

TDK DOLGOZAT

**Paraméteres rezonancia elméleti
vizsgálata mágneses vékonyrétegekben**

Máth Benedek Huba

BME TTK Fizika BSc

Konzulens: **Dr. Udvardi László**
Tudományos főmunkatárs
BME Elméleti Fizika Tanszék



M Ű E G Y E T E M 1 7 8 2

2022

Tartalomjegyzék

1. Bevezető	2
2. Spinhullám közelítés	3
2.1. Spinhullám közelítés általánosan	3
2.2. Alkalmazott modell	3
2.3. 110 rács analitikus számítása $\hat{x}$ irányú anizotrópiával Dzyaloshinskii-Moriya kölcsönhatás nélkül	7
2.4. 110 rács analitikus számítása $\hat{x}$ irányú anizotrópiával Dzyaloshinskii-Moriya kölcsönhatással	8
2.5. Alapállapot vizsgálata	9
3. Paraméteres rezonancia	12
4. Szimuláció	15
4.1. A szimuláció működésének leírása	15
4.2. A szimuláció paraméterei és egységrendszere	17
5. Szimulációs eredmények összefoglalása	18
5.1. Ferromágneses alapállapot Dzyaloshinskii-Moriya kölcsönhatás nélkül	18
5.2. Ferromágneses alapállapot Dzyaloshinskii-Moriya kölcsönhatással	23
5.3. Spin-spirál alapállapot vizsgálata	30
6. Összefoglalás és kitekintés	35
7. Függelék	36

1. Bevezető

A Moore törvény szerint, amelyet az Intel társalapítója az elmúlt évtizedek tapasztalatai alapján állított fel, egy integrált áramkör félvezető lapkáján a tranzisztorok száma 18 hónaponta megduplázódik. Ezt az exponenciális fejlődést nyilvánvalóan nem lehet a végtelenségig fentartani, de a szilárdtestfizika igyekszik olyan új elveken alapuló eszközöket fejleszteni, amelyek kiterjesztik a szabály alkalmazhatóságának időtartamát.

A mindennapjaink informatikai eszközeiben - mobiltelefonokban, táblagépekben, a háztartási gépek mikrovezérlőiben - az információ hordozója az elektron töltése. Gyorsabb és energiahatékonyabb eszközöket kaphatnánk, ha az információ továbbítására és feldolgozására az elektron spinjét használhatnánk fel. Azt a kutatási területet, amely ezt a lehetőséget térképezi fel, spintronikának nevezzük.

A spintronika kezdeteit a gigantikus mágneses ellenállás (GMR) felfedezésének az idejére datálhatjuk[3, 5], amelyért Albert Fert és Péter Grünberg munkásságát 2007-ben Nobel-díjjal ismerték el. A GMR felfedezése rövid időn belül forradalmasította a merevlemez ipart és nagyságrendileg növelte az elérhető adatsűrűséget. Az ugyancsak GMR hatást felhasználó spin-szelepen [8] alapuló mágneses memóriák napjainkban kereskedelmi forgalomban kaphatóak már [1].

A spintronika egyik fiatal ága a magnonika[4, 6]. A magnonikában az információ feldolgozására, tárolására és továbbítására a mágneses rendszer elemi gerjesztéseit, a magnonokat, másképpen spinhullámokat használjuk. Sikeres kísérletileg is megvalósítani olyan magnon tranzisztort, amelyben a spinhullámokat közvetlenül magnonok vezérelnek[7], és nincs szükség magnon-töltés átalakításra. A magnonok alkalmazásának számos előnye lehet a hagyományos félvezető eszközökkel szemben, lásd a [4] hivatkozás negyedik fejezetét, de számos probléma vár még megoldásra. Az egyik megoldandó feladat a spinhullámok gerjesztése. Spinhullámok gerjesztésének hagyományos módja a mikrohullámú antenna, hullámvezető alkalmazása, amelynek a hatásfoka nanoméreteken nagyon kicsi. Egy másik lehetséges megoldás lehet felületi akusztikus hullámok (SAW) alkalmazása. Több kísérletben igazolták a mágneses gerjesztések és a felületi akusztikus hullámok kölcsönhatását[2, 16]. Mikromágneses szimulációk megmutatták, hogy a felületi akusztikus hullámok a magnetoeelasztikus hullámok hullámhosszával azonos hullámhosszú spinhullámokat hoznak létre[9].

Dolgozatomban felületi akusztikus hullámok hatását vizsgálom mágneses vékonyrétegeken spindinamikai szimulációval. Feltételezem, hogy a felületi hullám a piezoelektromos felületre párologtatott mágneses vékonyrétegben periodikus mechanikai feszültséget hoz létre, amely befolyásolja annak mágneses anizotrópiáját. Mivel az akusztikus hullámok hullámhossza nagyságrendekkel nagyobb, mint a spinhullámoké, így az anizotrópia változása térben homogénnek tekinthető. A szimulációk során egytengelyes, időben periodikusan változó anizotrópiával modelleztem az akusztikus hullámokat. Dolgozatomban sikeresen mutatom meg, hogy paraméteres rezonanciát tapasztalunk a vizsgált rendszerekben, valamint ezzel az eljárással valóban lehet spinhullámokat gerjeszteni.

2. Spinhullám közelítés

2.1. Spinhullám közelítés általánosan

A különböző rendszerek mágneses tulajdonságait gyakran írjuk le klasszikus spin modellekkel[14]. A leggyakrabban használt leírás a kvantum Heisenberg modell klasszikus határátmenete, amelyben a spin operátorok helyét az atomi mágneszettséggel párhuzamos egységvektorok veszik át. Egy mágneses monoréteg energiáját nem relativisztikus közelítésben a következőképpen adhatjuk meg:

$$H = -\frac{1}{2} \sum_{ij} J_{ij} \boldsymbol{\sigma}_i \boldsymbol{\sigma}_j, \quad (2.1)$$

ahol J_{ij} az i . és j . spinek kölcsönhatását leíró kicserélődési csatolás, $\boldsymbol{\sigma}_i$ pedig az atomi mágneszettséggel párhuzamos egységvektor az i . rácspontban. A spin-pálya csatolás hatását egy kiterjesztett modellel vehetjük figyelembe, amelyben megjelenhet egy, vagy egynél több anizotróp tag, ezek irányát az $\mathbf{r}_i$ egységvektor írja le, és a klasszikus spinek közötti kölcsönhatást egy 3×3 -as tenzor írja le:

$$H = -\frac{1}{2} \sum_{ij} \boldsymbol{\sigma}_i \mathbf{J}_{ij} \boldsymbol{\sigma}_j - \sum_l \lambda_l \sum_i (\mathbf{r}_l \boldsymbol{\sigma}_i)^2 \quad (2.2)$$

A $\mathbf{J}_{ij}$ csatolás tenzort három részre bonthatjuk:

$$\mathbf{J}_{ij} = \underbrace{\frac{1}{3} \text{Tr}\{\mathbf{J}_{ij}\} \mathbb{I}}_{\text{izotróp csatolás}} + \underbrace{\frac{1}{2} (\mathbf{J}_{ij} + \mathbf{J}_{ij}^T) - \frac{1}{3} \text{Tr}\{\mathbf{J}_{ij}\} \mathbb{I}}_{\text{pszeudó dipolár tag}} + \underbrace{\frac{1}{2} (\mathbf{J}_{ij} - \mathbf{J}_{ij}^T)}_{\text{DM kölcsönhatás}}. \quad (2.3)$$

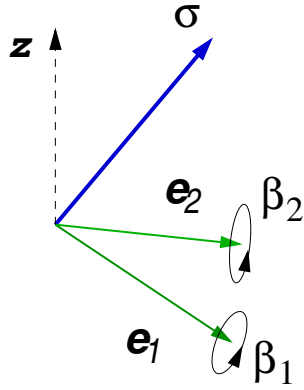
Az első tag megegyezik a nemrelativisztikus közelítésben szereplő J_{ij} skalár csatolással, a második tag szimmetriájában hasonló a mágneses dipól-dipól kölcsönhatással ezért gyakran pszeudó dipolár csatolásnak is nevezik, a legutolsó antiszimmetrikus tag pedig a Dzyaloshinsky-Moriya kölcsönhatás.

2.2. Alkalmazott modell

A számítások során klasszikus közelítésben, az egyensúlyi helyzettől kis kitérésekkel (lineáris közelítésben) számoltam. A klasszikus közelítésben a spinek mozgását a Landau-Lifshitz-Gilbert-egyenlettel írom le 2.4. Erre a továbbiakban LLG-egyenletként hivatkozom.

$$\frac{\partial \mathbf{M}_i}{\partial t} = -\gamma' \mathbf{M}_i \times \mathbf{B}_i^{\text{eff}} - \frac{\alpha \gamma'}{M_i} \mathbf{M}_i \times (\mathbf{M}_i \times \mathbf{B}_i^{\text{eff}}) \quad (2.4)$$

Az egyenletben $\mathbf{M}_i$ az i . rácspontban lévő atom mágneses momentuma, ezt a továbbiakban i . spinnek hívom. α a Gilbert csillapítási tényező, $\gamma' = \frac{\gamma}{1 + \alpha^2}$, γ az elektron giromágneses együtthatója, az effektív tér, mely mozgatja a spint $\mathbf{B}_i^{\text{eff}} = -\frac{\partial E}{\partial \mathbf{M}_i}$, ahol E a rendszer energiája. Az egyensúlyi helyzet körüli sorfejtés érdekében minden spin rácspontjában felvesszünk egy $\boldsymbol{\sigma}_i, \mathbf{e}_{1i}, \mathbf{e}_{2i}$ vektorokkal jellemzett koordinátarendszert, mely a következő tulajdonságokkal rendelkezik minden i -re:



1. ábra. Egy rácspontban felvett koordináta-rendszer egységvektorainak ábrázolása

$$\sigma \mathbf{e}_1 = \sigma \mathbf{e}_2 = \mathbf{e}_1 \mathbf{e}_2 = 0$$

$$\sigma \times \mathbf{e}_1 = \mathbf{e}_2, \quad \mathbf{e}_2 \times \sigma = \mathbf{e}_1$$

Látható, hogy a 2.4 mozgásegyenlet minden pillanatban $\mathbf{M}_i$ -re merőleges irányba mozdítaná azt el, így nem változtatja meg $\mathbf{M}_i$ hosszát. Ezt felhasználva a következő megállapításokat tehetjük:

$$\mathbf{M}_i = M_i \sigma_i, \quad \mathbf{B}_i^{\text{eff}} = -\frac{1}{M_i} \frac{\partial E}{\partial \sigma_i} = \frac{1}{M_i} \frac{\partial E}{\partial \beta_{1i}} \mathbf{e}_{2i} - \frac{1}{M_i} \frac{\partial E}{\partial \beta_{2i}} \mathbf{e}_{1i}$$

Ahol β_{1i} és β_{2i} -vel írjuk le az i . spin aktuális helyzetét. Ezeket bevezetve a 2.4. egyenlet a következő alakban írható fel:

$$M_i \frac{d\sigma_i}{dt} = -\gamma' M_i \sigma_i \times \mathbf{B}_i^{\text{eff}} - \alpha \gamma' M_i \sigma_i \times (\sigma_i \times \mathbf{B}_i) \quad (2.5)$$

Az 2.5. egyenletet egyszer $\mathbf{e}_{1i}$, majd $\mathbf{e}_{2i}$ -vel skalárisan beszorozva, és felhasználva, hogy

$$\frac{d\sigma_i}{dt} = \mathbf{e}_{1i} \times \sigma_i \dot{\beta}_{1i} + \mathbf{e}_{2i} \times \sigma_i \dot{\beta}_{2i} = -\mathbf{e}_{2i} \dot{\beta}_{1i} + \mathbf{e}_{1i} \dot{\beta}_{2i}$$

kapjuk a 2.6 és 2.7. egyenleteket.

$$M_i \dot{\beta}_{2i} = \gamma' \frac{\partial E}{\partial \beta_{1i}} - \alpha \gamma' \frac{\partial E}{\partial \beta_{2i}} \quad (2.6)$$

$$M_i \dot{\beta}_{1i} = -\gamma' \frac{\partial E}{\partial \beta_{2i}} - \alpha \gamma' \frac{\partial E}{\partial \beta_{1i}} \quad (2.7)$$

Az egyenletrendszer megoldásához a rács energiáját a 2.2. egyenlettel számítom ki. Az energia ismeretében kiszámíthatjuk a 2.6. és 2.7. egyenletekben szereplő deriváltakat. A deriváltak kiszámításához a rendszer energiáját Taylor-sorba fejtjük másodrendig. A csupán másodrendű sorfejtést az egyensúlyi helyzettől való kis kitérés indokolja. A Taylor-sorba fejtéshez felhasználjuk a deriváltakra felírható összefüggéseket:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_i}{\partial \beta_{1i}} &= -\mathbf{e}_{2i}, & \frac{\partial \sigma_i}{\partial \beta_{2i}} &= \mathbf{e}_{1i} \\ \frac{\partial^2 \sigma_i}{\partial \beta_{1i}^2} &= -\sigma_i, & \frac{\partial^2 \sigma_i}{\partial \beta_{2i}^2} &= -\sigma_i, & \frac{\partial^2 \sigma_i}{\partial \beta_{1i} \partial \beta_{2i}} &= 0 \end{aligned}$$

Ezen összefüggések segítségével kiszámíthatjuk az első (2.8.) és másodrendű deriváltakat 2.9., 2.10., és a 2.11.

$$\frac{\partial E}{\partial \beta_{1i}} = \sum_j \mathbf{e}_{2i} \mathbf{J}_{ij} \sigma_j + \sum_l 2\lambda_l (\mathbf{r}_l \sigma_i) (\text{textbf} r_l \mathbf{e}_{2i}), \quad \frac{\partial E}{\partial \beta_{2i}} = -\sum_j \mathbf{e}_{1i} \mathbf{J}_{ij} \sigma_j + \sum_l 2\lambda_l (\mathbf{r}_l \sigma_i) (\mathbf{r}_l \mathbf{e}_{1i}) \quad (2.8)$$

$$A_{ik} = \frac{\partial^2 E}{\partial \beta_{1i} \partial \beta_{1k}} = \left(\sum_j \sigma_i \mathbf{J}_{ij} \sigma_j + \sum_l -2\lambda_l (\mathbf{r}_l \mathbf{e}_{2i})^2 + 2\lambda_l (\mathbf{r}_l \sigma_i)^2 \right) \delta_{ij} - \mathbf{e}_{2i} \mathbf{J}_{ik} \mathbf{e}_{2k} \quad (2.9)$$

$$C_{ik} = \frac{\partial^2 E}{\partial \beta_{2i} \partial \beta_{2k}} = \left(\sum_j \sigma_i \mathbf{J}_{ij} \sigma_j + \sum_l -2\lambda_l (\mathbf{r}_l \mathbf{e}_{1i})^2 + 2\lambda_l (\mathbf{r}_l \sigma_i)^2 \right) \delta_{ij} - \mathbf{e}_{1i} \mathbf{J}_{ik} \mathbf{e}_{1k} \quad (2.10)$$

$$B_{ik} = \frac{\partial^2 E}{\partial \beta_{1i} \partial \beta_{2k}} = \sum_l 2\lambda_l (\mathbf{r}_l \mathbf{e}_{1i}) (\mathbf{r}_l \mathbf{e}_{2i}) \delta_{ik} + \mathbf{e}_{2i} \mathbf{J}_{ik} \mathbf{e}_{1k} \quad (2.11)$$

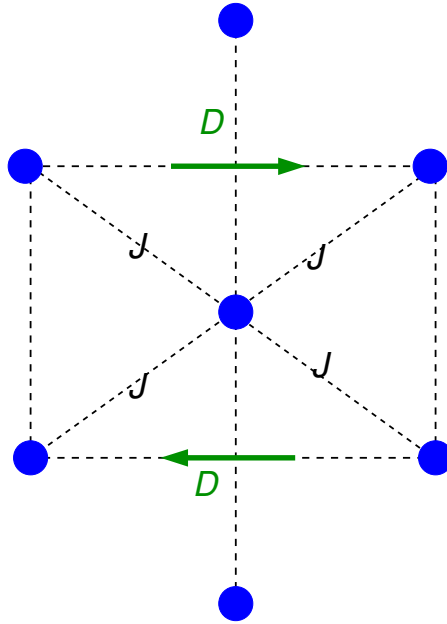
Ezen egyenletekben λ_l a $\mathbf{r}_l$ egységvektor irányú anizotrópia nagysága. Dolgozatomban $\hat{\mathbf{x}}$ és $\hat{\mathbf{y}}$ irányú anizotrópiákkal dolgozom.

