



SAPIENTIA
ERDÉLYI MAGYAR
TUDOMÁNYEGYETEM

TUDOMÁNYOS DIÁKKÖRI DOLGOZAT

**FOGTÓMÓDOSÍTOTT ÉS KLASSZIKUS
KIVITELEZÉSŰ FOGASKEREKEK
TERHELHETŐSÉGÉNEK
ÖSSZEHASONLÍTÁSA**

Szerző:

Hodgyai Norbert

Fejlett mechatronikai rendszerek MSc.
szak, II. évf.

Konzulens:

dr. Máté Márton

egyetemi docens

SAPIENTIA ERDÉLYI MAGYAR TUDOMÁNYEGYETEM

**FOGTŐMÓDOSÍTOTT ÉS KLASSZIKUS KIVITELEZÉSŰ
FOGASKEREKEK TERHELHETŐSÉGÉNEK
ÖSSZEHASONLÍTÁSA**

**A COMPARISON BETWEEN A CLASSICAL AND A MODIFIED
ROOT FILLET GEARS STRESS ANALISES.**

Hodgyai Norbert

Konzulens:
Dr. Máté Márton

Kézirat lezárva: 2021.04.23

Abstract

The main purpose of the research, subject of this paper consists in improving of the rigidity of the gear tooth by applying various root fillet forms that differ from the classical 0.38m radius circle arc. During the research appears the necessity of the re-formulation of the undercut. It appears much later in case of applying rounded addendum edge planning comb as in case of using a classic generating profile tool. Therefore, the limits of the profile shifting can be significantly reduced without weaken the tooth dedendum.

The paper shows a comparison between the stress repartitions under equal load, occurring on classic and on modified root fillet teeth. In this last case, the modified root fillet is computed as the envelope of the rounded edge arcs manifold.

Keywords: *gear, root fillet, stress analysis, deformation, rigidity*

Kivonat

A kutatásunk célja, hogy a szabványos $0,38m$ sugarú körívvel közelített foglábgörbétől eltérő foglábgörbékét használva javítsuk a fog merevségét.

A kutatás során fény derült az alámetszési probléma újra értelmezésének szükségére, mivel a lekerekített fejű fésűskéssel sokkal kisebb fajlagos profileltolás- értékekre jelenik meg az alámetszés, mint a hegyes elméleti szerszám esetében, így jóval nagyobb profileltolásokat alkalmazhatunk, mint korábban, a fog radikális gyengítését elkerülve.

A dolgozatban azt tárgyaljuk, hogy a lefejtő fogasléc lekerekített fejének burkológörbéjét használva foglábgörbéként, a deformációk különböznek-e a hagyományos szerszámmal generált fogaskerekék deformációitól a terheléskor.

Kulcsszavak: *fogaskerek, foglábgörbe, terhelésanalízis, deformáció, merevség*

Tartalom

1	Irodalomkutatás	1
1.1	A tanulmány területének definíciója.....	1
1.2.	A szakirodalmi kutatások elemzése:	2
1.2.1	Polimer-anyagú fogaskerekek kísérleti vizsgálata	2
1.2.2.	Nyomtatott fogaskerekek kísérleti vizsgálata.....	2
1.2.3.	Fogaskerekek működés közbeni viselkedésének sajátosságai.....	4
1.2.3.1.	Zajcsökkentő geometriák alkalmazása	4
1.2.3.2.	Legördülés és CNC-megmunkálás összehasonlítása.....	4
1.2.3.3.	Diagnosztikai eljárások.....	5
1.3	Irodalomkutatás összegzése:.....	6
1.4	Irodalomkutatás alapján következtetett jövőbeli tervek:	7
1.5	Irodalomkutatás irodalomjegyzéke.....	8
2	Gyártásgeometriai alapfogalmak.....	9
3	A matematikai modell	10
3.1.	A fogláb görbe egyenletei.....	10
3.2.	A fogláb görbe és az evolvens szakasz érintkezési pontjának vizsgálata.	14
3.2.1	Az evolvens görbe geometriai felírása	15
3.2.2.	A talpkör kiszámítása a kapcsolóvonal alapján	15
3.3	A generált görbék bemutatása	18
4	A szabványoknak megfelelő fog terhelési analízise.....	23
5	A javasolt lekerekítéssel generált fog terhelési analízise	25
6	Következtetések.....	26
7	Köszönetnyilvánítás	26
8	Irodalomjegyzék (a kutatási részben közvetlenül felhasznált, vagy publikált)	27
9	Áttanulmányozott szakirodalom (előkészületi célból)	27

2-1. ábra A lefejtő fogasléc	9
3-1. ábra A lefejtés geometriája	10
3-2. ábra A koordinátarendszerek helyzete.....	12
3-3. ábra A C középpont koordinátáinak számítása.....	13
3-4. ábra A körív által generált fogláb görbe csatlakozása az evolvenshez és a lábkörhöz	15
3-5. ábra A talpkörsugár értelmezése a lekerekített szerszám esetében	15
3-6. ábra Az evolvens matematikai generálásához használt ábra.....	17
3-7. ábra A helyes, szakadásmentes burkolási görbe ábrája	19
3-8. ábra A burkoló evolvens szakasz és a fogláb görbe	19
3-9. ábra A végső evolvens és lábgörbe profil	20
3-10. ábra Az AutoCad programmal generált profil	20
3-11. ábra A fogfelület több apró felületből áll	21
3-12. ábra Folytonos fogfelület spline görbével közelítve	22
4-1. ábra Az első főfeszültség eloszlása	23
4-2. ábra A legnagyobb elmozdulások ábrázolása	24
5-1. ábra Az első főfeszültség eloszlás.....	25
5-2. ábra A legnagyobb elmozdulások ábrázolása	25

1 Irodalomkutatás

1.1 A tanulmány területének definíciója.

A fogaskerek geometriai modellezésének, tervezésének és gyártásának tárháza mára mára igen bőséges és változatos megoldásokat kínál. Hollanda D. és F.L. Litvin a klasszikus fogaskerékgyártás matematikai modelljeit, technológiai fogásait ismertették. (Hollanda, D.; F. L. és mtsai.; Maros és mtsai.) A szerzők munkája alapján új szemléletek is felszínre kerültek. melyek részben a technológiai lehetőségek lényegesen bővült tárházára támaszkodnak. (Dudás, I.; Radzewich, S. P.; M. Máté)

A fogaskerékkutatásban alapvető a geometria tökéletesítése, amire új, számítógéppel segített módszerek sokasága jelent meg. (Máté M.; Tolvaly-Roşca és mtsai.) A modell és a valóság között azonban számos olyan folyamat indukálta jelenség lapul meg, melyeknek hatásait kísérletileg kell –lehet– kimutatni. A hajtás minőségének igazolásához a jó modellen, a hatékony és pontos számításon kívül hozzátartozik a valós gyártókörnyezet hatásainak gondos elemzése, illetve a legyártott hajtópár vizsgálata is. A fogaskerékkutatás problematikájának vizsgálata így kötelező módon ki kell terjedjen a modellezésre, a modellelemzésre (elméleti és gyártás) illetve a hajtásviselkedés elemzésre is.

Az áttételi arány fluktuációjának számos oka lehet, melyek közül kiemelt fontosságúnak tartom a hibás fogprofil, a fog szilárdsági jellemzőit, különös tekintettel a fogtő alakjára, az osztáshibát, az alapkörhibát és a szerelési pontatlanságot.

A fent megfogalmazottak szellemében a szakirodalom tanulmányozását két irányra építettem fel: a *klasszikus fogaskerék-ismeretek és számítási technikák elsajátítása*, illetve a *legújabb kutatási irányok és eredmények szemrevételezése*. Jelen kutatási jelentésemben az utóbbi területen végzett irodalomkutatás lényegét emelem ki.

Amint az várható volt a legújabb kutatások területei nagyon változatosak. Ezek közül a témámhoz leginkább kapcsolódó területeket a következőképpen határoztam meg:

- polimer fogaskerek tanulmányozása, élettartam és meghibásodási elemzések;
- hajtóművek zajszintjének csökkentése;
- a CNC gépek nyújtotta lehetőségek felhasználása a fogaskerék gyártásában;
- új (DMLS) technológiákkal gyártott fogaskerek élettartamvizsgálata;

- hajtóművekben a várható meghibásodások korai észlelése, a hibaforrások analízise rezgésvizsgálatokkal.

1.2. A szakirodalmi kutatások elemzése:

A dolgozatom megírása céljából áttanulmányozott szakirodalmat három csoportra osztom. Az első, a jelen alfejezetben tárgyalt, kimondottan a terhelésvizsgálatra irányuló, legújabb, specifikus tanulmányokat, eredményeket és trendeket öleli fel. A saját eredmények közzlése után a dolgozatban effektíve felhasznált szakirodalmat tüntettem fel, majd legvégén, a modell megalkotása céljából tanulmányozottakat.

