



Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem
Műszaki Mechanikai Tanszék



Hiperelasztikus instabilitáson alapuló lágy robotok optimalizálása

Szerző:

Piri Barnabás

Konzulens:

Dr. Berezvai Szabolcs, adjunktus

Tudományos Diákköri Konferencia, 2022

Tartalomjegyzék

Köszönetnyilvánítás	V
Alkalmazott jelölések	VII
1 Bevezetés	1
1.1. A dolgozat célkitűzései	1
1.2. A dolgozat tartalmi áttekintése	2
2 Szakirodalmi, elméleti háttér	3
2.1. Lágyművek hiperelasztikus anyagmodellei	3
2.1.1. Alakváltozást kifejező mennyiségek	3
2.1.2. Sebességek és deformációsebességek	5
2.1.3. Feszültségi tenzorok	5
2.1.4. Hiperelasztikus anyagmodellek elmélete	6
2.1.5. Az Ogden-féle hiperelasztikus modell	8
2.2. Az átpattanás mint hiperelasztikus instabilitás	10
2.2.1. Az átpattanás	10
2.2.2. Az átpattanás lágyművek robotikai alkalmazásokban	12
2.2.3. Lágyművek jelentősége	17
2.3. Az ívhosszmódszer	17
2.3.1. Bevezetés a nemlineáris rendszerekbe	17
2.3.2. A módszer matematikai háttere	19
2.3.3. A módszer hátránya	21
3 A végeselemes modell felépítése	23
3.1. A geometria kialakítása	23
3.2. Az átpattanás modellezése	29
3.2.1. Belső héj modellezése	29
3.2.2. Fluid Cavity modellezés	31

4	Automatikus szimulációs és kiértékelő környezet	37
4.1.	A környezet felépítése	37
4.2.	A szimulációs környezet	38
4.2.1.	Paraméterek beállítása	38
4.2.2.	A modell felépítése és számítása	39
4.3.	A szükséges adatok mentése	41
4.4.	Mentett adatok feldolgozása	41
5	Eredmények kiértékelése és összehasonlítása	45
5.1.	Szimulációs eredmények kiértékelése	45
5.2.	Eredmények összehasonlítása	49
6	Összefoglalás	51
A	Táblázatok	53
B	PYTHON szkriptek	55
B.1.	Modellezés	55
B.1.1.	Belső héj modellezése	55
B.1.2.	Fluid Cavity modellezés	59
B.2.	Paramétervizsgálat	65
B.2.1.	Paraméterek listája	65
B.2.2.	Paraméterek futtatása	66
B.2.3.	Adatbázisok mentése	72
B.2.4.	Kiértékelés	73
	Irodalom	80

Köszönetnyilvánítás

Köszönettel tartozom Dr. Berezvai Szabolcsnak, hogy elvállalta dolgozatom témavezetését és hasznos tanácsokkal látott el annak megírása során. Észrevételei nagy mértékben segítettek az önálló munkavégzésem, amely alatt sok hasznos tudásra tettem szert.

Szeretném megköszönni a fáradoimat a családomnak és barátaimnak, akik észrevételeikkel és érdekes gondolataikkal segítettek a dolgozat formálását.

Budapest, 2022. november 06.

Piri Barnabás

Alkalmazott jelölések

Amennyiben $\mathbf{a}$ és $\mathbf{b}$ vektorok, $\mathbf{A}$ és $\mathbf{B}$ másodrendű tenzormennyiségek, D pedig skalármennyiség, a matematikai műveletek a következőképpen értelmezettek:

$\det(\mathbf{A})$	az $\mathbf{A}$ tenzor determinánsa
$\mathbf{A}^T$	az $\mathbf{A}$ tenzor transzponáltja
$\bar{D}$	a D mennyiség dimenziótlan formája
$\dot{\mathbf{A}}$	az $\mathbf{A}$ tenzor idő szerinti deriváltja
$\text{grad}(D)$	a D mennyiség gradiense
$\mathbf{A} : \mathbf{B}$	az $\mathbf{A}$ és $\mathbf{B}$ tenzorok belső szorzata
$\mathbf{a} \otimes \mathbf{b}$	az $\mathbf{a}$ és $\mathbf{b}$ vektorok diadikus szorzata

A dolgozatban használt fontosabb jelölések a következők:

$\mathbf{X}$	anyagi pont helyzete az azonosító konfigurációban
$\mathbf{x}$	anyagi pont helyzete a pillanatnyi konfigurációban
$\mathbf{E}_i$	az azonosító konfiguráció bázisvektorai
$\mathbf{e}_i$	a pillanatnyi konfiguráció bázisvektorai
ϕ	általános leképezés
$\mathbf{F}$	deformációs gradiens
J	a térfogatváltozás mértéke
$\mathbf{C}$	jobboldali Cauchy-Green-féle alakváltozási tenzor
$\mathbf{b}$	baloldali Cauchy-Green-féle alakváltozási tenzor
$\mathbf{U}$	jobboldali nyújtástenzor
$\mathbf{V}$	baloldali nyújtástenzor
$\mathbf{R}$	merev test-szerű, ortogonális forgató tenzor
$\mathbf{V}_l$	Lagrange-féle sebességmező
$\mathbf{v}$	Euler-féle sebességmező
$\mathbf{d}$	alakváltozás-sebesség tenzor
$\mathbf{w}$	örvénytenzor

t	Cauchy-féle erővektor
T	első Piola-Kirchhoff-féle erővektor
N	felületelem normálvektora az azonosító konfigurációban
n	felületelem normálvektora a pillanatnyi konfigurációban
σ	szimmetrikus Cauchy-féle feszültségtenzor
P	első Piola-Kirchhoff-féle feszültségtenzor
τ	Kirchhoff-féle feszültségtenzor
W	alakváltozási energia sűrűségfüggvénye
λ_i	$\mathbf{b}$, $\mathbf{C}$ sajátértékei
μ_k	az Ogden-féle hiperelasztikus modell paraméterei
α_k	az Ogden-féle hiperelasztikus modell paraméterei
$\mathbf{q}$	terhelésvektor
$\mathbf{u}$	elmozdulásvektor
$\mathbf{K}_T$	tangenciális merevségi mátrix
A_i	az ellipszoid vízszintes féltengelye
B_i	az ellipszoid függőleges féltengelye
R_o	a gömbhéj sugara
R_r	a gyűrű sugara
ϕ_i	a belső héj nyílásszöge
ϕ_o	a külső héj nyílásszöge
t_i	a belső héj vastagsága
t_o	a külső héj vastagsága
t_r	a gyűrű vastagsága
ΔE	rendszerből távozó dimenziótlan energiamennyiség

1

Bevezetés

1.1. A dolgozat célkitűzései

A lágy robotok a robotika egy gyorsan fejlődő ága, amely olyan lágy aktuátorok működése köré épül, amelyek a hagyományos robotok által nem megvalósítható speciális mozgások elvégzésére képesek. Ezen robotok bonyolult deformációkat mutatnak és így képesek életszerű, előre kiszámíthatatlan szituációkkal megbirkózni [1]. Ha a tipikus robotkarokra gondolunk, amelyek nagyon precíz, gyors mozgásokat képesek végezni, azt gondoljuk, hogy nehéz az ilyen jó tulajdonságok mellett a lágy robotokkal új eredményeket felmutatni, azonban a hagyományos robotok csak egy előre definiált környezetben tudnak kiszámíthatóan mozogni, ismeretlen terepen kevésbé hatékonyak, emiatt semmiképp nem elvetendő a lágy robotok alkalmazása.

A lágy robotok használatának egyik hátránya, hogy működtetésükhöz nagy mennyiségű gáz vagy folyadék szükséges, ami korlátozza a gyorsaságukat és méretüket [2]. Anyaguk jellemzően szilikon-gumi, amely nagy alakváltozásokat és nemlineáris feszültség-alakváltozás karakterisztikát mutat, amelyet ún. hiperelasztikus anyagmodellel írunk le. A hiperelasztikus anyagokban rejlő tulajdonságok miatt instabil konfigurációk is megfigyelhetők, amelyeket előidézve az aktuátorok alakjuk hirtelen és jelentős változtatására képesek. Az ilyen instabilitások a hagyományos mechanikai szerkezeteknél általában kerülendők, mivel gyakran tönkremenetelt okoznak. Az instabilitás során az anyagban tárolt energia felszabadul, amely felhasználható például fizikai mozgás létrehozásához. A felszabaduló energia a vizsgált geometria, a választott anyagok, valamint az aktuátor és környezete közötti kapcsolatok megváltoztatásával optimalizálható [2, 3].

Dolgozatomban lágy robotokban használt vékony gumihéj szerkezetek átpattanasát vizsgálom, egyszerű gömb és ellipszoid geometriákhoz kidolgozott végelese-

mes modellek segítségével, az ABAQUS kereskedelmi végelelemes programban [4]. A dolgozat célja a fentebb már említett hiperelasztikus instabilitás előidézése és a rendszerből kinyert energiamennyiség optimalizálása a geometriai paraméterek megfelelő megválasztásával. Jelen esetben az instabilitást gumi héjak hirtelen átpattanása jelenti, amelyet a geometria által adott üreges rész felfújásával érek el, összenyomhatatlan gázmodell használatával és ún. „Fluid Cavity” modellezéssel. A probléma numerikus modellezését az ívhossz módszeren alapuló RIKS megközelítéssel végzem el. A modellezést egy egyszerűsített, egy héjból álló modell felépítésével kezdem, amelyből származó tapasztalatokat alkalmazom a bonyolultabb, két gumi-héjból összeállított modell esetében. Végezetül eredményeimet a szakirodalomban található eredményekhez hasonlítom, levonva a konklúziókat.

1.2. A dolgozat tartalmi áttekintése

A dolgozat hat fő fejezetre tagolódik, beleértve az *1. Fejezetet*, ahol a dolgozat célja, illetve a tartalmi struktúra kerül ismertetésre.

A *2. Fejezet* tartalmazza a használt hiperelasztikus anyagmodellek ismertetését és azok megértéséhez szükséges kontinuummechanikai alapokat, emellett az átpattanás jelenségének bemutatását és annak használatát a lágy robotikában. Szintén ezen fejezet taglalja az ívhossz módszeren alapuló RIKS algoritmus bemutatását, amely egy gyors és hasznos módszer nemlineáris egyenletrendszerek megoldására, mikor a rendszer terhelés során egy vagy több kritikus ponton is áthalad.

A végelelemes szimulációkhoz használatos modellek a *3. Fejezetben* kerülnek bevezetésre. A kidolgozás először egyszerűbb modellek építésével kezdődik, hogy a problémát és a lehetséges modellezési metódusokat végigtárgyalja.

A *4. Fejezetben* az automatikus szimulációs és kiértékelő környezet bemutatása történik ABAQUS-ban, PYTHON programnyelv segítségével. A modellek építése, számítása és kiértékelése különböző szkriptek segítségével történik, amely lehetővé teszi egy szinte teljesen automatikus rendszer kiépítését.

Az *5. Fejezetben* az eredmények kiértékelésére és összehasonlítására kerül sor, a konklúziók levonásával. Végül a *6. Fejezet* tartalmazza az eddigi eredmények összefoglalását és tárgyalja a lehetséges folytatási lehetőségeket.

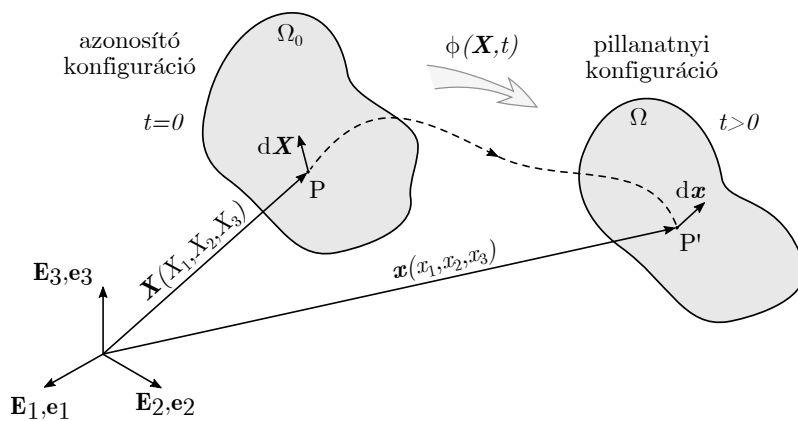
2

Szakirodalmi, elméleti háttér

2.1. Lágyművek hiperelasztikus anyagmodellei

2.1.1. Alakváltozást kifejező mennyiségek

A szilárdtest-mechanikában egy deformálható szilárd test viselkedése a kontinuummechanika fenomenológiai megközelítésével írható le. Az elmélet feltételezése, hogy a szilárd testen belül mind a tömeg, mind a térfogat folytonos függvénye az elemi részecskének [5, 6]. Egy kontinuum test általános mozgása a 2.1-es ábra alapján értelmezhető.



2.1. ábra. Egy deformálható test az azonosító és a pillanatnyi konfigurációban [5, 6]

A test a kezdeti időpillanatban ($t = 0$) elfoglal egy térrészt (Ω_0) amelyben az egyes anyagi pontok az $\mathbf{X}$ koordinátával írhatók le az $\mathbf{E}_i$ bázisvektorok terében. Ez az ún. referencia vagy azonosító konfiguráció. Deformáció után az anyagi pontok helyzete az $\mathbf{x}$ vektorral jellemezhető az $\mathbf{e}_i$ bázisvektorok terében, amelyet pillanatnyi

konfigurációnak nevezzük [6]. Ezen konfigurációk között egy egyedi leképezés teremt kapcsolatot az

$$\mathbf{x} = \phi(\mathbf{X}, t) \quad (2.1)$$

összefüggésen keresztül. Feltételezve, hogy a deformáció (mozgás) a másik irányba is végbemehet, ezen leképezés inverze is értelmezhető, mint

$$\mathbf{X} = \phi^{-1}(\mathbf{x}, t). \quad (2.2)$$

Kontinuummechanikában az egyes mennyiségek leírására két módszer alkalmazható. Ha a mennyiségeket az azonosító konfiguráció bázisaival adjuk meg, akkor Lagrange-féle leírásról, amennyiben pedig a pillanatnyi konfiguráció bázisait használjuk, akkor Euler-féle leírásról beszélünk [6]. A deformációt jellemző elsődleges mennyiség az ún. deformációs gradiens $\mathbf{F}$, amely az

$$\mathbf{F}(\mathbf{X}, t) = \frac{\partial \phi(\mathbf{X}, t)}{\partial \mathbf{X}} \quad (2.3)$$

összefüggés szerint számítható, amelyre teljesül, hogy $\det(\mathbf{F}) > 0$ (a nem-szinguláris mozgások miatt) [6]. Ezen alakváltozási gradiens kapcsolatot teremt az infinitezimálisan kicsi vonal és térfogatelemek között az azonosító és pillanatnyi konfigurációban a következő módon:

$$d\mathbf{x} = \mathbf{F}(\mathbf{X}, t) d\mathbf{X}, \quad (2.4)$$

$$dv = J dV, \quad (2.5)$$

ahol $J = \det(\mathbf{F})$ a térfogatváltozás mértéke.

A alakváltozás és deformáció mértékének kifejezésére számos tenzormennyiség használható, ezek közül a leggyakrabban az ún. bal- és jobboldali Cauchy-Green féle alakváltozási tenzorok használatosak, amelyek az alakváltozási gradiensből a következő módon számíthatók:

$$\mathbf{C}(\mathbf{X}, t) = \mathbf{F}^T \mathbf{F}, \quad (2.6)$$

$$\mathbf{b}(\mathbf{X}, t) = \mathbf{F} \mathbf{F}^T. \quad (2.7)$$

A deformációs gradiens polárisan felbontható a poláris dekompozíció tétele szerint, amely alapján

$$\mathbf{F} = \mathbf{R} \mathbf{U} = \mathbf{V} \mathbf{R}, \quad (2.8)$$

ahol $\mathbf{U}(\mathbf{X}, t)$ a pozitív definit jobboldali, míg $\mathbf{V}(\mathbf{X}, t)$ a pozitív definit baloldali nyújtástenzor, $\mathbf{R}$ pedig az ortogonális forgató tenzor [6]. A tétel szerint a deformáció felbontható egy nyújtásra ($\mathbf{U}$ vagy $\mathbf{V}$) és egy merev test szerű forgásra ($\mathbf{R}$).

A nyúlástenzorok a deformációs tenzorokkal szoros kapcsolatban állnak a követ-

kezők szerint:

$$\mathbf{U} = \sqrt{\mathbf{C}} \quad \text{és} \quad \mathbf{V} = \sqrt{\mathbf{b}}. \quad (2.9)$$

Jelölje λ_i az $\mathbf{U}$ és $\mathbf{V}$ tenzor sajátértékeit, amelyek az ún. főnyúlások, a hozzájuk tartozó sajátvektorok pedig az ún. főirányok koordináta rendszerét jelölik ki. A főnyúlás egy deformált vonalelem (amely a főirány orientációjával egyezik) pillanatnyi és kiinduló hosszának hányadosát adja meg [5].

2.1.2. Sebességek és deformációsebességek

Sok esetben egy test deformációja sebességfüggő lehet, így szükséges időbeli vizsgálatot is végezni, hogy hogyan változik a test alakja, helyzete és orientációja [6]. A Lagrange-féle sebességmező a következőképpen definiálható:

$$\mathbf{V}_I(\mathbf{X}, t) = \frac{\partial \phi(\mathbf{X}, t)}{\partial t}. \quad (2.10)$$

Mivel a Lagrange-féle és az Euler-féle leírás között a ϕ leképezés teremt kapcsolatot, az Euler-féle sebességmező a következőképpen definiálható:

$$\mathbf{v}(\mathbf{X}, t) = \mathbf{V}_I(\phi^{-1}(\mathbf{x}, t), t). \quad (2.11)$$

Ezen $\mathbf{v}(\mathbf{x}, t)$ sebességmezőnek az térbeli deriváltja előállítható az

$$\mathbf{l}(\mathbf{x}, t) = \frac{\partial \mathbf{v}(\mathbf{x}, t)}{\partial \mathbf{x}} = \text{grad}(\mathbf{v}(\mathbf{x}, t)), \quad (2.12)$$

segítségével, amely szétbontható egy szimmetrikus és antiszimmetrikus részre a következőképpen:

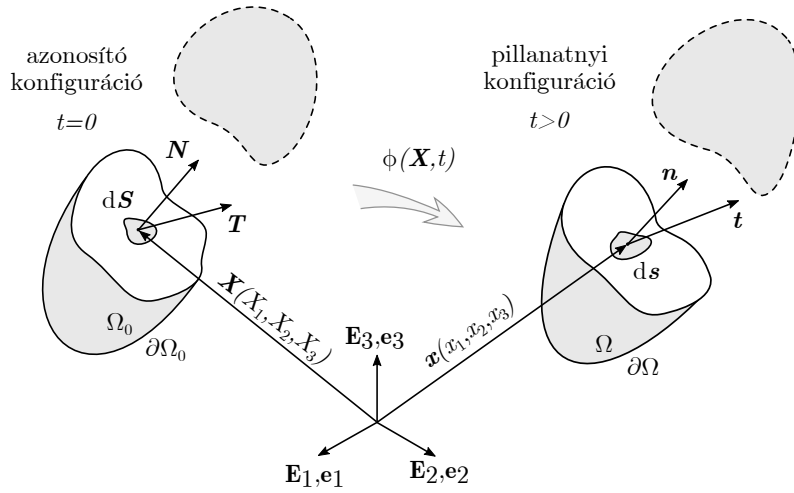
$$\mathbf{d} = \frac{1}{2}(\mathbf{l} + \mathbf{l}^T) = \mathbf{d}^T, \quad (2.13)$$

$$\mathbf{w} = \frac{1}{2}(\mathbf{l} - \mathbf{l}^T) = -\mathbf{w}^T, \quad (2.14)$$

ahol $\mathbf{d}$ alakváltozás-sebesség tenzor és $\mathbf{w}$ az örvénytenzor.

