

TDK-dolgozat

Gyarmati László

KVÁZI-FÜGGETLEN CSOPORTOK ÖSSZEFÜZÉSE PÁROS ÖSSZEHASONLÍTÁSI MÓDSZEREKKEL NÉHÁNY ÖSSZEKAPCSOLÓ INFORMÁCIÓ SEGÍTSÉGÉVEL

Szerző: Gyarmati László 2. évfolyamos mesterszakos
programtervező informatikus

Témavezető: Dr. Mihálykó Csaba egyetemi docens

Készült: Pannon Egyetem Műszaki Informatikai Kar
Matematikai Tanszékén

Tartalomjegyzék

1. Bevezetés	5
2. Az alkalmazott összehasonlítási módszerek	9
2.1. Thurstone módszer	9
2.2. AHP a logaritmikus legkisebb négyzetek kiértékelési módszerrel	12
2.3. Neurális hálók.....	13
2.4. A rangsorok hasonlóságának mérése: Spearman-féle rangkorreláció ...	16
3. Nemzeti bajnokságok 2020/21 -es idényének kiértékelése	17
3.1. Az angol nemzeti futballbajnokság	18
3.2. A francia nemzeti futballbajnokság	20
3.3. A német nemzeti futballbajnokság	22
3.4. Az olasz nemzeti futballbajnokság	24
3.5. A spanyol nemzeti futballbajnokság	26
4. A nemzeti bajnokságok összefűzése nemzetközi kupamérkőzések eredményei segítségével.....	28
4.1. Az összesített rangsor	29
4.2. A nemzeti futballbajnokságok és az összesített rangsor összevetése	36
5. Összefűzés kevés információ segítségével	40
6. Az egyes kiértékelési módszerek tulajdonságainak összehasonlítása	44
7. Összefoglalás	47
8. Jegyzékek.....	49
8.1. Irodalomjegyzék	49
8.2. Ábrajegyzék.....	51
8.3. Táblázatjegyzék	51

Bevezetés

9. Mellékletek	53
----------------------	----

1. Bevezetés

Páros összehasonlítási módszereket gyakran alkalmaznak statisztikai kiértékelések során. Leggyakoribb felhasználási területük a menedzsment, a marketing és a pszichológia, de jól használhatók oktatásban, politikában, intézmények rangsorolásában, pénzügyi termékek vagy életminőségek értékelésénél is. A módszer lényege, hogy az összehasonlítandó, rangsorolandó objektumokat párosával hasonlítják össze, s az összehasonlítás eredménye nem egy szám, hanem egy olyan értékelés, amely jobb (előnyösebb, kedveltebb, erősebb), kevésbé jó (előnytelenebb, kevésbé kedvelt, gyengébb) vagy egyforma szavakkal van kifejezve. Akkor érdemes ilyen formában kérni a véleményt, amikor a mérték számszerűsítése nehéz, annak értéke igen szubjektív, így számok használata erősen torzíthatja a reális értékelést.

Felfoghatók azonban páros összehasonlítás eredményének a sportmérkőzések is. Például teniszben, ha egy játékos legyőzi egy meccsen az ellenfelét, akkor ezen összehasonlítás során a győztes jobb a legyőzöttnél. Labdarúgás esetében, ha egy csapat döntetlent játszik ellenfelével, akkor a meccs során az összehasonlítás eredménye „egyforma” lett, ha veszít, akkor gyengébb ellenfelénél. Ezen gondolat felhasználásával számos sportágban készült rangsorolás páros összehasonlítás segítségével; a teljesség igénye nélkül említem például a teniszt [3], a Forma 1-et [1], a szumót [2], a kézilabdát [9,14], a sakkot [5,6], a labdarúgást [14], de alkalmasak a módszerek e-sport esetén is. Az említett példák illusztrálják, hogy mind csapat, mind egyéni sport esetén alkalmazható az elképzelés. Más szempontból nézve használható olyan esetekben is, amikor két lehetséges kimenetele van a mérkőzésnek (győzelem/vereség), mint a teniszben vagy a szumóban, illetve amikor döntetlen is megengedett (mint a sakkban, kézilabdában, labdarúgásban). De esetleg még több kategória alkalmazása is lehetséges (főlényes győzelem/ kis győzelem/ döntetlen/ kis vereség/súlyos vereség) lásd [9].

Sporteredmények kiértékelése és a résztvevők (csapatok, játékosok) rangsorolása körmérkőzéses tornák esetén hagyományosan többnyire pontozásos rendszerben történik. Kézilabdában, labdarúgásban a mérkőzések eredményeként a győztes 2 vagy 3 ponttal gazdagodik, a döntetlen egy pontot ér, a vesztes nem kap pontot. Sakk egyéni vagy csapatverseny esetén a győztes játékos egy pontot kap, döntetlen esetén megosztottnak a ponton. A módszer sorösszeg néven ismert a páros összehasonlítási módszerek közt. Nagy előnye a könnyű átláthatóság, és egyéb jó tulajdonságai is vannak. Ha nem egyforma a lejátszott mérkőzések száma, mint például a Covid miatt elmaradt mérkőzések esetén, akkor a pontszám helyettesíthető az egy mérkőzésre jutó átlagos pontszámmal (kvóciens szabály). Azonban véleményem szerint az egyszerű pontozáson alapuló értékelés hátrányának tekinthető az, hogy egy győzelem ugyanannyit ér, akár a legjobbat, akár a leggyengébbet sikerült legyőzni. Előnye viszont az, hogy a kiértékelés során egy versenyző eredményét (pontban kifejezett erősségét) olyan mérkőzések eredményei, amelyben ő nem vett részt, nem befolyásolják. Ez az előny megtartható az általánosított sorösszeg módszer alkalmazásával, ekkor azonban a pontok az ellenfelek erősségének figyelembe vételével korrigálhatók. Emiatt is érvel a szerző [7]-ben az általánosított sorösszeg módszer, mint kiértékelési módszer mellett.

Szintén az ellenfelek erősségének figyelembe vételével alakítják ki az egyes játékosok erősségét mérő pontokat a sakkban az Élő-féle pontrendszer segítségével [8]. Egy játékos Élő-féle pontszáma módosul, ha játszik egy mérkőzést egy másik játékosal. A módosítás mértéke függ a két játékos Élő-féle pontszámának a különbségétől és a mérkőzés eredményétől. Ez a módszer sokféleképpen variálható, a módosítás mértékét megadó függvény módosításával. Egy nemrég megjelent publikációban [13] a szerzők egy gradiens-irányú léptetéssel módosítják a pontszámot, és hasonlítják össze a variánsok előre jelző képességeit. Ezen módszerekben az egyes játékosok pontszámait nem befolyásolják olyan mérkőzések eredményei, amelyekben ők nem játszottak.

Ezt a tulajdonságot az irreleváns összehasonlításoktól való függetlenségként emlegetik a páros összehasonlítások elméletében. Ez a tulajdonság azonban nem számít előnyösnek olyan esetekben, amikor egymástól elszeparált csoportokat

szeretnénk összefűzni. Könnyen belátható, hogy két különböző erősségű csoport pontszám alapján történő összefűzésének eredménye erősen függ attól, hogy a csoportokban milyen pontszámok születtek. A csoportokon belüli pontszámok pedig nem tükrözik a két csoport egymáshoz viszonyított erősségét. Ha van például két erősen különböző erősségű csoport, amelyeket pontozással (akár általánosított sorösszeg módszerrel) kiértékelünk, és az erősebb csoportban közel egyformák a teljesítmények, míg a gyengébb csoport legjobbja kiugróan jó a többiekhez képest a csoportban, akkor lehetséges, hogy a gyengébb csoport legjobbja(i) elé kerülnek az erősebb csoport tagjainak, lévén több pontot szereztek a csoportban. Így csoportok összefűzése esetén érdemesebb olyan páros összehasonlítási módszereket alkalmazni, amelyek rendszerként kezelik a csoportokból összeállt halmazt, és globálisan értékelik a résztvevőket. Ilyen páros összehasonlítási módszerek a Thurstone módszer és az AHP (Analytic Hierarchy Process).

Dolgozatomban ezeket a módszereket használom egyrészt csoportok kiértékelésére, másrészt összefűzésére. Megvizsgálom, hogy a Thurstone módszer és az AHP módszer segítségével az összefűzés megvalósítható-e, az egyesített halmaz kiértékelése egyértelmű-e. Mivel a dolgozatban elemezett példa esetében az összefűzés a nemzetközi mérkőzések segítségével megvalósítható, elvégzem az összefűzést. Mivel napjainkban a mesterséges intelligencia alkalmazása egyre elterjedtebb, így egy neurális hálón alapuló eljárással is elvégzem a kiértékelést és az összefűzést, s az eredményeket összevetem egymással.

Példaként az angol, a francia, a német, az olasz és a spanyol 2020/21 -es nemzeti labdarúgó bajnokságok mérkőzéseink eredményeit értékelem ki, majd összekapcsolom ezeket a bajnokságokat a nemzetközi kupákban (BL, EL) játszott mérkőzések segítségével. Az adatokat az all sport api segítségével töltöttem le [10]. A kapott összesített sorrendet összevetem a nemzeti bajnokságok eredményeivel, ezáltal képet kapok arról, mennyire érzékenyek az egyes módszerek a kevés számú összekötő mérkőzés eredményeire. A kapott eredményeket összehasonlítom az egyes csapatoknak a Transfermarket által jelzett pénzbeli értékével is [12]. A Transfermarket egy olyan honlap, amely a futball játékosok/csapatok piaci értékét

Bevezetés

tartalmazza, ezáltal képet ad arról, hogy amennyiben egy játékost a piacon értékesíteni szeretnének, mennyi lenne a vételára.

Annak illusztrálására, hogy milyen esetekben végezhető el az összefűzés és milyen esetekben nem, a német-francia nemzeti bajnokságok csapatainak összefésülését végzem el az összes (6 db) német-francia nemzetközi mérkőzés segítségével, majd egyes mérkőzések elhagyása után. Megmutatom, hogy az összefűzéshez szükséges feltételek nem teljesülése esetén hogyan viselkednek az egyes kiértékelési módszerek.

Végezetül elvégzem a módszerek összehasonlító elemzését, ezáltal nem csupán a futbalcsapatok és a futballbajnokságok, de az összevetésükre alkalmas módszerek is összehasonlításra kerülnek.

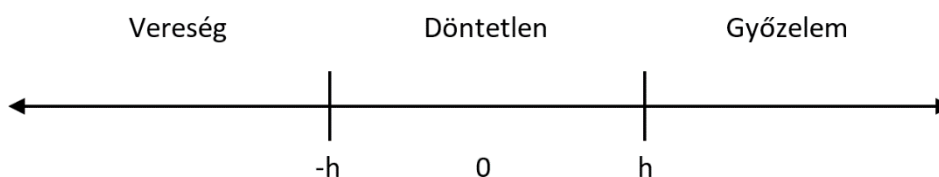
2. Az alkalmazott összehasonlítási módszerek

Ebben a fejezetben röviden ismertetem az általam használt módszereket, a Thurstone módszert (TH), az AHP-t a logaritmus legkisebb négyzetek kiértékelési módszerrel (AL), valamint a neurális hálók általam alkalmazott változatát (NN).

2.1. Thurstone módszer

A módszert eredeti formájában Thurstone dolgozta ki és publikálta közel száz évvel ezelőtt [20]. Az alapgondolat az, hogy az összehasonlítandó objektumok teljesítménye egy véletlen mennyiség, valószínűségi változó. Az összehasonlítás eredménye pedig a valószínűségi változók aktuális értékétől függ. Thurstone két kategóriát engedett meg az összehasonlítás eredményeként, a jobbat és a rosszabbat, azonban ez természetesen általánosítható. Két kategória esetén amennyiben első objektum jobb a másodiknál, az megfelel annak, hogy a két valószínűségi változó különbsége pozitív. Ha az első gyengébb a másodiknál, az azt jelenti, hogy a két valószínűségi változó különbsége negatív. Az erősséget a valószínűségi változók várható értéke adja meg. A modell általánosítása s kategóriára megtalálható [16,17]-ban. Én ezt az általános modellt $s = 3$ -mal fogom alkalmazni. Ebben az esetben a modell a következőképpen néz ki: jelölje $1, 2, \dots, n$ az összehasonlítandó objektumokat, a teljesítményüket pedig a ξ_i $i = 1, 2, \dots, n$ valószínűségi változók. Úgy gondoljuk, hogy az összehasonlítások eredménye és a valószínűségi változók aktuális értékének különbsége összefüggésben van egymással: ha döntetlen az eredmény, akkor a különbség 0 körül van, ha győzelem/vereség születik, akkor a különbség meghalad egy pozitív számot vagy alul marad egy negatív értékű korláton. Pontosabban fogalmazva az i -edik és j -edik

1. ábra Döntések és a hozzájuk tartozó intervallumok



objektum összehasonlítása esetén, ha $\xi_i - \xi_j < -h$, akkor i rosszabb j -nél, ha $-h \leq \xi_i - \xi_j \leq h$ teljesül, akkor döntetlen születik, ha pedig $h < \xi_i - \xi_j$, akkor i jobb j -nél. A korlátot ($h > 0$) az eredmények ismeretében úgy becsüljük.

A különbségek egyes intervallumokba való esésének valószínűségei a valószínűségi változók (vagy különbségeik) eloszlásának ismeretében az alábbi módon felírhatók. F -fel jelölve a különbségek közös eloszlásfüggvényét (feltételezzük, hogy a különbségek azonos eloszlásúak), valamint $m_i = E(\xi_i)$ jelöléssel

„az i -edik objektum rosszabb a j -ediknél” esemény valószínűsége

$$p_{i,j,1} = P(\xi_i - \xi_j < -h) = F(-h - (m_i - m_j)), \quad (1)$$

„az i -edik objektum egyforma a j -edikkel” esemény valószínűsége:

$$p_{i,j,2} = P(-h \leq \xi_i - \xi_j \leq h) = F(h - (m_i - m_j)) - F(-h - (m_i - m_j)), \quad (2)$$

„az i -edik objektum jobb a j -ediknél” esemény valószínűsége:

$$p_{i,j,3} = P(h < \xi_i - \xi_j) = 1 - F(h - (m_i - m_j)). \quad (3)$$

Ha $A_{i,j,k}$ az a szám, ahány esetben az i -edik és a j -edik objektum összehasonlításánál ($i < j$) a k -adik eredmény születik ($k=1$: vereség; $k=2$: döntetlen; $k=3$ győzelem), akkor ezen minta kialakulásának valószínűsége a paraméterek függvényében

$$L(A|\underline{m}, h) = \prod (p_{i,j,k})^{A_{i,j,k}} \quad (4)$$

ahol $\underline{m} = (m_1, \dots, m_n)$ és $A = (A_{i,j,k})$. Megjegyezzük, hogy ha $j \leq i$, akkor legyenek a mátrixelemek nullának definiálva. A szorzatot $i=1, \dots, n, j=1, \dots, n, k=1,2,3$ esetén képezem.

A paraméterek maximum likelihood becslése az az $n + 1$ dimenziós $(m_1, \dots, m_n, h)$ vektor, amelyre a (4) vektor értéke maximális [18].

(1), (2) és (3) alapján látható, hogy a likelihood függvény csak az m_i paraméterek különbségétől függ, maguktól az m_i értékektől nem, ezért egy paraméter közülük, vagy a paraméterek összege rögzíthető.

A becslés alkalmazhatóságának feltétele a maximum létezésének és a maximumhely egyértelműségének fennállása. Erre feltételt általános, az y tengelyre szimmetrikus szigorúan log-konkáv sűrűségfüggvénnyel rendelkező F eloszlásfüggvények esetén tartalmaz [17]. Legtöbbször ezt a feltételt használok majd a csoportok kiértékelése, valamint a csoportok összefűzése esetén. Az állítás háromopciós modell esetén a következő:

Legyen az F eloszlásfüggvény olyan, hogy $0 < F(x) < 1$, nullára szimmetrikus kétszer folytonosan deriválható szigorúan log-konkáv sűrűségfüggvénnyel. Definiáljuk a G gráfot a következőképpen: a csúcsok az összehasonlítandó objektumok, valamint az i és j csúcs akkor van összekötve, ha van köztük döntetlen eredmény ($0 < A_{i,j,2}$), vagy mindkettő legyőzte a másikat ($0 < A_{i,j,1}A_{i,j,3}$).

1. Tétel [17]

Tegyük fel, hogy van olyan i, j pár ($i < j$), amelyre $0 < A_{i,j,2}$, és van olyan (i, j) pár, amelyre $0 < A_{i,j,1}A_{i,j,3}$ teljesül. Ekkor, ha az előbb definiált G gráf összefüggő, akkor $m_l = 0$ rögzítése után a (4) likelihood függvénynek létezik maximuma, és a maximumhely egyértelmű.

A becsült m_i paraméterekből a

$$\underline{w} = \frac{(exp(m_1), exp(m_2), \dots, exp(m_n))}{\sum_{i=1}^n exp(m_i)} \quad (5)$$

transzformációval pozitív súlyokat képezhetünk, amelyek összege egy lesz. Mivel a transzformáció monoton, a súlyok alapján képezett sorrend megegyezik a becsült várható értékek alapján képezett sorrenddel. A súlyok azért hasznosak, mert kiküszöbölődik bennük a rögzítés hatása, valamint az AHP esetén is súlyokat kapunk a kiértékelések eredményeként, így ezeken keresztül összehasonlíthatók az eredmények. A dolgozatomban az $F(x) = \Phi(x)$ választással élek, ahol Φ a standard normális eloszlásfüggvény.

2.2. AHP a logaritmus legkisebb négyzetek kiértékelési módszerrel

Páros összehasonlítások esetén a leggyakrabban alkalmazott módszer az AHP, amely Saaty nevéhez fűződik [19].

A kiindulópont egy páros összehasonlítási mátrix $B = (b_{ij})_{i,j}$, amelynek b_{ij} elemei az összehasonlítások eredményei alapján vannak megalkotva. Ezek a számok azt hivatottak kifejezni, hogy az egyik objektum hányszor jobb a másiknál. Nagy előnye, hogy több döntési kategóriát enged meg: egyforma, jobb, sokkal jobb, ..., és ezek fordítottjai: rosszabb, sokkal rosszabb... . Eredeti formájában az egyforma 1-es, jobb a 3-as, a sokkal jobb az 5-ös, ... számmal van kifejezve, a rosszabb mérőszáma az $1/3$, a sokkal rosszabbé az $1/5$, A reciprok-szimmetrikus mátrix kiértékelésére a legtöbbször használt módszer a sajátvektor-módszer, ami szerint a páros összehasonlítási mátrix domináns sajátértékéhez tartozó, pozitív elemekből álló, egyre normált sajátvektor tartalmazza az objektumok erősségét kifejező súlyokat, ezek nagyság szerinti sorrendje pedig a rangsorolt objektumok sorrendjét mutatja meg. A módszer előnye a könnyű kivitelezhetőség, hátránya azonban, hogy a sajátvektor csak akkor számolható, ha a mátrix minden eleme rendelkezésre áll, vagyis teljes az összehasonlítás. Ez sportban tornák esetén gyakran nem áll fenn, gondoljunk csak a futball VB lebonyolítására, csoportok összefűzésénél pedig szinte soha nem teljesül. Több összehasonlítás esetén a kapott számok mértani közepe képezhető, amivel a reciprok-szimmetrikus tulajdonság megőrződik.

Más esetben, főleg sok egymás elleni mérkőzés lejátászása esetén a páros összehasonlítási mátrix elemeit az egymás ellen játszott győztes meccsek és vesztes meccsek számának arányával definiálják [3]. Ha azonban két összehasonlítás van csupán, akkor mi legyen ez a b_{ij} mérőszám például akkor, ha mindkét összehasonlítás során i jobb j -nél? Így én az előző bekezdésben ismertetett, számokká konvertálás módszerét alkalmazom.

Azt a problémát, hogy a kiértékelést nemteljes összehasonlítások során is el akarjuk végezni, a logaritmus legkisebb négyzetek módszere (LLSM) oldja meg a következőképpen:

Legyen B egy reciprok-szimmetrikus páros összehasonlítási mátrix. Keressük azt a $\underline{w}_B = (w_1, \dots, w_n)$ csupa pozitív, összegezve 1 koordinátájú vektort, amelyre az

$$N(w) = \sum_I \left(\log b_{i,j} - (\log w_i - \log w_j) \right)^2 \quad (6)$$

függvény minimális. Az összegzésben szereplő I indexhalmaz azon (i,j) párokat tartalmazza, amelyekre van összehasonlítás [4].

Látható, hogy ez a gráf több élt tartalmaz, mint a 2.1. alfejezetben definiált G gráf, így az LLSM módszerrel az AHP mátrix kiértékelés várhatólag gyakrabban elvégezhető, mintha a Thurstone módszerrel értékelnénk ki az összehasonlítások eredményeit. Továbbá a (6) függvény optimalizálása az $c_i = \log w_i$ új változók bevezetésével másodfokú függvény optimumának megkeresésére egyszerűsödik, amely deriválás után egy elsőfokú $n - 1$ ismeretlenes egyenletrendszer megoldását követeli meg. Ennek elvégzése numerikusan sokkal könnyebb feladat, mint a (4) likelihood függvény optimalizálása. Ezt az eljárást AHP-LLSM módszernek nevezzük a továbbiakban. A kiértékelés eredménye a $0 < w_i; 1 = \sum_{i=1}^n w_i$ feltételek mellett akkor és csak akkor egyértelmű, ha az a gráf összefüggő, amelyben két csúcs között akkor van él, ha a csúcsok által reprezentált objektumok közt van összehasonlítás [4]. Megjegyezzük, hogy technikailag egyszerűbb úgy megvalósítani az optimalizálást, hogy a $w_1=1$ mellett optimalizálunk és a kapott vektort lenormáljuk.

2.3. Neurális hálók

A mai informatikában egyre gyakrabban alkalmaznak különféle problémák megoldására neurális hálókat, ez alól a páros összehasonlítások kiértékelése sem kivétel.

A módszer előnye, hogy bár jól kell megalkotni a neurális hálót, ami a problémára a megoldást szolgáltatja, mély matematikai ismeretekre nincs szükség az adott problémával kapcsolatban. A neurális háló iterációs lépéssorozat

eredményeként maga „megtanulja” a csapatok erősségeit, és később ezeket képes a tudunkra hozni.

A neurális hálózat mesterséges neuronokat tartalmaz, melynek hasonlóan működnek az emberi szervezetben található neuronokhoz. Ezek a neuronok egymáshoz csatlakoznak, ezek a csatlakozások egyedi súlyokkal rendelkeznek, ezen súlyok módosulnak az egyes iterációkban. Minden neuronnak van továbbá egy aktivációs függvénye, amely a neuron kimeneti értékéért felel. A tanulás/tanítás fázisában ezeket a pontokat alakítja ki (számolja ki) a neurális háló, melyeknek segítségével a legjobb döntéseket tudja meghozni, amelyekkel a modell a legjobban illeszkedik a mérkőzésekre. Számunkra ezen pontok fejezik ki a csapatok erősségeit.

Munkám során Élő pontszámításon alapuló neurális hálót alkalmaztam a [11] weblapon található módon.

Az Élő-féle pontszámításban a következő módon számolják a pontokat:

$$r_t = r_{t-1} + k(y_t - p_t), \quad (7)$$

ahol r_t jelöli az aktuális Élő-pontszámot, r_{t-1} pedig a mérkőzést megelőzőt [8]. A k paraméter azt határozza meg, mennyire változzon a mérkőzés hatására a versenyző/csapat Élő-pontszáma. y_t értéke 1 győzelem, 0,5 döntetlen és 0 vereség bekövetkezése esetén.

