



ÓBUDAI EGYETEM
ÓBUDA UNIVERSITY

TUDOMÁNYOS DIÁKKÖRI DOLGOZAT

CSILLAGÁSZATI CÉLÚ SZÖGMÉRÉS NEWTON- RENDSZERŰ TÁVCSŐ, VALAMINT DIGITÁLIS TÜKÖRREFLEXES FÉNYKÉPEZŐGÉP SEGÍTSÉGÉVEL

Szerző:

Berger Hanna Sára

Gimnázium 9. évfolyam

Konzulens:

Banc Roland

Szakkörvezető

I. Bevezetés

Feladatunk a csillagászati célú szögmérés Newton-rendszerű távcső, valamint digitális tükörreflexes fényképezőgép segítségével.

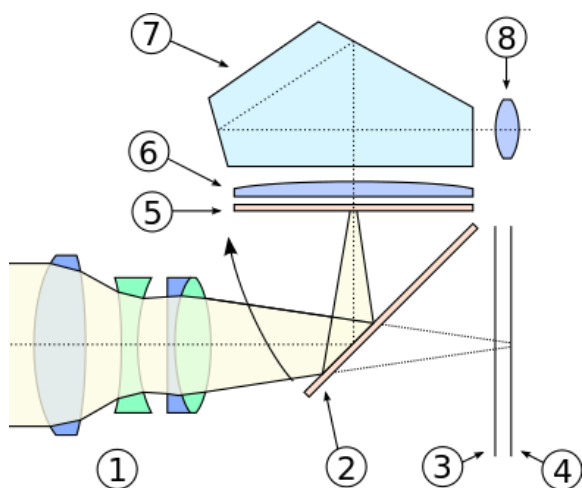
A dolgozat áttekintést tartalmaz csillagászati célú távcsövek, eszközök, illetve tükörreflexes fényképezőgép felépítésén, képalkotásán ezen kívül korábbi, az ókorban használatos geometriai eljárásokon is.

Célunk a számszerű becsléseken túl a valós értékek mérésekkel történő meghatározása.

A mérésekből különböző következtetések vonhatók le: a Hold elliptikus pályán történő mozgásából adódó látszólagos méretének változása, ebből vissza lehet következtetni a pálya excentricitására, a Perigeum, illetve Apogeum pontok fókuszponttól mért távolságának arányára, valamint a Hold égi sebességének meghatározására, annak számított értékével való összevetése.

II. DIGITÁLIS TÜKÖRREFLEXES KAMERA MŰKÖDÉSI ELVE

A DSLR fényképezőgép egy egylencsés reflex kamera és egy digitális képérzékelő együttese. A DSLR (Digital Single Lens Reflex) fényképezőgépeknél a fény az objektíven és az adott nagyságú rekesznyíláson keresztül a felcsapható síktükörre érkezik. Innen továbbítva a pentaprizmára (egy ötoldalú tükröző prizma, a fénysugarak 90°-kal való eltérítésére alkalmaznak), vagy pentatükörre (optikai eszköz, melyet a pentaprizma helyett használnak egylencsés reflex kamerákban) kerülnek a fénysugarak, majd a kép felül megtekinthető a



1 Tükörreflexes fényképezőgép felépítése, képképzése

keresőben a fotós által. A fénykép készítésének pillanatában a 45°-ban elhelyezett síktükör felcsapódik, így a fény a képérzékelőre jut, mely különböző további eszközökön keresztül a memória kártyára kerül.

Eltérő gépeknél különböző a szenzorméret, más objektívek nem ugyanazt a képet alkotják. Saját mérésünkhöz mi egy Nikon D5300-as fényképezőgépet használunk, melynek szenzor típusa CMOS, szenzor mérete pedig APS-C (23.5mm · 15.6mm), és ami 6000·4000 pixel.

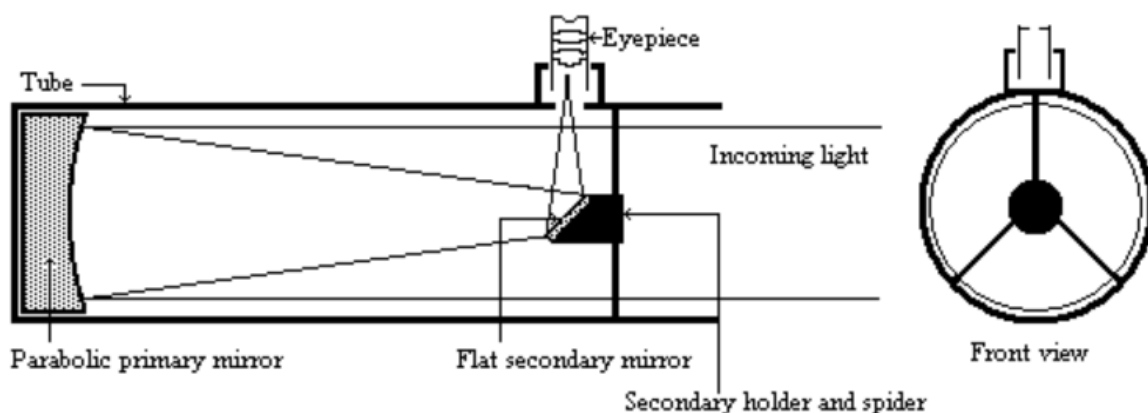
A DSLR kamerával való fotózás több hátrányba is ütközik. Fényképezés pillanatában a tükör felcsapódását követően kisebb remegést érzékelhetünk. Ezalatt a fénykép élessége megváltozhat, veszthet a minőségéből. Ugyanakkor meg kell említenünk a fényképezést követő torzítást is. Sokszor nem egyenletes felületeket szeretnénk levetíteni a kameránkkal egy síkfelületre. Ekkor figyelhető meg az, hogy az azonos távolságok a fénykép közepén megegyeznek, azonban a fénykép szélein összesűrűsödnek.

III. TÁVCSÖVEK ÁTTEKINTÉSE

1. Newton típusú távcső felépítése, képalkotása, működési elve

A távcsöveknél megkülönböztetjük az optikájukat és a mechanikájukat. Newton féle távcső alatt optikáról beszélünk, melyet Sir Isaac Newton talált fel, ezzel megoldva a kromatikus aberráció (színhiba, melyről akkor beszélünk, amikor a különböző lencsék, prizmák eltérő módon törik meg a különböző hullámhosszúságú sugarakat) problémáit.

A Newton típusú távcsövek képalkotása tükrök segítségével történik. A távcső végében található egy főtükr, amely egy homorútükr, így a nyíláson keresztül beérkező fénysugarakat egy pontba gyűjti össze. A fókuszpont előtt helyezkedik el egy 45° fokban megdöntött segédtükr, amely egy síktükr. Ez továbbítja a fényt az okulárba, a mi esetünkbe a fényképezőgép szenzorjára.



