



SZÉCHENYI ISTVÁN EGYETEM
AUDI HUNGARIA
JÁRMŰMÉRNÖKI KAR

SZAKDOLGOZAT

**Egyhengeres versenymotorra
optimalizált forgattyús tengely
tervezése, élettartam szimulációja,
rezgéstani vizsgálata**

Szentendrei Dániel

**Járműmérnöki BSc szak
belsőégésű motorok modul
Nyilvános**

Belső konzulens:

Takács Richárd

Járműhajtás Technológia Tanszék

Győr, 2022

Feladat-kiíró lap szakdolgozathoz

Hallgató adatai

Név: Szentendrei Dániel

Neptun-kód: EAWANY

Szak: Járműmérnöki BSc

Specializáció: Belsőégésű Motorok modul

Tagozat: nappali

A szakdolgozat adatai

Kezdő tanév és félév: 2022/1

Nyelv: magyar

Típus: nyilvános

Egyhengeres versenymotorra optimalizált forgattyús tengely tervezése, élettartam szimulációja, rezgéstani vizsgálata

A Szengine Hallgatói Motorfejlesztő Csapat egy globális versenysorozatban vesz részt, több hallgatói csapattal együtt, ahol a csapatok által fejlesztett versenyautókkal mérik össze tudásukat. Egy fejlesztett forgattyús tengely a csapat versenyképességét fokozza statikus és dinamikus versenyszámokban egyaránt. A szakdolgozat témája egyhengeres versenymotorra optimalizált forgattyús tengely tervezési, fejlesztési lépéseiről, majd annak élettartam szimulációjáról és validációs vizsgálatairól szól. A feladat egy, az eredetihez hasonló, ámbár egyszerűbb geometria SolidWorks-ben való elkészítésével kezdődik, majd mindezt számos fejlesztési lépés követi. Magához az alap konstrukció elkészítéséhez számos, az eredeti geometriából adódó peremfeltételre ügyelni kell, ilyen feltétel a tengelyhossz, a tengelyek külső átmérőinek kialakítása és a csapágytávolságok. Ahhoz, hogy a fejlesztés folytatódhasson, érdemes rögtön az elején szimulációs környezetben igazolni (Ansa, Abaqus), hogy az adott konstrukció megfelel-e a terhelések okozta mechanikai igénybevételeknek. Ezek az iterációk mindaddig folytatódnak, míg a lehető legnagyobb tömegcsökkenés mellett sem lépjük át az anyag szilárdságtani határait. A szimulációk elvégzése után további vizsgálatok alá kerül a forgattyús tengely, mely során a sajátfrekvencia és a kritikus lengési munkapontok kerülnek meghatározásra, illetve kiszámításra kerül a tömegből eredő másodrendű nyomaték minimumszintje is az AVL Excite Designer nevű szoftverben.

A feladatok részletes leírása:

- 1. A feladat elvégzéséhez szükséges háttértudás megszerzése irodalomkutatással*
- 2. Jelenlegi forgattyús tengely konstrukciós áttekintése*
- 3. Fejlesztési iterációk szemléltetése*
- 4. Statikus szimulációk elvégzése az érintett munkapontokon*
- 5. Optimális geometria élettartamának meghatározása*
- 6. Sajátfrekvencia és kritikus lengési munkapontok meghatározása*
- 7. Eredmények, konklúziók*

Belső konzulens adatai

Név: Takács Richárd

*Tanszék: Belsőégésű Motorok és
Járműhajtások Tanszék*

Beosztás: Tanársegéd

Külső konzulens adatai

Név: -

Munkahely: -

Beosztás: -

Győr, 2022.11.24.

Takács Richárd
belső konzulens

-
külső konzulens

Dr.-Ing. Jan Rohde-Brandenburger
tanszékvezető
Belsőégésű Motorok és Járműhajtások Tanszék

Nyilatkozat

Alulírott, Szentendrei Dániel, járműmérnöki BSc szakos hallgató kijelentem, hogy az Egyhengeres versenymotorra optimalizált forgattyús tengely tervezése, élettartam szimulációja, rezgéstani vizsgálata című szakdolgozat feladat kidolgozása a saját munkám, abban csak a megjelölt forrásokat, és a megjelölt mértékben használtam fel, az idézés szabályainak megfelelően, a hivatkozások pontos megjelölésével.