A p_t számolása a FIFA Élő-pontszámításánál a következő:

$$p_t = \frac{1}{1+10^{-d_{t-1}/400}}. \quad (8)$$

A (8) egyenletben p_t adja meg a győzelem bekövetkezésének a valószínűségét két összehasonlított (mérkőzést játszott) csapat között, ahol d_{t-1} a két csapat közti Élő-pontszámbeli különbség a korábbi fordulók alapján.

Az általam alkalmazott program a következőképpen számolja az egyes kimenetek valószínűségeit:

A csapat győzelmének valószínűsége:

$$P_t^A = \frac{1}{1+e^{fd_{t-1}+h}}. \quad (9)$$

B csapat győzelmének valószínűsége:

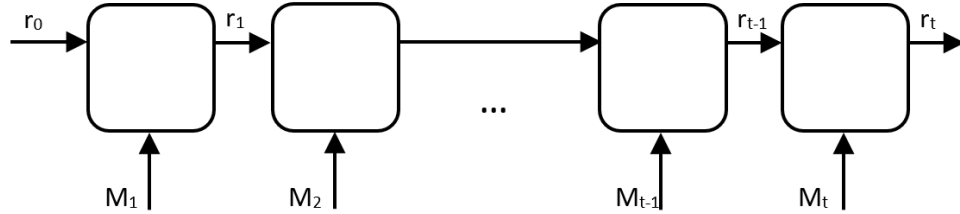
$$P_t^B = \frac{1}{1+e^{-fd_{t-1}+h}}. \quad (10)$$

A döntetlen valószínűsége:

$$P_t^D = (e^{2h} - 1)P_t^A P_t^B. \quad (11)$$

A fenti egyenletekben h jelenti a döntetlen „mértékét”, ezzel a paraméterrel lehet szabályozni azt, hogy mennyire nagy a valószínűsége a döntetlen előrejelzésének, ezt a neurális háló a legelején tanulja meg. Esetünkben e^f -helyettesíti a $10^1/400$ értéket. A d_{t-1} jelenti a két objektum közti pontszámbeli különbséget.

2. ábra A neurális háló érdemi része



A 2. ábrán látható a neurális háló sematikus ábrája. r_i -kel vannak jelölve az egyes mérkőzések utáni Élő-pontszám értékei a csapatoknak, míg M_i jelenti az i -edik mérkőzés adatait. Minden egyes téglalap egy-egy neuronréteget jelent, amely a mérkőzés alapján módosítja az egyes, a mérkőzésben résztvevő csapatok Élő-pontszámát. Esetünkben a neurális háló az egyes csapatok Élő-pontszámát tanulja meg a mérkőzések kimenetelei segítségével. A kiinduláskor minden csapatnak egyforma az Élő-pontszáma.

Sigmoid függvények (logisztikus eloszlásfüggvények) a valószínűségek kiszámításának függvényei ((9)-(11)) és ezek a függvények h értékén kívül csak a d_{t-1} -től, vagyis a két csapat Élő-pontszámbeli különbségétől függenek. Ebből

adódóan a leggyengébb csapat Élő-pontszámát nullának vehetem anélkül, hogy megszorítással élnék, a többi csapat erősségét ennek megfelelően módosítom úgy, hogy a különbségek ne változzanak, így megkapom az egyes csapatok pontszámait.

Súlyokat is szeretnék rendelni az egyes csapatokhoz, hogy a többi módszerrel összevethessem az ezzel a módszerrel kapott erősségeket. Ezt a Thurstone módszernél ismertetett módon, az (5) képlet alapján tehetem meg, az $\underline{m}$ vektor helyett az $\underline{r}$ vektorra (amelynek koordinátái a csapatok pontszámai) alkalmazva a képletet.

2.4. A rangsorok hasonlóságának mérése: Spearman-féle rangkorreláció

A Spearman-féle rangkorreláció egy gyakran alkalmazott mérőszám két rangsor összehasonlításakor [18]. Akkor alkalmazható, amikor mindkét rangsort azonos elemek alkotják. A bemeneti adatokat az objektumok helyezései adják, a rangkorreláció által kapott mérőszám (kimenet) -1 és 1 között vehet fel értéket. Ha -1-et vesz fel, akkor a rangsor pont ellentétes, ha pedig 1-et, akkor a két rangsor teljesen azonos. Minél közelebb van 1-hez a mérőszám, annál jobban hasonlít egymásra a két rangsor.

A Spearman-rangkorreláció(s együttható) a következő képlet alapján számítható:

$$r_s = 1 - \frac{6 \sum_i d_i^2}{n(n^2 - 1)} \quad (12)$$

ahol d_i jelenti az i -edik objektum két rangsorbeli helyezésének különbségét, n pedig a rangsorolt elemek számát. Ezt a mérőszámot fogom alkalmazni annak jellemzésére, hogy a különböző módszerek által kapott rangsorok mennyire hasonlítanak / térnek el egymástól.

3. Nemzeti bajnokságok 2020/21 -es idényének

kiértékelése

Ebben a fejezetben sorra veszem a legjobb öt európai nemzeti futball-bajnokságot, és bemutatom az ott kapott kiértékelési eredményeket az egyes módszerek esetén. Alkalmazom a Thurstone módszerre a TH, az AHP-LLSM módszerre az AL, az Élő-pontszámítás alapú neurális háló kiértékelési módszerre az NN, a Transfermarket értékekre a TM, a hivatalos rangsorra az RK rövidítéseket. Több helyen használok a rövidítés után számot vagy betűt, ezek a módszerek egyes variánsait azonosítják, értelmüket az adott fejezetekben megmagyarázom. A rangkorrelációs értékeket helyszűke miatt két tizedesjegyre kerekítve adom meg minden egyes táblázatban. Kétféle táblázatra fogok hivatkozni a következő fejezetekben: amelyek számmal kezdődnek, azok a szövegben találhatóak, míg az M jelűek a mellékletben kaptak helyet.

A kiértékelések elvégzése előtt minden bajnokság esetében ellenőriztem, hogy a kiértékelések egyértelműen elvégezhetők: a Thurstone módszer alkalmazásához az 1. Tétel feltételei teljesülnek, az AHP-LLSM alkalmazásához pedig az összehasonlítási gráf összefüggősége teljesül.

3.1. Az angol nemzeti futballbajnokság

Az angol nemzeti futballbajnokságban, a Premier League-ben 20 csapat játszik egymással oda- és visszavágót. A csapatok rangsora, valamint a kiértékelések szerinti erősségek a három általam alkalmazott módszer szerint az 1. táblázat első 3 fő oszlopában található. Láthatjuk még emellett a táblázatban a hivatalos rangsort és a csapatok pénzübeli értékei alapján létrejött rangsort is a megfelelő rövidítések alatt.

1. táblázat Az angol bajnokság kiértékelési eredményei

	TH		AL		NN		RK	TM	
Helyezés	Csapatnév	Súly	Csapatnév	Súly	Csapatnév	Súly	Csapatnév	Csapatnév	Érték
1	Manchester City	0,10637	Manchester City	0,08523	Manchester City	0,09694	Manchester City	Manchester City	€1040.0m
2	Manchester Utd	0,07886	Manchester Utd	0,07228	Manchester Utd	0,07659	Manchester Utd	Liverpool	€969.65m
3	Liverpool	0,06772	Liverpool	0,06476	Liverpool	0,0675	Liverpool	Chelsea	€889.20m
4	Chelsea	0,06558	Chelsea	0,06301	Chelsea	0,06494	Chelsea	Manchester Utd	€770.05m
5	Leicester	0,0619	West Ham	0,05964	West Ham	0,06003	Leicester	Tottenham	€703.50m
6	West Ham	0,06162	Leicester	0,05964	Leicester	0,05733	West Ham	Arsenal	€619.25m
7	Tottenham	0,05732	Tottenham	0,05645	Tottenham	0,05591	Tottenham	Everton	€511.20m
8	Arsenal	0,05521	Arsenal	0,05492	Everton	0,05555	Arsenal	Leicester	€510.70m
9	Everton	0,0532	Everton	0,05343	Arsenal	0,05282	Leeds	Wolves	€450.30m
10	Leeds	0,05314	Leeds	0,05199	Aston Villa	0,05045	Everton	Aston Villa	€430.75m
11	Aston Villa	0,04717	Aston Villa	0,04921	Leeds	0,0498	Aston Villa	West Ham	€334.90m
12	Newcastle	0,03852	Wolves	0,04173	Wolves	0,04189	Newcastle	Brighton	€290.40m
13	Wolves	0,03844	Newcastle	0,04173	Newcastle	0,04087	Wolves	Southampton	€282.80m
14	Crystal Palace	0,03765	Crystal Palace	0,0406	Southampton	0,04041	Crystal Palace	Newcastle	€255.35m
15	Brighton	0,03707	Brighton	0,0406	Brighton	0,03756	Southampton	Fulham	€239.75m
16	Southampton	0,03607	Southampton	0,0395	Crystal Palace	0,035	Brighton	Leeds	€238.10m
17	Burnley	0,0329	Burnley	0,03739	Burnley	0,03448	Burnley	Crystal Palace	€193.85m
18	Fulham	0,02721	Fulham	0,03171	Fulham	0,0318	Fulham	Sheffield Utd	€149.85m
19	West Brom	0,02541	West Brom	0,03001	West Brom	0,02889	West Brom	West Brom	€141.15m
20	Sheffield Utd	0,01865	Sheffield Utd	0,02616	Sheffield Utd	0,02124	Sheffield Utd	Burnley	€132.30m

Az első 4 hely tekintetében egyezés van a három módszer és a hivatalos rangsor esetén, ugyanez a helyzet az utolsó 4 helynél is. Nagyon hasonlítanak az egyes módszerek eredményei egymáshoz és a hivatalos rangsorhoz is, az eltérések főképp egymást követő, hasonló erősségű csapatok helycseréi. Az első 4 helyezett csapat egyben a 4 legértékesebb csapat is a bajnokságban. Az is jól látszik, hogy a Transfermarket által felállított rangsor hasonlít a többi rangsorra, bár itt vannak már nagyobb eltérések is. A két legnagyobb eltérés a módszerek szerinti és a hivatalos rangsor, illetve a csapatok pénzübeli értékeiből képzett rangsor között a Leeds és a West Ham csapata esetén áll fenn: a Leeds pénzübeli értéke szerint a 16. helyet foglalja el, míg a többi rangsorban 9.-10.-11., a West Ham pénzübeli értéke szerint 11., teljesítménye alapján azonban az 5.-6. helyre sorolódik. Érdekességként megemlíthető, hogy a Manchester City és a West Brom csapatát mindegyik rangsor ugyanarra a helyre teszi.

A rangsorok hasonlósága az M4 rangkorrelációkat tartalmazó táblázatból (annak utolsó 5 kivastagított sorából és oszlopából) is jól leolvashatóak. A Transfermarket rangsorának korrelációs együtthatói a legkisebbek az összes rangsor közül, de ezek is erős korrelációt mutatnak a többi módszer által kapott rangsorokkal. A legkisebb korrelációt a TM a hivatalos rangsorral mutatja.

3.2. A francia nemzeti futballbajnokság

A 2. táblázatban láthatók a francia elsőosztály, a Ligue 1 esetén kapott súlyok és rangsorok.

2. táblázat A francia bajnokság kiértékelési eredményei

	TH		AL		NN		RK	TM	
Helyezés	Csapatnév	Súly	Csapatnév	Súly	Csapatnév	Súly	Csapatnév	Csapatnév	Érték
1	Lille	0,1007	Lille	0,08515	Paris SG	0,10593	Lille	Paris SG	€805.00m
2	Paris SG	0,09467	Paris SG	0,07841	Lille	0,10427	Paris SG	Lyon	€431.35m
3	Monaco	0,08527	Lyon	0,07422	Monaco	0,09667	Monaco	Monaco	€370.35m
4	Lyon	0,08275	Monaco	0,07422	Lyon	0,08376	Lyon	Lille	€323.20m
5	Marseille	0,05655	Marseille	0,0564	Rennes	0,05132	Marseille	Rennes	€297.50m
6	Rennes	0,05291	Lens	0,05338	Marseille	0,05035	Rennes	Marseille	€251.40m
7	Lens	0,05256	Rennes	0,05338	Lens	0,05009	Lens	Nice	€236.10m
8	Montpellier	0,04853	Montpellier	0,05053	Nice	0,04649	Montpellier	St Etienne	€154.50m
9	Nice	0,04366	Nice	0,04653	Montpellier	0,04601	Nice	Montpellier	€113.85m
10	Metz	0,04047	Metz	0,04405	St Etienne	0,04284	Metz	Angers	€111.65m
11	St Etienne	0,03993	St Etienne	0,04285	Lorient	0,04058	St Etienne	Strasbourg	€109.65m
12	Reims	0,03845	Reims	0,04169	Strasbourg	0,03682	Bordeaux	Bordeaux	€105.70m
13	Bordeaux	0,03692	Angers	0,04056	Nantes	0,03635	Angers	Reims	€105.18m
14	Angers	0,03643	Bordeaux	0,04056	Bordeaux	0,03423	Reims	Lens	€104.30m
15	Lorient	0,03552	Lorient	0,03946	Metz	0,03364	Strasbourg	Metz	€103.50m
16	Nantes	0,0352	Strasbourg	0,03946	Reims	0,03346	Lorient	Brest	€103.23m
17	Strasbourg	0,03519	Nantes	0,03946	Brest	0,03155	Brest	Nantes	€94.75m
18	Brest	0,03468	Brest	0,03839	Nimes	0,02935	Nantes	Lorient	€72.88m
19	Nimes	0,02939	Nimes	0,0344	Angers	0,02886	Nimes	Dijon	€65.63m
20	Dijon	0,02026	Dijon	0,02687	Dijon	0,01742	Dijon	Nimes	€60.40m

A francia bajnokság esetén a TH, az AL, az NN és a hivatalos rangsor első négy eleme megegyezik, azonban a NN megcseréli a Lille és a Paris SG sorrendjét. Látható az is, hogy ennek a bajnokságnak a rangsorai jobban eltérnek egymástól, mint az angol bajnokság esetén. Különösen igaz ez az NN-re. Az első helyet a bajnokságban a Lille csapata szerezte meg, ami azért is nagy szó, mert megelőzte a nála 2.5-szer értékesebb Paris SG csapatát. Észrevehető, hogy a Thurstone és az AL

által kapott rangsorok nagyon hasonlítanak egymásra, sőt a hivatalos rangsorral is nagyobb hasonlóságot mutatnak, mint az NN. A TH és az AL sorrendjei között alig-alig van eltérés, amikor van, akkor is egy hely a különbség. Az NN a Lorient, a Nantes és a Strasbourg csapatát jóval előbbre, az Angers csapatát jóval hátrébb sorolja a többi módszernél. A korrelációs együtthatók az M5 táblázat jobb sarkában, kivastagítottan láthatók. Ugyaninnen leolvasható az is, hogy a Transfermarkt még kisebb korrelációs értékekkel bír, mint az angol bajnokság esetén. Ezt sejtettük már abból kiindulva, hogy a Lille lett az első a teljesítmény alapú kiértékeléseknél, bár nem számít kimondottan nagy értékű csapatnak. Érdekességgént megemlíthető, hogy míg a Lens csapata a teljesítménye alapján minden módszer szerint 6.-7., a TM szerinti értéke a 14. Az Angers helyzete fordított, ő a teljesítménye alapján jóval hátrébb van, mint a TM szerinti értéke. Az Angers abban is kiugrik a többi csapat közül, hogy nála van a legnagyobb eltérés az egyes kiértékelési módszerek szerinti helyezésekben: a TM a 10., az NN a 19 helyre rangsorolja. Megemlíteném, hogy ez az egyetlen olyan nemzeti bajnokság, amelynél nincs olyan csapat, amely az összes rangsor szerint ugyanazt a helyet foglalja el.

3.3. A német nemzeti futballbajnokság

A 3. táblázat tartalmazza a német labdarúgó bajnokság első osztályú csapatainak, azaz a Bundesligának az eredményeit.

3. táblázat A német bajnokság kiértékelési eredményei

	TH		AL		NN		RK	TM	
Helyezés	Csapatnév	Súly	Csapatnév	Súly	Csapatnév	Súly	Csapatnév	Csapatnév	Érték
1	Bayern Munich	0,12331	Bayern Munich	0,09786	Bayern Munich	0,12727	Bayern Munich	Bayern Munich	€858.23m
2	RB Leipzig	0,08622	RB Leipzig	0,07666	Dortmund	0,10901	RB Leipzig	Dortmund	€628.40m
3	Dortmund	0,078	Wolfsburg	0,07212	Wolfsburg	0,07761	Dortmund	RB Leipzig	€574.95m
4	Wolfsburg	0,07708	Eintracht Frankfurt	0,07212	Eintracht Frankfurt	0,07634	Wolfsburg	Bayer Leverkusen	€373.25m
5	Eintracht Frankfurt	0,07524	Dortmund	0,07212	RB Leipzig	0,07125	Eintracht Frankfurt	B. Monchengladbach	€300.75m
6	Bayer Leverkusen	0,05934	Union Berlin	0,06005	Mainz	0,05785	Bayer Leverkusen	Eintracht Frankfurt	€269.15m
7	Union Berlin	0,05922	Bayer Leverkusen	0,06005	Union Berlin	0,05757	Union Berlin	Wolfsburg	€256.83m
8	B. Monchengladbach	0,05568	B. Monchengladbach	0,0565	Hoffenheim	0,0509	B. Monchengladbach	Hertha Berlin	€228.88m
9	Freiburg	0,04926	Freiburg	0,05156	B. Monchengladbach	0,05003	Stuttgart	Hoffenheim	€228.15m
10	Stuttgart	0,04847	Stuttgart	0,05156	Freiburg	0,04643	Freiburg	Stuttgart	€189.25m
11	Hoffenheim	0,04697	Hoffenheim	0,05001	Stuttgart	0,04612	Hoffenheim	Mainz	€163.30m
12	Mainz	0,0411	Mainz	0,04563	Bayer Leverkusen	0,04498	Mainz	Freiburg	€139.10m
13	Hertha Berlin	0,0381	Hertha Berlin	0,04293	Arminia Bielefeld	0,04099	Augsburg	Schalke	€123.05m
14	Arminia Bielefeld	0,03674	Augsburg	0,04164	FC Koln	0,03656	Hertha Berlin	FC Koln	€118.20m
15	Augsburg	0,03601	Arminia Bielefeld	0,04164	Hertha Berlin	0,03601	Arminia Bielefeld	Werder Bremen	€111.98m
16	FC Koln	0,03558	FC Koln	0,04039	Augsburg	0,02919	FC Koln	Augsburg	€93.05m
17	Werder Bremen	0,03386	Werder Bremen	0,03917	Werder Bremen	0,02485	Werder Bremen	Union Berlin	€82.05m
18	Schalke	0,01983	Schalke	0,028	Schalke	0,01704	Schalke	Arminia Bielefeld	€56.73m

Ezen bajnokság esetén az első helyezett mindegyik kiértékelés szerint a Bayer Munich, de a második helyre a NN esetén a Dortmund kerül. Sőt, a többi kiértékelés szerinti 2. helyezett RB Leipzig az NN szerint csak 5. lett a sorban. Az első helyezett Bayer Munich előnye látványos, melyet súlyai is megerősítenek az egyes módszerek esetén, illetve pénzübeli értéke is jelentősen meghaladja a többi német csapatot. A TH és a RK rangsorok újfent nagyon hasonlóak. A legnagyobb meglepetést a bajnokságban az Union Berlin csapata szolgáltatja számunkra. Ezen csapat utolsó előtti a Transfermarkt szerint, viszont mindegyik másik rangsor a 6., illetve a 7. helyre taksálja. Ezzel épp ellentétes a Hertha Berlin helyzete: ez a csapat teljesítménye alapján 5-7 helyezéssel hátrébb került, mint az értéke szerint várható lenne.

A fenti megállapításokat alátámasztja az M6 táblázat, mely e rangsorok rangkorrelációs együtthatóit is tartalmazza. Ez a korábbiakhoz képest kisebb korrelációs együtthatókat tartalmaz a TH, az AL, az RK és a TM viszonylatában és lényegesen kisebbeket NN és TM esetén.

3.4. Az olasz nemzeti futballbajnokság

A 4. táblázatban találhatóak az olasz bajnokság, a Serie A rangsorai.

4. táblázat Az olasz bajnokság kiértékelési eredményei

	TH		AL		NN		RK	TM	
Helyezés	Csapatnév	Súly	Csapatnév	Súly	Csapatnév	Súly	Csapatnév	Csapatnév	Érték
1	Inter	0,12493	Inter	0,09315	Inter	0,08934	Inter	Inter	€663.90m
2	Atalanta	0,08557	AC Milan	0,07478	AC Milan	0,08034	AC Milan	Juventus	€633.30m
3	AC Milan	0,08421	Atalanta	0,07478	Atalanta	0,07356	Atalanta	AC Milan	€547.78m
4	Juventus	0,08293	Juventus	0,07478	Napoli	0,07302	Juventus	Napoli	€530.20m
5	Napoli	0,08025	Napoli	0,07078	Lazio	0,06656	Napoli	Atalanta	€430.00m
6	Lazio	0,06253	Lazio	0,06003	Juventus	0,06599	Lazio	AS Roma	€395.65m
7	AS Roma	0,05578	Sassuolo	0,05682	AS Roma	0,06073	AS Roma	Lazio	€326.33m
8	Sassuolo	0,05575	AS Roma	0,05528	Sassuolo	0,0602	Sassuolo	Fiorentina	€286.80m
9	Sampdoria	0,04151	Sampdoria	0,04561	Verona	0,04258	Sampdoria	Sassuolo	€241.74m
10	Verona	0,03758	Verona	0,042	Fiorentina	0,04081	Verona	Cagliari	€187.83m
11	Genoa	0,03451	Genoa	0,03976	Sampdoria	0,04006	Genoa	Torino	€175.28m
12	Bologna	0,03267	Fiorentina	0,03868	Genoa	0,03951	Bologna	Udinese	€173.00m
13	Fiorentina	0,03234	Bologna	0,03868	Bologna	0,0387	Fiorentina	Verona	€157.21m
14	Torino	0,03219	Udinese	0,03763	Udinese	0,0354	Udinese	Bologna	€153.60m
15	Udinese	0,03208	Torino	0,03763	Cagliari	0,03535	Spezia	Parma	€128.70m
16	Spezia	0,032	Spezia	0,03763	Torino	0,03531	Cagliari	Sampdoria	€127.18m
17	Cagliari	0,02952	Cagliari	0,03562	Spezia	0,03488	Torino	Genoa	€111.93m
18	Benevento	0,02694	Benevento	0,03372	Benevento	0,03398	Benevento	Spezia	€71.68m
19	Parma	0,0191	Parma	0,02633	Parma	0,02956	Crotone	Crotone	€52.75m
20	Crotone	0,01763	Crotone	0,02633	Crotone	0,02411	Parma	Benevento	€50.13m

A teljesítmény alapú kiértékeléseknél az első négyben (az NN kivételével) ugyanaz a négy csapat található, sorrendben azonban minimális súlykülönbség mellett a TH megcseréli a másodikat és a harmadikat. Az Inter mindegyik rangsorban az első, a TM szerint is, ráadásul a pénzbeli értéke nem sokkal több, mint Juventusé, bár a Juventus csapata nem szerepelt olyan jól a bajnokságban (4., illetve 6. hely). Látható, hogy mindhárom rangsor (TH, AL, NN) hasonlít a hivatalos rangsorra. Több csapat esetén van azonban 5-7 hely különbség a

Transfermarket szerinti helyezése és a többi módszer által számolt helyezés között, de ezek még mindig kisebbek, mint a német bajnokság esetén.