2. Newton típusú távcső felépítése, képalkotása

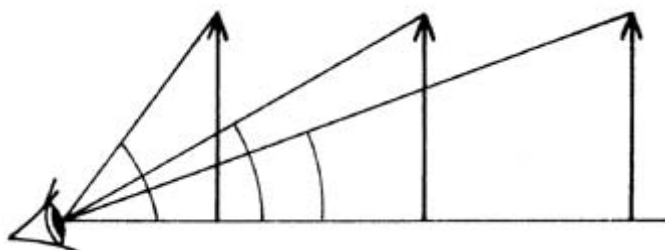
2. További teleszkópok

Ezen kívül megkülönböztetünk még optika szerint lencsés távcsöveket: Galilei, és Kepler féle távcsövek, tükrös távcsöveket: Newton, Cassegrain, ezen kívül katadioptrikus távcsöveket is: Schmidt-Cassegrain és Makszutow-Cassegrain. Másik csoportosításuk mechanika szerint lehetséges. Léteznek azimutális mechanikák, tehát azimut, és eleváció van, ilyen pl.: Villás vagy Dobson mechanika, vagy vannak az ekvatoriális mechanikák, másnéven parallaktikus, melynél rektaszcenzió és deklináció van. Ezek közül is van villás, ezen kívül Német-ekvatoriális.

IV. ELMÉLETI HÁTTEREK

1. Visszatekintés az ókor geometriájába

A látószög „két objektum adott helyről vett távolságának szögmértékben kifejezett értéke”. Ahhoz, hogy meghatározzuk, hogy két tárgy egymástól mekkora szögtávolságra található,



3 Látószög ábrázolása

különböző korábbi, már az ókorban (Egyiptomiak által is) használatos geometriai eljárásokra van szükségünk. Ilyen például az egyenes, melyek a szögszárakat alkotják és amellyel a szög mértékét lehet meghatározni. Feltéve, hogy valós méretekről beszélünk, nem kicsinyített, nagyított modellekről, vonalzó nem használható nagy távolságmérésekre. Megoldást kerestünk arra, hogy hogyan oldható meg az utóbbi fennakadás a pontatlan vizsgálatok elkerülésének érdekében. A vonalzót egyenértékűnek vehetjük két objektum között kifeszített madzagnak/kötélnek. Szerkesztéshez használatos még, hogy ismeretünkben álljon a kör, párhuzamos, és a merőleges fogalma, alakítása terjedelmesebb méreteken. Kör vagy körvonal esetében a középponttól vett, egyenlő távolságú (sugár) pontok halmazáról beszélünk. Megadásához elegendő egy rögzített pont, melytől kifeszített zsinór, rajzeszköz segítségével a körvonal triviálisan megrajzolható. Az utóbbi két módszer, egyenes és kör rajzolásával a matematika órán tanultakból a merőleges, és párhuzamos szerkesztése magától értendő.

Az utóbbi geometriai eljárások igénybe vehetők számunkra a látószög meghatározására. Különböző mérési lehetőségek is adóttak, mindig a feladathoz könnyebben alkalmazható, célszerűbbet érdemes választanunk. Megoldást nyújthat számunkra szögmérő, vagy a műholdak által birtokunkban álló GPS használata trigonometriai számításokkal.

Szögmérő alkalmazásával, és geometriai ismereteinkkel általánosan meghatározható két objektum, tárgy, akár épület távolsága szögmértékben. Amennyiben több megfigyelő is jelen van, különböző helyzetekből, eltérő eredményeket várhatunk, mivel a szög mértéke függ attól, hogy milyen messziről, és milyen irányból tekintjük az adott tárgyakat. Emiatt a méréshez szükséges egy viszonyítási pont, melyet a megfigyelő szem helyzetének tekintünk. Az érték meghatározásához összekötjük az objektumok helyzetét a viszonyítási ponttal, és a szögmérő eszközünkkel megmérjük a tárgyakból indított egyenesek által bezárt szög nagyságát.

Más megoldással is számítható az utóbbi szög. Amennyiben elképzeljük, hogy egy gömb szobában állunk, a szögek megadása triviális, hiszen középponti szögekről esik szó. Az előbbi azért lehetséges, mert nem távolságfüggő hozzánk képest, hiszen így működnek a planetáriumok, csillagok távolságának számolása szögmértékben, és az armilláris szféra is.

A trigonometriai eljárást különböző esetekben alkalmazhatjuk. Amennyiben tudjuk a két eszköz, illetve az attól hozzánk vett távolságát, a látószög kiszámítható koszinusztétellel. Más eljárással, ha a megfigyelő szemét és a tárgyat összekötő szakasz merőleges szöget zár be a tárgyból indított, egy más pontban vezető szakasszal, akkor a tárgy és pont szögmértékbe vett távolsága meghatározható tangens szögfüggvénnyel.

Utóbbi mérések alapján megadható két eszköz szögmértékben vett távolsága, azaz egy adott pontból mérve egy adott szöget bezárva el lehet helyezni őket. Ugyanúgy viszonyítási pontnak vesszük a megfigyelő helyzetét. Az előbbi pontból kezdve az előre elhelyezett tárgyba egyenest állítunk. Erre a szakaszra mérjük fel szögmérő segítségével az adott szöget, akár mind a kettő oldalra. A felmért érték után adott a második szögszár, melyen elhelyezhetjük a másik objektumot.

Ezen kívül ismeretünkben áll, hogy hogyan szerkesztünk meg papíron egy adott nagyságú szöget. Többféle megoldást valósíthatunk meg. Az egyik esetben, hasonlóan az előbbiekhöz felmérünk egy viszonyításhoz szükséges szöget, legyen akár 60° -os, 90° -os, vagy akármekkora. Ehhez a szöghöz tartozik egy adott körív. A módszerünkhöz egyenes arányosságot használunk az adott, és keresett szög, és a hozzájuk tartozó körívek hossza között. Számításból megkapjuk a keresett szöghöz tartozó körív hosszát, melyet felmérve a körívre kapunk egy metszéspontot. A szögcsúcsot, és a metszéspontot összekötő szakasz, és az a szakasz (melyre felmértük a viszonyítási szöget) által bezárt szög lesz a keresett szög.

Másik megoldásként alkalmazhatjuk azt a tételt, mely azt mondja ki, hogy „Adott „a” szakasz és adott β szögű látókörv pontjain kívül a síkon nincs más olyan pont, amiből „a” szakasz β szög alatt látszik.”

2. Nagyítás

Abban az esetben, ha egy adott magasságú épületet tekintünk meg szabad szemmel, akkor azt egy α fokos szögben fogjuk látni. Amennyiben ugyanonnan megfigyeljük azt a távcsővel, akkor a nagyítás kiszámítható többféle módon. Meghatározhatjuk, hogy a valóságban ugyanakkora épület hány fokos szögben látszik a távcsövön keresztül ($=\beta$), és vehetjük a valós érték, és a távcsővel nagyított érték hányadosát.

$$Nagyítás = \frac{\beta}{\alpha}$$

Ugyanakkor okulárral való észlelés esetén meghatározhatjuk a nagyítást azon módon, ha távcsövünk fókusz távolságának, és az okulár méretének hányadosát vesszük.

$$Nagyítás = \frac{Távcső\ fókusz\ távolsága}{Okulár\ fókusz\ távolsága}$$

Fényképezőgépek, és távcsővel való fotózás esetén más a szituáció. Nincs értelmezve a nagyítás, hiszen az függ a szenzor méretétől (Full Frame, Normál), illetve az objektív fókusz távolságától is. Ezen kívül a távolság növelésétől, csökkentésétől is változhat a nagyítás. Távcső és fényképezőgép kombinációjában magát a távcsövet tekintjük objektívnek. Teleszkópok, és távcsövek nagyítását nem értelmezzük, mivel nincs megadva, hogy mihez képest nagyít.