1.2.1 Polimer-anyagú fogaskerekék kísérleti vizsgálata

A polimer fogaskerekéket egyre gyakrabban használják a mindennapi kis teljesítményigényű alkalmazásokban, gyógyszeripari környezetben, ahol nagyon fontos a tisztaság, vagy olyan közegben, ahol a korrózió miatt nem előnyös acél fogaskerekék használata. (W.Li és mtsai.) A cikkben kísérleti hibaelemzésről olvashatunk, amelyben különböző anyagú polimer fogaskerekék meghibásodásait vizsgálják. A kísérlethez használt fogaskerekéket szabványos szerszámmal, forgácsoló eljárással gyártották, majd folytonosan növekvő nyomatékkal terhelték őket, amíg valamilyen okból tönkrementek a fogaskerekék. A teljes tönkremenetel három jellemző okát azonosították: a fogtő szakadását, a fog teljes deformálódását és a magas hőmérséklet miatt bekövetkező fogoldal- megolvadást. A lágyabb anyagból készült S-típusú fogaskerekék jobban terhelhetők, mint az E típusúak, ebben az esetben a létrejövő magas hőmérséklet a fogoldalak olvadáshoz vezethet.

A cikk részleteiben tárgyalja azt a kísérletsorozatot, amely azt bizonyítja, hogy a jobb felületi minőségű fogoldalak kevésbé koptatják egymást. (W.Li és mtsai.) Mivel ezt a klasszikus acélkerekék esetében a gyakorlat bizonyította, szerintem a további kérdés az, hogy a műanyag kopása milyen mikrotopológiai változásokkal járhat, amely, figyelembe véve az anyag szerkezetének teljesen eltérő voltát, az acélkerekék esetétől eltérő.

1.2.2. Nyomtatott fogaskerekék kísérleti vizsgálata

A modern gyártási folyamatokban nagy jelentőséget szentelnek annak, hogy a lehető legkevesebb anyagleválasztással készítsük el a szükséges prototípus, vagy nagyon bonyolult formával rendelkező darabokat. A műanyag prototípus alkatrészek gyártásában jól bevált technológia az SLS (szelektív lézeres szinterelés) technológia, amelyhez nagyon hasonló elven működik a fém alkatrészek gyártásában alkalmazott DMLS (direct metal laser sintering) technológia. Mindkét esetben egy tartályba por állagú anyagot juttatnak egy jól

meghatározott vastagságú rétegben, majd egy lézernyalábbal végig pásztázzák és megolvasztják az alapanyagot a szükséges helyeken, így készítve egy réteget, majd a folyamat kezdődik előlről és egy újabb réteget készítenek. A folyamat végén a megmaradt nem szinterizált alapanyagot eltávolítják a munkadarab körül. A fémnyomtatás előnye, hogy a bonyolult profillal rendelkező egyedi darabok készítésénél nincs szükség esetenként igen magas költségvonzatú célszerszámokra. Ha például egy fogaskerék-sorozatot kell készíteni, darabonként különböző modullal, akkor jónéhány szerszámmra volna szükség, főleg ha különböző típusú hajtópárokat kellene gyártani. Ezzel ellentétben, a fémnyomtatás technológiával készítve csak a modellünk lesz különböző. A nagy előny ellenére azonban feltevődik a kérdés, hogy ha elkészítjük a darabot és megfelelően pontos is lesz, akkor a szilárdsági paraméterei mennyire különböznek majd a hagyományos eljárással készült fogaskeréktől.

A fémnyomtatással készült fogaskerek és hagyományos eljárással készült fogaskerek kísérleti összehasonlításának elveit, módszerét és eredményeit TugceTezel és csoportja tárgyalja részletesen. A teszt során 420 – as jelű, martenzites rozsdamentes acélból (összetétel: C– 0,15÷0,4%; Cr– 12-14%; Mn– 1,5% max; Si– 1% max; Ni– 0,75%; Mo– 0,5%) fogaskereket készítettek a fentebb említett két technológiával, majd vizsgálták a paramétereiket. A két, különböző eljárással készült fogaskerék anyagsűrűsége és keménysége azonos volt; a felületi minőségben azonban lényeges különbséget észleltek. A vizsgálatok során kiderült, hogy a nyomtatással készült kerek sokkal gyorsabban kopnak, aminek az egyik lehetséges magyarázata abban rejlik, hogy a nyomtatás során maradnak nem szinterizálódott szemcsék a szerkezetben, amelyek feszültségforrásként dolgoznak, következésképpen gyengítik ezt. A DMLS-technológiával készült kerek a nyomtatás után nagyon rossz felületi minőséggel rendelkeznek, egyik esetben ezt a durva felületet tisztították mechanikai úton és úgy vizsgálták a fogaskerekeket. Mindkét fogaskereket egyenlő számú, $N_p = 10^5$ perióduson át vizsgálták, 0,25 és 0,5 Nm értékű terhelő nyomatékkal.

A nem tisztított hajtópár esetén 250 fordulat/perc fordulatszámon gyorsan lemorzsolódtak a nem szinterizált szemcsék, 500 fordulat/perc fordulatszámon a kopás 2,5 – szer nagyobb volt, viszont 1000 fordulat/perc fordulatszámon nem jelentkezett a kopás növekedése.

A hagyományos eljárással készült fogaskerek esetében 250 fordulat/perc fordulatszámon a fogfelület kigödrösödik, lepattogzik (pitting), 500 fordulat/perc fordulatszámon kevésbé, de még mindig megjelenik a lepattogzás, viszont megjelennek

horzsolások a felületen, 1000 fordulat/perc fordulatszámon pedig plasztikus deformáció észlelhető a fogoldalon.

A tisztított hajtópár esetében 250 fordulat/perc fordulatszámon már kevésbé jelentkezik a lepattogzás, 500 fordulat/perc fordulatszámon már megjelenik a plasztikus deformáció és erősödik a lepattogzás, a foglábban pedig nagyon erős lepattogzás és horzsolás látható, 1000 fordulat/perc fordulatszámon pedig plasztikus deformáció lép fel, akárcsak az előző esetekben.

Ennek ellenére, néhány esetben, tisztítás után a nyomtatással készült kerék profilja simább volt, mint a hagyományos eljárással készült kerekeké. A vizsgálatokból az is kiderült, hogy a DMLS – technológiával készült kerekek sokkal ellenállóbbak a kopással és a töréssel szemben, ha a nyomtatás után megfelelő hőkezelésnek vetjük alá ezeket.

1.2.3. Fogaskerekek működés közbeni viselkedésének sajátosságai

1.2.3.1. Zajcsökkentő geometriák alkalmazása

A mai gépiparban és autópiparban egyre nagyobb jelentőséget tulajdonítanak a zajok és rezgések csökkentésének, mivel ha azok hosszú időn keresztül terhelik a járművet használó személyeket, akkor levertséghez, fáradtsághoz vezetnek. A hagyományos üzemű, viszont új építésű, korszerű autókban az utastér hangszigetelt, amely csökkenti a zajszintet az autóban, viszont azok forrását nem küszöböli ki.

Philipp Neubauer és csoportja a fogaskerék kapcsolódása által keltett zaj csökkentését tűzték ki célul, abból kiindulva, hogy a jól ismert, random-módon gerjesztett zaj csökkenti a szélessávú zajt amplitúdóban, amit kevésbé érzünk zavarónak. (Philipp Neubauer és mtsai.) Ebből kiindulva olyan fogaskerék párokat készítettek, amelyek egyenlő osztásúak, de bizonyos számú foganként a normál fogvastagságot csökkentették a hajtott keréken és növelték a hajtó keréken, tehát a hajtó kerék azon foga, amely vastagítva van, a hajtott keréken mindig egy szélesebb fogárokkaal kell találkozzon és fordítva. A cikkben a profilmódosításokat és a fogazat teherbíró képességét is tárgyalják, valamint a zajmérési eredményeket, amelyen világosan látszik a zajcsökkenés. Nyitott kérdés marad, hogy a különböző feszültségi állapotok a fáradást milyen mértékben erősítik, vagy esetleg tompítják?

1.2.3.2. Legördülés és CNC-megmunkálás összehasonlítása

A hipoid hajtások használata nagyon elterjedt, mivel számos előnyük van, mint például a jó teherbíróképesség, az alacsony zajszint, a hagyományos kúpkerék-hajtásokhoz képest

csökkentett térfogat, és a hordkép-lokalizáció könnyed megvalósítása. Az iparban a 6 tengelyes CNC vezérlésű gépek fejlődésével a hipoid hajtások gyártása is fejlődött, ma már a Klingelberg-féle fogazási eljárás mellett a profilmarás-technológiát is alkalmazzák, habár a két különböző eljárással különböző foggeometriákat kapunk. A Klingelberg-féle fogazás hátránya a cikk szerzői szerint leginkább abban mutatkozik meg, hogy a hőkezelési eljárások során keletkezett deformálódásokat a fogaskerekről csak leppeléssel tudják eltávolítani. (SiyuanLiu és mtsai.)

A szerzők egy olyan összehasonlító vizsgálatot írnak le, amelyben azt vizsgálták, hogy a Klingelberg-féle fogazási eljárással gyártott hipoid kerekek, vagy a profilmarással gyártott hipoid kerekek fogazata jobb teherbíró képességű. A terhelés-vizsgálat során azonos körülmények között tesztelték a két különböző eljárással gyártott fogaskereket. A vizsgálat eredményeként azt tapasztalták, hogy a profilmarással elkészített fogaskerék fogazatán a hajlító igénybevétel 20 – 30% -kal nagyobb, mint a Klingelberg-féle fogazással készült keréken, a fogfelületi igénybevétel pedig 7,1% -kal nagyobb. A mérési eredményből azt állapították meg, hogy a Klingelberg-féle fogazással gyártott fogaskerék fogazata azonos terhelés mellett jóval merevebb, mint a profilmarással készült hipoid keréké.

