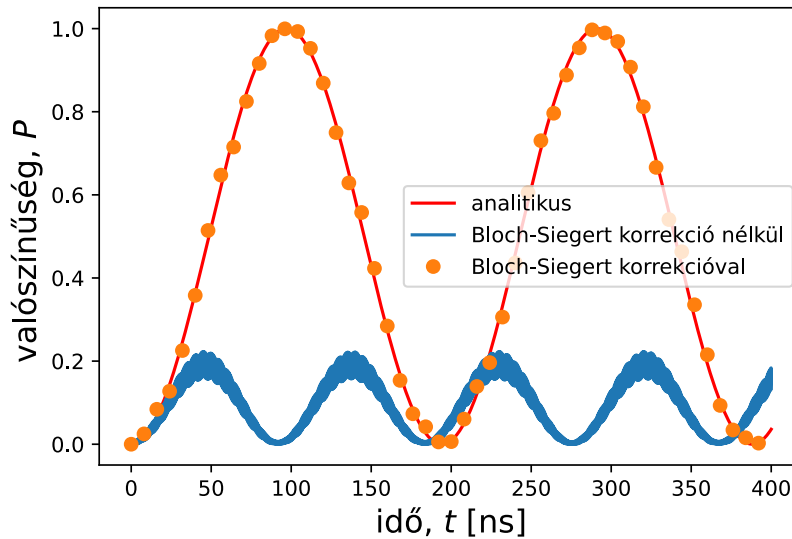
A monokromatikus kétfotonos folyamatra a Rabi frekvencia meghatározható az együttmozgó rendszerbe való áttéréssel, a Floquet-módszer és a kvázidegenerált perturbációs számítás ezt megerősíti:

$$\Omega^{(2)} = \frac{E_{ac}^2 t_0 \epsilon}{\hbar^4 \omega_0^3}. \quad (58)$$

Az oszcilláció létrehozásához szükséges elektromos tér frekvenciája:

$$\omega = \frac{\omega_0}{2} + \frac{2 E_{ac}^2 t_0^2}{3 \hbar^4 \omega_0^3}. \quad (59)$$

Az $\frac{\omega_0}{2}$ melletti tag a Bloch-Siegert frekvencia. Ez egy parabola, ami a 7. numerikus ábrán a második szürke sáv elhajlását írja le.



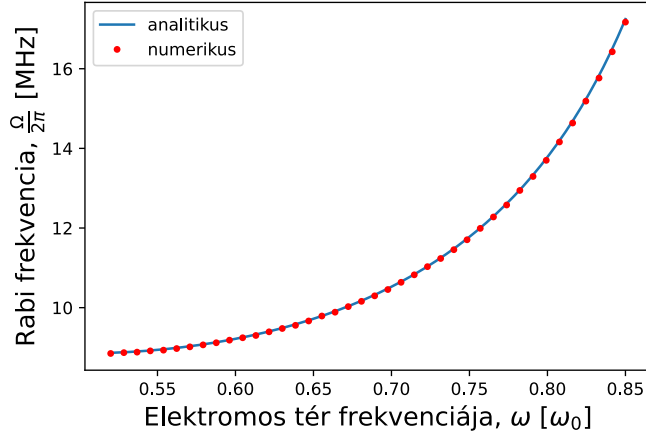
15. ábra. Töltésqubit kétfotonos oszcillációja. Az analitikus képletek által jósolt Rabi oszcillációt hasonlítja össze numerikus szimulációkkal. Mutatja, hogy jelentős a Bloch-Siegert eltolódás. Paraméterek: $\epsilon = 10 \mu\text{eV}$, $t_0 = 14 \mu\text{eV}$, $E_{ac} = 2 \mu\text{eV}$.

A 15. ábra hasonlítja össze az analitikus eredményeket numerikus szimulációkkal. A paraméterek: $\epsilon = 10 \mu\text{eV}$, $t_0 = 14 \mu\text{eV}$, $E_{ac} = 2 \mu\text{eV}$. Az egyik esetben az elektromos tér frekvenciája $\omega = \frac{\omega_0}{2}$, tehát nincs Bloch-Siegert korrekció, a Rabi oszcilláció nem teljes. Amikor figyelembe vesszük a Bloch-Siegert eltolódást, akkor az elektromos tér frekvenciáját a (59) egyenlet adja, ekkor teljes Rabi oszcillációt kapunk, aminek a frekvenciája jól egyezik a (58) képlet által jósolt frekvenciával.

5.2.2. Bikromatikus Rabi oszcilláció

A Rabi frekvencia:

$$\Omega_{\text{double}} = \frac{E_{ac} \bar{E}_{ac} t_0 \epsilon}{2 \hbar^4 \omega \bar{\omega} \omega_0}. \quad (60)$$



16. ábra. Töltésqubit bikromatikus oszcillációja. Egy numerikus szimulációt hasonlít össze az (60) analitikus eredménnyel. A Rabi frekvenciát ábrázolja a nagyobbik elektromos tér függvényében. Paraméterek: $\epsilon = 29.7 \mu\text{eV}$, $t_0 = 21 \mu\text{eV}$, $E_{ac} = \bar{E}_{ac} = 2 \mu\text{eV}$.

A 16. ábra a (60) analitikus képletet hasonlítja össze a numerikus szimulációval. A paraméterek: $\epsilon = 29.7 \mu\text{eV}$, $t_0 = 21 \mu\text{eV}$, $E_{ac,1} = E_{ac,2} = 2 \mu\text{eV}$. A Rabi frekvenciát ábrázolja az egyik elektromos tér frekvenciájának függvényében. Az ω frekvencia rögzítésével az $\bar{\omega}$ is rögzített lesz, hiszen a kettő összege a felhasadást kell adja. Látható, hogy minél nagyobb az elektromos terek frekvenciáinak a különbsége, annál gyorsabb az oszcilláció. A perturbációs számítás nem érvényes akkor, ha $\hbar\omega \lesssim E_{ac}$ vagy $\hbar\bar{\omega} \lesssim \bar{E}_{ac}$, ezért a frekvenciák különbsége nem lehet tetszőlegesen nagy.

A Bloch-Siegert eltolódás:

$$\omega_{BS} = \frac{t_0^2}{2\hbar^4\omega_0} \left(\frac{E_{ac}^2}{\omega_0^2 - \omega^2} + \frac{\bar{E}_{ac}^2}{\omega_0^2 - \bar{\omega}^2} \right). \quad (61)$$

Ha az egyik frekvencia sokkal nagyobb, mint a másik, akkor nem lesznek érvényesek a képletek, éppen ezért nincs ábrázolva a vízszintes tengelyen a 0.85-nél nagyobb rész az 16. ábrán.

A numerikus szimulációból kiderül, hogy ebben az esetben nem is lesz jó az oszcilláció. Ha a két frekvencia közel van egymáshoz, akkor sem érvényesek a perturbatív eredmények, mert a Schrieffer-Wolff transzformáció során az általunk kiválasztott két szint energiában jól elszeparált kell legyen a többitől. Ezek alapján érdemes elhangolni a két elektromos teret egymástól, de nem szabad megközelíteni a 90%-os tartományt.

Az, hogy érdemes nagynak választani a frekvenciát nem csak ezekre a paraméterekre igaz. Legyen $\omega = x\omega_0$, ekkor a kifejezés, amelynek a maximumát keressük, az a $\frac{1}{x(1-x)}$. Ez divergál 1-ben, ez mutatja, hogy nem érvényes az 1 környezetében a (60) képlet. Nincs maximum, a függvény monoton növekvő.

Azt is érdemes vizsgálni, hogy milyen kell legyen ϵ és t_0 viszonya, hogy maximális oszcillációt kapjunk. Legyen $\epsilon = xt_0$, ekkor a maximalizálandó függvény a $\frac{x}{(\sqrt{x^2 + 4})^3}$.

Ennek a maximuma az $x = \sqrt{2}$ helyen van, tehát az optimális választás az $\epsilon = \sqrt{2}t_0$.

A Bloch-Siegert eltolódásra kapott (61) kifejezés is mutatja, hogy nem érvényes a perturbációs számítás az $\omega \ll \omega_0$ tartományban, hiszen ekkor végtelen nagyra nőhet a Bloch-Siegert eltolódás. A Bloch-Siegert eltolódás másodrendűen kicsiny, de a Rabi frekvencia is másodrendűen kicsiny, ezért fontos figyelembe venni ezt a korrekciót.

5.3. Flopping-mode spinqubit

A spinqubit esetén a számolási módszer ugyanaz, de az eredmények bonyolultabbak a sok paraméter miatt.

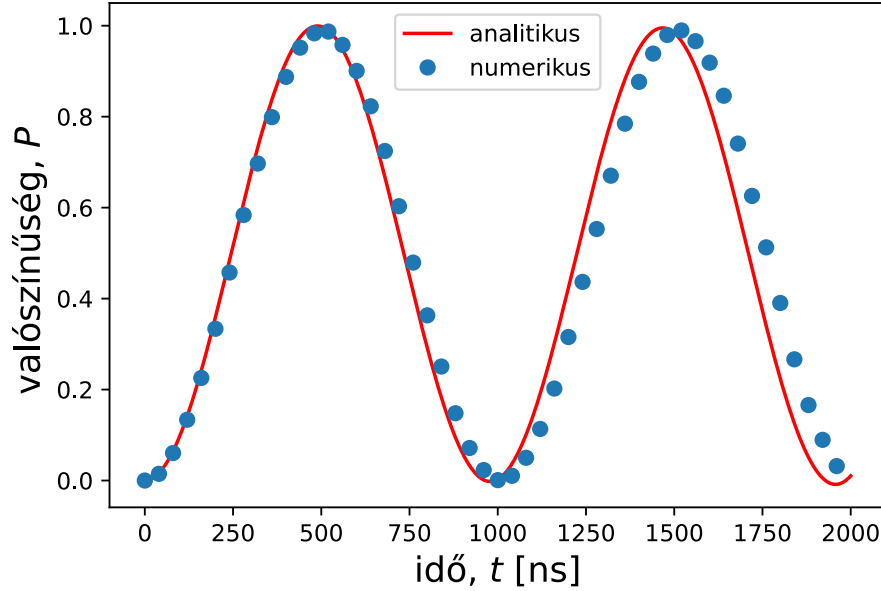
5.3.1. Monokromatikus kétfotonos Rabi oszcilláció

A Bloch-Siegert eltolódás:

$$\omega_{\text{BS}} = \frac{16 (E_{ac} t_0 \omega_z \Omega_y)^2}{3 \hbar^4 \omega_0^2 (\omega_0^2 - \omega_z^2) (\omega_+ - \omega_-)} + \frac{(E_{ac} \epsilon \Omega_y)^2}{2 \hbar^6 \omega_0^2} \left[\frac{1}{\omega_-^2 (\omega_+ - 5\omega_-)} + \right. \\ \left. - \frac{1}{\omega_-^2 (3\omega_- + \omega_+)} + \frac{1}{\omega_+^2 (3\omega_+ + \omega_-)} - \frac{1}{\omega_+^2 (\omega_- - 5\omega_+)} \right]. \quad (62)$$

A Rabi frekvencia:

$$\Omega^{(2)} = \frac{2 E_{ac}^2 t_0 \epsilon \omega_z \Omega_y}{\hbar^4 \omega_0^2 (\omega_0^2 - \omega_z^2) (\omega_+ - \omega_-)} \left(\frac{\omega_0 + \omega_z}{\omega_+} - \frac{\omega_0 - \omega_z}{\omega_-} \right) + \\ \frac{2 E_{ac}^2 t_0 \epsilon \Omega_y}{\hbar^4 \omega_0^2} \left[\frac{1}{\omega_- (3\omega_- + \omega_+)} - \frac{1}{\omega_+ (3\omega_+ + \omega_-)} \right]. \quad (63)$$



17. ábra. Spinqubit kétfotonos Rabi oszcillációja. Az első gerjesztett állapot betöltöttségét (P) ábrázolja az idő (t) függvényében. Paraméterek: $\epsilon = t_0 = 21 \mu\text{eV}$, $\hbar\omega_z = 34 \mu\text{eV}$, $\hbar\Omega_y = 2 \mu\text{eV}$, $E_{ac} = 3 \mu\text{eV}$, $\omega = \frac{\omega_{\text{split}}}{2}$.

Ezeknél lehet egyszerűbb képleteket kapni, ha sorbafejtjük a képleteket a spin-pálya kölcsönhatásban, de azok is annyira bonyolultak, hogy analitikusan optimalizálni a paramétereket nem igazán lehet. Ez nem probléma, hiszen a képleteket használva lehet ábrázolni tetszőleges tartományban a frekvenciát, meg lehet nézni, hogy milyen paraméterek esetén lesz maximális a frekvencia. Itt is igaz, hogy nem a töltésgenerációs pont a jó. A 17. ábrán egy monokromatikus kétfotonos Rabi oszcilláció látható. A paraméterek: $\epsilon = t_0 = 21 \mu\text{eV}$, $\hbar\omega_z = 34 \mu\text{eV}$, $\hbar\Omega_y = 2 \mu\text{eV}$, $E_{ac} = 3 \mu\text{eV}$.