3. Szögmérték

Saját méréseink célja, hogy megállapítsuk, hogy csillagászati objektumok átmérőjét hogyan tudjuk meghatározni. Ehhez szükséges találnunk egy viszonyítási értéket a Földön, melynek felhasználásával vissza lehet következtetni a Hold látszó átmérőjének nagyságára.

Mérésünkhöz szükséges távcső ekvatoriális szerelésű, mely azt jelenti, hogy egyik tengelye párhuzamos a Föld forgástengelyével, másik az előbbire merőleges. Ennek jelentős következményei vannak, hiszen ennél fogva a különböző égitestek követhetővé válnak. Amennyiben a Föld forgásával megegyező szögsebességgel, de ellentétes irányban forgatjuk a távcsövet, az képes „egy helyben tartani” az észlelni kívánt objektumokat, megkönnyítve ezzel a vizuális észlelést, és a fotózás lehetőségét.

Az ekvatoriális szerelés hátránya, hogy parallaxis jelenség figyelhető meg a különböző irányból készített képeken szereplő pontok között. Parallaxisnak nevezzük „a testek egymáshoz viszonyított helyzetének változását eltérő irányokból tekintve”.

Amíg a fénykép közepén azonos távolságok közel megegyeznek szögmértékben, a fénykép szélén torzulások figyelhetők meg. Azonban a parallaxis nagy távolságok esetén elhanyagolható, mint például csillagok esetében.

V. HOLD LÁTSZÓ ÁTMÉRŐJE

A Hold látszó átmérőjét kiszámolhatjuk becslésekkel, azonban csak egy megközelítő értéket kapunk meg. Ebben az esetben kizárólag olyan adatokat használunk, amelyek külső forrásból származnak. A megközelítő érték oka, hogy a Hold átlagos távolságát vesszük, azonban annak látszó átmérője eltér a perigeumban (legnagyobb) és az apogeumban (legkisebb).

Adatok:

$$r_H = 1,7 \cdot 10^6 \text{ m}$$

$$d_{HF} = 3,84 \cdot 10^8 \text{ m}$$

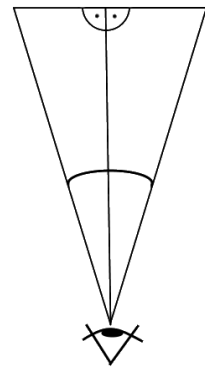
A Hold látszó átmérőjének becslésére fel lehet írni a következő egyenletet:

$$\alpha = \tan^{-1}\left(2 \cdot \frac{r_H}{d_{HF}}\right)$$

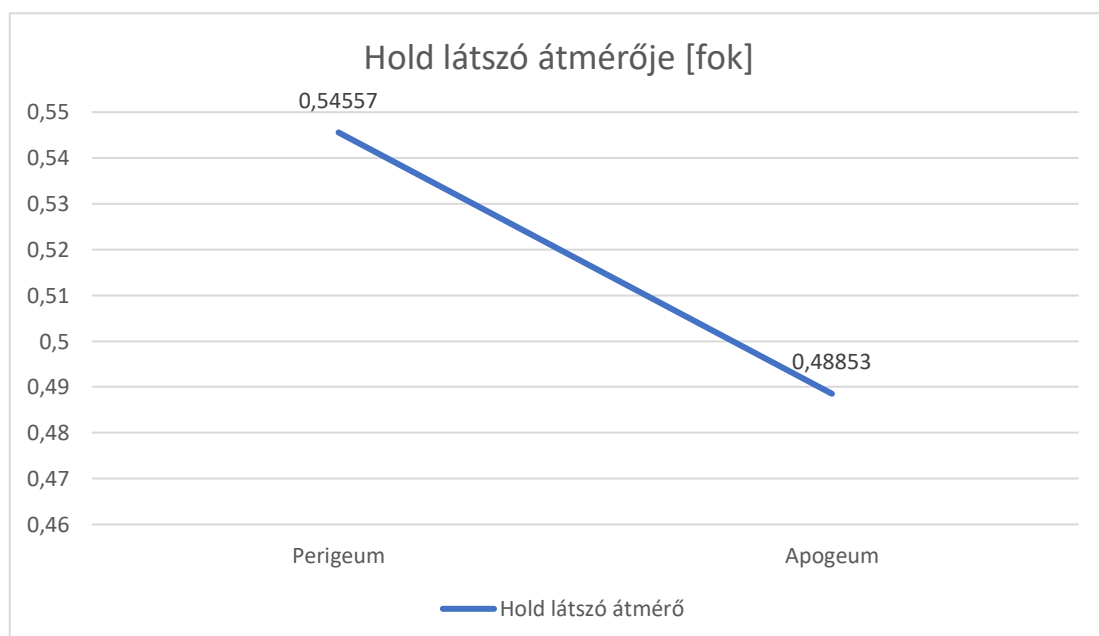
Az adatokat behelyettesítve megkapjuk közelítőleg az értéket:

$$\alpha \approx 0,5072^\circ$$

4 A számítás sematikus ábrázolása



A diagram ábrázolja, hogy megközelítőleg mekkora tartományban mozoghat a Hold látszó átmérője távolság függvényében. Becslések szerint maximális értéke perigeumban $0,5455^\circ$, míg minimális értéke apogeumban $0,4885^\circ$.



VI. MÉRÉS

A mérést végezte:

- Berger Hanna Sára
- Banc Roland

Mérés ideje:

- 2021. 04. 11.

Mérés helyszíne:

- Székesfehérvár Kiskút útja (47.2232,18.4293)

Méréshez használt eszközök:

- Csillagászati célú távcső: Newton Skywatcher távcső. Fókusz távolság: 1000mm
Átmérő 200mm Mechanika: EQ5
- DSLR kamera: Nikon D5300 szenzor: 23,5*15,6 mm, 6000*4000 pixel
- Egyenes rúd (1,2 méter)

1. Mérés menetének leírása:

Vizsgálatunkat egy megfelelően kiválasztott terepen végeztük el. Szükséges volt a kellő távolság (azaz akár lehessen 1km-es távolságról is felvételt készíteni), az útszakasz egyenessége, fák, dús növényzet mentesség.