Eredményeim saját munkán, számításokon, kutatáson, valós méréseken alapulnak, és a legjobb tudásom szerint hitelesek.

Dátum

Hallgató

Kivonat

A hallgató neve: **Szentendrei Dániel**
A diplomamunka címe: Egyhengeres versenymotorra optimalizált forgattyús tengely tervezése, élettartam szimulációja
Belső konzulens: Takács Richárd, tanársegéd, PhD hallgató

A dolgozat témája egy egyhengeres belsőégésű motorra optimalizált forgattyús tengely fejlesztéséről, tömegcsökkentéséről, illetve annak élettartam-szimulációjáról szól. A dolgozat elsődleges célja egy egyedi forgattyús tengely fejlesztése a SZEngine Hallgatói Motorfejlesztői Csapat számára, mellyel a dinamikus-, és statikus versenyszámokban is nagyobb sikereket lehet elérni. Elsősorban az eredeti és az egyedi főtengelyek közötti tömeg-differencia a lényeges; minél kisebb a főtengely tömege, annál jobb az alkatrész reakciója a gázerőre, valamint ezzel a jármű teljes tömege is redukálható, mely versenysport révén elsődleges szempontok közé tartozik. A tömegcsökkentés mellett azt is szem előtt kell tartani, hogy kellő inerciája (másodrendű tehetetlenségi nyomatéka) legyen a konstrukciónak a motor egyenletes járásának érdekében.

Számos olyan feltételre figyelni kellett a fejlesztés során, amelyek meghatározóak a főtengely-konstrukció kialakítását illetően (forgattyú csap, löket, befoglaló méretek nagy része, főcsapágyak megtartása). Mindezek mellett így is megannyi fejlesztési lehetőséget hordoz magában egy gyári forgattyús tengely, amely több éves folyamatos igénybevételre van tervezve.

A dolgozat tartalmazza az alap konstrukciót és annak elemzését, majd statikus végeelem szimuláció hatására iterált geometriákat is. A fejlesztés során az iterációk hatására alakult ki a végleges geometria, ami az új forgattyús tengely végleges formáját képezi. Az új konstrukció a SZEngine csapat EVO 8-as motor erőátviteli láncának az egyik legfontosabb szerepét kívánja betölteni.

Tartalomjegyzék

1. Bevezetés, motiváció	1
2. Irodalomkutatás.....	2
2.1. Egyhengeres belsőégésű motorok.....	2
2.1.1. KTM 690 Duke R	2
2.2. Forgattyús mechanizmus	3
2.2.1. KTM 690 forgattyús tengely	3
2.3. A mechanizmusra ható erőrendszer meghatározása.....	4
2.3.1. Forgattyús mechanizmus elemeinek kinematikai leírása	4
a, A dugattyú mozgásának meghatározása	4
b, Tangenciálerő meghatározása	8
c, Hajtórúd szögsebességének meghatározása	13
d, Hajtórúd szöggyorsulásának meghatározása	15
2.3.2. Forgattyús mechanizmus dinamikája.....	16
2.3.2.1. Gázerők	17
2.3.2.2. Tömegezők	19
2.3.3. Tömegezők kiegyenlítése.....	19
2.3.3.1. Forgó tömegező meghatározása	19
2.3.3.1. Alternáló tömegező meghatározása.....	20
2.3.3.1. Alternáló és forgó tömegezők kiegyenlítése	21
2.3.4. Hajtórúdra ható erők meghatározása	23
2.3.5. Forgattyúscsapra ható erő meghatározása	26
2.3.6. Nyomáseloszlás meghatározása	27
2.3.7. Szögegyenlőtlenségéből származó tehetetlenségi erők	28
2.3.8. Lendkerék által kifejtett csavaró nyomaték	30
2.4. Végeselem-módszer	32
2.5. Élettartam szimuláció	32
2.6. Eredeti főtengely konstrukció változtatási javaslatok	33
3. Az új konstrukció	33