Az M7. táblázat tartalmazza a rangkorrelációs indexeket. Jól látható belőle, hogy nagyon hasonlít egymásra az első négy rangsor (TH, AL, NN, RK). A TM-mel vett korrelációjuk mindig 0,8 feletti értékkel bír, ami határozottan jobb, mint ami a német bajnokság esetén volt, de jelentősen gyengébb az angol bajnokságban tapasztalt értékeknél.

3.5. A spanyol nemzeti futballbajnokság

A spanyol bajnokság, a híres La Liga kiértékelési eredményeit az 5. táblázatban láthatjuk.

5. táblázat A spanyol bajnokság kiértékelési eredményei

	TH		AL		NN		RK	TM	
Helyezés	Csapatnév	Súly	Csapatnév	Súly	Csapatnév	Súly	Csapatnév	Csapatnév	Érték
1	Atl. Madrid	0,11042	Atl. Madrid	0,08714	Real Madrid	0,09783	Atl. Madrid	Barcelona	€817.50m
2	Real Madrid	0,10363	Real Madrid	0,08478	Atl. Madrid	0,08862	Real Madrid	Real Madrid	€787.30m
3	Barcelona	0,08756	Barcelona	0,07596	Barcelona	0,08264	Barcelona	Atl. Madrid	€773.10m
4	Sevilla	0,08177	Sevilla	0,0719	Sevilla	0,07364	Sevilla	Sevilla	€418.25m
5	Real Sociedad	0,05827	Real Sociedad	0,05772	Real Sociedad	0,05968	Real Sociedad	Real Sociedad	€406.60m
6	Betis	0,05645	Betis	0,05616	Villarreal	0,05705	Betis	Villarreal	€292.60m
7	Villarreal	0,05396	Villarreal	0,05463	Betis	0,05466	Villarreal	Valencia	€278.85m
8	Celta Vigo	0,0456	Celta Vigo	0,04895	Celta Vigo	0,04623	Celta Vigo	Betis	€207.70m
9	Ath Bilbao	0,03989	Ath Bilbao	0,04386	Osasuna	0,04162	Granada CF	Ath Bilbao	€204.15m
10	Cadiz CF	0,03695	Cadiz CF	0,04151	Cadiz CF	0,03995	Ath Bilbao	Getafe	€170.10m
11	Valencia	0,03691	Valencia	0,04151	Granada CF	0,03944	Osasuna	Celta Vigo	€155.85m
12	Granada CF	0,0367	Osasuna	0,04151	Ath Bilbao	0,03904	Cadiz CF	Granada CF	€122.65m
13	Osasuna	0,03648	Granada CF	0,04151	Getafe	0,03824	Valencia	Levante	€113.00m
14	Levante	0,03607	Levante	0,04039	Valencia	0,03679	Levante	Osasuna	€96.75m
15	Getafe	0,0321	Getafe	0,03719	Alaves	0,03665	Getafe	Eibar	€83.40m
16	Alaves	0,03184	Alaves	0,03719	Elche	0,03493	Alaves	Alaves	€79.80m
17	Elche	0,03079	Elche	0,03619	Levante	0,03484	Elche	Huesca	€64.10m
18	Huesca	0,0294	Huesca	0,03521	Huesca	0,03414	Huesca	Valladolid	€63.05m
19	Valladolid	0,02876	Valladolid	0,03425	Valladolid	0,03264	Valladolid	Cadiz CF	€47.65m
20	Eibar	0,02647	Eibar	0,03242	Eibar	0,03137	Eibar	Elche	€45.65m

Ezen bajnokság esetén abban, hogy melyik az első 5 legerősebb csapat, egyezés van a rangsorok között, de az első helyen már nem csak 2, hanem 3 csapat is megjelenik a különféle rangsorokban. A hivatalos sorrenddel megegyező

eredményt ad a TH és az AL, azonban a NN már megcseréli az első és a második helyezettet. A TM-et tekintve látjuk, hogy a Barcelona a legértékesebb, őt nem sokkal lemaradva követi a Real Madrid. Az is kiolvasható a táblázatból, hogy az első három csapat pénzübeli értéke majdnem duplája az őt követő két csapaténak. Az utolsó 3 helyezést tekintve az első négy rangsor azonos sorrendet ad meg. Az is szépen látszik, hogy a TH és az AL rangsorok lényegében megegyeznek: mindössze egy helyen van helycsere, nevezetesen az Osasuna és a Granada CF csapata között. A pénzübeli érték azonban nagy különbségeket mutat a teljesítménybeli rangsorhoz képest: a Cadiz CF csapata, amely utolsó előtti a TM szerint, a tizedik helyezést tudta elérni, megelőzve olyan csapatokat, amelyeknek pénzübeli értéke ötszöröse az övének (pl. Valencia).

Ezen bajnokság esetén a rangkorrelációs táblázat az M8 táblázat. Itt is igaz, hogy az első négy rangsor nagyon hasonlít egymásra, míg a TM-mel vett korrelációi az előbbi rangsoroknak nem olyan magasak. Ha jól megfigyeljük a csapatok pénzübeli értékét, láthatjuk, hogy ez a bajnokság lényegében szétszakad három részre, s ez eddig nem volt jellemző az előbbi bajnokságokban. Az első 3 csapat alkot egy csoportot, az utána következő 8 csapat jelenti a következő csoportot, míg a legvégén olyan csapatok is vannak, amelyeknek pénzübeli értéke töredéke (csaknem huszadrésze) az első csapatokénak.

Összefoglalva, a nemzeti bajnokságokról megállapítható, hogy mind az 5 bajnokság esetén a TH, az AL, az NN és az RK rangsorok erős korrelációt mutatnak, sokszor egy körüli értékkel. A TM-mel vett korreláció már gyengébb, különösen a német bajnokság esetén. Érdekeséggéppen elmondható, hogy a francia bajnokság kivételével minden bajnokságban van olyan csapat, amely minden rangsorban ugyanannyiadik helyen áll, s ezen csapatok közül 3, a Manchester City, az Inter és a Bayer Munich első a nemzeti bajnokságban.

A nemzeti bajnokságok összefűzése nemzetközi kupamérkőzések eredményei segítségével

4. A nemzeti bajnokságok összefűzése nemzetközi kupamérkőzések eredményei segítségével

Jogos a szurkolók kérdése: a top 5 bajnokság közül vajon melyik a legerősebb? Ha csak a nemzeti bajnokságok mérkőzéseit vennénk figyelembe, ezt a kérdést nem tudnánk megválaszolni. Azonban a csapatok a nemzetközi kupamérkőzéseken keresztül másik bajnokságok csapataival is összemérik erejüket, vagyis vannak összehasonlítási eredmények különféle nemzeti bajnokságokhoz tartozó csapatok közt.

A nemzeti bajnokságokban a csapatok összesen 1826 mérkőzést játszottak. A Bajnokok Ligájában 53, az Európa Ligában 19 nemzetközi mérkőzés volt közöttük, valamint plusz egy a Szuperkupa-döntő. Ez összesen 73 nemzetközi mérkőzés, ami a nemzeti bajnokságok összefűzésére felhasználható. Az összekötő mérkőzések száma összesen nem kevés, de az összes mérkőzésszámhoz képest igen, annak csupán 4%-a.

Ezen fejezetben azt elemzem, hogy a Bajnokok Ligája és az Európa Liga, valamint a Szuperkupa mérkőzései által összekötött bajnokságok esetén milyen összesített sorrendek születtek. Mivel egyes módszerek érzékenyek az összekötő mérkőzések számára, így munkám során háromféle súlyozással éltem. Ez alatt azt értem, hogy a nemzetközi mérkőzéseket többszörös szorzóval, azaz súllyal vettem figyelembe. Az első esetben az összekötő mérkőzések 1-es súlyúak voltak, ezt 1-essel jelöltem a modell neve mögött (TH 1, AL 1, NN 1). Második esetben az összekötő mérkőzéseket kétszeres szorzóval (súllyal) vettem figyelembe, TH 2, AL 2, NN 2-vel jelöltem a kiértékelések eredményeit. A harmadik esetben a nemzetközi mérkőzéseket négyszeres szorzóval (súllyal) vettem figyelembe (TH 4, AL 4, NN 4). Ez úgy is értelmezhető, mintha az adott mérkőzés egyszer, kétszer vagy négyszer történt volna ugyanazzal az eredménnyel. A nemzetközi mérkőzések nagyobb súllyal való figyelembe vételét az indokolja, hogy ezekre a csapatok még jobban készülnek, és minden erejüket beleadva törekednek a legjobb teljesítményt elérni.

A nemzeti bajnokságok összefűzése nemzetközi kupamérkőzések eredményei segítségével

Az egyes nemzeti bajnokságokat is rövidítéssel jelölöm, melyek a következők: EN angol, FR francia, GE német, IT olasz, E spanyol.

4.1. Az összesített rangsor

Minden, a top 5 bajnokságban játszó csapatot tekintsük az összes, általuk hazai bajnokságban és nemzetközi kupamérkőzésen játszott mérkőzés eredményével. Nemzetközi porondon ugyan előfordulnak egyéb országokból is csapatok (pl orosz), de a BL nyolcaddöntőjében már az angol, francia, német, olasz és spanyol csapatokon kívül egyetlen portugál csapatot találunk. Ez is megerősíti azt a választást, hogy az előbb felsorolt 5 ország csapatait fűzzük össze közös rangsorba.

Megállapítható, hogy mind a Thurstone módszer, mind az AL alkalmas a kiértékelésre, mert az összes top 5 -beli futbalcsapat halmazára is teljesülnek az 1.Tétel feltételei is, valamint a páros összehasonlítási gráf is összefüggő. Az összefűzés által olyan csapatok egymáshoz viszonyított helyzete is látszik, akik soha nem mérkőztek egymással, de esetleg még nemzetközi mérkőzést sem játszottak! Ez egy igen nagy előnye a páros összehasonlításokon alapuló kiértékeléseknek!

Az összesített rangsorok és súlyok, valamint a Transfermarket rangsora és értékei az M1-M3-as táblázatokban vannak. Bármelyik rangsort nézzük, a Manchester City a legerősebb csapat. Jól látható az is, hogy a drágább csapatok az élmezőnyben foglalnak helyet, míg a kevésbé értékes csapatok a végén. A Chelsea csapata a TH módszer szerint egyre erősebb lesz, ahogy egyre nagyobb súlyokat rendelünk az összekötő nemzetközi mérkőzésekhez. Ez annak köszönhető, hogy a Chelsea a BL-ben sok győztes mérkőzést játszott, valamint a Manchester City és a Chelsea csapata játszott a Bajnokok Ligája döntőjét, melyet a Chelsea nyert meg. Tehát a nemzeti bajnokságban gyengébb csapat erőssége megnőtt, ahogy egyre több nemzetközi mérkőzést tudhatott maga mögött győztes eredménnyel, valamint a legjobb csapat ellen is győzni tudott. Ezáltal előkelőbb helyre került az összesített rangsorban, de megelőzni még így sem tudta a Manchester City-t.

A nemzeti bajnokságok összefűzése nemzetközi kupamérkőzések eredményei segítségével

Az NN módszer kicsit kaotikusabban reagál: a kezdeti 6. helyről a kétszeres súlyok alkalmazásával a 7.-re csúszik vissza a Chelsea, majd a négyszeres súlyok alkalmazása a 2. helyre rangsorolja a BL győztest.

Szintén látványos az EL győztes Villarreal csapatának előre jutása a TH módszer alkalmazásával. Ha minden nemzetközi mérkőzést egyszer veszünk figyelembe, akkor a 34., ha kétszer, akkor a 30., ha négyszer, akkor a 27. helyet foglalja el. Ugyanez a tendencia figyelhető meg a NN-nél is: először a 31., majd a 28., végül a 23. helyre kerül a csapat.

Gyökeresen mást látunk azonban az AL módszer esetén. Mind az AL 1, mind az AL 2, mind az AL 3 esetén a Chelsea a második helyen áll, szinte ugyanakkora súlyokkal! Hasonlóan a Villarreal: akármelyik szorzót használjuk a nemzetközi mérkőzések esetén, a Villarreal a 35. sorban. Vagyis az AL módszer nem érzékeny arra, hogy a nemzetközi mérkőzések milyen súllyal vannak figyelembe véve. Ennek oka az AHP mátrixban rejlik. Az egyetlen olyan páros, amely nemzetközi és hazai mérkőzést is játszott, a Chelsea-Manchester City pár. Tehát a Villarreal bármely más csapattal vett AHP mátrixbeli $b_{i,j}$ együtthatója ugyanaz marad, akárhányszor vesszük figyelembe a nemzetközi mérkőzéseket. Akárhányszor győz le egy csapatot egy másik, a módszer háromszor olyan jónak értékeli az egyiket a másikkal. A Chelsea-Manchester City pár esetén ez nem igaz, mivel ők hazai és nemzetközi mérkőzéseket is játszottak. Mivel a hazai mérkőzések esetén egy győzelem, egy vereség volt az eredmény, egyszeres szorzóval véve a BL döntő eredményét $\sqrt[3]{3} = 1.442$, kétszeres szorzóval véve a BL döntő eredményét $\sqrt[4]{9} = 1.732$, míg négyszeres szorzóval véve a BL döntő eredményét $\sqrt[6]{81} = 2.080$ a két csapat AHP mátrixbeli együtthatója. Természetesen a reciprokok is ennek megfelelően módosulnak. Azonban a 98x98-as mátrixban csupán két elem változik meg, s ennek megfelelően a kiértékelés során kapott súlyok és sorrendek is alig változnak. Jól látható ez a 11. táblázatból is, ahol az AL 1, AL 2, AL 4 egymással vett korrelációs együtthatói 1 értékűek.

A nemzeti bajnokságok összefűzése nemzetközi kupamérkőzések eredményei segítségével

6. táblázat Az összesített rangsor első húsz csapata a nemzetközi mérkőzéseket négyszeres szorzóval figyelembe véve

	TH 4		AL 4		NN 4	
Helyezés	Csapatnév	Súly	Csapatnév	Súly	Csapatnév	Súly
1	Manchester City	0,03985	Manchester City	0,02575	Manchester City	0,02452
2	Chelsea	0,03276	Chelsea	0,02145	Chelsea	0,02384
3	Real Madrid	0,02816	Manchester Utd	0,01967	Real Madrid	0,02046
4	Bayern Munich	0,02791	Liverpool	0,01902	Bayern Munich	0,01883
5	Liverpool	0,02036	Real Madrid	0,0183	Manchester Utd	0,01629
6	Manchester Utd	0,01998	Bayern Munich	0,0183	Liverpool	0,01607
7	Atl. Madrid	0,01736	Leicester	0,01776	Paris SG	0,01578
8	Inter	0,01728	West Ham	0,01776	Lille	0,01493
9	Leicester	0,01702	Tottenham	0,01682	Inter	0,01411
10	Sevilla	0,01603	Atl. Madrid	0,01623	Sevilla	0,01393
11	Wolfsburg	0,01597	Everton	0,01592	Juventus	0,01343
12	Tottenham	0,01592	Arsenal	0,01566	Barcelona	0,01343
13	Eintracht Frankfurt	0,01553	Leeds	0,01549	Napoli	0,01335
14	Paris SG	0,01535	Inter	0,01466	Atl. Madrid	0,01326
15	Barcelona	0,01507	Aston Villa	0,01466	Atalanta	0,01282
16	RB Leipzig	0,01477	Barcelona	0,01446	Monaco	0,01281
17	Leeds	0,01473	Sevilla	0,01409	RB Leipzig	0,01281
18	Lille	0,01469	Lille	0,01384	Lyon	0,01238
19	Everton	0,01463	RB Leipzig	0,01356	AC Milan	0,01238
20	Juventus	0,01447	Paris SG	0,01313	Bayer Leverkusen	0,01233

A négyszeres súly esetén vannak legjobban figyelembevéve a nemzetközi mérkőzések, így ezen rangsor mutatja legjobban a nemzetközi erőviszonyokat, a 6. táblázat ezen erősségeknek és rangsornak mutatja az első 20 csapatát. A táblázatból látható, hogy a legerősebb 6 csapat sorra a Manchester City, Chelsea, Real Madrid, Bayern Munich, Manchester Utd, Liverpool, ezek közül az első kettőben mindhárom módszer egyetért. Azonban sok más tekintetben a sorrendek erősen

A nemzeti bajnokságok összefűzése nemzetközi kupamérkőzések eredményei segítségével

különböznek, különösen az AL és az NN. A módszerek által kapott eredményeket szemügyre véve láthatjuk, hogy az első 20 csapat közé a TH 4 8 angol, 4 spanyol, 4 német, 2 olasz és 2 francia csapatot sorol. Ugyanez az AL 4 esetén 11, 4, 2, 1,1, míg NN 4 esetén 4, 4, 3, 5, 4. Mind az AL, mind az NN irreálisnak tűnik: 11 angol csapat túl sok a legjobb 20 között, az NN pedig szinte egyenletesen osztja el a helyeket a nemzetek közt. A leginkább reálisnak a TH által adott megosztási viszonyszámok tűnnek. Ezek alapján az első húsz csapat sorrendje szerint a legerősebb bajnokságnak az angol bajnokság tekinthető. Tőle jócskán lemarad a spanyol és a német, a sort pedig az olasz és a francia bajnokság zárja.

7. táblázat A csapatok átlagos súlyai országonként

	Ország	TH 1	AL 1	NN 1	TH 2	AL 2	NN 2	TH 4	AL 4	NN 4
Súlyok	EN	0,0118	0,0149	0,0107	0,0134	0,0149	0,0107	0,0144	0,0149	0,0117
	GE	0,0121	0,0101	0,0101	0,0115	0,0101	0,0102	0,0114	0,0101	0,0101
	E	0,0104	0,0099	0,0101	0,0103	0,0099	0,0102	0,0102	0,0099	0,0101
	IT	0,0094	0,0081	0,0101	0,0086	0,0081	0,01	0,0084	0,0081	0,0096
	FR	0,0076	0,008	0,01	0,0072	0,008	0,0099	0,0067	0,008	0,0095

További elemzéseket is készítettem azonban. Megnéztem, hogy az egyes bajnokságokban szereplő csapatok mekkora átlagos súllyal, illetve helyezéssel rendelkeznek a nemzetközi rangsor alapján. A 7. táblázatban láthatóak az egyes módszerek esetén a csapatok átlagos súlyai, amelyek a csapatok súlyai számtani közepét jelenti. Azért volt szükség arra, hogy átlagot vegyek, mert a német bajnokság csak 18 csapatot számlál, míg a többi 20-at. Jól látszik, hogy ahogy egyre nagyobb súllyal veszem figyelembe az összekötő mérkőzéseket, úgy nő az angolok átlaga, és úgy lesz általában egyre gyengébb a többi átlag. Kiváltképp igaz ez az olasz csapatokra. Megjegyezném, hogy TH 1 erősségeinek átlaga szerint a német bajnokság hajszálnyival megelőzi az angolt, és helyezésszám tekintetében is a német a jobb. Ha azonban a nemzetközi mérkőzéseket nagyobb súllyal vesszük

A nemzeti bajnokságok összefűzése nemzetközi kupamérkőzések eredményei segítségével

figyelembe, akkor az angol bajnokság a legerősebb, s a német bajnokság követi az angolt, a harmadik a spanyol. Az olasz és a francia bajnokság erősségben kicsit különbözik csak egymástól, helyezésszámban pedig a TH módszer az olasz, az NN módszer bajnokságot teszi előbbre. Látszik az is, hogy az AL kiértékelések értékei alig változnak, ahogy az összekötő mérkőzések súlyait növeljük, összhangban az AL korábban kifejtett tulajdonságával.

8. táblázat A csapatok átlagos helyezésszámai országoként

	Ország	TH 1	AL 1	NN 1	TH 2	AL 2	NN 2	TH 4	AL 4	NN 4	TM
Helyezés-számok	EN	39	20,8	43,05	34	20,85	41,9	31,6	20,85	40,2	29,5
	GE	36,39	46,17	47,56	38,67	46,17	46,94	38,72	46,28	47,17	50,72
	E	47,45	49,2	52,75	46,75	49,2	50,8	46,2	48,95	50,5	56,4
	IT	55,5	65,8	52,8	58,35	65	55,05	58,15	65	55,2	49,1
	FR	67,85	65,2	51,15	68,65	65,95	52,55	71,75	66,1	54,2	61,9

A 8. táblázatban a helyezések sorszámanak átlagai találhatóak az egyes nemzetek szerint. Itt is ugyanaz a helyzet, mint az előző táblázatban, hogy amint egyre nagyobb az összekötő mérkőzések súlya, úgy lesznek átlagosan egyre jobb helyezésűek az angol csapatok, míg a többi ország csapatai gyengülnek, vagy csak kis mértékben erősödnek.

Tehát jól leolvasható minden egyes táblázatból, hogy az angol csapatok a legerősebbek mind egyénileg (6. táblázat), mind átlagosan (7. és 8. táblázat). Jócskán lemaradva találjuk a németeket, akik csak hajszállal előzik meg a spanyolokat. A sort az olaszok, majd a franciák zárják.

A 9. táblázat tartalmazza az egyes nemzeti bajnokságokban játszó csapatok Transfermarket szerinti összértékét. Ezen táblázat alapján láthatjuk a gazdasági hátterét annak, hogy miért is az angol csapatok a legerősebbek. Az viszont meglepetés, hogy a németek milyen jó eredményekkel bírnak, bár nem olyan nagy értékűek a csapataik. És az is meglepetés, hogy az olaszok milyen gyenge teljesítményt nyújtottak, dacára annak, hogy a csapatok átlagos pénzübeli értéke a

A nemzeti bajnokságok összefűzése nemzetközi kupamérkőzések eredményei segítségével

második sorban. A franciák esetében egybeesik az erősségek tekintetében meglevő utolsó helyük a pénzbeli értékük tekintetében vett utolsó helyükkel.

9. táblázat Egyes országok csapatainak összértéke

Ország	Csapatok összértéke	Csapatonkénti átlagérték
EN	€9153,05m	€457,65m
GE	€4795,3m	€266,41m
E	€5228,05m	€261,40m
IT	€5444,99m	€272,25m
FR	€4020,12m	€201,01m

A 10. táblázatban találhatóak, hogy mennyi az átlagos relatív eltérés a csapat pénzbeli értéke és az általam teljesítmény alapján becsült értéke között. A következőképpen számoltam: a csapatok összértékét a súlyaik arányában osztottam szét, azaz minden csapat súlyát megszoroztam a csapatok TM által megadott értékének összegével. Mivel a csapatok súlyainak összege 1, így a csapat teljesítményét jellemző súlyával lett arányos a csapat pénzbeli értéke. A 10. táblázatban a valós (TM szerinti) értékeknek a teljesítmények alapján becsült értékektől vett relatív eltérésének átlagát mutatom be. A táblázatból jól kiolvasható, hogy a németeken kívül minden esetben a TH modellek adták a legkisebb eltérést. Az eltérések a németek és a spanyolok esetén nagyok, vagyis ezen országoknál a csapatok teljesítménye nagyon eltér pénzben kifejezett értéküktől. Az is remekül leolvasható az adatokból, hogy az összekötő mérkőzések súlyának növelésével általában csökken a relatív eltérés az egyes módszerek esetén. Ez alól az AL alapján becsült értékek kivételt képeznek.