2.1.3. Feszültségi tenzorok

A mozgás és a deformáció különböző kölcsönhatásokat eredményez a kontinuum test és annak környezete között. Az egyik ilyen következménye ezen interakcióknak a feszültség, amely felületegységen megoszló belső erőrendszert jellemzi. A matematikai bevezetéshez tekintsük a 2.2-es ábrát, amely egy deformálható testet ábrázol, amely Ω térrészt foglal el és $\partial\Omega$ felülettel rendelkezik egy adott $t > 0$ időpillanatban. Vágjuk szét a testet egy felülettel az $\mathbf{x} \in \Omega$ ponton keresztül, így az ábrán látható két kontinuum testet kapjuk [5, 6].



2.2. ábra. Infinitesimális kicsi felületegységre ható erővektorok [5, 6]

A belső erőrendszer egy sík felületen adódnak át, ahol az infinitesimális kicsi felületelemre ható erőt a $d\mathbf{f}$ erővektor jelöli. Minden egyes elemre felírható, hogy

$$d\mathbf{f} = t ds = \mathbf{T} d\mathbf{S}, \quad (2.15)$$

ahol $\mathbf{t}(\mathbf{x}, t, \mathbf{n})$ a Cauchy erővektor, míg $\mathbf{T}(\mathbf{X}, t, \mathbf{N})$ az első Piola-Kirchhoff erővektor, melyek mind kifelé mutató felületi normálissal ($\mathbf{n}$ és $\mathbf{N}$) jellemezhetők.

Cauchy tétele alapján léteznek olyan másodrendű tenzormennyiségek, amelyekkel az erővektorok kifejezhetők a következőképpen:

$$\mathbf{t}(\mathbf{x}, t, \mathbf{n}) = \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{x}, t) \mathbf{n}, \quad (2.16)$$

$$\mathbf{T}(\mathbf{X}, t, \mathbf{N}) = \mathbf{P}(\mathbf{X}, t) \mathbf{N}, \quad (2.17)$$

ahol $\boldsymbol{\sigma}$ a szimmetrikus Cauchy-féle feszültségtenzor és $\mathbf{P}$ az első Piola-Kirchhoff-féle feszültségtenzor [5, 6]. A Cauchy-féle feszültségtenzor kifejezhető az első Piola-Kirchhoff-féle feszültségtenzorról is, felhasználva az elemi felületelem transzformációját:

$$\boldsymbol{\sigma} = J^{-1} \mathbf{P} \mathbf{F}^T. \quad (2.18)$$

A Cauchy-féle feszültségtenzort felhasználva bevezethető a Kirchhoff-féle feszültségtenzor az alábbi módon:

$$\boldsymbol{\tau} = J \boldsymbol{\sigma}. \quad (2.19)$$

2.1.4. Hiperelasztikus anyagmodellek elmélete

A kis alakváltozások elmélete egy olyan matematikai megközelítése a szilárd testek alakváltozásának leírására, amelyben az anyagi részecskék elmozdulásait sokkal kisebbnek feltételezzük, mint a test bármely releváns méretét [6]. Ennek következményében a nagy mértékben rugalmas alakváltozásra képes anyagok (gumik)

esetében ez a megközelítés nem alkalmazható, mivel nagy deformációk jelentkeznek, miközben az anyagi folytonosság nem szakad meg. Ilyen anyagok viselkedését az ún. hiperelasztikus elmélet alkalmazásával lehet jól leírni. Az elmélet középpontjában az áll, hogy feltételezzük az ún. Helmholtz-féle szabadenergia létezését, amely csak a deformációs tenzor függvénye: $W = W(\mathbf{F})$. Ez a függvény az egységnyi referenciatérfogatra eső alakváltozási energiamennyiséget definiálja. Mivel ezen potenciál csak a deformációs gradiens függvénye, az anyagi viselkedés homogénnek feltételezett [6]. Az elmélet azt mondja, hogy a feszültség okozta teljesítmény egy egységnyi referenciatérfogatra megegyezik a Helmholtz-féle szabadenergia idő szerinti deriváltjával. Ehhez első lépésben, fejezzük ki a feszültségtenzorok által generált teljesítményt a következő módon:

$$\dot{W} = J \boldsymbol{\sigma} : \mathbf{d} = \boldsymbol{\tau} : \mathbf{d} = \mathbf{P} : \dot{\mathbf{F}}. \quad (2.20)$$

Emellett ugyanezt a teljesítményt tudjuk kifejezni a szabadenergia idő szerinti deriválásával, mint

$$\dot{W} = \frac{\partial W(\mathbf{F})}{\partial \mathbf{F}} : \dot{\mathbf{F}}. \quad (2.21)$$

Összehasonlítva az (2.20) és a (2.21) egyenletet, kifejezhetjük az első Piola-Kirchhoff feszültségtenzort mint a Helmholtz-féle szabadenergia függvénye, vagyis

$$\mathbf{P} = \frac{\partial W(\mathbf{F})}{\partial \mathbf{F}}. \quad (2.22)$$

Amennyiben a kontinuumot merev test-szerűen elforgatjuk, a tárolt alakváltozási energia sűrűségfüggvénye nem változhat az objektivitás miatt, ami matematikailag a következőképpen fejezhető ki [6, 5]:

$$W(\mathbf{F}) = W(\mathbf{Q} \mathbf{F}). \quad (2.23)$$

Amennyiben ez a merev test-szerű forogtatás $\mathbf{Q} = \mathbf{R}^T$ szerint választott, akkor a poláris dekompozíció tétele miatt leegyszerűsíthető, mint

$$W(\mathbf{F}) = W(\mathbf{Q} \mathbf{F}) = W(\mathbf{Q} \mathbf{R} \mathbf{U}) = W(\mathbf{R}^T \mathbf{R} \mathbf{U}) = W(\mathbf{U}), \quad (2.24)$$

amely közvetlenül a jobboldali Cauchy-Green deformációs tenzorhoz kapcsolható a (2.9) egyenlet felhasználásával, azaz

$$W(\mathbf{F}) = \tilde{W}(\mathbf{C}). \quad (2.25)$$

Ezzel a szabadenergia függvény kifejezhető a jobboldali Cauchy-Green deformációs tenzor segítségével, mint

$$\dot{W} = \frac{\partial W(\mathbf{F})}{\partial \mathbf{F}} : \mathbf{F} = \frac{\partial \tilde{W}(\mathbf{C})}{\partial \mathbf{C}} \frac{\partial \mathbf{C}}{\partial \mathbf{F}} : \mathbf{F}. \quad (2.26)$$

Összehasonlítva az (2.21) és a (2.26) egyenletet, azt kapjuk, hogy az első Piola-

Kirchhoff feszültségtenzor kifejezhető a Cauchy-Green féle deformációs tenzor segítségével, mint

$$\mathbf{P} = 2\mathbf{F} \frac{\partial W(\mathbf{C})}{\partial \mathbf{C}}. \quad (2.27)$$

Felhasználva a feszültségtenzorok közötti összefüggést a (2.18) egyenlet szerint, a Cauchy-féle feszültségtenzor kifejezhető a következőképpen:

$$\boldsymbol{\sigma} = \frac{2}{J} \mathbf{F} \frac{\partial W(\mathbf{C})}{\partial \mathbf{C}} \mathbf{F}^T. \quad (2.28)$$

Az invariánsok reprezentációs tétele kimondja, hogy ha egy skalárértékű tenzorfüggvény forgatás alatt invariáns, akkor az argumentumának fő invariánsaival is kifejezhető [6]. Ebben az esetben ez a függvény a Helmholtz-féle szabadenergia (W), amely a baloldali Cauchy-Green-féle alakváltozási tenzor ($\mathbf{C}$) vagy a jobb oldali Cauchy-Green-féle alakváltozási tenzor ($\mathbf{b}$) függvénye, ekkor

$$W = W(I_1, I_2, I_3), \quad (2.29)$$

ahol $I_i = I_i(\mathbf{C}) = I_i(\mathbf{b})$ az invariánsai $\mathbf{C}$ -nek vagy $\mathbf{b}$ -nek. Hasonlóan ehhez, az alakváltozási energia függvénye kifejezhető a főnyúlások (λ_i) segítségével is (mivel ezek a alakváltozási tenzorok sajátértékei):

$$W = W(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3). \quad (2.30)$$

Ezt a formáját használva a Helmholtz-féle szabadenergiának, visszahelyettesítve a (2.28) egyenletbe levezethető a következő összefüggés a Cauchy-féle feszültségtenzor és a főnyúlások között [5]:

$$\boldsymbol{\sigma} = \sum_{k=1}^3 \frac{\lambda_k}{J} \frac{\partial W}{\partial \lambda_k} \mathbf{n}_k \otimes \mathbf{n}_k, \quad (2.31)$$

ahol $\mathbf{n}_k$ a baloldali Cauchy-Green alakváltozási tenzor ($\mathbf{b}$) egységvektorait jelöli.

2.1.5. Az Ogden-féle hiperelasztikus modell

A gumyszerű anyagok esetén számos hiperelasztikus modell érhető el a kereskedelmi VEM szoftverekben. Az egyik leggyakrabban használt hiperelasztikus anyagmodell kifejlesztése Ogden nevéhez kapcsolódik, amely többféleképpen is felírható [6, 7, 8]. A modell elég egyszerű ahhoz, hogy könnyen vizsgálhatóak legyenek a paraméterek, és egyben elegendő a nemlineáris anyagi viselkedés leírására. A Helmholtz-féle szabadenergiát a főnyúlások segítségével definiálja, ABAQUS-ban a következő formu-

láció használatos [4]:

$$W(\bar{\lambda}_1, \bar{\lambda}_2, \bar{\lambda}_3) = \sum_{k=1}^N \frac{2\mu_k}{\alpha_k^2} (\bar{\lambda}_1^{\alpha_k} + \bar{\lambda}_3^{\alpha_k} + \bar{\lambda}_3^{\alpha_k} - 3) + \sum_{k=1}^N \frac{1}{D_k} (J-1)^{2k}, \quad (2.32)$$

ahol $\bar{\lambda}_i = J^{-\frac{1}{3}} \lambda_i$ a főnyúlások, N a hiperelasztikus model rendje, α_i , μ_i és D_i pedig anyagi paraméterek. Az anyag volumetrikus (térfogati) változását a térfogati rugalmassági modulus (K) helyett a D_i paraméterek használatával írja le a modell. A szabadenergiának ez az általános formája lehetővé teszi, hogy jól beállított paraméterek mellett stabil előrejelzéseket tegyen a modell az anyagi válaszokat illetően [6]. A (2.32) kifejezés második tagja a kontinuum térfogatváltozását írja le. Dolgozatomban csak összenyomhatatlan anyagok esetén vizsgálom az átpattanás jelenségét (tehát $J = 1$), ami azt jelenti, hogy az alakváltozási energia sűrűségfüggvénye a következőképpen egyszerűsödik:

$$W(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) = \sum_{k=1}^N \frac{2\mu_k}{\alpha_k^2} (\lambda_1^{\alpha_k} + \lambda_3^{\alpha_k} + \lambda_3^{\alpha_k} - 3). \quad (2.33)$$

Az anyag kezdeti csúsztató rugalmassági modulusát μ_0 -al jelöljük, és ez a modell μ_k paramétereinek segítségével számítható a következőképpen:

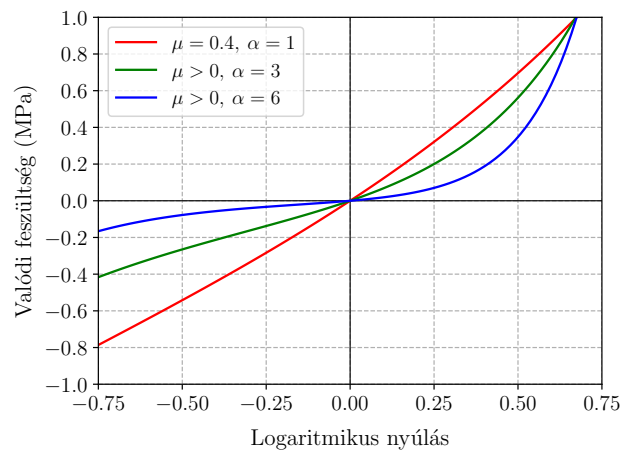
$$\mu_0 = \sum_{k=1}^N \mu_k > 0. \quad (2.34)$$

A model nemlinearitása az α_k paraméterekkel jellemezhető, amelyek lehetnek mind pozitívak, mind negatívak. A modell vizsgálata során azt látjuk, hogy α_k minél nagyobb, míg $\mu_k > 0$, az anyagi viselkedés húzásra keményedik, nyomásra a válasz lágyul [8]. Ezzel szemben, ha $\mu_k > 0$ és α_k paraméterek egyre kisebbek, az anyagi válasz annál inkább keményedik nyomásra és lágyul húzásra. Ahhoz, hogy ezt jobban lássuk, vegyünk egy egytengelyű terhelési esetet, ez esetben az összenyomhatatlan Ogden-féle hiperelasztikus modell segítségével kifejezhető a Cauchy-féle feszültség a következőképpen:

$$\sigma_{\text{uniax}} = \sum_{k=1}^N \frac{2\mu_k}{\alpha_k} \left[\lambda^{\alpha_k} - \left(\frac{1}{\sqrt{\lambda}} \right)^{\alpha_k} \right]. \quad (2.35)$$

Ezt három különböző α paraméter választásával könnyen ábrázolhatjuk az elsőrendű Ogden modell esetében, amit a 2.3-as ábrán láthatunk.

A μ paraméterek értéke csak a skálázást módosítja: az értékük úgy lett beállítva, hogy mindhárom görbe egy pontba metsződjön (amikor a logaritmikus nyúlás értéke 0,7, a valódi feszültség értéke 1 MPa), így jobb reprezentációt kapunk az egyes α paraméterek hatásáról [8]. Amennyiben a paraméterek értéke $N = 2$, $\alpha_1 = 2$ és $\alpha_2 = -2$, az ún. Mooney-Rivlin-féle hiperelasztikus modellt kapjuk. Emellett $N = 1$



2.3. ábra. Az Ogden-féle hiperelasztikus modell válaszai különböző α paraméterekkel

és $\alpha_1 = 2$ választással az Ogden-féle modell az ún. neo-Hookean-féle hiperelasztikus modellt állítja elő.

Ahhoz, hogy a valós anyagnak megfelelő paramétereket előállítsuk, célszerű méréseket alkalmazni. Több végeselemes szoftver, így az ABAQUS is rendelkezik egy automatikus rutinnal, amely előállítja a szükséges paramétereket egy mérési adatsor betáplálása után, de természetesen a paraméterillesztésre külső eszközöket is használhatunk. Ahhoz, hogy a paraméterek a lehető legjobban leírják a tényleges anyagi választ, az egyes méréseket több mérés összességéből kell választani, emellett az egyes gyártók által gyártott termékek (ugyan olyan anyagok) mechanikai tulajdonságai is nagyon eltérőek tudnak lenni, ezért a méréseket mindig a használni kívánt anyagból vett mintákon kell végezni [4].

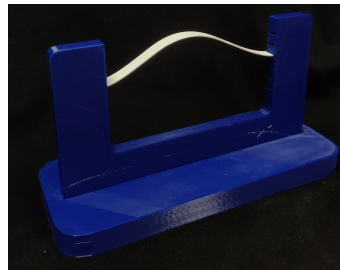
Dolgozatomban elsősorban elsőrendű modelleket fogok használni, amelyek paramétereit a kapcsolódó szekciókban állapítom meg.

2.2. Az átpattanás mint hiperelasztikus instabilitás

2.2.1. Az átpattanás

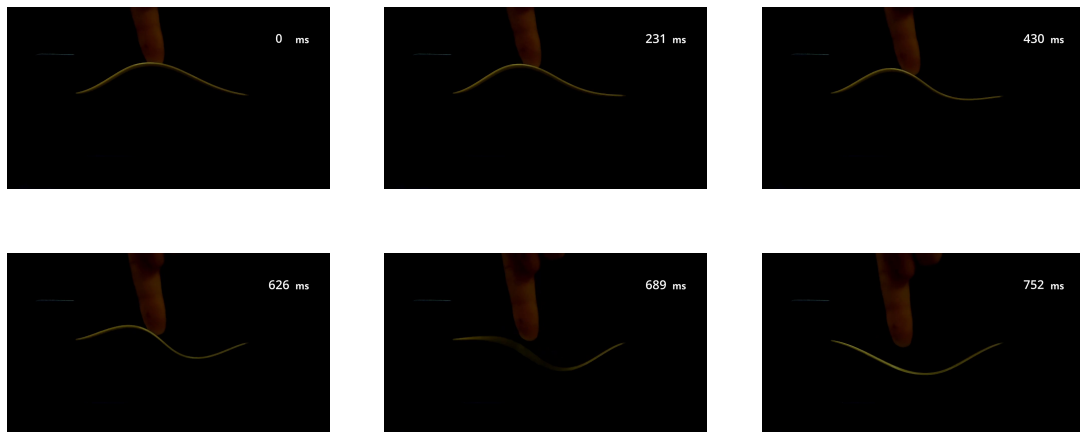
Sok rugalmas szerkezetnek két lehetséges egyensúlyi állapota van, gondoljunk csak egy esernyőre, amely egy hirtelen széllökés hatására kifordul. Az ilyen rendszerek az egyik stabil állapotból általában egy gyors mozgással, ún. átpattanással (vagy átcsapódással) alakulnak át a másik stabil állapotba. Ez a jelenség azért következik be, mert a szerkezetben terhelés során rugalmas alakváltozási energiát halmozunk fel, amely hirtelen felszabadul, így gyors mozgásokat generál [2, 9, 10, 11]. Lényegében az átpattanás jelensége egy speciális formája a szerkezeti stabilitásvesztéseknek, amely általában a szerkezeti rendszerekre fokozottan veszélyes. A szerkezeti stabilitásvesztés akkor következik be, amikor egy szerkezetet fokozatosan növekvő terhelésnek tesznek ki, majd mikor ez a terhelés elér egy kritikus szintet, egy kis zavarás

hatására a szerkezet hirtelen energiát szabadít fel, és egy másik stabil (vagy instabil) állapotba deformálódik. Az átpattanás jelenségét egy egyszerű rugalmas rendszerrel szemléltethetjük, egy műanyag szalag segítségével. A műanyag szalagot egy kezdeti állapotba deformáljuk, majd erővel terheljük, amelynek hatására az meghajlik és átpattan a másik állapotba.