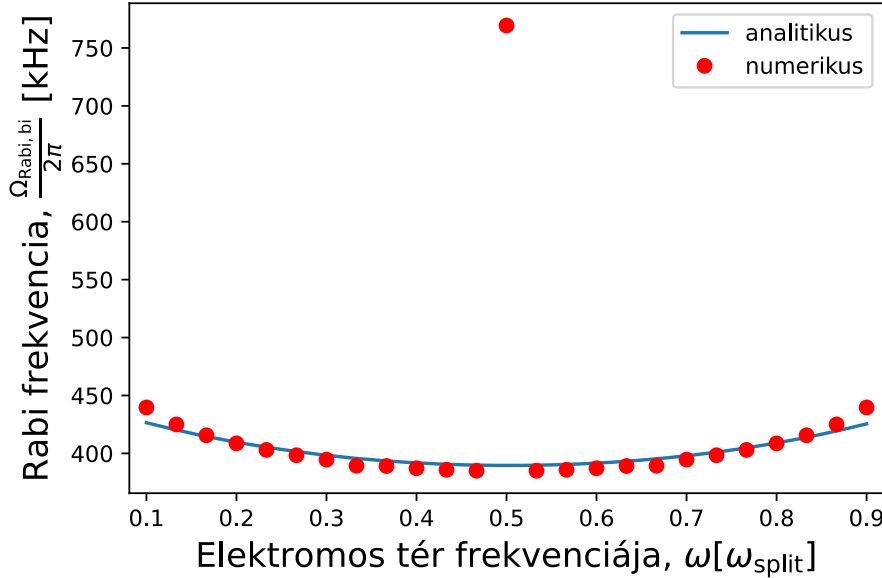
5.3.2. Bikromatikus Rabi oszcilláció

A Bloch-Siegert eltolódás:

$$\omega_{\text{BS}} = \frac{2(t_0\omega_z\Omega_y)^2}{\hbar^4\omega_0^2(\omega_0^2 - \omega_z^2)^2} \left[\frac{\omega_+ - \omega_-}{\left(\frac{\omega_+ - \omega_-}{2}\right)^2 - \omega^2} E_{\text{ac}}^2 + \frac{\omega_+ - \omega_-}{\left(\frac{\omega_+ - \omega_-}{2}\right)^2 - \bar{\omega}^2} \bar{E}_{\text{ac}}^2 \right] + \frac{(\epsilon\Omega_y)^2}{2\hbar^4\omega_0^2\omega_+^2} \left[\frac{\omega_+}{\omega_+^2 - \omega^2} E_{\text{ac}}^2 + \frac{\omega_+}{\omega_+^2 - \bar{\omega}^2} \bar{E}_{\text{ac}}^2 \right] - \frac{(\epsilon\Omega_y)^2}{2\hbar^4\omega_0^2\omega_-^2} \left[\frac{\omega_-}{\omega_-^2 - \omega^2} E_{\text{ac}}^2 + \frac{\omega_-}{\omega_-^2 - \bar{\omega}^2} \bar{E}_{\text{ac}}^2 \right] \quad (64)$$

A Rabi frekvencia Ω_y -ban elsőrendű sorfejtett alakja:

$$\Omega_{\text{double}} = \frac{t_0\epsilon\omega_z(\omega^2 - \omega\omega_z + \omega_z^2 - 3\omega_0^2)}{\hbar^4\omega_0(\omega_0^2 - \omega^2)(\omega_0^2 - \omega_z^2)(\omega_0^2 - (\omega_z - \omega)^2)} \Omega_y E_{\text{ac}} \bar{E}_{\text{ac}}. \quad (65)$$

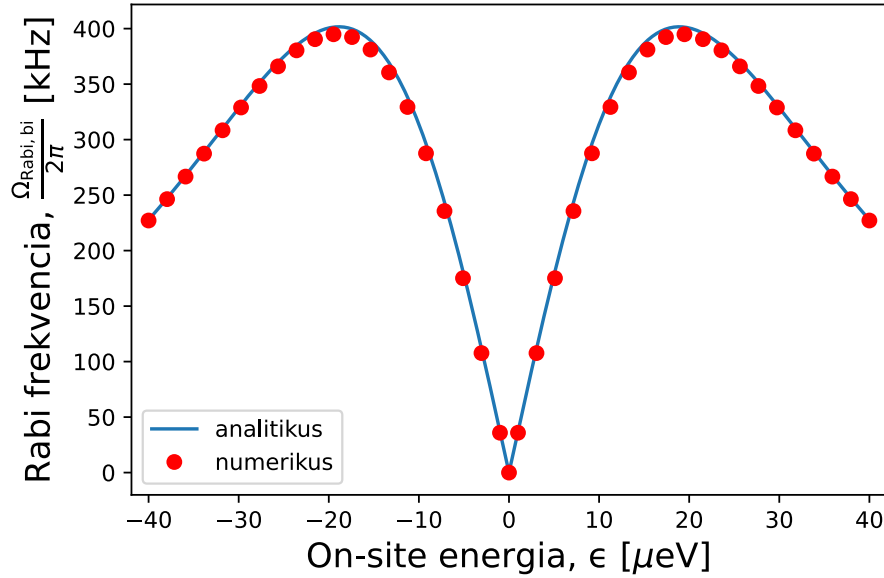


18. ábra. Spinqubit bikromatikus Rabi oszcillációjának frekvenciájának az elektromos tér frekvenciájától való függése. $\epsilon = 21 \mu\text{eV}$, $t_0 = 21 \mu\text{eV}$, $\hbar\Omega_y = 2 \mu\text{eV}$, $\hbar\omega_z = 24 \mu\text{eV}$, $E_{\text{ac}} = \bar{E}_{\text{ac}} = 2 \mu\text{eV}$.

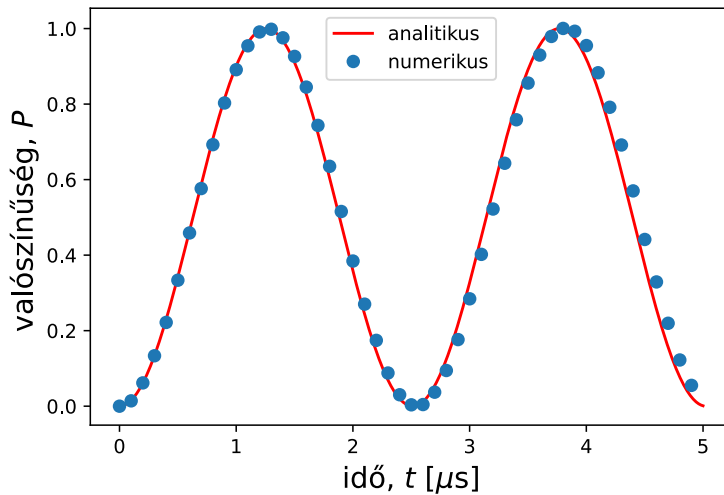
A 18. ábra a Rabi frekvenciára kapott (65) képletet hasonlítja össze a numerikus szimulációkkal, az elektromos tér frekvenciájának függvényében. A paraméterek: $\epsilon = 21 \mu\text{eV}$, $t_0 = 21 \mu\text{eV}$, $\hbar\Omega_y = 2 \mu\text{eV}$, $\hbar\omega_z = 24 \mu\text{eV}$, $E_{\text{ac}} = \bar{E}_{\text{ac}} = 2 \mu\text{eV}$. A középső kiugró pont $\omega = 0.5\omega_{\text{split}}$ -nél van, ez a monokromatikus kétfotonos eset. Látható, hogy az analitikus képlet nem adja vissza ezt a határesetet, hiszen ekkor nem teljesül a kvázidegenerált perturbációs számítás érvényességére vonatkozó feltétel.

A Bloch-Siegert eltolódás negyedrendűen kicsi, a Rabi frekvencia harmadrendűen, ezért legtöbbször elhanyagolható a Bloch-Siegert korrekció, anélkül is jó oszcillációt lehet elérni.

A 19. ábra a Rabi frekvenciát ábrázolja az on-site energiának, vagyis a DQD elhanyagoltságának a függvényében. A paraméterek: $t_0 = 21 \mu\text{eV}$, $\hbar\Omega_y = 2 \mu\text{eV}$, $\hbar\omega_z = 24 \mu\text{eV}$, $E_{\text{ac}} = \bar{E}_{\text{ac}} = 2 \mu\text{eV}$, $\omega = 0.7\omega_{\text{split}}$. Látható, hogy kis ϵ -ra a Rabi frekvencia nullához tart.



19. ábra. Spinqubit bikromatikus Rabi oszcilláció frekvenciájának az on-site energiától való függése. Paraméterek: $t_0 = 21 \mu\text{eV}$, $\hbar\Omega_y = 2 \mu\text{eV}$, $\hbar\omega_z = 24 \mu\text{eV}$, $E_{\text{ac}} = \bar{E}_{\text{ac}} = 2 \mu\text{eV}$, $\omega = 0.7\omega_{\text{split}}$.



20. ábra. Spinqubit bikromatikus Rabi oszcillációja. Az első gerjesztett állapot betöltöttségének valószínűsége (P) van ábrázolva az idő (t) függvényében. Paraméterek: $t_0 = 21 \mu\text{eV}$, $\hbar\Omega_y = 2 \mu\text{eV}$, $\epsilon = 21 \mu\text{eV}$, $\hbar\omega_z = 24 \mu\text{eV}$, $E_{\text{ac}} = \bar{E}_{\text{ac}} = 2 \mu\text{eV}$, $\omega = 0.7\omega_{\text{split}}$.

A 20. ábra a numerikus és analitikus eredményeket hasonlítja össze. A paraméterek: $t_0 = 21 \mu\text{eV}$, $\hbar\Omega_y = 2 \mu\text{eV}$, $\epsilon = 21 \mu\text{eV}$, $\hbar\omega_z = 24 \mu\text{eV}$, $E_{\text{ac}} = \bar{E}_{\text{ac}} = 2 \mu\text{eV}$, $\omega = 0.7\omega_{\text{split}}$. Az analitikus eredményt a folytonos vonal, a numerikus szimulációt pedig a pontok jelölik. Az ábra mutatja, hogy jól leírja az oszcillációt a kapott analitikus (65) képlet. A szimuláció során nem volt figyelembe véve a Bloch-Siegert eltolódás, tehát itt tényleg elhanyagolható.

Azt kaptuk tehát, hogy az oszcillációnak maximuma van egy nem nulla on-site energia értéknél. Ezt analitikusan bonyolult lenne kiszámolni, de szimulációk futtatása nélkül, a (65) képletet használva meg lehet keresni a maximumot. A bikromatikus Rabi oszcillációk frekvenciái jóval kisebbek, mint a monokromatikus oszcillációk esetén.

6. Spinqubit általánosabb modellje

Az ezelőtt bemutatott Hamilton-operátor két tagját (23), (24) úgy módosítjuk, hogy megengedjük, hogy különböző legyen a g-faktor a két dot esetén, és általánosabb spin-pálya kölcsönhatást tételezünk fel.

Az új Hamilton-operátor:

$$H_{\text{flop}} = t_0 \tau_1 + \frac{\epsilon}{2} \tau_3 + \frac{1}{2} \hbar (\omega_z + \delta\omega_z \tau_z) \otimes \sigma_z + \hbar \mathbf{\Omega} \boldsymbol{\sigma} \otimes \tau_y, \quad (66)$$

A Hamilton-operátor mágneses tagja így már két részből áll. Az egyik tag a szimmetrikus, az előző modellben is szereplő Zeeman energia, $\hbar\omega_z = g_s \mu_B B$, a másik egy antiszimmetrikus Zeeman energia, $\hbar\delta\omega_z = g_a \mu_B B$. Itt $g_s = \frac{g_1 + g_2}{2}$, $g_a = \frac{g_2 - g_1}{2}$ a szimmetrikus és antiszimmetrikus komponensek, g_1 az alsó, g_2 pedig a felső dothoz tartozó g-faktorok. A $\boldsymbol{\sigma}$ a spin bázison értelmezett Pauli-mátrixokból alkotott vektor, az $\mathbf{\Omega} = (\Omega_x, \Omega_y, \Omega_z)$ pedig a spin-pálya kölcsönhatást modellezi. A spin-pálya kölcsönhatást ez a három paraméter írja le, de megmutatjuk, hogy vezető rendben ezeknek csak egy kombinációja lesz fontos: $\Omega_{\text{SO}} = \sqrt{\Omega_x^2 + \Omega_y^2}$.

Ezt egyszerűen beláthatjuk: az előző modellhez képest a $\pm\Omega_y$ tagok mellett ((26) egyenlet) megjelennek $\pm i\Omega_x$ tagok. Ekkor elforgathatjuk a bázisvektorainkat úgy, hogy az $\Omega_y + i\Omega_x$ valós legyen, ez az abszolút értéke a komplex számnak, vagyis $\sqrt{\Omega_x^2 + \Omega_y^2} = \Omega_{\text{SO}}$.

Itt nem csak az elektromos tér, hanem a spin-pálya kölcsönhatás és a g-faktor antiszimmetria is perturbációként vannak kezelve. Ez a feltétel teljesül például szilícium dotok esetén, a spin-pálya kölcsönhatás néhány μeV [43]. Ezzel szemben germánium esetén nagy a g-faktor antiszimmetria és a spin-pálya kölcsönhatás [9, 44], tehát ekkor a perturbatív eredményeink kvantitatív módon nem érvényesek.