A feltett kérdésre adott, a kísérletekre alapozott válasz jelentős érv a klasszikus fogazási technológiák mellett. Adott esetben, nagyon kis sorozatok, vagy egyedi gyártás esetében elképzelhető, hogy megfelelő programmal és számjegyvezérlésű szerszámgéppel, hosszabb műveleti idő alatt, mellett majdnem olyan jó minőségű fogaskereket lehet gyártani, mint a Klingelberg-féle, vagy bármely más – klasszikusnak nevezhető és a fogaskerék típusára szabott – eljárással. A magyarországi és az erdélyi fogazó iskolák egyöntetű véleménye viszont az, hogy a gördülésszerű folytonos lefejtő eljárással (fésűskéssel, metszőkerékkel, csigamaróval, Gleason- vagy Öerlikon-féle marófejjel) mindig magasabb minőségű fogaskerekeket lehet lefejteni, mint léptetőmotorok által megvalósított osztással. (Hollanda, D.; Csibi és mtsai.) Érdekesnek találnék egy olyan tanulmányt, amelyben különböző számjegyvezérlésű szerszámgépeken, különböző forgácsvételi stratégiákkal előállított fogaskerekeken hogyan változna a fogláb mikrogeometriája, amiről ismert, hogy a fogtőfáradásért elsősorban felelős.

1.2.3.3. Diagnosztikai eljárások.

Az ipari gépek nagyrészt még mindig jelentős szerepe van a fogaskerekes hajtóműveknek. A fogaskerekek meghibásodása egy teljes gyártósor leállását is eredményezheti, ezért napjainkban nagy figyelmet fordítanak a hajtóművek állapotának

felmérésére, hogy kiküszöböljék a váratlan meghibásodások miatti leállást, ami jelentős bevételkiesést okozhat a cégnek. A modern gyártórendszereket ellátó karbantartó mérnökök feladata, hogy előre meghatározzák a potenciálisan problémás alkatrészeket és a karbantartáshoz szükséges összes cserealkatrész beszerzése és előkészítése után egy tervezett rövid leállással elvégezzék a szükséges cserét, majd a lehető legrövidebb idő alatt újra üzembe hozzák a gyártósort.

A fogaskerek leggyakoribb meghibásodási formái a következők:

- a folyamatos terhelési igénybevétel miatti fáradás, ami fogtöréshez vezet;
- a fogoldalakon megjelenő repedések miatt a felületkezelt réteg lepattogzása (pitting), ami a fogak még gyorsabb kopását idézi elő;
- az adhézios kopás;
- az abrazív kopás.

Mindegyik jelenség jelenléte a rezgéstani vizsgálat során mutatkozik meg, mégpedig úgy, hogy az alap rezgési jelen tranziens rezgéslöketek jelentkeznek. A tranziens rezgések csak rövid ideig figyelhetőek meg azaz, ha tovább használjuk a szerkezetet, a jel alakja torzul, így nem lesz annyira szembetűnő a meghibásodás. Ezért lényeges a kritikus helyek folyamatos rezgéstani monitorizálása.

Az utolsó olvasott cikkben legmodernebb hajtómű diagnosztizálási módszereket tárgyalják a szerzők és egy tesztpadon bemutatták a hiba megjelenését, amit úgy kiviteleztek, hogy rezgésvizsgálatot végeztek egy, a valós helyzetet szimuláló kúpkerekhajtáson, amelynek egy foga hibás volt. A jelformából jól kivehető, hogy periodikusan megjelenő lokális „tüske” jelenik meg a jelformán, amelyből következtetni lehet a meghibásodott fogra. (Kumar és mtsai.) A cikkben összesítik azokat a módszereket is, amelyet más szerzők publikáltak, mint például azt, hogy a csapágy meghibásodást és a fogaskerék meghibásodást hogyan tudják megkülönböztetni egymástól. (a csapágy meghibásodást alacsony frekvencián, míg a fogaskerék meghibásodást magas frekvencián való tesztelés során észlelhetjük) A cikkben nagyon sok módszert mutatnak be, amelyekkel mind ugyanezt a komplex jelenséget próbálják a lehető legpontosabban definiálni és leírni.

1.3 Irodalomkutatás összegzése:

Kulcsszavak: fogaskerék, merevség, foglábgörbe, fogprofil

W.Li és mtsai. „*An investigation on the wear behaviour of dissimilar polymer gear engagements*” című közleményében a polimer fogaskerek meghibásodását

tanulmányozták a fogazat terhelésénél három fontos hibát észleltek, a fogtőszakadást, a fog teljes deformálódását, valamint a fogoldal deformálódását. (W.Li és mtsai.) Esetünkben a fogláb görbe és a fogprofil tanulmányozása a feladat, hogy a lehető legmerevebb fogazatot érjük el.

Philipp Neubauer és csoportjánk az „*Evaluation of the gear noise reduction potential of geometrically uneven inequidistant gears*” című közleményében a zajcsökkentésről olvashatunk, amit úgy próbáltak megvalósítani, hogy olyan fogaskerékpárokat készítettek, amelyek egyenlő osztásúak, de bizonyos számú foganként a normál fogvastagságot csökkentették a hajtott keréken és növelték a hajtó keréken. (Philipp Neubauer és mtsai.) Esetünkben a fog merevségének növelésével várhatóan fog csökkenni a zajszint.

SiyuanLiu és mtsai. a „*Investigation on contact and bending stress of face-hobbed and face-milled hypoid gear*” című közleményében a hagyományos Klingelnberg fogazással gyártott fogazat, és a profilmarással készített hypoid fogazat teherbíróképességét vizsgálták, amiből azt állapították meg, hogy a hagyományos eljárással készült kerék fogazata merevebb. (SiyuanLiu és mtsai.) Az itt olvasottakat majd a gyakorlati mérések során tudjuk alkalmazni a szimulációs eredmények függvényében.

Kumar és mtsai. a „*Latest Developments in Gear Defect Diagnosis and Prognosis: A Review*” című közleményében a fogaskerék meghibásodásának megfigyeléséről és korai felfedezéséről olvashattunk. (Kumar és mtsai.)

TugceTezel és mtsai. a „*Failure analysis of 3D-printed steel gears*” című közleményében a DMLS technológiával gyártott fogaskerekek és a hagyományos eljárással gyártott fogaskerekek összehasonlításáról olvastam, valamint az azonos ciklusszámú és paraméterű használat után megjelent kopásokról. (TugceTezel és mtsai.) Ebből világosan látszik, hogy esetünkben a gyakorlati modellt kizárólag a hagyományos eljárással gyárthatjuk le, mivel a nyomtatással készült kerék pontossága közel sem elegendő számunkra egy releváns eredmény méréséhez.

1.4 Irodalomkutatás alapján következtetett jövőbeli tervek:

Az irodalomkutatás eredményeképp sikerült a kutatási irányok egy részét felfedni, valamint a saját kutatási ötletünket megfogalmazni, amelyben két irányvonalat követve folytatjuk a munkát.

Az egyik irányvonal a generáló szerszám fejének lekerekítés-modellezése és méretezése, a burkolt fogláb mikrogeometriájának elemzése, elméleti terhelésvizsgálat készítése és a legjobb változat kiválasztása.

A másik irányvonal a lábhézag csökkentése figyelembe véve a tengelytáv hiba, profilhiba és egyéb, a méretláncot terhelő hiba összegzésének mértékét, a jelenkori megmunkálógépek pontosságát figyelembe véve. A szabványos lábhézag együttható várható csökkentésével a merevebb fog elméleti terhelésvizsgálatát végezzük el, valamint tanulmányozzuk a terhelés következtében megjelenő deformáció miatt a terhelő erő tartóegyeneseinek eltérését a kapcsolóegyenestől.

1.5 Irodalomkutatás irodalomjegyzéke

An investigation on the wear behaviour of dissimilar polymer gear engagements - ScienceDirect.
<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0043164811000895>. Utolsó letöltés: 2020. június 28.

Csibi, Vencel, és mtsai. *Fogazott alkatrészek tervezése, szerszámai és gyártása*. Dacia Könyvkiadó, 1999.

Dudás, Illés. *The Theory and Practice of Worm Gear Drives*. Kogan Page Science Paper Ed edition, Butterworth-Heinemann, 2004.

Evaluation of the gear noise reduction potential of geometrically uneven inequidistant gears - ScienceDirect.
<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0022460X20300651>. Utolsó letöltés: 2020. június 28.

F. L., Litvin, és mtsai. *A fogaskerékkapcsolás elmélete*.

Failure analysis of 3D-printed steel gears - ScienceDirect.
<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1350630719314220?via%3Dihub>. Utolsó letöltés: 2020. június 28.

Gear Cutting Tools: Fundamentals of Design and Computation by Stephen P. Radzevich. CRC Press, 1888.