2.4. ábra. Az átpattanás szemléltetésére szolgáló 3D nyomtatott eszköz

Ezt az egyszerű példát felhasználva kísérletezhetünk azokkal a feltételekkel, amelyek befolyásolják a jelenség kimenetelét. Ha kiinduló deformációs állapot asszimmetrikus, a deformált állapot is az lesz. Azt is tesztelhetjük, hogy mi történik, ha a terhelés lassan növekszik, vagy mi történik, ha csak egy impulzus szerű ütest kap a műanyag szalag.



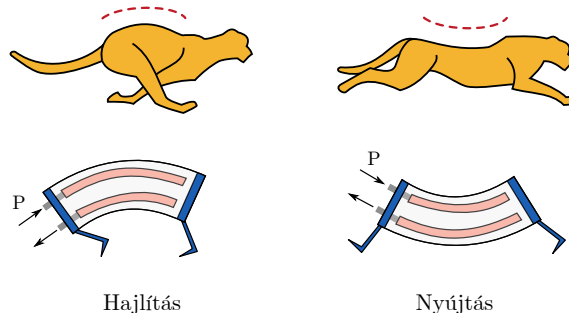
2.5. ábra. Az átpattanást bemutató videó képkockái hat különböző időpillanatban
(A videó megtekinthető az bit.ly/pb_2_5 linken)

A mérnöki gyakorlatban az ilyen problémák vizsgálatakor általában a teherbíró képesség az érdekelt mennyiség, de napjainkban ezen jelenség két fontos tulajdonságát kezdik kihasználni különböző területeken: a nagy sebességű mozgások létrehozását és a hirtelen energiafelszabadulást [12, 9].

Dolgozatom során a mérnöki tudományterületeken belül a lágy robotikához kapcsolódó alkalmazásokat fogom bemutatni és tárgyalni.

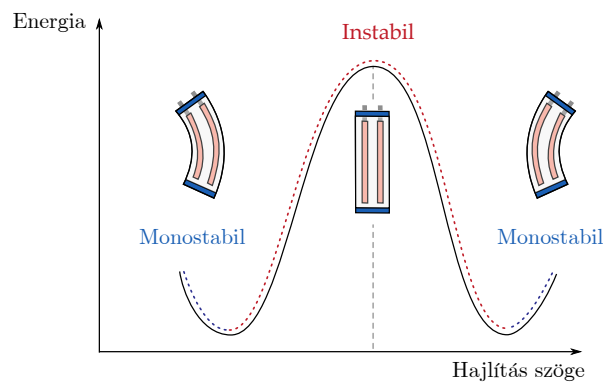
2.2.2. Az átpattanás lágy robotikai alkalmazásokban

A lágy robotoknál kifejezetten nagy kihívást jelent nagy teljesítmény elérése a robot lágy alkotóelemei miatt. Az ilyen robotok jellemzően kis erőt fejtenek ki, nagy deformációt, azonban lassú reakcióidőt mutatnak a mechanikai anyagtulajdonságaik miatt [2, 10]. A robotot alkotó lágy anyagok általában megnehezítik a nagy mennyiségű mechanikai energia gyors tárolását és felszabadítását, amely korlátozza alkalmazásukat [10]. Ezért hasznosak az instabilitások, mint az átpattanás, mivel ilyenkor a felszabaduló energia relatív gyorsan távozik a rendszerből.



2.6. ábra. Nagymacska által inspirált 'futó' lágy robot (újrarajzolva [10] alapján)

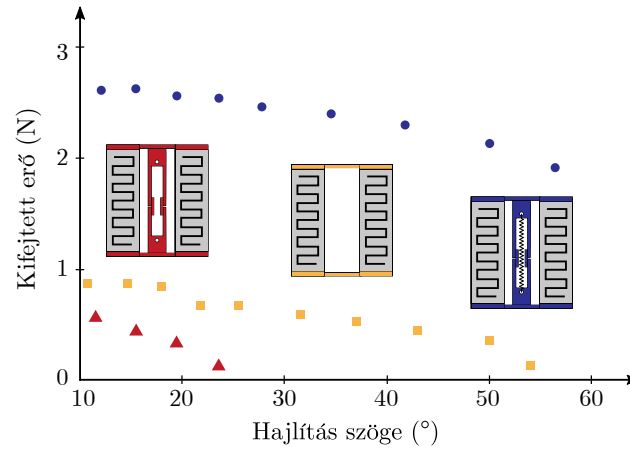
A Temple és a North Carolina State Egyetem munkatársaiból álló kutatócsoport a futó gepárd gerincének hajlító mozgását megfigyelve egy olyan lágy robotot fejlesztett ki, amely képes "futni". A robotnak valójában két stabil állapota van, ezért bistabil aktuatorként is nevezik [10]. A robot rugókból (a gerinc nyújtását modellezve) és lágy (gumi) működtető elemekből, aktuatorokból (a gerinc hajlítását modellezve) épül fel. Amikor az aktuatorokat belső nyomással terheljük, azok meghajlanak, és a robot a második stabil helyzetébe pattan át, létrehozva a hajlítást. Amikor a nyomás alá helyezés megszűnik, a rugó visszahúzza a robot testét annak eredeti állapotába. A lágy aktuatorok gyors, ciklikus működtetésével és megfelelő lábakkal való felszerelésével egy "futó" mozgást kapunk, amelyet a két stabil állapot közötti instabil átpattanás hajt.



2.7. ábra. A fent említett aktuator stabilitási görbéje (újrarajzolva [10] alapján)

A kutatók kimutatták, hogy az instabilitást kihasználva az aktuator által kifejtett erő növelhető. Az alábbi 2.8-as ábrán az egyes aktuatorok által kifejtett erőértékeket

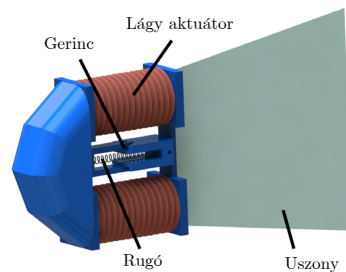
láthatjuk, a hajlítási szög függvényében. Az egyes adatsorokat az aktuátorok színe különbözteti meg egymástól. Az egyikben egy karokból álló mechanizmus található (piros), a másodikban semmi, csak maga a lágy aktuátor (sárga), a harmadikban pedig a mechanizmus egy rugóval van kiegészítve, ami lehetővé teszi a bistabil helyzetek létrehozását (kék).



2.8. ábra. Három különböző aktuátor erő kifejtése (újrarajzolva [10] alapján)

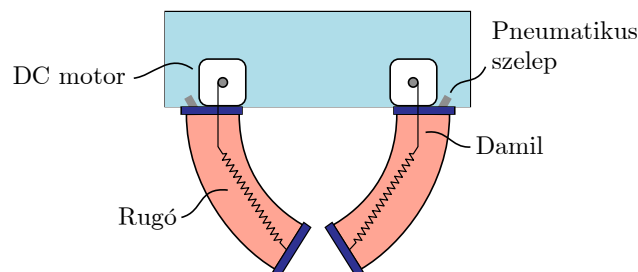
Láthatjuk, hogy a piros színnel jelzett koncepció teljesít a legrosszabbul, mert energiát veszítünk el a hozzáadott többlettömeg mozgására és a súrlódás leküzdésére. Ha ezt eltávolítjuk, és csak magát a lágy aktuátort alkalmazzuk, akkor az erők mérsékelt növekedését láthatjuk. Ha azonban a robotot rugóval szereljük fel (mint energiatároló és -leadó egység), akkor a kimeneti erők jelentősen megnövekednek. Ebből arra a következtetésre jutottak, hogy ha az instabilitásokat kihasználjuk, akkor a felszabaduló energia nagy hatással lehet a kimeneti erőkre, így a például a gyorsulásra és a sebességre [10].

Ugyanez a koncepció használható más biológiailag inspirált mozgások, például halak úszó mozgásának modellezésére is. Ezen robot felépítése ugyan kicsit más, de a fő tervezési gondolatok megegyeznek (izmok hajlítása és nyújtása). A "futó" robothoz hasonlóan itt is három konstrukciót gyártottak, és teszteltek le, az eredmények pedig a 2.8-os ábrán láthatottakhoz hasonlítottak. Az csoport által alkotott "úszó" robot az alábbi 2.9-es ábrán látható.



2.9. ábra. Az "úszó" robot felépítése (újrarajzolva [10] alapján)

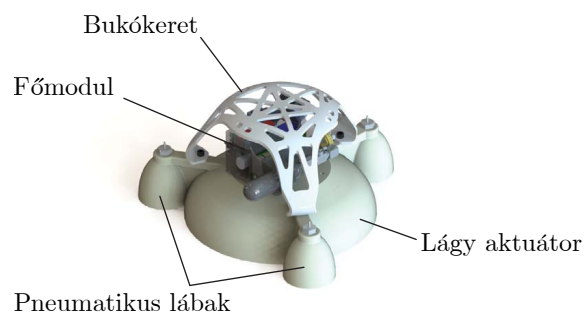
Ezen két robot során az aktuátor instabil állapotait gyors energia kinyerésre használtuk fel. De amint azt a 2.7-es ábra is mutatja, ennek a rendszernek két stabil helyzete is van [10]. Így felmerül a kérdés, hogy lehetséges-e olyan robotot tervezni, amelyen elsősorban nem a gyorsaságra, hanem a két stabil helyzetben kifejtett erőre koncentrálnak? Képzeljünk el egy robotot, amelynek egy nehéz tárgyat kell felvennie, és azt egy dobozba helyezni. A hagyományos robotok ezt a feladatot nagyon könnyen, precízen, és gyorsan el tudják végezni, de a felvett alkatrészek alakja csak egyféle lehet (egy megfogó szerszámmal).



2.10. ábra. Bistabil lágy megfogó, amely nehéz, de egyben törékeny tárgyakat is képes megfogni (újrarajzolva [10] alapján)

A szerszámok cseréje sok időt vehet igénybe, így az iparban a különböző alkatrészek különböző szállítószalagokon mozognak, ami sok helyet foglal, és sokkal több költséggel is jár. Ha képesek lennénk egy olyan lágy megfogó eszközt tervezni, amely viszonylag nehéz tárgyakat is meg tud fogni, akkor egyetlen robottal a termékek széles palettáját tudnánk mozgatni. A 2.10-es ábrán látható megfogó szerkezet konstrukciója pontosan ezt teszi lehetővé. A kialakítása nagyon hasonló az előző robotokéhoz, de a rugó egy damilhoz van rögzítve, amely egy egyenáramú motor segítségével feszíthető és lazítható. Az aktuátornak két stabil helyzete van; az egyik, mikor a karok egy tárgyat körülölelnek, és amikor a karok nyitva vannak. Ez a kialakítás lehetővé teszi akár nehéz tárgyak mozgatását is, mivel ahogy az egyenáramú motor megfeszíti a damilt, a rugó kinyúlik, és a karok nagy erővel záródnak. Ezzel szemben, ha sérülékeny anyagokat kell felvennünk, akkor csak a robot pneumatikus részét használjuk, amely egy alacsonyabb záróerőt biztosít. Ez hasznos lehet tojások, gyümölcsök és törékeny termékek csomagolásakor [10].

Eddig olyan robotokat láttunk, amelyek valamilyen gyors mozgást tudnak megvalósítani, akár szárazföldön, akár talajon. Viszont a lágy anyagoknak köszönhetően ezen szerkezetek tömege elhanyagolható a hagyományos robotokhoz képest, így megfelelő struktúrális kialakítással akár ugrásra is képesek. Az első ugrásra képes lágy robot 2015-ben lett készítve egy kutatócsoport által melynek kialakítása a 2.11-es ábrán látható [13].



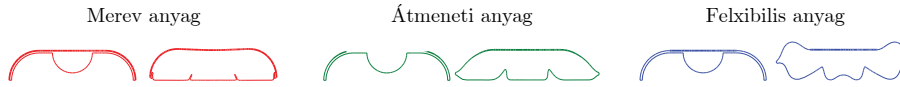
2.11. ábra. 3D nyomtatással készült "ugró" robot (újrarajzolva [13] alapján)

Az első érdekes dolog, amit észrevehetünk a roboton, hogy három lába van, amelyek pneumatikusan vezérelhetők. Az ugrás elindításához a robot felfújja a megfelelő lábakat, ezzel eldöntve, hogy milyen irányban ugorjon. A középső aktuátor átpattantását egy gázkeverék robbantásával érték el a tervezők. A robbanáskor az alsó félgömb átpattant és a talajhoz nyomódik, így a robotot a levegőbe repíti. Földetérés után a robot a felfújt lábait leereszti, és felkészül a következő ugrásra [13]. Az ugrás módszere az alábbi ábrán látható.



2.12. ábra. Az ugrást megelőző pillanatképek (újrarajzolva [13] alapján)

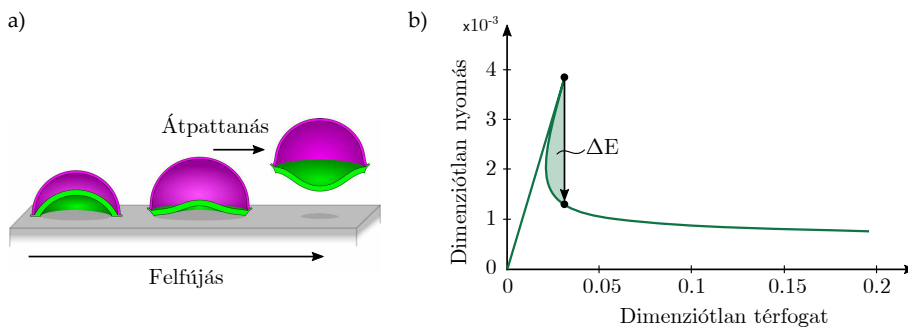
A kutatók három féle robot terveit készítették elő, különböző anyagokat felhasználva az aktuátor felső részéhez, az egészen merevtől kezdve a teljesen flexibilis anyagokig, amelyek a 2.13-as ábrán láthatóak.



2.13. ábra. Az aktuátor deformációs állapotai: kiinduló állapot balra, a deformált állapot jobbra (az egyes vonalak vastagsága az anyagvastagságot szemlélteti) [13]

A különböző koncepciókat szimulációkkal vizsgálták, amelyek eredményeiből azt látták, hogy a kemény fedél esetében sokkal kisebb deformációk esetében ébred ugyan az a reakcióerő, mint a másik kettő anyag esetében. Ez egyben azt is jelentette, hogy ez a robot tudna a legmagasabbra ugrani azonos vizsgálati körülmények esetén. A szimulációk elvégzése után az eredményeket méréssel is igazolták, miszerint a merev felső résszel rendelkező robot 1.25 m magasra, míg a lágy anyagból készült aktuátorral szerelt csak 0.25 m magasra tudott ugrani [13].

Egy hasonló elképzelést vizsgált egy csoport a Harvardi egyetemen is [3]. A cél egy olyan ugrásra képes robot készítése volt, amely kihasználja a hiperelasztikus instabilitásokat, illetve egy olyan aktuátor megoldása, amely lassú működtetés (lassú felfújás) ellenére is gyors mozgásra képes.



2.14. ábra. Az robot koncepciója (újrarajzolva [3] alapján)

- a) A felfújás menete, és az ez által bekövetkezett átpattanás okozta felugrás
- b) A rendszerből távozó energia a nyomás-térfogat görbén azonosítható

Eredményeikből az látható, hogy amikor az átpattanás megtörténik, az anyagban felhalmozott rugalmas alakváltozási energia egyszerre, egy gyors mozgással egybekötve távozik. Ezek az általános megfigyelések láthatóak az alábbi 2.14-es ábrán [3]. A rendszerből kinyerhető energiamennyiséget a nyomás-térfogat görbén lehet értelmezni (zöld színű terület), amely könnyedén kiszámolható, ha ismerjük a nyomás és a térfogatváltozás kapcsolatát. Szintén kimutatták, hogy a geometriai paraméterek változtatásával ez az energiamennyiség változtatható, esetlegesen optimalizálható egyes felhasználási területekre.

2.2.3. Lágymobotok jelentősége

Ahogy a fenti példákbl láttuk, a lágymobotikában sok ága van, amelyek új megoldásokat kínálhatnak specifikus problémák megoldására. Az egyik legfontosabb és alkalmazások szempontjából a leghasznosabb tulajdonsága a lágymobotoknak, hogy nagyon különböző környezetekben is képesek működni konstrukciós változtatás nélkül. Létrehozhatók többszörösen redundáns robotok, amelyek több szabadsági fokkal rendelkeznek, mint amennyi minimum szükséges ahhoz, hogy a környezetük bármely pontját elérjék. Ez a kialakítás teszi lehetővé, hogy imitálják az állatok komplex (izmok feszítésével és ernyedésével létrehozott) mozgását.