Ezen jelölések bevezetésével felírhatjuk az energiát másodrendig Taylor-sorba fejtve, megjegyezve, hogy egyensúly körül fejtünk sorban, emiatt az elsőrendű deriváltak eltűnnek. A másodrendig sorbafejtés a 2.12. egyenletben látható. Az LLG-egyenletrendszer a 2.12. egyenlet deriválása után a 2.13. és 2.14. alakra hozható

$$E = E_0 + \frac{1}{2} \sum_{ik} (A_{ik} \beta_{1i} \beta_{1k} + B_{ik} \beta_{1i} \beta_{2k} + B_{ki} \beta_{1k} \beta_{2i} + C_{ik} \beta_{2i} \beta_{2k}) \quad (2.12)$$

$$M_i \dot{\beta}_{1i} = -\gamma' \sum_k (B_{ki} + \alpha A_{ik}) \beta_{1k} - \gamma' \sum_k (C_{ik} + \alpha B_{ik}) \beta_{2k} \quad (2.13)$$

$$M_i \dot{\beta}_{2i} = \gamma' \sum_k (A_{ik} - \alpha B_{ki}) \beta_{1k} + \gamma' \sum_k (B_{ik} - \alpha C_{ik}) \beta_{2k} \quad (2.14)$$



2. ábra. 110 rács modellje az általam vizsgált rendszerekben. A számolások során az ábra közepén lévő spint nevezem 0.-nak, az első szomszédokat 1 – 4. a bal felsőtől kezdve pozitív irányba körbejárva a 0. spint. 5-el jelölöm a 0-tól felfele elhelyezkedő másodsomszédot, 6-al az alsót. Az 1 – 4. spinek által kifeszített téglalap rövidebb oldala a hosszú, míg a hosszabb $\sqrt{2}a$

Felhasználom, hogy a spinek nagysága megegyezik, így innentől a mágneses momentumot a következő módon jelölöm: $M_i = M$. Továbbá felhasználom, hogy az általam vizsgált modellrendszerekben első, izotróp csatolást tételeztem fel, és másodsomszéd Dzyaloshinskii-Moriya kölcsönhatást, a rács modellje a 2. ábrán látható, ezért B_{ik} az elsőszomszédok között eltűnik, a másodsomszédok között teljesül, hogy $B_{ki} = -B_{ik}$ Ekkor a 2.13. és 2.14. egyenleteket a 2.15. és 2.16. alakban írom fel.

$$\dot{\beta}_{1i} = \frac{\gamma'}{M} \sum_k (B_{ik} - \alpha A_{ik}) \beta_{1k} - \frac{\gamma'}{M} \sum_k (C_{ik} + \alpha B_{ik}) \beta_{2k} \quad (2.15)$$

$$\dot{\beta}_{2i} = \frac{\gamma'}{M} \sum_k (A_{ik} + \alpha B_{ik}) \beta_{1k} + \frac{\gamma'}{M} \sum_k (B_{ik} - \alpha C_{ik}) \beta_{2k} \quad (2.16)$$

A modell rendszeremben ha az elsőszomszéd csatolás és a konstans anizotrópia elegendően nagyobb a DM-kölcsönhatásnál, akkor az alapállapot ferromágneses lesz. Kihasználva a rendszer translációs szimmetriáját és bevezetve a $\varphi(\mathbf{q})_j = \frac{1}{N} \sum_k \beta_{jk} e^{i\mathbf{q}\mathbf{R}_k}$, itt $j \in \{1, 2\}$. változókat, az egyenletrendszer szétcsatolódik.

Ezekkel az új változókkal a reciproktérben felírom a megoldandó egyenletrendszert 2.17, ahol az együtthatók definíciója 2.18. Az egyenletrendszer megoldása során feltételezem, hogy a megoldás felírható az $\varphi(\mathbf{q}, t) = e^{i\omega t} \varphi(\mathbf{q}, t = 0)$ alakban. Az egyenletrendszer egyszerűsítése után a 2.17. együttható mátrixának sajátértékei fogják megadni a feltételezett megoldást leíró $i\omega$ együtthatót.

$$\begin{pmatrix} \dot{\varphi}_1(\mathbf{q}) \\ \dot{\varphi}_2(\mathbf{q}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b(\mathbf{q}) - \alpha a(\mathbf{q}) & -c(\mathbf{q}) - \alpha b(\mathbf{q}) \\ a(\mathbf{q}) + \alpha b(\mathbf{q}) & b(\mathbf{q}) - \alpha c(\mathbf{q}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varphi_1(\mathbf{q}) \\ \varphi_2(\mathbf{q}) \end{pmatrix} \quad (2.17)$$

$$a(\mathbf{q}) = \frac{\gamma'}{M} \sum_k A_{0k} e^{i\mathbf{q}\mathbf{R}_k}, \quad b(\mathbf{q}) = \frac{\gamma'}{M} \sum_k B_{0k} e^{i\mathbf{q}\mathbf{R}_k}, \quad c(\mathbf{q}) = \frac{\gamma'}{M} \sum_k C_{0k} e^{i\mathbf{q}\mathbf{R}_k} \quad (2.18)$$

2.3. 110 rács analitikus számítása $\hat{\mathbf{x}}$ irányú anizotrópiával Dzyaloshinskii-Moriya kölcsönhatás nélkül

Ebben a részben bemutatom az általam vizsgált legegyszerűbb modellt, és végigvezetem rajta a 2.2. részlegben bemutatott számolást, aminek végén kiszámítom a rendszerre jellemző körfrekvenciát.

Ezen modellben csak a legközelebbi szomszédok között fellépő kölcsönhatást vettem figyelembe. A számolásokban a kölcsönhatásokat a legközelebbi szomszédok között J -vel szorzott egységmátrixokkal veszem figyelembe, a nem legközelebbi szomszédok esetén nullmátrixok lesznek ezek. Ezen túl a rácsra jellemző anizotrópiát $\hat{\mathbf{x}}$ irányúnak, λ_x nagyságúnak veszem. A rács ábrája a 2. ábrán látható, ebben a modellben $D = 0$.

A fentebb leírtaknak megfelelően kiszámolom a 2.9-2.11. egyenletek szerint a megfelelő együtthatókat 2.19.-2.21. Az együtthatók ismeretében kiszámítom a 2.18. összefüggések szerint az együtthatók Fourier-transzformáltját. Felhasználom, hogy a B_{0i} együtthatók nullák, valamint a $A_{0i} = C_{0i}$ $i \in \{0, 1, 2, 3, 4\}$. Ezek miatt elegendő az $a(\mathbf{q})$ együtthatót kiszámítani 2.22.

$$A_{00} = 4J + 2\lambda_x \quad A_{0i} = -J; i \in \{1, 2, 3, 4\} \quad (2.19)$$

$$C_{00} = 4J + 2\lambda_x \quad C_{0i} = -J; i \in \{1, 2, 3, 4\} \quad (2.20)$$

$$B_{0i} = 0; i \in \{0, 1, 2, 3, 4\} \quad (2.21)$$

$$a(\mathbf{q}) = c(\mathbf{q}) = 4J - 2J \cos\left(\frac{-q_x a}{\sqrt{2}} + \frac{q_y a}{2}\right) - 2J \cos\left(\frac{q_x a}{\sqrt{2}} + \frac{q_y a}{2}\right) + 2\lambda_x \quad (2.22)$$

Ezzel felírom a megoldandó egyenletrendszer a 2.17. egyenletnek megfelelően.

$$\begin{pmatrix} \dot{\varphi}_1(\mathbf{q}) \\ \dot{\varphi}_2(\mathbf{q}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\alpha a(\mathbf{q}) & -a(\mathbf{q}) \\ a(\mathbf{q}) & -\alpha a(\mathbf{q}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varphi_1(\mathbf{q}) \\ \varphi_2(\mathbf{q}) \end{pmatrix} \quad (2.23)$$

A 2.23. egyenletben szereplő mátrix sajátértékei $\lambda_{1,2} = -\alpha a \pm i a$ lesznek. Ezek közül a számunkra releváns sajátérték a $\lambda = -\alpha a + i a$ lesz, ez egyenlő a rendszerre jellemző $i\omega$ -val. Ezzel a körfrekvencia a 2.24. egyenlettel írható fel. Ezt az eredményt behelyettesítve a feltételezett $\boldsymbol{\varphi}(\mathbf{q}, t) = e^{i\omega t} \boldsymbol{\varphi}(\mathbf{q}, t = 0)$ alakú megoldásba, jól láthatóvá válik, hogy a Gilbert-csillapítás révén a körfrekvencia képzetes részén keresztül, a $\boldsymbol{\varphi}$ vektor exponenciálisan lecseng. A körfrekvencia valós része adja a rendszerre jellemző körfrekvenciát. A lecsengés a szimulációkban az energia és az általam szórásként nevezett mennyiség időbeli lecsengésében figyelhető meg, amit a következő módon definiálok:

$$\text{szórás} = \frac{1}{N} \sum_k (1 - \sigma_{xk}^2)$$

ahol N a spinek száma a vizsgált rácson, σ_{xk} a k . spin $\hat{x}$ irányú komponense. Jelen esetben ez a spinek alapállapottól való átlagos eltérése.

$$\omega = a(\mathbf{q}) \cdot (1 + i\alpha) = \left(4J - 2J \cos\left(\frac{-q_x a}{\sqrt{2}} + \frac{q_y a}{2}\right) - 2J \cos\left(\frac{q_x a}{\sqrt{2}} + \frac{q_y a}{2}\right) + 2\lambda_x \right) \cdot (1 + i\alpha) \quad (2.24)$$

Az időbeli periodicitásért felelős, valós tag a 2.24. egyenletből 2.25. Az egyenletből jól látható, hogy mivel a koszinusz függvények abszolút értéke nem haladja meg az 1-et és J valamint λ_x pozitív értékeket vesznek fel, így ω minden lehetséges $\mathbf{q}$ értékre pozitív lesz. Ez azt jelenti, hogy az alapállapot mindig ferromágneses.

$$\omega_{\text{period}} = 4J - 2J \cos\left(\frac{-q_x a}{\sqrt{2}} + \frac{q_y a}{2}\right) - 2J \cos\left(\frac{q_x a}{\sqrt{2}} + \frac{q_y a}{2}\right) + 2\lambda_x \quad (2.25)$$

2.4. 110 rács analitikus számítása $\hat{x}$ irányú anizotrópiával Dzyaloshinskii-Moriya kölcsönhatással

Ebben a fejezetben bemutatam az általam vizsgált, a 2.3 fejezetben bemutatott modellenél egy fokkal összetettebb modellt, amelynél már figyelembe veszem a második szomszédokat is a Dzyaloshinskii-Moriya kölcsönhatás révén. A modellen végigvezetem a 2.2 részben bemutatott számolást, és kiszámítom a rendszerre jellemző körfrekvenciát. Ezt követően diszkutálom az eredményt, és megvizsgálom, hogy milyen körülmények között lesz a rendszer alapállapota a feltételezésnek megfelelően ferromágneses, és mikor lesz spin-spirál. A modell ábrája a 2. ábrán látható, ebben az esetben már $D \neq 0$.

A 2.3. fejezethez hasonlóan a legközelebbi szomszédok közötti kölcsönhatásokat szintén J -vel szorzott egységmátrixokkal veszem figyelembe, és a rácsra jellemző anizotrópiát szintén $\hat{x}$ irányúnak, λ_x nagyságúnak veszem. A második szomszédok közötti kölcsönhatások mátrixa a 2.26. egyenletben láthatóak, ahol D egy, a Dzyaloshinskii-Moriya kölcsönhatás erősségét leíró együttható.

$$\mathbf{J}_{05} = D \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \quad \mathbf{J}_{06} = D \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (2.26)$$

Ezeknek megfelelően kiszámítom a 2.9-2.11 egyenletek szerint az együtthatókat 2.27-2.29. Felhasználom, hogy $A_{0i} = C_{0i}$; $i \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, így elegendő az $a(\mathbf{q})$ és $b(\mathbf{q})$ Fourier-transzformált együtthatókat kiszámítanom a 2.18. összefüggések szerint.

$$A_{00} = 4J + 2\lambda_x \quad A_{0i} = -J; i \in \{1, 2, 3, 4\} \quad A_{05} = A_{06} = 0 \quad (2.27)$$

$$C_{00} = 4J + 2\lambda_x \quad C_{0i} = -J; i \in \{1, 2, 3, 4\} \quad C_{05} = C_{06} = 0 \quad (2.28)$$

$$B_{0i} = 0; i \in \{0, 1, 2, 3, 4\} \quad B_{05} = -D \quad B_{06} = D \quad (2.29)$$

$$a(\mathbf{q}) = c(\mathbf{q}) = 4J - 2J \cos\left(\frac{-q_x a}{\sqrt{2}} + \frac{q_y a}{2}\right) - 2J \cos\left(\frac{q_x a}{\sqrt{2}} + \frac{q_y a}{2}\right) + 2\lambda_x \quad (2.30)$$

$$b(\mathbf{q}) = 2iD \sin(q_y a) \quad (2.31)$$

Ezzel felírom a 2.17. egyenletnek megfelelően az egyenletrendszer 2.32. Az egyenletben szereplő együttható mátrix sajátértékei $\lambda_{1,2} = b(\mathbf{q}) - \alpha a(\mathbf{q}) \pm i(a(\mathbf{q}) + \alpha b(\mathbf{q}))$. A számunkra releváns sajátérték megint csak a pluszos tag lesz, $\lambda = b(\mathbf{q}) - \alpha a(\mathbf{q}) + i(a(\mathbf{q}) + \alpha b(\mathbf{q}))$.

$$\begin{pmatrix} \dot{\varphi}_1(\mathbf{q}) \\ \dot{\varphi}_2(\mathbf{q}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b(\mathbf{q}) - \alpha a(\mathbf{q}) & -a(\mathbf{q}) - \alpha b(\mathbf{q}) \\ a(\mathbf{q}) + \alpha b(\mathbf{q}) & b(\mathbf{q}) - \alpha a(\mathbf{q}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varphi_1(\mathbf{q}) \\ \varphi_2(\mathbf{q}) \end{pmatrix} \quad (2.32)$$

Hasonlóan a 2.3. rész eredményéhez, a körfrekvencia képzetes része az időbeli lecsengésért lesz felelős, míg a valós része az időbeli periodicitásért. A lecsengés a szimulációkban, ahogy azt később megmutatom, az energia és a szórásnak nevezett, 2.3 részben értelmezett mennyiség időbeli változásán figyelhető meg. A teljes körfrekvencia a 2.33., míg a valós része a 2.34. egyenletben látható.

$$\omega = a(\mathbf{q})(1 + i\alpha) + b(\mathbf{q})(\alpha - i) \quad (2.33)$$

$$\omega_{\text{period}}(\mathbf{q}) = 4J - 2J \cos\left(\frac{-q_x a}{\sqrt{2}} + \frac{q_y a}{2}\right) - 2J \cos\left(\frac{q_x a}{\sqrt{2}} + \frac{q_y a}{2}\right) + 2\lambda_x + 2D \sin(q_y a) \quad (2.34)$$

2.5. Alapállapot vizsgálata

A 2.34. egyenletet összehasonlítva a 2.25. egyenlettel, látható, hogy az előbbire nem érvényes az a megállapítás, mint az utóbbira, -azaz minden lehetséges $\mathbf{q}$ értékre pozitív- melyért a szinuszos tag felelős. Ezen fejezetben megvizsgálom, hogy milyen paraméter értékek (J, λ_x, D) és milyen hullámszám értékek mellett lesz a körfrekvencia valós része negatív, azaz mikor lesz az alapállapot nem ferromágneses, hanem spin-spirál.

Ezen számítás során megkeresem az $\omega_{\text{period}}(\mathbf{q})$ függvény szélsőértékeinek helyét a Brillouin-zónán belül, majd megvizsgálom, melyikek ezek közül lokális minimumhelyek. Ezt követően megvizsgálom, hogy milyen paraméter értékek mellett lesz a lokális minimumhelyen $\omega_{\text{period}}(\mathbf{q})$ értéke negatív.

A többváltozós függvény szélsőértékeinél a függvény gradiense 0. A körfrekvencia gradiense 2.35. egyenletben látható, akkor 0, ha a változók szerinti parciális deriváltak egyenként 0-ák. Az egyenletben $\delta_1 = \frac{q_x a}{\sqrt{2}}$ és $\delta_2 = \frac{q_y a}{2}$. A q_x szerinti parciális derivált 0 feltételéből egyenletrendezés és trigonometrikus azonosságok felhasználásával következik 2.37.

$$\nabla \omega_{\text{period}}(\mathbf{q}) = \begin{pmatrix} -\sqrt{2}J a \sin(-\delta_1 + \delta_2) + \sqrt{2}J a \sin(\delta_1 + \delta_2) \\ J a \sin(-\delta_1 + \delta_2) + J a \sin(\delta_1 + \delta_2) + 2D a \cos(2\delta_2) \end{pmatrix} = 0 \quad (2.35)$$

$$\mathbf{H}(\omega(\mathbf{q})) = \begin{pmatrix} J a^2 (\cos(-\delta_1 + \delta_2) + \cos(\delta_1 + \delta_2)) & \frac{J a^2}{\sqrt{2}} (-\cos(-\delta_1 + \delta_2) + \cos(\delta_1 + \delta_2)) \\ \frac{J a^2}{\sqrt{2}} (-\cos(-\delta_1 + \delta_2) + \cos(\delta_1 + \delta_2)) & \frac{J a^2}{2} (\cos(-\delta_1 + \delta_2) + \cos(\delta_1 + \delta_2)) - 2D a^2 \sin(2\delta_2) \end{pmatrix} \quad (2.36)$$

$$\frac{\partial \omega_{\text{period}}(\mathbf{q})}{\partial q_x} = -\sqrt{2}J a \sin(-\delta_1 + \delta_2) + \sqrt{2}J a \sin(\delta_1 + \delta_2) = 0 \rightarrow \sin(\delta_1) \cos(\delta_2) = 0 \quad (2.37)$$

$$\frac{\partial \omega_{\text{period}}(\mathbf{q})}{\partial q_y} = Ja \sin(-\delta_1 + \delta_2) + Ja \sin(\delta_1 + \delta_2) + 2Da \cos(2\delta_2) \quad (2.38)$$

A 2.37. egyenlet két esetben teljesülhet a Brillouin-zónán belüli q_x és q_y értékekre:

1. $\sin(\delta_1) = 0 \rightarrow \delta_1 = 0$
2. $\cos(\delta_2) = 0 \rightarrow \delta_2 = \pm \frac{\pi}{2}$

Először bebizonyítom a 2. esetről, hogy nem lokális minimumhely, majd megvizsgálom a 1. esetet.