10. táblázat A csapatok egyes módszerek szerint számolt becsült értékének és a TM szerinti értékének relatív eltérése átlagosan

	Ország	TH 1	AL 1	NN 1	TH 2	AL 2	NN 2	TH 4	AL 4	NN 4
Relatív eltérések átlaga	EN	0,3017	0,4015	0,338	0,2767	0,4017	0,3532	0,272	0,4017	0,3219
	GE	0,8273	0,7113	0,8235	0,7658	0,7118	0,8586	0,7643	0,7106	0,7427
	SP	0,9488	1,0684	1,2273	0,9439	1,0688	1,3224	0,9336	1,071	1,1802
	IT	0,4171	0,4761	0,7285	0,3933	0,4764	0,7848	0,3952	0,4768	0,683
	FR	0,4905	0,6719	1,0925	0,451	0,6701	1,1289	0,3838	0,6693	0,9857
	Teljes	0,5924	0,6649	0,8423	0,5621	0,6648	0,8902	0,5454	0,665	0,7835

A nemzeti bajnokságok összefűzése nemzetközi kupamérkőzések eredményei segítségével

Összevettem a különböző szorzóval számolt nemzetközi mérkőzésekkel kapott kiértékelt eredményeket egymással is. A 11. táblázatban láthatók az egyes módszerek rangkorrelációs együtthatói. Jól látható, hogy minden egyes esetben ezen értékek 0,8 felett vannak. leginkább az azonos típusú kiértékelések sorrendjei hasonlítanak egymásra. A TH szerinti kiértékelések jobban korrelálnak az AL típusúakkal, mint az NN alapúakkal, de az AL alapúak is közelebb vannak a TH típusúakhoz, mint az NN alapúakhoz. Leggyengébbek újfent a TM rangsor korrelációs értékei, ezek 0.81 és 0.83 között mozognak.

11. táblázat Összesített rangsorok rangkorrelációi

	TH 1	AL 1	NN 1	TH 2	AL 2	NN 2	TH 4	AL 4	NN 4	TM
TH 1	1	0,91	0,91	0,99	0,92	0,91	0,98	0,92	0,94	0,81
AL 1	0,91	1	0,84	0,94	1	0,85	0,94	1	0,89	0,83
NN 1	0,91	0,84	1	0,89	0,84	0,99	0,85	0,84	0,98	0,81
TH 2	0,99	0,94	0,89	1	0,95	0,9	0,99	0,95	0,93	0,82
AL 2	0,92	1	0,84	0,95	1	0,85	0,95	1	0,89	0,83
NN 2	0,91	0,85	0,99	0,9	0,85	1	0,87	0,85	0,97	0,81
TH 4	0,98	0,94	0,85	0,99	0,95	0,87	1	0,95	0,9	0,81
AL 4	0,92	1	0,84	0,95	1	0,85	0,95	1	0,88	0,83
NN 4	0,94	0,89	0,98	0,93	0,89	0,97	0,9	0,88	1	0,82
TM	0,81	0,83	0,81	0,82	0,83	0,81	0,81	0,83	0,82	1

A nemzeti bajnokságok összefűzése nemzetközi kupamérkőzések eredményei segítségével

4.2. A nemzeti futballbajnokságok és az összesített rangsor összevetése

Kíváncsi voltam arra is, hogy a nemzetközi mérkőzések eredményei mennyiben módosítják a nemzeti bajnokságok során kialakult erősorrendeket. Ezt úgy lehet megállapítani, hogy összevetem a nemzeti bajnokságok sorrendjeit az adott nemzet csapatainak egymáshoz viszonyított sorrendjével az összesített rangsorban.

Az M4 táblázat alapján azt láthatjuk, hogy angol bajnokság korábban megkapott eredményeivel összevetve az egyesített ranglistákat, az angol csapatok sorrendje nagyban megegyezik. Mivel a kiértékelések során kapott súlyok a csapatok teljesítményét jellemzik, ezért a kiértékelések során kapott súlyokból számoltam/becsültem az egyes csapatok pénzügyi értékeit. Ezeket a számolt értékeket a M9 táblázat tartalmazza. Jól látható, hogy ezen esetben a TH, illetve NN módszerek jobbnak bizonyulnak az AL módszerekénél az összefűzött rangsorok esetén. Ha csak a nemzeti bajnokságot vizsgáljuk, akkor a csapatok számított pénzügyi értékei hasonló eredményeket tükröznek, mint az összefűzött rangsorok esetén. Ahogy már korábban is említettem, a TH modell által számított értékek vannak legközelebb a TM által közölt valós piaci értékekhez.

A francia nemzeti futballbajnokság és az összesített rangsor összevetése esetén az M5 táblázat tartalmazza a rangkorrelációs értékeket, melyek különösen magas értékeket mutatnak. A M10 táblázatból leolvasható, hogy a Paris SG pénzügyi értékét egyetlen módszerrel becsült értéke sem közelíti meg. Fogalmazhatunk úgy, hogy a PSG pénzügyi szempontból nagyon felülértékelt a teljesítményéhez viszonyítva. Az NN módszerek által kapott értékek adják a legnagyobb a relatív eltérést az összefűzött rangsoroknál, míg csak a hazai bajnokságot tekintve a legkisebb eltérést ezen módszer adja.

A nemzeti bajnokságok összefűzése nemzetközi kupamérkőzések eredményei segítségével

A Bundesliga kiértékelési eredményeit és a csapatok nemzetközi rangsorban elfoglalt helyeik korrelációs táblázatát az M6 táblázat tartalmazza. Itt is nagyon hasonlóak az egyes kiértékelések szerint kapott rangsorok. A M11 táblázat tartalmazza a német csapatok egyes kiértékelési módszerek alapján kapott becslült értékeit, amelyek során az összefűzött sorrendben kapott súlyokat használtuk a becsléshez. Ezek jóval nagyobbak a nemzeti bajnokság mérkőzései során kapott értékeknél. Ennek magyarázatát abban találjuk, hogy a német csapatok pénzübeli értékükhöz mérve nagyon erősek. Amikor a nemzeti bajnokságukban vannak, akkor az német csapatok összértékén osztozkodnak, míg a nemzetközi esetében az összes csapat összértékét súlyozzuk a számolásnál, a németek esetén magas súlyértékekkel. Ez az oka a magasabb számított pénzübeli értékeiknek. A Bayern Munich messze kiemelkedik a többi csapat közül, de számított értéke csak a Thurstone módszerek szerint közelíti meg a TM által megadottat, a többi módszer szerinti kiértékeléseknél messze alulmarad tőle. A RB Leipzig második helye megerősödött. Általános jelenség, ahogy más országok esetében is, hogy a top-csapatok becslült erősség alapján számított értékei alulmaradnak a TM által megadottnál, a gyengébb csapatok teljesítmény alapján számolt értékei magasabbak, mint ahogy a piac beárazza őket. Ezen bajnokság esetén jól látható, hogy az AL módszerek tudják a legkisebb eltérést adni minden egyes esetben, a TH és NN módszerek által kapott relatív eltérések átlagai hasonlóak.

Az olasz bajnokság rangkorrelációs táblázata az M7 táblázat. Hasonlóan, mint az előbbi bajnokságok esetén, itt is nagyon hasonlítanak egymásra a különféle rangsorok. Az azonos típusú kiértékelések eredményei 0.98 körüli korrelációt mutatnak. A TH 1, TH 2, TH 4 szinte ugyanazt a sorrendet adja, mint az AL által adott sorrend. A neurális hálók adta kiértékelések eredményei, ha egymástól nem is, de a TH 1, TH 2, TH 3-tól, valamint az AL 1, AL 2, AL 3-tól már jobban különböznek. A TH, AL, NN oszlopok az olasz nemzeti bajnokság és a nemzetközi rangsorban az olasz csapatok egymáshoz viszonyított sorrendjének összevetését tartalmazzák. A TH (ami a nemzeti bajnokság eredménye) és a TH 1 (ami az olasz csapatok sorrendje a nemzetközi mezőnyben egyszeres szorzóval figyelembe véve

A nemzeti bajnokságok összefűzése nemzetközi kupamérkőzések eredményei segítségével

ez összekötő mérkőzéseket) közötti 0.99 értékű rangkorreláció azt mutatja, hogy a nemzeti bajnokság sorrendjét a nemzetközi mérkőzések nem borítják fel. A M12 táblázatban ismertetem az olasz csapatok TM által megadott értékét és az erősségük alapján becsült értékét. Megállapíthatjuk, hogy az Inter-t mindegyik módszer kevesebb értékűnek becsli, mint a piaci értéke. Ugyanezt mondhatjuk el a Juventusra. Itt is igaz az, hogy általában a gyengébb csapatok becsült értéke meghaladja a piaci értéküket, a top csapatoké pedig alul múlja azt. Megfigyelhetjük továbbá, hogy a TH 1 mozog leginkább együtt a TM értékeivel. Ezen esetben a TH módszerek adják a legkisebb relatív eltérést a csapatok számított és valós értékeit tekintve. Az összefűzött rangsoroknál az NN módszer számított értékei voltak legtávolabb a valóstól, míg csak a hazai bajnokságot tekintve az AL módszer volt ilyen.

Az M8 táblázatban vannak a spanyol csapatok egyes módszerek által elért rangkorrelációs értékei, melyek megint azt mutatják, hogy a sorrendek nagyban hasonlítanak egymásra. Megemlítem, hogy ebben az esetben az AL eredményei kissé jobb egyezést mutatnak a nemzeti rangsorolással, mint a TH 1, TH 2, TH 4 eredményei. A csapatok becsült értékeit a M13 táblázatban gyűjtöttem össze. Látható, hogy a Barcelona minden módszer szerinti kiértékelés alapján nagyon (másfél-, kétszeresen) túlértékelt. Kicsit kevésbé, de igaz a túlértékeltség a Real Madridra és az Atl. Madridra is. A bajnokság végén levő csapatokat meg körülbelül feleannyira taksálják, mint a becsült erősségük alapján kellene. A számított és a valós pénzbeli értékeket tekintve azonos helyzet áll fent, mint az előző fejezetben az olaszoknál, újfent a TH adja a legkisebb eltéréseket és attól függően, hogy összefűzött, vagy csak hazai bajnokságról beszélünk, az NN vagy az AL adja a nagyobb eltérést.

Összefoglalva elmondható, hogy a nemzetközi mérkőzések eredményei a nemzeti bajnokságokban kialakult erősorrendeket némileg módosítják, de lényegében nem borítják fel. Ahol sorrend módosulás van, ott a nemzetközi

A nemzeti bajnokságok összefűzése nemzetközi kupamérkőzések eredményei segítségével

szereplés eredményei ezt alátámasztják (pl. Chelsea). Az egyes kiértékelési módszerek eredményei némileg különböznek, de hasonlók egymáshoz. A teljesítmények alapján becsült értékek a top csapatok alapján alatta maradnak, míg a gyengébb csapatok esetén meghaladják a TM által kapott értékeket. Egyes csapatok esetén a TM felülbecslése egészen nagymértékű.

5. Összefűzés kevés információ segítségével

Az előző fejezetben említettem, hogy az összekötő mérkőzések száma a nemzeti bajnokságokban lejátszott mérkőzésszámhoz viszonyítva csekély, kb 4%. Jogosan merült fel a kérdés, ha ilyen kevés mérkőzés köti össze a bajnokságokat, akkor lehetnek-e helyesek a kiértékelések? Teljesülnek-e a kiértékelés egyértelműségét biztosító feltételek? Ezeket a kérdéseket korábban már igenlően megválaszoltam. De érdemes még felvetni azt a kérdést, hogy esetleg elhagyhatók-e összekötő mérkőzések, és ha igen, hány és melyek?

A Thurstone módszer esetén a kiértékelés akkor végezhető el, ha a likelihood függvénynek létezik maximuma és egyértelmű a maximumhelye. Ezt az 1. Tétel biztosította. Leellenőriztem, hogy mind a nemzeti bajnokságok esetén, mind az összesített rangsor elkészítésekor az 1. Tétel feltételei teljesülnek, így a kiértékelések elvégezhetők. Az is igaz, hogy bármely két bajnokság összefűzhető az 1. Tétel segítségével. Azonban kérdés még, hogy ha elhagyunk néhány összekötő mérkőzést, mi mondható az összefűzéssel kapcsolatban.

Ebben a fejezetben szeretnék bemutatni egy olyan feltételt, amelynek teljesülése esetén ugyancsak létezik a likelihood függvény maximuma és a maximumhely egyértelmű. Ezen tételre összefűzési tételként fogok a későbbiekben hivatkozni. A tétel a következő:

2. Tétel Tegyük fel, hogy a sorba rendezendő objektumok két diszjunkt, nemüres részhalmazra bonthatók, és mindkét részhalmaz esetén teljesülnek az egyértelműség 1. Tételben megfogalmazott feltételei. Ha van olyan első részhalmazbeli elem, amelyik jobb a másik csoport valamely tagjánál, illetve a másik részhalmazban is van egy olyan elem, amelyik jobb az első csoport bármelyik eleménél, akkor a teljes objektumhalmazra felírt likelihood függvénynek egy várható érték rögzítése után létezik maximuma, és a maximumhely egyértelmű.

Az 1. Tételben levő feltételek teljesülése biztosítja, hogy mindkét részhalmaz egyértelműen kiértékelhető egy-egy várható érték rögzítése után. Azt azonban, hogy ezek a csoportok hogyan viszonyulnak egymáshoz, nem tudjuk. A

2. Tétel azt állítja, hogy a két részrangsor összefűzhető a két említett összehasonlítás segítségével. Ha csak egy olyan összekötő mérkőzés lenne, amelyben az egyik csapat győz, akkor még nem tudnánk megmondani, mennyivel jobb ő és a csoportja a másik csapatnál, illetve a csoportnál. Megjegyezzük, hogy ugyancsak kiértékelhető lesz az összesített rangsor, ha egy döntetlen összehasonlítás köti össze a két csoportot. Ez ugyanis biztosítja az 1. Tételben szereplő gráf összefüggőségét.

Az AL módszer esetén csak a páros összehasonlítási gráf összefüggősége szükséges a kiértékeléshez. Az NN minden esetben alkalmazható.

Az egyes módszerek összefűzési eredményeit szeretném ezen fejezetben vizsgálni. Ehhez a német és francia bajnokság meccseit választottam ki és az őket összekötő mérkőzéseket. Ennek oka az, hogy köztük kevés az összekötő mérkőzés.

A 12. táblázatban ezen mérkőzések eredményeit mutatom be, illetve azt is, hogy melyikeket mikor alkalmaztam az összefűzésre. 4 esetet különböztetek meg. Az Ö vel jelölt esetben az összes, azaz mind a 6 összekötő mérkőzést felhasználom. Ekkor minden módszer működik, mert minden feltétel teljesül. Az A-val jelölt esetben csak 4 meccset használunk fel, itt az 1. Tétel feltételei nem teljesülnek, de az előzőekben bemutatott 2. Tétel feltételei igen: van egy német győzelem egy francia csapattal szemben és egy francia győzelem egy német csapattal szemben. A B-vel jelölt esetben az összefüggőségi tétel nem teljesül, ugyanis minden egyes alkalommal német csapat nyert franciával szemben. Az összehasonlítási gráf viszont összefüggő, mert van mérkőzés a német és a francia bajnokság csapatai között. A C esetben egyetlen egy összekötő mérkőzés sincs már, tehát itt semelyik összefűzéssel kapcsolatos feltételrendszer sem teljesül.

12. táblázat A német-francia csapatok közötti összekötő mérkőzések és felhasználásuk

Csapat 1	Csapat 2	Eredmény	Ö	A	B	C
RB Leipzig	Paris SG	1	igen	igen	nem	nem
Paris SG	RB Leipzig	1	igen	nem	nem	nem
Bayern Munich	Paris SG	2	igen	igen	nem	nem
Paris SG	Bayern Munich	2	igen	nem	nem	nem
Bayer Leverkusen	Nice	1	igen	igen	igen	nem

Nice	Bayer Leverkusen	2	igen	igen	igen	nem
------	------------------	---	------	------	------	-----

Ezek alapján azt várjuk, hogy az Ö és az A esetben a módszerek helyes rangsorokat adnak, míg a C esetében egyik módszer esetén sem gondoljuk, hogy a kiértékelések a valós erősségeket fogják mutatni. A B esetben azt várjuk a feltételrendszerek alapján, hogy a TH nem ad helyes rangsort, míg az AL igenis ad. NN esetén is reméljük, hogy helyes rangsort kapunk.

Az Ö, A, B és C esetekben kialakuló rangsorokat az M14 és az M15 táblázatok tartalmazzák. A módszerek rangkorrelációs értékei a 13. táblázatban találhatóak. A vártnak megfelelően jól látszik, hogy az TH és az AL alkalmazásakor az Ö és az A esetekben a rangsorok helyesnek tűnnek. Az első 5 helyen német csapatok vannak, a Lille az első francia csapat a 6. helyen. Az összes mérkőzés felhasználásakor az NN viszont a Paris SG-t teszi az első helyre, s a francia csapatokat előbbre sorolja a másik két módszernél. Ennek oka lehet, hogy a francia bajnokságban az elől levő csapatok jobban kiemelkednek a többi közül, mint a németben, s a kevés összekötő mérkőzés ezt a kiemelkedést nem ellensúlyozza. Ugyanez a helyzet, csak még fokozottabban, az A esetben is.

A B esetben a TH és AL által kapott rangsoroknál szinte minden német csapat előbbre kerül a franciáknál. Ez indokolható azzal, hogy az összekötő mérkőzések során a németek nyernek, ami azt az információt adja át, hogy a németek jobbak a franciáknál. A likelihood függvény nem veszi fel a maximumát, egy bizonyos irány mentén növekedik. A német csapatok és francia csapatok között minél nagyobb az eltérés, annál nagyobb a likelihood függvény értéke. De a célfüggvény felülről korlátos, ezért a numerikus optimalizáló egy idő után megáll. Ha viszont más kezdőértékről indítjuk az optimalizálót, más helyen áll meg. Azonban a csapatok sorrendje a kezdőértéktől függetlenül ugyanaz lesz, ráadásul ez a sorrend szinte megegyezik az AL adta sorrenddel. Az AL módszer alkalmazhatósági feltétele teljesül, hiszen az összehasonlítási gráf összefüggő. Így azt várjuk, hogy jó rangsort kapunk, de ez a rangsor nem ugyanaz, mint az Ö és az A esetben kapott rangsorok. Gyanúra adhatnak okot az összefűzés jóságát illetően a TM-mel adott alacsony (0.6 körüli) korrelációs együtthatók.

Az NN rangsor esetén a francia csapatok kerülnek a németek elé, pedig ez az összekötő mérkőzések eredményeivel is teljesen ellentétes.

A C esetben nincs összekötő mérkőzés, így egyértelműen tudhatjuk, hogy egyik módszer sem adhat helyes rangsort. Bár a rangsorok helyesnek tűnhetnek, mégsem azok, ugyanis egymástól független a német, illetve francia csapatok erőssége, rangsora. Ha a numerikus optimalizáló alkalmazásakor a kezdőértékek tendenciózus megválasztásával az egyik nemzeti csoportot „erősítjük”, a másikat „gyengítjük”, akkor az összefűzés eredményeként más-más sorrendeket kapunk mind a TH, mind az AL alkalmazásakor.

13. táblázat A német és a francia bajnokság csapatai összefűzési eredményeinek rangkorrelációs értékei

	TH Ö	AL Ö	NN Ö	TH A	AL A	NN A	TH B	AL B	NN B	TH C	AL C	NN C	TM
TH Ö	1	1	0,76	0,98	1	0,76	0,87	0,89	0,77	0,6	0,96	0,73	0,76
AL Ö	1	1	0,79	0,97	1	0,79	0,85	0,88	0,8	0,64	0,96	0,76	0,77
NN Ö	0,76	0,79	1	0,67	0,79	1	0,45	0,47	1	0,88	0,63	0,98	0,73
TH A	0,98	0,97	0,67	1	0,97	0,66	0,94	0,95	0,67	0,49	0,99	0,63	0,72
AL A	1	1	0,79	0,97	1	0,79	0,85	0,88	0,79	0,64	0,95	0,76	0,77
NN A	0,76	0,79	1	0,66	0,79	1	0,44	0,46	1	0,88	0,62	0,98	0,72
TH B	0,87	0,85	0,45	0,94	0,85	0,44	1	1	0,44	0,22	0,96	0,4	0,59
AL B	0,89	0,88	0,47	0,95	0,88	0,46	1	1	0,47	0,25	0,97	0,43	0,6
NN B	0,77	0,8	1	0,67	0,79	1	0,44	0,47	1	0,88	0,63	0,98	0,73
TH C	0,6	0,64	0,88	0,49	0,64	0,88	0,22	0,25	0,88	1	0,43	0,88	0,67
AL C	0,96	0,96	0,63	0,99	0,95	0,62	0,96	0,97	0,63	0,43	1	0,59	0,7
NN C	0,73	0,76	0,98	0,63	0,76	0,98	0,4	0,43	0,98	0,88	0,59	1	0,7
TM	0,76	0,77	0,73	0,72	0,77	0,72	0,59	0,6	0,73	0,67	0,7	0,7	1

Az előző táblázatok tanulsága alapján szükséges az (összefűzési) 2. Tétel, hogy ne csak kiértékelhető, hanem helyes eredményeket is kapjunk a kiértékelések során. A bemutatott példa azonban azt támasztja alá, hogy kevés összekötő mérkőzés is elég helyes összefűzés kialakításához, csak ne legyenek egyirányúak.

6. Az egyes kiértékelési módszerek tulajdonságainak összehasonlítása

Ezen fejezetben a három általam alkalmazott kiértékelési módszert hasonlítom össze tulajdonságaik alapján.

Elsőként megemlíteném, hogy bár 3 opciót alkalmaztam a kiértékeléseknél, mind a TH, mind az AL alkalmas akár háromnál több opció használatára. Ez az NN esetén nem igaz. Vagyis az információ felhasználásának módja szerint a TH és az AL flexibilisebb az NN-nél.

Mind a TH, mind az AL módszer optimalizáláson alapul. Az egyik esetben egy likelihood függvény maximumának megkeresése, a másik esetben egy legkisebb négyzetek módszerén alapuló minimum-keresés adja a probléma megoldását. Mindkét módszer képes rangsort és súlyokat is adni, vagyis az objektumok egymáshoz viszonyított helyzetén kívül az erősségeik különbségét (AL esetében hányadosát) is megkapjuk. A TH additív, az AL multiplikatív modell.

A függvények bonyolultságát tekintve a TH numerikus optimalizálást igényel, addig az AL módszer esetén erre nincsen szükség. Az NN módszer lépésenként, iterációs eljárással, optimalizáció nélkül változtatja az objektumok erősségét kifejező pontszámokat. Hasonlóan a másikkal ez is képes rangsort és súlyokat is szolgáltatni, amivel az egyes objektumok teljesítménybeli különbségeit jellemezhetjük. Az NN is additív modellként működik. Az előző fejezetekben mindegyik módszer jól prezentálta, hogy rangsorolásra kiválóan alkalmas.

A lépésenkénti betanítás hosszadalmassága miatt a legtöbb számítási időt az NN igényli, a sokváltozós numerikus optimalizálás bonyolultsága okán a TH következik, és a legrövidebb idő alatt az AL szolgáltat eredményt.