Hollanda, D. *Aschiere si scule*. Reprografia I.I.S., 1982.

Investigation on contact and bending stress of face-hobbed and face-milled hypoid gear - ScienceDirect.
<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0094114X2030094X>. Utolsó letöltés: 2020. június 28.

Kumar, Anil, és mtsai. „Latest Developments in Gear Defect Diagnosis and Prognosis: A Review”. *Measurement*, köt. 158, 2020. július, o. 107735. *ScienceDirect*, doi:10.1016/j.measurement.2020.107735.

Maros, D., és mtsai. *Csigahajtások*. Műszaki Könyvkiadó, 1970.

Máté, Márton. *Hengeres fogaskerekek gyártószerszámai*. Erdélyi Múzeum-Egyesület, 2016. *eda.eme.ro*, <https://eda.eme.ro/xmlui/handle/10598/31451>.

---. „Optimális geometriával rendelkező egyenesfogú metszőkerék fejlesztése DOMUS kutatási jelentés”. *Műszaki Tudományos Közlemények*, köt. 10.

Tolvaly-Roşca, Ferenc, és mtsai. „Development of Helical Teethed Involute Gear Meshed with a Multi-Edge Cutting Tool Using a Mixed Gear Teeth Modeling Method”. *Procedia Engineering*, köt. 181, 2017, o. 153–58. *DOI.org (Crossref)*, doi:10.1016/j.proeng.2017.02.421.

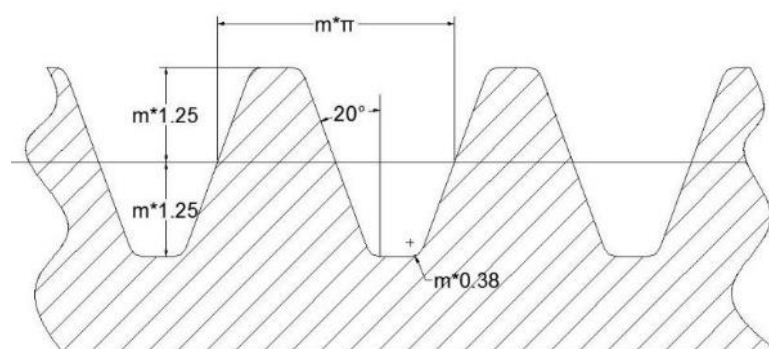
2 Gyártásgeometriai alapfogalmak

Az evolvensgörbe generálása szempontjából a hengeres kerek lefejtő szerszámai két csoportba sorolhatók:

- az álló egyenes módszerével generáló szerszámok – ezek a fésűskések;
- a mozgó egyenes módszerével generáló szerszámok – a csigamaró, a metszőkerék és a hámozókerék. (Máté M.)

Az evolvens fogprofilú fogaskerék gyártása fogasléc alakú szerszámmal a legpontosabb, mivel a lécs-kerék kinematikai kapcsolat egyenértékű a körön legördített egyenes mozgásával, az egyenes élalak pedig mindig pontosabban előállítható, mint a görbült felületekről származó élek. Tehát, ha a gyártandó kerék osztókörén a szerszám osztóvonalát csúszásmentesen legördítjük, akkor a fogasléc fogprofil-merőleges mindig az alapkörön gördül le, és a különböző helyzetekbe kerülő élnyomok seregét burkoló görbe a lefejtett kerék fogprofilja lesz. Ebben az esetben a fogasléc fogai egyszerű trapéz alakúak. Többek között emiatt terjedt el az evolvens fog használata, mivel a fogasléc alakú fogazó szerszámokat egyszerűen és nagy pontossággal lehet gyártani, ezzel ellentétben a szerszámgép kinematikája a lehető legbonyolultabb.

Az evolvens profilú hengeres kerek lefejtő fogaslécének alapprofilja, a DIN 867-1986 szerint, az 2-1. ábrán látható:



2-1. ábra A lefejtő fogasléc

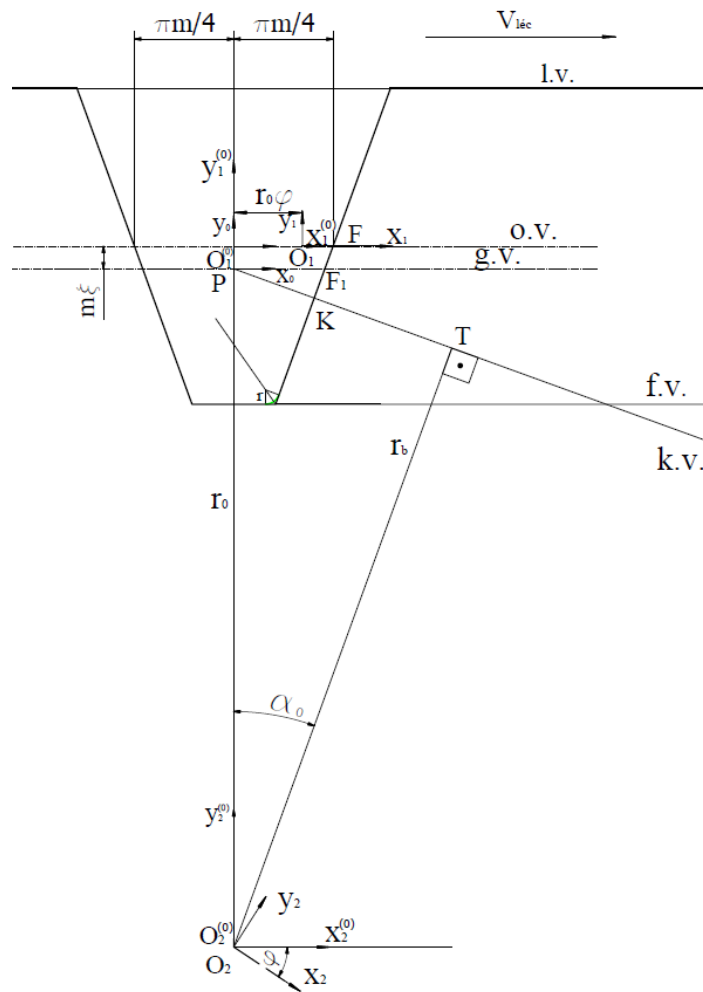
A kutatási célnak megfelelően, a lehető legpontosabban generáló szerszámot választjuk alapul, majd a szerszám fejének lekerekítését módosítjuk. A módosított fogfejű szerszámmal generált profilt és a szabványos profilt azonos körülmények közt terheljük

(anyagminőség, terhelési erő, a virtuális térben azonos rögzítési bázisfelület). Terhelési analízist alkalmazunk, hogy vizsgáljuk az általunk javasolt fogprofilal gyártott fog viselkedését, a gyakorlatban alkalmazott, kisebb lekerekítésű szerszámmal előállított fogazathoz viszonyítva.

3 A matematikai modell

3.1. A fogláb görbe egyenletei

A fogazási eljárás matematikai modelljének felépítéséhez szükséges geometriai alapmodell a 3-1. ábrán látható.



3-1. ábra A lefejtés geometriája

A fogazó szerszám fogprofilja a tengelytáv vonalhoz viszonyítva szimmetrikus alaphelyzetben található. Az ábrán a következő 5 koordináta-rendszert tüntettük fel:

- X_0PY_0 – a rögzített koordináta-rendszer, amelynek P origója a léccerék virtuális hajtás főpontjában található, így a PX_0 tengely érinti a gördülőkört;

- $X_1^{(0)}O_1^{(0)}Y_1^{(0)}$ – a léchez rögzített koordináta- rendszer, alaphelyzetben;
- $X_1O_1Y_1$ – a léchez rögzített koordináta rendszer, miután a fogazandó kerék φ szöggel elfordult a fogazás során;
- $X_2^{(0)}O_2^{(0)}Y_2^{(0)}$ – a fogazandó kerékhez rögzített koordináta rendszer, alaphelyzetben;
- $X_2O_2Y_2$ – a fogazandó kerékhez rögzített koordináta rendszer, miután a kerék φ szöggel elfordult a fogazás során.

A fogazási eljárás alatt a fogazó szerszám eltávolítja a szerszámprofil körvonalán belül található anyagot. Ezt a modellezés során úgy értelmezzük, hogy a profil, ami kialakul az előgyártmányon, az a fogazó szerszám éleinek burkológörbéje.

A fogprofil egyenleteinek kiszámításához a fogaskerék rendszerében kell dolgoznunk a továbbiakban.