3.1. Változtatási javaslatok megvalósítása	34
3.2. Első iteráció	36
3.3. Végeselem modell felépítéséhez szükséges lépések	37
3.3.1. Modell egyszerűsítése	37
3.3.2. A végeselem modell felépítés	38
3.4. Első iteráció szimulációs eredményei	39
3.5. Második iteráció	41
3.6. Második iteráció szimulációs eredményei	41
3.7. Harmadik iteráció	42
3.8. Harmadik iteráció szimulációs adatok	44
3.9. Az élettartam kiszámításához szükséges szimulációk	46
4. Élettartam számítás	49
4.1. A megengedhető feszültség	49
4.2. Időben változó terhelés	49
4.3. Biztonsági tényező számszerű értéke	50
4.4. FEMFAT modell felépítése	51
4.5. Eredmény	53
5. A forgattyús hajtómű lengései	55
5.1. A forgattyús tengely lengései	55
5.2. Egyhengeres motor komplex rezgéstani modellje	56
5.3. Kritikus fordulatszámok meghatározása	60
5.4. A rendszer csillapítása	62
5.5. A szögegyenlőtlenség	62
6. Konklúzió	64
7. Változtatási javaslatok	65
Ábrajegyzék	66
Táblázatok jegyzéke	69
Rövidítések és szimbólumok jegyzéke	70
Irodalomjegyzék	72

1. Bevezetés, motiváció

A 2008-as év végén az Audi Hungaria Motorfejlesztési Részlege és az Audi Hungaria Belsőégésű Motorok Tanszék szponzorálása által a Széchenyi István Egyetem hallgatói megalapították a SZEngine Hallgatói Motorfejlesztői Csapatot. A csapat szoros kapcsolatban áll egy egyedülálló versenysorozattal, a nemzetközi Formula Studenttel, ahol a világ minden tájáról egyetemi/főiskolai hallgatókból álló csapatok saját építésű autóik versenyképességét mérik össze különböző versenyszámok keretein belül. A hallgatók választhatnak különböző erőforrások közül, lehet ez villamos, belsőégésű vagy hibrid meghajtás. A piacon kapható motorok nagy hátránya, hogy csak átalakításokkal felel meg a versenykiírásoknak, a SZEngine csapat kizárólag motorfejlesztéssel foglalkozik, ami páratlanná teszi, mint Formula Student csapat. A motor koncepcióját tekintve, immár több éves hagyománnyá vált az egyhengeres motorok fejlesztése, azok előnyei miatt (pl. teljesítmény-tömeg arány). A csapatnak mintegy 55 tagja van a 2022-es évben, akik lelkesen dolgoznak egy új EVO motor fejlesztésén. A 22-es versenyszezonban a csapat nagy elvárásokat fűz a motor teljesítményéhez.



1. ábra: Formula Student Germany 2019

2. Irodalomkutatás

A következőkben bemutatásra kerül a forgattyús tengely tervezéséhez szükséges elméleti háttér.

2.1. Egyhengeres belsőégésű motorok

A belsőégésű motorok olyan hőerőgépek, melyek tüzelőanyag égetésével keltenek hőenergiát és ezt a hőenergiát átalakítják mozgási, avagy mechanikai energiává. Több típus is létezik, amelyeket különböző szempontok szerint lehet osztályozni. Ilyen szempont a motor működésének elve, tüzelőanyag típusa, hengerek száma, hengerek elrendezése és más számtalan motoraspektus szerinti elrendezés. [1.] Az egyhengeres változata a belsőégésű motoroknak egyedülálló. Általában csak motorkerékpároknak használják, mivel nem tudja kielégíteni egy gépjármű teljesítmény-igényét. Jelen esetben a motornak nem egy személyautó teljes tömegét szükséges hordoznia, hanem az Arrabona Racing Team által készített ART_08-as autó tömegét, ami mindössze 159 kg motor nélkül. Ennek a paraméter tudatában az egyhengeres motor optimális választás mind a méretei, mind a teljesítménye által.