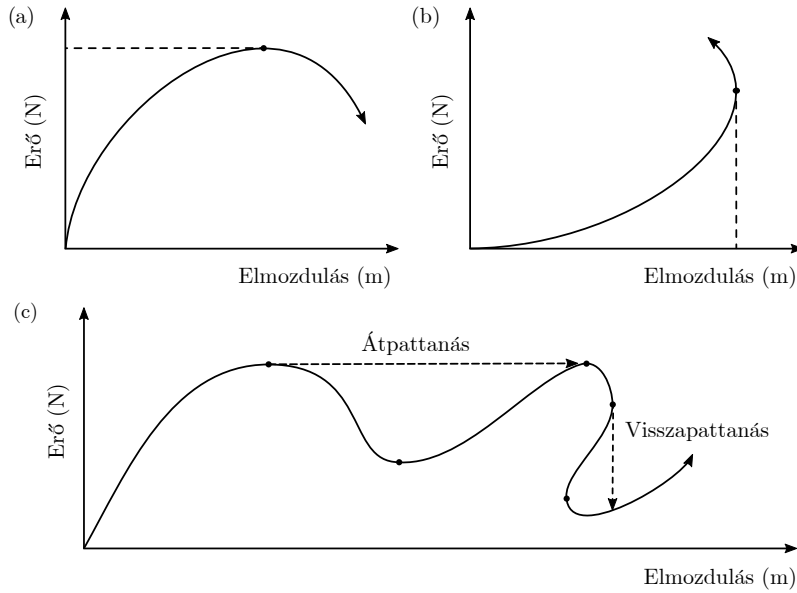
Számos előny ellenére természetesen hátrányai is vannak a koncepciónak. Elsősorban, hiába a fejlett technológiák, maga a konstrukció létrehozása nehézségekbe ütközik. Erősebb és megbízhatóbb anyagokra van szükség pontos aktuátorok létrehozásához, gyors és precíz szenzorokra amelyek érzékelni tudják az egyes lágymobotok elemek deformációját, helyzetét. Ezen robotok pályatervezése és vezérlése szintén sokkal komplikáltabb (a nagyon sok szabadsági fok miatt), mint a hagyományos robotok esetén. Sok robot hiába lágymobot, szüksége van valamilyen környezeti kötöttséghez, például egy pneumatikus egységhez, amely nyomást biztosít a mozgásokhoz. Ezek a környezeti kötöttségek érzékeny pontok a robotok testén, könnyen meghibásodhatnak a csatlakozók a hirtelen mozgás, ugrás közben. Emellett a lágymobotokról elmondható, hogy készítésük igen költséges, minden robothoz öntőformák szükségesek, amelyeknek készítése időigényes és drága [14, 12, 9, 1].

Ezen hátrányok ellenére azt gondolom, és a fejlesztési irányvonalak is ezt mutatják, hogy ezen problémák orvoslásával, javításával nagy potenciál van a lágymobotok térnyerésében.

2.3. Az ívhossz módszer

2.3.1. Bevezetés a nemlineáris rendszerekbe

Az ún. ívhossz módszer (arc length method) a nemlineáris egyenletrendszerek egy nagyon hatékony numerikus megoldási módszere. Kifejezetten akkor használatos, ha a szerkezet terhelés során egy vagy több kritikus pontot is érint. A nemlineáris egyenletrendszerek egyik első megoldási módszere azt a gondolatmenetet követte, hogy egy inkrementen belül a szerkezetre adott terhelést állandónak tekintik. Ezen módszerek azonban a kritikus terhelési pont közelében nem tudják követni az egyensúlyi görbét. Ahhoz, hogy ezt a problémát kiküszöböljék, elkezdtek terjedni az ún. elmozdulás vezérelt technikák, ahol pedig az elmozdulást tartották konstans értéken. Ezen módszerek a terhelési pontot át tudják lépni, viszont a kritikus elmozdulási pontnál ezek a módszerek sem tudnak továbblépni. Erre a két esetre mutat példát a 2.15-ös ábra [15].



2.15. ábra. Nemlinearális rendszerben létrejövő instabilitások (újrarajzolva [15] alapján)

- (a) Instabil rendszer terhelés vezérelt megoldás esetén (átpattanás jelensége)
- (b) Instabil rendszer elmozdulás vezérelt megoldás esetén (visszapattanás jelensége)
- (c) Instabil rendszer mind terhelés, mind elmozdulásvezérelt megoldás esetén

Az ívhossz módszer lényege, hogy az egyensúlyi megoldásgörbét elmetsszük egy adott sugárral rendelkező körívvel, majd ezt a metszéspontot közelítjük Newton iterációkkal. Ehhez szükséges bevezetni egy ún. terhelési arányszámot, amely az inkrementen belül ráadott terhelés és a teljes terhelés hányadosa. Ez a arányszám minden iterációban módosításra kerül, úgy, hogy a megoldások kövessék az egyensúlyi görbét. A rendszer ezt a terhelési arányszámot is a rendszer ismeretlenei közé sorolja, így a teljes rendszert ezennel $(N + 1)$ ismeretlenre kell megoldani, ahol N az elmozdulásvektorban található elemek száma (másnéven a szabadsági fokok száma). Ahhoz, hogy ezt a rendszert egyértelműen meg tudjuk oldani, szükségünk van egy plusz feltételre, ami a pillanatnyi elmozdulások, a terhelési arányszám és az ún. ívhossz függvénye, amit később a rendszert kiegészítő ívhossz egyenletnek (arc length equation) fogunk nevezni [15, 16]. Megkülönböztetünk fix ívhosszon alapuló, illetve változó ívhosszú módszereket, attól függően, hogy az ívhossz módosításra kerül-e az egyes inkremente között.

Az első iteráció esetén a terhelési arányszámra egy próba értéket határozzunk meg, ami általánosan a teljes terhelésnek egy kis hányadát fejezi ki. A további iterációk esetén a terhelési hányados értéke a számításból adódik. Amennyiben az iteráció divergál, az ívhossz értéke csökkentésre kerül, és az iteráció újraindul, tehát néhány esetben (bonyolult problémáknál) nagy számítási igények jelentkezhetnek.

2.3.2. A módszer matematikai háttere

Tekintsünk egy diszkretizált nemlineáris egyenletrendszert, amely kifejezhető a következő formában:

$$\mathbf{F}^{\text{int}}(\mathbf{u}) - \mathbf{F}^{\text{ext}} = \mathbf{F}^{\text{int}}(\mathbf{u}) - \lambda \mathbf{q} = \mathbf{0}, \quad (2.36)$$

ahol λ az terhelési arányszám és $\mathbf{q}$ a külső terhelések vektora. Tegyük fel, hogy az $(\mathbf{u}_0, \lambda_0)$ pont kielégíti a fenti egyenletet [15]. Az ívhossz módszer mind a terhelési arányszámot, mint az elmozdulásokat változóként kezeli, amelyeket iterációnként módosítunk. Amennyiben az

$$\mathbf{R}(\mathbf{u}', \lambda') = \mathbf{F}^{\text{int}}(\mathbf{u}_0 + \Delta \mathbf{u}) - (\lambda_0 + \Delta \lambda) \mathbf{q} = \mathbf{0}, \quad (2.37)$$

egyenlet teljesül, azt mondhatjuk, hogy a $(\mathbf{u}_0 + \Delta \mathbf{u}, \lambda_0 + \Delta \lambda)$ pont szintén egy egyensúlyi helyzetet jelöl. Azonban a legtöbb probléma esetében ez a feltétel nem teljesül azonnal, korrekciókat kell eszközölnünk, amelyeket $(\delta \mathbf{u}, \delta \lambda)$ -val jelölünk. Ezzel a számítást egy új pont vizsgálatával folytathatjuk:

$$\mathbf{R}(\mathbf{u}'', \lambda'') = \mathbf{F}^{\text{int}}(\mathbf{u}_0 + \Delta \mathbf{u} + \delta \mathbf{u}) - (\lambda_0 + \Delta \lambda + \delta \lambda) \mathbf{q} = \mathbf{0}. \quad (2.38)$$

Alkalmazva a Taylor-sorfejtést a (2.38) egyenletre, meghagyva csak a lineáris tagokat a következő összefüggésre jutunk:

$$\mathbf{F}^{\text{int}}(\mathbf{u}_0 + \Delta \mathbf{u}) + \left[\frac{\partial \mathbf{F}^{\text{int}}(\mathbf{u})}{\partial \mathbf{u}} \right]_{\mathbf{u}_0 + \Delta \mathbf{u}} \cdot \delta \mathbf{u} - (\lambda_0 + \Delta \lambda + \delta \lambda) \mathbf{q} = \mathbf{0}, \quad (2.39)$$

ahol $[\mathbf{K}_T] = [\partial \mathbf{F}^{\text{int}}(\mathbf{u}) / \partial \mathbf{u}]$ a rendszer tangenciális merevségi mátrixának nevezett mennyiség (más néven Jacobi mátrix).

Az előzőeknek megfelelően, a rendszer így $(N+1)$ ismeretlent tartalmaz (N darab ismeretlen $\delta \mathbf{u}$ és egy darab $\delta \lambda$), viszont csak N darab egyenlet áll rendelkezésre. Emiatt szükség van a kiegészítő, ún. ívhossz egyenletre [16]:

$$(\Delta \mathbf{u} + \delta \mathbf{u})^T \cdot (\Delta \mathbf{u} + \delta \mathbf{u}) + \psi^2 (\Delta \lambda + \delta \lambda)^2 (\mathbf{q}^T \cdot \mathbf{q}) = \Delta l^2, \quad (2.40)$$

ahol ψ és Δl a felhasználó által választott mennyiségek. Ezek közül Δl azt jelöli, hogy milyen "messze" keressük a következő egyensúlyi helyzetet. A ψ változó az ív karakterisztikáját határozza meg. Mikor $\psi = 1$, a módszert gyakran *gömbi ívhossz módszernek* nevezik, mivel a (2.40) egyenlet szerint a $(\Delta \mathbf{u} + \delta \mathbf{u}, \Delta \lambda + \delta \lambda)$ pont egy olyan gömbfelületen fekszik amelynek sugara Δl (a többdimenziós terhelés-elmozdulás térben) [15].

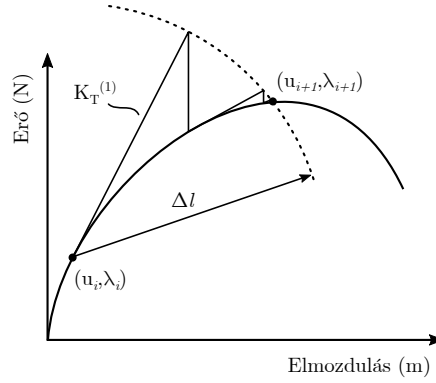
Így az egyenletrendszer kifejezhető egy kompakt formában, mint

$$\begin{bmatrix} [\mathbf{K}_T] & -\mathbf{q} \\ 2\Delta\mathbf{u}^T & 2\psi^2\Delta\Lambda(\mathbf{q}^T \cdot \mathbf{q}) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \delta\mathbf{u} \\ \delta\lambda \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \mathbf{R} \\ A \end{bmatrix}, \quad (2.41)$$

ahol

$$\begin{aligned} \mathbf{R} &= \mathbf{F}^{\text{int}}(\mathbf{u}_0 + \Delta\mathbf{u}) - (\lambda_0 + \Delta\lambda)\mathbf{q}, \\ A &= -(\Delta\mathbf{u}^T \cdot \Delta\mathbf{u} + \psi^2\Delta\lambda^2(\mathbf{q}^T \cdot \mathbf{q}) - \Delta l^2). \end{aligned}$$

Ezt az egyenletrendszert kell megoldani a $\delta\mathbf{u}$ és $\delta\lambda$ értékekre, amivel frissíteni lehet $\Delta\mathbf{u}$, $\Delta\lambda$ értékét. Ez az iteratív folyamat addig tart, amíg egy bizonyos konvergenciát el nem érünk. Ilyenkor ezek az értékek fogják meghatározni az új pontot, ahonnan az iterációs folyamat újrakezdődik. Ez a folyamat a 2.16-os ábrán látható.



2.16. ábra. Az ívhossz módszer iteratív folyamata 2 dimenziós térben (újrarajzolva [15] alapján)

Ahhoz, hogy ezt a módszert olyan kereskedelmi véges elemes szoftverekben lehessen alkalmazni, amelyek már képesek nemlineáris egyenletrendszer megoldására Newton-módszerrel, Crisfield egy alternatív formalizmust vezetett be [17].

A (2.39) egyenletet az alábbi módon fejezte ki:

$$\begin{aligned} \delta\mathbf{u} &= -[\mathbf{K}_T]_{\mathbf{u}_0+\Delta\mathbf{u}}^{-1} \cdot [\mathbf{F}^{\text{int}}(\mathbf{u}_0 + \Delta\mathbf{u}) - (\lambda_0 + \Delta\lambda)\mathbf{q}] + \delta\lambda ([\mathbf{K}_T]_{\mathbf{u}_0+\Delta\mathbf{u}}^{-1}) \Rightarrow \\ \delta\mathbf{u} &= \delta\bar{\mathbf{u}} + \delta\lambda\delta\mathbf{u}_t. \end{aligned} \quad (2.42)$$

Ezt az egyenletet közvetlenül meg lehet oldani minden egyes iterációs lépésben, mivel csak ismert mennyiségeket tartalmaz.

Kifejezve $\delta\mathbf{u}$ -t, majd visszahelyettesítve az ívhossz egyenletbe egy másodfokú egyenletre jutunk:

$$\alpha_1\delta\lambda^2 + \alpha_2\delta\lambda + \alpha_3 = 0, \quad (2.43)$$

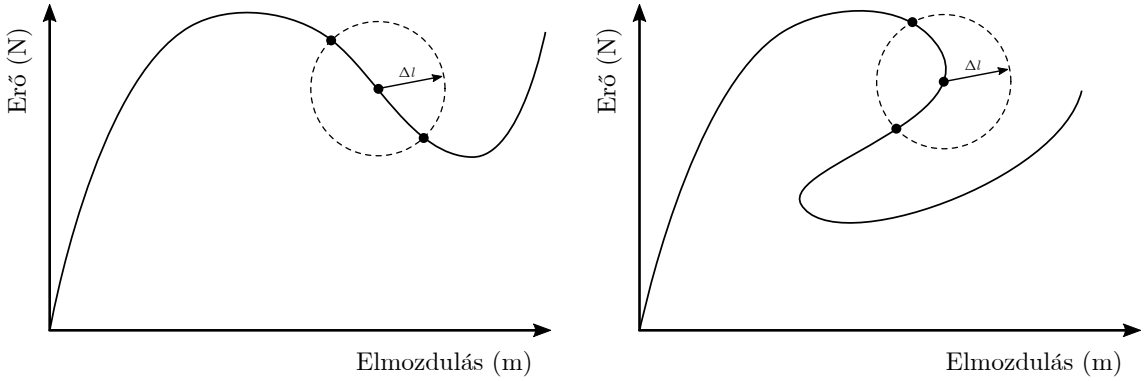
ahol az együtthatók kifejezhetők, mint

$$\begin{aligned}\alpha_1 &= \delta \mathbf{u}^T \cdot \delta \mathbf{u} + \psi^2 (\mathbf{q}^T \cdot \mathbf{q}), \\ \alpha_2 &= 2 (\Delta \mathbf{u} + \delta \bar{\mathbf{u}})^T \cdot \delta \mathbf{u}_t + 2\psi^2 \Delta \lambda (\mathbf{q}^T \cdot \mathbf{q}), \\ \alpha_3 &= (\Delta \mathbf{u} + \delta \bar{\mathbf{u}})^T \cdot (\Delta \mathbf{u} + \delta \bar{\mathbf{u}}) + \psi^2 \Delta \lambda^2 (\mathbf{q}^T \cdot \mathbf{q}) - \Delta l^2.\end{aligned}$$

Ezzel egy másodfokú egyenletet kapunk a $\delta \lambda$ változóra, amely könnyedén megoldható. Amint ezen korrekciós tényező értékét meghatározzuk, frissíteni tudjuk az elmozdulás új értékét, és befejezni az iterációt.

2.3.3. A módszer hátránya

Ezen numerikus megoldási módszernek egyetlen hátránya van, a helyes megoldás kiválasztásának nem-trivialitása. Általános esetben a másodfokú egyenlet két különböző megoldást szolgáltat a $\delta \lambda$ változóra, amely ezzel együttesen két különböző megoldást szolgáltat a $\delta \mathbf{u}$ elmozdulás korrekciós tényezőre. Ez geometriailag úgy értelmezhető, hogy egy körív mindig két pontban metszi a görbét, amennyiben a középpontja a vizsgált görbén fekszik. Emiatt egy olyan algoritmusra van szükség, amely mindig a megfelelő megoldáspárt választja ki, ezáltal a megoldások a kívánt egyensúlyi helyzetet követik le.



(a) A két megoldás egy átpattanás jelenségénél szemlélítve. A két megoldás (metszéspon) a kiindulópont két ellentétes oldalán található.

(b) A két megoldás egy visszapattanás jelenségénél szemlélítve. A két megoldás (metszéspon) a kiindulópont ugyanazon oldalán található.

2.17. ábra. A megoldások kiválasztásának nem-triviális problémája (újrarajzolva [15] alapján)

Az át- és visszapattanási jelenségek miatt a megoldások "előre haladása" nem értelmezhető globálisan, ennek megértéséhez tekintsük a 2.17-es ábrát [15, 16]. Érdekes lehet megjegyezni, hogy erre a problémára nincs olyan kidolgozott matematikai algoritmus, amely minden egyes esetre megfelelő, emiatt (is) lehetséges, hogy a szoftverek numerikusan instabil megoldásokat produkálnak [15].

3

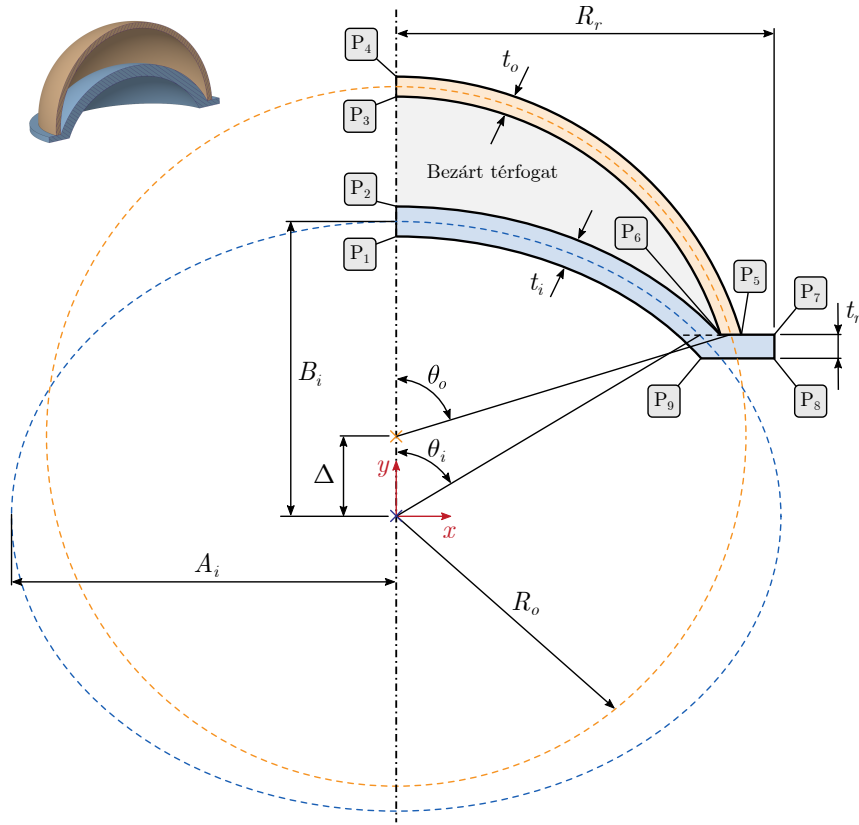
A végeselemes modell felépítése

3.1. A geometria kialakítása

Az aktuátorok geometriai kialakítását a *B. Gorissen* által írt *Inflatable soft jumper inspired by shell snapping* című cikk inspirálta [3]. Az általuk használt geometria két félgömb geometriájú külső és belső héjből áll, amelyek által közrezárt térfogat felfújásával az alsó héj átpattan, a felső héj pedig megnyúlik. Én ennek a konstrukciónak egy általánosabb formáját fogom vizsgálni, a belső héj geometriája gömb helyett ellipszoid, ennek következményében több paraméter határozza meg az aktuátor alakját, amelyek segítségével nagyon sok számítást lehet végezni a kinyerhető energia optimalizációjának szempontjából. A két héj kialakítását, csatlakozását és az általuk létrehozott felfújható térfogatot a 3.1-es ábra szemlélteti.