A módszerek alkalmazhatóságát tekintve a legösszetettebb feltételrendszer a TH-hoz tartozik, itt egyelőre csak elégséges feltételek bizonyítottak, szükségesek és egyben elégségesek nem. A feltétel ellenőrzése egy gráf összefüggőségének ellenőrzését követeli meg, amelyre létezik jó algoritmus. Az AL módszer esetén ismert szükséges és elégséges feltétel az alkalmazhatóságra, ez a feltétel szintén gráf összefüggőséggel kapcsolatos, azonban maga a feltétel gyakrabban teljesül,

mint a TH esetén megkívánt gráf összefüggősége. Így az AL olyan esetekben is ad eredményt, amikor a TH nem. Ennek az az oka, hogy az AHP mátrix megalkotásakor egy mérkőzés eredménye számmá konvertálódik, míg a Thurstone módszer esetén lehetséges, hogy egy eredmény csak egy kisebb vagy nagyobb reláció. Az NN esetén a lépésenkénti iteráció minden esetben alkalmazható, azonban megfelelő eredmény eléréséhez nagy mennyiségű tanuló adat szükséges. Ennek hiányában a végeredmény fals lehet, mint az elő is fordult az összefűzés esetében bemutatott példán.

A három módszer közül direkt módon csak a TH módszer alkalmas arra, hogy valószínűségeken alapuló előrejelzéseket tudjunk adni a modell segítségével. Ez a lehetőség azonban nagyon hasznos például fogadások esetén, amikor azt akarjuk eldönteni, érdemes-e valamelyik csapat valamely meccsének valamelyik eredményére fogadást kötni. Az „érdemes” természetesen egy célfüggvényt feltételez, ami már egyéb információkat (pl. fogadóirodák odds-ai) is felhasznál. Ez további kutatások témája. Valószínűségeken alapuló előrejelzések adására az AL módszer sajnos nem alkalmas. Ugyan az NN működésébe is be van építve logisztikus eloszlásfüggvényen alapuló valószínűségek számolása, de ezek a valószínűségek nem jelennek meg outputként.

A nemzeti bajnokságok összefűzése során kifejtettem, hogy míg a TH módszer érzékeny arra, hogy az egyes csapatok között hányszor születtek meg az adott eredmények, az AL módszer ezt nem veszi figyelembe. Ha például a Chelsea sokszor legyőzte volna a Manchester Cityt (ahogy ez a BL döntőben egyszer megtörtént), akkor a TH őt a Manchester City elé sorolta volna, de az AL nem. Kísérletképpen megváltoztattam a mérkőzések eredményeit annyiban, hogy a Chelsea-nek csak győzelme volt a Manchester Cityvel szemben: az AL szerint ekkor is csak a második helyet szerezte meg. Ez az AL módszernek a mérkőzések számára vonatkozó érzéketlenségét demonstrálja. Az NN eredménye is függ a mérkőzések számától, sőt kevés mérkőzés esetén nem is működik megfelelően.

Az összefűzést tekintve az AL akár egy, akármilyen eredménnyel végződő összekötő mérkőzés esetén is alkalmazható, míg a TH nem. Ennek oka, hogy az AHP mátrix megalkotásakor az eredmény egy számmá konvertálódik. A szám

azonban a mérkőzés eredményétől függően nagyon eltorzíthatja az összefűzés eredményét. A TH egyetlen összekötő mérkőzés esetén csak akkor alkalmazható összefűzésre, ha döntetlen születik a mérkőzés során, ellenkező esetben legalább két, ellenkező irányú eredmény szükséges. Ha azonban ez teljesül, akkor a TH nem ad fals eredményt.

Mindhárom módszer esetén van olyan jellemző, amelynek megválasztása önkényes. A TH módszer esetén az eloszlás típusát választjuk meg önkényesen standard normális eloszlásnak, az NN esetén az egyes összehasonlítások változtatásának mértéke tekinthető ilyennek, az AL módszernél a „jobb” eredménynek megfelelően hármas szám ilyen.

A módszerek alapvető tulajdonsága, hogy az összehasonlításokat a TH és az AL globális rendszerként kezeli, míg az NN esetében ez nem így van.

Az előbbi tulajdonságok, valamint a dolgozatban elemzett példák bemutatásából jól látszik, hogy a TH és AL módszerek erősen hasonlítanak egymásra, az NN különbözik mindkettőtől. Az is világos, hogy inkább az AL módszerhez van közelebb a NN, mint a TH-hoz, ezen tulajdonságot nagyon jól tetten lehet érni a rangkorrelációs táblázatokban.

Összefoglalásképp elmondható, hogy a három módszer közül a legkevésbé az NN ajánlható. A TH és az AL közül bizonyos tulajdonságok tekintetében az egyik, más tulajdonságok tekintetében a másik előnyösebb. Én személy szerint (leginkább az előrejelzési lehetőség miatt) a TH módszert preferálom.

7. Összefoglalás

Dolgozatom témája kvázi-független csoportok összefűzése néhány összekötő információ segítségével. Az elemzéseket három különböző módszerrel végeztem el. Elsőként bemutattam az általam alkalmazott módszereket, amelyek a páros összehasonlítási módszerek különböző verziói.

Ezekkel a módszerekkel elkészítettem a top 5 európai nemzeti elsőosztályú labdarúgó bajnokság elemzését a 2020/21-es idény eredményeinek segítségével. Megállapítottam, hogy a módszerek hasonló eredményeket szolgáltatnak, és ezek a rangsorok nagyban hasonlítanak a hivatalos eredményekre is.

Ezután a Bajnokok Ligája, az Európa Liga, illetve a Szuperkupa mérkőzések segítségével összefűztem a nemzeti bajnokságokat. Az összekötő mérkőzések száma töredéke, kevesebb, mint huszada a nemzeti bajnokságok keretében játszott mérkőzések számának. Elvégeztem az összefűzést úgy is, hogy nemzetközi mérkőzéseknek a nemzeti mérkőzésekhez képest nagyobb súlyt adtam. Megmutattam, hogy a módszerek eredményei az azonos módszerek eredményeivel korrelálnak leginkább. Megállapítottam, hogy az egyes nemzeti bajnokságok sorrendjét a nemzetközi mérkőzések eredményei általában nem, csak egyes esetekben változtatják meg lényegesen. Néhány markáns változást megokoltam. Összevettem a kiértékelési eredményeket a Transfermarkt által adott piaci árral, és megállapítottam, hogy a korábbiaknál sokkal kisebb rangkorreláció tapasztalható, különösen igaz ez a német bajnokságra. Bemutattam, hogy a sztár csapatokat a Transfermarkt messze teljesítményük felett értékeli, ennek általában a fordítottja igaz a gyengébb csapatokra. Az összefűzés eredményeit felhasználva megállapítottam, hogy mind a csapatok átlagos súlyát, mind a csapatok átlagos helyezésszámát, mind a legjobbak közti gyakoriságuk alapján tekintve az angol bajnokság a legerősebb, a leggyengébbnek pedig az olasz és a francia bajnokság bizonyul. Sikeresen bemutattam, hogy a csapatok pénzügyi értéke és teljesítménye között összefüggés mutatható ki, de nem kizárólag a pénzügyi értékük határozza meg az egyes csapatok erősségét.

Az összefűzések stabilitásának vizsgálata érdekében a német és francia bajnokság csapatait külön is összefűztem először az összes köztük levő mérkőzés segítségével, majd kettésével csökkentve az összekötő mérkőzések számát. Az összekötő mérkőzések elhagyásával az összefűzés feltételei egyre kevésbé teljesülnek. Legkevésbé a NN összefűzési tulajdonsága jó. Mutattam egy gyengített feltételeket követelő állítást, amikor a TH működéséhez szokásos feltétel nem teljesül, de a TH módszerrel történő kiértékelés mégis működik: a likelihood függvény felveszi maximumát, és a maximumhely egyértelmű. Ebben az esetben bár az összefűzés kevés információ alapján történik, mégis megbízható. Ha csak egyirányú eredményűek az összekötő mérkőzések, akkor azonban a TH módszer nem alkalmazható. Az AL ugyan még működik, de az eredménye erősen torzít.

Dolgozatom végén összegyűjtöttem az egyes módszerek tulajdonságait, erősségeit, gyengeségeit, amelyeket a vizsgálataim során tapasztaltam. Ezáltal munkám eredményeként nem csak a csapatok, a nemzeti bajnokságok, hanem a módszerek is összehasonlításra kerültek.

Jövőbeli terveim között szerepel, hogy időben is elemezzem a csapatok, nemzeti bajnokságok erősségének változását több idényen keresztül. Szeretnék egy olyan módszert is kidolgozni, amely lehetőséget biztosít arra, hogy az összekötő mérkőzésekhez ideális súlyokat határozzak meg annak érdekében, hogy a csapatok erősségei alapján igen jó előrejelzés legyen adható a jövőbeli mérkőzések eredményeire.

Későbbiekben szeretném az összehasonlításokat kibővíteni, és más módszereket, illetve más sportágakat is bevonni a vizsgálataimba.

8. Jegyzékek

8.1. Irodalomjegyzék

- [1] Anderson, A. (2014). Maximum likelihood ranking in racing sports. *Applied Economics*, 46(15), 1778-1787.
- [2] Araki, K., Hirose, Y., & Komaki, F. (2019). Paired comparison models with age effects modeled as piecewise quadratic splines. *International Journal of Forecasting*, 35(2), 733-740.
- [3] Bozóki, S., Csató, L., & Temesi, J. (2016). An application of incomplete pairwise comparison matrices for ranking top tennis players. *European Journal of Operational Research*, 248(1), 211-218.
- [4] Bozóki, S., Fülöp, J., Rónyai, L. (2010). On optimal completion of incomplete pairwise comparison matrices. *Mathematical and Computer Modelling*, 52(1), 318-333.
- [5] Csató, L. (2013). Ranking by pairwise comparisons for Swiss-system tournaments. *Central European Journal of Operations Research*, 21(4), 783-803.
- [6] Csató, L. (2017). On the ranking of a Swiss system chess team tournament. *Annals of Operations Research*, 254(1), 17-36.
- [7] Csató, L. (2021). Rangsorolás nem befejezett körmérkőzéses bajnokságokban. *SZIGMA Matematikai-közgazdasági folyóirat*, 52(4), 369-381.
- [8] Elo, A. E. (1978). The rating of chessplayers, past and present. BT Batsford Limited.
- [9] **Gyarmati L.**, Mihálykóné Orbán É., & Mihálykó, Cs. A Thurstone módszer alkalmazása sporteredmények elemzésére a 2020/21-es női kézilabda Bajnokok Ligája példáján, *Testnevelés, Sport, Tudomány*, (közlésre elfogadva)

- [10] <https://allsportsapi.com/> (letöltés dátuma 2021. november 15.) All Sports API
- [11] <https://medium.com/geekculture/rating-and-predicting-football-with-recurrent-neural-network-and-jax-5a5f56510ee> (letöltés dátuma 2022. április 5.) Rating and Predicting Football with Recurrent Neural Network and JAX | by Ronnie Visser | Geek Culture | Medium
- [12] <https://www.transfermarkt.com> (letöltés dátuma 2022. április 5.) Football transfers, rumours, market values and news | Transfermarkt
- [13] Lasek, J., & Gagolewski, M. (2021). Interpretable sports team rating models based on the gradient descent algorithm. *International Journal of Forecasting*, 37(3), 1061-1071.
- [14] Mihálykó, L. C., Mihálykóné Orbán, É., & **Gyarmati, L.** (2021). A Thurstone módszer általánosításai. *Alkalmazott Matematikai Lapok*, 38(1), 127-140.
- [15] Orbán-Mihálykó, É., Mihálykó, C., & **Gyarmati, L.** (2022). Application of the Generalized Thurstone Method for Evaluations of Sports Tournaments' Results. *Knowledge*, 2(1), 157-166.
- [16] Orbán-Mihálykó, É., Mihálykó, C., & Koltay, L. (2019). A generalization of the Thurstone method for multiple choice and incomplete paired comparisons. *Central European Journal of Operations Research*, 27(1), 133-159.
- [17] Orbán-Mihálykó, É., Mihálykó, C., & Koltay, L. (2019). Incomplete paired comparisons in case of multiple choice and general log-concave probability density functions. *Central European Journal of Operations Research*, 27(2), 515-532.
- [18] Prékopa A. (1972). *Valószínűségelmélet műszaki alkalmazásokkal.* Műszaki Kiadó, Budapest
- [19] Saaty, T. L., (1990). How to make a decision: the analytic hierarchy process, *European Journal of Operational Research*, 48(1), 9-26.

- [20] Thurstone, L. L. (1927). A law of comparative judgment.
Psychological Review, 34(4), 273-286.

8.2. Ábrajegyzék

1. ábra Döntések és a hozzájuk tartozó intervallumok.....	9
2. ábra A neurális háló érdemi része	15

8.3. Táblázatjegyzék

1. táblázat Az angol bajnokság kiértékelési eredményei.....	18
2. táblázat A francia bajnokság kiértékelési eredményei	20
3. táblázat A német bajnokság kiértékelési eredményei	22
4. táblázat Az olasz bajnokság kiértékelési eredményei	24
5. táblázat A spanyol bajnokság kiértékelési eredményei.....	26
6. táblázat Az összesített rangsor első húsz csapata a nemzetközi mérkőzéseket négyszeres szorzóval figyelembe véve	31
7. táblázat A csapatok átlagos súlyai országonként	32
8. táblázat A csapatok átlagos helyezésszámai országonként	33
9. táblázat Egyes országok csapatainak összértéke.....	34
10. táblázat A csapatok egyes módszerek szerint számolt becsült értékének és a TM szerinti értékének relatív eltérése átlagosan.....	34
11. táblázat Összesített rangsorok rangkorrelációi.....	35
12. táblázat A német-francia csapatok közötti összekötő mérkőzések és felhasználásuk	41
13. táblázat A német és a francia bajnokság csapatai összefűzési eredményeinek rangkorrelációs értékei.....	43
 M1. táblázat Összesített rangsor egyszeres súlyú összekötőmérkőzésekkel és a teljes Transfermarket rangsor.....	 53
M2. táblázat Összesített rangsor kétszeres súlyú összekötő mérkőzésekkel	57

M4. táblázat Az angol csapatok kiértékelési eredményeinek rangkorrelációs indexei	65
M5. táblázat A francia csapatok kiértékelési eredményeinek rangkorrelációs indexei	66
M6. táblázat A német csapatok kiértékelési eredményeinek rangkorrelációs indexei	67
M7. táblázat Az olasz csapatok kiértékelési eredményeinek rangkorrelációs indexei	68
M8. táblázat A spanyol csapatok kiértékelési eredményeinek rangkorrelációs indexei	69
M9. táblázat Az egyes módszerek szerint számolt értékei az angol csapatoknak	70
M10. táblázat Az egyes módszerek szerint számolt értékei a francia csapatoknak	72
M11. táblázat Az egyes módszerek szerint számolt értékei a német csapatoknak	74
M12. táblázat Az egyes módszerek szerint számolt értékei az olasz csapatoknak	76
M13. táblázat Az egyes módszerek szerint számolt értékei a spanyol csapatoknak	78
M14. táblázat A német és a francia bajnokságok összefűzési eredményei az összes köztük levő (Ö), illetve 4 köztük levő mérkőzés (A) felhasználásával	80
M15. táblázat A német és a francia bajnokságok összefűzési eredményei 2 összekötő mérkőzés felhasználásával (B) és egyetlen összekötő mérkőzés nélkül (C).....	83

9. Mellékletek

M1. táblázat Összesített rangsor egyszeres súlyú összekötőmérkőzésekkel és a teljes Transfermarket rangsor

	TH 1		AL 1		NN 1		TM	
Helyezés	Csapatnév	Súly	Csapatnév	Súly	Csapatnév	Súly	Csapa név	Érték
1	Manchester City	0,02874	Manchester City	0,02616	Manchester City	0,01719	Manchester City	€1040.0m
2	Bayern Munich	0,02767	Chelsea	0,02113	Real Madrid	0,01699	Liverpool	€969.65m
3	Real Madrid	0,02351	Manchester Utd	0,01967	Bayern Munich	0,01594	Chelsea	€889.20m
4	Inter	0,02158	Liverpool	0,01902	Inter	0,0157	Bayern Munich	€858.23m
5	Atl. Madrid	0,02045	Bayern Munich	0,01831	Lille	0,01565	Barcelona	€817.50m
6	Chelsea	0,01993	Real Madrid	0,01826	Chelsea	0,01467	Paris SG	€805.00m
7	Manchester Utd	0,01894	West Ham	0,01776	Manchester Utd	0,0146	Real Madrid	€787.30m
8	Barcelona	0,01718	Leicester	0,01776	Atl. Madrid	0,01436	Atl. Madrid	€773.10m
9	RB Leipzig	0,01717	Tottenham	0,01681	Barcelona	0,0141	Manchester Utd	€770.05m
10	Liverpool	0,01679	Atl. Madrid	0,01619	AC Milan	0,01401	Tottenham	€703.50m
11	Wolfsburg	0,01673	Everton	0,01592	Paris SG	0,01373	Inter	€663.90m
12	Sevilla	0,0165	Arsenal	0,01566	Napoli	0,01361	Juventus	€633.30m
13	Eintracht Frankfurt	0,01643	Leeds	0,01548	Lyon	0,01354	Dortmund	€628.40m
14	Dortmund	0,01591	Aston Villa	0,01466	Liverpool	0,01353	Arsenal	€619.25m
15	Lille	0,01578	Inter	0,01465	Atalanta	0,0135	RB Leipzig	€574.95m
16	Juventus	0,01577	Barcelona	0,01444	Sevilla	0,01309	AC Milan	€547.78m
17	Atalanta	0,01541	Sevilla	0,01406	Monaco	0,01309	Napoli	€530.20m
18	Paris SG	0,01512	Lille	0,01387	RB Leipzig	0,01285	Everton	€511.20m
19	Napoli	0,01508	RB Leipzig	0,01357	Juventus	0,01271	Leicester	€510.70m
20	AC Milan	0,01501	Paris SG	0,01316	Wolfsburg	0,01242	Wolves	€450.30m
21	Leicester	0,01446	Wolfsburg	0,01307	Lazio	0,01235	Lyon	€431.35m
22	Bayer Leverkusen	0,0136	Eintracht Frankfurt	0,01307	West Ham	0,01199	Aston Villa	€430.75m
23	Tottenham	0,01332	Dortmund	0,0127	AS Roma	0,01188	Atalanta	€430.00m
24	Union Berlin	0,01291	Newcastle	0,01243	Leicester	0,01182	Sevilla	€418.25m
25	Monaco	0,01288	Wolves	0,01243	Tottenham	0,01181	Real Sociedad	€406.60m

Mellékletek

	TH 1		AL 1		NN 1		TM	
Helyezés	Csapatnév	Súly	Csapatnév	Súly	Csapatnév	Súly	Csapa név	Érték
26	Lyon	0,01256	Juventus	0,01228	Sassuolo	0,01176	AS Roma	€395.65m
27	Everton	0,01236	Crystal Palace	0,01209	Everton	0,01166	Bayer Leverkusen	€373.25m
28	Leeds	0,01235	Brighton	0,01209	Eintracht Frankfurt	0,01159	Monaco	€370.35m
29	Arsenal	0,01234	Atalanta	0,01204	Bayer Leverkusen	0,01138	West Ham	€334.90m
30	Lazio	0,01208	AC Milan	0,01191	Real Sociedad	0,01136	Lazio	€326.33m
31	Real Sociedad	0,01184	Monaco	0,01185	Villarreal	0,01129	Lille	€323.20m
32	Betis	0,01178	Lyon	0,01185	Rennes	0,01126	B. Monchengladbach	€300.75m
33	B. Monchengladbach	0,01171	Southampton	0,01176	Dortmund	0,01097	Rennes	€297.50m
34	Villarreal	0,0117	Napoli	0,01162	Marseille	0,01094	Villarreal	€292.60m
35	AS Roma	0,01096	Villarreal	0,01133	Betis	0,0109	Brighton	€290.40m
36	Aston Villa	0,01096	Bayer Leverkusen	0,01128	Aston Villa	0,01089	Fiorentina	€286.80m
37	Freiburg	0,0108	Real Sociedad	0,01114	Arsenal	0,0108	Southampton	€282.80m
38	Stuttgart	0,01066	Burnley	0,01114	Union Berlin	0,0107	Valencia	€278.85m
39	Sassuolo	0,01066	Betis	0,01111	Montpellier	0,01069	Eintracht Frankfurt	€269.15m
40	Hoffenheim	0,01031	Union Berlin	0,01088	B. Monchengladbach	0,01033	Wolfsburg	€256.83m
41	Celta Vigo	0,00957	B. Monchengladbach	0,01008	Leeds	0,01032	Newcastle	€255.35m
42	West Ham	0,00923	Lazio	0,00993	Lens	0,01028	Marseille	€251.40m
43	Mainz	0,00895	Celta Vigo	0,00969	Freiburg	0,01009	Sassuolo	€241.74m
44	Wolves	0,0089	Fulham	0,00944	Celta Vigo	0,00972	Fulham	€239.75m
45	Newcastle	0,00886	AS Roma	0,00934	Stuttgart	0,00971	Leeds	€238.10m
46	Crystal Palace	0,0086	Freiburg	0,00934	Wolves	0,00954	Nice	€236.10m
47	Brighton	0,00849	Stuttgart	0,00934	Nice	0,00952	Hertha Berlin	€228.88m
48	Ath Bilbao	0,00847	Sassuolo	0,00925	Southampton	0,0094	Hoffenheim	€228.15m
49	Hertha Berlin	0,00843	Hoffenheim	0,00906	Newcastle	0,0094	Betis	€207.70m
50	Marseille	0,00837	Marseille	0,00899	Hoffenheim	0,00928	Ath Bilbao	€204.15m