2.1.1. KTM 690 Duke R

2020-ban a csapat koncepcióváltás mellett döntött, melynek eredményeképpen új motor vásárlásra került sor. A motor adatai;

	Mennyiség	Mértékegység
Tömeg	~42	kg
Löket	80	mm
Furat átmérő	105	mm
Hengerűrtartalom	693	cm ³
Kompresszióviszony	12.6:1	-
Fordulatszám tartomány	4000-9000	rpm
Teljesítmény	51	kW
Nyomaték	67	Nm

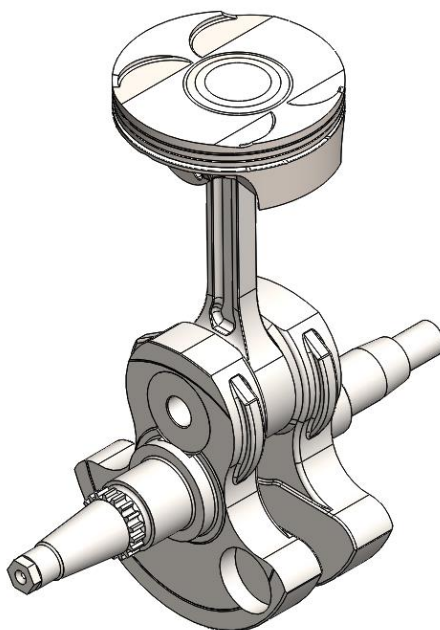
táblázat 1: Motor főbb paraméterei

2.2. Forgattyús mechanizmus

A forgattyús mechanizmus létfontosságú szerepet tölt be a belsőégésű motorok életében. Ez a mechanizmus teremt kapcsolatot az alternáló és a forgó mozgás között. A hengerben tüzelőanyag elégetése folyamán hőenergia szabadul fel, mely alternáló mozgásra kényszeríti a hengerben elhelyezkedő dugattyút. Az így létrejövő alternáló mozgásban a dugattyú, a dugattyú tartozékai, illetve a hajtórúd megközelítőleg $\frac{1}{3}$ tömeghányada vesz részt. A fennmaradó $\frac{2}{3}$ rész a forgattyús tengelynek köszönhetően már forgó mozgást végez, amit a forgattyús tengely továbbít a jármű erőátviteli lánc felé, tehát lényegében olyan mechanizmusról van szó, ami a hőenergiát forgatónyomatékká, azaz mechanikai energiává alakít. [2.]

2.2.1. KTM 690 forgattyús tengely

Az eredeti motor számos fejlesztési potenciált hordozott magában, többek között a főtengely-fejlesztés is egy a sok közül. Ebben az egyhengeres motorban egy szerelt főtengely található, aminek a nagy előnye, hogy a hajtórúd egy darabból készülhet. Az eredeti kialakítás egy meglehetősen „telt” geometriát kapott, a minél több üzemidő végett. Így a forgattyús házban forgó tengely tömege ~13.1%-a a teljes motorkonstrukciónak, amit lényegesen lehet csökkenteni.



2. ábra: Eredeti forgattyús mechanizmus fő alkatrészei

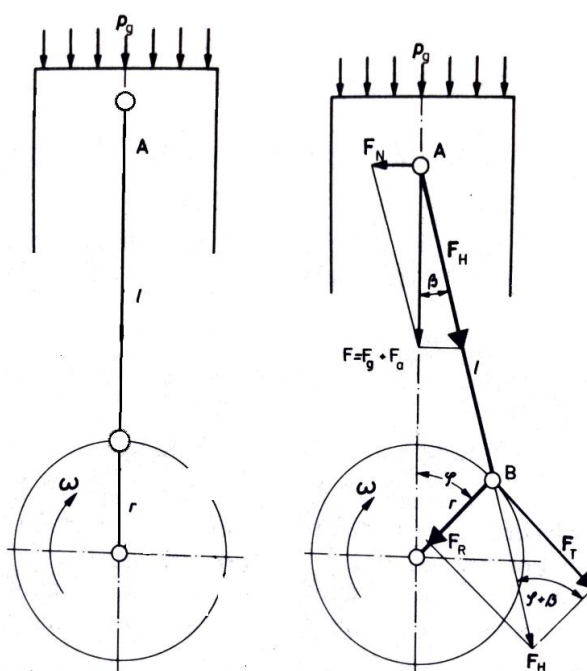
2.3. A mechanizmusra ható erőrendszer meghatározása

A forgattyús tengely tömegoptimalizáláshoz szükséges tudni a rá ható erőrendszerek által kifejtett eredő erők nagyságát.