Mivel a geometria tengelyszimmetrikus, a terhelések szintén szimmetrikusak, az anyagmodellek pedig homogén, izotróp anyagi viselkedést tükröznek, ezért a vizsgálatot axiszimmetrikus modelleken fogom végrehajtani. A geometriai teljesen meghatározható a bemeneti paraméterek függvényében, amelyek a héjak nyílásszögei (θ_i , θ_o), az ellipszis kis- és nagy féltengelye (A_i és B_i), a külső gömbhéj sugara (R_o), a külső és belső héj vastagsága (t_i és t_o) és az aktuátor alját képező gyűrű külső sugara (R_r) és vastagsága (t_r). A geometria leírása során az „i” illetve „o” indexek a belső (inner) és külső (outer) gömbhéj leírására szolgáló mennyiséget jelentik.

Ezen dolgozat során csak a belső ellipszoid héj paramétereit változtatom, mivel ezek vannak közvetlenül kapcsolatban az átpattanás során kinyert energiamennyiséggel. Ennek ellenére a geometriai leírást teljesen parametrikusan végzem, hogy a lehetőség adott legyen a paramétervizsgálat dolgozaton túli folytatására.



3.1. ábra. A geometria és a definiáláshoz szükséges paraméterek

A fenti ábrán látható pontok y irányú koordinátái könnyen adódnak a nyílási szögek és a sugarak ismeretében, azonban az x irányú koordináták meghatározásához jellemzően primitív geometriai alakzatok (ellipszis, kör, egyenes) metszéspontját kell képezni. Az első négy pont x koordinátája zérus, mivel ezek a pontok a forgástengelyen fekszenek, az y irányú koordinátaértékek pedig könnyen számíthatók a B_i féltengely, az R_o sugár és a héjvastagságok ismeretében. Az első tényleges metszéspontot a P_5 pont x koordinátájánál kell alkalmazni, amely a külső körív, és egy egyenes metszéspontjaként (továbbiakban mp.) áll elő:

$$x^2 + (y - \Delta)^2 = \left(R_o + \frac{t_o}{2}\right)^2 \quad \text{kör és az } y = \Delta + R_o \cos \theta_o \quad \text{egyenes mp.} \quad (3.1)$$

amelyből kifejezve x -et, az egyenes egyenletének behelyettesítésével:

$$x_5 = \sqrt{\left(R_o + \frac{t_o}{2}\right)^2 - (R_o \cos \theta_o)^2}. \quad (3.2)$$

A P_6 pontot mind a belső, mind a külső héj geometriai paraméterével fel lehet írni. Először a külső héjat vizsgálva egy kör és egy egyenes metszéspontját keressük az alábbi formában:

$$x^2 + (y - \Delta)^2 = \left(R_o - \frac{t_o}{2}\right)^2 \quad \text{kör és az } y = \Delta + R_o \cos \theta_o \quad \text{egyenes mp.} \quad (3.3)$$

amelyből hasonlóan kifejezve az x koordinátát:

$$x_6^o = \sqrt{\left(R_o - \frac{t_o}{2}\right)^2 - (R_o \cos \theta_o)^2}. \quad (3.4)$$

Ugyanezen pont koordinátái a belső héj geometriáját felhasználva a

$$\frac{x^2}{\left(A_i + \frac{t_i}{2}\right)^2} + \frac{y^2}{\left(B_i + \frac{t_i}{2}\right)^2} = 1 \quad \text{ellipszis és az } y = r_e \cos \theta_i \quad \text{egyenes mp.} \quad (3.5)$$

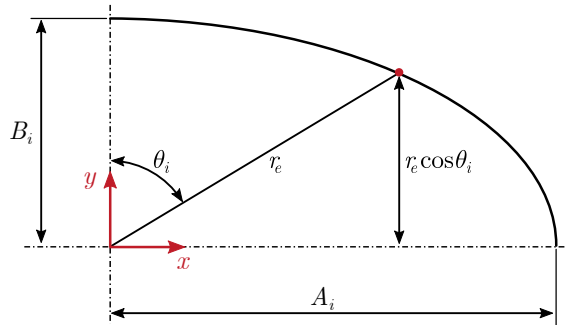
amelyből a P_6 pont x koordinátája

$$x_6^i = \sqrt{\left(1 - \frac{r_e^2 \cos^2 \theta_i}{\left(B_i + \frac{t_i}{2}\right)^2}\right) \cdot \left(A_i + \frac{t_i}{2}\right)^2}, \quad (3.6)$$

ahol r_e az origóból az ellipszis θ_i szöggel meghatározott pontjába húzott vonal hossza, amely az ellipszis polárkoordinátás leírásából képezhető az alábbi kifejezés szerint:

$$r_e = \frac{A_i B_i}{\sqrt{A_i^2 \sin^2 \left(\frac{\pi}{2} - \theta_i\right) + B_i^2 \cos^2 \left(\frac{\pi}{2} - \theta_i\right)}} \quad (3.7)$$

amelyet az alábbi ábra szemléltet:



3.2. ábra. Az ellipszis adott pontjába mutató vektor hosszának értelmezése

A P_7 és P_8 pont koordinátái könnyen számíthatók a gyűrű sugarát illetve vastagságát felhasználva, ezek nem kerülnek részletezésre. Végül a P_9 pontot pedig a

$$\frac{x^2}{\left(A_i - \frac{t_i}{2}\right)^2} + \frac{y^2}{\left(B_i - \frac{t_i}{2}\right)^2} = 1 \quad \text{ellipszis és az } y = r_e \cos \theta_i - t_r \quad \text{egyenes mp.} \quad (3.8)$$

amelyből az x koordináta

$$x_9 = \sqrt{\left(1 - \frac{(r_e \cos \theta_i - t_r)^2}{\left(B_i - \frac{t_i}{2}\right)^2}\right) \cdot \left(A_i - \frac{t_i}{2}\right)^2}. \quad (3.9)$$

A 3.1-es ábrán látható jelölések és levezetések használatával az egyes pontok koordinátái a következőképpen alakulnak:

$$P_1 = \left(0, B_i - \frac{t_i}{2} \right), \quad (3.10)$$

$$P_2 = \left(0, B_i + \frac{t_i}{2} \right), \quad (3.11)$$

$$P_3 = \left(0, \Delta + B_i - \frac{t_o}{2} \right), \quad (3.12)$$

$$P_4 = \left(0, \Delta + B_i + \frac{t_o}{2} \right), \quad (3.13)$$

$$P_5 = \left(\sqrt{\left(R_o + \frac{t_o}{2}\right)^2 - (R_o \cos \theta_o)^2}, \Delta + R_o \cos \theta_o \right), \quad (3.14)$$

$$P_6^i = \left(\sqrt{\left(1 - \frac{r_e^2 \cos^2 \theta_i}{(B_i + \frac{t_i}{2})^2}\right) \cdot \left(A_i + \frac{t_i}{2}\right)^2}, r_e \cos \theta_i \right), \quad (3.15)$$

$$P_6^o = \left(\sqrt{\left(R_o - \frac{t_o}{2}\right)^2 - (R_o \cos \theta_o)^2}, \Delta + R_o \cos \theta_o \right), \quad (3.16)$$

$$P_7 = (R_r, r_e \cos \theta_i), \quad (3.17)$$

$$P_8 = (R_r, r_e \cos \theta_i - t_r), \quad (3.18)$$

$$P_9 = \left(\sqrt{\left(1 - \frac{(r_e \cos \theta_i - t_r)^2}{(B_i - \frac{t_i}{2})^2}\right) \cdot \left(A_i - \frac{t_i}{2}\right)^2}, r_e \cos \theta_i - t_r \right). \quad (3.19)$$

Zárt térfogat azonban csak akkor alakul ki, amennyiben a külső és belső héj érintkezik a P_6 pontban (térben pedig egy körvonalon), ezért a következő kifejezéseknek teljesülniük kell:

$$x_6^i = x_6^o \quad \text{és} \quad y_6^i = y_6^o. \quad (3.20)$$

Összehasonlítva a (3.15) és a (3.16) egyenlet y koordinátáit, kifejezhető az ellipszis és a kör középpontja közti távolság:

$$\Delta = r_e \cos(\theta_i) - R_o \cos(\theta_o). \quad (3.21)$$

Hasonlóan összehasonlítva az x koordinátákat arra a következésre juthatunk, hogy

a külső héj sugara kifejezhető az alábbi másodfokú egyenlet segítségével:

$$R_o = \frac{-B \pm \sqrt{(B^2 - 4AC)}}{2A}, \quad (3.22)$$

ahol az együtthatók a következők:

$$A = 1 - \cos^2 \theta_o, \quad (3.23)$$

$$B = -t_o, \quad (3.24)$$

$$C = \frac{t_o^2}{4} - (x_6^i)^2. \quad (3.25)$$

A konklúzió, hogy a két alakzat középpontja közötti távolság, illetve a külső héj sugara nem független paraméter, értékük függ a belső és külső héj geometriai paramétereitől. Fontos megjegyezni, hogy a (3.22) egyenletnek általános esetben két megoldása van. Ezek közül mindig a nagyobbikat kell választani, annak érdekében, hogy a soron következő számítások megfelelőek legyenek és az elképzelt geometriát kapjuk. Annak biztosítása érdekében, hogy létrejöjjön a felfújható térfogat, a következő kényszeregyenletet tudjuk alkalmazni:

$$y_2 < y_3 \quad \text{és} \quad \theta_i < \theta_o \quad (3.26)$$

amelynek minden egyes paraméterkombinációra teljesülnie kell.

A geometriát meghatározó pontok koordinátái könnyen számíthatók egy PYTHON szkript segítségével, amely először a (3.22) egyenlet szerint számolja a külső héj sugarát, amit felhasznál a (3.21) egyenletben kifejezett középponti távolság számítására. Ezek után a program minden koordinátát könnyen számol, figyelembe véve a (3.26) egyenletben bevezetett kényszeregyenleteket. Természetesen a teljes határozottsághoz hiányzik még a gyűrű sugara (R_r) és vastagsága (t_r), és a külső héj vastagsága (t_o) és nyílásszöge (θ_o). A külső gömbhéj nyílási szögét nem változtatom, ez az összes számítás esetében $\theta_o = 90^\circ$ -nak választott. Az egyszerűség kedvéért a többi felsorolt jellemzőt sem tekintem bemeneti paraméternek, hanem a belső héj paramétereiből származtatom őket geometriai kényszerek felhasználva. Például a gyűrű sugarának nagyobbak kell lennie, mint az x_5 koordináta, emiatt:

$$R_r = x_5 + 0,05 \cdot x_5 = 1,05 \cdot x_5. \quad (3.27)$$

A vastagságokat pedig a következő kifejezés határozza meg:

$$t_r = t_o = \frac{t_i}{2}. \quad (3.28)$$

Ezekkel a feltételezésekkel élve a teljese geometria meghatározott, 4 darab bemeneti paraméter segítségével, amelyek teljes egészében a belső ellipszis alakú héj leírására szolgálnak. Ezen paraméterek név szerint a féltengelyek (A_i és B_i), a nyí-

lásszög (θ_i) és a vastagság (t_i) .

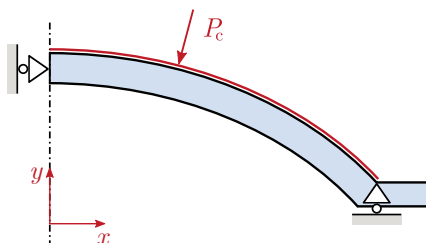
3.2. Az átpattanás modellezése

A probléma mélyebb megértéséhez két féle végeselemes szimulációt készítettem ABAQUS-ban. Az első modell esetében csak a belső héjat vizsgáltam, amely elszenvedi az átpattanást. A második modell esetében a programban megtalálható ún. "Fluid Cavity interaction" modul előre definiált eszközeit használtam.

A mellékletek között megtalálható A.1-es tábla foglalja össze mind a két modell során alkalmazott geometriai és anyagi paramétereket.

3.2.1. Belső héj modellezése

A probléma megközelítéséhez csak a belső héj geometriáját modelleztem, felhasználva a 3.1-es ábrán látható pontokat, illetve a levezetett koordinátákat. A forgástengelyen fekvő pontokra szimmetrikus peremfeltételt definiáltam. A merev test szerű elmozdulások és elfordulások megszüntetéséhez a belső héj és a gyűrű érintkezési pontjában (P_6 pont) egy görgős támaszt definiáltam, amely meggátolja a pont y irányú elmozdulását. Ezen peremfeltételek a 3.3-as ábrán láthatóak. Az ellipszis alakú héj külső felületét egy konstans, $P_c = 0,04$ MPa nagyságú felületen megoszló nyomással terheltem. Az anyagi viselkedést az elsőrendű Ogden-féle modell segítségével modelleztem, $\mu_1 = 0,62$ MPa és $\alpha_1 = 1,3$ paraméterekkel, amelyek reprezentatív értékek vulkanizált gumi esetén Treloar publikációja szerint [18, 7].

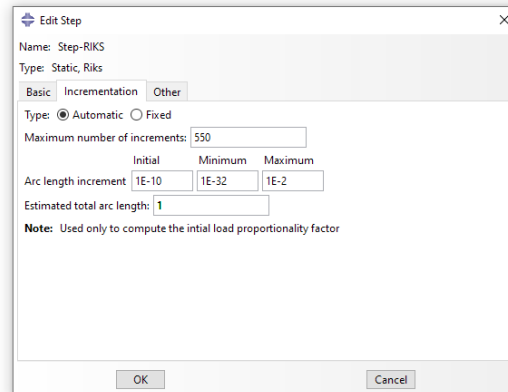


3.3. ábra. A geometria és a peremfeltételek

A diszkretizáláshoz 4 csomópontos axiszimmetrikus elemeket használtam, ún. hibrid formulációval, amely a hiperelasztikus anyagmodell és a nemlineáris viselkedés leírása miatt szükséges. A használt elem azonosítója ABAQUS-ban a CAX4H nevet kapta. Az elemméret geometria függő, így ez is a PYTHON szkript által számított érték, amely lehetővé teszi, hogy a legkisebb geometriai méret, azaz a vastagság mentén legalább három elem reprezentálja a geometriát. A modell hálózása a következő oldalon található 3.5-as ábrán látható.

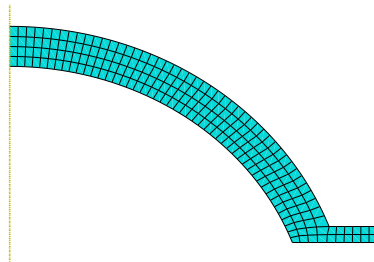
A nemlineáris viselkedést követő egyensúlyi megoldásokat az előzőleg bemutatott ívhossz módszer segítségével határoztam meg. Ez a numerikus módszer ABAQUS-ban a RIKS analízis nevet kapta és a bemutatott Crisfield formulációt alkalmazza (más néven módosított ívhossz módszer), beállítani az ún. "Step" szekcióban tudjuk. A módszer definiálása során szükség van néhány paraméter megadására, mint

például a iterációk száma, a minimum, maximum és kezdő inkrementek mérete. Az iterációk száma viszonylag magasnak választott (550), hogy biztosítsa az átpattanás megtörténését. Az inkrementek mérete megfelelően alacsonynak választott, hogy biztosítsa a numerikus módszer stabilitását: a kiinduló méret $1 \cdot 10^{-10}$, a minimum méret $1 \cdot 10^{-32}$, míg a maximum méret $1 \cdot 10^{-2}$.



3.4. ábra. A RIKS módszer beállításai ABAQUS-ban

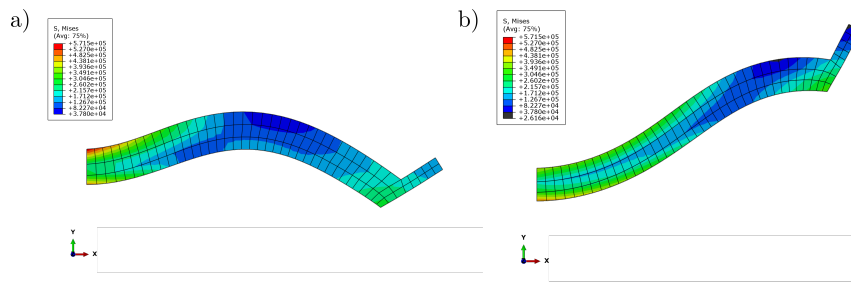
A megoldó nemlineáris beállítását be kell kapcsolni, hogy azokat kifejezett figyelemmel kezelje a szoftver. A szimuláció lefuttatásához szükséges a peremfeltételek illetve terhelések megfelelő definíciója, amelyek a "BCs" illetve "Load" modulokon belül lehet felvenni.



3.5. ábra. A létrehozott végeselemes háló

A deformációról (átpattanásról) készült animáció megtalálható a bit.ly/pb_3_2_1 linken. Abban az esetben, ha az aktuátor előállításához, tervezéséhez szükségünk van kritikus feszültségértékekre, a szimuláció a 3.6-os ábrán látható megoldással szolgál. Ennek ellenére a jelenség és a dolgozat célja, hogy a rendszerből távozó energiamennyiséget meghatározzuk, ehhez viszont szükség van a rendszer nyomástérfogat görbéjére. Ezek közül a térfogatváltozást könnyen megkaphatjuk, amennyiben a deformált alakot minden iterációnál összehasonlítjuk a kiinduló geometriával, megkapjuk az egyes lépések közötti térfogatváltozást. A probléma a belső nyomás fejlődésével van, mivel nincs zárt térfogat, nincs minek a nyomását vizsgálni, csak egy külső felületi megoszló terhelésünk van. Ez azért probléma, mert a hirtelen térfogatváltozás esetén a nyomás leesik, vagy amikor tágul a térfogat, a nyomás nő.