A felhasadási frekvencia időfüggetlen perturbációszámítással kapható meg, az eredmény:

$$\omega_{\text{split}} \approx \omega_z - \frac{\epsilon}{\hbar\omega_0} \delta\omega_z - \frac{2\omega_z}{\omega_0^2 - \omega_z^2} \Omega_{\text{SO}}^2 + \frac{2\delta\omega_z \epsilon (t_0^2 \delta\omega_z^2 + \hbar^2 \omega_0^2 \Omega_z^2)}{\hbar^3 \omega_0^5}. \quad (67)$$

Ez a képlet a $\delta\omega_z$ -től és Ω_z -től eltekintve ugyanaz, mintha az előző modellben a felhasadásra kapott (44) képletet a spin-pálya kölcsönhatásban másodrendben sorbafejtenénk. Itt a két új paraméter kis korrekciót ad ehhez. A perturbációszámításban harmadrendig megyünk el, mivel a kétfotonos Rabi frekvenciák kiszámításához is harmadrendig kell elmenni.

6.1. Egy- és kétfotonos Rabi oszcillációk

Mivel itt az Ω_{SO} is perturbációként van kezelve, egy másodrendű perturbációszámítás adja az egyfotonos Rabi frekvenciát:

$$\Omega^{(1)} = \frac{2t_0\omega_z\Omega_{\text{SO}}}{\hbar^2\omega_0(\omega_0^2 - \omega_z^2)} E_{\text{ac}}. \quad (68)$$

Vezető rendben a g-faktor antiszimmetria és az általánosabb spin-pálya kölcsönhatás csak a felhasadáshoz adnak egy kis korrekciót, a Rabi frekvencia ugyanaz, mint a (43) esetén. A Bloch-Siegert eltolódás az előző modellben is elhanyagolható, ez itt is így van, csak egy magasabb rendű korrekciót adna az elektromos tér frekvenciájához.

A kétfotonos folyamat Rabi frekvenciája harmadrendű perturbációszámítással adódik:

$$\Omega^{(2)} = \frac{6t_0\epsilon\omega_z\Omega_{\text{SO}}}{\hbar^4\omega_0(4\omega_0^4 - 5\omega_0^2\omega_z^2 + \omega_z^4)} E_{\text{ac}}^2. \quad (69)$$

A kétfotonos Rabi frekvenciára kapott eredmény ugyanaz, mintha az előző modellben kapott (63) eredménynek vennénk az elsőrendű sorfejtését a spin-pálya kölcsönhatásban.

A Bloch-Siegert frekvencia itt fontos szerepet játszik, mert a Rabi frekvenciához hasonlóan harmadrendű perturbációszámítással adódik:

$$\omega_{\text{BS}} = \frac{2\epsilon t_0^2 (12\omega_0^2 - \omega_z^2)}{\hbar^5 \omega_0^3 (4\omega_0^2 - \omega_z^2)^2} \delta\omega_z E_{\text{ac}}^2. \quad (70)$$

A perturbációban azonos rendű a Bloch-Siegert eltolódás a Rabi frekvenciával, ezért a kettő összemérhető. A tökéletes rezonáns gerjesztéstől való lényeges eltérés is a Rabi frekvenciával mérhető össze (lásd (76) egyenlet), ezért fontos a Bloch-Siegert eltolódás.

Ebben a képletben már megjelenik a $\delta\omega_z$, ami ha nulla, akkor visszakapjuk, hogy a Bloch-Siegert eltolódás nem számottevő.

6.2. Bikromatikus Rabi oszcilláció

A bikromatikus kétfotonos Rabi oszcilláció frekvenciáját harmadrendű perturbációszámítással kapjuk:

$$\Omega_{\text{double}} = \frac{t_0 \epsilon \omega_z (\omega^2 - \omega\omega_z + \omega_z^2 - 3\omega_0^2)}{\hbar^4 \omega_0 (\omega_0^2 - \omega^2) (\omega_0^2 - \omega_z^2) (\omega_0^2 - (\omega_z - \omega)^2)} \Omega_{\text{SO}} E_{\text{ac}} \bar{E}_{\text{ac}}. \quad (71)$$

Vezető rendben ugyanezt a kifejezést kaptuk az előző modellben (65).

A Bloch-Siegert eltolódás:

$$\omega_{\text{BS}} = \frac{\epsilon t_0^2 (3\omega_0^2 - \omega^2)}{\hbar^5 \omega_0^3 (\omega_0^2 - \omega^2)^2} \delta\omega_z E_{\text{ac}}^2 + \frac{\epsilon t_0^2 (3\omega_0^2 - (\omega_z - \omega)^2)}{\hbar^5 \omega_0^3 (\omega_0^2 - (\omega_z - \omega)^2)^2} \delta\omega_z \bar{E}_{\text{ac}}^2. \quad (72)$$

A Bloch-Siegert eltolódás azonos rendű a Rabi frekvenciával, tehát az előző modellnél kapott (64) eredménnyel ellentétben itt számottevő. Ha $\delta\omega_z = 0$, akkor visszakapjuk azt az esetet.

Tehát az általánosabb modell vizsgálata megmutatta, hogy a g-faktor antiszimmetria és az általánosabb spin-pálya kölcsönhatás vezető rendben nincsenek hatással a Rabi frekvenciákra (csak az Ω_y helyett Ω_{SO} -t kell venni), de a Bloch-Siegert eltolódásokhoz és a felhasadási frekvenciához adnak korrekciót.

7. Töltés zaj

Az elektromos potenciál fluktuációja egyike a lehetséges környezeti zajoknak, amelyek a Rabi oszcilláció csillapodását okozzák. Úgy modellezzük ezt a zajt, hogy egy véletlenszerű, kvázisztatikus fluktuációját vesszük az on-site energiának. A kvázisztatikus azt jelenti, hogy változik az on-site energia értéke a mérések között, de állandónak tekinthető egy mérés alatt. A töltés zaj azért jelent problémát, mert eltolja a Rabi oszcillációk frekvenciáit és a rezonanciafeltételt. Így egy olyan oszcillációt kapunk, amelynek kisebb az amplitúdója és nagyobb a frekvenciája (lásd (76) egyenlet).

Fel tudjuk írni akkor is az oszcillációt, ha a zaj miatt eltolódik a rezonancia feltétele. Ehhez vegyük például a két elektromos tér esetét, fel tudjuk írni a két szinthez tartozó 2x2-es mátrixot, ami az átmenetet írja le ($\hbar = 1$):

$$H = \begin{pmatrix} E_0 + \delta\omega_1 & \frac{\Omega}{2} \\ \frac{\Omega}{2} & E_1 + \delta\omega_2 + \omega + \bar{\omega} \end{pmatrix}, \quad (73)$$

Úgy állítjuk be az on-site energia ϵ_0 várható értékét, hogy rezonancia legyen. Ekkor $E_1(\epsilon_0) - E_0(\epsilon_0) = \omega_{\text{split}}(\epsilon_0)$. A $\delta\omega_1$ és $\delta\omega_2$ a perturbációs számításból (Schrieffer-Wolff) adódó korrekciók, a különbségük a Bloch-Siegert eltolódás: $\delta\omega_1 - \delta\omega_2 = \omega_{\text{BS}}$. Ezt a 2x2-es mátrixot tekinthetjük egy effektív Hamilton-mátrixnak, mely jól leírja az átmenetet a két szint között, mivel a kvázidegenerált perturbációs számítás függetlenné tette a többi szinttől. Ezzel meg lehet egyszerűen csinálni az időfejlést, ugyanúgy, ahogy a töltés-qubitnál tettük. Azt kapjuk, hogy az oszcilláció amplitudója:

$$A(t, \epsilon) = \frac{\Omega^2(\epsilon)}{\Omega^2(\epsilon) + [\omega_{\text{split}}(\epsilon) + \omega_{\text{BS}}(\epsilon) - \omega_1 - \omega_2]^2}. \quad (74)$$

Mivel ϵ_0 úgy van választva, hogy rezonáns legyen, következik, hogy $\omega_{\text{split}}(\epsilon_0) + \omega_{\text{BS}}(\epsilon_0) = \omega_1 + \omega_2$. Bevezetjük a következő jelölést:

$$\omega_{\text{off}}(\epsilon) = \omega_{\text{split}}(\epsilon) + \omega_{\text{BS}}(\epsilon) - \omega_{\text{split}}(\epsilon_0) - \omega_{\text{BS}}(\epsilon_0). \quad (75)$$

Ekkor az oszcilláció:

$$P(t, \epsilon) = \frac{\Omega^2(\epsilon)}{\Omega^2(\epsilon) + \omega_{\text{off}}^2(\epsilon)} \sin^2 \left[\frac{\sqrt{\Omega^2(\epsilon) + \omega_{\text{off}}^2(\epsilon)}}{2} t \right]. \quad (76)$$

Feltesszük, hogy az on-site energia eloszlása egy egyszerű normális eloszlás, ϵ_0 várható értékkel és σ_ϵ szórással. Így a várható oszcilláció:

$$\bar{P}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} d\epsilon P(t, \epsilon) \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_\epsilon} e^{-\frac{(\epsilon - \epsilon_0)^2}{2\sigma_\epsilon^2}}. \quad (77)$$

Próbáljunk egy közelítő képletet adni arra, hogy mennyire rontja el a zaj az oszcillációt. Ehhez vegyük a $\bar{P}(t)$ várható oszcilláció maximumát, $\mathcal{F} = \max_t \bar{P}(t)$, amit jóságnak (fidelity) nevezünk. Arra a paramétertartományra korlátozódunk, amely esetén ez az $\mathcal{F}$ érték közel van egyhez, tehát az első oszcilláció majdnem tökéletes. Ebben az esetben az offrezonáns frekvencia (ω_{off}) a tipikus on-site energiák esetén sokkal kisebb, mint a Rabi frekvencia: $\omega_{\text{off}}(\epsilon_0 + \sigma_\epsilon) \ll \Omega(\epsilon_0)$.

A (67) egyenletből látható, hogy a felhasadásnak a vezető, on-site energiától függő tagja elsőrendű perturbációs számításból adódott, ezzel szemben az egyfotonos Rabi frekvencia (68) másodrendű, míg a kétfotonos oszcillációk frekvenciái harmadrendű perturbációs számításból adódnak (69), (71). Ebből az következik, hogy leginkább az offrezonáns gerjesztés a felelős az oszcillációk csillapodásáért, a pontos feltétel:

$$\Omega^2(\epsilon_0 + \sigma_\epsilon) - \Omega^2(\epsilon_0) \ll \omega_{\text{off}}^2(\epsilon_0 + \sigma_\epsilon). \quad (78)$$

Emiatt a két feltétel miatt sorbafejthetjük a $P(t, \epsilon)$ oszcilláció amplitudóját:

$$\frac{\Omega^2}{\Omega^2 + \omega_{\text{off}}^2} \approx 1 - \frac{\omega_{\text{off}}^2}{\Omega^2}. \quad (79)$$

Az ω_{off} -ot is sorbafejtjük ϵ_0 körül, itt is csak egy tagot hagyunk meg:

$$\omega_{\text{off}}(\epsilon) \approx \left. \frac{d\omega_{\text{off}}(\epsilon)}{d\epsilon} \right|_{\epsilon=\epsilon_0} (\epsilon - \epsilon_0), \quad (80)$$

mivel $\omega_{\text{off}}(\epsilon_0) = 0$. Az oszcilláció frekvenciáját is közelítjük:

$$\sqrt{\Omega^2(\epsilon) + \omega_{\text{off}}^2(\epsilon)} \approx \Omega(\epsilon_0). \quad (81)$$

Ezekkel a közelítésekkel el lehet végezni a (77) integrált. Ebből az adódik, hogy a jóság:

$$\mathcal{F} \approx 1 - \frac{\sigma_\epsilon^2}{\Omega^2(\epsilon_0)} \left(\frac{d\omega_{\text{off}}(\epsilon)}{d\epsilon} \Big|_{\epsilon=\epsilon_0} \right)^2. \quad (82)$$