2.3.1. Forgattyús mechanizmus elemeinek kinematikai leírása

A terhelések meghatározásához a kiindulási alapot a dugattyú, illetve a dugattyúra ható gázerő adja, így elsősorban célszerű a dugattyú kinematikájával foglalkozni. A kinematika nem foglalkozik mozgást létrehozó erőrendszerrel, csak a mozgás összefüggéseivel.

a, A dugattyú mozgásának meghatározása



3. ábra: Forgattyús mechanizmus mechanikai modellje felső holtpontban (balra) és felső holtpont után (jobbra)

$$s = r + l - x$$

Ahol s a dugattyú által megtett út φ szögelfordulás alatt. x a forgattyús tengely forgásának középpontjának és a hajtórúd kis szemének középpontjának a távolsága φ szögelfordulás után.

$$x = r * \cos(\varphi) + l * \cos(\beta)$$

$$s = (r + l) - (r * \cos(\varphi) + l * \cos(\beta))$$

$$s = (r + l) - r * \cos(\varphi) - l * \cos(\beta)$$

$$s = r - r * \cos(\varphi) + l - l * \cos(\beta)$$

$$s = r * (1 - \cos(\varphi)) + l * (1 - \cos(\beta))$$

Az így kapott egyenletet tovább kell egyszerűsíteni, hogy további ismeretleneket lehessen eltávolítani. A dugattyú mozgásával a főtengely, így a forgattyús csap is mozog, a forgattyúcsap vonalából egy merőlegest állítunk a henger szimmetriatengelyére, ami megmutatja mekkora távolságot tett meg a forgattyús csap. Így létrehoztunk két derékszögű háromszöget, amelyekről elmondható, hogy van közös oldaluk és a közös oldalt ki lehet fejezni két szögfüggvények segítségével.



4. ábra: Forgattyús mechanizmus vektorábrája

$$r * \sin(\varphi) = l * \sin(\beta)$$

$$\sin(\beta) = \frac{r}{l} * \sin(\varphi)$$

$$\frac{r}{l} = \lambda$$

A trigonometria alapegyenletét ($\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1$) átrendezve pedig a következőt kapjuk;

$$\cos^2(\alpha) = 1 - \sin^2(\alpha)$$

Az egyenlet ennek a formájába való behelyettesítés után pedig a következőt;

$$\cos^2(\beta) = 1 - \lambda^2 * \sin^2(\varphi)$$

$$\cos(\beta) = \sqrt{1 - \lambda^2 * \sin^2(\varphi)}$$

A korábban meghatározott dugattyú által megtett út egyenletébe visszahelyettesítve

$$s = r * (1 - \cos(\varphi)) + l * (1 - \sqrt{1 - \lambda^2 * \sin^2(\varphi)})$$

Az egyik ismeretlent fel tudjuk cserélni két másikra, amik már alapjáraton szerepelnek az egyenletben

$$s = r * (1 - \cos(\varphi)) + \frac{r}{\lambda} * (1 - \sqrt{1 - \lambda^2 * \sin^2(\varphi)})$$

A gyökös tag egyszerűsítése végett Taylor-sorba fejtéssel felbontható a gyökös tag

$$\sqrt{1 - \lambda^2 * \sin^2(\varphi)} = 1 - \frac{1}{2} * \lambda^2 * \sin^2(\varphi) - \frac{1}{8} * \lambda^4 * \sin^4(\varphi) - \frac{1}{16} * \lambda^6 * \sin^6 \dots$$