A 2. eset eredményét behelyettesítve az $\omega_{\text{period}}(\mathbf{q})$ q_y szerinti parciális deriváltjába (2.38.), az egyenletet rendezve azt kapjuk, hogy $\cos(\delta_1) = \pm \frac{D}{J}$. Megjegyzendő, hogy ezen hányados az általam vizsgált modellekre 1-nél kisebb. Ezen eredményeket behelyettesítve a Hesse-mátrixba (2.36.) kapjuk a 2.39. mátrixot. Ez a mátrix biztosan nem pozitív definit, mert az első aldeterminánsának értéke 0, valamint a teljes mátrix determinánsa a $\sin(\delta_1)$ pontos értékétől függetlenül negatív, megjegyezve, hogy a $|\cos(\delta_1)| \neq 1$, így a $\sin(\delta_1) \neq 0$. Ezzel bebizonyítottam, hogy a 2. eset nem lokális minimumhely, mert ha az lenne, akkor a Hesse-mátrix abban a pontban pozitív definit lenne.

$$\mathbf{H}(\omega_{\text{period}}(\mathbf{q})) = \begin{pmatrix} 0 & -\sqrt{2}Ja^2 \sin(\delta_1) \\ -\sqrt{2}Ja^2 \sin(\delta_1) & 0 \end{pmatrix} \quad (2.39)$$

A következőkben megvizsgálom, hogy az 1. eset leírhat-e lokális minimumhelyet, és ha igen, akkor milyen paraméterek mellett. A feltételt behelyettesítve a 2.38. egyenletbe, trigonometrikus azonosságok felhasználásával az egyenlet rendezése után a 2.40. másodfokú

egyenletet kapom. Az egyenlet megoldásai közül a $\sin(\delta_2) = \frac{\frac{J}{D} - \sqrt{\left(\frac{J}{D}\right)^2 + 8}}{4}$ lesz a fizikailag helyes, mert az egyenlet másik gyöke az általam vizsgált modellekben ($J > D > 0$) 1-nél nagyobb abszolútértékű lenne, így nem lehetne egy szinusz függvény értéke.

$$2\sin^2(\delta_2) - \frac{J}{D}\sin(\delta_2) - 1 = 0 \rightarrow \sin(\delta_2) = \frac{\frac{J}{D} \pm \sqrt{\left(\frac{J}{D}\right)^2 + 8}}{4} \quad (2.40)$$

Ezen értékeket behelyettesítve a 2.36. egyenletbe, kapjuk 2.41. mátrixot. Az első aldetermináns vizsgálva belátható, hogy az általam vizsgált hely csak akkor lesz lokális minimum, ha $\cos(\delta_2) > 0$, megjegyzendő, hogy ennek ismeretében a továbbiakban felhasználható, hogy $\cos(\delta_2) = \sqrt{1 - \sin^2(\delta_2)}$. Ha ez teljesül, akkor a teljes mátrix determinánsa biztosan pozitív, mert a $\sin(\delta_2) < 0$, így a mátrix bal alsó eleme pozitív.

$$\mathbf{H}(\omega_{\text{period}}(\mathbf{q})) = \begin{pmatrix} 2Ja^2 \cos(\delta_2) & 0 \\ 0 & Ja^2 \cos(\delta_2) - 4Da^2 \sin(\delta_2) \cos(\delta_2) \end{pmatrix} \quad (2.41)$$

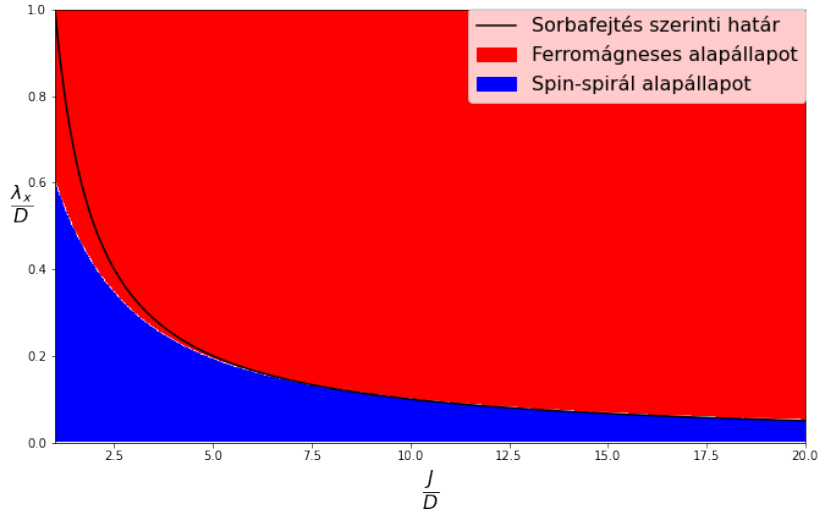
Ezen eredményeket felhasználva behelyettesítem a 2.34. egyenletbe, és ezzel megkapom, hogy a rács alapállapota akkor ferromágneses, ha a 2.42. egyenlet teljesül.

$$4\frac{J}{D}\left(1-\sqrt{1-\left(\frac{\frac{J}{D}-\sqrt{\left(\frac{J}{D}\right)^2+8}}{4}\right)^2}\right)+\left(\frac{J}{D}-\sqrt{\left(\frac{J}{D}\right)^2+8}\right)\sqrt{1-\left(\frac{\frac{J}{D}-\sqrt{\left(\frac{J}{D}\right)^2+8}}{4}\right)^2}+\frac{2\lambda_x}{D}>0 \quad (2.42)$$

Összehasonlításképpen megvizsgálom, milyen eredményt kapok akkor, ha a $q_x = 0, q_y = 0$ pont körül sorbafejtem a 2.34. egyenletet, a q_y -t változtatva. Ezzel a 2.43. egyenlethez jutok, aminek a minimumhelye a $q_y a = \frac{-2D}{J}$ pontban van. Ezt behelyettesítve az egyenletbe, megkapom annak a feltételét, hogy mikor lesz az alapállapot ferromágneses 2.44..

$$\omega_{\text{period}}(\mathbf{q}) \approx \frac{J}{2}(q_y a)^2 + 2Dq_y a + 2\lambda_x \quad (2.43)$$

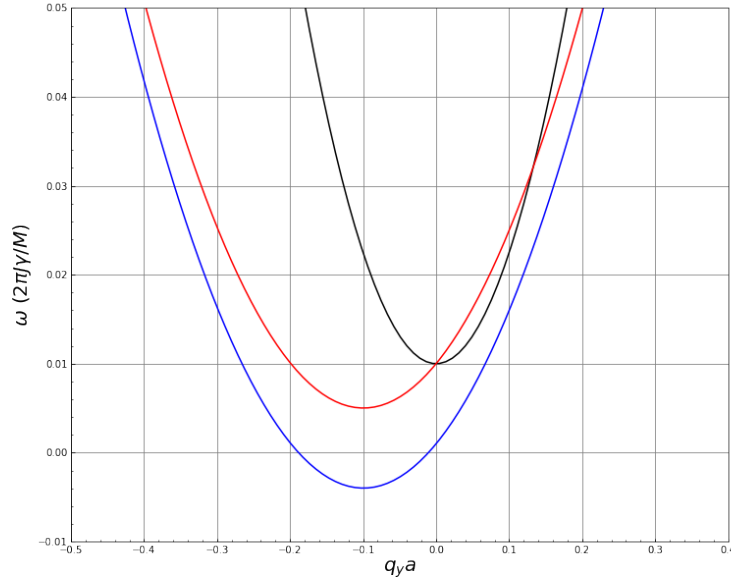
$$-\frac{1}{\frac{J}{D}} + \frac{\lambda_x}{D} > 0 \quad (2.44)$$



3. ábra. Az alapállapotok a paraméterek függvényében

A két eredményt, 2.42. és 2.44., a 3. ábrán ábrázoltam. Megjegyzendő, hogy a két eredmény között nagy eltérés akkor figyelhető meg, amikor a sorbafejtés feltétele a 2.43. egyenlet minimumhelyén nem valósul meg, azaz $q_y a \approx 1$. Ahogy növekszik $\frac{J}{D}$, úgy csökken $q_y a$, így egyre inkább érvényes lesz a $q_y a \ll 1$ közelítés.

A 2.25. és 2.34. eredmények összehasonlítása, valamint a körfrekvenciák összehasonlítása ferromágneses és spin-hullám alapállapotok esetén a 4. ábrán látható.



4. ábra. A körfrekvencia ábrázolása q_y függvényében a $q_x = 0$ vonal mentén. Az ábrán fekete vonallal egy DM-kölcsönhatás nélküli rács körfrekvenciája látható, pirossal egy ferromágneses alapállapotú rácsé, melyen van DM-kölcsönhatás, míg kék vonallal egy spin-spirál alapállapotú rácsé. Jól látható, hogy a DM-kölcsönhatás eltolja a körfrekvencia minimumhelyét, valamint spin-spirál alapállapotú esetben a körfrekvencia minimuma negatív, míg a ferromágneses esetekben pozitív

3. Paraméteres rezonancia

A rezonancia jelenségével számos helyen találkozhatunk. Egyes esetekben a rezonancia destruktív és a cél az elkerülése, míg más esetekben kifejezetten hasznos és a cél az előidézés. Előbbi csoport egyik leghíresebb példája a Tacoma-híd összeomlása, utóbbi csoportba a hangszerek hangképzésétől az RLC-körökig számos példát lehet felhozni. A rezonancia jelenségének vizsgálatára legegyszerűbb modell egy harmonikus oszcillátor kényszerrezgése periodikus gerjesztéssel. Ennek a mozgásegyenlete a 3.1. egyenletben látható. Az egyenletben β a csillapítási tényező, ω_0 a rendszer sajátkörfrekvenciája, az egyenlet jobb oldalán f_0 a gerjesztő erő amplitúdója, ω a körfrekvenciája. Rezonanciát akkor tapasztalhatunk, ha a gerjesztő körfrekvenciát a sajátkörfrekvenciához közelinek állítjuk be.

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \beta \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = f_0 \sin(\omega t) \quad (3.1)$$

Paraméteres rezonanciáról akkor beszélhetünk, ha ellentétben a fentiekben bemutatott harmonikus oszcillátor kényszerrezgésével, az oszcillátor csillapítási tényezője vagy a saját körfrekvenciája az idő függvényében változik. Egy ilyen oszcillátor mozgásegyenlete látható a 3.2. egyenletben. A paraméteres rezonancia jelenségére jó példa a hintázás. Hintázás

során a hinta fizikai ingaként működik. A hintázó kisgyerek a saját pozíciójának változtatásával megváltoztatja a fizikai inga tehetetlenségi nyomatékát, így annak sajátfrekvenciáját is. Amennyiben a testhelyzet változtatást megfelelő időben végzi, a hinta kilengésének amplitúdója időben növekedni fog. [15].

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \beta(t) \frac{dx}{dt} + \omega^2(t) x = 0 \quad (3.2)$$

A következőkben megmutatom egy egyszerű modellben, hogy az általam vizsgált rendszerben valóban egy paraméteres rezonancia jelenség figyelhető meg. Ez a rendszer egy 110 rács, legközelebbi szomszéd csatolással, Dzyaloshinskii-Moriya kölcsönhatás és Gilbert-csillapítás nélkül. Az ezen rendszert leíró mozgásegyenletrendszert a 2.23. alapján a 3.3.-3.4. formában írom fel, kihasználva, hogy a 2.23. egyenletrendszerben a $b(\mathbf{q}) = 0$, ha nincs Dzyaloshinskii-Moriya kölcsönhatás.

$$\dot{\varphi}_1(\mathbf{q}) = -c(\mathbf{q}) \varphi_2(\mathbf{q}) \rightarrow \varphi_2(\mathbf{q}) = \frac{-\dot{\varphi}_1(\mathbf{q})}{c(\mathbf{q})} \quad (3.3)$$

$$\dot{\varphi}_2(\mathbf{q}) = a(\mathbf{q}) \varphi_1(\mathbf{q}) \rightarrow \varphi_1(\mathbf{q}) = \frac{\dot{\varphi}_2(\mathbf{q})}{a(\mathbf{q})} \quad (3.4)$$

Az egyenleteket időszerint lederiválom, feltételezve, hogy $a(\mathbf{q})$ és $c(\mathbf{q})$ is időfüggőek. Ezt követően felhasználom a 3.3 és 3.4. egyenleteket a $\dot{\varphi}_1(\mathbf{q})$ és $\dot{\varphi}_2(\mathbf{q})$ változók kifejezésére, valamint az ezen egyenletekből kifejezett $\varphi_1(\mathbf{q})$ és $\varphi_2(\mathbf{q})$ változókat, annak érdekében, hogy szeparáljam a $\varphi_1(\mathbf{q})$ és $\varphi_2(\mathbf{q})$ változókat. Ezzel jól láthatóan kapok mindkét változóra egy 3.2. alakú egyenletet.

$$\begin{aligned} \ddot{\varphi}_1(\mathbf{q}) &= -c(\mathbf{q}) \dot{\varphi}_2(\mathbf{q}) - \dot{c}(\mathbf{q}) \varphi_2(\mathbf{q}) \rightarrow \ddot{\varphi}_1(\mathbf{q}) - \frac{\dot{c}}{c} \dot{\varphi}_1(\mathbf{q}) + a(\mathbf{q}) \cdot c(\mathbf{q}) \varphi_1(\mathbf{q}) = 0 \\ \ddot{\varphi}_2(\mathbf{q}) &= a(\mathbf{q}) \dot{\varphi}_1(\mathbf{q}) + \dot{a}(\mathbf{q}) \varphi_1(\mathbf{q}) \rightarrow \ddot{\varphi}_2(\mathbf{q}) - \frac{\dot{a}}{a} \dot{\varphi}_2(\mathbf{q}) + a(\mathbf{q}) \cdot c(\mathbf{q}) \varphi_2(\mathbf{q}) = 0 \end{aligned}$$

Ezzel bebizonyítottam, hogy hullámszámtérben a rendszert leíró Fourier-transzformált szögek mozgásegyenletére valóban paraméteres rezonancia jelenséget kaphatunk. Az általam vizsgált modellben az $a(\mathbf{q})$ és $c(\mathbf{q})$ együtthatók időfüggését (2.27.-2.29.). egytengelyes, időben periodikusan változó anizotrópia okozza. A szimulációk során ennél a modellnél bonyolultabbakat vizsgáltam, amik esetében hasonló módon szétválasztható $\varphi_1(\mathbf{q})$ és $\varphi_2(\mathbf{q})$ és a differenciálegyenlet-rendszer 3.2 alakúra hozható.

A fentiekben megmutattam, hogy egy paraméteres rezonancia jelenséget vizsgállok. A következőkben megmutatom, hogy a szimulációk során milyen fizikai mennyiségekben válik kimutathatóvá a paraméteres rezonancia, valamint a 2.17. egyenlet integrálegyenletté átalakítása révén megmutatom, hogy milyen körfrekvenciájú gerjesztés mellett található rezonancia.

A 2.17. egyenletben a $\varphi_1(\mathbf{q})$ és $\varphi_2(\mathbf{q})$ változók a spinek alapállapottól kitérését leíró szögek. A Fourier-transzformáció unitér operátor, így normatartó. Ez azt jelenti, hogy ha a $\varphi_1(\mathbf{q})$ és $\varphi_2(\mathbf{q})$ változók abszolút értékei nagyok, akkor az alapállapottól erősen eltérő, gerjesztett

állapotban van. Emiatt jól megválasztott gerjesztő körfrekvencia mellett a rendszer energiájában az idő függvényében egy tranziens szakasz után egy, az alapállapotnál nagyobb energiaszint körüli oszcillálásra lehet számítani, így az energia az egyik fizikai mennyiség, amiben megfigyelhető a paraméteres rezonancia. A másik mennyiség a következő:

$$\text{szórás} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \sigma^2 - \sigma_x^2$$

N a rács spinjeinek száma, σ_x a spinek $\hat{x}$ irányú komponenseinek nagysága. A mennyiséggel kapcsolatban fontos megjegyezni, hogy az általam vizsgált rendszerben a spinek nagysága egységnyi, így ez a mennyiség 0 és 1 között van a vizsgált rácsok minden konfigurációjára. A szórás bevezetésére az $\hat{x}$ irányú ferromágneses rétegek vizsgálata motivált, feltételezve, hogy a görbék között valamilyen hasonlóságot tapasztalhatok.