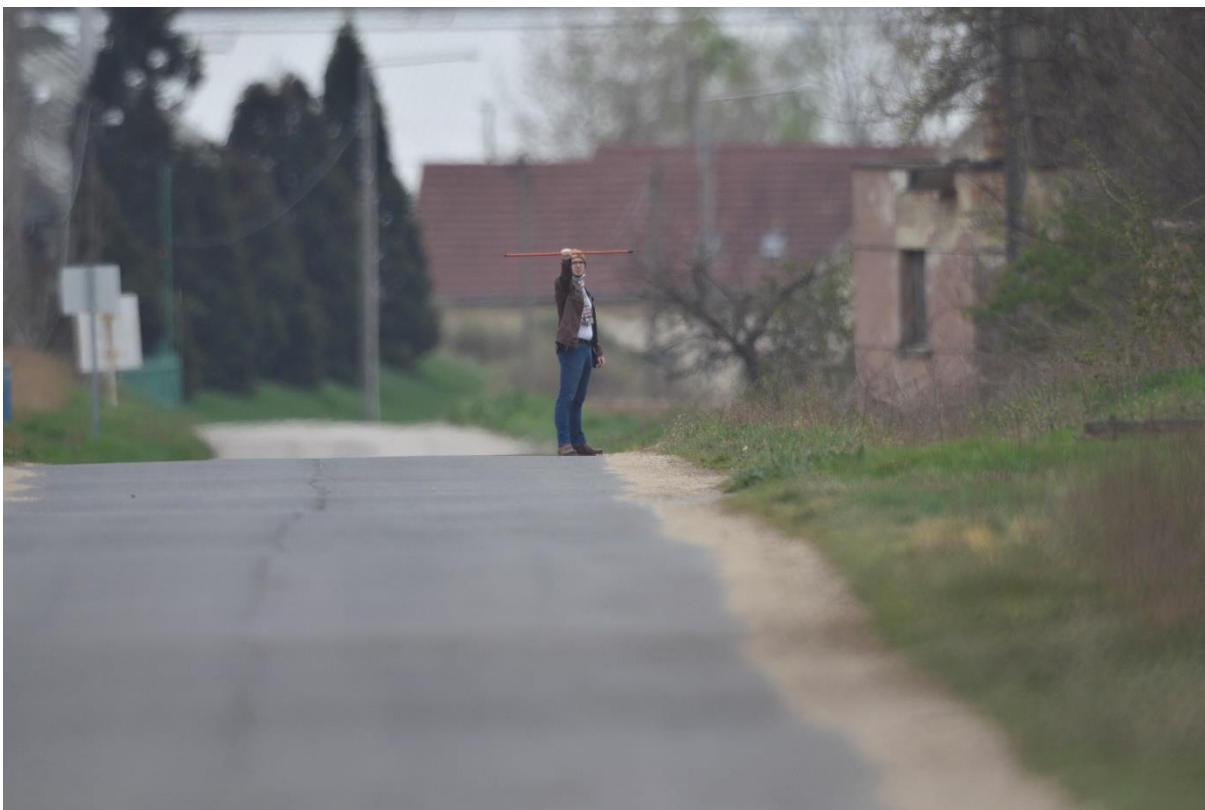
A mérés végrehajtásához kettő ember volt szükséges. Egy valaki elsétált megfelelő távolságra a szükséges eszközzel, a mi esetünkben seprűnyéllel, melyet feltartott merőleges szögben a megfigyelő felé, a másik személy pedig helyben készítette róla a felvételeket (6-os ábra).

A felmérés előtt a szükséges eszközök összeszerelését végeztük el (5-ös ábra). Miután a távcső elrendezett állapotban volt, rá rögzítettük a kamerát. Az előkészítés után megkezdődött maga a mérés. Célja, hogy egy viszonyítási értéket kapjunk vissza egy a talajhoz képest vízszintes, és a megfigyelés irányára merőleges rúd látszó szögéről, amely alapján vissza lehet következtetni a Hold látszó átmérőjére.

Fényképek készítése közben a személy, aki tartotta az egyenes rudat minden esetben rögzítette a tartózkodási helyét, hogy GPS alapján vissza lehessen számolni a mérő személytől vett távolságunkra (7-es és 9-es ábra).