Jelen esetben elhanyagolható az egyenlet 2-nél magasabb rendű tagjai, ugyanis;

$$r = 40 \text{ mm}$$

$$l = 140 \text{ mm}$$

$$\lambda = \frac{r}{l} = \frac{40}{140} = 0,2857$$

$$\sin(\varphi) \leq 1$$

Visszahelyettesítve a sorba fejtett alakba;

$$\frac{1}{8} * \lambda^4 * \sin^4(\varphi) = \frac{1}{8} * 0,2857^4 * 1 = 5,5 * 10^{-6}$$

Tehát

$$\sqrt{1 - \lambda^2 * \sin^2(\varphi)} \approx 1 - \frac{1}{2} * \lambda^2 * \sin^2(\varphi)$$

A fenti egyenletbe való visszahelyettesítés után máris egy barátságosabb egyenlet látható

$$s = r * (1 - \cos(\varphi)) + \frac{r}{\lambda} * (1 - (1 - \frac{1}{2} * \lambda^2 * \sin^2(\varphi)))$$

$$s = r * (1 - \cos(\varphi)) + \frac{r}{\lambda} * (1 - 1 + \frac{1}{2} * \lambda^2 * \sin^2(\varphi))$$

További trigonometrikus azonosság alkalmazása lehetséges, ezért az egyenletet egyszerűsödik

$$\sin^2(\alpha) = \frac{1}{2} * (1 - \cos(2\alpha))$$

Visszahelyettesítve az egyenletbe

$$s = r * (1 - \cos(\varphi)) + \frac{r}{\lambda} * (1 - 1 + \frac{1}{2} * \lambda^2 * \frac{1}{2} * (1 - \cos(2\varphi)))$$

Egyszerűsítve

$$s = r * (1 - \cos(\varphi)) + \frac{r}{\lambda} * (\lambda^2 * \frac{1}{4} * (1 - \cos(2\varphi)))$$

Majd „s”-t kiemelve

$$s = r * [1 - \cos(\varphi) + \frac{\lambda}{4} * (1 - \cos(2\varphi))]$$

A dugattyú sebességfüggvényét az dugattyú által megtett út függvényét idő szerint deriválva határozható meg.

$$v = \frac{ds}{dt} = \frac{ds}{d\varphi} * \frac{d\varphi}{dt}$$

$$s' = \frac{ds}{d\varphi} * \varphi' = v$$

$$\varphi' = \omega$$

$$v = r * \omega [\sin\omega t + \frac{\lambda}{2} * (\sin 2\omega t)]$$

$$v = r * \omega * [\sin(\varphi) + \frac{\lambda}{2} * (\sin(2\varphi))]$$

Majd hasonló eljárással a gyorsulás is kiszámítható

$$a = \frac{s''}{dt} = \frac{ds'}{d\varphi} \frac{d\varphi}{dt}$$

$$a = r * \omega^2 * [\cos\omega t + \lambda * (\cos 2\omega t)]$$

$$a = r * \omega^2 * [\cos(\varphi) + \lambda * (\cos(2\varphi))]$$

b, Tangenciális erő meghatározása

A dugattyú tetejére ható gázerő;

$$F_G(\varphi) = p(\varphi) * A_D$$

Ahol,

$p(\varphi)$ - a dugattyútetőre adott pillanatban ható nyomás értéke [MPa]-ban

A_D - a dugattyú felülete [mm^2]-ben

A dugattyúra ható eredő erő (dugattyúerő):

$$F_D(\varphi) = F_G(\varphi) - F_{ma}(\varphi)$$

Ahol,

$F_{ma}(\varphi)$ - adott pillanatban a dugattyúra ható alternáló tömegeerő

A hajtórúdra átadódó erő felbontható az alábbiak szerint;

$$F_D(\varphi) = F_N(\varphi) - F_H(\varphi)$$

Ahol,

$F_N(\varphi)$ - a dugattyú-dugattyúgyűrűk és a hengerfal között adott pillanatban ható normálerő