A megfelelő gerjesztő körfrekvencia megtalálásának kísérletet teszek a 2.17. analitikus megoldására egy szimulációval is vizsgált esetben. Ebben a modellben Dzyaloshinskii-Moriya kölcsönhatás nélkül, $\hat{x}$ irányú anizotrópiával, ferromágneses alapállapotú rácsot vizsgálunk $\hat{y}$ irányú időben harmonikusan változó anizotrópia mellett. Ekkor a 2.17. egyenletet, felhasználva a $c(\mathbf{q}) = a(\mathbf{q}) - 2\lambda_y \cos(\omega t)$ azonosságot, ahol λ_y a változó anizotrópia amplitúdója, ω a gerjesztő körfrekvencia, a 3.5. alakra hozom.

$$\begin{pmatrix} \dot{\varphi}_1(\mathbf{q}) \\ \dot{\varphi}_2(\mathbf{q}) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \alpha a(\mathbf{q}) & a(\mathbf{q}) \\ -a(\mathbf{q}) & \alpha a(\mathbf{q}) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \varphi_1(\mathbf{q}) \\ \varphi_2(\mathbf{q}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 2\lambda_y \cos(\mathbf{q}) \\ 0 & 2\alpha \lambda_y \cos(\mathbf{q}) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \varphi_1(\mathbf{q}) \\ \varphi_2(\mathbf{q}) \end{pmatrix} \quad (3.5)$$

Ez az egyenlet elsőrendű, lineáris, inhomogén differenciálegyenlet, ami

$$\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{\Lambda}(t)\mathbf{x} = \mathbf{F}(t)$$

alakú. Ennek a megoldása

$$\mathbf{x}(t) = e^{-\mathbf{A}t} \mathbf{x}(t=0) + e^{-\mathbf{A}t} \int_0^t e^{\mathbf{A}t'} \mathbf{F}(t') dt'$$

A 3.5. egyenlet esetében egy általános inhomogén tag helyett a keresett vektorfüggvény szerepel egy időfüggő mátrixszal beszorozva. Ebben az esetben közelítő megoldásokat lehet keresni. Bevezetem a

$$\begin{pmatrix} \varphi_1(\mathbf{q}) \\ \varphi_2(\mathbf{q}) \end{pmatrix} = \boldsymbol{\varphi}(\mathbf{q})$$

jelölést, ezzel a nulladrendű közelítés a következőnek adódik

$$\boldsymbol{\varphi}(\mathbf{q}, t)^0 = e^{-\mathbf{A}t} \boldsymbol{\varphi}(\mathbf{q}, t=0)$$

Az $n+1$ -ed rendű közelítés:

$$\boldsymbol{\varphi}(\mathbf{q}, t)^{n+1} = e^{-\mathbf{A}t} \boldsymbol{\varphi}(\mathbf{q}, t=0) + e^{-\mathbf{A}t} \int_0^t e^{\mathbf{A}t'} \mathbf{\Lambda}(t') \boldsymbol{\varphi}(\mathbf{q}, t')^n dt'$$

A fentebb említett modellen ezt a számolást elvégezve azt tapasztaltam, hogy az elsőrendű közelítés még kiszámítható, ezt a 7. pontban közlöm, azonban már ez is egy hosszú, nehezen kezelhető kifejezés. Az elsőrendűnél nagyobb rendű közelítések kiszámítására tett kísérlet

hosszú futási idő mellett is sikertelen maradt. Az elsőrendű korrekcióból kiolvasható, hogy:

$$\varphi(\mathbf{q}, t)^1 \sim \frac{1}{4a(\mathbf{q}) - \omega^2}$$

Az általam vizsgált modellben $a(\mathbf{q}) = \frac{\gamma'}{M} (4J - 2J \cos(-\delta_1 + \delta_2) - 2J \cos(\delta_1 + \delta_2) + 2\lambda_x)$, itt λ_x a konstans, $\hat{\mathbf{x}}$ irányú anizotrópia, $\delta_1 = \frac{q_x a}{\sqrt{2}}$ és $\delta_2 = \frac{q_y a}{2}$, a korábban bevezetett jelölésnek megfelelően. Ez azt jelenti, hogy $\mathbf{q}$ esetben rezonancia jelenség az $\omega \approx 4\lambda_x$ körfrekvenciánál található, mivel $\frac{\gamma'}{M} \approx 1$ az általam választott egységrendszerben. Ezt a feltételezést a 5. fejezetben szimulációs eredmények is megerősítik.

Fontos megjegyezni, hogy a $\varphi_1(\mathbf{q}, t)$ erősen függ a kezdeti állapottól, így egy rendezetlen, több $\mathbf{q}$ -t tartalmazó kezdeti konfiguráció esetén $\frac{1}{\omega(4a(\mathbf{q}) - \omega^2)}$ több ω értékre is kicsi, így $\varphi_1(\mathbf{q}, t)$ nagy lehet, ezzel több rezonanciacsúcsot is kaphatunk a gerjesztő körfrekvencia függvényében. A fentiekben végigvezetett számítás hasonlóan elvégezhető arra a modellre is, ami továbbra is ferromágneses alapállapotú, de már tartalmaz Dzyaloshinskii-Moriya kölcsönhatást is, azonban ennél a számításnál már elsőrendben sem kaptam analitikus eredményt.

4. Szimuláció

4.1. A szimuláció működésének leírása

A következőkben ismertetem az általam használt szimuláció működésének menetét, előnyét, az általam változtatott paramétereket, valamint megválasztom a szimulációs időlépések nagyságát. A szimuláció bemutatása előtt átirom a 2.4. egyenletet a 4.1. alakra az $\mathbf{A}_i$ vektor bevezetésével. Ezzel az átírással használok fel a semi-implicit midpoint solver módszert a mozgásegyenletek megoldására.[12].

$$\frac{\partial \mathbf{M}_i}{\partial t} = \mathbf{M}_i \times \mathbf{A}_i \quad \mathbf{A}_i = \left(-\gamma' \mathbf{B}_i^{\text{eff}} - \frac{\alpha \gamma'}{M_i} (\mathbf{M}_i \times \mathbf{B}_i^{\text{eff}}) \right) \quad (4.1)$$

Ebben az egyenletben $\mathbf{M}_i$ az i . spin mágneses momentuma - megjegyzendő, hogy minden spin mágneses momentumának nagysága megegyezik-, γ a giromágneses együttható, α a Gilbert-csillapítás, $\gamma' = \frac{\gamma}{1 + \alpha^2}$. A szimulációban az i . spin mozgását meghatározó effektív teret egy adott pillanatban a következő módon számítom ki:

$$\mathbf{B}_i^{\text{eff}} = \sum_j^N \mathbf{J}_{ij} \boldsymbol{\sigma}_j + 2 \sum_k \lambda_k \mathbf{r}_k (\boldsymbol{\sigma}_{ik} \mathbf{r}_k)$$

itt $\mathbf{J}_{ij}$ az i . és j . spinek csatolását leíró mátrix, λ_k a k irányú anizotrópia nagysága, $\mathbf{r}_k$ az ehhez tartozó egységvektor, $k \in \{x, y\}$, $\boldsymbol{\sigma}_i$ az i . spin. A semi-implicit midpoint megoldó módszer két lépésből áll. Az első lépés során kiszámítom a prediktor lépést, majd ennek felhasználásával kiszámítom a korrektor lépést. Ezen egyenletek még az implicit formában a 4.3. és

4.4. egyenletekben láthatóak. A semi-midpoint implicit módszer a 4.2. egyenletben látható módon definiál iterációs lépést. A prediktor lépés bevezetésével az $\mathbf{A}_i$ vektor $\{\mathbf{M}_i(t+dt)\}$ függését kerülöm ki, és vezetem vissza két, zárt alakban megoldható implicit egyenletre.

$$y(t+dt) = y(t) + dt \cdot f\left(t + \frac{dt}{2}, \frac{y(t) + y(t+dt)}{2}\right) \quad (4.2)$$

$$\mathbf{M}_i^p(t+dt) = \mathbf{M}_i(t) + dt \frac{\mathbf{M}_i(t) + \mathbf{M}_i^p(t+dt)}{2} \times \mathbf{A}_i\left(t, \{\mathbf{M}_j(t)\}\right) \quad (4.3)$$

$$\mathbf{M}_i(t+dt) = \mathbf{M}_i(t) + dt \frac{\mathbf{M}_i(t) + \mathbf{M}_i(t+dt)}{2} \times \mathbf{A}_i\left(t + \frac{dt}{2}, \left\{\frac{\mathbf{M}_j(t) + \mathbf{M}_j^p(t+dt)}{2}\right\}\right) \quad (4.4)$$

A 4.3. egyenlet átírható a 4.5. alakra, az átalakítás során felhasználtam, hogy a kereszt-szorzás felírható egy antiszimmetrikus mátrixszal történő szorzásként.

$$\mathbf{KM}_i^p(t+dt) = \mathbf{K}^T \mathbf{M}_i(t); \quad \mathbf{K} = \begin{pmatrix} 1 & -A_z \cdot \frac{dt}{2} & A_y \cdot \frac{dt}{2} \\ A_z \cdot \frac{dt}{2} & 1 & -A_x \cdot \frac{dt}{2} \\ -A_y \cdot \frac{dt}{2} & A_x \cdot \frac{dt}{2} & 1 \end{pmatrix} \quad (4.5)$$

A programban bevezetve az $\mathbf{a} = \mathbf{KM}_i^T(t)$ vektort az egyenletet a Cramer-szabállyal oldom meg. Így a $\mathbf{M}_i^p(t+dt)$ vektor komponenseit a 4.6. egyenlet adja meg, ahol az $\mathbf{M}^\alpha$ ($\alpha \in \{x, y, z\}$) mátrixokat az $\mathbf{M}$ mátrix α oszlopát az $\mathbf{a}$ vektorral kicserélve kapjuk meg, pl.: 4.7.

$$\mathbf{M}_{i,\alpha}^p(t+dt) = \frac{\det(\mathbf{M}^\alpha)}{\det(\mathbf{M})} \quad (4.6)$$

$$\mathbf{M}^x = \begin{pmatrix} a_x & -A_z \cdot \frac{dt}{2} & A_y \cdot \frac{dt}{2} \\ a_y & 1 & -A_x \cdot \frac{dt}{2} \\ a_z & A_x \cdot \frac{dt}{2} & 1 \end{pmatrix} \quad (4.7)$$

Ezt követően a $\mathbf{M}_i^p(t+dt)$ ismeretében kiszámítom az $\mathbf{A}_i\left(t + \frac{dt}{2}, \left\{\frac{\mathbf{M}_j(t) + \mathbf{M}_j^p(t+dt)}{2}\right\}\right)$ vektort, aminek ismeretében 4.5-4.7. számításokat elvégezve a $\mathbf{M}_i(t+dt)$ vektorra is, megkapom a rács spinjeit a $t+dt$ pillanatban.

Megjegyzendő, hogy a 4.5. egyenlet megoldására igaz, hogy $|\mathbf{M}_i^p(t+dt)| = |\mathbf{M}_i(t)|$. Ennek bebizonyításának érdekében átrendezem a 4.5. egyenletet a 4.8. alakra. Ezt megtehetem, mert a $\det(\mathbf{K}) = 1 + A_x^2 + A_y^2 + A_z^2$, ami minden $\mathbf{A}$ vektorra nem 0, tehát $\mathbf{K}$ mátrix inverze létezik. A bizonyítás érdekében a 4.8. egyenletet balról beszorzom $(\mathbf{M}_i^p(t+dt))^T$ -vel, felhasználva a $(\mathbf{AB})^T = \mathbf{B}^T \mathbf{A}^T$ azonosságot megkapom a 4.9. egyenletet. Ezt követően felhasználom, hogy a mátrix szorzás asszociatív, valamint az $(\mathbf{AB})^{-1} = \mathbf{A}^{-1} \mathbf{B}^{-1}$ azonosságot, ezzel belátható, hogy a $\mathbf{M}^{-1} \mathbf{K}^T = (\mathbf{KK}^{-1})^T$. Ezzel bebizonyítottam, hogy $|\mathbf{M}_i^p(t+dt)| = |\mathbf{M}_i(t)|$. Megjegyzendő, hogy ez a bizonyítás leírható a 4.4. egyenlet megoldására is, így ez a megoldó algoritmus valóban megtartja a spinek hosszát minden szimulációs lépés során.

$$\mathbf{M}_i^p = \mathbf{K}^{-1} \mathbf{K}^T \mathbf{M}_i \quad (4.8)$$

$$|\mathbf{M}_i^p(t+dt)|^2 = (\mathbf{M}_i(t))^T \mathbf{K} \mathbf{K}^{-1T} \mathbf{K}^{-1} \mathbf{K}^T \mathbf{M}_i(t) \rightarrow |\mathbf{M}_i^p(t+dt)|^2 = |\mathbf{M}_i(t)|^2 \quad (4.9)$$

Fontos megjegyezni, hogy ezzel az eljárással a teljes rács időfejlődését leíró differenciálegyenletrendszert oldom meg numerikusan. Ezzel szemben a 2. fejezetben egy linearizált egyenletrendszert oldottam meg, valamint ezen linearizált egyenletrendszer időben változó anizotrópiával kiegészített változatát oldottam meg a 3. fejezetben. Az elméleti és szimulációs eredmények emiatt különböznek, azonban, ahogy azt a 5. fejezetben megmutatom, a különbség mértéke nem jelentős.

4.2. A szimuláció paraméterei és egységrendszere

A szimuláció során különböző modelleket, nem valós anyagokat vizsgáltam. Emiatt nagyobb mozgásterem volt a 2.4. és 2.2. egyenletekben szereplő fizikai paraméterek egységrendszerének megválasztására. A következőkben összefoglalom a vizsgált paramétereket, valamint az általam bevezetett egységrendszert mutatom be.

A szimulációk során 110 spinrácson vizsgáltam legközelebbi szomszéd csatolás és egyes esetekben másodszomszéd Dzyaloshinskii-kölcsönhatás, valamint időben állandó, $\hat{x}$ irányú anizotrópia mellett uniaxiális időben periodikusan változó anizotrópia hatását. Az időben változó anizotrópia gerjesztő körfrekvenciája függvényében kerestem paraméteres rezonanciajelenséget a rács energiájában, valamint a fejlebb definiált deviation mennyiségben.

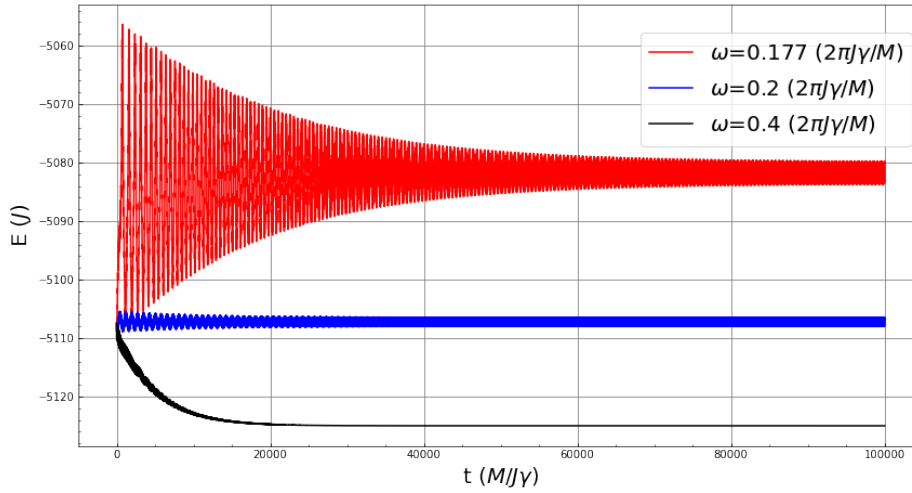
Az egységrendszerem megválasztása során fontos volt, hogy az SI-rendszerrel összhangban legyen, azaz csak bizonyos paraméterek értékét választhatom meg szabadon az SI-rendszerben, a többi paraméter SI-értéke ezekről fog függeni. Az egyenletekben az egyetlen általános fizikai konstans γ a giromágneses együttható, ennek SI-értéke ismert, így kézenfekvő ezt választani az egyik paraméternek, aminek függvényében a többi SI-értékét kifejezem. Emellett még kettőt választhattam, ezek a spinek nagysága, M , és a legközelebbi spinek csatolásának erősségét jellemző J . A 2.2. egyenletben szereplő σ vektorok dimenziótlan egységvektorok, emiatt J energia dimenziójú. Valamint emiatt a szórás is dimenziótlan mennyiség lesz. Azért döntöttem ezek mellett, mert ahogy azt a 1. táblázatban látható, ezekkel kifejezve a többi az egységrendszer könnyen átláthatóvá válik. Fontos megjegyezni, hogy a Gilbert-csillapítás egy fenomenologikus, dimenziótlan együttható, ezért ez nem szerepel a táblázatban.

Fizikai paraméter	Mértékegysége a szimulációban
Spinek nagysága (M)	M
Legközelebbi szomszédok csatolásának erőssége (J)	J
Energia (E)	J
Dzyaloshinskii-Moriya kölcsönhatás erőssége (D)	J
Effektív tér ($\mathbf{B}^{\text{eff}}$)	J/M
k irányú anizotrópia nagysága $k \in \{x, y\}$ (λ_k)	J
Idő (t)	$M/J\gamma$
Gerjesztő körfrekvencia (ω)	$2\pi J\gamma/M$

1. táblázat. A szimuláció paramétereinek mértékegysége J, M és γ egységekben kifejezve

5. Szimulációs eredmények összefoglalása

A szimulációk során ferromágneses és spin-spirál alapállapotú rendszereket vizsgáltam különböző paraméter értékek mellett. A következőkben ezeket mutatom be, és összefoglalom az eredményeimet. A számítások során a spindinamika szimulációt egy adott alaphelyzetből indítottam el, az iterációs lépések során kiírtam a rács energiáját és a szórást.



5. ábra. Az energia az idő függvényében $\mathbf{q} = 0$ kiinduló állapotú, $\hat{\mathbf{x}}$ irányú ferromágneses alapállapotú 50×50 -es rácson $\lambda_x = 0.05J$ nagyságú konstans és $\lambda_y = 0.005J$ $\hat{\mathbf{y}}$ irányú időben változó anizotrópia esetében három különböző gerjesztő körfrekvencia mellett

A 5. ábrán három energia-idő grafikon látható. Ezen az ábrán jól látható, hogy vannak olyan gerjesztő körfrekvenciák, amik esetében valóban egy gerjesztett állapot állandósul, míg más esetekben nem figyelhetünk meg az alapállapottól jelentős eltérést.

A kiértékelés során a tranziens szakasz lecsengése után kiszámítottam mindkét mennyiség átlagát és abból levontam a rács alapenergiáját, majd az így keletkező átlagokat lenormáltam a spinek számával. Az így keletkező értékeket a gerjesztő körfrekvencia függvényében ábrázoltam. Ezzel az eljárással kaptam meg a paraméteres rezonanciagörbéket.

5.1. Ferromágneses alapállapot Dzyaloshinskii-Moriya kölcsönhatás nélkül

Ferromágneses alapállapotú rácsot megvizsgáltam másodszoyszéd Dzyaloshinskii-Moriya kölcsönhatással és anélkül is. A következőkben az utóbbi eset eredményeit foglalom össze.