Emiatt ez az egyszerű modell nem alkalmas a probléma teljes körű modellezésére, a kinyert energia számszerűsítésére, viszont megfelelő arra, hogy validáljuk a



3.6. ábra. A szimuláció eredményei a feszültségekre

a) Feszültségek az átpattanás pillanatában

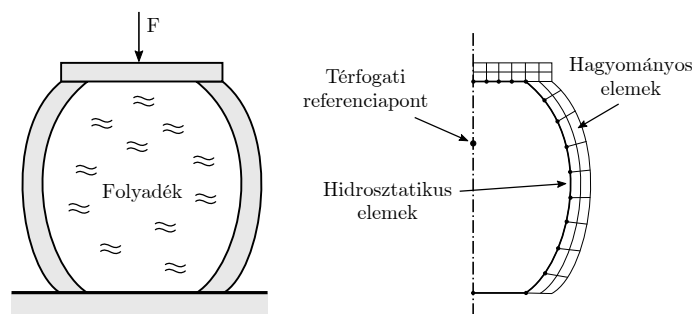
b) Feszültségek az iteráció végén

geometriát és peremfeltételeket létrehozó szkript működését, a numerikus megoldó beállításait és működését megértsük, vizsgáljuk a használt elemek méretét és típusait. Emellett a legfontosabb tapasztalata ennek a modellnek, hogy az elsőrendű Ogden-féle hiperelasztikus modell ténylegesen reprezentálni tudja az átpattanás jelenségét.

A fejezet során használt szkriptet a B.1.1 melléklet tartalmazza.

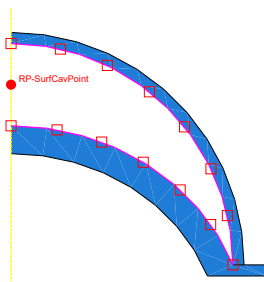
3.2.2. Fluid Cavity modellezés

Az ABAQUS végeselemes szoftver rendelkezik egy ún. "Interaction" modullal, amelyen belül a felhasználó olyan interakciókat tud definiálni mint a kontaktrégiók, de végezhető kényszeranalízis vagy repedésszimuláció is. Az egyik ilyen interakció az ún. "Fluid Cavity" interakció, amely segítségével gázzal vagy folyadékkal töltött térfogatok lehet modellezni. Ez az eszköz akkor nagyon hasznos, amikor a szerkezet deformációja és zárt térfogatokban tárolt folyadék nyomása nem független egymástól. Az ilyen szerkezeti kialakítások bonyolultságát egy kettős kapcsolat adja.



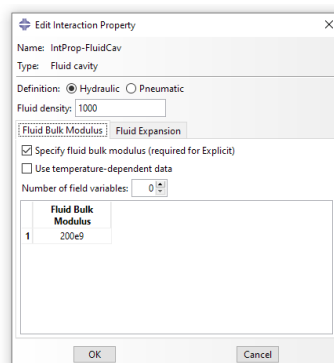
3.7. ábra. Egy folyadékkal töltött szerkezet megfelelő elemekkel való diszkretizálása (újrarajzolva [4] alapján)

Tekintjük a 3.7-es ábrát, amelyen egy egyszerű folyadékkal töltött szerkezet látható, amelyet egy külső erő terhel. A szerkezet válasza a terhelésre függ magától a terheléstől, illetve a belső nyomástól, amely pedig a deformációnak függvénye. Ez egy csatolt probléma, amelyet ez az interakció kezelni tud. A kívánt térfogatot egy felületcsoport és egy ún. térfogati referenciapont kiválasztásával lehet definiálni. Ez a referenciapont reprezentálja a folyadék belső nyomását, illetve ez használatos a térfogat kiszámításához is (a kiválasztott felületek felületi normálisai erre felé mutatnak). Amennyiben a térfogat teljesen zárt, ezen referenciapontnak csak szemléletes jelentése van, bárhol elhelyezkedhet, még a térfogaton kívül is. Az én vizsgálati elrendezésemben a kiválasztott felületek, illetve a referenciapont a 3.8-as ábrán látható. Természetesen az axiszimmetrikus modell miatt a program automatikusan felismeri, hogy egy forgásszimmetrikus térfogatról van szó.



3.8. ábra. A kiválasztott felületek és a térfogat referenciapontja

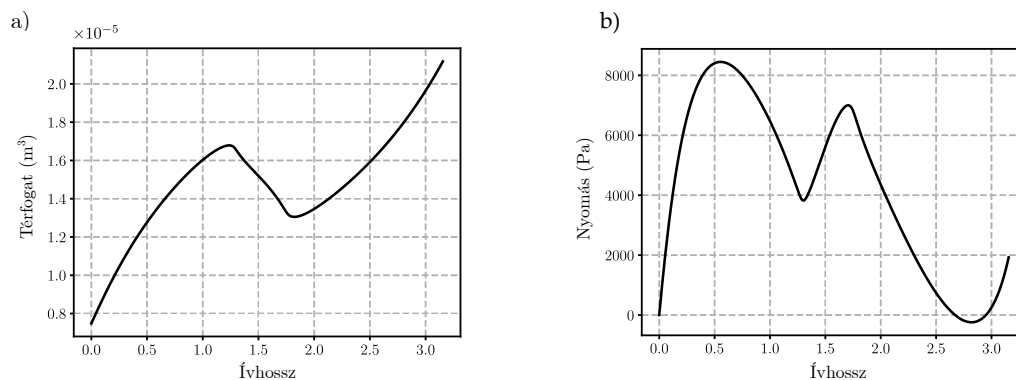
Annak biztosítása érdekében, hogy a referenciapont mindig a kívánt térfogaton belül essen, ennek pozícióját szintén a programkód számolja. A referenciapont minden geometriánál a forgástengelyen, a belső és külső héj felső pontjának számtani átlagaként számítható. Ahhoz, hogy az interakciót teljesen definiáljuk, szükséges a térfogatban tárolt (vagy be- és kivezetett) folyadék mechanikai tulajdonságait megadni. Itt a felhasználó választhat a penumatikus illetve hidraulikus folyadékok között. Mivel én számításaimat ideális, összenyomhatatlan folyadékmodellek segítségével szeretném végezni, hidraulikus folyadékot választok, amelynek a sűrűsége 1000 kg/m^3 és a térfogati rugalmassági modulusza 200 GPa , hivatkozva a B. Gorissen által írt cikke [3].



3.9. ábra. A folyadéktulajdonságok megadása

Az előző modellhez hasonló peremfeltételek kerülnek definiálásra: a forgástengelyen szimmetriát, a két héj érintkezésénél pedig egy görgős támaszt választok. A térfogatban tárolt folyadék nyomását az előzőekhez hasonlóan $P_{fc} = 0,04$ MPa értéknek választom. Elindítva a számolást, a program kiszámol minden olyan fizikai jellemzőt, amelyet lekértünk a modellből. Ezen felül a "Fluid Cavity" interakció beállítása miatt automatikusan vizsgálja a térfogat és az abban létrejövő nyomás változását. Ez nagyban megkönnyíti a további számolásainkat, mivel nem kell a deformált alakokat hasonlítani egymáshoz, azt a program automatikusan számolja. Ez a megközelítés már lehetővé teszi, hogy alaposabban megvizsgáljuk a kinyert energiamennyiséget. Amennyiben a szimulációt a A.1-es táblázatban részletezett paraméterek segítségével lefuttatjuk, egy bit.ly/pb_3_2_2 linken megtekinthető animációt készíthetjük.

Köszönhetően az előre definiált interakciónak, a nyomás- és térfogatváltozás görbe egyből a számítás után adódik, ezek az alábbi 3.10-es ábrán láthatóak.

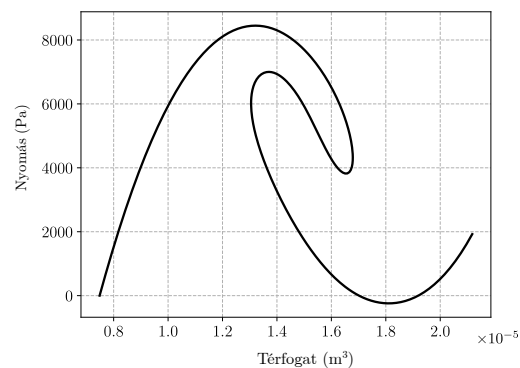


3.10. ábra. A RIKS analízis eredményei

a) A létrejött térfogatváltozás görbéje

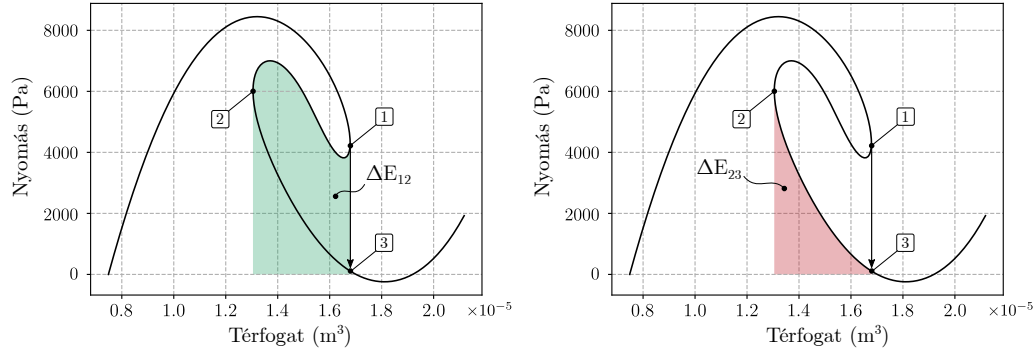
b) A létrejött nyomásváltozás görbéje

Érdemes megjegyezni, hogy ezek a mennyiségek az ívhossz mentén vannak ábrázolva (az ívhossz módszer miatt), de amennyiben egymás függvényében rajzoljuk ki őket, az 3.11-es ábrán látható függvényt kapjuk.



3.11. ábra. A nyomás-térfogatváltozás görbe

A rendszerből kinyerhető energiamennyiséget a egymást fedő görbe alatti területek segítségével tudjuk kiszámítani a 3.12-es ábra segítségével. Erre a feladatra valamilyen numerikus integrálási módszert szükséges alkalmazni.



3.12. ábra. A rendszerből távozó energiamennyiség számítása

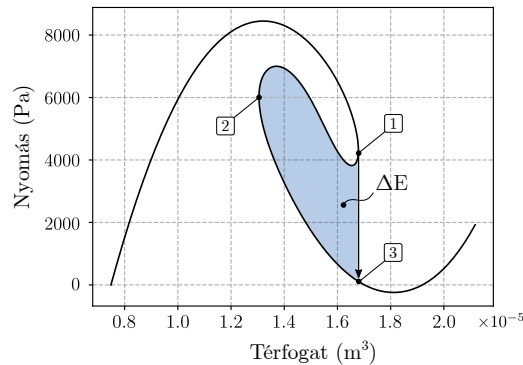
A görbe alatti területeket az ún. Simpson módszert alkalmazva közelítettem, amely az egyik legegyszerűbb, de egyben az egyik leggyorsabb numerikus integrálási módszer. Felhasználva a 3/8 Simpson módszert, az $f(x)$ függvény $[a, b]$ intervallumon értelmezett integrálja a következőképpen közelíthető:

$$\int_a^b f(x) dx \approx \frac{b-a}{6} \left[f(a) + 4f\left(\frac{a+b}{2}\right) + f(b) \right]. \quad (3.29)$$

Ez a metódus a PYTHON programnyelv SCIPY csomagjában előre definiált, tehát a rajzoláshoz használt szkript könnyedén tudja számítani az ábrán látható energiamennyiséget a következő szerint:

$$\Delta E = \Delta E_{12} - \Delta E_{23}. \quad (3.30)$$

Fontos megjegyezni, hogy az első intervallumon (1-2 pont) a görbe jobbról balra halad (így az integrálás is), ami miatt ezen a szakaszon egy negatív energiaértéket kapunk, de ez a programkód által könnyen javítható. Az integrálások és az összegzés elvégzése után az eredmény grafikusán a 3.13-as ábrán látható.



3.13. ábra. Az aktuátorból kinyert energiamennyiség grafikus ábrázolása

Felhasználva ezen tapasztalatokat és az ABAQUS-ban rejlő szkriptelési lehetőségeket, körvonalazódik egy megoldási lehetőség egy olyan rendszer kiépítésére, amelyik nagyon sok különböző geometriával rendelkező modellnél csinálja végig ugyan ezt a számítást, s ennek eredményeként a bemeneti paraméterek függvényeként kapjuk a kinyert energiamennyiséget.

A fejezet során használt szkriptet a B.1.2 melléklet tartalmazza.

4

Automatikus szimulációs és kiértékelő környezet

4.1. A környezet felépítése

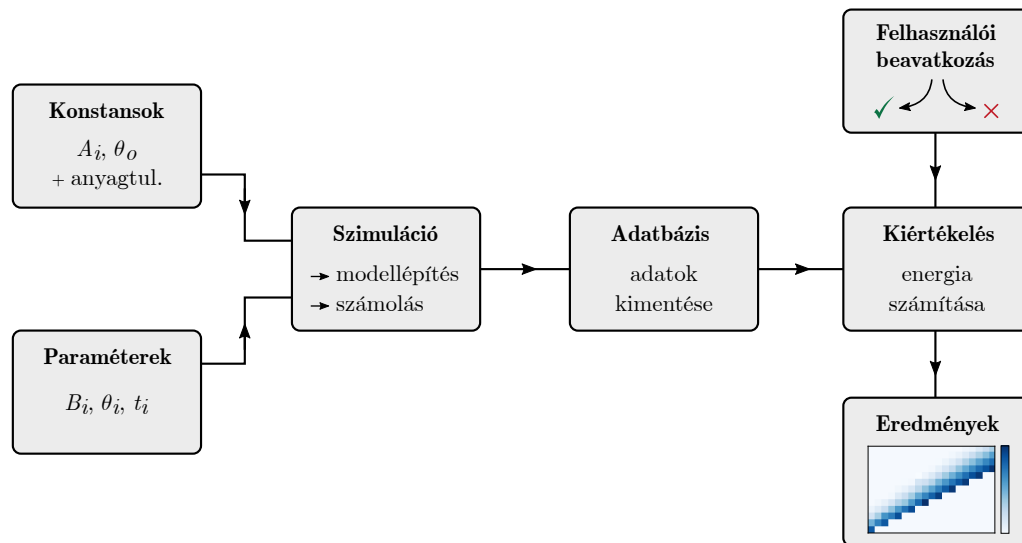
Amint azt már az előző fejezetben taglalt modellépítések közben láttuk, a geometriai paraméterek által meghatározott modelleket automatikusan létre lehet hozni egy programkód segítségével. Ez megteremti a lehetőséget arra, hogy a négy darab bemeneti paraméter változtatásával különböző modelleket készítsünk. A későbbiekben látni fogjuk, hogy a bemeneti paramétereket egy-egy vektorként kell megadni, amivel a számolni kívánt tartományt foglaljuk közre.

A felépítés egyszerűségére és az átláthatóságra törekedve a teljes folyamatot három fő szakaszra lehet bontani. Ezek közül az első a szimulációs blokk, amelyben a modell felépítése és a megfelelő paraméterek kiszámítása történik. A második lépés az előző lépésben lefuttatott szimulációk mentett adatbázisaiból a megfelelő metódussal összeállított nyomás-térfogat görbe kimentése történik. Az utolsó lépésben egy külön futtatott program által kiértékeljük az eredményeket.

Ez az utolsó lépés a legkritikusabb, mivel itt lesz alkalma a felhasználónak beavatkozni, amennyiben a görbéken numerikus hiba, instabilitás vagy nem fizikai megoldás látszik. Amennyiben a felhasználó jóváhagyja a görbét és a kiértékelte energia eredményét, azok egy további adatsorba kerülnek exportálásra, további adatfeldolgozás és vizualizáció szempontjából.

Ez a folyamat követhető végig a 4.1-es ábrán is. Látható, hogy a négy bemeneti paraméter helyett csak három darab paramétert változtatunk, ennek oka, hogy az ellipszis két féltengelye felcserélhető egymással. Emiatt elég egy tengely (B_i) méretét

változtatni, mert le tudjuk fedni az egész geometriai palettát. A másik (A_i) feltétele méretét egy meghatározott értéken tartjuk az összes szimulációnál, az értékével fajlagosítani tudjuk a térfogatot, így egy megfelelően reprezentatív visszajelzést kapunk a kinyert energia mennyiségéről.



4.1. ábra. Az szimulációs és kiértékelő környezet blokkvázlata

Az egyes lépések a következőkben bővebben is bemutatásra kerülnek.

4.2. A szimulációs környezet

4.2.1. Paraméterek beállítása

Az egyes számítások elindításához szükségünk van definiálni a blokkvázlaton is látható paramétereket. A dolgozat során tehát három paraméter hatását vizsgálom. Ezen paraméterek, illetve konstansok beállítása a későbbi referenciák miatt egy külön fájlban történik. Az alább látható mintafájl végzi el ezt a feladatot: az egyes paraméterek értékeit egy listában, az anyagmodell paramétereit pedig egy vektorokat tartalmazó listában kell megadni (elsőrendű Ogden-féle hiperelasztikus modell esetében csak 1-1 elemű a vektor).

```

1 A_range = [20.0]
2 B_range = [18.0, 18.5, 19.0]
3 OPA_inner_range = [60.0, 62.5, 65.0, 67.5, 70.0]
4 OPA_outer_range = [90.0]
5 TH_inner_range = [2.0, 2.5, 3.0, 3.5]
6 muVec_range = [[62000]]
7 alphaVec_range = [[1.3]]
8
9 RUNDIR = "E:\\abaqus\\"

```

Ezen kívül ebben a fájlban található "RUNDIR" nevű változó beállításával lehet megadni a futtatási mappát. Figyeljünk, hogy a kívánt elérési útvonal ne tartal-

mazzon ékezeteket, szóközöket, illetve álljon rendelkezésre megfelelő méretű szabad tárhely.

Az előzetes futtatások által tapasztalatom szerint az átpattanás jelenségét az egyes paramétereknek csak egy meghatározott intervallumában lehet érzékelni, ezen kívül vagy nem jön létre átpattanás, vagy numerikus hibákba ütközünk az irreális deformációk miatt. Az ellipszis féltengely esetében ez a tartomány a $B_i \in [15 \text{ mm}; 24 \text{ mm}]$ paramétereket fedi le, amely esetében az egyes lépésközök mérete 0,5 mm volt. Az ellipszis nyílásszöge esetén szintén meghatározható egy ilyen tartomány, mint $\theta_i \in [50^\circ; 80^\circ]$, itt a lépésköz $2,5^\circ$ -nak választott. A héjvastagság esetében pedig négy eset került vizsgálatra, a 2,5 mm-től kezdve a 3,5 mm-es vastagságig, 0,5 mm-es lépésközzel.