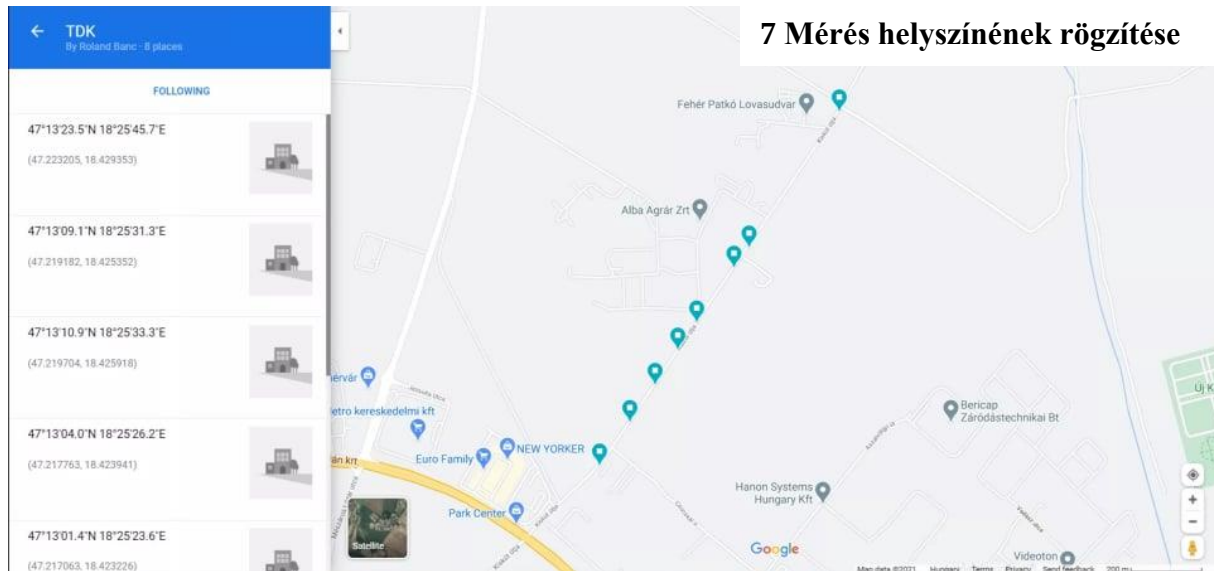


5 Csillagászati távcső összeszerelése

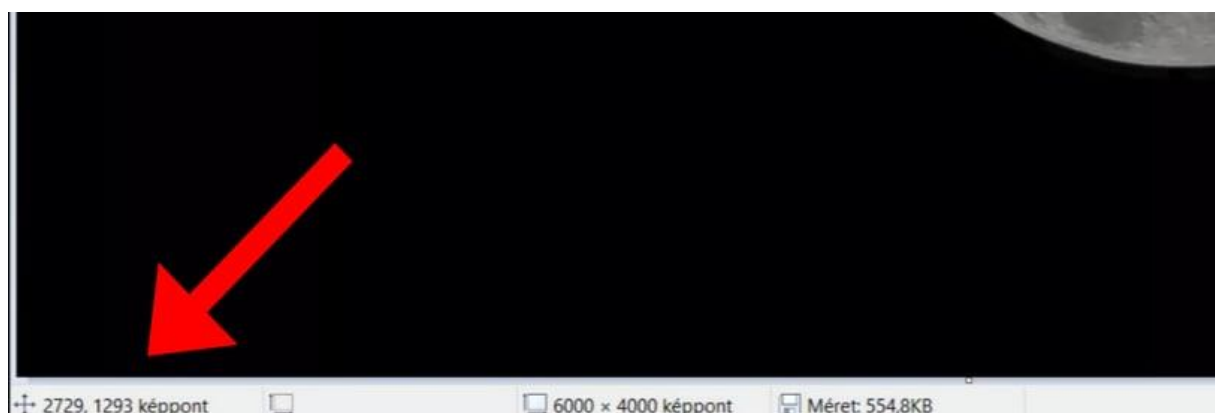


6 Felvétel a mérésről

Ezek után a képek egyeztetése következett a mérő személytől vett távolság és a fényképek szerint. Tehát meghatároztuk, hogy melyik mérés melyik rögzített koordináta-hoz tartozik.



Ezek után a „Google Maps” nevű program segítségével egyszerűen visszakaphattuk méréseink felvételeihez tartozó távolság értékeket. Miután ezeket az adatokat rögzítettük, és a rúd hosszát mérőszalaggal lemértük a képeken látható rúd méretét számoltuk ki pixelben. Ehhez ismeretünkben állt képeink felbontása (6000·4000 pixel) és alkalmazhattunk különböző szoftvereket, melyek segítségével leolvasható a kép bármely pixelének koordinátája. Ehhez a „Microsoft Paint” nevű programot használtuk. Így a két pont közötti távolság Pitagorasz-tétellel meghatározható. Ugyanezen módszer alapján adható meg a Hold látszó átmérőjének pixelszáma.



8 Pixel koordinátáinak meghatározása Microsoft Paint nevű programmal

Későbbiekben megfigyelhető az adatokból, hogy a távolság növelésével arányosan csökken az egyenes rúd mérete pixelszámban, és a látszó szögének értéke is, melyet többféle módon számolhatunk ki. Amennyiben ismeretes a távolság, mely a „Google Maps” nevű szoftver

segítségével meghatározható távolságméréssel, akkor a látszó szög értéke kiszámolható koszinusz-tétel, Pitagorasz-tétel (nagyobb távolságok esetén kis eltérés figyelhető csak meg), ívszelet, vagy összefüggés segítségével az egyenlő szárú háromszög alapján is. A mérések eredményei a két külön Hold képnél megegyeznek, mivel egyik a másiknak egy konstans értékkel vett többszöröse.



9 Távcsőves mérés: Mérés során elhelyezett távcső, illetve az egyes fényképek készítése során felállított mérőrúd pozíciói

Miután ismeretünkben áll az egyenes rúd látszó szöge, és a hozzá tartozó pixel érték, és ki tudjuk számolni a Holdról készített képen az égitest látszó átmérőjét pixelben, és arányossággal visszakapható látszó szögének fokban vett értéke.

$$\text{Hold látszó átmérő [fok]} = \frac{\text{Egyenes rúd [látszó szög]} \cdot \text{Hold látszó átmérő [pixel]}}{\text{Egyenes rúd [pixel]}}$$

2. Eredmények

A mérések adatai a következő táblázatban találhatóak meg. Ezen méréseknél a Holdról készült képünk felbontása 6000*4000 pixel, átmérője pixelben mérve 2240,31 pixel.

Eredményeink összehasonlításához a pixel/fok értéket választottuk. Az utóbbit a kiszámolt egyenes rúd pixelben mért hossza, és annak látszó szögének hányadosaként kaptuk meg.

A látszó átmérőt a következő arányosságból kaptuk meg:

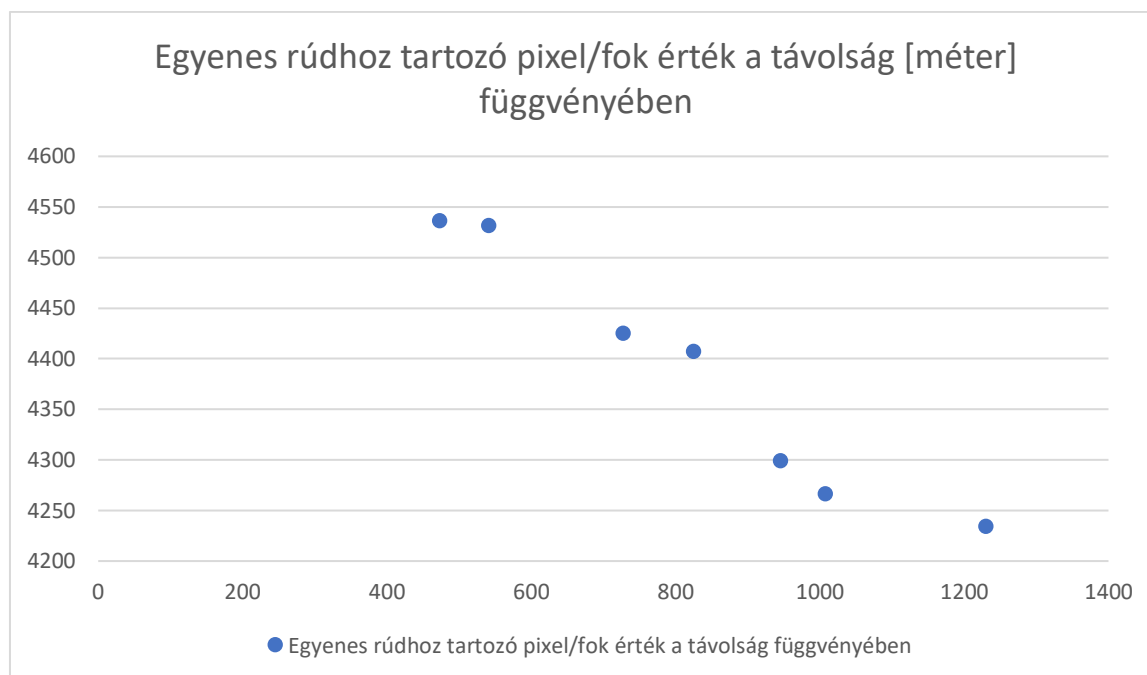
$$\text{Hold látszó átmérő [fok]} = \frac{\text{Egyenes rúd [látszó szög]} \cdot \text{Hold látszó átmérő [pixel]}}{\text{Egyenes rúd [pixel]}}$$

	Távolság (méter)	Rúd hossza (pixel)	Egyenes rúd (pixel/°)	Hold látszó átmérője (°)
1. mérés	473	659,367	4536,11	0,4939
2. mérés	541,43	575,462	4531,63	0,4944
3. mérés	727,81	418,029	4425,07	0,5063
4. mérés	825,28	367,164	4407,14	0,5083
5. mérés	945,98	312,46	4299,04	0,5211
6. mérés	1008	291	4266,28	0,5251
7. mérés	1230	236,647	4233,93	0,5291



10 Első fénykép

A mérések eredménye ábrázolható grafikonban a távolság függvényében:



Az grafikonról leolvasható, hogy a távolság növelésével az egyenes rúdhoz tartozó pixel/fok értéke csökken. Grafikonunkban csak az első fényképhez tartozó pixel/fok értékeket ábrázoljuk, mivel azok értékei a második fénykép eredményeinek egy konstans számszorosai.