Megvizsgáltam hogyan változik a rezonanciagörbe konstans $\hat{\mathbf{x}}$ irányú anizotrópia nagyságának függvényében. Ennek érdekében a szimulációt $\mathbf{q} = 0$ állapotból, az $\hat{\mathbf{x}}$ irányú alapállapotból 25° -kal $\hat{\mathbf{y}}$ irányba kitérített állapotból indítottam el. Ennek az az értelme, hogy az alapállapottól nem sokkal kitérített állapotból a tranziens szakasz rövidebb, valamint lesz

lehetőség megfigyelni a rezonanciát. Egyes esetekben előfordult, hogy alapállapotból indítás esetében nem lehetett ezt megfigyelni, feltehetően azért, mert az általam választott λ_y amplitúdó mellett az alapállapot túl stabil ($\lambda_y \approx 0.1 \cdot \lambda_x$). Túl nagy amplitúdó esetén minden gerjesztő körfrekvencia mellett megfigyelhetnénk valamilyen rezonanciát, mivel a változó anizotrópia dominálná a konstans. A kiinduló állapot ilyen módon történő megválasztásának kísérleti relevanciája az, hogy megfelelő irányba felmágnesezett réteg esetén ténylegesen kaphatunk ilyet.

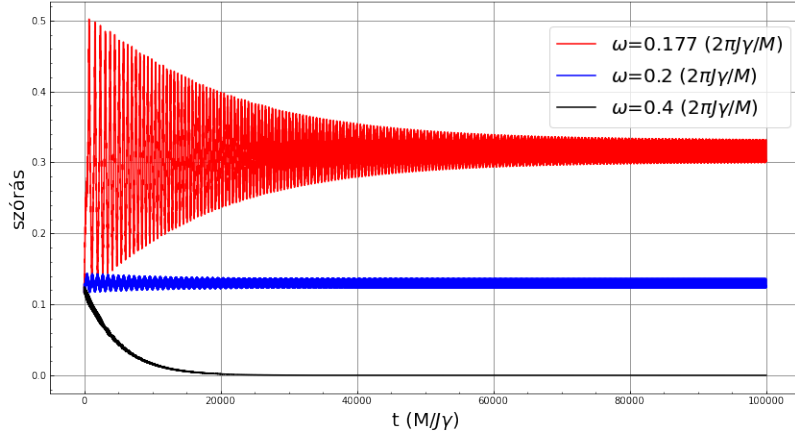
Ezen szimulációk során csak $\hat{y}$ irányban változó anizotrópia hatását vizsgáltam. Ennek az az oka, hogy az időben változó anizotrópia amplitúdója kisebb, mint a konstansé, így ha $\hat{x}$ irányban változó anizotrópiát kapcsolok a rácsra, akkor csak a nagysága változik valamennyit, de nem változik az anizotrópia iránya. Ezzel szemben az $\hat{y}$ irányban változó anizotrópia egy, az alapállapotból kimozdító hatást fog eredményezni, ezzel eltérítve a teljes anizotrópia irányát az $\hat{x}$ iránytól.

A konstans anizotrópia hatásának vizsgálata során alkalmazott rácsok paraméterei a 2. táblázatban láthatóak. Az alapállapot energiáját a 2.2. egyenlet alapján számoltam ki. Látható, hogy a rácsok csak a konstans anizotrópiában különböznek.

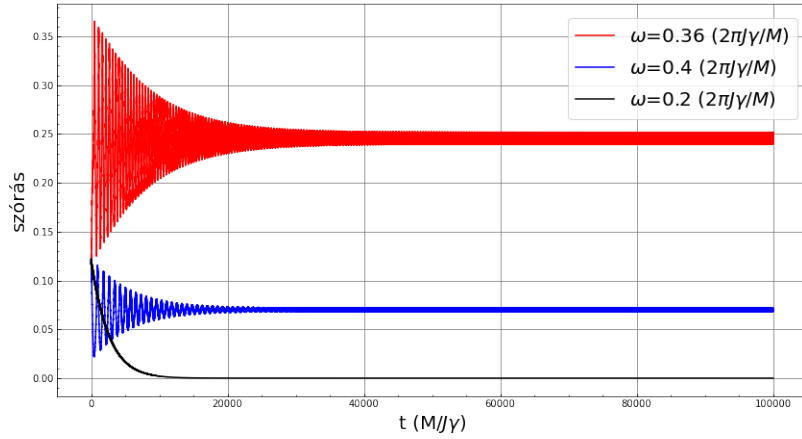
Fizikai paraméter	1.rács	2.rács
rácsméret	50×50	50×50
Gilbert-csillapítás	0.001	0.001
Legközelebbi szomszéd csatolás erőssége	$1J$	$1J$
Spinek mágneses momentuma	$1M$	$1M$
Konstans $\hat{x}$ irányú anizotrópia nagysága (λ_x)	$0.05J$	0.1
Változó anizotrópia amplitúdója (λ_y)	$0.005J$	$0.005J$
Alapállapot energiája	$-5125J$	$-5250J$

2. táblázat. A konstans anizotrópia hatását vizsgálatát szolgáló rácsok paraméterei

A 6a-6b. ábrákon a két rács deviation-idő grafikonját ábrázoltam három-három különböző gerjesztő körfrekvencia mellett. Látható, hogy azokban az esetekben, amikor rezonancia nem figyelhető meg, vagy a kialakuló rezonancia kisebb érték körül kezd oszcillálni, akkor $t = 40000 \frac{M}{J\gamma}$ pillanatnál a tranziens szakasz már lecsengett. Emiatt az energia és szórás átlagszámítást ettől a pillanattól kezdtem.

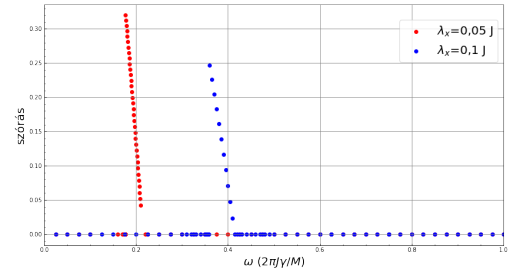
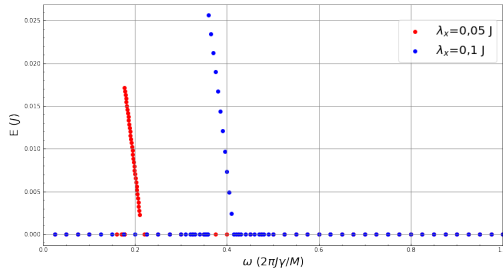


(a) Szórás-idő grafikon az 1. rácson három különböző gerjesztő körfrekvencia esetén ($\lambda_x = 0.05J$)

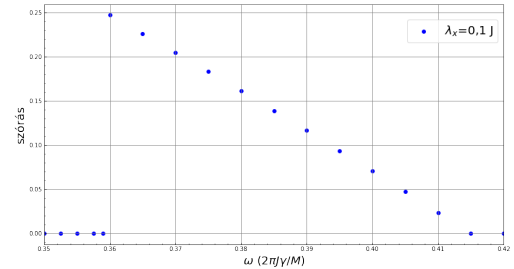
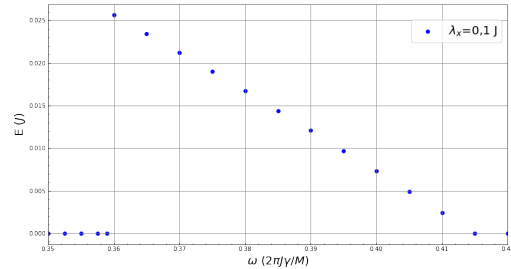
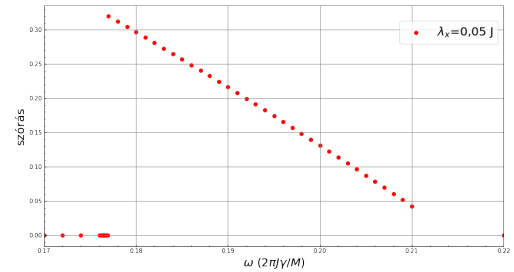
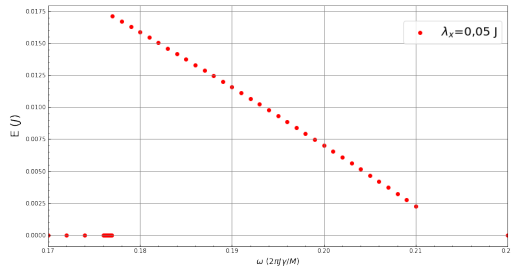


(b) Deviation-idő grafikon a 2. rácson három különböző gerjesztő körfrekvencia esetén ($\lambda_x = 0.1J$)

Az energia-idő és szórás-idő adatok kiértékeléséből kapott rezonanciagörbék a 7. ábrán látható. Az energia-idő adatok kiértékelése során az energia értékéből levontam az alapállapot energiát, majd leosztottam az így kapott értéket leosztottam a spinek számával. Így jártam el az összes szimulációs eredmény kiértékelése során. Látható, hogy a két különböző λ_x érték esetében hasonló alakú rezonanciagörbét kaptam, azonban eltérő gerjesztő körfrekvencia értékeknél. A 8. ábrákon a két rácstra jellemző rezonanciagörbe látható, ráfókuszálva a rezonanciatartományra. Megjegyzendő, hogy ezek a rezonanciagörbék nem a harmonikus oszcillátor kényszerrezgését leíró Lorentz-görbe alakúak, hanem háromszög jellegűek, hasonlóan más, paraméteres rezonancia jelenségek görbéihez. [11].



7. ábra. Az 1 spinre jutó átlagos energia és az átlagos szórás ábrázolása a gerjesztő körfrekvencia függvényében a 2. táblázat szerinti 1. és 2. rácson



8. ábra. Az 1 spinre jutó átlagos energia és az átlagos szórás ábrázolása a gerjesztő körfrekvencia függvényében a 2. táblázat szerinti 1. és 2. rácson, ráfókuszálva a rezonanciartományra

A 9a-9b. ábrákon ábrázoltam a két rács rezonanciagörbéit a $\frac{\omega}{a(\mathbf{q})}$ hányados függvényében, ezzel igazolva a 3. pontban leírtakat ahol a 7.1. egyenlet szerinti feltételezésem az volt, hogy rezonanciára $\omega \approx 2a(\mathbf{q})$ esetében lehet számítani. Az $a(\mathbf{q})$ kiszámítását a 2.22. egyenlet szerint elvégezve kapom, felhasználva, hogy ebben az esetben a rács hullámszáma 0:

$$a(\mathbf{q}=0) = \frac{\gamma'}{M} 2\lambda_x$$

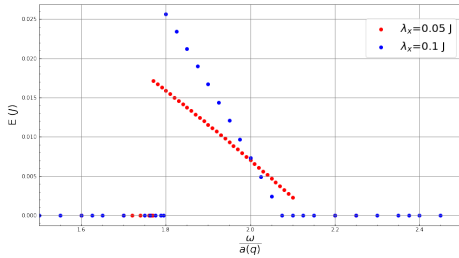
A szimulációban numerikus értékek terén $\frac{\gamma'}{M} \approx 1$, így ezen két rács esetében a rezonanciagörbék körfrekvenciatartományát a konstans anizotrópiák határozzák meg, hiszen ezzel

$\omega \approx 2a(\mathbf{q}) = \frac{\gamma'}{M} 4\lambda_x$. Ez jól látható a 8. ábrákon is. A rezonanciagörbék csúcsainak eltérésére szintén a különböző konstans anizotrópia értékek adnak magyarázatot. Nagyobb konstans anizotrópia, de azonos λ_y érték esetén a szórás érték várhatóan kisebb lesz, hiszen a nagyobb konstans anizotrópia nagyobb $\hat{x}$ irányú erőt jelent. Továbbá nagyobb konstans anizotrópia mellett hasonlóan nagy szórás az alapállapotú energiától jobban eltérő energiaszintet eredményez.

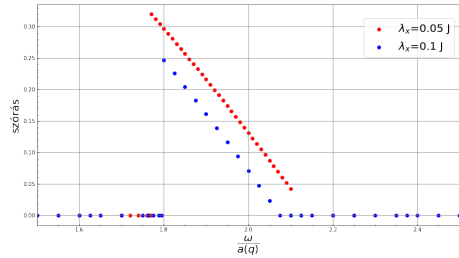
További érdekesség, hogy, ezen rácsok esetében az energia és a szórás mennyiségek között könnyen lehet összefüggést találni. Ehhez a 2.2. egyenletet használom fel. Az összefüggés a 5.1. egyenletben látható. Az egyenlet során felhasználtam, hogy a legközelebbi szomszédok közötti csatolás az egységmátrix J -szere, valamint a spinek egység hosszúak. Az egyenletben N a spinek száma, λ_x a konstans anizotrópia, J a csatolások erőssége, σ_x a spinek $\hat{x}$ irányú komponense. Az összefüggés felírása során továbbá ismételten felhasználtam, hogy a spinek azonosan állnak, a rács hullámszáma 0. Az összefüggés felírása során feltételeztem, hogy az időben változó anizotrópia járuléka az energia-idő görbék tranzienst szakaszát követő átlagolás során már kiesett.

$$\bar{E} = \frac{1}{N} (-2NJ - N\lambda_x\sigma_x^2 - (-2NJ - \lambda_x N)) = \lambda_x(1 - \sigma_x^2) = \lambda_x \cdot \text{szórás} \quad (5.1)$$

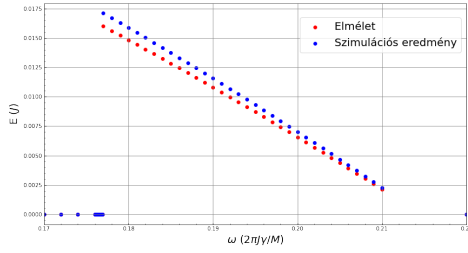
A 10a-10b. ábrákon ábrázoltam a szimulációból származó energia-gerjesztő körfrekvencia adatokat, valamint a szórásból, a 5.1. egyenlet alapján számított energiákat. Ahogy az az ábrákon látható, az elmélet alacsony energiákon jól leköveti a szimulációs eredményeket, azonban magas energiánál már nagyobb eltérés figyelhető meg. Ennek az oka az lehet, hogy magasabb gerjesztések esetén a tranzienst szakasz hosszabb, és a változó anizotrópia járuléka emiatt nem hanyagolható el.



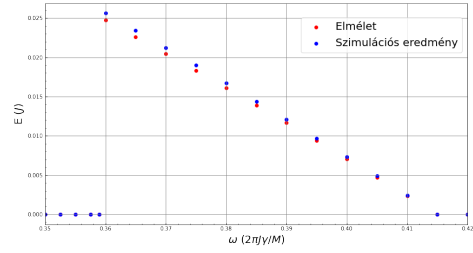
(a) A 2. táblázat 1. rácsának rezonanciagörbéje a $\frac{\omega}{a(\mathbf{q})}$ hányadosának függvényében ábrázolva



(b) A 2. táblázat 2. rácsának rezonanciagörbéje a $\frac{\omega}{a(\mathbf{q})}$ hányadosának függvényében ábrázolva



(a)



(b)

10. ábra. A szimulációs és a 5.1. egyenlet szerint a szórásból számított energia rezonancia-görbék

5.2. Ferromágneses alapállapot Dzyaloshinskii-Moriya kölcsönhatással

A következőkben összefoglalom a Dzyaloshinskii-Moriya kölcsönhatással (DM) ferromágneses rácson végzett szimulációk eredményét.

A szimulációk során alkalmazott rácsok paraméterei a 3. táblázatban láthatóak. A táblázatból kiolvasható, hogy a két rács csak a DM-kölcsönhatásban különbözik, az 1. rácsnál nincs, míg a 2. rácsnál van, valamint az 1. rács megegyezik a 2. táblázat 1.rácsával. A DM-kölcsönhatás a másodsomszéd spinek keresztszorzatával arányos, ezért fontos, hogy a DM rezonanciagörbére kifejtett hatásának vizsgálata során a szimuláció kezdeti konfigurációjában ne legyen minden spin párhuzamos. Ennek érdekében egy általam generált spinhullámot vezettem fel a rácsra a következő módon:

$$\sigma_{xi} = \cos(25^\circ), \quad \sigma_{yi} = \sin(25^\circ) \cos(\mathbf{q}\mathbf{R}_i), \quad \sigma_{zi} = \sin(25^\circ) \sin(\mathbf{q}\mathbf{R}_i), \quad \mathbf{q} = \begin{pmatrix} 0 \\ -2D \\ Ja \end{pmatrix}$$

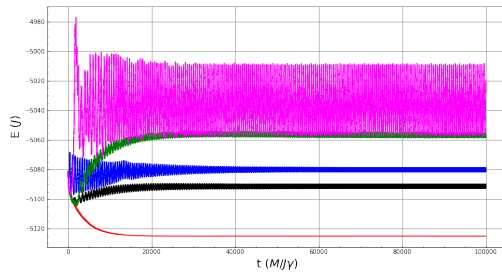
itt $\sigma_{\alpha i}$ az i . spin α komponense, $\alpha \in \{x, y, z\}$, $\mathbf{q}$ a hullámszám, $\mathbf{R}_i$ az i . spin helyvektora. Ez a 4 ábra szerinti minimumponti hullámszámú spinhullám.