Mellékletek

	TH 1		AL 1		NN 1		TM	
Helyezés	Csapatnév	Súly	Csapatnév	Súly	Csapatnév	Súly	Csapa név	Érték
51	Southampton	0,0083	West Brom	0,00894	Augsburg	0,00927	Crystal Palace	€193.85m
52	Arminia Bielefeld	0,00809	Ath Bilbao	0,00868	Bordeaux	0,00906	Stuttgart	€189.25m
53	Sampdoria	0,00799	Lens	0,00853	St Etienne	0,00899	Cagliari	€187.83m
54	Augsburg	0,00792	Mainz	0,00827	Osasuna	0,00898	Torino	€175.28m
55	Lens	0,00792	Granada CF	0,00826	Verona	0,00892	Udinese	€173.00m
56	Cadiz CF	0,00783	Rennes	0,00823	Fiorentina	0,00884	Getafe	€170.10m
57	Valencia	0,00781	Valencia	0,00821	Sampdoria	0,00884	Mainz	€163.30m
58	FC Koln	0,0078	Osasuna	0,00821	Cadiz CF	0,0088	Verona	€157.21m
59	Osasuna	0,00772	Cadiz CF	0,00821	Brighton	0,00875	Celta Vigo	€155.85m
60	Granada CF	0,00772	Montpellier	0,00807	Arminia Bielefeld	0,00875	St Etienne	€154.50m
61	Levante	0,00765	Levante	0,00799	Ath Bilbao	0,00874	Bologna	€153.60m
62	Burnley	0,00755	Sheffield Utd	0,00779	Reims	0,00872	Sheffield Utd	€149.85m
63	Werder Bremen	0,0075	Hertha Berlin	0,00778	Granada CF	0,0087	West Brom	€141.15m
64	Rennes	0,00743	Augsburg	0,00754	Metz	0,00868	Freiburg	€139.10m
65	Montpellier	0,00731	Arminia Bielefeld	0,00754	Genoa	0,00866	Burnley	€132.30m
66	Verona	0,00723	Sampdoria	0,00743	Crystal Palace	0,00853	Parma	€128.70m
67	Getafe	0,0068	Alaves	0,00736	Getafe	0,00852	Sampdoria	€127.18m
68	Alaves	0,00677	Getafe	0,00736	Strasbourg	0,0085	Schalke	€123.05m
69	Genoa	0,00667	FC Koln	0,00732	Mainz	0,00849	Granada CF	€122.65m
70	Elche	0,00659	Nice	0,0072	Brest	0,00848	FC Koln	€118.20m
71	Bologna	0,00632	Elche	0,00716	Bologna	0,00848	Montpellier	€113.85m
72	Nice	0,00632	Werder Bremen	0,0071	Hertha Berlin	0,00845	Levante	€113.00m
73	Huesca	0,00626	Metz	0,00704	Angers	0,00838	Werder Bremen	€111.98m
74	Fiorentina	0,00624	Huesca	0,00697	Valencia	0,00836	Genoa	€111.93m
75	Torino	0,00621	St Etienne	0,00684	Alaves	0,00834	Angers	€111.65m
76	Udinese	0,00617	Verona	0,00684	Nantes	0,00832	Strasbourg	€109.65m
77	Spezia	0,00617	Valladolid	0,00678	Lorient	0,00829	Bordeaux	€105.70m
78	Fulham	0,00615	Reims	0,00666	Burnley	0,00829	Reims	€105.18m
79	Valladolid	0,00614	Angers	0,00648	Werder Bremen	0,0082	Lens	€104.30m
80	Metz	0,00608	Bordeaux	0,00648	FC Koln	0,0082	Metz	€103.50m

Mellékletek

	TH 1		AL 1		NN 1		TM	
Helyezés	Csapatnév	Súly	Csapatnév	Súly	Csapatnév	Súly	Csapa név	Érték
81	St Etienne	0,00601	Genoa	0,00647	Elche	0,00807	Brest	€103.23m
82	West Brom	0,00585	Eibar	0,00641	Levante	0,00802	Osasuna	€96.75m
83	Reims	0,00575	Strasbourg	0,0063	Torino	0,00801	Nantes	€94.75m
84	Cagliari	0,0057	Nantes	0,0063	Udinese	0,00794	Augsburg	€93.05m
85	Eibar	0,00568	Lorient	0,0063	Huesca	0,00794	Eibar	€83.40m
86	Bordeaux	0,00552	Bologna	0,0063	Cagliari	0,00787	Union Berlin	€82.05m
87	Angers	0,00547	Fiorentina	0,0063	Fulham	0,00783	Alaves	€79.80m
88	Lorient	0,00534	Brest	0,00613	Spezia	0,00778	Lorient	€72.88m
89	Strasbourg	0,0053	Udinese	0,00613	Valladolid	0,00769	Spezia	€71.68m
90	Nantes	0,00527	Torino	0,00613	Benevento	0,00762	Dijon	€65.63m
91	Brest	0,00523	Spezia	0,00613	Eibar	0,00751	Huesca	€64.10m
92	Benevento	0,0052	Cagliari	0,0058	West Brom	0,00742	Valladolid	€63.05m
93	Schalke	0,00442	Nimes	0,00549	Nimes	0,00733	Nimes	€60.40m
94	Nimes	0,00441	Benevento	0,00549	Parma	0,00683	Arminia Bielefeld	€56.73m
95	Sheffield Utd	0,0042	Schalke	0,00507	Dijon	0,00681	Crotone	€52.75m
96	Parma	0,00371	Dijon	0,00429	Sheffield Utd	0,00599	Benevento	€50.13m
97	Crotone	0,00345	Crotone	0,00429	Crotone	0,00596	Cadiz CF	€47.65m
98	Dijon	0,00303	Parma	0,00429	Schalke	0,00595	Elche	€45.65m

Mellékletek

M2. táblázat Összesített rangsor kétszeres súlyú összekötő mérkőzésekkel

	TH 2		AL 2		NN 2	
Helyezés	Csapatnév	Súly	Csapatnév	Súly	Csapatnév	Súly
1	Manchester City	0,03435	Manchester City	0,02596	Manchester City	0,01595
2	Bayern Munich	0,02719	Chelsea	0,02129	Real Madrid	0,01556
3	Chelsea	0,02562	Manchester Utd	0,01967	Bayern Munich	0,01489
4	Real Madrid	0,02541	Liverpool	0,01902	Lille	0,01452
5	Manchester Utd	0,0202	Bayern Munich	0,01832	Inter	0,01413
6	Inter	0,01907	Real Madrid	0,01828	Atl. Madrid	0,01395
7	Liverpool	0,01906	West Ham	0,01776	Chelsea	0,01386
8	Atl. Madrid	0,0189	Leicester	0,01776	Manchester Utd	0,01371
9	Barcelona	0,01632	Tottenham	0,01682	AC Milan	0,01353
10	Sevilla	0,01628	Atl. Madrid	0,0162	Liverpool	0,01322
11	Leicester	0,01628	Everton	0,01592	Barcelona	0,01312
12	Wolfsburg	0,016	Arsenal	0,01566	Paris SG	0,01298
13	RB Leipzig	0,01594	Leeds	0,01549	Napoli	0,01284
14	Eintracht Frankfurt	0,01566	Inter	0,01466	Sevilla	0,0128
15	Lille	0,01544	Aston Villa	0,01466	RB Leipzig	0,01271
16	Paris SG	0,01528	Barcelona	0,01444	Lyon	0,01245
17	Tottenham	0,01502	Sevilla	0,01407	Atalanta	0,01242
18	Juventus	0,01475	Lille	0,01385	Monaco	0,01215
19	Dortmund	0,01472	RB Leipzig	0,01357	Lazio	0,01214
20	Atalanta	0,014	Paris SG	0,01314	Juventus	0,0121
21	Napoli	0,01395	Eintracht Frankfurt	0,01307	Tottenham	0,01204
22	Leeds	0,01395	Wolfsburg	0,01307	Wolfsburg	0,01202
23	Everton	0,01393	Dortmund	0,01269	Bayer Leverkusen	0,01189
24	AC Milan	0,01343	Newcastle	0,01243	Leicester	0,01181
25	Bayer Leverkusen	0,01341	Wolves	0,01243	Everton	0,01176
26	Arsenal	0,01324	Juventus	0,01229	West Ham	0,01173
27	Monaco	0,01237	Brighton	0,01209	AS Roma	0,01167
28	Aston Villa	0,01235	Crystal Palace	0,01209	Villarreal	0,01154

Mellékletek

	TH 2		AL 2		NN 2	
Helyezés	Csapatnév	Súly	Csapatnév	Súly	Csapatnév	Súly
29	Union Berlin	0,0123	Atalanta	0,01205	Sassuolo	0,01143
30	Villarreal	0,01207	AC Milan	0,01192	Real Sociedad	0,01134
31	Lyon	0,01193	Lyon	0,01184	Eintracht Frankfurt	0,01131
32	Betis	0,01178	Monaco	0,01184	Marseille	0,01131
33	Real Sociedad	0,01146	Southampton	0,01177	Aston Villa	0,01099
34	Lazio	0,01139	Napoli	0,01163	Rennes	0,01097
35	B. Monchengladbach	0,01104	Villarreal	0,01134	Montpellier	0,01089
36	AS Roma	0,01052	Bayer Leverkusen	0,01128	Dortmund	0,01085
37	Freiburg	0,01035	Real Sociedad	0,01115	Union Berlin	0,01081
38	Stuttgart	0,01012	Burnley	0,01114	Arsenal	0,01069
39	Wolves	0,01003	Betis	0,01111	B. Monchengladbach	0,0106
40	Newcastle	0,00994	Union Berlin	0,01088	Betis	0,01048
41	Sassuolo	0,00989	B. Monchengladbach	0,01008	Freiburg	0,01018
42	Hoffenheim	0,0098	Lazio	0,00994	Lens	0,01015
43	Crystal Palace	0,00968	Celta Vigo	0,00969	Leeds	0,01014
44	Brighton	0,00954	Fulham	0,00945	Southampton	0,00996
45	Celta Vigo	0,00951	AS Roma	0,00935	Stuttgart	0,00993
46	Southampton	0,0093	Stuttgart	0,00934	Wolves	0,00985
47	West Ham	0,00909	Freiburg	0,00934	Newcastle	0,00976
48	Mainz	0,00861	Sassuolo	0,00926	Augsburg	0,0097
49	Burnley	0,00845	Hoffenheim	0,00906	Nice	0,00966
50	Ath Bilbao	0,00834	Marseille	0,00898	Verona	0,00949
51	Hertha Berlin	0,00802	West Brom	0,00894	Hoffenheim	0,00948
52	Marseille	0,00792	Ath Bilbao	0,00868	Celta Vigo	0,00947
53	Cadiz CF	0,0078	Lens	0,00851	Bordeaux	0,00932
54	Valencia	0,00778	Mainz	0,00827	Osasuna	0,00928
55	Arminia Bielefeld	0,00777	Granada CF	0,00826	Cadiz CF	0,00923

Mellékletek

	TH 2		AL 2		NN 2	
Helyezés	Csapatnév	Súly	Csapatnév	Súly	Csapatnév	Súly
56	Osasuna	0,00768	Rennes	0,00822	Granada CF	0,00922
57	Granada CF	0,00766	Osasuna	0,00822	Crystal Palace	0,0091
58	Augsburg	0,00762	Cadiz CF	0,00822	Getafe	0,00905
59	Levante	0,00757	Valencia	0,00822	Brighton	0,00905
60	Lens	0,00757	Montpellier	0,00806	St Etienne	0,00897
61	FC Koln	0,00744	Levante	0,00799	Arminia Bielefeld	0,00897
62	Sampdoria	0,0074	Sheffield Utd	0,00779	Fiorentina	0,00893
63	Werder Bremen	0,00719	Hertha Berlin	0,00778	Ath Bilbao	0,00893
64	Montpellier	0,00694	Augsburg	0,00755	Metz	0,00892
65	Fulham	0,00692	Arminia Bielefeld	0,00755	Hertha Berlin	0,00885
66	Rennes	0,00682	Sampdoria	0,00743	Reims	0,00884
67	Getafe	0,00676	Getafe	0,00736	Sampdoria	0,00883
68	Alaves	0,00673	Alaves	0,00736	Angers	0,00876
69	Verona	0,00673	FC Koln	0,00732	Brest	0,00873
70	Elche	0,00661	Nice	0,00718	Werder Bremen	0,00873
71	West Brom	0,00658	Elche	0,00716	Bologna	0,00871
72	Genoa	0,00621	Werder Bremen	0,0071	Valencia	0,00867
73	Huesca	0,00621	Metz	0,00702	Alaves	0,00866
74	Valladolid	0,0061	Huesca	0,00697	Burnley	0,00864
75	Bologna	0,00584	Verona	0,00685	Genoa	0,00864
76	Nice	0,00582	St Etienne	0,00683	Elche	0,00862
77	Fiorentina	0,0058	Valladolid	0,00678	Nantes	0,00858
78	Metz	0,00579	Reims	0,00665	Huesca	0,00849
79	Torino	0,00577	Genoa	0,00648	Levante	0,00842
80	Udinese	0,00573	Bordeaux	0,00647	Mainz	0,00842
81	St Etienne	0,00572	Angers	0,00647	Strasbourg	0,00836
82	Spezia	0,0057	Eibar	0,00642	FC Koln	0,00828
83	Eibar	0,00561	Bologna	0,00631	Lorient	0,00827
84	Reims	0,00549	Fiorentina	0,00631	Valladolid	0,00827
85	Bordeaux	0,00529	Strasbourg	0,00629	Eibar	0,0082
86	Cagliari	0,00527	Nantes	0,00629	Fulham	0,00817

Mellékletek

	TH 2		AL 2		NN 2	
Helyezés	Csapatnév	Súly	Csapatnév	Súly	Csapatnév	Súly
87	Angers	0,00519	Lorient	0,00629	Cagliari	0,00814
88	Lorient	0,00509	Torino	0,00613	Udinese	0,00811
89	Strasbourg	0,00503	Spezia	0,00613	Torino	0,00808
90	Nantes	0,00502	Udinese	0,00613	Benevento	0,00806
91	Brest	0,00498	Brest	0,00612	Spezia	0,00803
92	Benevento	0,00485	Cagliari	0,00581	West Brom	0,00792
93	Sheffield Utd	0,00473	Benevento	0,0055	Nimes	0,00759
94	Schalke	0,00423	Nimes	0,00549	Parma	0,00745
95	Nimes	0,0042	Schalke	0,00507	Dijon	0,00714
96	Parma	0,00344	Parma	0,00429	Schalke	0,00661
97	Crotone	0,00323	Crotone	0,00429	Sheffield Utd	0,00645
98	Dijon	0,00288	Dijon	0,00428	Crotone	0,00639

Mellékletek

M3. táblázat Összesített rangsor négyszeres súlyú összekötő mérkőzésekkel

	TH 4		AL 4		NN 4	
Helyezés	Csapatnév	Súly	Csapatnév	Súly	Csapatnév	Súly
1	Manchester City	0,03985	Manchester City	0,02575	Manchester City	0,02452
2	Chelsea	0,03276	Chelsea	0,02145	Chelsea	0,02384
3	Real Madrid	0,02816	Manchester Utd	0,01967	Real Madrid	0,02046
4	Bayern Munich	0,02791	Liverpool	0,01902	Bayern Munich	0,01883
5	Liverpool	0,02036	Real Madrid	0,0183	Manchester Utd	0,01629
6	Manchester Utd	0,01998	Bayern Munich	0,0183	Liverpool	0,01607
7	Atl. Madrid	0,01736	Leicester	0,01776	Paris SG	0,01578
8	Inter	0,01728	West Ham	0,01776	Lille	0,01493
9	Leicester	0,01702	Tottenham	0,01682	Inter	0,01411
10	Sevilla	0,01603	Atl. Madrid	0,01623	Sevilla	0,01393
11	Wolfsburg	0,01597	Everton	0,01592	Juventus	0,01343
12	Tottenham	0,01592	Arsenal	0,01566	Barcelona	0,01343
13	Eintracht Frankfurt	0,01553	Leeds	0,01549	Napoli	0,01335
14	Paris SG	0,01535	Inter	0,01466	Atl. Madrid	0,01326
15	Barcelona	0,01507	Aston Villa	0,01466	Atalanta	0,01282
16	RB Leipzig	0,01477	Barcelona	0,01446	Monaco	0,01281
17	Leeds	0,01473	Sevilla	0,01409	RB Leipzig	0,01281
18	Lille	0,01469	Lille	0,01384	Lyon	0,01238
19	Everton	0,01463	RB Leipzig	0,01356	AC Milan	0,01238
20	Juventus	0,01447	Paris SG	0,01313	Bayer Leverkusen	0,01233
21	Bayer Leverkusen	0,01402	Wolfsburg	0,01306	Dortmund	0,01223
22	Dortmund	0,01385	Eintracht Frankfurt	0,01306	Lazio	0,01204
23	Napoli	0,01342	Dortmund	0,01268	Villarreal	0,01191
24	Atalanta	0,01333	Wolves	0,01243	West Ham	0,0119
25	Arsenal	0,01306	Newcastle	0,01243	AS Roma	0,01178
26	Aston Villa	0,01298	Juventus	0,01229	Wolfsburg	0,01178
27	Villarreal	0,01273	Crystal Palace	0,01209	Leicester	0,01177
28	AC Milan	0,01228	Brighton	0,01209	Tottenham	0,0116

Mellékletek

	TH 4		AL 4		NN 4	
Helyezés	Csapatnév	Súly	Csapatnév	Súly	Csapatnév	Súly
29	Union Berlin	0,01223	Atalanta	0,01206	Eintracht Frankfurt	0,01141
30	Betis	0,0116	AC Milan	0,01192	Leeds	0,01113
31	Lazio	0,0114	Lyon	0,01183	Everton	0,01111
32	Monaco	0,01135	Monaco	0,01183	Real Sociedad	0,01097
33	AS Roma	0,01092	Southampton	0,01177	Sassuolo	0,01084
34	Lyon	0,01091	Napoli	0,01164	Arsenal	0,01083
35	Real Sociedad	0,01078	Villarreal	0,01136	Betis	0,01068
36	B. Monchengladbach	0,01077	Bayer Leverkusen	0,01127	Aston Villa	0,01053
37	Wolves	0,01053	Real Sociedad	0,01116	B. Monchengladbach	0,01035
38	Newcastle	0,01033	Burnley	0,01114	Union Berlin	0,01029
39	Freiburg	0,01025	Betis	0,01113	Marseille	0,00982
40	Stuttgart	0,01003	Union Berlin	0,01087	Lens	0,00973
41	Brighton	0,01002	B. Monchengladbach	0,01007	Montpellier	0,0097
42	Crystal Palace	0,01002	Lazio	0,00994	Celta Vigo	0,00958
43	Southampton	0,00985	Celta Vigo	0,0097	Newcastle	0,00951
44	Hoffenheim	0,00977	Fulham	0,00945	Freiburg	0,0095
45	Sassuolo	0,00977	AS Roma	0,00935	Stuttgart	0,00932
46	Celta Vigo	0,00931	Freiburg	0,00933	Hoffenheim	0,0092
47	Burnley	0,00877	Stuttgart	0,00933	Wolves	0,00917
48	West Ham	0,00875	Sassuolo	0,00926	Southampton	0,0091
49	Mainz	0,00854	Hoffenheim	0,00905	Rennes	0,00898
50	Ath Bilbao	0,00819	Marseille	0,00897	Granada CF	0,00897
51	Hertha Berlin	0,00804	West Brom	0,00894	Crystal Palace	0,00896
52	Arminia Bielefeld	0,00771	Ath Bilbao	0,00869	Sampdoria	0,0089
53	Cadiz CF	0,00769	Lens	0,00851	Brighton	0,00884
54	Osasuna	0,00767	Granada CF	0,00827	Osasuna	0,00871
55	Valencia	0,00765	Mainz	0,00826	Ath Bilbao	0,00863
56	Augsburg	0,00763	Valencia	0,00823	St Etienne	0,00862

Mellékletek

	TH 4		AL 4		NN 4	
Helyezés	Csapatnév	Súly	Csapatnév	Súly	Csapatnév	Súly
57	Granada CF	0,00749	Osasuna	0,00823	Cadiz CF	0,0085
58	Levante	0,00742	Cadiz CF	0,00823	Mainz	0,00848
59	FC Koln	0,00741	Rennes	0,00822	Nice	0,00847
60	Sampdoria	0,00726	Montpellier	0,00805	Bordeaux	0,00841
61	Werder Bremen	0,00718	Levante	0,00801	Verona	0,00839
62	Marseille	0,00718	Sheffield Utd	0,00779	Valencia	0,00835
63	Fulham	0,00716	Hertha Berlin	0,00777	Metz	0,00834
64	Lens	0,00693	Augsburg	0,00754	Augsburg	0,00832
65	West Brom	0,00689	Arminia Bielefeld	0,00754	Burnley	0,00832
66	Getafe	0,0067	Sampdoria	0,00744	Arminia Bielefeld	0,0083
67	Alaves	0,00666	Alaves	0,00737	Genoa	0,00824
68	Elche	0,00657	Getafe	0,00737	Reims	0,00821
69	Verona	0,00653	FC Koln	0,00731	Hertha Berlin	0,00819
70	Montpellier	0,00636	Nice	0,00718	Lorient	0,00811
71	Huesca	0,00617	Elche	0,00717	Levante	0,00809
72	Genoa	0,00609	Werder Bremen	0,00709	Getafe	0,00807
73	Valladolid	0,00602	Metz	0,00702	Nantes	0,00804
74	Rennes	0,00587	Huesca	0,00698	Alaves	0,00799
75	Bologna	0,0057	Verona	0,00685	Strasbourg	0,00796
76	Torino	0,00566	St Etienne	0,00683	Brest	0,00796
77	Fiorentina	0,00565	Valladolid	0,00679	Fiorentina	0,00795
78	Spezia	0,00556	Reims	0,00664	Angers	0,00792
79	Eibar	0,00555	Genoa	0,00648	Bologna	0,00787
80	Udinese	0,00553	Bordeaux	0,00646	Elche	0,00787
81	Metz	0,0053	Angers	0,00646	FC Koln	0,00787
82	St Etienne	0,00522	Eibar	0,00643	Torino	0,00782
83	Cagliari	0,00516	Bologna	0,00631	Cagliari	0,00776
84	Nice	0,00505	Fiorentina	0,00631	Huesca	0,00774
85	Reims	0,00497	Lorient	0,00629	Spezia	0,00771
86	Sheffield Utd	0,00485	Strasbourg	0,00629	Udinese	0,00768

Mellékletek

	TH 4		AL 4		NN 4	
Helyezés	Csapatnév	Súly	Csapatnév	Súly	Csapatnév	Súly
87	Bordeaux	0,0048	Nantes	0,00629	Werder Bremen	0,00766
88	Benevento	0,00478	Spezia	0,00614	Fulham	0,00754
89	Angers	0,00478	Udinese	0,00614	Valladolid	0,00738
90	Strasbourg	0,00463	Torino	0,00614	West Brom	0,00735
91	Lorient	0,00461	Brest	0,00612	Eibar	0,00721
92	Nantes	0,00459	Cagliari	0,00581	Nimes	0,00716
93	Brest	0,00457	Benevento	0,0055	Benevento	0,00701
94	Schalke	0,00421	Nimes	0,00548	Parma	0,00606
95	Nimes	0,00383	Schalke	0,00507	Sheffield Utd	0,00604
96	Parma	0,00334	Parma	0,00429	Dijon	0,006
97	Crotone	0,00318	Crotone	0,00429	Schalke	0,00581
98	Dijon	0,00262	Dijon	0,00428	Crotone	0,00576

M3. táblázat Az angol csapatok kiértékelési eredményeinek rangkorrelációs indexei

	TH 1	AL 1	NN 1	TH 2	AL 2	NN 2	TH 4	AL 4	NN 4	TH	AL	NN	RK	TM
TH 1	1	0,97	0,95	0,98	0,96	0,97	0,96	0,98	0,96	0,97	0,96	0,95	0,96	0,89
AL 1	0,97	1	0,98	0,89	1	0,97	0,87	1	0,99	0,99	0,99	0,99	0,99	0,88
NN 1	0,95	0,98	1	0,88	0,98	0,99	0,86	0,98	0,98	0,97	0,98	0,99	0,97	0,9
TH 2	0,98	0,89	0,88	1	0,89	0,92	1	0,91	0,89	0,91	0,89	0,88	0,91	0,86
AL 2	0,96	1	0,98	0,89	1	0,97	0,88	1	0,99	0,99	0,99	0,99	0,98	0,88
NN 2	0,97	0,97	0,99	0,92	0,97	1	0,9	0,97	0,97	0,96	0,96	0,98	0,96	0,91
TH 4	0,96	0,87	0,86	1	0,88	0,9	1	0,89	0,87	0,89	0,87	0,86	0,88	0,86
AL 4	0,98	1	0,98	0,91	1	0,97	0,89	1	0,99	0,99	0,99	0,99	0,99	0,89
NN 4	0,96	0,99	0,98	0,89	0,99	0,97	0,87	0,99	1	0,98	0,98	0,98	0,99	0,85
TH	0,97	0,99	0,97	0,91	0,99	0,96	0,89	0,99	0,98	1	1	0,99	1	0,88
AL	0,96	0,99	0,98	0,89	0,99	0,96	0,87	0,99	0,98	1	1	0,99	0,99	0,88
NN	0,95	0,99	0,99	0,88	0,99	0,98	0,86	0,99	0,98	0,99	0,99	1	0,98	0,9
RK	0,96	0,99	0,97	0,91	0,98	0,96	0,88	0,99	0,99	1	0,99	0,98	1	0,87
TM	0,89	0,88	0,9	0,86	0,88	0,91	0,86	0,89	0,85	0,88	0,88	0,9	0,87	1