$F_H(\varphi)$ - a hajtórudat adott pillanatban terhelő hajtórúderő

Majd a hajtórúderőt tovább bontva;

$$F_H(\varphi) = F_T(\varphi) - F_R(\varphi)$$

Ahol,

$F_T(\varphi)$ - a forgattyúcsapra ható tangenciálerő adott pillanatban

$F_R(\varphi)$ - a radiálerő



Felhasználva az előző fejezetben használt egyenleteket, ki lehet fejezni β -től függő mennyiségeket;

$$\cos(\beta) = \sqrt{1 - \lambda^2 * \sin^2(\varphi)}$$

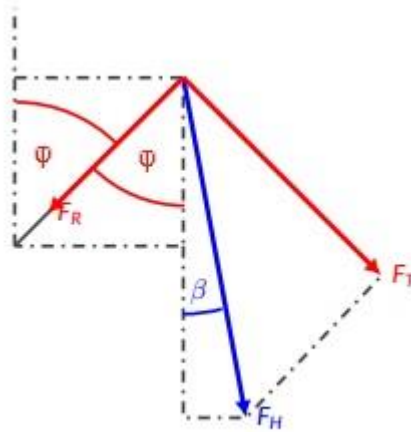
A dugattyúerőből kifejezve a normál és hajtórúderőt;

$$F_H = \frac{F_D}{\cos \beta}$$

Az imént felírt egyenleteket behelyettesítve ezekbe az egyenletbe;

$$F_N = F_D \frac{\lambda * \sin(\varphi)}{\sqrt{1 - \lambda^2 * \sin^2(\varphi)}}$$

$$F_H = \frac{F_D}{\sqrt{1 - \lambda^2 * \sin^2(\varphi)}}$$



6. ábra: Hajtórúderő felbontva radiális és tangenciális komponensekre

Felhasználva, hogy a mechanizmusban a hajtórúd $\varphi + \beta$ szöget zár be a hengerfurat tengelyével;

$$F_T = F_H \sin(\varphi + \beta)$$

$$F_R = F_H \cos(\varphi + \beta)$$

További trigonometrikus azonosságokat felismerve;

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \sin \beta - \sin \alpha \cos \beta$$

Illetve behelyettesítve azokba;

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \sqrt{1 - \lambda^2 * \sin^2(\varphi)} + \cos \alpha \lambda * \sin(\varphi)$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \sqrt{1 - \lambda^2 * \sin^2(\varphi)} - \sin \alpha \lambda * \sin(\varphi)$$

A tangenciálerő egyenletébe visszahelyettesítve, egyszerűsítve;

$$F_T = F_D \sin(\varphi) \frac{\lambda * \cos(\varphi)}{\sqrt{1 - \lambda^2 * \sin^2(\varphi)}}$$

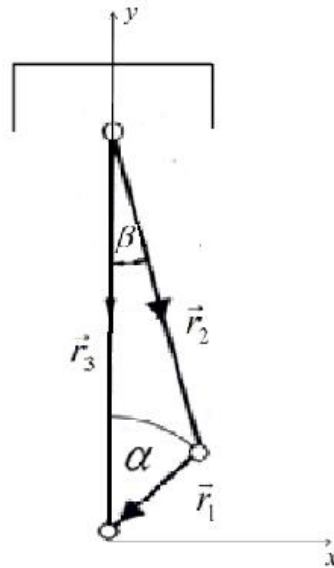
Ugyanezt elvégezve a radiálerőre;

$$F_R = F_D [\cos(\varphi) - \frac{\lambda * \sin^2(\varphi)}{\sqrt{1 - \lambda^2 * \sin^2(\varphi)}}]$$

A tangenciális erőből ki lehet számítani a tangenciális nyomást, ami a későbbiekben még fontos szerepet fog játszani a nyomaték meghatározásánál;

$$p_T = \frac{F_T}{A}$$

c, Hajtórúd szögsebességének meghatározása



7. ábra: A mechanizmus vektormodellje

A vektoregyenlet felírása után idő szerint első deriválttal meghatározható a hajtórúd szögsebessége;

$$\vec{r}_1 + \vec{r}_2 + \vec{r}_3 = 0$$

$$\frac{d\vec{r}_1}{dt} + \frac{d\vec{r}_2}{dt} + \frac{d\vec{r}_3}{dt} = 0$$

$$\vec{\omega}_1 \times \vec{r}_1 + \vec{\omega}_3 \times \vec{r}_2 + \frac{d\vec{r}_3}{dt} = 0$$