Ezen beállítások összesen 988 darab paraméterkombinációt létesítenek, amelyet végig kell számolni. Ezek közül elenyésző volt azon modellek száma (8 darab), amelyek geometriája nem tett eleget a kikötéseknek, így nem kerültek létrehozásra. A felállított modellek számítása összességében sikeres volt, azonban volt pár speciális eset, amely során a numerikus megoldó problémákba ütközött (kb. 40 számítás esetében) és ezen megoldások teljesen értelmezhetetlenek voltak. Az ilyen esetekre a következő fejezetekben láthatunk példákat.

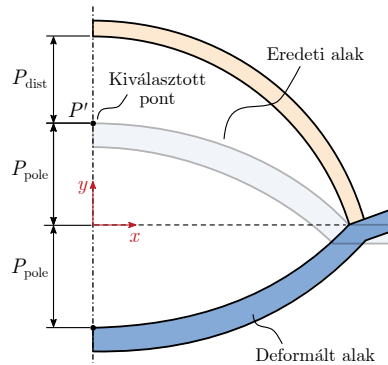
4.2.2. A modell felépítése és számítása

A megfelelő paraméterek beállításával futtathatjuk a szkriptfájlt, amely az összes paraméterkombinációt végelelemes modellként felépíti és elindítja a számolást. Ezen szkript hosszúsága miatt megtekinthető a B.2.2 mellékletben. A program először importálja a szükséges könyvtárakat, modulokat, majd pedig a modell azonosíthatósága érdekében a beállított paraméterek értékéből egy nevet képez. Ez a név reprezentálja a modell paramétereit, így szükség esetén a későbbiekben ez alapján tudunk keresni a már létrehozott modellek között. Ezután a paraméterek dimenziót egyezteteti a program, majd elkezdődik a geometriai pontok kiszámítása. Amennyiben a 3.1-es szekcióban felállított kényszeregyenleteknek a geometria nem tesz eleget, úgy a program automatikusan befejezi a számolást, és a következő paramétersorozatra ugrik. Amennyiben a geometriai pontok generálása sikeresen megtörtént, felhasználva őket az axiszimmetrikus aktuátor megrajzolása történik. A rajzolás után a program több kiválasztást, ún. "Set" csoportot hoz létre, amelyek segítségével a "Fluid Cavity" interakció és a peremfeltételek könnyen definiálhatók. Az anyagmodelleket szintén a megadott paramétersorozatnak megfelelően állítja be a program. A hálózás elvégzésénél a szkript biztosítja, hogy a geometria legkisebb mérete (a héj vastagsága) is legalább három elemre legyen felosztva.

Az egyedüli probléma, amely során a szkript írása közben belefutottam, az a RIKS iterációs szám megfelelő beállítása volt. Egy nagyobb kezdeti térfogattal rendelkező modell sokkal előbb átpattan, mint egy kis kezdeti térfogattal rendelkező, kevesebb

iterációszámnál is eléri azt a deformációs állapotot, amely után a megoldások már nem az eredeti célt szolgálják. Emiatt valamilyen optimalizációt kell bevezetni, mivel nagy iterációszám választása esetén (amely a nagy átpattanási jelenségeket is követni tudja) az átpattanást kissé, vagy egyáltalán nem elszenvedő modellek esetén már numerikus instabilitáshoz vezetett az irreálisan nagy deformációk miatt.

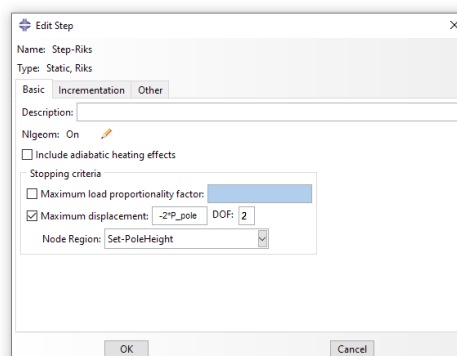
Tapasztalatom szerint az átpattanást elsősorban az alábbi ábrán látható P_{dist} távolság határozza meg. Ezt a távolságot a továbbiakban héjtávolságnak nevezem.



4.2. ábra. Az átpattanást jellemző távolságok

Az első megoldásom erre a problémára egy ötödfokú polinom illesztése volt. Megvizsgáltam 10 különböző paraméterekkel beállított modellt, hogy melyiknél mekkora a fenti ábrán jelzett távolság, és mekkora iterációszám szükséges az átpattanás eléréséhez. Ezen pontokra egy polinom függvényt illesztettem, amelyet a későbbi modellek során már alkalmaztam. A geometriából kiszámított távolsághoz ezáltal egy iterációszámot kapcsoltam, amely többé-kevésbé hatékonyan közelítette a szükséges iterációszámot.

Azonban a további vizsgálatok során felfedeztem egy eddig nem ismert beállítást a RIKS algoritmus definiálásánál. Az iterációt le lehet állítani, amennyiben vagy a terhelési arányszám elér egy megadott értéket, vagy pedig egy kiválasztott pont (vagy felület) deformációja elér egy megadott értéket egy adott irányban. Ennek használata a szakirodalomban kevésbé volt dokumentálva, így több próbálkozás után megtaláltam a megfelelő beállításokat.



4.3. ábra. A futtatást megállító feltétel beállítása

Kiválasztva a fenti ábrán látható pontot, a geometriából számolható a P_{pole} értékkel jelölt távolság. Saját definícióm szerint az átpattanás akkor ér véget, amikor ezen kiválasztott pont deformációja eléri a P_{pole} értékének kétszeresét y irányban, ilyenkor a modell futtatása véget ér. Ezt a módszert használva a modell felépítése, számolása és megállítása is teljesen automatikus formát nyert.

4.3. A szükséges adatok mentése

Az előzőleg lefuttatott szimulációk mind mentenek egy ".odb" kiterjesztésű fájlt, amely tartalmazza a kiszámolt mennyiségeket és értékeket. A program lefuttatása során először beimportálja a szükséges csomagokat, majd végigszalad a már fent bemutatott paramétersoron, és az összes adatbázisból kimenti a számunkra fontos adatot, amely jelen esetben a nyomás-térfogat görbe. Amennyiben egy adatbázist nem talál, úgy továbblép a következőre.

A további számítások megkönnyítése érdekében már ABAQUS-on belül elvégezzük a térfogat és a nyomás adatsor összeillesztését (ún. "combine" parancs segítségével), és a program csak ezt az adatsort menti ki egy szöveges fájlba, természetesen a bemeneti paramétereknek megfelelő elnevezéssel, az azonosíthatóság miatt. Ez azért hasznos, mert kevesebb mentett adatsorunk van és azokkal nincs utómunka, azonnal lehet tovább haladni a 4.1-es ábrán bemutatott vázlaton.

4.4. Mentett adatok feldolgozása

Az előző pontban kimentett görbéken el kell végezni a 3.2.2-es fejezetben tárgyalt numerikus integrálást, hogy az energiamennyiséget megkapjuk. Ehhez egy külön PYTHON szkriptet kell lefuttatni, amelynek működése már független az ABAQUS-tól. Ez a program is a beállított paramétereken fut végig, és ha nem találja az egyik fájlt, ezt a felhasználó felé jegyzi, majd továbbhalad a következőre.

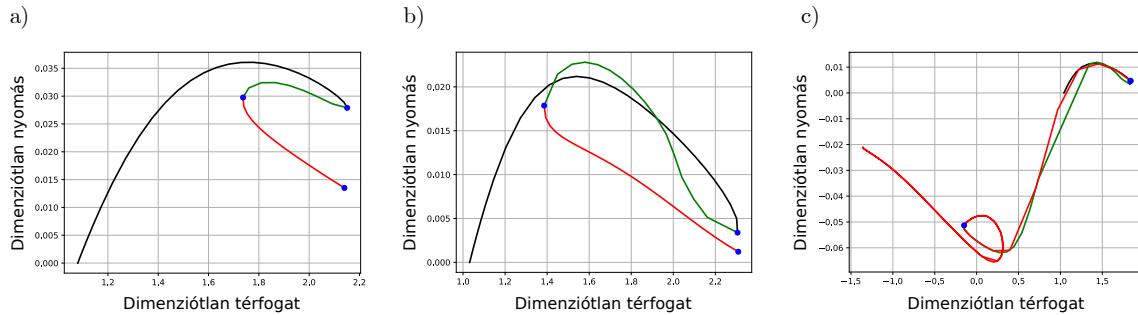
Első lépésben az adatok megnyitása történik, amelyből a fejléctet különböző adatkezelő csomagok segítségével el kell távolítani, hogy a maradék "nyers" adattal lehessen tovább dolgozni. A reprezentatív összehasonlítás készítéséhez mind a nyomást, mind a térfogatot dimenziótlanjuk a következők szerint:

$$\bar{p} = \frac{p}{\mu_0} \quad \text{és} \quad \bar{V} = \frac{V}{A_i^3}, \quad (4.1)$$

ahol μ_0 az anyag kezdeti csúsztató rugalmassági modulusza, A_i pedig a rögzített ellipszis féltengely hossza.

A második lépésben a program egy automatikus algoritmus segítségével igyekszik megkeresni az átpattanást jellemző görbe meghatározó pontjait, amelyek segítségével a numerikus integrálást el lehet végezni. Az éppen vizsgált adatsort kirajzol-

ja a felhasználó számára, aki dönthet, hogy ezt az adatsort elfogadja, vagy sem. Amennyiben elfogadja (ENTER billentyű lenyomása a grafikon megjelenése után), a program kiszámítja az energiát, majd a bemeneti paraméterekkel együtt hozzáadja a menteni kívánt adatok listájához. A felhasználó ugyanakkor elutasíthatja a görbét (Q billentyű lenyomása a grafikon megjelenése után), ilyenkor a görbe egy másik listához, az ún. degeneratív görbék listájához adódik, amely szintén mentésre kerül, de csupán tájékoztató jelleggel bír.

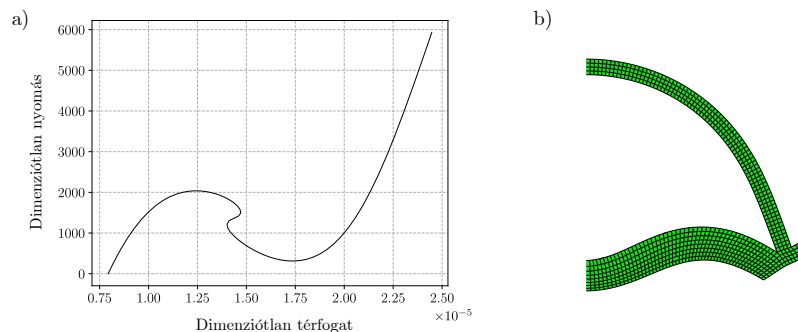


4.4. ábra. Szemelvények a szimulációs eredményekből

- a) Stabil, helyes megoldás a nyomás-térfogat görbét tekintve
- b) Stabil, fizikailag nem értelmezhető megoldás
- c) Instabil, egyáltalán nem értelmezhető megoldás

A fenti ábrán különböző szemelvények láthatók a kiértékelés során kapott görbékről. Látható, hogy vannak megfelelő megoldások, de jelentkeznek önmagukba metsző nyomás-térfogat görbék. A c) jelű ábrán látható a numerikus instabilitásnak a tipikus jelensége. A RIKS módszer hátrányánál már említésre került, hogy nincs konzisztens módszer a jó megoldás kiválasztására. Látható, hogy ezen görbe teljesen katotikus, a megoldások oda vissza szaladnak két végpont között. Az ilyen görbék teljes mértékben értelmezhetetlenek, a megoldások elszállnak.

Ezért van szükség a felhasználó iránti megerősítésre, mert így teljes mértékben kizárjuk az adatsorban szereplő hibás értékeket, az esetleges numerikusan instabil számításokat. A következő ábrák egy megfelelő és egy hibás megoldásra mutatnak példát mind a görbék, mind a deformációk szemléltetésével.

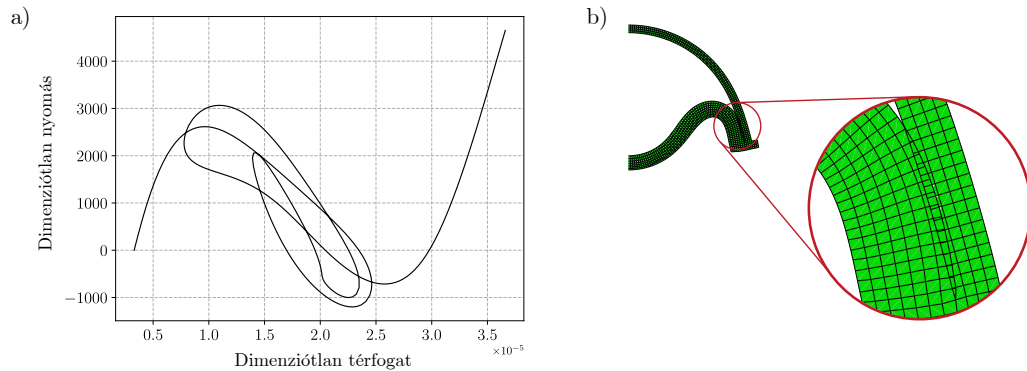


4.5. ábra. Egy megfelelő szimulációs eredmény

- a) A térfogat-nyomás görbe nem metszi önmagát
- b) A modell deformáció közben

A fenti görbe egy tökéletesen végbement átpattanási jelenséget ábrázol, a görbe

nem metszi önmagát, megjelenik a régió, ahol el tudjuk végezni az integrálást. Ellentétben a stabil megoldással, a lenti ábrán egy hibás megoldás látható. A görbe változása nagyon kaotikus, így ezt az eredményt nem tudjuk értelmezni a visszapatlanás szempontjából. A modellben is jelentkeznek hibák, az egyik például az elemek egymásba "olvadása". Ennek kiküszöbölésére kontaktvizsgálatot lehetne alkalmazni, viszont jelen dolgozat erre nem terjed ki.



4.6. ábra. Egy hibás szimulációs eredmény

- a) A térfogat-nyomás görbe több ponton átmetszi önmagát
- b) A modell deformáció közben, egymást fedő elemek

A teljes adatsor végignézése után a program menteni kívánt adatok és energia eredmények listáját kimentti egy szöveges fájlba, amit későbbi vizualizációkhoz tudunk felhasználni. Érdeemes megjegyezni, hogy teljes automatizáció is elérhető, de ahhoz egy nagyon pontos szűrési algoritmus kell, amely minden degenerált esetet észlelni tud, viszont jelen dolgozatban ez még nem került implementálásra. Teljesen hibátlanul működő algoritmust egyrészt nehéz is létrehozni, másrészt pedig veszélyes is, mert elrejtí a felhasználó előtt az esetlegesen hibás adatsorokat, így az eredmények nem a szimuláció tényleges végeredményét tükröznék.

A kiértékelést végző szkript megtalálható a B.2.4 mellékletben.

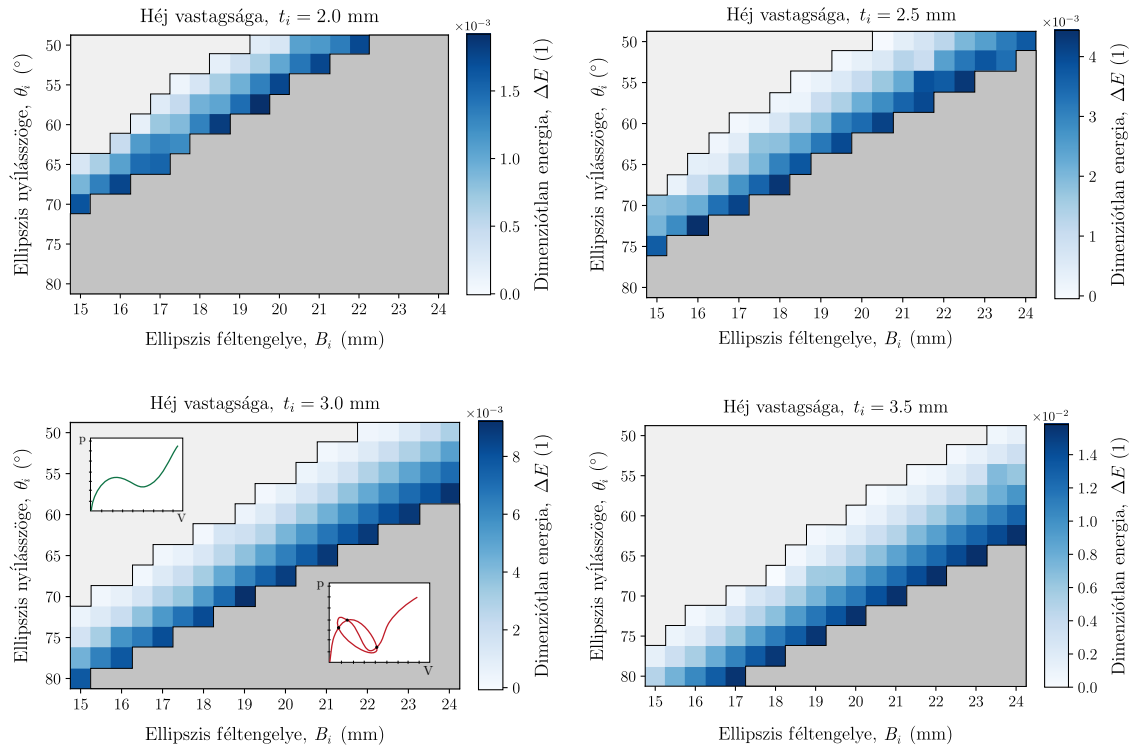
5

Eredmények kiértékelése és összehasonlítása

5.1. Szimulációs eredmények kiértékelése

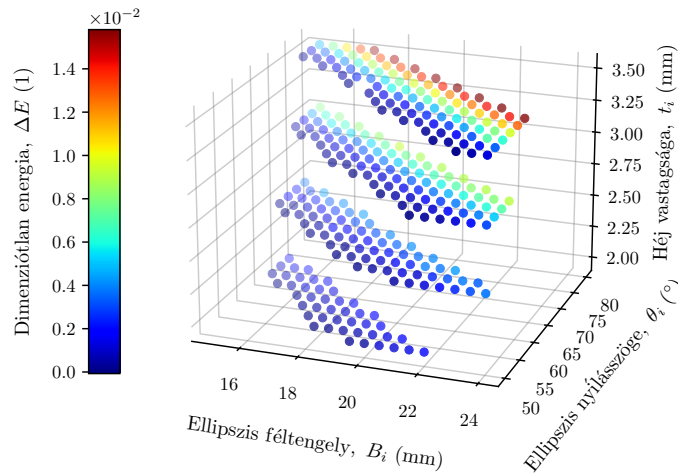
Az előző pontban megfogalmazottak szerint kimentésre került adatsorunk egy szöveges (CSV formátumú) adatsor. Mentve találjuk a három geometriai paraméter (B_i , θ_i és t_i), a hozzájuk tartozó héjtávolságot (P_{dist}) és a rendszerből kinyert energiát (ΔE). Ezeket különböző grafikonokon tudjuk szemléltetni. Az első ilyen ábraszorozat az 5.1-es ábrán látható ún. energiatérképek, amelyet egy színskála szerint mutatják a felszabaduló energiamennyiséget, a bemeneti paraméterek függvényében.