A Hold nem pontosan körpályán kering a Föld körül, hanem egy ellipszis pályát jár be. Így nem egyezik meg a látszó átmérője a perigeumban (Földközelpont) és az apogeumban (Földtávolpont). Ugyanezen mérések adatait felhasználtuk egy másik időpontban készített fényképpel is. A kép felbontása nem azonos, viszont kiszámolható, hogy egy 4496*3000 felbontású képnél „X” és „Y” tengelyen adott pixel mennyivel egyezik meg a 6000*4000 pixeles felbontású kép esetében. Ugyanúgy Pitagorasz-tétel segítségével kiszámolható az egyenes rúd hossza pixelben. Ebben az esetben a Hold átmérőjének pixelben vett számát az eredeti át nem konvertált méretarányú képből számítjuk ki, melynek értéke 1800 pixel.

	Távolság [méter]	Egyenes rúd hossza [pixel]	Egyenes rúd [pixel/ °]	Hold látszó átmérője [°]
1. mérés	473	494,0856	3399	0,5295
2. mérés	541,43	431,22	3396	0,5300
3. mérés	727,81	313,248	3316	0,5428
4. mérés	825,28	275,133	3302	0,5450

5. mérés	945,98	234,1426	3222	0,5587
6. mérés	1008	218,1774	3199	0,5627
7. mérés	1230	176,9411	3165	0,5686



11 Második fénykép

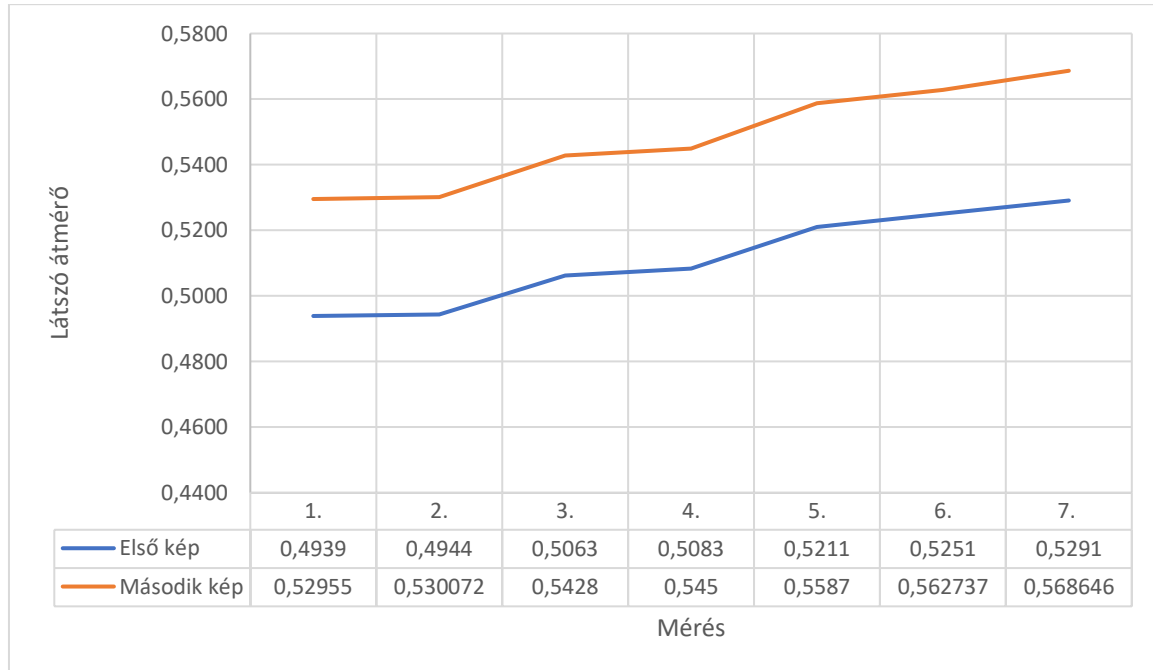
Mérések eredményei összegezve:

	Távolság [méter]	Rúd hossza [pixel]	Rúd [pixel/fok]	Hold látszó átmérő [°]	
1. mérés	473	659,367	4536,11	0,4939	0,5295
2. mérés	541,43	575,462	4531,63	0,4944	0,5300
3. mérés	727,81	418,029	4425,07	0,5063	0,5428
4. mérés	825,28	367,164	4407,14	0,5083	0,5450
5. mérés	945,98	312,46	4299,04	0,5211	0,5587
6. mérés	1008	280	4266,28	0,5251	0,5627
7. mérés	1230	236,647	4233,93	0,5291	0,5686

VII. Mérésekből levonható következtetések

1. Összehasonlítás

Az előző két kép ugyanazon mérésekből kapott eredményeinek összehasonlítása:



A mérésekből észrevehető, hogy a második kép esetében a Hold látszó átmérőjének átlaga nagyobb, mint az első kép esetében. Ebből az a következtetés vonható le, hogy ellipszis pályájuk eltérő pontjain helyezkedtek el a két kép elkészítésének időpontjaiban. Míg az első képnél az átlag alacsonyabb, mint a másodiknál, ezért a második kép esetén a Hold közelebb volt a Perigeumhoz, a második képnél pedig távolabb.

1. Apogeum – Perigeum közötti arány

Kiszámítható, hogy mekkora a Hold látszó átmérőjének aránya Apogeum, illetve Perigeumban olyan adatokból, melyek külső forrásból származnak. Mindkét esetben figyelembe vesszük a Föld – Hold távolságot.

Apogeumban: $4,05696 \cdot 10^8$ méter

Perigeumban: $3,631 \cdot 10^8$ méter

Ezalapján az arány Apogeum – Perigeum szerint: 1:1,11675

2. Excentricitás

Az eredményekből lehet következtetni a Hold pályájának excentricitására, ami az ellipszis pálya megnyúlására jellemző arányszám. Korábbi számolás alapján meghatározható a

mérésekből szerzett látszó átmérők aránya, melyből következtetni lehet az excentricitásra. Ezt az előbbi alcímben megtettük, melynek értéke 1:1,1167. A perigeum, és apogeum távolságokra felírhatóak a következő egyenletek:

$$Rp = (1 - e) \cdot a$$

$$Ra = (1 + e) \cdot a$$

Utóbbi egyenletből kifejezhető az a (félnagy tengely):

$$a = \frac{Ra + Rp}{2}$$

Ezen kívül kifejezhető az e (excentricitás):

$$e = 1 - \frac{Rp}{a}$$

$$e = \frac{Ra}{a} - 1$$

Az előbbi egyenleteket összeadva, illetve a félnagy tengellyel behelyettesítve megkapjuk az excentricitás értékét paraméteresen:

$$e = \frac{Ra - Rp}{Ra + Rp}$$

Az apogeum távolságot elnevezhetjük „r” -nek, és az arány segítségével kifejezhetjük a perigeum távolságot, melynek értéke: $r \cdot \frac{1}{1,11675}$

Eredményként megkapjuk:

$$e = \frac{r - \frac{1}{1,11675}}{r + \frac{1}{1,11675}} = \frac{r}{r} \cdot \left(\frac{1 - \frac{1}{1,11675}}{1 + \frac{1}{1,11675}} \right) = 1 \cdot \left(\frac{1 - \frac{1}{1,11675}}{1 + \frac{1}{1,11675}} \right) = 0,055156$$

Amennyiben úgy vesszük, hogy az első kép az Apogeumban és a második kép a Perigeumban készült, és kiszámoljuk az excentricitást biztosan állíthatjuk, hogy a valós érték nagyobb lesz a kapott eredménynél.