M4. táblázat A francia csapatok kiértékelési eredményeinek rangkorrelációs indexei

	TH 1	AL 1	NN 1	TH 2	AL 2	NN 2	TH 4	AL 4	NN 4	TH	AL	NN	RK	TM
TH 1	1	0,99	0,96	1	0,99	0,97	0,99	1	0,97	1	1	0,9	0,99	0,86
AL 1	0,99	1	0,96	0,99	1	0,97	0,99	0,99	0,95	0,99	0,99	0,89	0,99	0,88
NN 1	0,96	0,96	1	0,95	0,97	0,99	0,95	0,96	0,96	0,96	0,95	0,9	0,97	0,91
TH 2	1	0,99	0,95	1	0,99	0,97	0,99	1	0,97	0,99	1	0,9	0,99	0,86
AL 2	0,99	1	0,97	0,99	1	0,97	0,99	1	0,96	0,99	0,99	0,9	0,99	0,88
NN 2	0,97	0,97	0,99	0,97	0,97	1	0,96	0,97	0,96	0,97	0,96	0,88	0,98	0,9
TH 4	0,99	0,99	0,95	0,99	0,99	0,96	1	0,99	0,97	0,98	0,99	0,88	0,98	0,86
AL 4	1	0,99	0,96	1	1	0,97	0,99	1	0,97	1	1	0,9	0,99	0,87
NN 4	0,97	0,95	0,96	0,97	0,96	0,96	0,97	0,97	1	0,97	0,96	0,94	0,96	0,84
TH	1	0,99	0,96	0,99	0,99	0,97	0,98	1	0,97	1	0,99	0,91	0,99	0,87
AL	1	0,99	0,95	1	0,99	0,96	0,99	1	0,96	0,99	1	0,89	0,99	0,87
NN	0,9	0,89	0,9	0,9	0,9	0,88	0,88	0,9	0,94	0,91	0,89	1	0,9	0,83
RK	0,99	0,99	0,97	0,99	0,99	0,98	0,98	0,99	0,96	0,99	0,99	0,9	1	0,9
TM	0,86	0,88	0,91	0,86	0,88	0,9	0,86	0,87	0,84	0,87	0,87	0,83	0,9	1

M5. táblázat A német csapatok kiértékelési eredményeinek rangkorrelációs indexei

	TH 1	AL 1	NN 1	TH 2	AL 2	NN 2	TH 4	AL 4	NN 4	TH	AL	NN	RK	TM
TH 1	1	1	0,98	1	0,99	0,95	0,99	1	0,97	0,99	1	0,88	0,99	0,76
AL 1	1	1	0,98	1	1	0,96	0,99	1	0,97	0,99	1	0,88	0,99	0,76
NN 1	0,98	0,98	1	0,98	0,98	0,99	0,97	0,98	0,97	0,97	0,98	0,82	0,97	0,7
TH 2	1	1	0,98	1	0,99	0,95	1	1	0,96	0,99	0,99	0,89	0,98	0,75
AL 2	0,99	1	0,98	0,99	1	0,95	0,99	1	0,97	0,99	0,99	0,87	0,99	0,77
NN 2	0,95	0,96	0,99	0,95	0,95	1	0,95	0,96	0,96	0,94	0,95	0,74	0,95	0,68
TH 4	0,99	0,99	0,97	1	0,99	0,95	1	0,99	0,96	0,98	0,99	0,87	0,97	0,74
AL 4	1	1	0,98	1	1	0,96	0,99	1	0,97	0,99	1	0,88	0,99	0,76
NN 4	0,97	0,97	0,97	0,96	0,97	0,96	0,96	0,97	1	0,98	0,96	0,83	0,98	0,78
TH	0,99	0,99	0,97	0,99	0,99	0,94	0,98	0,99	0,98	1	0,99	0,89	0,99	0,78
AL	1	1	0,98	0,99	0,99	0,95	0,99	1	0,96	0,99	1	0,89	0,99	0,74
NN	0,88	0,88	0,82	0,89	0,87	0,74	0,87	0,88	0,83	0,89	0,89	1	0,88	0,65
RK	0,99	0,99	0,97	0,98	0,99	0,95	0,97	0,99	0,98	0,99	0,99	0,88	1	0,77
TM	0,76	0,76	0,7	0,75	0,77	0,68	0,74	0,76	0,78	0,78	0,74	0,65	0,77	1

M6. táblázat Az olasz csapatok kiértékelési eredményeinek rangkorrelációs indexei

	TH 1	AL 1	NN 1	TH 2	AL 2	NN 2	TH 4	AL 4	NN 4	TH	AL	NN	RK	TM
TH 1	1	1	0,97	1	1	0,95	1	0,99	0,99	0,99	0,98	0,96	0,98	0,83
AL 1	1	1	0,97	1	0,99	0,95	0,99	0,99	0,98	0,99	0,99	0,97	0,99	0,82
NN 1	0,97	0,97	1	0,97	0,97	0,99	0,96	0,96	0,97	0,98	0,98	0,99	0,97	0,88
TH 2	1	1	0,97	1	1	0,95	1	0,99	0,99	0,99	0,98	0,96	0,98	0,83
AL 2	1	0,99	0,97	1	1	0,95	0,99	1	0,99	0,99	0,99	0,96	0,98	0,82
NN 2	0,95	0,95	0,99	0,95	0,95	1	0,94	0,95	0,96	0,96	0,97	0,99	0,97	0,88
TH 4	1	0,99	0,96	1	0,99	0,94	1	0,99	0,99	0,98	0,97	0,95	0,97	0,82
AL 4	0,99	0,99	0,96	0,99	1	0,95	0,99	1	0,98	0,99	0,99	0,96	0,99	0,81
NN 4	0,99	0,98	0,97	0,99	0,99	0,96	0,99	0,98	1	0,98	0,97	0,96	0,97	0,85
TH	0,99	0,99	0,98	0,99	0,99	0,96	0,98	0,99	0,98	1	0,99	0,97	0,99	0,83
AL	0,98	0,99	0,98	0,98	0,99	0,97	0,97	0,99	0,97	0,99	1	0,98	0,99	0,83
NN	0,96	0,97	0,99	0,96	0,96	0,99	0,95	0,96	0,96	0,97	0,98	1	0,98	0,87
RK	0,98	0,99	0,97	0,98	0,98	0,97	0,97	0,99	0,97	0,99	0,99	0,98	1	0,81
TM	0,83	0,82	0,88	0,83	0,82	0,88	0,82	0,81	0,85	0,83	0,83	0,87	0,81	1

M7. táblázat A spanyol csapatok kiértékelési eredményeinek rangkorrelációs indexei

	TH 1	AL 1	NN 1	TH 2	AL 2	NN 2	TH 4	AL 4	NN 4	TH	AL	NN	RK	TM
TH 1	1	0,98	0,97	0,99	0,98	0,95	0,99	0,98	0,97	1	1	0,96	0,98	0,86
AL 1	0,98	1	0,96	0,98	0,99	0,94	0,98	1	0,98	0,98	0,98	0,96	0,99	0,89
NN 1	0,97	0,96	1	0,97	0,97	0,99	0,97	0,96	0,97	0,96	0,97	1	0,97	0,82
TH 2	0,99	0,98	0,97	1	0,98	0,95	1	0,98	0,97	0,99	0,99	0,96	0,97	0,86
AL 2	0,98	0,99	0,97	0,98	1	0,96	0,99	0,99	0,99	0,98	0,98	0,97	0,99	0,87
NN 2	0,95	0,94	0,99	0,95	0,96	1	0,95	0,94	0,96	0,94	0,94	1	0,96	0,8
TH 4	0,99	0,98	0,97	1	0,99	0,95	1	0,98	0,97	0,99	0,99	0,97	0,97	0,84
AL 4	0,98	1	0,96	0,98	0,99	0,94	0,98	1	0,98	0,98	0,98	0,96	0,99	0,89
NN 4	0,97	0,98	0,97	0,97	0,99	0,96	0,97	0,98	1	0,96	0,96	0,97	0,98	0,85
TH	1	0,98	0,96	0,99	0,98	0,94	0,99	0,98	0,96	1	1	0,96	0,98	0,86
AL	1	0,98	0,97	0,99	0,98	0,94	0,99	0,98	0,96	1	1	0,96	0,98	0,86
NN	0,96	0,96	1	0,96	0,97	1	0,97	0,96	0,97	0,96	0,96	1	0,97	0,81
RK	0,98	0,99	0,97	0,97	0,99	0,96	0,97	0,99	0,98	0,98	0,98	0,97	1	0,86
TM	0,86	0,89	0,82	0,86	0,87	0,8	0,84	0,89	0,85	0,86	0,86	0,81	0,86	1

Mellékletek

M8. táblázat Az egyes módszerek szerint számolt értékei az angol csapatoknak

	TH 1	AL 1	NN 1	TH 2	AL 2	NN 2	TH 4	AL 4	NN 4	TH	AL	NN	TM
Név	Számított	Számított	Számított	Számított	Számított	Számított	Számított	Számított	Számított	Számított	Számított	Számított	Valós
Manchester City	823,157	749,2619	492,3476	983,8359	743,5336	456,8321	1141,3642	737,5189	702,2898	973,6099	780,1145	887,2967	1040
Chelsea	570,8253	605,1951	420,171	733,7955	609,7777	396,9713	938,2959	614,3604	682,8136	600,257	576,7337	594,3991	889,2
Manchester Utd	542,4702	563,3785	418,166	578,5585	563,3785	392,6751	572,2574	563,3785	466,5702	721,8095	661,5825	701,0321	770,05
Liverpool	480,891	544,7615	387,5196	545,9072	544,7615	378,6408	583,1411	544,7615	460,2691	619,8445	592,7515	617,8309	969,65
Leicester	414,1562	508,6732	338,5426	466,2838	508,6732	338,2562	487,4785	508,6732	337,1106	566,5738	545,8879	524,7444	510,7
Tottenham	381,5049	481,4638	338,2562	430,1955	481,7502	344,8438	455,9728	481,7502	332,2415	524,6528	516,6897	511,747	703,5
Everton	354,0091	455,9728	333,96	398,9762	455,9728	336,8242	419,0253	455,9728	318,2072	486,9423	489,0475	508,4519	511,2
Leeds	353,7226	443,3706	295,5804	399,5491	443,657	290,4249	421,8894	443,657	318,78	486,3931	475,8671	455,8219	238,1
Arsenal	353,4362	448,526	309,3283	379,2136	448,526	306,1777	374,0581	448,526	310,1876	505,3399	502,6855	483,4641	619,25
Aston Villa	313,9109	419,8845	311,906	353,7226	419,8845	314,7702	371,7668	419,8845	301,5951	431,7494	450,4216	461,7714	430,75
West Ham	264,3611	508,6732	343,4117	260,3513	508,6732	335,9649	250,6132	508,6732	340,834	564,0109	545,8879	549,4576	334,9
Wolves	254,9094	356,014	273,24	287,2743	356,014	282,1189	301,5951	356,014	262,6426	351,8432	381,9568	383,4213	450,3
Newcastle	253,7638	356,014	269,2302	284,6966	356,014	279,5411	295,8668	356,014	272,3808	352,5755	381,9568	374,0852	255,35
Crystal Palace	246,317	346,2759	244,3121	277,2498	346,2759	260,6377	286,9879	346,2759	256,6279	344,6123	371,6138	320,3568	193,85
Brighton	243,1664	346,2759	250,6132	273,24	346,2759	259,2057	286,9879	346,2759	253,1909	339,3036	371,6138	343,7886	290,4
Southampton	237,7245	336,8242	269,2302	266,366	337,1106	285,2694	282,1189	337,1106	260,6377	330,1505	361,5455	369,8748	282,8
Burnley	216,2434	319,0664	237,4381	242,0208	319,0664	247,4626	251,186	319,0664	238,2974	301,1353	342,2325	315,5972	132,3
Fulham	176,1453	270,3759	224,263	198,1992	270,6623	234,0011	205,0732	270,6623	215,957	249,0545	290,2432	291,067	239,75

Mellékletek

	TH 1	AL 1	NN 1	TH 2	AL 2	NN 2	TH 4	AL 4	NN 4	TH	AL	NN	TM
Név	Számított	Számított	Számított	Számított	Számított	Számított	Számított	Számított	Számított	Számított	Számított	Számított	Valós
West Brom	167,5528	256,0551	212,52	188,4611	256,0551	226,8408	197,34	256,0551	210,5151	232,579	274,683	264,4316	141,15
Sheffield Utd	120,2943	223,1174	171,5626	135,4743	223,1174	184,7377	138,9113	223,1174	172,9947	170,7044	239,4438	194,4108	149,85
Relatív eltérés	0,3017	0,4015	0,338	0,2767	0,4017	0,3532	0,272	0,4017	0,3219	0,3476	0,4418	0,3805	0

Mellékletek

M9. táblázat Az egyes módszerek szerint számolt értékei a francia csapatoknak

	TH 1	AL 1	NN 1	TH 2	AL 2	NN 2	TH 4	AL 4	NN 4	TH	AL	NN	TM
Név	Számított	Számított	Számított	Számított	Számított	Számított	Számított	Számított	Számított	Számított	Számított	Számított	Valós
Lille	451,963	397,2577	448,2396	442,2249	396,6849	415,8747	420,7438	396,3985	427,6177	404,8261	342,3132	419,1779	323,2
Paris SG	433,0596	376,9223	393,2479	437,6423	376,3494	371,7668	439,6472	376,063	451,963	380,5848	315,2176	425,8513	805
Monaco	368,9026	339,4019	374,9174	354,2955	339,1155	347,9943	325,0811	338,8291	366,8977	342,7956	298,3733	388,625	370,35
Lyon	359,7374	339,4019	387,806	341,6932	339,1155	356,5868	312,4789	338,8291	354,5819	332,6649	298,3733	336,7253	431,35
Marseille	239,7294	257,4872	313,3381	226,8408	257,2008	323,9355	205,646	256,9143	281,2596	227,3378	226,7348	202,413	251,4
Lens	226,8408	244,3121	294,4347	216,8162	243,7393	290,7113	198,4857	243,7393	278,6819	211,2975	214,594	201,3678	104,3
Rennes	212,8064	235,7196	322,5034	195,3351	235,4332	314,1974	168,1257	235,4332	257,2008	212,7045	214,594	206,3126	297,5
Montpellier	209,3694	231,137	306,1777	198,7721	230,8506	311,906	182,16	230,5642	277,8226	195,0964	203,1367	184,9657	113,85
Nice	181,0143	206,2189	272,6672	166,6936	205,646	276,677	144,6396	205,646	242,5936	175,5184	187,0562	186,8954	236,1
Metz	174,1404	201,6362	248,6083	165,8343	201,0634	255,4823	151,8	201,0634	238,8702	162,6943	177,0863	135,2368	103,5
St Etienne	172,1355	195,9079	257,4872	163,8294	195,6215	256,9143	149,5087	195,6215	246,8898	160,5234	172,2621	172,2219	154,5
Reims	164,6887	190,7525	249,754	157,2419	190,466	253,1909	142,3483	190,1796	235,1468	154,5736	167,5988	134,5132	105,18
Bordeaux	158,1011	185,597	259,4921	151,5136	185,3106	266,9389	137,4792	185,0242	240,8751	148,4228	163,0561	137,6087	105,7
Angers	156,6691	185,597	240,0159	148,6494	185,3106	250,8996	136,9064	185,0242	226,8408	146,453	163,0561	116,0207	111,65
Lorient	152,9457	180,4415	237,4381	145,7853	180,1551	236,8653	132,0374	180,1551	232,2826	142,7947	158,6339	163,1365	72,88
Strasbourg	151,8	180,4415	243,4528	144,0668	180,1551	239,443	132,6102	180,1551	227,9864	141,468	158,6339	148,0208	109,65
Nantes	150,9408	180,4415	238,2974	143,7804	180,1551	245,7442	131,4645	180,1551	230,2777	141,5082	158,6339	146,1314	94,75
Brest	149,7951	175,5725	242,88	142,6347	175,286	250,0404	130,8917	175,286	227,9864	139,4178	154,3324	126,8348	103,23

Mellékletek

	TH 1	AL 1	NN 1	TH 2	AL 2	NN 2	TH 4	AL 4	NN 4	TH	AL	NN	TM
Név	Számított	Számított	Számított	Számított	Számított	Számított	Számított	Számított	Számított	Számított	Számított	Számított	Valós
Nimes	126,3091	157,2419	209,9423	120,2943	157,2419	217,3891	109,697	156,9555	205,0732	118,1513	138,2921	117,9905	60,4
Dijon	86,7838	122,8721	195,0487	82,4875	122,5857	204,5004	75,0408	122,5857	171,8491	81,4476	108,0206	70,0305	65,63
Relatív eltérés	0,4905	0,6719	1,0925	0,451	0,6701	1,1289	0,3838	0,6693	0,9857	0,4273	0,5374	0,3861	0

Mellékletek

M10. táblázat Az egyes módszerek szerint számolt értékei a német csapatoknak

	TH 1	AL 1	NN 1	TH 2	AL 2	NN 2	TH 4	AL 4	NN 4	TH	AL	NN	TM
Név	Számított	Számított	Számított	Számított	Számított	Számított	Számított	Számított	Számított	Számított	Számított	Számított	Valós
Bayern Munich	792,5106	524,426	456,5457	778,7627	524,7125	426,4721	799,3845	524,1396	539,3196	591,3084	469,2681	610,2978	858,23
RB Leipzig	491,7747	388,6653	368,0434	456,5457	388,6653	364,0336	423,0351	388,3789	366,8977	413,4508	367,6077	341,6651	574,95
Wolfsburg	479,1725	374,3445	355,7276	458,2642	374,3445	344,271	457,4049	374,0581	337,397	369,6217	345,837	372,1632	256,83
Eintracht Frankfurt	470,58	374,3445	331,9551	448,526	374,3445	323,9355	444,8027	374,0581	326,7996	360,7984	345,837	366,0732	269,15
Dortmund	455,6864	363,7472	314,1974	421,603	363,4608	310,7604	396,6849	363,1743	350,2857	374,0334	345,837	522,7357	628,4
Bayer Leverkusen	389,5245	323,0762	325,9404	384,0826	323,0762	340,5476	401,554	322,7898	353,1498	284,5531	287,9578	215,6926	373,25
Union Berlin	369,7619	311,6196	306,4642	352,2906	311,6196	309,6147	350,2857	311,3332	294,7211	283,9777	287,9578	276,0654	82,05
B. Monchengladbach	335,3921	288,7064	295,8668	316,2023	288,7064	303,6	308,4691	288,42	296,4396	267,0023	270,9345	239,9089	300,75
Freiburg	309,3283	267,5117	288,9928	296,4396	267,5117	291,5706	293,5755	267,2253	272,0943	236,2165	247,2457	222,6458	139,1
Stuttgart	305,3185	267,5117	278,1091	289,8521	267,5117	284,4102	287,2743	267,2253	266,9389	232,4282	247,2457	221,1592	189,25
Hoffenheim	295,294	259,4921	265,7932	280,6868	259,4921	271,5215	279,8276	259,2057	263,5019	225,2352	239,813	244,0808	228,15
Mainz	256,3415	236,8653	243,1664	246,6034	236,8653	241,1615	244,5985	236,5789	242,88	197,0868	218,8095	277,4081	163,3
Hertha Berlin	241,4479	222,8309	242,0208	229,7049	222,8309	253,4774	230,2777	222,5445	234,574	182,7009	205,8622	172,6788	228,88
Arminia Bielefeld	231,7098	215,957	250,6132	222,5445	216,2434	256,9143	220,826	215,957	237,7245	176,1793	199,6763	196,5593	56,73
Augsburg	226,8408	215,957	265,5068	218,2483	216,2434	277,8226	218,5347	215,957	238,2974	172,6788	199,6763	139,9748	93,05

Mellékletek

	TH 1	AL 1	NN 1	TH 2	AL 2	NN 2	TH 4	AL 4	NN 4	TH	AL	NN	TM
Név	Számított	Számított	Számított	Számított	Számított	Számított	Számított	Számított	Számított	Számított	Számított	Számított	Valós
FC Köln	223,4038	209,6559	234,8604	213,0928	209,6559	237,1517	212,2336	209,3694	225,4087	170,6168	193,6822	175,3162	118,2
Werder Bremen	214,8113	203,3547	234,8604	205,9325	203,3547	250,0404	205,646	203,0683	219,394	162,3689	187,8319	119,1632	111,98
Schalke	126,5955	145,2125	170,417	121,1536	145,2125	189,3204	120,5808	145,2125	166,4072	95,0908	134,2684	81,7119	123,05
Relatív eltérés	0,8273	0,7113	0,8235	0,7658	0,7118	0,8586	0,7643	0,7106	0,7427	0,5565	0,6323	0,572	0

Mellékletek

MII. táblázat Az egyes módszerek szerint számolt értékei az olasz csapatoknak

	TH 1	AL 1	NN 1	TH 2	AL 2	NN 2	TH 4	AL 4	NN 4	TH	AL	NN	TM
Név	Számított	Számított	Számított	Számított	Számított	Számított	Számított	Számított	Számított	Számított	Számított	Számított	Valós
Inter	618,0838	419,5981	449,6717	546,1936	419,8845	404,7045	494,9253	419,8845	404,1317	680,2426	507,2008	486,4554	663,9
Juventus	451,6766	351,7177	364,0336	422,4623	352,0042	346,5623	414,4426	352,0042	384,6555	451,553	407,1764	359,3149	633,3
Atalanta	441,3657	344,8438	386,6604	400,9811	345,1302	355,7276	381,7913	345,4166	367,1842	465,9278	407,1764	400,5335	430
Napoli	431,914	332,8143	389,811	399,5491	333,1008	367,757	384,3691	333,3872	382,3642	436,9604	385,3964	397,5932	530,2
AC Milan	429,9091	341,1204	401,2676	384,6555	341,4068	387,5196	351,7177	341,4068	354,5819	458,5226	407,1764	437,4505	547,78
Lazio	345,9894	284,4102	353,7226	326,2268	284,6966	347,7079	326,5132	284,6966	344,8438	340,4752	326,8627	362,4185	326,33
AS Roma	313,9109	267,5117	340,2611	301,3087	267,7981	334,2464	312,7653	267,7981	337,397	303,7215	300,999	330,6742	395,65
Sassuolo	305,3185	264,934	336,8242	283,2645	265,2204	327,3725	279,8276	265,2204	310,474	303,5582	309,3843	327,7884	241,74
Sampdoria	228,8457	212,8064	253,1909	211,9472	212,8064	252,9045	207,9374	213,0928	254,9094	226,0215	248,346	218,1263	127,18
Verona	207,0781	195,9079	255,4823	192,7574	196,1943	271,8079	187,0291	196,1943	240,3023	204,6227	228,6896	231,8477	157,21
Genoa	191,0389	185,3106	248,0355	177,8638	185,597	247,4626	174,4268	185,597	236,006	187,9066	216,4928	215,1316	111,93
Bologna	181,0143	180,4415	242,88	167,2664	180,7279	249,4676	163,2566	180,7279	225,4087	177,8878	210,6122	210,7211	153,6
Fiorentina	178,723	180,4415	253,1909	166,1208	180,7279	255,7687	161,8245	180,7279	227,7	176,091	210,6122	222,21	286,8
Torino	177,8638	175,5725	229,4185	165,2615	175,5725	231,4234	162,1109	175,8589	223,9766	175,2742	204,895	192,2626	175,28
Udinese	176,7181	175,5725	227,4136	164,1159	175,5725	232,2826	158,3876	175,8589	219,9668	174,6753	204,895	192,7526	173
Spezia	176,7181	175,5725	222,8309	163,2566	175,5725	229,9913	159,2468	175,8589	220,826	174,2397	204,895	189,9213	71,68
Cagliari	163,2566	166,1208	225,4087	150,9408	166,4072	233,1419	147,7902	166,4072	222,2581	160,7361	193,9505	192,4804	187,83
Benevento	148,9359	157,2419	218,2483	138,9113	157,5283	230,8506	136,9064	157,5283	200,777	146,688	183,6051	185,0208	50,13