Fizikai paraméter	1.rács	2.rács
rácsméret	50×50	50×50
Gilbert-csillapítás	0.001	0.001
Legközelebbi szomszéd csatolás erőssége	$1J$	$1J$
Dzyaloshinskii-Moriya kölcsönhatás erőssége (D)	$0J$	$0, 1J$
Spinek mágneses momentuma	$1M$	$1M$
Konstans $\hat{\mathbf{x}}$ irányú anizotrópia nagysága (λ_x)	$0.05J$	0.05
Változó anizotrópia amplitúdója (λ_y)	$0.005J$	$0.005J$
Alapállapot energiája	$-5125J$	$-5125J$

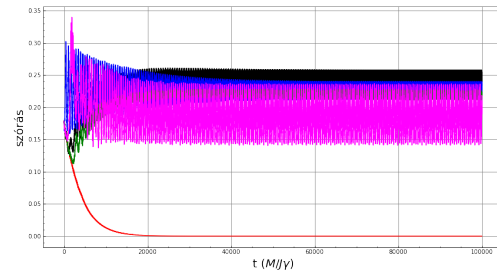
3. táblázat. A Dzyaloshinskii-Moriya kölcsönhatás hatását vizsgáló szimulációsorozat során alkalmazott rácsok paraméterei

A 11a. és 12a. ábrákon látható a szimulációból kapott energia és szórás mennyiségek időfüggése különböző gerjesztő körfrekvenciák esetében. Az ábrákról leolvasható, hogy ger-

jesztő körfrekvenciától függetlenül $t = 40000 \frac{M}{J\gamma}$ pillanatig mindegyik esetben beállt az adott körfrekvenciához tartozó egyensúlyba, legyen az egy gerjesztett, rezonancia állapot, vagy az alapállapot. Emiatt a rezonanciagörbék kiszámítása során ettől a pillanattól végzem a kiátlagolást. Ezzel a kiátlagolással kapom a 13a-16b. ábrákat. Az ábrák kimutatják a DM-kölcsönhatás rezonanciagörbére kifejtett hatását. Az alacsonyabb gerjesztő körfrekvenciák mellett a rezonanciatartományt enyhén lekicsinyíti, míg nagyobb gerjesztő körfrekvenciák esetén látványosan kiszélesíti.

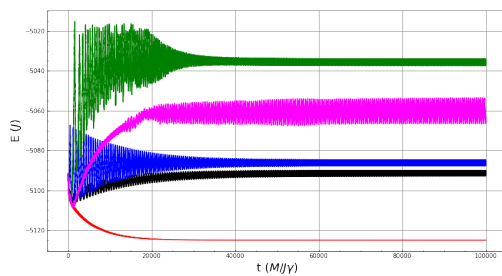


(a) Idő-Energia grafikon 5 különböző gerjesztő körfrekvenciával a 3. táblázat 1. rácsával. Az ábrán a pirossal az $\omega = 0,1 (2\pi J\gamma/M)$, a feketével az $\omega = 0,186 (2\pi J\gamma/M)$, késsel az $\omega = 0,236 (2\pi J\gamma/M)$, zölddel az $\omega = 0,440 (2\pi J\gamma/M)$, rózsaszínnel az $\omega = 0,740 (2\pi J\gamma/M)$ gerjesztő körfrekvenciákkal kapott görbék láthatóak.

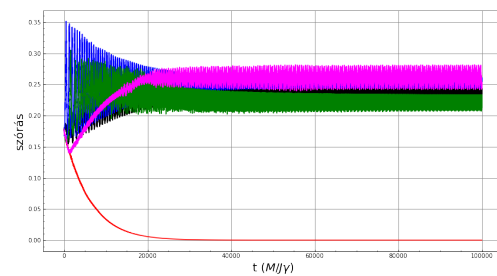


(b) Idő-szórás grafikon 5 különböző gerjesztő körfrekvenciával a 3. táblázat 1. rácsával. Az ábrán a pirossal az $\omega = 0,1 (2\pi J\gamma/M)$, a feketével az $\omega = 0,186 (2\pi J\gamma/M)$, késsel az $\omega = 0,236 (2\pi J\gamma/M)$, zölddel az $\omega = 0,440 (2\pi J\gamma/M)$, rózsaszínnel az $\omega = 0,740 (2\pi J\gamma/M)$ gerjesztő körfrekvenciákkal kapott görbék láthatóak.

11. ábra

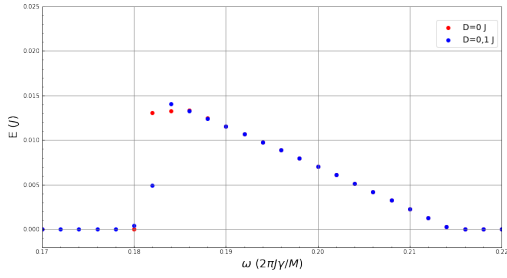


(a) Idő-Energia grafikon 5 különböző gerjesztő körfrekvenciával a 3. táblázat 2. rácsával. Az ábrán a pirossal az $\omega = 0,1 (2\pi J\gamma/M)$, a feketével az $\omega = 0,186 (2\pi J\gamma/M)$, késsel az $\omega = 0,240 (2\pi J\gamma/M)$, zölddel az $\omega = 0,746 (2\pi J\gamma/M)$, rózsaszínnel az $\omega = 0,442 (2\pi J\gamma/M)$ gerjesztő körfrekvenciákkal kapott görbék láthatóak.

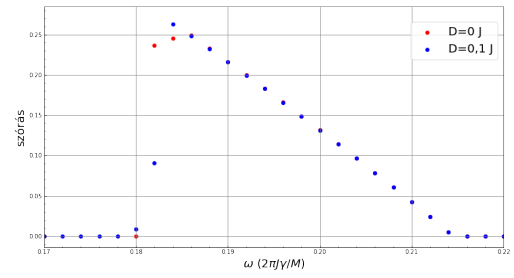


(b) Idő-szórás grafikon 5 különböző gerjesztő körfrekvenciával a 3. táblázat 2. rácsával. Az ábrán a pirossal az $\omega = 0,1 (2\pi J\gamma/M)$, a feketével az $\omega = 0,186 (2\pi J\gamma/M)$, késsel az $\omega = 0,240 (2\pi J\gamma/M)$, zölddel az $\omega = 0,746 (2\pi J\gamma/M)$, rózsaszínnel az $\omega = 0,442 (2\pi J\gamma/M)$ gerjesztő körfrekvenciákkal kapott görbék láthatóak.

12. ábra

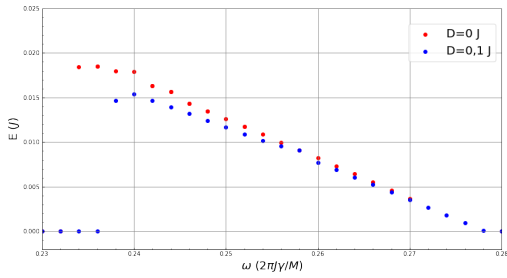


(a) A gerjesztő körfrekvencia-energia rezonanciagörbe 0,2 ($2\pi J\gamma/M$) körüli csúcsa DM-kölcsönhatással és anélkül

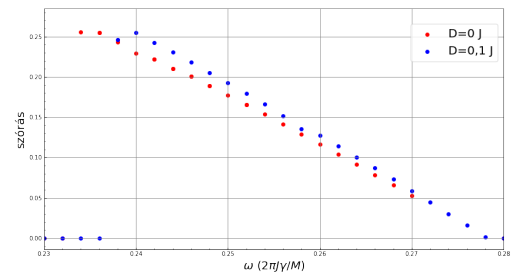


(b) A gerjesztő körfrekvencia-szórás rezonanciagörbe 0,20 ($2\pi J\gamma/M$) körüli csúcsa DM-kölcsönhatással és anélkül

13. ábra

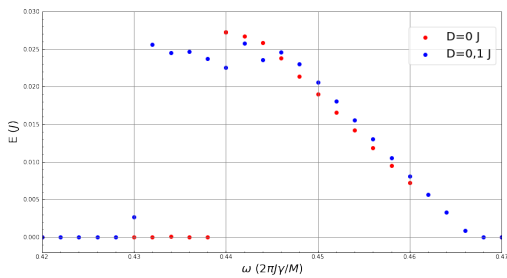


(a) A gerjesztő körfrekvencia-energia rezonanciagörbe 0,25 ($2\pi J\gamma/M$) körüli csúcsa DM-kölcsönhatással és anélkül

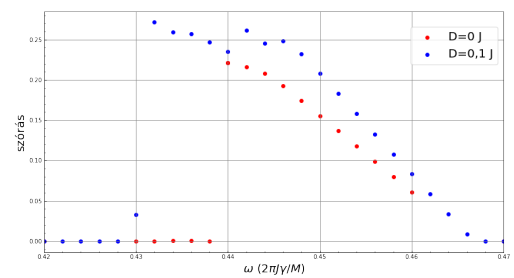


(b) A gerjesztő körfrekvencia-szórás rezonanciagörbe 0,25 ($2\pi J\gamma/M$) körüli csúcsa DM-kölcsönhatással és anélkül

14. ábra

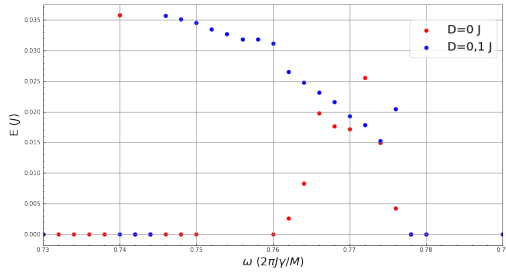


(a) A gerjesztő körfrekvencia-energia rezonanciagörbe 0,44 ($2\pi J\gamma/M$) körüli csúcsa DM-kölcsönhatással és anélkül

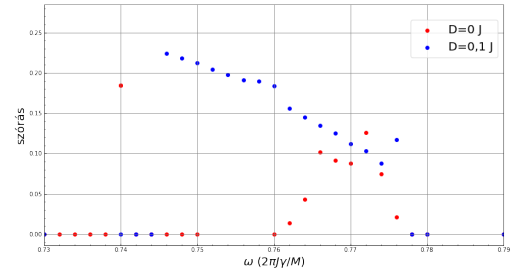


(b) A gerjesztő körfrekvencia-szórás rezonanciagörbe 0,44 ($2\pi J\gamma/M$) körüli csúcsa DM-kölcsönhatással és anélkül

15. ábra



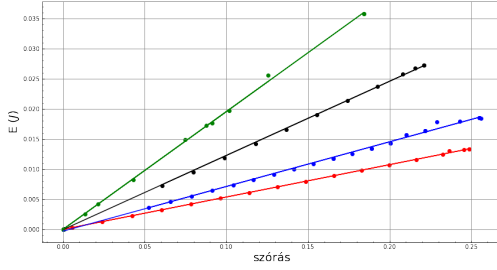
(a) A gerjesztő körfrekvencia-energia rezonanciagörbe 0,76 $(2\pi J\gamma/M)$ körüli csúcsa DM-kölcsönhatással és anélkül



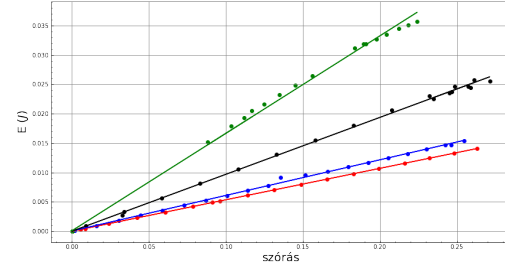
(b) A gerjesztő körfrekvencia-szórás rezonanciagörbe 0,76 $(2\pi J\gamma/M)$ körüli csúcsa DM-kölcsönhatással és anélkül

16. ábra

A rezonanciagörbéknek további érdekes tulajdonságát lehet felfedezni a 17a. és 17b. ábrákon. Az ábrákon a rezonancia görbék pontjai vannak ábrázolva, az x-tengelyen a szórás, az y tengelyen az egy spinre jutó átlagos energia. Látható, hogy a rezonanciagörbe egy csúcshoz tartozó pontjai egy egyenesre illeszkednek. A pontokra $a \cdot x + b$ alakú lineáris függvényeket illesztettem. Ezeknek a függvényeknek a paraméterei a 4. táblázatban láthatóak. Látható, hogy a legtöbb esetben a b értéke kisebb, mint a bizonytalansága. Továbbá amikor nagyobb, akkor is a bizonytalanság nagyságrendje megegyezik az érték nagyságrendével. Ebből arra lehet következtetni, hogy ezt a mennyiséget 0-nak lehet tekinteni. Az a értékekről az mondható el, hogy a gerjesztő körfrekvencia függvényében növekszik, valamint a második csúcstól kezdve nagyobb, mint a konstans anizotropia. Ebből arra lehet következtetni, hogy ezekben az esetekben megjelenik egy olyan hatás, ami arányos a szórással, de nem a konstans anizotropia. Ilyen lehetséges hatás a spinek valamilyen inhomogén konfiguráció átalakulása a gerjesztő körfrekvencia függvényében. Ez azt jelenti, hogy az egyes gerjesztő körfrekvenciákhoz különböző hullámszámú magnonok tartoznak, tehát ilyen módon akusztikus hullámokkal lehetséges magnonokat gerjeszteni, valamint azok hullámszámát változtatni. Az első csúcs esetében az a érték mindkét esetben csak a harmadik tizedesjegyben tér el a λ_x értékétől, ezzel is alátámasztva a 0 hullámszámú rácsok vizsgálatára során feltételezett elméletet.



(a) Szórás-energia grafikon DM-kölcsönhatás nélkül. Az ábrán piros pontokkal a $0,22 (2\pi J\gamma/M)$ értéknél kisebb gerjesztéssel kapott pontok, míg piros vonallal az ezekre illesztett lineáris függvény látható. Kék pontokkal a $0,22 (2\pi J\gamma/M)$ és $0,28 (2\pi J\gamma/M)$ értékek közötti gerjesztéssel kapott pontok, kék vonallal az ezekre illesztett lineáris függvény látható. Fekete pontokkal a $0,28 (2\pi J\gamma/M)$ és $0,47 (2\pi J\gamma/M)$ közötti gerjesztéssel kapott pontok, fekete vonallal az ezekre illesztett lineáris függvény látható. Zöld pontokkal a $0,47 (2\pi J\gamma/M)$ értéknél nagyobb gerjesztéssel kapott pontok, zöld vonallal az ezekre illesztett lineáris függvény látható.



(b) Szórás-energia grafikon DM-kölcsönhatással. Az ábrán piros pontokkal a $0,22 (2\pi J\gamma/M)$ értéknél kisebb gerjesztéssel kapott pontok, míg piros vonallal az ezekre illesztett lineáris függvény látható. Kék pontokkal a $0,22 (2\pi J\gamma/M)$ és $0,28 (2\pi J\gamma/M)$ értékek közötti gerjesztéssel kapott pontok, kék vonallal az ezekre illesztett lineáris függvény látható. Fekete pontokkal a $0,28 (2\pi J\gamma/M)$ és $0,47 (2\pi J\gamma/M)$ közötti gerjesztéssel kapott pontok, fekete vonallal az ezekre illesztett lineáris függvény látható. Zöld pontokkal a $0,47 (2\pi J\gamma/M)$ értéknél nagyobb gerjesztéssel kapott pontok, zöld vonallal az ezekre illesztett lineáris függvény látható.

ω tartomány ($2\pi J\gamma/M$)	$\omega < 0,22$	$0,22 < \omega < 0,28$	$0,28 < \omega < 0,47$	$0,47 < \omega$
a az 1. rácsnál (J)	$5,38 \cdot 10^{-2}$	$7,42 \cdot 10^{-2}$	$1,232 \cdot 10^{-1}$	$1,954 \cdot 10^{-1}$
Δa az 1. rácsnál (J)	10^{-4}	$8 \cdot 10^{-4}$	$3 \cdot 10^{-4}$	$4 \cdot 10^{-4}$
b az 1. rácsnál (J)	$-5 \cdot 10^{-6}$	$-3 \cdot 10^{-4}$	$4 \cdot 10^{-5}$	$2 \cdot 10^{-6}$
Δb az 1. rácsnál (J)	$1,2 \cdot 10^{-5}$	$1,5 \cdot 10^{-4}$	$3 \cdot 10^{-5}$	$1,7 \cdot 10^{-5}$
a a 2. rácsnál (J)	$5,349 \cdot 10^{-2}$	$6,057 \cdot 10^{-2}$	$9,68 \cdot 10^{-2}$	$1,65 \cdot 10^{-1}$
Δa a 2. rácsnál (J)	$7,43 \cdot 10^{-6}$	$4 \cdot 10^{-4}$	$4 \cdot 10^{-4}$	$8 \cdot 10^{-4}$
b a 2. rácsnál (J)	$-4,32 \cdot 10^{-7}$	$3,58 \cdot 10^{-5}$	$3 \cdot 10^{-6}$	$8 \cdot 10^{-5}$
Δb a 2. rácsnál (J)	$6,4 \cdot 10^{-7}$	$6,78 \cdot 10^{-5}$	$5,4 \cdot 10^{-5}$	$8 \cdot 10^{-5}$

4. táblázat. A 17a. és 17b. ábrák egyeneseseinek paraméterei. A Δ -val jelölt mennyiségek az adott mennyiség bizonytalanságát jelöli

A különböző rezonanciacsúcsok további vizsgálatának érdekében a konfigurációkat Fourier-transzformálom. A Fourier-transzformációt a következő módon definiálom:

$$\alpha(\mathbf{q}) = \frac{1}{N} \sum_i \sigma_{\alpha i} e^{i\mathbf{q}\mathbf{R}_i}$$

ahol $\alpha \in \{x, y, z\}$, N a spinek száma, $\sigma_{\alpha i}$ az i . spin α komponense, $\mathbf{R}_i$ az i . spin helyvektora, $\mathbf{q}$ a hullámszám. A Fourier-transzformáció ilyen módon történő definiálásával a spinek

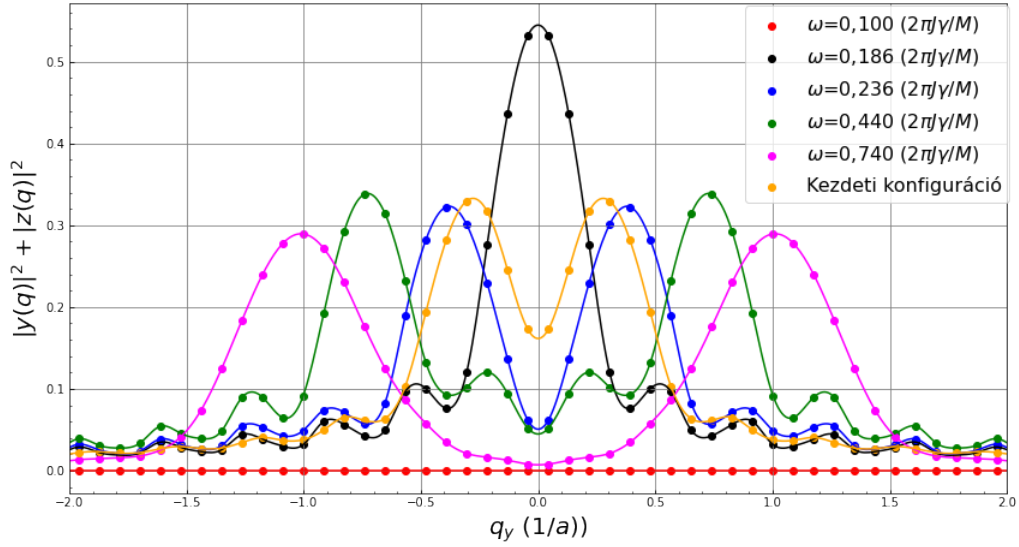
y és z komponenseinek transzformálásával az elméleti számítások során megismert $\varphi_1(\mathbf{q})$ és $\varphi_2(\mathbf{q})$ változókat kapom meg. A Fourier-transzformáció során a hullámszámvektorokat a Brillouin-zónán belül egyenletesen vettem fel.