A lefejtő lécz profilját a saját rendszerében tudjuk a legkönnyebben felírni, majd a fogaskerék rendszerébe transzformáljuk az alábbi módon:

$$\mathbf{r}_2 = \mathbf{M}_{21} \mathbf{r}_1 \quad (1)$$

A számítások elvégzése után a transzformációs mátrix alakja a következő lesz:

$$\mathbf{M}_{21} = \begin{pmatrix} \cos\varphi & -\sin\varphi & 0 & a_{14} \\ \sin\varphi & \cos\varphi & 0 & a_{24} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$\begin{aligned} a_{14} &= r_0 \varphi \cos\varphi - (r_0 + m\xi) \sin\varphi \\ a_{24} &= r_0 \varphi \sin\varphi + (r_0 + m\xi) \cos\varphi \end{aligned} \quad (2)$$

A kapcsolódási egyenletet F.L. Litvin által alkalmazott módszer alapján a gyártóléc koordináta rendszerében írjuk fel és oldjuk meg:

$$\mathbf{v}_1^{(12)} \times \mathbf{n}_1 = 0 \quad (3)$$

A (3) egyenletben szereplő mennyiségek kifejezései sorban a következők, $\omega = 1s^{-1}$ - re:

$$\mathbf{v}^{(12)} = \mathbf{v}^{(1)} - \mathbf{v}^{(2)} \quad (4)$$

$$\mathbf{v}_1^{(1)} = (r_0 \omega \ 0 \ 0)^T = (r_0 \ 0 \ 0)^T \quad (5)$$

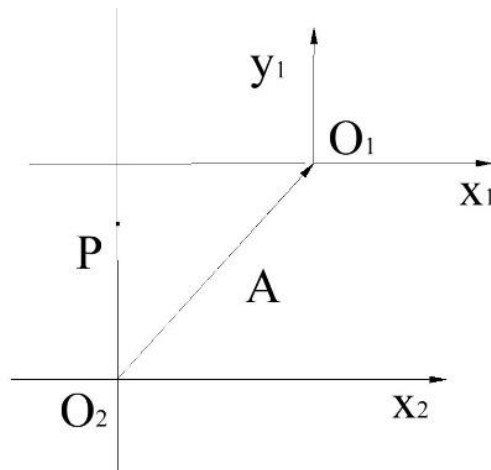
$$\mathbf{v}_1^{(2)} = \begin{bmatrix} y_1 + r_0 + m\xi \\ -x_1 - r_0\varphi \\ 0 \end{bmatrix} \quad (6)$$

A normális vektor $(n_x \ n_y \ 0)$ összetevőivel a léccerék kapcsolódási egyenlet általános alakja a következő:

$$(y_1 + m\xi)n_x + (x_1 + r_0\varphi)n_y = 0 \quad (7)$$

A kapcsolódási egyenletet a foglábgörbe analitikus felírására használjuk fel. A gyártóléc lekerekített profiljának egyenletei, a léccerékben a következők:

$$\begin{cases} x_1(u) = x_C + r \cos(\alpha_0 + u) \\ y_1(u) = y_C - r \sin(\alpha_0 + u) \end{cases} \quad (8)$$



3-2. ábra A koordinátarendszerek helyzete

A körív normálvektorának koordinátái:

$$\begin{cases} x_1^C = m \left(\frac{\pi}{4} - (h_0^* + c_0^*) \operatorname{tg} \alpha_0 - \frac{\psi r^*}{\cos \alpha_0} \right) \\ y_1^C = (\psi r^* - (h_0^* + c_0^*))m \end{cases} \quad (12)$$

Ezzel, a burkolt görbesereg parametrikus egyenletei az alábbi formában írhatóak fel.

$$\begin{cases} x_2(u, \varphi) = A \cos \varphi + B \sin \varphi - r_0 (\sin \varphi - \varphi \cos \varphi) - \\ \quad - m \xi \sin \varphi \\ y_2(u, \varphi) = A \sin \varphi + B \cos \varphi + r_0 (\cos \varphi + \varphi \sin \varphi) + \\ \quad + m \xi \cos \varphi \\ A = x_C + r \cos(\alpha_0 + u) \\ B = y_C - r \sin(\alpha_0 + u) \end{cases} \quad (13)$$

A (7) kapcsolódási egyenlet a (9) normálvektorkoordinátákkal homogén trigonometria egyenletté egyszerűsödik, melynek megoldása: (Hodgyai, N, Tolvaly-Rosca, F. és Máté, M.)

$$u(\varphi) = \begin{cases} -\operatorname{arctg}(g(\varphi)) - \alpha_0 + \pi, \varphi \leq \varphi_{kr} \\ -\operatorname{arctg}(g(\varphi)) - \alpha_0, \varphi > \varphi_{kr}, \\ g(\varphi) = (y_1^C + m\xi) / (x_1^C + r_0\varphi) \end{cases} \quad (14)$$

3.2. A foglábgörbe és az evolvens szakasz érintkezési pontjának vizsgálata.

A foglábgörbe parametrikus egyenletei, a kapcsolódási egyenlet megoldásának alakja miatt, meglehetősen bonyolultak és nem egyszerűen alkalmazhatók. A testmodell előkészítése céljából szükséges meghatározni az elméleti evolvens fogprofil és a valós foglábgörbe érintkezési pontját, ami a talpkörön illeszkedik. A lekerekített generáló fogasléc esetében is lehet a Szeniczei, L. könyvében alkalmazott geometriai szerkesztést alkalmazni. (Szeniczei, L.) Jelen tanulmányban csak azon esetek elemzésére összpontosítunk, amelyek az alámetszés határa fölött vannak, tehát a fogláb és az evolvensgörbe érintők, nem pedig metszők.

A 3-5. ábrán a PBE tengelyvonal és a kapcsolóvonalra ennek T pontjából emelt merőleges a kerék O_2 középpontjában metszik egymást, tehát $OP = r_0$ és $OT = r_b$.

A 3-5. ábrán felismerhető geometriai összefüggésekből következik, hogy:

$$\begin{aligned} PB &= m(h_0 + c_0 - \xi) - m\psi r^* (1 - \sin \alpha_0) \\ AA_1 &= BA_1 - BA = m(h_0 + c_0 - \xi - \psi r^*) \operatorname{ctg} \alpha_0 \end{aligned} \quad (15)$$

Innen az A pont kapcsolásának megfelelő legördülési szög értéke:

$$\varphi_A = \frac{AA_1}{r_0} = \frac{2(h_0 + c_0 - \xi - \psi r^*) \operatorname{ctg} \alpha_0}{z} \quad (16)$$

A talpkör sugarát a Szeniczai, L. könyve alapján és a 3-5. ábrán használt jelölésekkel az OTA_1 háromszögből számítottuk ki. (Szeniczai, L.)

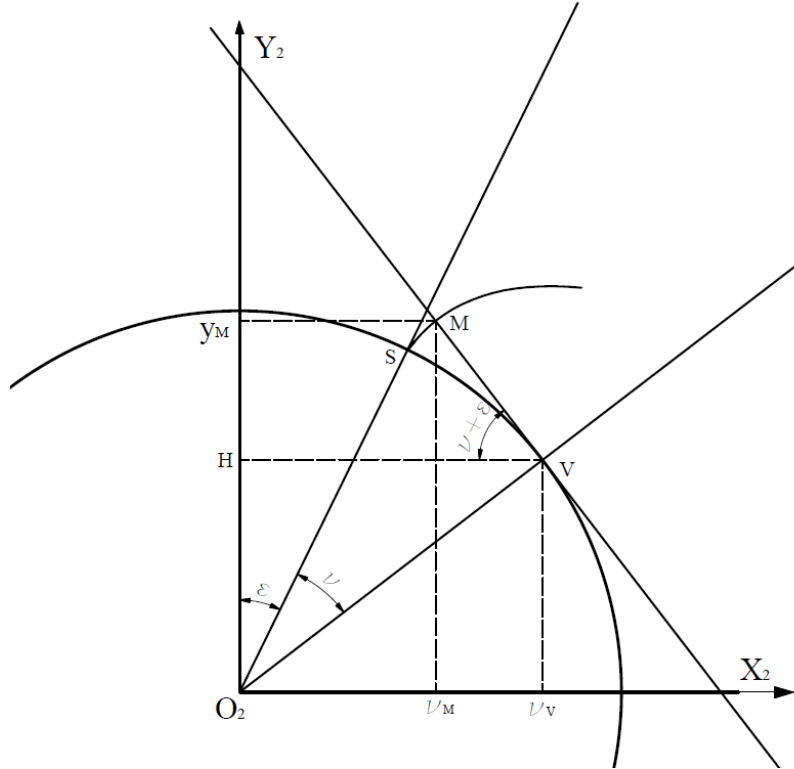
$$PA_1 = \frac{PB}{\sin \alpha_0} \quad (17)$$

$$PT = r_0 \sin \alpha_0 \quad (18)$$

$$A_1T = PT - PA_1 \quad (19)$$

$$r_t = \sqrt{A_1T^2 + r_b^2} \quad (20)$$

Az elméleti evolvens matematikai generálásából származtatott egyenletek a következők (3-6 ábra):



3-6. ábra Az evolvens matematikai generálásához használt ábra

$$\begin{cases} x(v) = r_b \left(\sin(\varepsilon + v) - v \cos(\varepsilon + v) \right) \\ y(v) = r_b \left(\cos(\varepsilon + v) + v \sin(\varepsilon + v) \right) \end{cases} \quad (21)$$

Az ε szög az alapköri fogárok-ív félszögét jelzi:

$$\varepsilon = \frac{\pi}{2z} - 2 \frac{\xi}{z} \operatorname{tg} \alpha_0 - \operatorname{inv} \alpha_0 \quad (22)$$

Ismervén az R_t alapkörsugár- értéket, a (21) egyenletekből kiszámítjuk a v paraméter intervallumát:

$$r_t \leq r_x \leq r_a \Leftrightarrow \sqrt{\frac{r_t^2}{r_b^2} - 1} \leq \varepsilon \leq \sqrt{\frac{r_a^2}{r_b^2} - 1} \quad (23)$$

Szintén a 3-5. ábra alapján kijelenthetjük, hogy a mozgásparaméter nulla értékének megfelelő alaphelyzetben nemcsak az egyenes profil Q pontja kapcsol, hanem az AE körív A pontja is.