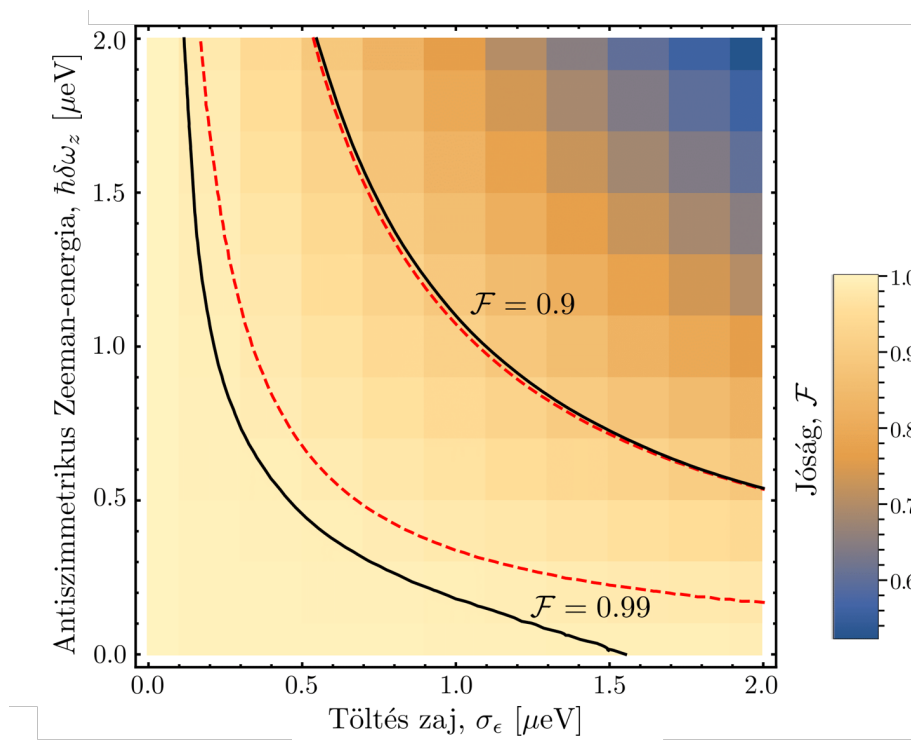
Az (67) egyenlet alapján a felhasadás deriváltja vezető rendben:

$$\frac{d\omega_{\text{off}}(\epsilon)}{d\epsilon} \Big|_{\epsilon=\epsilon_0} \approx \frac{4t_0^2\delta\omega_z}{\hbar^3\omega_0^3}. \quad (83)$$

7.1. Egyfotonos Rabi oszcilláció

Ha a (82) képletbe helyettesítjük a felhasadás deriváltjára kapott (83) közelítő kifejezést és az egyfotonos folyamathoz kapott (68) Rabi frekvenciát, akkor kapunk egy közelítő kifejezést az egyfotonos folyamat jóságára:

$$\mathcal{F} \approx 1 - \left(\frac{2\sigma_\epsilon t_0 \delta\omega_z (\omega_0^2 - \omega_z^2)}{\omega_0^2 \omega_z \Omega_{\text{SO}} E_{\text{ac}}} \right)^2. \quad (84)$$



21. ábra. Flopping-mode spinqubit jósága. Egy numerikus szimuláció eredménye, a qubit jóságát ábrázolja a töltészaj és az antiszimmetrikus Zeeman-energia függvényében. A piros szaggatott vonal a (84) egyenlet által jósolt görbe konstans (0.9 vagy 0.99) jóságra. A fekete vonal a numerikus eredmény. Az on-site energia numerikusan volt optimalizálva a legnagyobb jóság elérése érdekében, de mindig azt kaptuk, hogy $\epsilon \approx 0$. A többi paraméter: $t_0 = 21 \mu\text{eV}$, $\hbar\omega_z = 24 \mu\text{eV}$, $\Omega_{\text{SO}} = 2 \mu\text{eV}$, $\Omega_z = 2 \mu\text{eV}$, $E_{\text{ac}} = 2 \mu\text{eV}$.

A 21. ábra egy numerikus szimuláció eredménye, az oszcilláció jóságát ábrázolja az antiszimmetrikus Zeeman-energia, $\delta\omega_z$ és a töltészaj erőssége, σ_ϵ függvényében. A piros szaggatott vonal a (84) képlet által jósolt görbe a konstans (0.9 vagy 0.99) jóságra. A fekete vonal a numerikus eredmény. Az on-site energia numerikusan volt optimalizálva

a legnagyobb jóság elérése érdekében, de mindig azt kaptuk, hogy $\epsilon \approx 0$. A többi paraméter: $t_0 = 21 \mu\text{eV}$, $\hbar\omega_z = 24 \mu\text{eV}$, $\Omega_{\text{SO}} = 2 \mu\text{eV}$, $\Omega_z = 2 \mu\text{eV}$, $E_{ac} = 2 \mu\text{eV}$. Azt kaptuk tehát, hogy a kapott (84) képlet viszonylag jól illeszkedik a numerikára, a hiba kis $\delta\omega_z$ esetén nagyobb, mert ekkor a (83) közelítés pontatlanabb, ilyenkor a (67) felhasadás on-site energiától függő részét a spin-pálya kölcsönhatás dominálja.

Az analitikus és numerikus eredmények azt mutatják, hogy érdemes a Rabi frekvenciát minél nagyobbra, az on-site energiát nullának, a g-faktor antiszimmetriát minél kisebbre választani ahhoz, hogy ellenálló legyen a rendszer a töltészajjal szemben. Ez az a szerencsés eset, amikor egyszerre nagy frekvenciájú az oszcilláció és jól ellenálló a töltészajjal szemben. Erre az eredményre jutottak abban az esetben is, amikor spin-pálya kölcsönhatás helyett inhomogén mágneses teret használtak [4].

Töltésqubiteken végzett kísérletek alapján a töltészaj $1 \mu\text{eV}$ nagyságrendű [45–47]. Ebben az esetben a szimuláció és az analitikus közelítő eredmény alapján az antiszimmetrikus Zeeman-energia, $\delta\omega_z \approx 0.2 \mu\text{eV}$, vagyis mindenképp $1 \mu\text{eV}$ alatt kell tartani. Ilyen paraméterek mellett magasabb jóságot is lehet kapni, ha növeljük a mágneses teret, vagyis ha $\hbar\omega_z$ -vel megközelítjük a $2t_0$ felső határt, de figyelünk arra, hogy csak addig közelítsük ezt a határt, amíg még teljes Rabi oszcillációkat kapunk.

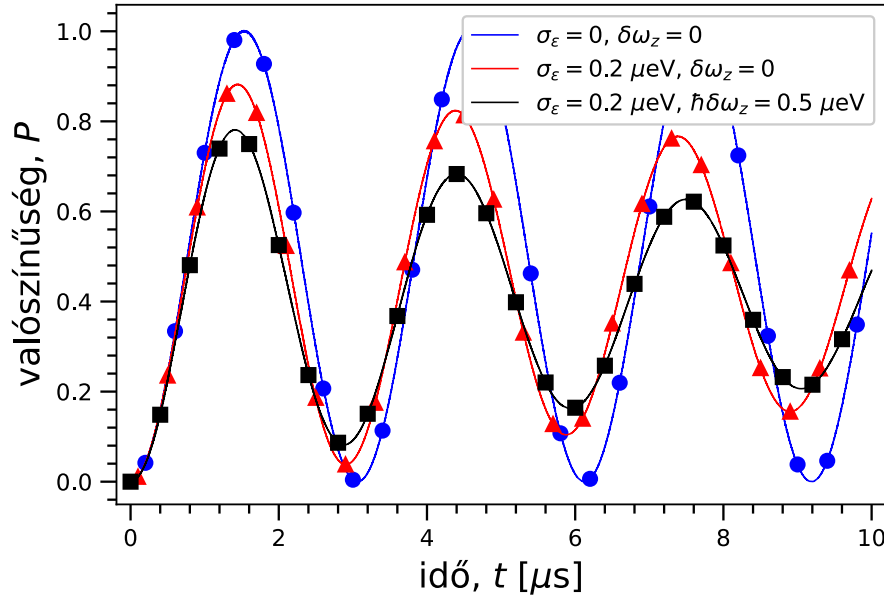
8. Kitekintés: bikromatikus Rabi oszcilláció és töltészaj

A 22. ábrán bikromatikus Rabi oszcillációk láthatóak. A (77) képlet alapján lett kiszámolva az integrál egy közelítő összeggel 4σ szóráson belül, a $P(t, \epsilon)$ oszcillációk numerikusan lettek szimulálva. A kék görbe egy töltészaj és g-faktor antiszimmetria nélküli oszcillációt mutat, a piros ezzel szemben már töltészaj melletti, míg a fekete töltészajt és g-faktor antiszimmetriát is tartalmaz. Látható, hogy már viszonylag kis, $0.2 \mu\text{eV}$ zaj is jelentősen csökkenti a jóságot, ha van g-faktor antiszimmetria, az még tovább rontja az oszcillációt. Azonban a paraméterek megfelelő megválasztásával ellenállóbbá tehető a rendszer a töltészajjal szemben.

A Rabi oszcilláció akkor lesz ellenálló a töltészajjal szemben, ha az amplitúdó és a frekvencia egyszerre ellenálló. A (77) képletből látható ez, mivel ha az oszcilláció frekvenciája gyorsan változik az on-site energia változtatásával, akkor a különböző oszcillációk kioltják egymást, az eredő nullához közeli lesz. Ha az oszcilláció amplitúdója gyorsan lecsökken, akkor az eredő oszcilláció amplitúdója kicsi lesz. Az amplitúdó akkor lesz ellenálló a töltészajjal szemben, ha $\left. \frac{d\omega_{\text{off}}(\epsilon)}{d\epsilon} \right|_{\epsilon=\epsilon_0} \approx 0$. Ebben az esetben a Rabi oszcilláció frekvenciájának változását a Rabi frekvencia explicit on-site energia függése okozza, tehát a Rabi frekvencia on-site energia szerinti deriváltja nullához közeli kell legyen, $\left. \frac{d\Omega(\epsilon)}{d\epsilon} \right|_{\epsilon=\epsilon_0} \approx 0$. Egyfotonos folyamat esetén $\epsilon = 0$ mellett mindkét feltétel egyszerre teljesül.

Kétfotonos folyamatok esetén nem mindig létezik olyan ϵ_0 érték, amelyre mindkét feltétel teljesül. Ennek érdekében a többi paramétert kell úgy megválasztani, hogy létezzen ilyen ϵ_0 . Nem egyértelmű, hogy ezt hogyan kell megtenni, hiszen bonyolultabb kifejezések írják le a felhasadási frekvenciát és a Rabi frekvenciát.

A jövőben tehát azt szeretnénk megvizsgálni, hogy milyen paraméterek mellett létezik olyan ϵ_0 , amely esetén a rendszer a töltészajjal szemben ellenálló, és hogy ekkor mekkora jóságot tudunk elérni.



22. ábra. Töltésaj és g-faktor antiszimmetria hatása a bikromatikus Rabi oszcillációra. A gerjesztett állapot valószínűsége (P) van ábrázolva az idő (t) függvényében. A kék görbe töltésaj és g-faktor antiszimmetria nélküli tökéletes oszcillációt mutat, a piros töltésaj melletti, de g-faktor antiszimmetria nélkülit, míg a fekete mindkettő jelenlétében létrejövő Rabi oszcillációt ábrázolja. Látható, hogy a dotok közötti g-faktor antiszimmetria érzékenyebb teszi a rendszert a töltésajra nézve.

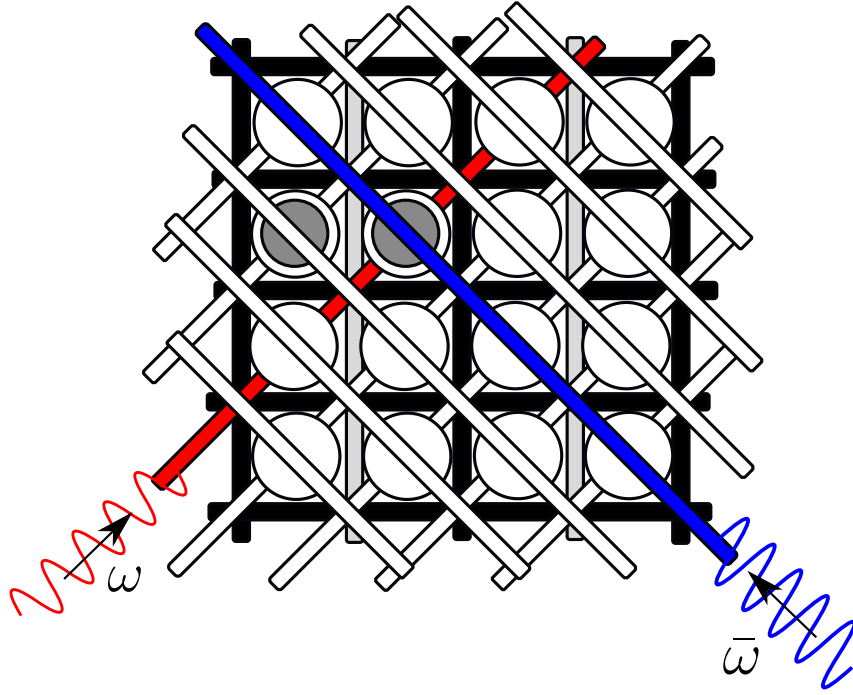
9. Alkalmazás

Eddig láttuk a bikromatikus gerjesztés hátrányait az egyszerű monokromatikus gerjesztéshez képest, mint az alacsonyabb Rabi frekvencia és a töltésajjal szembeni nagyobb érzékenység. Az előnye a kétdimenziós elrendezésnek lehet az egyik legígéretesebb kvantum hibajavításnak, a felületi kódnak (surface code) alkalmazhatósága [48]. Ezt a négyzetrácsos elrendezést előttünk már felvetették [2].