A 18. és 19. ábrákon a spinek y és z komponensei Fourier-transzformáltjának abszolútérték négyzetösszege látható. Ezzel gyakorlatilag a szórás térbeli transzformáltját lehet látni a $q_x = 0$ egyenesen. Tapasztalataim szerint ezen az egyenesen kívül az ábrázolt érték 10^{-3} -nél kisebb volt, ami elhanyagolhatóan kicsi az ábrázolt egyenesen látható értékekhez képest. A $q_x = 0$ egyenes menti változás az előzetes várakozásoknak megfelel, hiszen a 2.5. pontban kiszámítottak szerint az energiaminimumhoz tartozó hullámszám x komponense az alapállapottól függetlenül 0. A görbék további érdekessége, hogy a $q_y = 0$ pontra szimmetrikusak. Ez azért van, mert a különböző hullámszámú magnonokra kváziimpulzusként is lehet tekinteni, és mivel ezzel az eljárással nem lehet a rácsra kváziimpulzust felvinni, ezért az impulzusmegmaradás teljesüléséhez a kialakuló magnonoknak a $\mathbf{q} = 0$ pontra szimmetrikusnak kell lenniük.

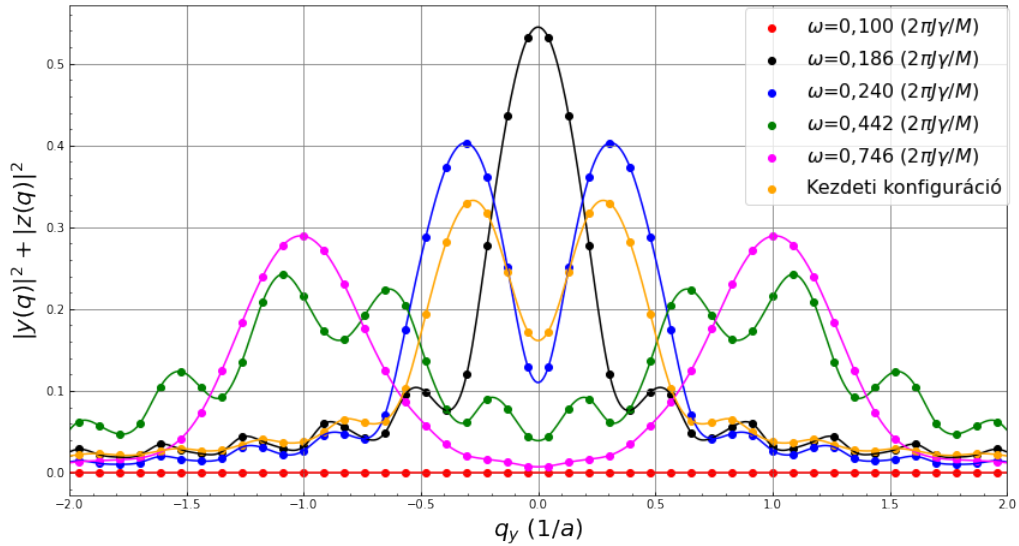
Az ábrákon látható, hogy az $a(\mathbf{q})$ értéke valóban nő a gerjesztő körfrekvencia növelésével, hiszen ezen egyenes mentén:

$$a(\mathbf{q}) = 4J - 4J \cdot \cos\left(\frac{q_y a}{2}\right) + 2\lambda_x$$

A DM-kölcsönhatás hatása is megfigyelhető a két ábra összehasonlítása során. A rezonanciagörbe 1. csúcsához tartozó görbék megegyeznek. Ez összhangban van azzal a korábbi feltételezéssel, hogy a 0 hullámszámú konfiguráción nincs hatása a DM-kölcsönhatásnak. A rezonanciagörbe 2. csúcsához tartozó görbéknél a DM-kölcsönhatással kapott esetben a numerikus érték nagyobb, mint az anélkül kapott esetben, összhangban a 14b. ábra eredményével. A rezonanciagörbe 3. csúcsához tartozó görbék alakja egyértelműen eltérő, míg a 4. csúcshoz tartozó görbék megegyeznek. Ezeknek magyarázata vélhetően a 3.5. egyenlet DM-kölcsönhatással felírt alakjának megoldásával magyarázható, azonban ez a korábban leírt számítási nehézségek miatt ez nem valósult meg.



18. ábra. A 3. táblázat 1. rácsának spinjei y és z komponenseinek Fourier-transzformáltjának abszolútérték négyzetösszege a Brillouin-zóna $q_x = 0$ egyenesének mentén

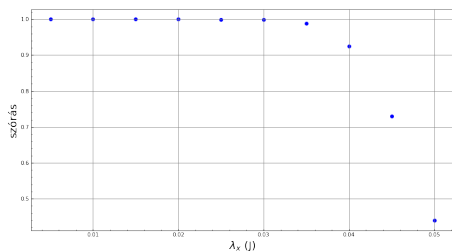


19. ábra. A 3. táblázat 2. rácsának spinjei y és z komponenseinek Fourier-transzformáltjának abszolútérték négyzetösszege a Brillouin-zóna $q_x = 0$ egyenesének mentén

Ezen ábrák segítségével sikeresen megmutattam, hogy ferromágneses alapállapotú rácsra lehetséges nem 0 hullámszámú magnonokat gerjeszteni, valamint megmutattam a DM-kölcsönhatás hatását a magnon gerjesztésre.

5.3. Spin-spirál alapállapot vizsgálata

A fejezet végén spin-spirál alapállapotú rácson vizsgáltam időfüggő anizotrópia hatását. Ebben az esetben, ellentétben a többivel, $\hat{x}$ irányú változó anizotrópiát kapcsoltam a rácstra.



20. ábra. Spin-spirál alapállapotú rácok λ_x -alapállapot szórás függvénye

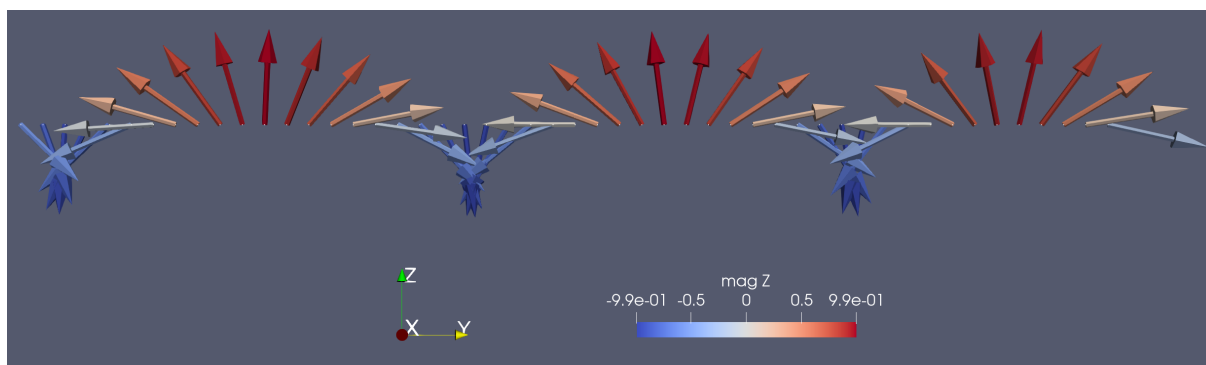
Ennek az az oka, hogy a 3. ábrán látható, hogy Dzyaloshinskii-Moriya kölcsönhatás jelenlétében az alapállapotra legnagyobb hatással a konstans, $\hat{x}$ irányú anizotrópia, továbbiakban λ_x , van. Ez abból következik, hogy függetlenül D értékétől, kellően kicsi λ_x esetén az alapállapot lehet spin-spirál, míg kellően nagy λ_x érték esetén az alapállapot ferromágneses lesz. Ennek további bizonyítéka a 20. ábra. Az ábrán spin-spirál alapállapotú, különböző konstans anizotrópiájú rácok szimulációs eredményei láthatóak. Ezen szimulációk során a

rácsokra nem kapcsoltam gerjesztést, ezzel azok beálltak az anizotrópia által meghatározott alapállapotba. A szimuláció végén kiszámítottam az alapállapothoz tartozó szórást, és ezt ábrázoltam a λ_x függvényében. Adott paraméterek esetén az alapállapotból kitérítő erőt az időben változó $\hat{x}$ irányú anizotrópia szolgáltatja.

A 5.2. pontban leírtak szerint ebben az esetben is fontos kérdés volt, hogy milyen kezdeti konfigurációba legyenek a spinek, hogy valóban spin-spirál állapotba kerüljenek. Továbbá a 2.5. pontban leírtaknak megfelelő körfrekvencia minimumhoz tartozó spin-hullám hullámhosszának illeszkednie kellett a vizsgált rácstra. Ezek miatt a 3. rácsonál nagyobb rácst vizsgáltam, valamint a 2. rácshoz képest nagyobbra vettem a DM-csatolás erősségét is. Ezt követően létrehoztam egy spin-hullámot, a 5.2 pontban leírtaknak megfelelően. Az ilyen módon generált mágneses konfigurációt relaxáltattam a szimulációval változó anizotrópia nélkül. Ezzel kaptam meg a további szimulációs vizsgálatok kiinduló konfigurációját. Érdekeség, hogy egyes gerjesztő körfrekvenciákon a gerjesztéssel a kiindulásnál egy mélyebb energiaszintre kerül a rács, ha nem figyelhető meg rezonancia. Ennek az oka az, hogy a gerjesztés nélküli szimuláció során a rács egy lokális energiaminimum helyzetébe állt meg, míg a gerjesztéssel kikerült ebből az energiaminimumból, és bekerült egy mélyebben fekvő lokális minimumhelybe. Ez esetlegesen lehet a globális minimum is, azonban ez további vizsgálatok nélkül nem állítható biztosra. A spin-spirál alapállapotjának analitikus kezelése problémáinak elkerülése végett a rács alapenergiájának a rezonanciát nem okozó körfrekvenciák végállapot energiátlagát tekintettem. A 5. táblázatban látható, hogy mind az ilyen módon kapott alapállapot energiája, mind a kezdeti konfiguráció energiája kisebb, mint a rács $\hat{x}$ irányban beállt ferromágneses állapota lenne.

Fizikai paraméter	Rács adatai
Rácsméret	100×100
Gilbert-csillapítás (α)	0,001
Legközelebbi szomszéd csatolás erőssége (J)	$1J$
Dzyaloshinskii-Moriya kölcsönhatás erőssége (D)	$0,2J$
Spinek mágneses momentuma	$1M$
Konstans $\hat{x}$ irányú anizotrópia nagysága (λ_x)	$0,005J$
Változó anizotrópia amplitúdója ($\lambda_x(t)$)	$0,001J$
Alapállapot energiája	$-20379J$
Kezdeti konfiguráció energiája	$-20366J$
$\hat{x}$ irányú ferromágneses állapot energiája	$-20050J$

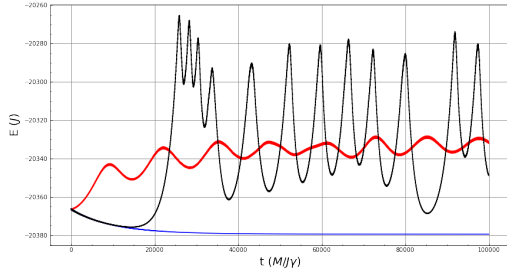
5. táblázat. A spin-spirál alapállapot vizsgálata során alkalmazott rács paraméterei



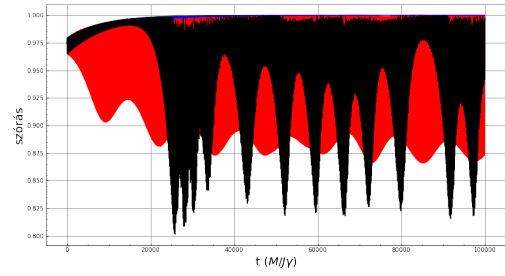
21. ábra. A spin-spirál alapállapot metszete az y tengely mentén

A 21. ábrán látható a rács alapállapot y tengelymetszete a z komponensek szerint meg-színezve. Jól látható, hogy a spin-spirál valóban ráfér a vizsgált rácsra, valamint a kialakuló spirál közelítőleg egy cikloissal írható le a legjobban, ellentétben az általam korábbi esetekben mesterségesen a rácsra rakott szinuszhullámmal. A spin-spirál alakjának további vizsgálata ezen dolgozatomnak nem tárgya.

A 22a. és 22b. ábrákon a szimuláció során kapott adatok láthatóak. Jól látható, hogy van olyan gerjesztő körfrekvencia, ami esetében a kialakuló egyensúlyi helyzet energiája mélyebben van a kezdeti állapot energiájánál, továbbá, két jól elkülönülő frekvenciatartománynál is megfigyelhető rezonancia. Továbbá megfigyelhető, hogy a $t = 40000 \frac{M}{J\gamma}$ pillanatig a tranzien-s szakasz lecseng, és kialakul a gerjesztő körfrekvenciának megfelelő új egyensúly körüli rezgés. Emiatt az energia és szórás kiátlagolást a spin-spirál esetében is ettől a pillanattól kezdem.



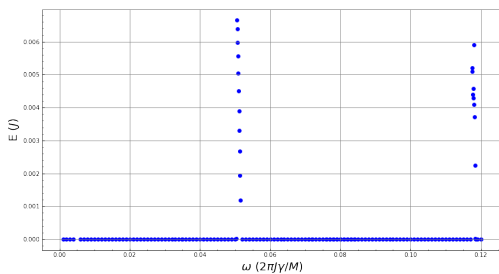
(a) Az idő-energia grafikon a spin-spirál alapállapot vizsgálata során három különböző gerjesztő körfrekvencia esetében. Az ábrán a piros görbe esetében $\omega = 0,51$ ($2\pi J\gamma/M$), a fekete görbe esetében $\omega = 0,1175$ ($2\pi J\gamma/M$), míg a kék görbe esetében $\omega = 0,099$ ($2\pi J\gamma/M$).



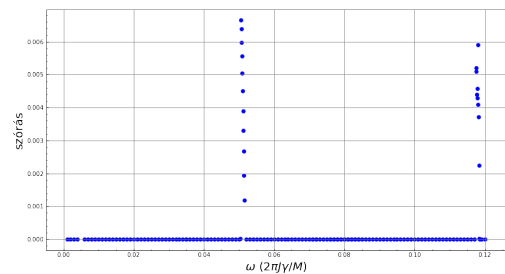
(b) Az idő-szórás grafikon a spin-spirál alapállapot vizsgálata során három különböző gerjesztő körfrekvencia esetében. Az ábrán a piros görbe esetében $\omega = 0,51$ ($2\pi J\gamma/M$), a fekete görbe esetében $\omega = 0,1175$ ($2\pi J\gamma/M$), míg a kék görbe esetében $\omega = 0,099$ ($2\pi J\gamma/M$).