Mellékletek

	TH 1	AL 1	NN 1	TH 2	AL 2	NN 2	TH 4	AL 4	NN 4	TH	AL	NN	TM
Név	Számított	Számított	Számított	Számított	Számított	Számított	Számított	Számított	Számított	Számított	Számított	Számított	Valós
Parma	106,26	122,8721	195,6215	98,5268	122,8721	213,3792	95,6626	122,8721	173,5676	103,9993	143,3666	160,9539	128,7
Crotone	98,8132	122,8721	170,7034	92,5121	122,8721	183,0192	91,08	122,8721	164,9751	95,9952	143,3666	131,2787	52,75
Relatív eltérés	0,4171	0,4761	0,7285	0,3933	0,4764	0,7848	0,3952	0,4768	0,683	0,4045	0,5707	0,5438	0

Mellékletek

M12. táblázat Az egyes módszerek szerint számolt értékei a spanyol csapatoknak

	TH 1	AL 1	NN 1	TH 2	AL 2	NN 2	TH 4	AL 4	NN 4	TH	AL	NN	TM
Név	Számított	Számított	Számított	Számított	Számított	Számított	Számított	Számított	Számított	Számított	Számított	Számított	Valós
Real Madrid	673,3619	522,994	486,6193	727,7808	523,5668	445,6619	806,5449	524,1396	586,0053	541,7828	443,2341	511,4601	787,3
Atl. Madrid	585,7189	463,706	411,2921	541,3245	463,9925	399,5491	497,2166	464,8517	379,7864	577,2813	455,5723	463,3098	773,1
Barcelona	492,0611	413,5834	403,8453	467,4294	413,5834	375,7766	431,6276	414,1562	384,6555	457,7681	397,1227	432,0461	817,5
Sevilla	472,5849	402,6996	374,9174	466,2838	402,986	366,6113	459,1234	403,5589	398,9762	427,4976	375,8968	384,9936	418,25
Real Sociedad	339,1155	319,0664	325,3676	328,2317	319,3528	324,7947	308,7555	319,6393	314,1974	304,6385	301,763	312,01	406,6
Betis	337,397	318,2072	312,1925	337,397	318,2072	300,163	332,2415	318,78	305,8913	295,1234	293,6073	285,7652	207,7
Villarreal	335,1057	324,5083	323,3626	345,703	324,7947	330,523	364,6064	325,3676	341,1204	282,1056	285,6084	298,2603	292,6
Celta Vigo	274,0993	277,5362	278,3955	272,3808	277,5362	271,2351	266,6525	277,8226	274,3857	238,3991	255,913	241,6928	155,85
Ath Bilbao	242,5936	248,6083	250,3268	238,8702	248,6083	255,7687	234,574	248,8947	247,1762	208,5469	229,3023	204,1031	204,15
Cadiz CF	224,263	235,1468	252,0453	223,4038	235,4332	264,3611	220,2532	235,7196	243,4528	193,1764	217,0164	208,8606	47,65
Valencia	223,6902	235,1468	239,443	222,8309	235,4332	248,3219	219,1076	235,7196	239,1566	192,9673	217,0164	192,34	278,85
Osasuna	221,1125	235,1468	257,2008	219,9668	235,4332	265,7932	219,6804	235,7196	249,4676	190,7193	217,0164	217,5914	96,75
Granada CF	221,1125	236,5789	249,1811	219,394	236,5789	264,0747	214,5249	236,8653	256,9143	191,8694	217,0164	206,1943	122,65
Levante	219,1076	228,8457	229,7049	216,8162	228,8457	241,1615	212,52	229,4185	231,7098	188,5758	211,1609	182,1453	113
Getafe	194,7623	210,8015	244,0257	193,6166	210,8015	259,2057	191,8981	211,0879	231,137	167,8204	194,4312	199,9206	170,1
Alaves	193,903	210,8015	238,8702	192,7574	210,8015	248,0355	190,7525	211,0879	228,8457	166,4611	194,4312	191,608	79,8
Elche	188,7476	205,0732	231,137	189,3204	205,0732	246,8898	188,1747	205,3596	225,4087	160,9717	189,2031	182,6158	45,65

Mellékletek

	TH 1	AL 1	NN 1	TH 2	AL 2	NN 2	TH 4	AL 4	NN 4	TH	AL	NN	TM
Név	Számított	Számított	Számított	Számított	Számított	Számított	Számított	Számított	Számított	Számított	Számított	Számított	Valós
Huesca	179,2959	199,6313	227,4136	177,8638	199,6313	243,1664	176,7181	199,9177	221,6853	153,7047	184,0796	178,4856	64,1
Valladolid	175,8589	194,1894	220,2532	174,7132	194,1894	236,8653	172,4219	194,4759	211,3743	150,3587	179,0607	170,6436	63,05
Eibar	162,6838	183,5921	215,0977	160,6789	183,8785	234,8604	158,9604	184,1649	206,5053	138,3865	169,4934	164,0039	83,4
Relatív eltérés	0,9488	1,0684	1,2273	0,9439	1,0688	1,3224	0,9336	1,071	1,1802	0,746	0,9525	0,8875	0

Mellékletek

M13. táblázat A német és a francia bajnokságok összefűzési eredményei az összes köztük levő (Ö), illetve 4 köztük levő mérkőzés (A) felhasználásával

	TH Ö		AL Ö		NN Ö		TH A		AL A		NN A		TM	
Helyezés	Csapatnév	Súly	Csapatnév	Súly	Csapatnév	Súly	Csapatnév	Súly	Csapatnév	Súly	Csapatnév	Súly	Csapatnév	Érték
1	Bayern Munich	0,07045	Bayern Munich	0,05321	Paris SG	0,06405	Bayern Munich	0,07389	Bayern Munich	0,05025	Paris SG	0,06352	Bayern Munich	€858.23m
2	RB Leipzig	0,05061	RB Leipzig	0,04223	Bayern Munich	0,06019	RB Leipzig	0,05745	RB Leipzig	0,04476	Lille	0,06052	Paris SG	€805.00m
3	Dortmund	0,04645	Wolfsburg	0,04009	Lille	0,06002	Dortmund	0,05055	Eintracht Frankfurt	0,04011	Monaco	0,05592	Dortmund	€628.40m
4	Wolfsburg	0,04588	Dortmund	0,04009	Monaco	0,05546	Wolfsburg	0,04997	Wolfsburg	0,04011	Bayern Munich	0,05192	RB Leipzig	€574.95m
5	Eintracht Frankfurt	0,04476	Eintracht Frankfurt	0,04009	Dortmund	0,04716	Eintracht Frankfurt	0,04874	Dortmund	0,04011	Dortmund	0,04756	Lyon	€431.35m
6	Lille	0,04081	Lille	0,03782	Lyon	0,04698	Bayer Leverkusen	0,03989	Lille	0,03784	Lyon	0,04736	Bayer Leverkusen	€373.25m
7	Paris SG	0,04014	Paris SG	0,03582	RB Leipzig	0,03487	Union Berlin	0,0384	Paris SG	0,03584	RB Leipzig	0,03722	Monaco	€370.35m
8	Bayer Leverkusen	0,03694	Bayer Leverkusen	0,03444	Wolfsburg	0,03403	B. Monchengladbach	0,03618	Bayer Leverkusen	0,03445	Wolfsburg	0,03428	Lille	€323.20m
9	Union Berlin	0,03532	Union Berlin	0,03338	Eintracht Frankfurt	0,03362	Lille	0,03563	Union Berlin	0,0334	Eintracht Frankfurt	0,03387	B. Monchengladbach	€300.75m
10	Monaco	0,03452	Monaco	0,03297	Rennes	0,02794	Paris SG	0,03474	Monaco	0,03299	Rennes	0,02816	Rennes	€297.50m
11	Lyon	0,03349	Lyon	0,03297	Lens	0,02699	Freiburg	0,03203	Lyon	0,03299	Lens	0,02719	Eintracht Frankfurt	€269.15m

Mellékletek

	TH Ö		AL Ö		NN Ö		TH A		AL A		NN A		TM	
Helyezés	Csapatnév	Súly	Csapatnév	Súly	Csapatnév	Súly	Csapatnév	Súly	Csapatnév	Súly	Csapatnév	Súly	Csapatnév	Érték
12	B. Monchengl adbach	0,03325	B. Monchengl adbach	0,03141	Marseille	0,02678	Stuttgart	0,03156	B. Monchenglad bach	0,03142	Marseille	0,02698	Wolfsburg	€256.83m
13	Freiburg	0,02946	Freiburg	0,02866	Bayer Leverkusen	0,02639	Hoffenheim	0,03058	Stuttgart	0,02867	Bayer Leverkusen	0,02659	Marseille	€251.40m
14	Stuttgart	0,02901	Stuttgart	0,02866	Mainz	0,02535	Monaco	0,03013	Freiburg	0,02867	Mainz	0,02554	Nice	€236.10m
15	Hoffenhei m	0,02811	Hoffenhei m	0,0278	Union Berlin	0,02528	Lyon	0,02924	Hoffenheim	0,02781	Union Berlin	0,02546	Hertha Berlin	€228.88m
16	Mainz	0,02462	Mainz	0,02537	Montpellier	0,02475	Mainz	0,02678	Mainz	0,02538	Montpellier	0,02495	Hoffenheim	€228.15m
17	Hertha Berlin	0,02287	Marseille	0,02505	St Etienne	0,02349	Hertha Berlin	0,02488	Marseille	0,02506	St Etienne	0,02367	Stuttgart	€189.25m
18	Marseille	0,02284	Hertha Berlin	0,02386	Lorient	0,02237	Arminia Bielefeld	0,02395	Hertha Berlin	0,02387	Lorient	0,02255	Mainz	€163.30m
19	Arminia Bielefeld	0,02204	Rennes	0,02371	Hoffenhei m	0,02236	Augsburg	0,02351	Rennes	0,02373	Hoffenheim	0,02253	St Etienne	€154.50m
20	Augsburg	0,02162	Lens	0,02371	B. Monchengl adbach	0,02195	FC Koln	0,02326	Lens	0,02373	B. Monchenglad bach	0,02211	Freiburg	€139.10m
21	Rennes	0,02137	Arminia Bielefeld	0,02315	Nice	0,02164	Werder Bremen	0,02211	Arminia Bielefeld	0,02316	Nice	0,02182	Schalke	€123.05m
22	FC Koln	0,02136	Augsburg	0,02315	Freiburg	0,02041	Marseille	0,01994	Augsburg	0,02316	Freiburg	0,02056	FC Koln	€118.20m
23	Lens	0,02122	FC Koln	0,02245	Stuttgart	0,02025	Rennes	0,01865	FC Koln	0,02246	Stuttgart	0,02039	Montpellier	€113.85m
24	Werder Bremen	0,02035	Montpellier	0,02245	Strasbourg	0,01976	Lens	0,01852	Montpellier	0,02246	Strasbourg	0,01991	Werder Bremen	€111.98m

Mellékletek

	TH Ö		AL Ö		NN Ö		TH A		AL A		NN A		TM	
Helyezés	Csapatnév	Súly	Csapatnév	Súly	Csapatnév	Súly	Csapatnév	Súly	Csapatnév	Súly	Csapatnév	Súly	Csapatnév	Érték
25	Montpellier	0,01958	Werder Bremen	0,02178	Nantes	0,01965	Montpellier	0,01709	Werder Bremen	0,02179	Nantes	0,0198	Angers	€111.65m
26	Nice	0,01694	Nice	0,0201	Arminia Bielefeld	0,018	Nice	0,01489	Nice	0,02011	Arminia Bielefeld	0,01813	Strasbourg	€109.65m
27	Metz	0,01631	Metz	0,01957	Bordeaux	0,01781	Metz	0,01423	Metz	0,01958	Bordeaux	0,01795	Bordeaux	€105.70m
28	St Etienne	0,0161	St Etienne	0,01904	Metz	0,01713	St Etienne	0,01405	St Etienne	0,01905	Metz	0,01726	Reims	€105.18m
29	Reims	0,01548	Reims	0,01852	Reims	0,01704	Reims	0,01351	Reims	0,01853	Reims	0,01716	Lens	€104.30m
30	Bordeaux	0,01488	Bordeaux	0,01802	Brest	0,01634	Schalke	0,01302	Angers	0,01803	Brest	0,01646	Metz	€103.50m
31	Angers	0,01468	Angers	0,01802	FC Koln	0,01612	Bordeaux	0,01298	Bordeaux	0,01803	FC Koln	0,01623	Brest	€103.23m
32	Lorient	0,0143	Strasbourg	0,01753	Hertha Berlin	0,0159	Angers	0,01281	Lorient	0,01754	Hertha Berlin	0,01601	Nantes	€94.75m
33	Nantes	0,01419	Lorient	0,01753	Nimes	0,0155	Lorient	0,01248	Strasbourg	0,01754	Nimes	0,01561	Augsburg	€93.05m
34	Strasbourg	0,01417	Nantes	0,01753	Angers	0,01442	Nantes	0,01238	Nantes	0,01754	Angers	0,01452	Union Berlin	€82.05m
35	Brest	0,01396	Brest	0,01706	Augsburg	0,01288	Strasbourg	0,01237	Brest	0,01706	Augsburg	0,01296	Lorient	€72.88m
36	Schalke	0,01197	Schalke	0,01557	Werder Bremen	0,01102	Brest	0,01219	Schalke	0,01557	Werder Bremen	0,0111	Dijon	€65.63m
37	Nimes	0,01183	Nimes	0,01528	Dijon	0,00849	Nimes	0,01032	Nimes	0,01529	Dijon	0,00854	Nimes	€60.40m
38	Dijon	0,00813	Dijon	0,01193	Schalke	0,00762	Dijon	0,00709	Dijon	0,01194	Schalke	0,00767	Arminia Bielefeld	€56.73m

Mellékletek

M14. táblázat A német és a francia bajnokságok összefűzési eredményei 2 összekötő mérkőzés felhasználásával (B) és egyetlen összekötő mérkőzés nélkül (C)

	TH B		AL B		NN B		TH C		AL C		NN C		TM	
Helyezés	Csapatnév	Súly	Csapatnév	Súly	Csapatnév	Súly	Csapatnév	Súly	Csapatnév	Súly	Csapatnév	Súly	Csapatnév	Érték
1	Bayern Munich	0,12245	Bayern Munich	0,06842	Paris SG	0,06206	Lille	0,05951	Bayern Munich	0,06161	Paris SG	0,06253	Bayern Munich	€858.23m
2	RB Leipzig	0,08589	RB Leipzig	0,0536	Lille	0,06058	Paris SG	0,05587	RB Leipzig	0,04827	Lille	0,061	Paris SG	€805.00m
3	Dortmund	0,07775	Dortmund	0,05043	Bayern Munich	0,05623	Bayern Munich	0,05046	Dortmund	0,04541	Bayern Munich	0,05644	Dortmund	€628.40m
4	Wolfsburg	0,0768	Eintracht Frankfurt	0,05043	Monaco	0,05599	Monaco	0,05031	Eintracht Frankfurt	0,04541	Monaco	0,05634	RB Leipzig	€574.95m
5	Eintracht Frankfurt	0,07497	Wolfsburg	0,05043	Dortmund	0,0476	Lyon	0,04884	Wolfsburg	0,04541	Dortmund	0,048	Lyon	€431.35m
6	Bayer Leverkusen	0,05925	Bayer Leverkusen	0,04199	Lyon	0,04746	RB Leipzig	0,03539	Union Berlin	0,03781	Lyon	0,04768	Bayer Leverkusen	€373.25m
7	Union Berlin	0,05913	Union Berlin	0,04199	Wolfsburg	0,03442	Marseille	0,03329	Bayer Leverkusen	0,03781	Wolfsburg	0,03446	Monaco	€370.35m
8	B. Monchengladbach	0,05564	B. Monchengladbach	0,0395	Eintracht Frankfurt	0,03401	Dortmund	0,03204	B. Monchengladbach	0,03557	Eintracht Frankfurt	0,03403	Lille	€323.20m
9	Freiburg	0,04928	Freiburg	0,03605	RB Leipzig	0,03172	Wolfsburg	0,03165	Freiburg	0,03246	RB Leipzig	0,03167	B. Monchengladbach	€300.75m
10	Stuttgart	0,04848	Stuttgart	0,03605	Rennes	0,02823	Rennes	0,03113	Stuttgart	0,03246	Rennes	0,02834	Rennes	€297.50m
11	Hoffenheim	0,047	Hoffenheim	0,03496	Lens	0,02727	Lens	0,03093	Lille	0,03154	Lens	0,02734	Eintracht Frankfurt	€269.15m

Mellékletek

	TH B		AL B		NN B		TH C		AL C		NN C		TM	
Helyezés	Csapatnév	Súly	Csapatnév	Súly	Csapatnév	Súly	Csapatnév	Súly	Csapatnév	Súly	Csapatnév	Súly	Csapatnév	Érték
12	Mainz	0,04116	Mainz	0,03191	Marseille	0,02707	Eintracht Frankfurt	0,03089	Hoffenheim	0,03148	Marseille	0,02712	Wolfsburg	€256.83m
13	Hertha Berlin	0,03819	Hertha Berlin	0,03002	Bayer Leverkusen	0,02669	Montpellier	0,02855	Paris SG	0,02904	Nice	0,02594	Marseille	€251.40m
14	Arminia Bielefeld	0,03684	Augsburg	0,02911	Mainz	0,02558	Nice	0,02566	Mainz	0,02873	Mainz	0,02573	Nice	€236.10m
15	Augsburg	0,0361	Arminia Bielefeld	0,02911	Union Berlin	0,02557	Bayer Leverkusen	0,02441	Lyon	0,02749	Union Berlin	0,02559	Hertha Berlin	€228.88m
16	FC Koln	0,03569	FC Koln	0,02824	Montpellier	0,02501	Union Berlin	0,02437	Monaco	0,02749	Montpellier	0,02508	Hoffenheim	€228.15m
17	Werder Bremen	0,03398	Werder Bremen	0,02739	St Etienne	0,02372	Metz	0,02377	Hertha Berlin	0,02703	St Etienne	0,02383	Stuttgart	€189.25m
18	Schalke	0,01997	Lille	0,02561	Hoffenheim	0,02262	St Etienne	0,02345	Arminia Bielefeld	0,02622	Lorient	0,02269	Mainz	€163.30m
19	Lille	0,00015	Paris SG	0,02359	Lorient	0,02259	B. Monchengladbach	0,02293	Augsburg	0,02622	Hoffenheim	0,02264	St Etienne	€154.50m
20	Paris SG	0,00014	Lyon	0,02233	B. Monchengladbach	0,02222	Reims	0,02257	FC Koln	0,02543	B. Monchengladbach	0,0222	Freiburg	€139.10m
21	Monaco	0,00012	Monaco	0,02233	Nice	0,02189	Bordeaux	0,02167	Werder Bremen	0,02466	Freiburg	0,02064	Schalke	€123.05m
22	Lyon	0,00012	Schalke	0,01958	Freiburg	0,02065	Angers	0,02139	Marseille	0,02089	Stuttgart	0,02048	FC Koln	€118.20m
23	Marseille	0,00008	Marseille	0,01696	Stuttgart	0,02049	Lorient	0,02084	Rennes	0,01977	Bayer Leverkusen	0,02005	Montpellier	€113.85m
24	Rennes	0,00008	Rennes	0,01606	Strasbourg	0,01997	Nantes	0,02066	Lens	0,01977	Strasbourg	0,02002	Werder Bremen	€111.98m

Mellékletek

	TH B		AL B		NN B		TH C		AL C		NN C		TM	
Helyezés	Csapatnév	Súly	Csapatnév	Súly	Csapatnév	Súly	Csapatnév	Súly	Csapatnév	Súly	Csapatnév	Súly	Csapatnév	Érték
25	Lens	0,00008	Lens	0,01606	Nantes	0,01985	Strasbourg	0,02065	Montpellier	0,01871	Nantes	0,01992	Angers	€111.65m
26	Montpellier	0,00007	Montpellier	0,0152	Arminia Bielefeld	0,0182	Brest	0,02035	Schalke	0,01763	Arminia Bielefeld	0,01823	Strasbourg	€109.65m
27	Nice	0,00006	Nice	0,014	Bordeaux	0,01802	Freiburg	0,02031	Nice	0,01723	Bordeaux	0,01804	Bordeaux	€105.70m
28	Metz	0,00006	Metz	0,01325	Metz	0,01734	Stuttgart	0,01998	Metz	0,01631	Metz	0,01731	Reims	€105.18m
29	St Etienne	0,00006	St Etienne	0,01289	Reims	0,01724	Hoffenheim	0,01937	St Etienne	0,01587	Reims	0,01721	Lens	€104.30m
30	Reims	0,00006	Reims	0,01254	Brest	0,01652	Nimes	0,01723	Reims	0,01544	Brest	0,01652	Metz	€103.50m
31	Bordeaux	0,00005	Bordeaux	0,0122	FC Koln	0,01631	Mainz	0,01696	Bordeaux	0,01502	FC Koln	0,0163	Brest	€103.23m
32	Angers	0,00005	Angers	0,0122	Hertha Berlin	0,01609	Hertha Berlin	0,01574	Angers	0,01502	Hertha Berlin	0,01607	Nantes	€94.75m
33	Lorient	0,00005	Lorient	0,01187	Nimes	0,01566	Arminia Bielefeld	0,01518	Nantes	0,01462	Nimes	0,01569	Augsburg	€93.05m
34	Nantes	0,00005	Strasbourg	0,01187	Angers	0,0146	Augsburg	0,01488	Strasbourg	0,01462	Angers	0,01456	Union Berlin	€82.05m
35	Strasbourg	0,00005	Nantes	0,01187	Augsburg	0,01305	FC Koln	0,01471	Lorient	0,01462	Augsburg	0,01299	Lorient	€72.88m
36	Brest	0,00005	Brest	0,01155	Werder Bremen	0,01118	Werder Bremen	0,014	Brest	0,01422	Werder Bremen	0,0111	Dijon	€65.63m
37	Nimes	0,00004	Nimes	0,01035	Dijon	0,0086	Dijon	0,01185	Nimes	0,01274	Dijon	0,00856	Nimes	€60.40m
38	Dijon	0,00003	Dijon	0,00808	Schalke	0,00772	Schalke	0,00823	Dijon	0,00995	Schalke	0,00767	Arminia Bielefeld	€56.73m