

Absztrakt

A TDK-dolgozatban valós szimmetrikus intervallummátrixok sajátérték-problémáját vizsgáljuk először 2×2 -es, majd általánosan $n \times n$ -es intervallummátrixok esetében. A téma aktívan kutatott, jelen dolgozat elsősorban D. Hertz és J. Rohn eredményeihez kapcsolódik.

Ahogy látni fogjuk, a sajátérték-halmaz n véges, zárt intervallum egyesítése. Természetes az igény, hogy az intervallumok végpontjaira könnyen számítható becslést adjunk vagy ha lehet, azokat egészen pontosan karakterizáljuk. Dolgozatunk első részében a 2×2 -es esetben mind a 4 intervallumvégpontot, és egyúttal a 2 sajátérték-intervallum diszjunkttségét is megvizsgáljuk.

Kezdeti eredményként megmutatjuk, hogy 2×2 -es esetben a 2 sajátérték-intervallum mind a 4 végpontját egzaktan meg tudjuk határozni. Azonban ezek nem feltétlenül csúcsmátrix sajátértékeként állnak elő. Viszont ekkor az eredeti intervallummátrixból konstruálhatunk olyat, amely 1-1 csúcsmátrixának legkisebb vagy legnagyobb sajátértéke megegyezik egy keresendő végponttal. Továbbá a sajátérték-intervallumok diszjunkttségára szükséges és elegendő feltételt is adunk az intervallummátrixot alkotó intervallumok kölcsönös helyzetétől függően.

Dolgozatunk második részében az $n \times n$ -es általános eset felé fordulunk. Hertz munkássága nyomán tudjuk, hogy az $n \times n$ -es szimmetrikus intervallummátrixok legnagyobb sajátértékeinek maximuma egybeesik 2^{n-1} speciális csúcsmátrix legnagyobb sajátértékének maximumával, míg a legkisebb sajátértékek minimumára is hasonló állítás teljesül. Ezenkívül Xin eredményei alapján Hertz azt is felismerte, hogy ha az offdiagonális intervallumok jobb végpontjai nem kisebbek, mint a bal végpontok abszolút értékei, azaz ha a diagonálison kívüli intervallumközepek nemnegatívak, akkor a jobb végpontokból képzett mátrix legnagyobb sajátértéke megadja a legnagyobb sajátértékek maximumát. Ezt általánosítva megmutatjuk, hogy az intervallummátrixot alkotó intervallumok bizonyos előjelmintázata esetén exponenciálisan sok helyett 1 csúcsmátrix is meghatározza a legnagyobb sajátértékek maximumát. Továbbá speciális előjelmintázatok egy másik rendszerére vonatkozólag a legkisebbek minimumára is hasonló összefüggés áll fenn.

Végezetül az elért eredményeket alkalmazva intervallummátrixok stabilitását vizsgáljuk.