A mérések alapján az első képen a látszó átmérője a Holdnak $\approx 0,5111$

A második képen pedig $\approx 0,5481$

Az értékek alapján meghatározható az Első kép- Második kép aránya:

$$1:1,072392$$

Az arány alapján pedig megkapjuk, hogy

$$e > 0,0349$$

3. Szögmérték

Akár más méréssel, vagy az előbbiekből való visszakövetkeztetéssel megállapítható, hogy mekkora a távolság a fénykép két széle között szögmértékben.

Feladatunk elvégzéséhez szükséges megfelelő terepet találunk, ahol eszközeinkkel, távcsővel és fényképezőgéppel a mérés végrehajtható. A felszerelés összeszerelése után két botot rögzítünk úgy, hogy azok a fénykép két szélén látszódjanak. Amint ezt megvalósítottuk akkor távolságméréssel és koszinusz-tétellel kiszámítható a szög értéke. Így megkapjuk fényképezőgépünk, távcsövünk által készített kép két széle közötti szög nagyságát. Tudjuk, hogy fényképeink felbontása 6000·4000 pixel, tehát ismeretes, hogy 6000 pixel hány fokkal egyezik meg.

Azonban nem egyszerű az előbbi eljárást megvalósítani, mert a Newton típusú távcsövek esetében az elrendezés miatt van egy minimális távolságérték, ahonnan lehet éles képet kapni. Ennek értéke akár 30-40 méterre is lehet, ha nem több. Ezért méréseink adataiból kiszámolható, hogyha ismeretes, hogy a képen X pixel Y szöggel egyenlő, akkor a kép két széle közötti 6000 pixel mekkora szögmértékkel egyezik meg. Méréseink adatai alapján ez az érték megközelítőleg $\approx 1,32145^\circ$

VIII. Hold látszó átmérőjének mérése csillagok távolsága alapján

A szögmérés végrehajtható két csillag távolsága alapján is, melyeknek szögmértékben vett távolságát a megfelelően kiválasztott szoftver segítségével meg lehet állapítani. Ilyen pl. a „Stellarium” nevű alkalmazás (13-as és 15-ös ábra). Az szoftverben az értéket fok, szögperc, szögmásodpercben kapjuk meg, melyet átváltunk, hogy az érték csak fokként szerepeljen.

A fényképen szereplő két csillag távolsága hasonló módon az előző mérésekben megvalósított módszerrel kiszámítható pixelekből a „Microsoft Paint” nevű program segítségével. Az adatok alapján arányossággal vissza lehet következtetni a Hold látszó átmérőjére.

$$\text{Hold látszó átmérő [fok]} = \frac{\text{Csillagok távolsága [fok]} \cdot \text{Hold látszó átmérő [pixel]}}{\text{Csillagok távolsága [pixel]}}$$

1. Plejádok



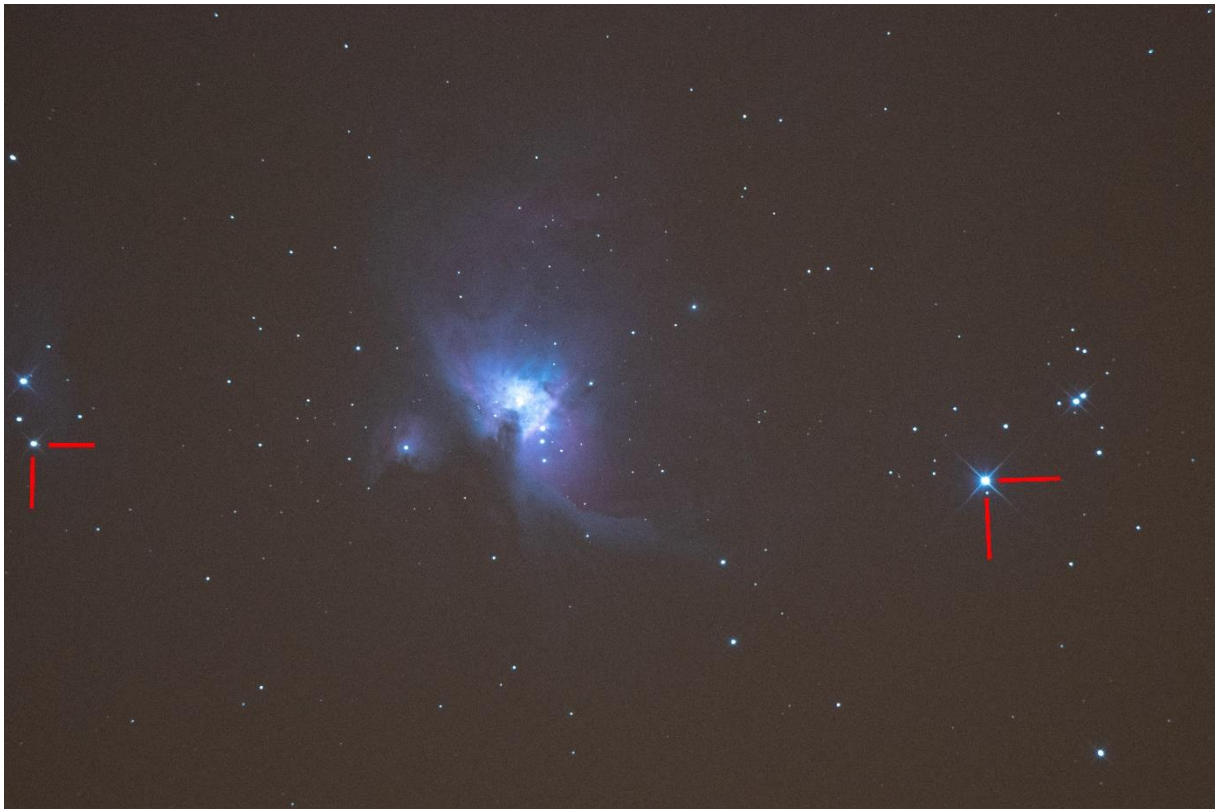
12 Számításhoz kiválasztott két csillag a Plejádokban