Az ábrák alapján az látható, hogy vastagabb héj használatával az energia nagy mértékben növelhető, akár egy nagyságrendet is. Jól látható, hogy nagyobb vastagságok esetén az eredmények a térképen jobbra mozdulnak el, amelyből arra lehet következtetni, hogy ez a paraméter közvetlenül nem az energiát, hanem a másik kettő paraméter alkalmazási tartományát határozza meg. Kis vastagság esetén (bal felső ábra) és "nagy" geometriai méretek esetén (nagyobb ellipszis féltengely és nagyobb hozzá tartozó szög) nem tudunk hiperelasztikus instabilitást előidézni az aktuátorban, annak szimulációja során numerikus instabilitásokba ütközünk, sokszorosan metsződő nyomás-térfogat görbék keletkeznek, amely az előző fejezetben taglaltaknak szerint sokszor egymásba futó csomópontokat és elemeket jelent. Viszont ez jelenség az összes vastagság esetén elmondható. Jól meghúzható egy határ, amely felett a szimuláció nem képes visszaadni a várható viselkedést, ezt a sötétszürke tartományok jelzik az ábrán.



5.1. ábra. A rendszerből kinyerhető energia a vizsgált paraméterek függvényében

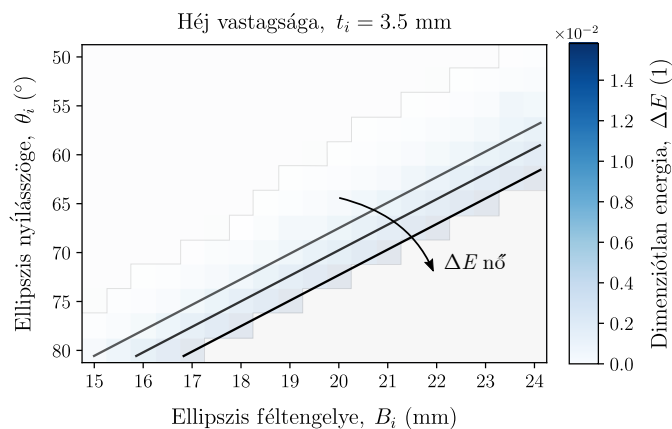
Ugyanakkor a geometriai paraméterek által sokszor olyan modell állt elő, amelynek vizsgálata során az átpattanás szintén nem történik meg, de nem a numerikus instabilitások miatt. Egyszerűen a geometria nem megfelelő kialakítású, az átpattanás helyett a héj csak egyszerűen "lecsuklik" és a belső nyomásnak megfelelően kiágul a térfogat. Ez matematikailag megfogalmazva azt jelenti, hogy a térfogat értéke monoton növekszik. Ezen esetekben nincs energiafel szabadulás, így ezt a területet az ábrákon a világosszürke tartomány jelzi. Fontos megjegyezni, hogy ezen görbék érzékelése egyszerű feladat, ezért az automatikus kiértékelő szoftver az ilyen görbéket fel sem dobja a felhasználó számára.



5.2. ábra. A rendszerből kinyerhető energia a bemeneti paraméterek függvényében, 3D-ben ábrázolva

A 5.2-es ábrán a bemutatott energiatérképet térbeli ábrázolása látható, ha kivesszük a z tengelyt, mint héjvastagságot. Itt is látható az értékek folyamatos mozgása, ez térben egy "lépcsőzetes" alakzatként jelenik meg.

A fenti ábrákból látható, hogy az energiamennyiség értéke a legvastagabb héjjal rendelkező modellek esetén kiemelkedő. Ennek a tartományaira koncentrálna azt látjuk, hogy a legnagyobb energiákat kis féltengely hossz és nagy nyílási szög esetén, vagy pedig nagy féltengely méret és kis nyílási szög esetén érjük el. A geometriai pontok megvizsgálásával láthatjuk, hogy ezen két paraméter értéke a 4.2-es ábrán kijelölt P' pont magasságát jelöli ki. Ha túl alacsonyan van a pont, akkor nem pattan át a héj, ha túl magasan, akkor pedig numerikus instabilitásba ütközik a szimuláció. A rajzolt energiatérképek alapján korrelációt lehet találni a B_i és θ_i változó között, amelyet egyenesekkel tökéletesen le lehet írni.



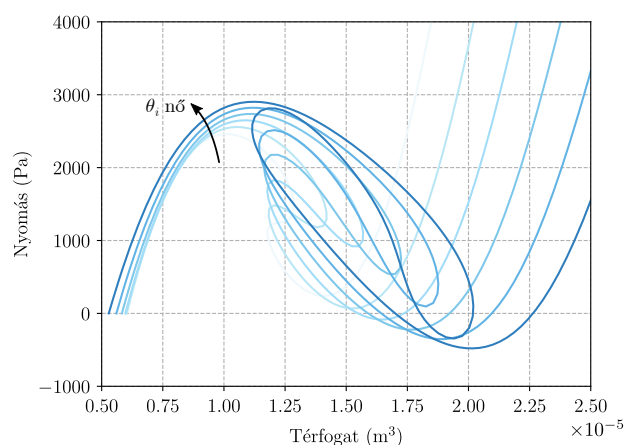
5.3. ábra. Az ellipszis féltengelyének és a nyílási szögének kapcsolata az energiák vonzatában

Érdekesség, hogy ezen egyenesek meredeksége nem változik a falvastagság függvényében. Megvizsgálva a 4.2-es ábrán látható, az átpattanást meghatározó héjtávolság mennyiségét a féltengely hossz és a nyílási szög függvényében a következő oldalon található 5.1-es táblázatot tudjuk kitölteni, amelyből azt látjuk, hogy a bemeneti paraméterek egy nagy tartományát lefedjük, a rendszerből távozó energiamennyiség értéke pedig állandónak tekinthető. Ez egyben azt is jelenti, hogy találhatók olyan konfigurációk, amelyekből a kinyerhető energiamennyiség megegyezik, azonban a felhasználási körülményektől függően választani lehet, hogy melyik kialakítás előnyösebb.

A modellek esetében vizsgálhatjuk csak a nyílási szög hatását, ha kivesszük a $B_i = 24$ mm-es féltengely mérethez és $t_i = 3,5$ mm-es vastagsághoz tartozó nyomástérfigat görbét, és egy diagramon ábrázoljuk őket, ez látható a 5.4-es ábrán. A görbék színének intenzitása jelzi az ellipszis nyílásszögének, és ezzel együtt a rendszerből távozó energiamennyiség nagyságát.

Féltengely B_i (mm)	Nyílási szög θ_i (°)	Héjtávolság P_{dist} (mm)	Energia ΔE (1)
17	80	6,08	$1,55 \cdot 10^{-2}$
18	77,5	5,78	$1,53 \cdot 10^{-2}$
19	75	5,48	$1,54 \cdot 10^{-2}$
20	72,5	5,17	$1,57 \cdot 10^{-2}$
21	70	4,86	$1,57 \cdot 10^{-2}$
22	67,5	4,56	$1,58 \cdot 10^{-2}$
23	65	4,27	$1,58 \cdot 10^{-2}$
24	62,5	4,00	$1,57 \cdot 10^{-2}$

5.1. táblázat. A héjtávolság és a dimenziótlan energia értéke az ellipszis geometriai paramétereinek függvényében



5.4. ábra. A térfogat nyomás görbék alakulása a nyílási szög függvényében

A fenti táblázat alapján összehasonlítva a legkisebb illetve legnagyobb héjtávolsággal rendelkező modelleket, láthatjuk, hogy az energiamennyiség gyakorlatilag megegyezik, viszont a távolságok között kb. 33% differencia van.

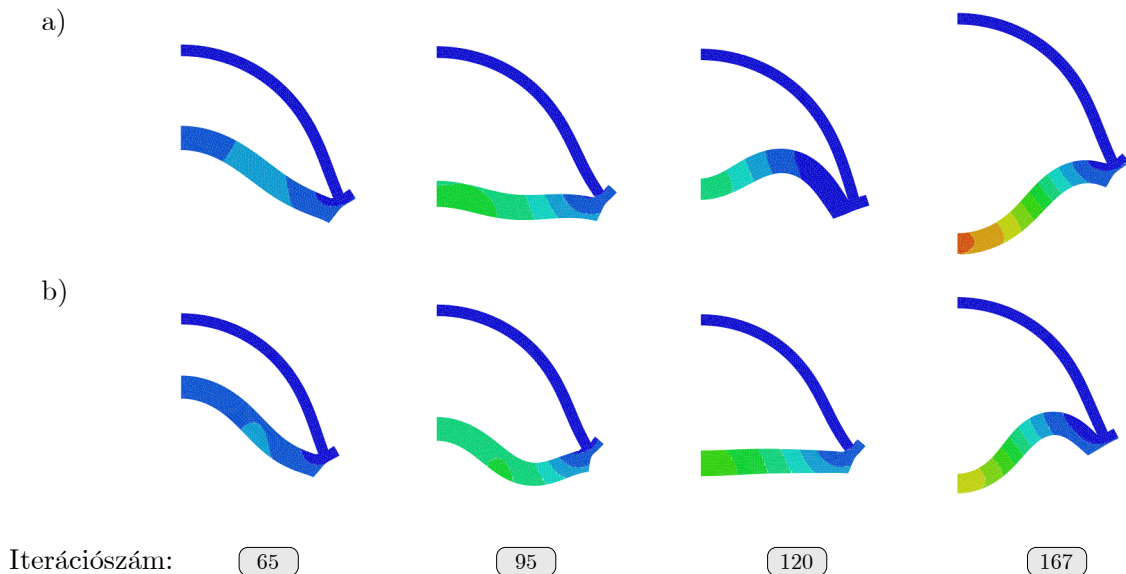


(a) $\Delta E = 1,55 \cdot 10^{-2}$ (1)

(b) $\Delta E = 1,57 \cdot 10^{-2}$ (1)

5.5. ábra. A legkisebb (balra) és a legnagyobb (jobbra) héjtávolság szemléltetése, illetve a rendszerből kinyert dimenziótlan energiamennyiség

Ezen kialakítások között az egyetlen különbség használat szempontjából, hogy a nagyobb távolsággal rendelkező aktuátor előbb átpattan, azaz kevesebb folyadék szükséges a működtetéséhez. Összehasonlítva a két modell deformációs állapotait az iterációs számok függvényében a következő ábrát készíthetjük.



5.6. ábra. A deformációk összehasonlítása a iterációs szám függvényében

a) Ellipszis kis féltengellyel, nagy nyílásszöggel

b) Ellipszis nagy féltengellyel, kis nyílásszöggel

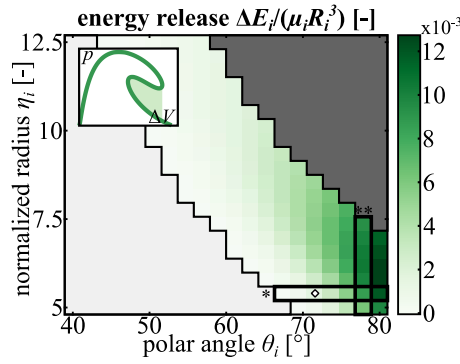
Az átpattanásokról készült animáció megtekinthető a bit.ly/pb_5_1 linken keresztül. Amint látható, a nagyobb kezdeti héjtávolsággal bíró modell előbb átpattan, így a numerikus szimuláció kevesebb időt vesz igénybe.

5.2. Eredmények összehasonlítása

A dolgozat fő kiindulópontjait a *Benjamin Gorissen* által írt *Inflatable soft jumper inspired by shell snapping* című cikk határozta meg, ezért kézenfekvő az összehasonlítást itt kezdeni [3]. Az általuk vizsgált geometria egy speciális esete a dolgozatban taglalt geometriának, dolgozatomban során az alsó héj általánosítva lett egy ellipszoid alakú geometriára. A probléma megközelítését szintén végeselemes analízissel folytatták, azokat az interakciókat követve, mint amelyek a dolgozat során bemutatásra kerültek. Az eredményeik összefoglalása az alábbi 5.7-es ábrán látható.

Dolgozatomban több paramétert vizsgáltam, mint amely ezen cikkben tárgyalásra kerül, de a konklúziók hasonlóak, az energia felszabadulás szempontjából három jól elkülöníthető tartomány van:

1. ahol nem jelentkezik instabilitás;
2. ahol a kinyert energiamennyiség értelmezhető;
3. ahol a megoldások instabilak, nem értelmezhetőek.



5.7. ábra. Szakirodalmi eredmények hasonló lágy aktuátor esetén [3]

Az energiamennyiség monoton nő mind a nyílásszög, mind a gömbhéj sugarának növelésével, amely azt jelenti, hogy a rendszerből kinyerhető energia gyakorlatilag az aktuátor méretével növelhető, ennek optimumát az egyes felhasználási területek szabhatják meg.

Teljesen pontos kvalitatív összehasonlítást nehéz végezni, mivel más méretű, illetve más anyagmodellel felépített aktuátorok viselkedését vizsgálták, azonban a dimenziótlanított energiamennyiség lehetőséget ad erre. Az általuk készített geometria meghatározó mérete a gömbhéj belső sugarának egy fajlagos értéke, amelyet a következőképpen definiáltak:

$$\eta_i = \frac{R_i}{t_i}, \quad (5.1)$$

ahol R_i a belső gömbhéj sugara, t_i pedig a gömbhéj vastagsága. A 5.7-os ábra alapján a legnagyobb energiaértékeket $\eta_i = 5 - 6$ körüli értéke esetén kapták, amely az én általam vizsgált geometriánál a következőképpen interpretálható:

$$\eta_i = 5 = \frac{B_i}{t_i} \quad \longrightarrow \quad B_i = 5t_i = 5 \cdot 3,5 = 17,5 \text{ mm}, \quad (5.2)$$

ahol $t_i = 3,5$ mm, mivel ezen vastagságérték esetén jelentkeztek a legnagyobb kinyerhető energiamennyiségek. Ez azt jelenti, hogy a 17 – 18 mm-es aktuátorok esetén kell megvizsgálni az energiaértékeket, 80°-os nyílásszög esetén. Ez az érték esetemben $(1,53 - 1,55) \cdot 10^{-2}$, a 5.7-os ábráról leolvasva pedig kb. $(1,2 - 1,3) \cdot 10^{-2}$.

Ez azt jelenti, ha a belső héj geometriája ellipszist formál, a kinyerhető fajlagos energiamennyiség kis mértékben növekedni tud, mivel az ellipszis kialakítás lehetővé teszi a másik féltengely rugalmas méretének beállítását, amivel kedvezőbb átpattanási jelenség érhető el.

Ezen eredmények alapján azt lehet mondani, hogy a dolgozatban kifejlesztett geometriai méretével a kinyert energiamennyiség jól hangolható, amely nagyon sokféle alkalmazás felé nyit meg új utakat.

6

Összefoglalás

Az szerkezeti stabilitásvesztés problémája a mérnöki tervezésnek egyik legkritikusabb lépcsőfoka. Hagyományos szerkezeteknél igyekeznek minél nagyobb biztonsággal elkerülni az instabilitási problémákat. Azonban ezen instabilitások a megfelelő anyagból készült, és megfelelő geometriával rendelkező szerkezetek esetén kihasználhatók, mivel a két stabil helyzet közötti sokszoros alakváltozás sem jelent tönkremenetelt.

Dolgozatom során lágy robotokban használt vékony gumihéjak átpattanásának numerikus vizsgálatát végeztem, melynek célja a hiperelasztikus instabilitáson alapuló energiadisszipáció maximalizálása. A dolgozat célja megállapítani azon geometriai méreteit az ellipszoid-, illetve gömbhéj alakú lágy aktuátoroknak, amelyek során ezen fajlagos energia maximális.

A hiperelasztikus anyagmodell, illetve az átpattanás, mint instabilitási jelenség megértéséhez szükséges szakirodalmi összefoglaló után egyszerű végesesemes modellek készítésével térképeztem fel a feladatban rejlő lehetőségeket. A dolgozat során a hiperelasztikus anyagi viselkedés leírásához az Ogden-féle hiperelasztikus anyagmodellt alkalmaztam, a végesesemes szimulációk elkészítését ABAQUS-ban végeztem. Az végesesemes modellek kidolgozása két útvonalat követett, amelyek közül az első modell felépítése nem szolgáltatott elég információt a probléma vizsgálatához. Ezzel ellentétben a használt szoftver által biztosított ún. "Fluid Cavity" modellezési megoldás már megfelelő eredményeket biztosított a kinyerhető energiamennyiségek vizsgálatára.

Ezek az eredmények lehetőséget nyitottak egy automatikus szimulációs és kiterjedő környezet létrehozásához, amely segítségével könnyen és gyorsan végrehajtható a geometriai optimalizáció. A bemeneti paraméterek megadásával egy automatikus szimulációs fázis veszi kezdetét, ahol a megfelelő beállítások alkalmazásával a szoftver

végeselemes modelleket épít, majd megoldja a kívánt változókra, az eredményeket egy adatbázisba menti. Az adatbázisból a szükséges eredmények kimentésre kerülnek, amelyeket egy kiértékelő szoftver segítségével a felhasználó összehasonlítható formába tud alakítani.

Eredményeim alapján megállapítottam, hogy egy adott kinyerhető energiamennyiséghez több geometriai konfiguráció tartozik, így az aktuátorok használata kis mértékben eltérhet a geometriai adottságoktól függően. A differenciák miatt a végeselemes szimulációk futtatása is eltérő időt vett igénybe. A dolgozat alapfeltevéseit képező szakirodalmi cikkben bemutatott aktuátor esetében kinyerhető energiamennyiséget összehasonlítva az általam módosított, ellipszoid héjakat tartalmazó aktuátorok eredményeivel az energiamennyiség növekedése volt látható.

További vizsgálati irányokat fogalmaznak meg az alábbi gondolatok:

- (a) a meglévő végeselemes modellek kiegészítése kontakt peremfeltételekkel,
- (b) a külső gömbhéj geometriai paramétereinek változtatása,
- (c) a hiperelasztikus anyagmodell paramétereinek optimalizációja,
- (d) a kinyerhető energiamennyiség vizsgálata más anyagmodellek esetén,
- (e) az átpattanás jelenségének időbeli vizsgálata,
- (f) az átpattanást elszenvedő héj deformációjának analitikus leírása.