Az általunk javasolt elrendezés látható az 1. ábrán. Ott a kettős kvantumdotok merőlegesek a kétdimenziós elrendezés síkjára. Ennek a kísérleti megvalósítása nehézkes lehet, de ez a konkrét elrendezés nem szükséges, ez csak a módszer lényegét igyekszik demonstrálni. Egy realisztikusabb elrendezés látható a 23. ábrán, melyet M. Veldhorst és csoportja által javasolt elrendezés motivált [2]. A 2D-s qubit elrendezést a vízszintes és függőleges feketével jelölt elektródák jelölik ki, ezek hozzák létre a kvantumdotok bezáró potenciálját. A négyzetrács egy eleme jelent egy kvantumdotot. A szürkével jelölt elektródák teszik lehetővé az elektron hibridizációját két (vízszintesen) szomszédos kvantumdot között, így jönnek létre a kettős kvantumdotok. Minden kettős kvantumdotban van egy elektron, ezt mutatja a 23. ábrán a két szürke korong. Használhatunk töltés- és flopping-mode spinqubiteket is, töltésqubit esetén az elektron helyzete, a spinqubit esetén az elektron spinje definálja a qubitet. A kettős kvantumdot elhangeltsége (ϵ , on-site energia) szabályozható az átlósan elhelyezett elektródákkal egyenfeszültség használatával, míg az egyqubitese műveletek ugyanezen elektródákra kapcsolt AC feszültséggel hozhatóak létre.

9.1. A qubitek szelektív vezérlése

A qubitek szelektív vezérlése bikromatikus módon történik, két AC feszültséget használva, ω és $\bar{\omega}$ frekvenciákkal. Ha a két frekvencia összege megegyezik a qubit felhasadási frekven-



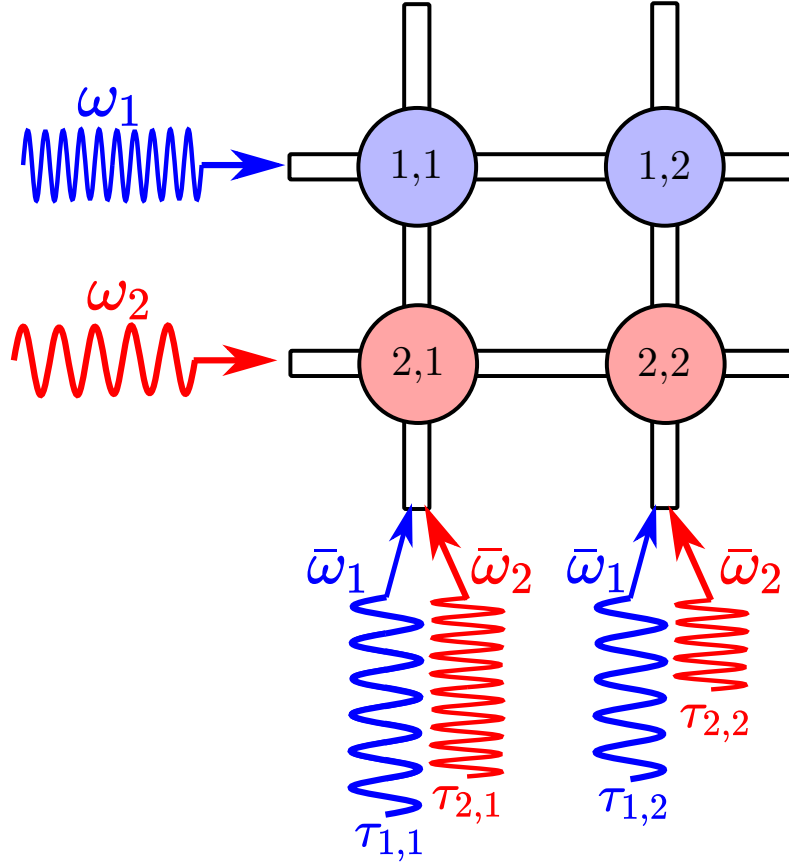
23. ábra. Sematikus ábrázolása a kétdimenziós qubit elrendezés melletti szelektív vezérlésnek. A szürkével jelölt elektródák teszik lehetővé az elektron hibridizációját a kvantumdotok között, amelyeket a vízszintes és függőleges, feketével jelölt elektródák definiálnak. A qubiteket az elektron töltés vagy spin szabadsági fokára alapozzuk. A hibridizáció által jönnek létre a kettős kvantumdotok. Az on-site energia az átlósan elhelyezkedő elektródákkal változtatható. A szelektív vezérlés bikromatikusan történik, két harmonikusan változó AC feszültséget kapcsolva ω és $\bar{\omega}$ frekvenciákkal két merőleges, átlós elektródára. Ha $\omega + \bar{\omega}$ megegyezik a qubit ω_{split} felhasadási frekvenciájával, akkor csak az általunk választott qubit lesz vezérelve, ez az ábrán két szürke koronggal van jelölve.

ciájával (és még a Bloch-Siegert eltolódást hozzáadva), akkor csak az általunk választott qubit lesz vezérelve, amelyik a két vezérlőelektróda kereszteződésénél található. Ezeknek az AC jeleknek a hosszúságának megválasztása határozza meg, hogy melyik egyqubites műveletet hajtjuk végre.

Ennek a vezérlésnek az előnye az, hogy akkor is működik, amikor a qubitek azonosak. Nincs szükség extra lépésekre a művelet végrehajtása előtt és után, mint a monokromatikus vezérlés esetén. Abban az esetben extra lépésekkel biztosítani kell, hogy csak a kívánt qubit lesz vezérelve, vagyis csak az lesz rezonáns a vezérlésre. A bikromatikus vezérlés hátránya az, hogy az oszcilláció lassabb.

9.2. Egyqubites műveletek párhuzamosítása

A bikromatikus vezérlés és frekvencia multiplexelés együtt lehetővé teszi az egyqubites műveletek párhuzamosítását. Ez azt jelenti, hogy különböző egyqubites műveletet egyszerre tudunk végrehajtani minden egyes qubiten. Ezt mutatja az 24. ábra. A qubitek (az ábrán korongok) bikromatikusan vannak vezérelve, ez az első sorban elhelyezkedő qubitek esetén azt jelenti, hogy $\omega_1 + \bar{\omega}_1 = \omega_{\text{split}}$. Megfelelően megválasztva az oszlopokra kapcsolt AC impulzusok hosszát és kezdeti fázisát bármilyen egyqubites művelet megvalósítása lehetséges. A második sorban elhelyezkedő qubitek vezérlése is hasonlóan működik, ebben az esetben a függőleges elektródára $\bar{\omega}_2$ frekvenciájú teret kell kapcsolni. Ez azért szükséges, hogy csak az általunk kívánt qubit legyen vezérelve. Egy $N \times N$ -es elrendezés esetén ezért $2N$ különböző frekvencia szükséges, $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_N$ illetve $\bar{\omega}_1, \bar{\omega}_2, \dots, \bar{\omega}_N$.



24. ábra. Egyqubites műveletek párhuzamosítása egy 2D-s négyzetrácsos elrendezésben. A kék qubitek az első sorban bikromatikusan vannak vezérelve a késsel jelölt AC térrel. Az AC impulzusok hosszát ($\tau_{1,1}, \dots, \tau_{2,2}$) és a kezdeti fázisát változtatva bármilyen egyqubites művelet elérhető. Hasonlóan vezérelhetők a második sorban levő qubitek. A függőleges vezérlőelektródáknál a frekvenciák multiplexelése szükséges.

Ezek páronként rezonánsak, vagyis $\omega_i + \bar{\omega}_i = \omega_{\text{split}}, \forall i \in \{1, 2, \dots, N\}$. Így a vízszintes elektródákra monokromatikus AC tereket kapcsolunk, a függőleges elektródákon pedig N különböző frekvenciájú impulzus multiplexelése szükséges. Ahhoz, hogy csak az általunk kívánt qubit legyen vezérelve biztosítani kell, hogy ne történjen olyan, hogy $\omega_i + \bar{\omega}_j \approx \omega_{\text{split}}, i \neq j$, vagyis ne legyünk közel a rezonanciához a nem kívánt esetekben. A bikromatikus oszcillációk vizsgálatánál láttuk, hogy a rezonancia eléréséhez a frekvenciák pontos beállítására van szükség, tehát ez a rezonancia éles, tudunk találni nem túl nagy N -re $2N$ különböző frekvenciát úgy, hogy csak a megfelelő frekvencia párok legyenek rezonánsak (vagyis ne történjen jelentős crosstalk).

Az így vezérelhető kvantumbitek számának ($N \times N$) meghatározása numerikus szimulációval lehetséges, ezt a jövőben szeretnénk vizsgálni.

10. Összefoglalás

A dolgozatban kettős kvantumdot alapú töltés- és flopping-mode spinqubitek elektromos tér általi vezérlését vizsgáltuk. Munkánk egyik motivációja, hogy M. Veldhorst csoportja kigondolta és szeretné megvalósítani a spinqubitek szelektív vezérlését a négyzetrácsos elrendezéshez (crossbar architecture) hasonló módon [2,3]. Ezt vizsgáltuk mi elméleti úton. A standard vezérlés egyfotonos Rabi oszcilláció létrehozásával lehetséges, itt perturbatív eredményeket kaptunk a Rabi oszcillációk frekvenciájára, illetve megmutattuk, hogy a

töltésdegenerációs pontban maximális ez a frekvencia.

Monokromatikus kétfotonos Rabi oszcillációknál azt kaptuk, hogy a töltésdegenerációs pontban nulla a Rabi frekvencia, egy véges, nem nulla on-site energia esetén van maximum. A töltésqubit esetén lényeges Bloch-Siegert eltolódást láttunk, a flopping-mode spinqubit esetében elhanyagolható volt.

A bikromatikus oszcillációk teszik lehetővé a több szempontból hatékonyabb négyzet-rácsos szelektív vezérlést. Kiszámoltuk a Rabi frekvenciákat, melyek a töltésdegenerációs pontban nullák, egy véges on-site energia esetén maximálisak, illetve a két elektromos tér frekvenciáinak különbségének növelésével nagyobb Rabi frekvenciát lehet elérni. Azt kaptuk, hogy a bikromatikus Rabi oszcillációk frekvenciái jóval kisebbek, mint a monokromatikus oszcillációk esetén, de még mindig MHz-es nagyságrendűek. A Bloch-Siegert eltolódás a flopping-mode spinqubit esetén elhanyagolható, a töltésqubit esetén nem.

Ezután egy általánosabb modellben vizsgáltuk a flopping-mode spinqubiteket, általánosabb spin-pálya kölcsönhatással, g-faktor antiszimmetria mellett. Azt találtuk, hogy módosult a felhasadás, vezető rendben a Rabi frekvenciák ugyanazok, mint az előző modell esetén, a Bloch-Siegert eltolódások pedig megváltoztak, a g-faktor antiszimmetria miatt számottevőek lettek.

Vizsgáltuk a töltészaj hatását a spinqubitre, egyfotonos Rabi oszcilláció esetén a töltésdegenerációs pontban a rendszer ellenáll a töltészajnak, nagy zaj mellett is 99% feletti jószágot tudunk elérni. Monokromatikus és bikromatikus vezérlés esetén is a g-faktor antiszimmetria rontja a rendszer ellenállóképességét a töltészajjal szemben. A bikromatikus oszcillációra való hatását a zajnak a jövőben tervezzük jobban megérteni.

Bemutattuk a bikromatikus vezérlésnek és a négyzet-rácsos elrendezésnek a leghasznosabb alkalmazását, a szelektív vezérlést és az egyqubites műveletek párhuzamosítását. Egy $N \times N$ -es rács esetén $2N$ frekvencia használatával, N frekvencia multiplexelésével, az impulzusok idejének és kezdeti fázisának megfelelő választásával bármilyen egyqubites műveletet egyszerre végre tudunk hajtani a qubiteken, anélkül, hogy a művelet előtt és után extra lépéseket kellene tegyünk annak érdekében, hogy csak a kívánt qubit legyen vezérelve. Ez az elrendezés és a bikromatikus vezérlés miatt teljesülhet.

Azt láttuk, hogy a paraméterek optimális megválasztása nem triviális, illetve gyakran lényeges a rezonanciának a gerjesztés erősségétől függő eltolódása, vagyis a Bloch-Siegert eltolódás, ezért bízunk abban, hogy az elméleti eredményeink segítséget nyújtanak majd a bikromatikus oszcillációk kísérleti megvalósításában.

Köszönetnyilvánítás

Köszönettel tartozom legfőképp **Széchenyi Gábor** témavezetőmnek a téma felvetése, a sok segítség és hasznos ötlet, a szórakoztató közös munka miatt. Köszönöm a segítséget **Pályi Andrásnak**, illetve köszönöm **Dávid Gyulának**, hogy részt vehettem az általa tartott speciális előadásokon, a tőle tanultak nagyban segítettek ebben a munkában.

A kutatást az Innovációs és Technológiai Minisztérium és a Nemzeti Kutatási, Fejlesztési és Innovációs Hivatal támogatta a Kvantuminformatika Nemzeti Laboratórium keretében.

11. Függelék

A. Floquet-módszer

A függelék ezen részében a Floquet-módszert tekintjük át, hasonló jelöléseket használva, mint a [36, 37] cikkekben használtak.