Az ábráról ki lehet következtetni, hogy a foglábgörbe burkolása és az evolvens fogoldal burkolása egyidejűleg történik: míg az evolvens profil a kisebb polársugarú pontok

irányában alakul ki, a fogláb görbe a lábkörtől a talpkör tehát a polársugarak növekedésének irányában.

Innen következtetünk, hogy a fogláb görbét a burkoló (14) és (16) egyenleteiből írjuk fel, úgy, hogy a paramétert a $[0, \varphi_A]$ intervallumban futtatjuk.

3.3 A generált görbék bemutatása

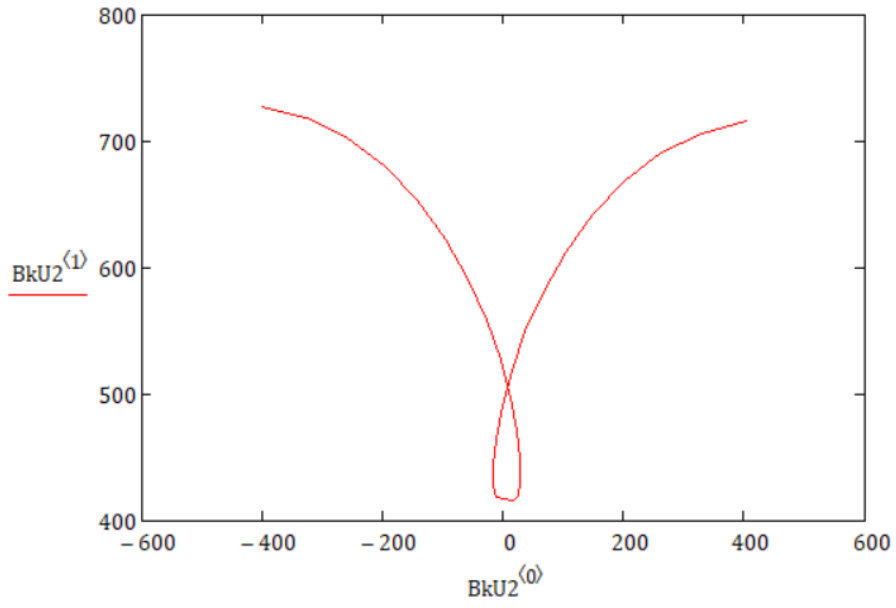
A görbe felrajzolását a megadott egyenletek alapján a MathCad 15 programozási környezetben végeztük, ahol első lépésben definiáltuk a kezdeti paramétereket. A modellezett fogaskerék választott paraméterei a következők:

- modul: $m_n = 50 \text{ mm}$;
- alapprofilszög: $\alpha_0 = 20^\circ$;
- fejmagasság – tényező: $h_{0a} = 1$;
- lábhézag tényező: $c_0^* = 0,25$,
- fogsám: $z = 18$,
- profileltolási tényező: $\xi = 0$,

Bevezettük a szabványos fajlagos lekerekítési sugárértéket. Geometriai határfeltételekből kiszámítottuk, hogy a lekerekítési sugár értéke maximális, abban az esetben amikor a körív szakasz nem haladhatja meg a 0,25m foglábhézag-méretet. Kiszámítottuk ennek alapján a maximális lehetséges lekerekítési sugarat. (Hodgyai, N, Tolvaly-Rosca, F. és Máté, M.) A lekerekítési sugár szabályozó tényezőt ψ_r -rel jelöljük, $0 \leq \psi_r \leq 1$. Jelen esetben $\psi_r = 0,79$ azaz a lekerekítési sugár egyenlő $0,79 \cdot r_{\max}$. A szabványos lekerekítési sugár érték az 1mm modulú fésűskés maximális lekerekítési sugara, amit „rcs” - sel jelöltünk.

Bevezetjük a lekerekítési sugár szabályozó tényezőt, amelyet ψ_r -rel jelölünk. ψ_r -értéktartománya 0..1 közötti érték. A számszerű kiértékelés során $\psi = 0,79$ – értéket használtuk.

Az ábrázolás során észleltük, hogy a futóparaméter eléri a 90° értéket, emiatt az egyenletben megjelenő $\tan(\varphi)$ - értelmét veszíti, ezért a fogláb görbét 3 részből állítottuk össze. Első esetben a $\varphi < 90^\circ$ értékekre, ezt követően a $\varphi > 90^\circ$ értékekre, majd a $\varphi = 90^\circ$ - ra határérték számítással számoljuk ki a görbe x, y – koordinátáit.



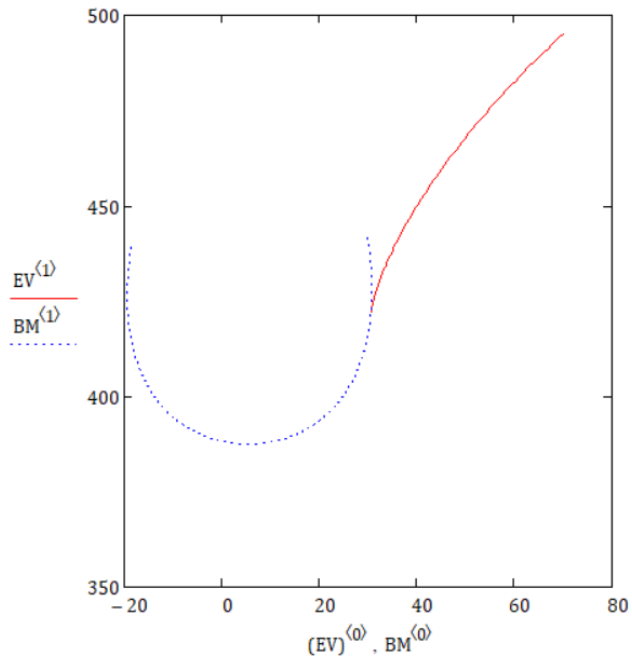
3-7. ábra A helyes, szakadásmentes burkolási görbe ábrája

A talpkör pontját analitikusan is meg lehet találni, bár kissé bonyolultabb számítások árán: a geometriai evolvens poláregyenletét összevetjük a burkológörbe poláregyenletével:

$$x^2 + y^2 = \rho^2 = r_b^2 \cdot (1 + \varphi^2) \quad (24)$$

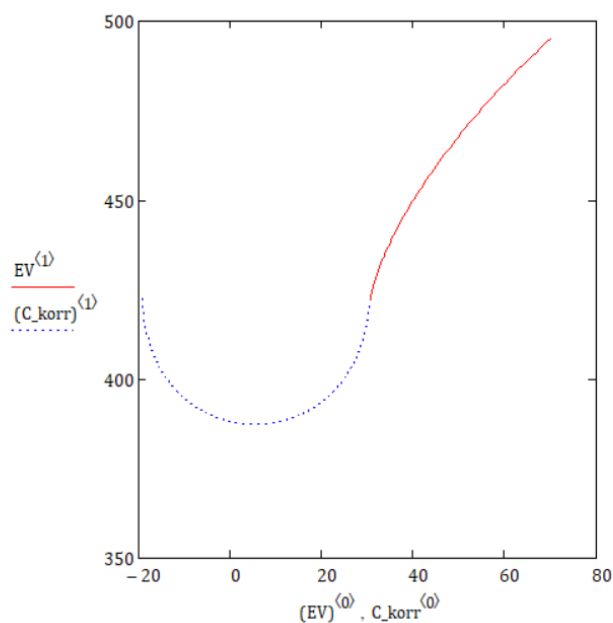
$$x^2(\varphi, u(\varphi)) + y^2(\varphi, u(\varphi)) = r_b^2 \cdot (1 + \varphi^2), \quad (25)$$

$$\varphi \in [\varphi_1, \varphi_2] \quad (26)$$



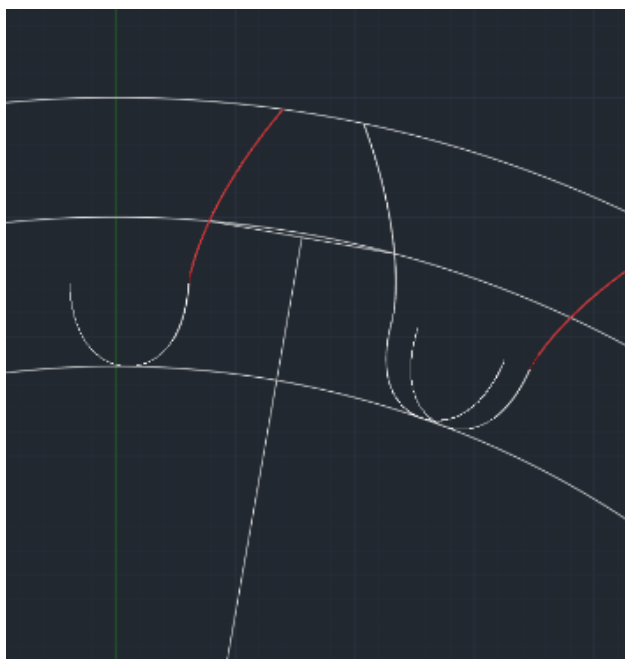
3-8. ábra A burkoló evolvens szakasz és a foglábgörbe

Mivel az ábrázolt fogláb görbe kezdeti- és végpontja a szükséges szakaszon túlhalad, ezt a programban javítjuk. Eredményként a 3-9. ábrán látható görbeszakaszokat kapjuk.