22. ábra

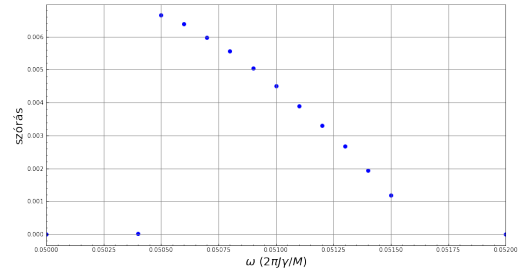
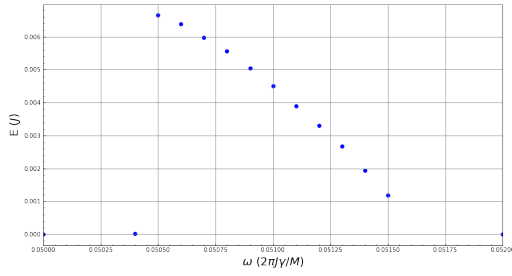
A 23a. és 23b. ábrákon a spin-spirállal végzett szimulációk fentebb leírt módon kiátlagolásával kapott rezonanciagörbék láthatóak. Látható, hogy a vizsgált tartományon több csúcs is van. Ezekről a csúcsokról közelebbi képet a 24. és 25. ábrákon lehet látni. Az első csúcs a korábban már látott háromszöges alakú, míg a második csúcs alakja torzított. A gerjesztő körfrekvencia-szórás ábrák esetében a korábbiakkal ellentétben negatív csúcsokat látunk. Ennek az az oka, hogy a spin-spirál esetében az alapállapotban a szórás 1 körüli értéket vesz fel, míg gerjesztett állapotban ennél kisebbet. A gerjesztő körfrekvencia spektrumát összehasonlítva a ferromágneses alapállapotú rácsokéval megállapíthatjuk, hogy ez egy nagyságrenddel kisebb. Ennek több oka is van. Az első az, hogy mivel a konstans anizotrópia egy nagyságrenddel kisebb a ferromágneses eseteknél, ezért egy nagyságrenddel kisebb lépésközléssel kell végigmenni a spektrumon, hogy megtaláljak minden csúcsot. Ez azt jelenti, hogy azonos tartomány vizsgálatához egy nagyságrenddel több szimuláció szükséges. Emellett a nagyobb rács miatt ezen esetben egy szimuláció lényegesen több ideig tart. Ezen okokból kifolyólag a további rezonanciacsúcsok megtalálására nem jutott idő.



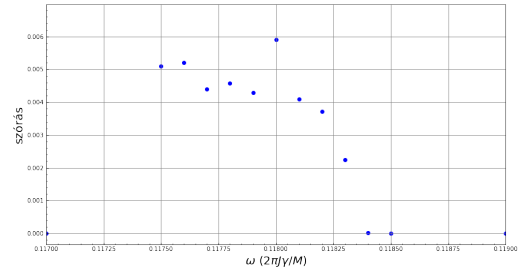
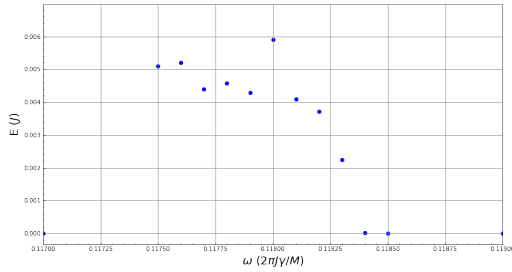
(a) Az átlagos energiák a gerjesztő körfrekvencia függvényében a spin-spirál vizsgálata során



(b) Az átlagos szórások a gerjesztő körfrekvencia függvényében a spin-spirál vizsgálata során



24. ábra. A spin-spirállal végzett szimulációk rezonanciagörbéjének első csúcsa



25. ábra. A spin-spirállal végzett szimulációk rezonanciagörbéjének második csúcsa

A 26. ábrán a rezonanciagörbe pontjai szórás-energia szerint vannak ábrázolva. Látható, hogy hasonlóan a 17a. és 17b. ábrákhoz, az egy csúchoz tartozó pontok egy egyenesre illeszkednek valamint a gerjesztő körfrekvencia növelésével az energia is nő. A pontokra $a \cdot x + b$ alakú egyeneseket illesztettem, ezek paraméterei a 6. táblázatban láthatóak. A táblázatban látható, hogy mindkét csúcs esetében a és b abszolútértéke bizonytalansági határokon belül megegyezik, előjelük különbözik. Emiatt elmondható, hogy a 26. ábrára valójában:

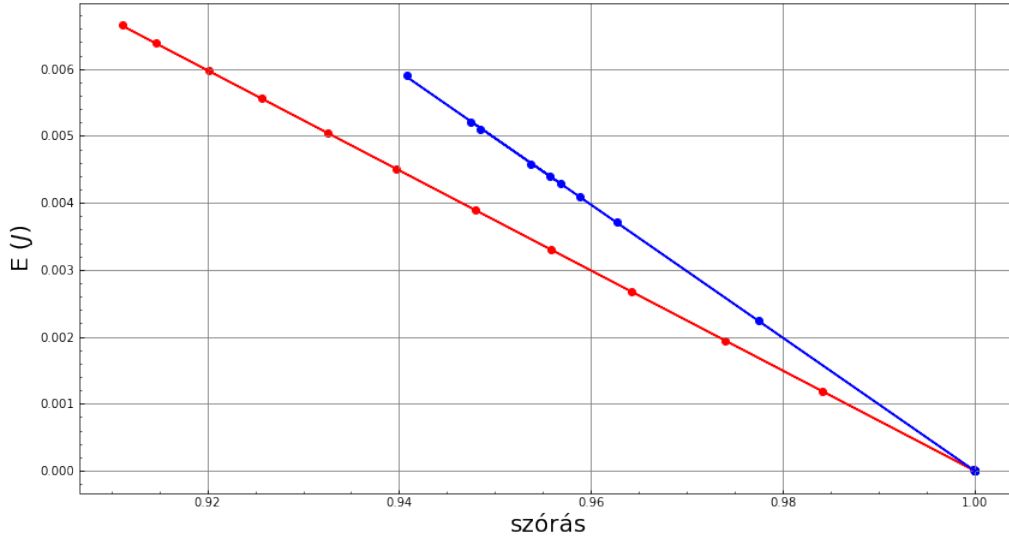
$$E = C \cdot (\text{szórás} - \text{szórás}_{\text{alapállapot}})$$

alakú lineáris függvényeket lehet illeszteni, ahol C egy negatív konstans. Ez a negatív előjeltől eltekintve megegyezik a ferromágneses esetben mutatottal, ahol $a \cdot (x - 0)$ alakú függvényeket lehetett illeszteni a pontokra, ahol az alapállapot deviation értéke 0. Ezzel, hasonlóan a ferromágneses esethez, a különböző rezonanciacsúcsoknál különböző hullámszámú magnonok jelenlétére lehet következtetni.

Rezonanciacsúcs száma	a (J)	b (J)
1.	$-7,4844 \cdot 10^{-2} \pm 6 \cdot 10^{-6}$	$7,4838 \cdot 10^{-2} \pm 6 \cdot 10^{-6}$
2.	$-9,944 \cdot 10^{-2} \pm 6 \cdot 10^{-5}$	$9,943 \cdot 10^{-2} \pm 6 \cdot 10^{-5}$

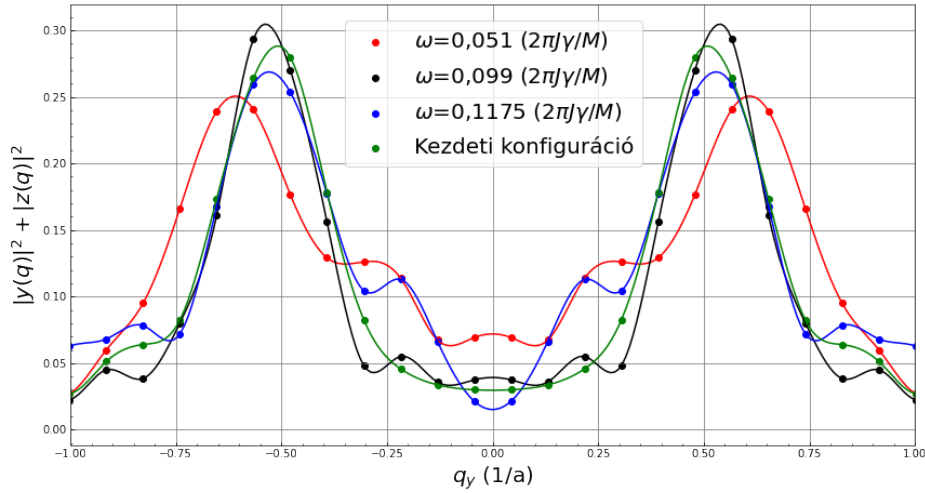
6. táblázat. A 26. ábra pontjaira illesztett egyenes paramétereinek értéke.

A különböző hullámszámú magnonok kimutatásának érdekében a spin-spirál vizsgálata során is Fourier-transzformáltam a különböző gerjesztő körfrekvenciával végzett szimulációk végső spin-konfigurációját. Hasonlóan a ferromágneses alapállapotú esethez, a



26. ábra. A 23a. és 23b. ábrák pontjainak szórás-energia ábrája. Az ábrán piros pontokkal a $\omega < 0,1$ ($2\pi J\gamma/M$) gerjesztő körfrekvencia tartomány pontjai vannak ábrázolva, piros vonallal az ezekre illesztett egyenes látható. Kék pontokkal az $\omega > 0,1$ ($2\pi J\gamma/M$) tartomány pontjai láthatóak, kék vonallal az ezekre illesztett egyenes.

$|y(\mathbf{q})|^2 + |z(\mathbf{q})|^2$ mennyiséget ábrázoltam a hullámszámvektor függvényében, és ebben az esetben is csak a $q_x = 0$ egyenesen kaptam 0-tól jelentős eltérést. Emiatt a 27. ábrán ezen egyenes mentén ábrázoltam az említett mennyiséget. Látható, hogy a Fourier-transzformált ebben az esetben is szimmetrikus a $\mathbf{q} = 0$ pontra, valamint a különböző rezonanciacsúcsokhoz tartozó körfrekvenciáknál különböző hullámszámú magnonok alakulnak ki, ezzel bizonyítva, hogy spin-spirál alapállapotú rácsokon is lehet magnonokat gerjeszteni akusztikus hullámokkal.



27. ábra. A spin-spirállal végzett szimulációk végső spin-konfiguráció Fourier-transzformáltjának y és z komponenseinek abszolútérték négyzetösszege a $q_x = 0$ egyenes mentén.

6. Összefoglalás és kitekintés

Ezen dolgozatomban egy modellrendszeren megvizsgáltam, hogy mikor lesz egy ferromágneses vékonyréteg alapállapota spin-spirál, valamint bebizonyítottam, hogy felületi akusztikus hullámokkal lehetséges magnonokat gerjeszteni. Ebben a fejezetben röviden diszkutálom a gerjesztő frekvencia numerikus értékét, valamint felvázolok néhány további lehetséges kutatási irányt.

Az egyes paraméterek arányának megválasztása, korábbi kutatásokkal összhangban történt. [13]. Az elsőszomszéd spinek kölcsönhatását leíró kicserélődési csatolás nagysága az adott ferromágneses anyag Curie-hőmérsékletéből kiszámítva nagyságrendileg néhány tízed eV körül van. A mágneses momentum egységének a Bohr-magnetont véve, a gerjesztő frekvencia egy egysége $J\gamma/M \approx 100$ THz-nek adódik. (A körfrekvencia ennek a 2π -szerese) Ezzel az általam megtalált legkisebb rezonancia frekvencia is 20 THz.

Az általam megtalált több 10 THz-es rezonancia frekvenciatartomány jelenleg kísérletileg nem kivitelezhető. Léteznek azonban olyan mágneses réteg elrendezések, melyekkel a rezonancia frekvenciatartomány már GHz-es tartományba kerül, ami már elérhető felületi akusztikus hullámokkal. [10]. Emiatt az egyik lehetséges jövőbeli kutatási irány ilyen rétegek elméleti és kísérleti további vizsgálata lehet. Továbbá az általam vizsgált modellrendszeren megvizsgálható véges hőmérséklet hatása a rezonanciagörbékre.

7. Függelék

$$\boldsymbol{\varphi}^1(\mathbf{q}) = e^{-\alpha a(\mathbf{q})t} \begin{pmatrix} \cos(a(\mathbf{q})t) & -\sin(a(\mathbf{q})t) \\ \sin(a(\mathbf{q})t) & \cos(a(\mathbf{q})t) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varphi_{10} + \varphi'_1 \\ \varphi_{20} + \varphi'_2 \end{pmatrix} \quad (7.1)$$

ahol φ_{10} és φ_{20} a kezdeti állapot szögeinek Fourier-transzformáltja, valamint

$$\begin{aligned} \varphi'_1 &= x_1 \cdot \lambda_y (\alpha \varphi_{10} + \varphi_{20}) + x_2 \cdot \lambda_y (\varphi_{10}) + x_3 \lambda_y (-\alpha \varphi_{10} + \varphi_{20}) \\ \varphi'_2 &= x_1 \cdot \lambda_y (-\varphi_{10} + \alpha \varphi_{20}) + x_2 \lambda_y (\alpha \varphi_{10} - \varphi_{20}) + \lambda_y x_3 (\varphi_{10} + \alpha \varphi_{20}) \end{aligned}$$

ahol

$$\begin{aligned} x_1 &= \frac{\sin(\omega t)}{\omega} \\ x_2 &= \frac{-\omega \sin(2a(\mathbf{q})t) \sin(\omega t) - 2a(\mathbf{q}) \cos(2a(\mathbf{q})t) \cos(\omega t) + 2a(\mathbf{q})}{4a(\mathbf{q})^2 - \omega^2} \\ x_3 &= \frac{2a(\mathbf{q}) \sin(2a(\mathbf{q})t) \cos(\omega t) - \omega \cos(2a(\mathbf{q})t) \sin(\omega t)}{4a(\mathbf{q})^2 - \omega^2} \end{aligned}$$

Hivatkozások

- [1] Mram company. <http://www.everspin.com>.
- [2] Nandan K. P. Babu, Aleksandra Trzaskowska, Piotr Graczyk, Grzegorz Centała, Szymon Mieszczak, Hubert Głowiński, Miłosz Zdunek, Sławomir Mielcarek, and Jarosław W. Kłos. The interaction between surface acoustic waves and spin waves: The role of anisotropy and spatial profiles of the modes. *Nano Letters*, 21(2):946–951, November 2020.
- [3] M. N. Baibich, J. M. Broto, A. Fert, F. Nguyen Van Dau, F. Petroff, P. Etienne, G. Creuzet, A. Friederich, and J. Chazelas. Giant magnetoresistance of (001)fe/(001)cr magnetic superlattices. *Phys. Rev. Lett.*, 61:2472–2475, Nov 1988.
- [4] Anjan Barman, Gianluca Gubbiotti, S Ladak, A O Adeyeye, M Krawczyk, J Gräfe, C Adelman, S Cotozana, A Naeemi, V I Vasyuchka, B Hillebrands, S A Nikitov, H Yu, D Grundler, A V Sadvnikov, A A Grachev, S E Sheshukova, J-Y Duquesne, M Marangolo, G Csaaba, W Porod, V E Demidov, S Urazhdin, S O Demokritov, E Albisetti, D Petti, R Bertacco, H Schultheiss, V V Kruglyak, V D Poimanov, S Sahoo, J Sinha, H Yang, M Münzenberg, T Moriyama, S Mizukami, P Landeros, R A Gallardo, G Carlotti, J-V Kim, R L Stamps, R E Camley, B Rana, Y Otani, W Yu, T Yu, G E W Bauer, C Back, G S Uhrig, O V Dobrovolskiy, B Budinska, H Qin, S van Dijken, A V Chumak, A Khitun, D E Nikonov, I A Young, B W Zingsem, and M Winklhofer. The 2021 magnonics roadmap. *Journal of Physics: Condensed Matter*, 33(41):413001, August 2021.
- [5] G. Binasch, P. Grünberg, F Saurenbach, and W. Zinn. Enhanced magnetoresistance in layered magnetic structures with antiferromagnetic interlayer exchange. *Phys. Rev. B*, 39:4828–4830, Mar 1989.

- [6] A. V. Chumak, V. I. Vasyuchka, A. A. Serga, and B. Hillebrands. Magnon spintronics. *Nature Physics*, 11(6):453–461, June 2015.
- [7] Andrii V. Chumak, Alexander A. Serga, and Burkard Hillebrands. Magnon transistor for all-magnon data processing. *Nature Communications*, 5(1), August 2014.
- [8] B. Dieny. Giant magnetoresistance in spin-valve multilayers. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 136(3):335–359, 1994.
- [9] Xu Li, Dominic Labanowski, Sayeef Salahuddin, and Christopher S. Lynch. Spin wave generation by surface acoustic waves. *Journal of Applied Physics*, 122(4):043904, July 2017.
- [10] Enlong Liu, Y.-C. Wu, S. Couet, S. Mertens, S. Rao, W. Kim, K. Garello, D. Crotti, S. Van Elshocht, J. De Boeck, G. S. Kar, and J. Swerts. Synthetic-ferromagnet pinning layers enabling top-pinned magnetic tunnel junctions for high-density embedded magnetic random-access memory. *Phys. Rev. Applied*, 10:054054, Nov 2018.
- [11] I Mahboob, M Mounaix, K Nishiguchi, A Fujiwara, and H Yamaguchi. A multimode electromechanical parametric resonator array. *Scientific reports*, 4:4448, 03 2014.
- [12] Gideon P Müller, Markus Hoffmann, Constantin Dißelkamp, Daniel Schürhoff, Stefanos Mavros, Moritz Sallermann, Nikolai S Kiselev, Hannes Jónsson, and Stefan Blügel. Spirit: Multifunctional framework for atomistic spin simulations. *Physical Review B*, 99(22):224414, 2019.
- [13] Balázs Nagyfalusi, László Udvardi, and László Szunyogh. Metadynamics study of the temperature dependence of magnetic anisotropy and spin-reorientation transitions in ultrathin films. *Phys. Rev. B*, 100:174429, Nov 2019.
- [14] Ulrich Nowak. *Classical Spin Models*. John Wiley & Sons, Ltd, 2007.
- [15] P Roura and J A González. Towards a more realistic description of swing pumping due to the exchange of angular momentum. *European Journal of Physics*, 31(5):1195–1207, aug 2010.
- [16] Kei Yamamoto, Mingran Xu, Jorge Puebla, Yoshichika Otani, and Sadamichi Maekawa. Interaction between surface acoustic waves and spin waves in a ferromagnetic thin film. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 545:168672, March 2022.