Az időfüggő Schrödinger-egyenlet mátrix alakban ($\hbar = 1$):

$$i \frac{d\Psi}{dt} = H\Psi, \quad (85)$$

ahol H a Hamilton-operátor,

$$H = H_0 + V \cos \omega t + \bar{V} \cos \bar{\omega} t. \quad (86)$$

H_0 a perturbálatlan része az operátornak, ez általánosan egy d szintes rendszert ír le, $|\alpha\rangle$ sajátállapotokkal és E_α sajátértékekkel, ahol $\alpha \in \{0, 1, \dots, d-1\}$, V és $\bar{V}$ azok az operátorok, amelyek a gerjesztést írják le. A Floquet-módszer csak akkor alkalmazható, ha a H Hamilton-operátor időben periodikus, ez pedig több harmonikus gerjesztés esetén nem biztos, hogy teljesül. Ezt a problémát oldották meg a [37] cikkben, itt az ő megoldásukat követjük. Bevezetünk egy $\delta\omega$ frekvenciát úgy, hogy

$$\omega = N\delta\omega, \quad \bar{\omega} = \bar{N}\delta\omega, \quad N, \bar{N} \in \mathbb{Z}^+. \quad (87)$$

Meg tudjuk választani úgy ezt a $\delta\omega$ frekvenciát, hogy tetszőlegesen kicsi legyen, így az N és $\bar{N}$ egész számokat megtaláljuk úgy, hogy tetszőleges pontossággal megadják az ω és $\bar{\omega}$ frekvenciákat. A $\delta\omega$ bevezetésével a Hamilton-operátor időben periodikussá válik $T = 2\pi/\delta\omega$ periódussal, és alkalmazható a Floquet-módszer. A (85) egyenlet megoldása a következő formába írható:

$$\Psi(t) = \Phi(t)e^{-iQt}, \quad (88)$$

ahol Q egy konstans, diagonális mátrix q_α diagonális elemekkel, $\Phi(t)$ egy időben periodikus mátrix T periódussal. A $\Phi(t)$ -t Fourier-sorba tudjuk fejteni:

$$\Psi_{\alpha\beta}(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \Psi_{\alpha\beta}^{(n)} e^{in\delta\omega t} e^{-iq_\beta t}, \quad (89)$$

ahol $\Psi_{\alpha\beta}^{(n)}$ a Fourier-komponenst jelöli, a görög indexek a mátrixelemeket indexelik. A Hamilton-operátor is Fourier-sorba fejthető:

$$H_{\alpha\beta} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} H_{\alpha\beta}^{(n)} e^{in\delta\omega t}. \quad (90)$$

Ezeket a sorfejtéseket visszahelyettesítve a (85) Schrödinger-egyenletbe egy rekurziós összefüggést kapunk a $\Psi_{\alpha\beta}^{(n)}$ -re. Ez ekvivalens egy sajátérték problémával:

$$\sum_{\gamma=0}^{d-1} \sum_{k=-\infty}^{\infty} (H_{\alpha\gamma}^{(n-k)} + n\delta\omega\delta_{\alpha\gamma}\delta_{kn}) \Psi_{\gamma\beta}^{(k)} = q_\beta \Psi_{\alpha\beta}^{(n)}. \quad (91)$$

Ez a sajátérték problémája az ún. Floquet-operátornak, H_F -nek, ami most már időfüggetlen, de cserében végtelen dimenziós. Ez az operátor a következő módon definiálható:

$$\langle \alpha n | H_F | \beta m \rangle = H_{\alpha\beta}^{(n-m)} + n\delta\omega\delta_{\alpha\beta}\delta_{nm}. \quad (92)$$

Az $|\alpha n\rangle$ állapotok az ún. Floquet-állapotok, melyek egy ortonormált bázist alkotnak. Az $U(t, t_0)$ időfejllesztő operátor

$$U_{\beta\alpha}(t, t_0) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \langle \beta n | e^{-iH_F(t-t_0)} | \alpha 0 \rangle e^{in\delta\omega t}. \quad (93)$$

A H_F Floquet-operátor a definíciójában tartalmazza a bevezetett $\delta\omega$ paraméteret, ezért nem használható ebben a formában konkrét számolásokra. Meg lehet mutatni, hogy a H_F blokkdiagonális alakra hozható, mely így $H_{F,0}$, H_{F,p_1} , H_{F,p_2} ... blokkokat tartalmaz. Az $H_{F,0}$ blokk a G_0 altéren keresztül van definálva, melyet az $\{|\alpha m\rangle\}$ állapotok feszítenek ki, ahol m egy egész szám, amelyet fel lehet írni, mint $nN + \bar{n}\bar{N}$, ahol n és $\bar{n}$ egész számok. A többi blokk hasonlóan van definiálva a G_p altéren keresztül, amelyet a $\{|\alpha, p + m\rangle\}$ állapotok feszítenek ki, ahol p egy egész szám, melyet nem lehet $nN + \bar{n}\bar{N}$ alakban írni. Minden altéren definiálhatjuk a Floquet-blokkot, ha átjelöljük az $|\alpha n\rangle$ állapotot $|\alpha p n \bar{n}\rangle$ alakban:

$$\langle \alpha p n \bar{n} | H_{F,p} | \beta p k \bar{k} \rangle = H_{\alpha\beta}^{(n-k, \bar{n}-\bar{k})} + (p\delta\omega + n\omega + \bar{n}\bar{\omega})\delta_{\alpha\beta}\delta_{nk}\delta_{\bar{n}\bar{k}}. \quad (94)$$

Az $H_{\alpha\beta}^{(n, \bar{n})}$ Fourier-komponens kiszámolható, ha az (86) egyenlet által bevezetett Hamilton-operátort használjuk:

$$H_{\alpha\beta}^{(n, \bar{n})} = E_{\alpha}\delta_{\alpha\beta}\delta_{n,0}\delta_{\bar{n},0} + \frac{V_{\alpha\beta}}{2}(\delta_{n,1} + \delta_{n,-1})\delta_{\bar{n},0} + \frac{\bar{V}_{\alpha\beta}}{2}(\delta_{\bar{n},1} + \delta_{\bar{n},-1})\delta_{n,0}, \quad (95)$$

ahol $V_{\alpha\beta} = \langle \alpha | V | \beta \rangle$, $\bar{V}_{\alpha\beta} = \langle \alpha | \bar{V} | \beta \rangle$. Az időfejllesztő operátor az (93) egyenlet szerint tartalmazza az $|\alpha 0\rangle$ vektort, szóval elég tekinteni a $H_{F,0}$ blokkot a H_F Floquet-operátorból. Átjelölhetjük az $|\beta p k \bar{k}\rangle$ állapotot $|\beta k \bar{k}\rangle$ állapotra, mivel tudjuk, hogy $p = 0$. Így az időfejllesztő operátor a következő alakban írható:

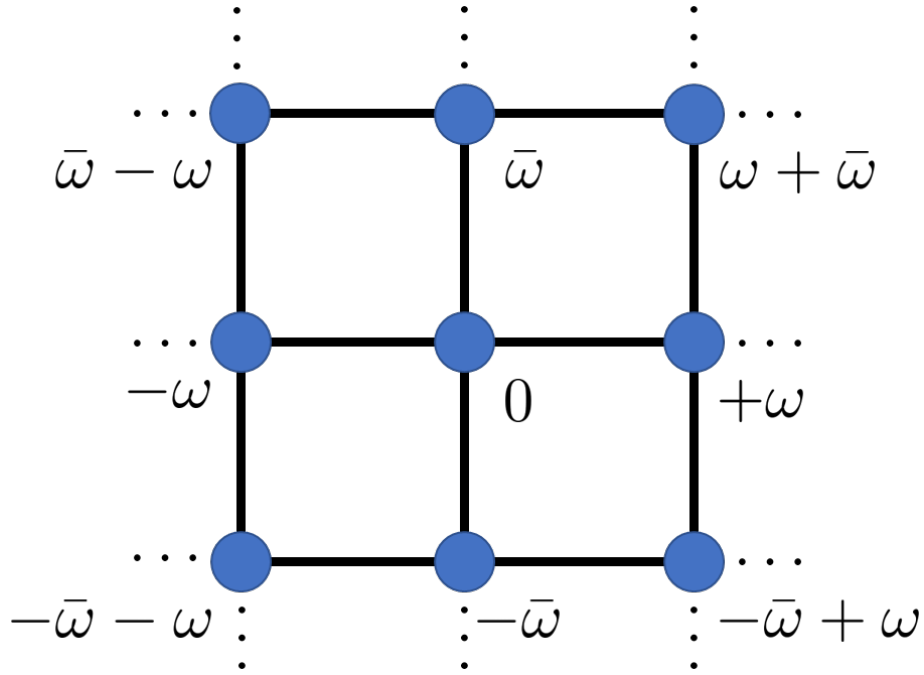
$$U_{\beta\alpha}(t, t_0) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{\bar{n}=-\infty}^{\infty} \langle \beta n \bar{n} | e^{-iH_{F,0}(t-t_0)} | \alpha 0 0 \rangle e^{i(n\omega + \bar{n}\bar{\omega})t}. \quad (96)$$

A $H_{F,0}$ operátor leírja a szintek közötti átmeneteket, időfüggetlen, végtelen dimenziós. Kényelmi okokból jelöljük ezt $\mathcal{H}_{\mathcal{F}}$ -el. A Floquet-operátor szerkezetének részletesebb vizsgálata megtalálható a [37] cikkben.

Egy szemléletes kép adható a $\mathcal{H}_{\mathcal{F}}$ szerkezetéről. A 25. ábrán látható egy sematikus kép a $\mathcal{H}_{\mathcal{F}}$ szerkezetéről. Bikromatikus gerjesztés esetén egy végtelen négyzetrácsként fogható fel, melynek rácspontjaiban (az ábrán kék pöttyök) energiaaltér (perturbálatlan rész) vannak, az őket összekötő vonalak (az ábrán fekete vonalak) a csatolások (perturbáció). Az energiaaltér és a csatolások dimenziója megegyezik az eredeti Hamilton-operátor dimenziójával. Az energiaaltér diagonálisak, a főatlóban a gerjesztő frekvenciák lineárkombinációival eltolt energiák vannak. Tegyük fel, hogy az eredeti Hamilton-operátorban a két harmonikus gerjesztés $H_E \cos \omega t$, $\bar{H}_E \cos \bar{\omega} t$ alakban írható, ahol H_E és $\bar{H}_E$ mátrixok. Ebben az esetben a csatolás $H_E/2$ és $\bar{H}_E/2$ lehet. Ha a két energiaaltér, amelyet a csatolás összeköt ω frekvenciában különbözik, akkor a csatolás $H_E/2$, ha $\bar{\omega}$ -ban különböznek, akkor $\bar{H}_E/2$.

A gerjesztő térben elsőrendű oszcilláció akkor jöhet létre, ha a kiindulópontból egy vonalon keresztül el tudunk jutni a kívánt végpontba. Ez bikromatikus esetben nem lehetséges, hiszen ekkor a nullás és az $\omega + \bar{\omega}$ pontok között kellene létezzon olyan út, ami csak egy vonalat tartalmaz. A legrövidebb út a két pont között két vonalat tartalmaz, ezért a bikromatikus oszcilláció a gerjesztő térben (vezető rendben) másodrendű folyamat.

Egyszerű látni, hogy monokromatikus esetben ez a négyzetrács egy vonalra redukálódik, ez már Shirley [36] cikkében is látszik. Általános esetben ez egy n -dimenziós kockarács.



25. ábra. A $\mathcal{H}_{\mathcal{F}}$ Floquet-operátor szerkezete bikromatikus gerjesztés esetén. Egy végtelen négyzetrács, melynek rácsponthai (kék pöttyök) a gerjesztési frekvenciák lineárkombinációival eltolt energiaalterek, míg a fekete vonalak az alterek közötti csatolások.

B. Kvázidegenerált perturbációszámítás

Röviden áttekintjük a Schrieffer-Wolff transzformációt [39], amelyet kvázidegenerált perturbációszámításnak is ismernek [38]. Ez egy nagyon hasznos módszer a kvantummechanikában, ennek ellenére nem nagyon ismert. Az eljárás célja az, hogy időfüggetlen Hamilton-operátort közelítőleg diagonalizáljon.

A H Hamilton-operátor egy H_0 és egy H' részből áll. A H_0 spektruma ismert, E_n sajátértékekkel és $|\psi_n\rangle$ sajátvektorokkal, míg a H' perturbációként van kezelve.

$$H = H_0 + H'. \quad (97)$$

Feltesszük, hogy a sajátvektorok $\{|\psi_n\rangle\}$ halmaza felosztható A és B halmazokra, amelyek gyengén hatnak kölcsön egymással, és minket csak az A halmaz érdekel. Speciálisan a későbbi számolásainkban az A halmazban lesz a két sajátvektor, melyeknek megfelelő szintek között akarjuk az átmenetet leírni, a B -ben lesz az összes többi vektor. A perturbációszámítás gyakorlatilag egy időfüggetlen unitér transzformáció:

$$\tilde{H} = e^{-S} H e^S. \quad (98)$$

A célunk az, hogy a transzformáció után az A és B halmazok között a csatolás a perturbációban adott rendig eltűnjön, vagyis $\langle\psi_m|\tilde{H}|\psi_l\rangle$ legyen nulla adott rendig H' -ben, ahol $|\psi_m\rangle \in A$, $|\psi_l\rangle \in B$. Az e^S -et sorbafejtve, majd az S -et is sor alakjában keresve szukcesszív approximáció módszerével megkapható a transzformáció. A részletes számolás

megtalálható a [38] cikkben. Így az eltranszformált $\tilde{H}$ operátort is sor alakjában kapjuk meg:

$$\tilde{H} = H^{[0]} + H^{[1]} + H^{[2]} + H^{[3]} + \dots \quad (99)$$

Ha csak a $H^{[0]} + H^{[1]} + H^{[2]}$ összeget tartjuk meg, akkor az eltranszformált Hamilton-operátor a perturbációban másodrendig diagonális lesz. Ez a három tag:

$$H_{mm'}^{[0]} = H_{0,mm'}, \quad (100)$$

$$H_{mm'}^{[1]} = H'_{mm'}, \quad (101)$$

$$H_{mm'}^{[2]} = \frac{1}{2} \sum_{l \neq m, m'} H'_{ml} H'_{lm'} \left[\frac{1}{E_m - E_l} + \frac{1}{E_{m'} - E_l} \right], \quad (102)$$

ahol az m, m' indexek az A halmaz állapotait jelölik, míg az l index a B halmaz állapotait.