3-9. ábra A végső evolvens és láb görbe profil

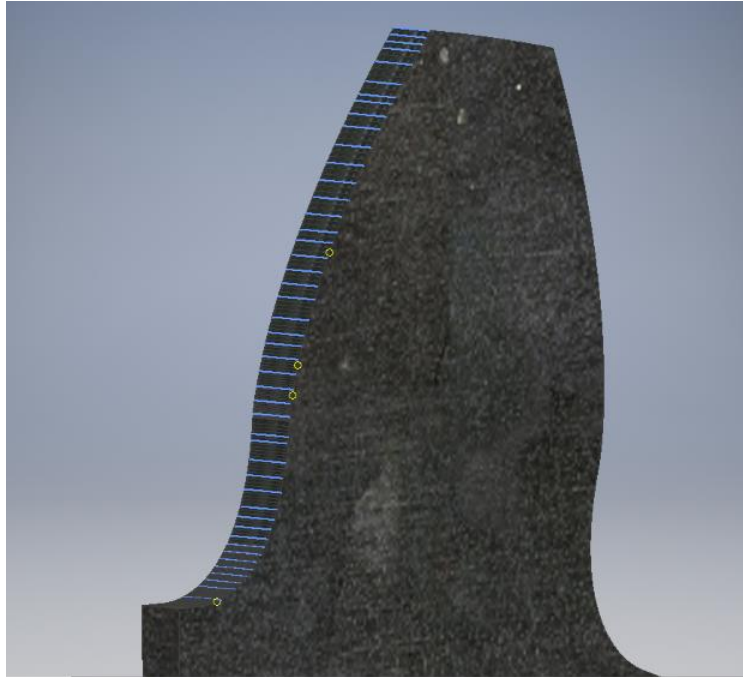
A MathCad környezetben előállított koordinátákat Excel-állományba mentettük, majd beolvastuk az AutoCad-programba. A szükséges körök megrajzolása után a fogprofilt az osztóköri fogvastagság felére és az origóra nézve tükröztük, majd a fölösleges vonalrészeket eltávolítottuk, így megkaptunk egy teljes fogat és a lábkört.



3-10. ábra Az AutoCad programmal generált profil

A lábkör és a fogláb görbe csatlakoztatásakor észlelt $1 \cdot 10^{-6}$ nagyságrendű hibát a lábkör meg növelésével kompenzáltuk. A terhelésanalízis során ez a hiba elhanyagolható különbséget jelent.

A rajzmodellt az Autodesk Inventor program segítségével testmodellé alakítottuk. A két programcsomag közötti kommunikációs hiba miatt az AutoCad-ból átvett profilt az Inventor program nem folytonos felületként értelmezte, ezért a profilt simítanunk kellett. Ezt az Inventor programban nem sikerült elvégeznünk.



3-11. ábra A fogfelület több apró felületből áll

Ezt a lépést a SolidWorks program segítségével végeztük el; ami a profilt $1 \cdot 10^{-5}$ pontossággal simította és összefüggő felületet készített belőle (3-12. ábra).

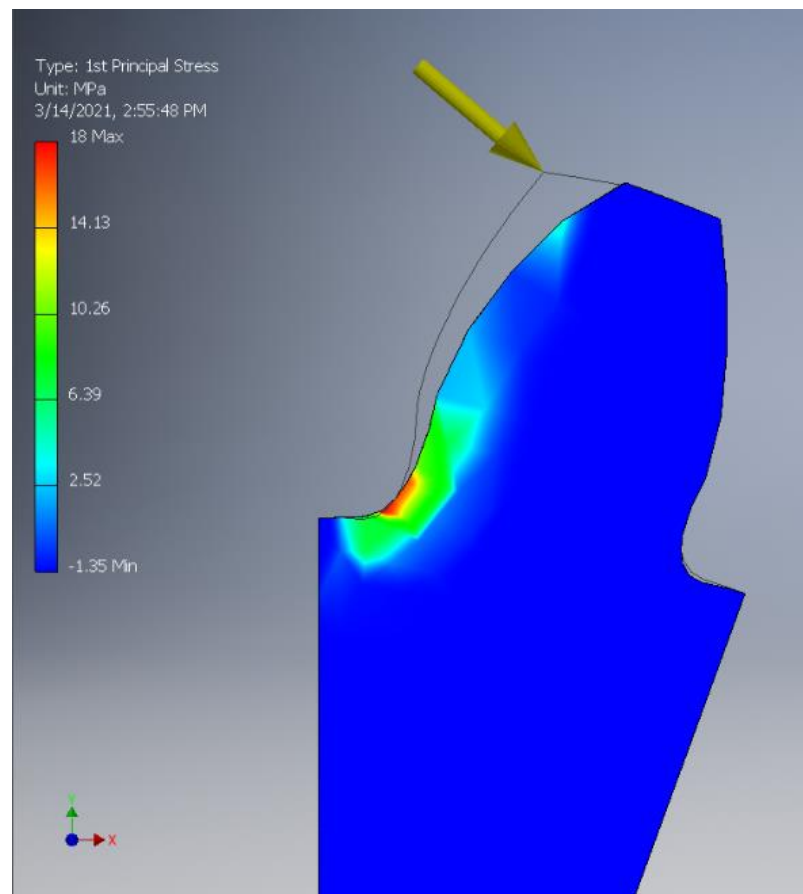


3-12. ábra Folytonos fogfelület spline görbével közelítve

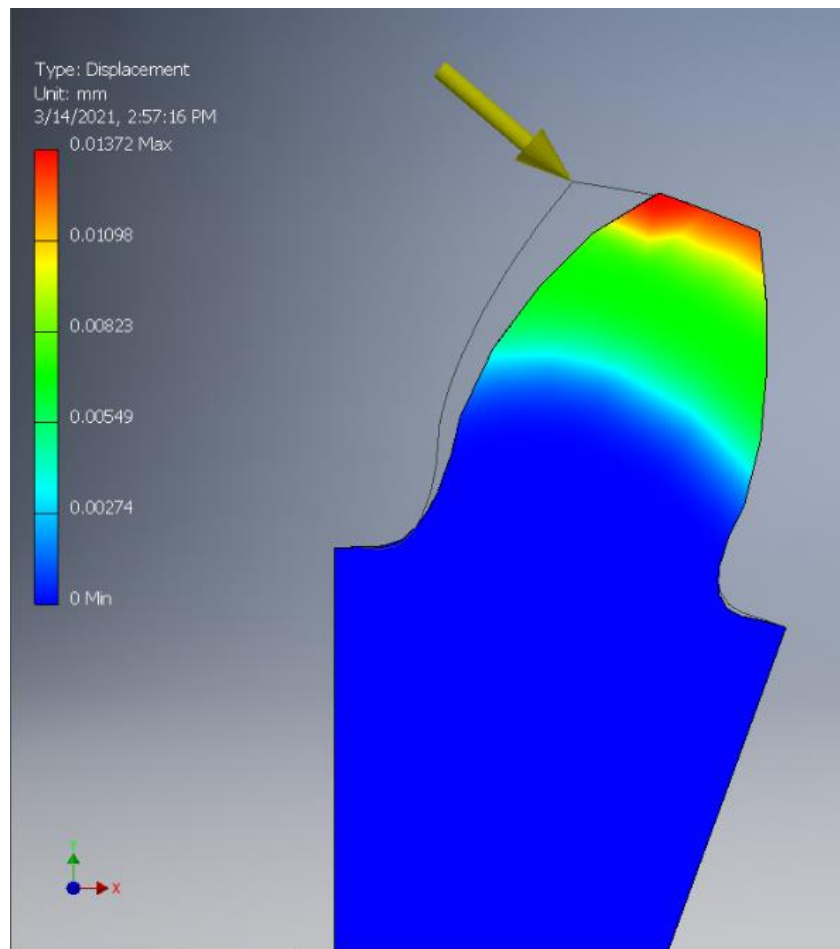
4 A szabványoknak megfelelő fog terhelési analízise

A gyakorlatban a lefejtő szerszám fogoldal és fejszalag találkozásánál megjelenik egy kis lekerekítés, amit 0,02 mm sugarú körívnek vettünk a modellezés során. Az előbbiekben felhasznált matematikai modellt alkalmazva elkészítettük a Mathcad környezetben a profilt, majd az Inventor környezetben elkészítettük a testmodellt, Solidworks környezetben simítottuk a profilt, amit 0,000456 mm eltéréssel készített a program. Ezt követően az Inventor környezetben elvégeztük a terhelésvizsgálatot. A fogaskerék-szeletet a körből kimetszett „V” alak két oldalán mereven befogott oldalként definiáltuk, majd a legkedvezőtlenebb esetet feltételezve, azaz az erőt a profil csúcspontjába helyezve, terheltük.