Hold látszó átmérő [pixel]		Két csillag [pixel/fok]		Két csillag távolsága [fok]	Látszó átmérő	
Első kép	Második kép	Első kép	Második kép		Első kép	Második kép
2240,31	1800	4458,786	3341,117	0,995	0,5026	0,5389



13 *Stellarium* nevű szoftverben való szögmérés

2. Orion



14 *Számításhoz kiválasztott két csillag az Orion csillagképben*

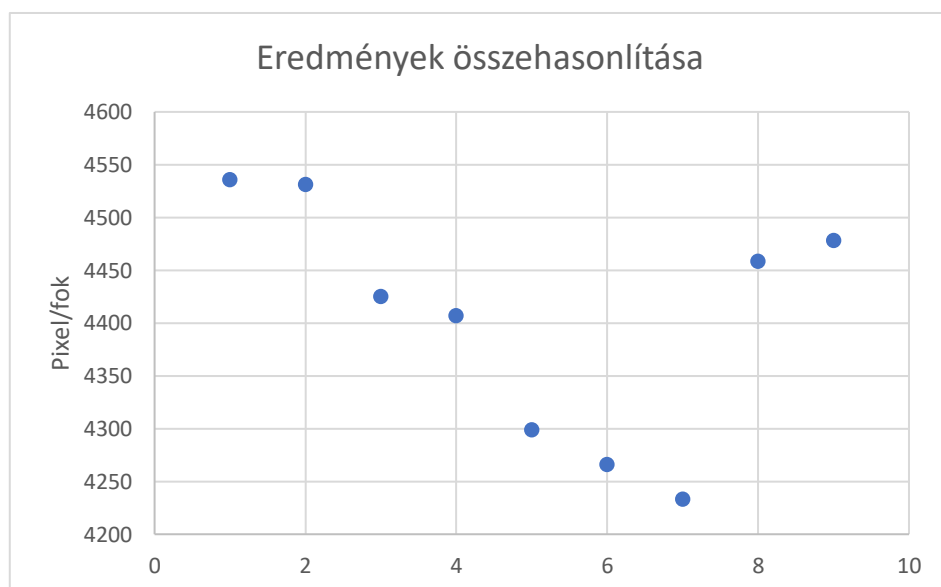
Hold látszó átmérő [pixel]		Két csillag [pixel/fok]		Két csillag távolsága [fok]	Látszó átmérő	
Első kép	Második kép	Első kép	Második kép		Első kép	Második kép
2240,31	1800	4478,273	3355,719	1,0541	0,5	0,536



15 Stellarium nevű szoftverben való szögmérés

3. Összehasonlítás a korábbi mérésekkel

A grafikonon az első hét számhoz tartozó érték a hét mérésből származó, a 8-as, 9-es pedig a Plejádok, és az Orion környezetében lévő csillagok számításából származó eredmény.



IX. Összegzés

Eredményként elmondhatjuk, hogy találtunk megoldást arra, hogy hogyan mérjük meg csillagászati objektumok távolságát szögmértékben. Ennek bemutatásaként a Holdat választottuk, melynek látszó átmérőjének mérését vettük.

Sikeresen kaptunk eredményeket, azonban a mérések eredményeiből észrevehető, hogy a távolság fokozásával az eredmények egy növekvő tendenciát mutatnak. Ennek egyik biztos oka a nem megfelelő fókuszálás, és az, hogy a lehetséges torzításokat nem vettük figyelembe, nem vizsgáltuk meg azokat.

Ezen hibák elkerülése ellen lehetséges megoldások között szerepel, hogy a méréseknél történő fényképezésnél a lehető legélesebb fókuszot válasszuk, és a személy, aki az egyenes rudat tartja a kép közepén szerepeljen. Ennek következtében egyszerűbben meg lehet határozni a képen szereplő egyenes rúd két végpontjának koordinátáit a Microsoft Paint nevű programban.

Amennyiben újra elvégezném a mérést, mindenképp ügyelnék arra, hogy a lehető legpontosabban rögzítsem az adatokat, és precíz felvételeket készítsek, és utána járjak annak, hogy mi okozza a növekvő tendenciát a mérés eredményeiben.

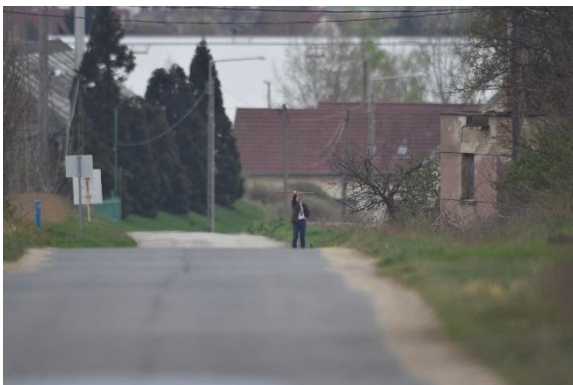
X. Méréshez használt fényképek



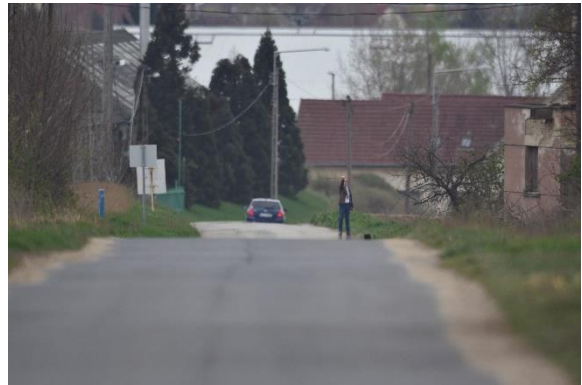
Távolság: 473 méter



Távolság: 541,43 méter



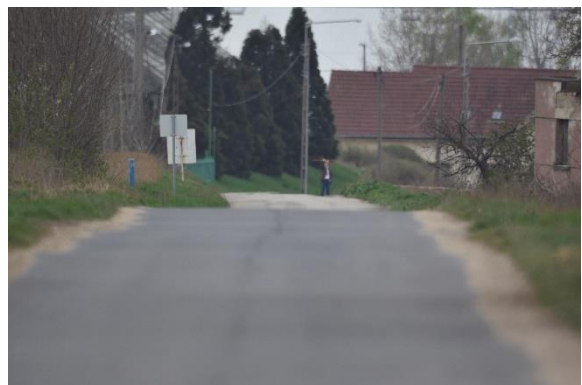
Távolság: 727,81 méter



Távolság: 825,28 méter



Távolság: 945,98 méter



Távolság: 1008 méter



Távolság: 1230 méter

XI. Források:

- <http://www.jb.man.ac.uk/public/im/newtonians.html>
- <https://tudasbazis.sulinet.hu/hu/termesztudomanyok/fizika/fizika-11-evfolyam/az-egyszeru-nagyito-es-a-fenymikroszkop/latoszog-es-felbontokepesseg>
- <https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Slr-cross-section.png>
- <https://hu.wikipedia.org/wiki/Parallaxis>
- <https://hu.wikipedia.org/wiki/Sz%C3%B6g%C3%A1tm%C3%A9r%C5%91>