Nulladrendben a perturbálatlan részt, elsőrendben a perturbálatlant és a perturbációt kapjuk vissza, másodrendben kapunk új tagokat. A számolásaink során a H_0 a $\mathcal{H}_{\mathcal{F}}$ Floquet-operátor diagonális része lesz, ennek a sajátértékei és vektorai így triviálisak. A perturbáció az összes többi rész lesz. A perturbációs számítás csak akkor alkalmazható, ha az A és B halmazok állapotai energiában jól el vannak szeparálva egymástól.

C. Bikromatikus elektronspin-rezonancia számolása

A $\mathcal{H}_{\mathcal{F}}$ operátorra alkalmazunk másodrendű Srieffer-Wolff transzformációt. A $\mathcal{H}_{\mathcal{F}}$ mátrixeleme:

$$\begin{aligned} \langle \alpha n \bar{n} | \mathcal{H}_{\mathcal{F}} | \beta k \bar{k} \rangle &= (E_{\alpha} + n\omega + \bar{n}\bar{\omega}) \delta_{\alpha\beta} \delta_{nk} \delta_{\bar{n}\bar{k}} + \frac{V_{\alpha\beta}}{2} (\delta_{n-k,1} + \delta_{n-k,-1}) \delta_{\bar{n}\bar{k}} + \\ &+ \frac{\bar{V}_{\alpha\beta}}{2} (\delta_{\bar{n}-\bar{k},1} + \delta_{\bar{n}-\bar{k},-1}) \delta_{nk}. \end{aligned} \quad (103)$$

Ezeket az elemeket egy mátrixba tudjuk rendezni. A végtelen mátrixnak adott rendig a perturbációs számításban csak egy véges része ad járulékot. A (54) Hamilton-operátort használva az annak megfelelő $\mathcal{H}_{\mathcal{F}}$ mátrixnak csak a következő 8×8 -as része ad járulékot a Rabi frekvencia másodrendű perturbatív kifejezéséhez:

$$\mathcal{H}_{\mathcal{F}} = \begin{array}{c} \begin{array}{cccccccc} \beta=1 & \beta=0 & \beta=1 & \beta=0 & \beta=1 & \beta=0 & \beta=1 & \beta=0 \\ k=1 & k=1 & k=0 & k=0 & k=1 & k=1 & k=0 & k=0 \\ \bar{k}=0 & \bar{k}=0 & \bar{k}=0 & \bar{k}=0 & \bar{k}=1 & \bar{k}=1 & \bar{k}=1 & \bar{k}=1 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \end{array} \\ \begin{array}{ccccccccc} \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \dots & -\frac{\omega_{\text{split}}}{2} + \omega & 0 & -\frac{g\mu_B B_{\text{ac}}}{4} & 0 & 0 & \frac{g\mu_B \bar{B}_{\text{ac}}}{4} & 0 & 0 & \dots \leftarrow \alpha=1, n=1, \bar{n}=0 \\ \dots & 0 & \frac{\omega_{\text{split}}}{2} + \omega & 0 & \frac{g\mu_B B_{\text{ac}}}{4} & \frac{g\mu_B \bar{B}_{\text{ac}}}{4} & 0 & 0 & 0 & \dots \leftarrow \alpha=0, n=1, \bar{n}=0 \\ \dots & -\frac{g\mu_B B_{\text{ac}}}{4} & 0 & -\frac{\omega_{\text{split}}}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{g\mu_B \bar{B}_{\text{ac}}}{4} & \dots \leftarrow \alpha=1, n=0, \bar{n}=0 \\ \dots & 0 & \frac{g\mu_B B_{\text{ac}}}{4} & 0 & \frac{\omega_{\text{split}}}{2} & 0 & 0 & \frac{g\mu_B \bar{B}_{\text{ac}}}{4} & 0 & \dots \leftarrow \alpha=0, n=0, \bar{n}=0 \\ \dots & 0 & \frac{g\mu_B \bar{B}_{\text{ac}}}{4} & 0 & 0 & -\frac{\omega_{\text{split}}}{2} + \omega + \bar{\omega} & 0 & -\frac{g\mu_B B_{\text{ac}}}{4} & 0 & \dots \leftarrow \alpha=1, n=1, \bar{n}=1 \\ \dots & \frac{g\mu_B \bar{B}_{\text{ac}}}{4} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\omega_{\text{split}}}{2} + \omega + \bar{\omega} & 0 & \frac{g\mu_B B_{\text{ac}}}{4} & \dots \leftarrow \alpha=0, n=1, \bar{n}=1 \\ \dots & 0 & 0 & 0 & \frac{g\mu_B \bar{B}_{\text{ac}}}{4} & -\frac{g\mu_B B_{\text{ac}}}{4} & 0 & -\frac{\omega_{\text{split}}}{2} + \bar{\omega} & 0 & \dots \leftarrow \alpha=1, n=0, \bar{n}=1 \\ \dots & 0 & 0 & \frac{g\mu_B \bar{B}_{\text{ac}}}{4} & 0 & 0 & \frac{g\mu_B B_{\text{ac}}}{4} & 0 & \frac{\omega_{\text{split}}}{2} + \bar{\omega} & \dots \leftarrow \alpha=0, n=0, \bar{n}=1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{array} \end{array} \quad (104)$$

Az egyszerűség kedvéért jelöljük az $\alpha = 0$, $n = 0$, $\bar{n} = 0$, $\beta = 0$, $k = 0$, $\bar{k} = 0$ elemet $\mathcal{H}_{\mathcal{F}00}$ -nak. A 2×2 -es effektív Hamilton-mátrix a $\mathcal{H}_{\mathcal{F}00}$, $\mathcal{H}_{\mathcal{F}01}$, $\mathcal{H}_{\mathcal{F}10}$, $\mathcal{H}_{\mathcal{F}11}$ elemekből áll. A másodrendű korrekció:

$$\mathcal{H}_{\mathcal{F}mm'}^{[2]} = \frac{1}{2} \sum_{l \neq m, m'} \mathcal{H}_{\mathcal{F}ml} \mathcal{H}_{\mathcal{F}lm'} \left(\frac{1}{E_m - E_l} + \frac{1}{E_{m'} - E_l} \right), \quad (105)$$

ahol E_m , E_l , $E_{l'}$ a főátlóbeli elemei a Hamilton-mátrixnak. A Rabi frekvencia meghatározásához a 2×2 -es mátrix offdiagonális elemének korrekcióját kell meghatározni. Ez a korrekció adja a Rabi frekvenciát, hiszen $\mathcal{H}_{\mathcal{F}01}^{[2]} = \pm \frac{\Omega_{\text{Rabi}, bi}}{2}$. A (105) szummát ki tudjuk számolni, felhasználva a rezonancia közelítő feltételét, $\mathcal{H}_{\mathcal{F}00} \approx \mathcal{H}_{\mathcal{F}11}$. Csak az $l = -2$ és $l = 3$ esetek adnak járulékot. Az eredmény:

$$\Omega_{\text{Rabi}, bi} = \frac{(g\mu_B)^2 B_{\text{ac}} \bar{B}_{\text{ac}}}{4\hbar^2 \omega}. \quad (106)$$

A Bloch-Siegert eltolódás meghatározásához a diagonális elemek másodrendű korrekcióját kell kiszámítani. Az előbbihez hasonlóan mindkét elemhez meg lehet találni azt a 8×8 -as részét a $\mathcal{H}_{\mathcal{F}}$ -nek, ami elégséges a szumma elvégzéséhez. Ezt a számolást meg tudjuk azonban tenni anélkül is, hogy az operátort mátrixként reprezentálnánk. Az első főátlóbeli elem korrekciója a (105) alapján egyszerűbb alakban írható:

$$\mathcal{H}_{\mathcal{F}00}^{[2]} = \sum_{l \neq 0} \frac{|\mathcal{H}_{\mathcal{F}0l}|^2}{E_0 - E_l}. \quad (107)$$

A $\mathcal{H}_{\mathcal{F}0l}$ az $\langle 000 | \mathcal{H}_{\mathcal{F}} | \beta k \bar{k} \rangle$ elem, az $l \neq 0$ feltétel azt jelenti, hogy $\beta, k, \bar{k}$ indexek nem lehetnek nullák egyszerre, ezt nem fogjuk jelölni a következő egyenletekben. Az E_m elemet igazából több különböző index határozza meg:

$$E_m = E_\alpha + n\omega + \bar{n}\bar{\omega} = E_{\alpha n \bar{n}}, \quad (108)$$

ahol $\alpha \in \{0, 1\}$, $E_0 = \frac{\omega_{\text{split}}}{2}$, $E_1 = -\frac{\omega_{\text{split}}}{2}$. A szumma átírható:

$$\mathcal{H}_{\mathcal{F}00}^{[2]} = \sum_{\beta=0}^1 \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{\bar{k}=-\infty}^{\infty} \frac{|\langle 000 | \mathcal{H}_{\mathcal{F}} | \beta k \bar{k} \rangle|^2}{E_{000} - E_{\beta k \bar{k}}}. \quad (109)$$

A (103) egyenletből a mátrixelem kifejezését felhasználva a szumma egyszerűen elvégezhető, az eredmény:

$$\mathcal{H}_{\mathcal{F}00}^{[2]} = \frac{(g\mu_B)^2 \bar{B}_{\text{ac}}^2}{16} \left(\frac{1}{\omega} + \frac{1}{\omega + 2\bar{\omega}} \right). \quad (110)$$

Hasonlóan lehet számolni a másik diagonális elem korrekcióját:

$$\mathcal{H}_{\mathcal{F}11}^{[2]} = \sum_{\beta=0}^1 \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{\bar{k}=-\infty}^{\infty} \frac{|\langle 111 | \mathcal{H}_{\mathcal{F}} | \beta k \bar{k} \rangle|^2}{E_{111} - E_{\beta k \bar{k}}}. \quad (111)$$

Ennek az elvégzése után az eredmény:

$$\mathcal{H}_{\mathcal{F}11}^{[2]} = -\frac{(g\mu_B)^2 \bar{B}_{\text{ac}}^2}{16} \left(\frac{1}{\omega} + \frac{1}{\omega + 2\bar{\omega}} \right). \quad (112)$$

Az effektív 2×2 -es Hamilton-mátrix, ami leírja a bikromatikus átmenetet, H_{eff} :

$$H_{\text{eff}} = \begin{pmatrix} \frac{\omega_{\text{split}}}{2} + \mathcal{H}_{\mathcal{F}00}^{[2]} & -\frac{\Omega_{\text{Rabi,bi}}}{2} \\ -\frac{\Omega_{\text{Rabi,bi}}}{2} & -\frac{\omega_{\text{split}}}{2} + \omega + \bar{\omega} + \mathcal{H}_{\mathcal{F}11}^{[2]} \end{pmatrix}. \quad (113)$$

A rezonancia feltétele az, hogy a két főátlóbeli elem egyenlő, ebből kifejezhető az $\omega + \bar{\omega}$:

$$\omega + \bar{\omega} = \omega_{\text{split}} + \mathcal{H}_{\mathcal{F}00}^{[2]} - \mathcal{H}_{\mathcal{F}11}^{[2]}. \quad (114)$$

Az (114) egyenletben az ω_{split} mellett megjelenő tag a Bloch-Siegert eltolódás, $\omega_{\text{BS}} = \mathcal{H}_{\mathcal{F}00}^{[2]} - \mathcal{H}_{\mathcal{F}11}^{[2]}$. Felhasználva az (110,112) egyenleteket és a rezonanciafeltétel közelítését, $\omega + \bar{\omega} \approx \omega_{\text{split}}$ kapjuk, hogy:

$$\omega_{\text{BS}} = \frac{\omega_{\text{split}} (g\mu_B \bar{B}_{\text{ac}})^2}{4\hbar^2 \omega (\bar{\omega} + \omega_{\text{split}})}. \quad (115)$$

A számolást akkor is el lehet végezni, ha az oszcilláló mágneses tereknek kezdeti ϕ és $\bar{\phi}$ fázisuk van. Ekkor a Rabi frekvencia $\phi + \bar{\phi}$ szögű komplex fázist kap. Ez azt jelenti, hogy más egyqubitese műveletet hajtunk végre.