A vizsgálati eredmények a 4-1 és 4-2 ábrán láthatók:



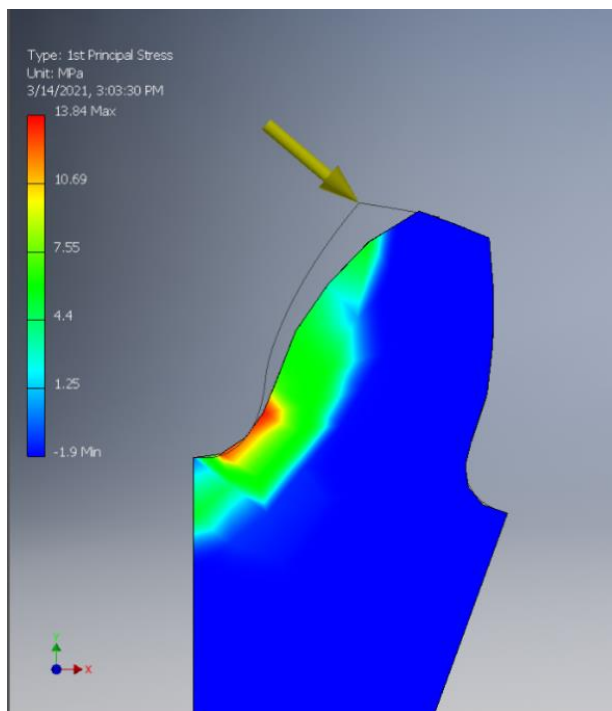
4-1. ábra Az első főfeszültség eloszlása



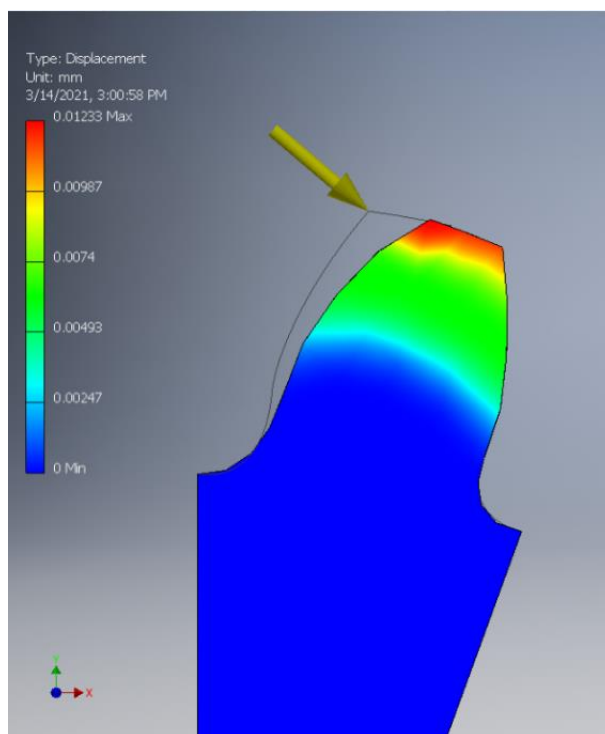
4-2. ábra A legnagyobb elmozdulások ábrázolása

5 A javasolt lekerekítéssel generált fog terhelési analízise

A javasolt, nagyobb lekerekítésű szerszámmal kapott foglábgörbével épített fogmodellt azonos körülmények között terheltük. A terhelésvizsgálat eredményeit a 5-1 és 5-2 ábrán szemléltettük.



5-1. ábra Az első főfeszültség eloszlás



5-2. ábra A legnagyobb elmozdulások ábrázolása

6 Következtetések

A feszültség-eloszlás és az elmozdulások megfelelő ábráit összehasonlítva megfigyelhetjük, hogy adott irányú és nagyságú terhelő erő mellett, azonos rögzítési bázisfelületeket használva, a fog legnagyobb elmozdulása 10% -kal csökkent. Jelen esetben a fogazás során elemi fogazású kerekeket elemeztünk, de vélhetően profileltolást is alkalmazva, még ennél is jelentősebb mértékű különbségeket figyelhetünk meg.

Az első főfeszültségeket ábrázoló 4-1, illetve 5-1 ábrákon megfigyelhetjük, hogy a szabványos profil esetében a maximális feszültség értéke a fogtőben 18 MPa, míg a javasolt görbével 13,84 MPa. Az első főfeszültségeket ábrázoló 5-1 és a 4-1 ábra összehasonlítása alapján megfigyelhetjük, hogy a fogoldalon a feszültség eloszlása sokkal egyenletesebb, ha az általunk javasolt nagyobb lekerekítést alkalmazzuk.

A maximális elmozdulásokat ábrázoló 4-2, illetve 5-2 ábrákon láthatjuk, hogy a szabványos profil esetében a maximális elmozdulás 0,01372 mm, míg a javasolt foglábgörbével csupán 0,01233 mm, tehát az elmozdulás értékét 10% -al csökkentette a javasolt görbe, ugyanolyan terhelési feltételek mellett.

7 Köszönetnyilvánítás

Ezúton szeretném köszönetemet kinyilvánítani az Erdélyi Múzeum Egyesületnek, a kutatás támogatásáért, a Gépészmérnöki Tanszék tanárainak minden segítségért, amellyel hozzájárultak a fejlődésemhez a tanulmányaim során, valamint Dr. Máté Márton vezetőtanáromnak.

8 Irodalomjegyzék (a kutatási részben közvetlenül felhasznált, vagy publikált)

- Máté, M. *Hengeres fogaskerek gyártószerszámai*. Erdélyi Múzeum-Egyesület, Kolozsvár, 2016. 110 - 111old.
- Litvin, F.L. *A fogaskerékkapcsolás elmélete*. Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1972.
- Hodgyai, N, Tolvaly-Rosca, F., Máté, M. *Az alámetszés körülményei lekerekített gyártó fogasléc esetében*. Műszaki Tudományos Közlemények, Kolozsvár, 2020. megjelenés alatt.
- Szeniczai, L. *Az általános fogazás*. Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1955.

9 Áttanulmányozott szakirodalom (előkészületi célból)

- [1] Dudás, I. The Theory & Practice of Worm Gear Drives. Kogan Page US, Sterling, USA, ISBN 1 9039 96619 9, 2004.
- [2] Radzewich, S. P. Gear Cutting Tools. CRC Press, NY, 2010.
- [3] Hollanda, D. Aschiere si scule. Reprografia I.I.S. Tg. Mures, 1982.
- [4] Maros, D., Killmann, V., Rohonyi, V. Csigahajtások. Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1970.
- [5] Gyenge, Cs., Pálffy, K., e.a. Fogazott alkatrészek tervezése, szerszámai és gyártása. Dacia Könyvkiadó, Kolozsvár, 1999.
- [6] Máté, M. Hengeres fogaskerek gyártószerszámai Erdélyi Múzeum-Egyesület, 2016.
- [7] Balajti, Zs. Examination and adjustment of the bearing pattern in case of helicoid drives. 8-th CIRP Conference on High Performance Cutting, Budapest, Hungary, June 25-27. 2018. Journal title: Procedia CIRP, Volume 772018, pp.: 267-270.
- [8] Máté, M. Optimális geometriával rendelkező egyenesfogú metszőkerék fejlesztése DOMUS kutatási jelentés, szerz. szám 4038/24/2018/HTMT.
- [9] Z. Forgó, A. Kakucs, , M. Máté, F. Tolvaly-Rosca, “Development of Helical Teethed Involute Gear Meshed with a Multi-Edge Cutting Tool Using a Mixed Gear Teeth Modeling Method”, in Elsevier Procedia Engineering, Vol. 5, No 2, 2017, ISSN 1877-7058, pp. 1–60.
- [10] Boštjan Trobentar, Simon Kulovec, Gorazd Hlebanja, Srečko Glodež.: Experimental failure analysis of S-polymer gears. Engineering Failure Analysis <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1350630719313160>
- [11] W. Li, A. Wood, R. Weidig, K. Mao: An investigation on the wear behaviour of dissimilar polymer gear engagements. Wear, 271 (2011), pp. 2176-2183.
- [12] TugceTezel, Eyup SabriTopal, Volkan Kovan: Failure analysis of 3D-printed steel gears. <https://doi.org/10.1016/j.engfailanal.2020.104411>.
- [13] Philipp Neubauer, Joachim Bös, Tobias Melz: Evaluation of the gear noise reduction potential of geometrically uneven inequidistant gears. Journal of Sound and VibrationVolume 47312 May 2020Article 11523 <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0022460X20300651>.
- [14] Siyuan Liu, Chaosheng Song, Caichao Zhu, Chengcheng Liang, Huan Bai: Investigation on contact and bending stress of face-hobbed and face-milled hypoid gear Mechanism and Machine Theory, Volume 150, August 2020. Article 103873. <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0094114X2030094X>.
- [15] Anil, Kumarab, C.P.Gandhic, YuqingZhoua, Rajesh. Kumard, Jiawei, Xian Latest developments in gear defect diagnosis and prognosis

<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0263224120302736?via%3Dih> <https://doi.org/10.1016/j.measurement.2020.107735>