Hasonlóan kell eljárni a töltésqubit és a flopping-mode spinqubit esetén. A spinqubit általánosabb modelljénél azonban harmadrendű időfüggetlen Schrieffer-Wolff transzformáció szükséges, mert a bonyolult időfüggetlen Hamilton-operátor miatt az energia bázisba való áttérés egzaktul nem lehetséges. Ekkor a g-faktor antiszimmetria és a spin-pálya kölcsönhatás perturbációként vannak kezelve, ezért szükséges az eggyel magasabb rendű Schrieffer-Wolff transzformáció.

Hivatkozások

- [1] D. P. DiVincenzo, „Double quantum dot as a quantum bit,” *Science*, vol. 309, no. 5744, pp. 2173–2174, 2005.
- [2] R. Li, L. Petit, D. P. Franke, J. P. Dehollain, J. Helsen, M. Steudtner, N. K. Thomas, Z. R. Yoscovits, K. J. Singh, S. Wehner, *et al.*, „A crossbar network for silicon quantum dot qubits,” *Science advances*, vol. 4, no. 7, p. eaar3960, 2018.
- [3] J. M. Boter, J. P. Dehollain, J. P. van Dijk, Y. Xu, T. Hensgens, R. Versluis, H. W. Naus, J. S. Clarke, M. Veldhorst, F. Sebastiano, *et al.*, „The spider-web array—a sparse spin qubit array,” *arXiv preprint arXiv:2110.00189*, 2021.
- [4] M. Benito, X. Croot, C. Adelsberger, S. Putz, X. Mi, J. R. Petta, and G. Burkard, „Electric-field control and noise protection of the flopping-mode spin qubit,” *Physical Review B*, vol. 100, no. 12, p. 125430, 2019.
- [5] X. Croot, X. Mi, S. Putz, M. Benito, F. Borjans, G. Burkard, and J. R. Petta, „Flopping-mode electric dipole spin resonance,” *Physical Review Research*, vol. 2, no. 1, p. 012006, 2020.
- [6] D. Loss and D. P. DiVincenzo, „Quantum computation with quantum dots,” *Physical Review A*, vol. 57, no. 1, p. 120, 1998.
- [7] F. H. Koppens, C. Buizert, K.-J. Tielrooij, I. T. Vink, K. C. Nowack, T. Meunier, L. Kouwenhoven, and L. Vandersypen, „Driven coherent oscillations of a single electron spin in a quantum dot,” *Nature*, vol. 442, no. 7104, pp. 766–771, 2006.

- [8] D. V. Bulaev and D. Loss, „Electric dipole spin resonance for heavy holes in quantum dots,” *Physical review letters*, vol. 98, no. 9, p. 097202, 2007.
- [9] F. Froning, M. Rančić, B. Hetényi, S. Bosco, M. Rehmann, A. Li, E. P. Bakkers, F. A. Zwanenburg, D. Loss, D. Zumbühl, *et al.*, „Strong spin-orbit interaction and g-factor renormalization of hole spins in ge/si nanowire quantum dots,” *Physical Review Research*, vol. 3, no. 1, p. 013081, 2021.
- [10] Y. Tokura, W. G. van der Wiel, T. Obata, and S. Tarucha, „Coherent single electron spin control in a slanting zeeman field,” *Physical review letters*, vol. 96, no. 4, p. 047202, 2006.
- [11] E. A. Laird, C. Barthel, E. I. Rashba, C. M. Marcus, M. P. Hanson, and A. C. Gossard, „A new mechanism of electric dipole spin resonance: hyperfine coupling in quantum dots,” *Semiconductor Science and Technology*, vol. 24, p. 064004, may 2009.
- [12] X. Mi, J. Cady, D. Zajac, P. Deelman, and J. R. Petta, „Strong coupling of a single electron in silicon to a microwave photon,” *Science*, vol. 355, no. 6321, pp. 156–158, 2017.
- [13] A. Corna, L. Bourdet, R. Maurand, A. Crippa, D. Kotekar-Patil, H. Bohuslavskyi, R. Laviéville, L. Hutin, S. Barraud, X. Jehl, *et al.*, „Electrically driven electron spin resonance mediated by spin–valley–orbit coupling in a silicon quantum dot,” *npj quantum information*, vol. 4, no. 1, pp. 1–7, 2018.
- [14] N. W. Hendrickx, W. I. Lawrie, M. Russ, F. van Riggelen, S. L. de Snoo, R. N. Schouten, A. Sammak, G. Scappucci, and M. Veldhorst, „A four-qubit germanium quantum processor,” *Nature*, vol. 591, no. 7851, pp. 580–585, 2021.
- [15] S. G. J. Philips, M. T. Mądzik, S. V. Amitonov, S. L. de Snoo, M. Russ, N. Kalhor, C. Volk, W. I. L. Lawrie, D. Brousse, L. Tryputen, B. P. Wuetz, A. Sammak, M. Veldhorst, G. Scappucci, and L. M. K. Vandersypen, „Universal control of a six-qubit quantum processor in silicon,” 2022.
- [16] F. Arute, K. Arya, R. Babbush, D. Bacon, J. C. Bardin, R. Barends, R. Biswas, S. Boixo, F. G. Brandao, D. A. Buell, *et al.*, „Quantum supremacy using a programmable superconducting processor,” *Nature*, vol. 574, no. 7779, pp. 505–510, 2019.
- [17] Y. Kawashima, M. Coons, Y. Nam, E. Lloyd, S. Matsuura, A. Garza, S. Johri, L. Huntington, V. Senicourt, A. Maksymov, *et al.*, „Efficient and accurate electronic structure simulation demonstrated on a trapped-ion quantum computer,” 2021.
- [18] X. Xue, M. Russ, N. Samkharadze, B. Undseth, A. Sammak, G. Scappucci, and L. M. Vandersypen, „Quantum logic with spin qubits crossing the surface code threshold,” *Nature*, vol. 601, no. 7893, pp. 343–347, 2022.
- [19] A. Noiri, K. Takeda, T. Nakajima, T. Kobayashi, A. Sammak, G. Scappucci, and S. Tarucha, „Fast universal quantum gate above the fault-tolerance threshold in silicon,” *Nature*, vol. 601, no. 7893, pp. 338–342, 2022.
- [20] A. Mills, C. Guinn, M. Gullans, A. Sigillito, M. Feldman, E. Nielsen, and J. Petta, „Two-qubit silicon quantum processor with operation fidelity exceeding 99%,” *arXiv preprint arXiv:2111.11937*, 2021.

- [21] F. van Riggelen, W. I. L. Lawrie, M. Russ, N. W. Hendrickx, A. Sammak, M. Risppler, B. M. Terhal, G. Scappucci, and M. Veldhorst, „Phase flip code with semiconductor spin qubits,” 2022.
- [22] S. B. Bravyi and A. Y. Kitaev, „Quantum codes on a lattice with boundary,” *arXiv preprint quant-ph/9811052*, 1998.
- [23] A. Hindmarsh and L. Petzold, „Lsoda, ordinary differential equation solver for stiff or non-stiff system,” 2005.
- [24] P. Scarlino, E. Kawakami, D. Ward, D. Savage, M. Lagally, M. Friesen, S. Coppersmith, M. Eriksson, and L. Vandersypen, „Second-harmonic coherent driving of a spin qubit in a si/sige quantum dot,” *Physical review letters*, vol. 115, no. 10, p. 106802, 2015.
- [25] V. Mkhitarian, C. Boehme, J. Lupton, and M. Raikh, „Two-photon absorption in a two-level system enabled by noise,” *Physical Review B*, vol. 100, no. 21, p. 214205, 2019.
- [26] E. A. Laird, C. Barthel, E. Rashba, C. M. Marcus, M. Hanson, and A. C. Gossard, „A new mechanism of electric dipole spin resonance: hyperfine coupling in quantum dots,” *Semiconductor Science and Technology*, vol. 24, no. 6, p. 064004, 2009.
- [27] F. Pei, E. A. Laird, G. A. Steele, and L. P. Kouwenhoven, „Valley–spin blockade and spin resonance in carbon nanotubes,” *Nature nanotechnology*, vol. 7, no. 10, pp. 630–634, 2012.
- [28] J. Romhányi, G. Burkard, and A. Pályi, „Subharmonic transitions and bloch-siegert shift in electrically driven spin resonance,” *Phys. Rev. B*, vol. 92, p. 054422, Aug 2015.
- [29] F. Bloch and A. Siegert, „Magnetic resonance for nonrotating fields,” *Physical Review*, vol. 57, no. 6, p. 522, 1940.
- [30] C. Kloeffer and D. Loss, „Prospects for spin-based quantum computing in quantum dots,” *Annu. Rev. Condens. Matter Phys.*, vol. 4, no. 1, pp. 51–81, 2013.
- [31] T. Fujita, P. Stano, G. Allison, K. Morimoto, Y. Sato, M. Larsson, J.-H. Park, A. Ludwig, A. Wieck, A. Oiwa, *et al.*, „Signatures of hyperfine, spin-orbit, and decoherence effects in a pauli spin blockade,” *Physical review letters*, vol. 117, no. 20, p. 206802, 2016.
- [32] V. Srinivasa, K. C. Nowack, M. Shafiei, L. Vandersypen, and J. M. Taylor, „Simultaneous spin-charge relaxation in double quantum dots,” *Physical review letters*, vol. 110, no. 19, p. 196803, 2013.
- [33] J. Villavicencio, I. Maldonado, E. Cota, and G. Platero, „Spin-orbit effects in a triple quantum dot shuttle,” *Physical Review B*, vol. 88, no. 24, p. 245305, 2013.
- [34] F. Ginzel, A. R. Mills, J. R. Petta, and G. Burkard, „Spin shuttling in a silicon double quantum dot,” *Physical Review B*, vol. 102, no. 19, p. 195418, 2020.
- [35] F. A. Zwanenburg, A. S. Dzurak, A. Morello, M. Y. Simmons, L. C. Hollenberg, G. Klimeck, S. Rogge, S. N. Coppersmith, and M. A. Eriksson, „Silicon quantum electronics,” *Reviews of modern physics*, vol. 85, no. 3, p. 961, 2013.

- [36] J. H. Shirley, „Solution of the schrödinger equation with a hamiltonian periodic in time,” *Physical Review*, vol. 138, no. 4B, p. B979, 1965.
- [37] T.-S. Ho, S.-I. Chu, and J. V. Tietz, „Semiclassical many-mode floquet theory,” *Chemical Physics Letters*, vol. 96, no. 4, pp. 464–471, 1983.
- [38] R. Winkler, „Quasi-degenerate perturbation theory,” in *Spin—Orbit Coupling Effects in Two-Dimensional Electron and Hole Systems*, pp. 201–205, Springer, 2003.
- [39] J. R. Schrieffer and P. A. Wolff, „Relation between the anderson and kondo hamiltonians,” *Physical Review*, vol. 149, no. 2, p. 491, 1966.
- [40] T.-S. Ho and S.-I. Chu, „Semiclassical many-mode floquet theory. ii. non-linear multiphoton dynamics of a two-level system in a strong bichromatic field,” *Journal of Physics B: Atomic and Molecular Physics (1968-1987)*, vol. 17, no. 10, p. 2101, 1984.
- [41] A. Saiko and R. Fedaruk, „Multiplication of qubits in a doubly resonant bichromatic field,” *JETP letters*, vol. 91, no. 12, pp. 681–685, 2010.
- [42] A. P. Saiko, R. Fedaruk, and S. A. Markevich, „Multi-photon transitions and rabi resonance in continuous wave epr,” *Journal of Magnetic Resonance*, vol. 259, pp. 47–55, 2015.
- [43] M. Veldhorst, R. Ruskov, C. Yang, J. Hwang, F. Hudson, M. Flatté, C. Tahan, K. M. Itoh, A. Morello, and A. Dzurak, „Spin-orbit coupling and operation of multivalley spin qubits,” *Physical Review B*, vol. 92, no. 20, p. 201401, 2015.
- [44] H. Liu, T. Zhang, K. Wang, F. Gao, G. Xu, X. Zhang, S.-X. Li, G. Cao, T. Wang, J. Zhang, *et al.*, „Gate-tunable spin-orbit coupling in a germanium hole double quantum dot,” *Physical Review Applied*, vol. 17, no. 4, p. 044052, 2022.
- [45] P. Scarlino, D. J. Van Woerkom, A. Stockklauser, J. V. Koski, M. C. Collodo, S. Gasparinetti, C. Reichl, W. Wegscheider, T. Ihn, K. Ensslin, *et al.*, „All-microwave control and dispersive readout of gate-defined quantum dot qubits in circuit quantum electrodynamics,” *Physical review letters*, vol. 122, no. 20, p. 206802, 2019.
- [46] J. Petta, A. Johnson, C. Marcus, M. Hanson, and A. Gossard, „Manipulation of a single charge in a double quantum dot,” *Physical review letters*, vol. 93, no. 18, p. 186802, 2004.
- [47] Z. Shi, C. Simmons, D. R. Ward, J. Prance, R. Mohr, T. S. Koh, J. K. Gamble, X. Wu, D. Savage, M. Lagally, *et al.*, „Coherent quantum oscillations and echo measurements of a si charge qubit,” *Physical Review B*, vol. 88, no. 7, p. 075416, 2013.
- [48] J. Helsen, M. Steudtner, M. Veldhorst, and S. Wehner, „Quantum error correction in crossbar architectures,” *Quantum Science and Technology*, vol. 3, no. 3, p. 035005, 2018.