A vektorokat komponensekre szükséges felbontani

$$\omega_1 \vec{k} \times (r_{1x} \vec{i} + r_{1y} \vec{j}) + \omega_2 \vec{k} \times (r_{2x} \vec{i} + r_{2y} \vec{j}) + \frac{d\vec{r}_3}{dt} \vec{j} = 0$$

$$\omega_1 r_{1x} \vec{j} - \omega_1 r_{1y} \vec{i} + \omega_2 r_{2x} \vec{j} - \omega_2 r_{2y} \vec{i} + \frac{d\vec{r}_3}{dt} \vec{j} = 0$$

Majd felszorozva az egyenletet $\vec{i}$ és $\vec{j}$ egységvektorral, az egyenlet egyszerűsödik

$$-\omega_1 r_{1y} - \omega_2 r_{2y} = 0$$

$$\omega_1 r_{1y} + \omega_2 r_{2y} = 0$$

Trigonometrikus azonossággal meghatározható r_{1y} és r_{2y}

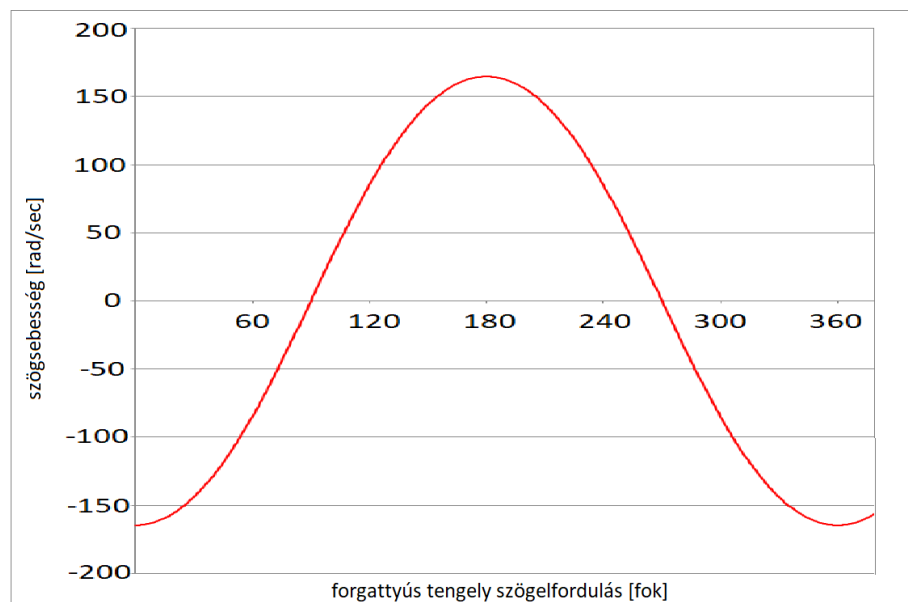
$$r_{1y} = r_1 \cos \alpha$$

$$r_{2y} = r_2 \cos \beta$$

Visszahelyettesítve,

$$\omega_1 * r_1 * \cos \alpha + \omega_2 * r_2 * \cos \beta = 0$$

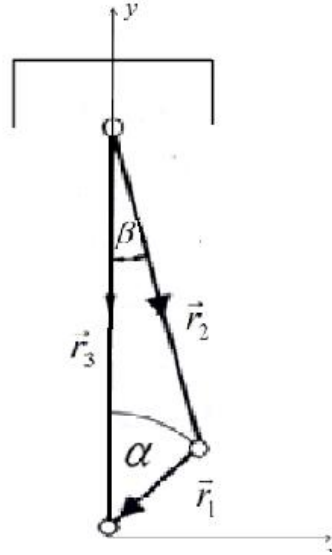
$$\omega_2 = \frac{-\omega_1 * r_1 * \cos \alpha}{r_2 * \cos \beta}$$



8. ábra: A hajtórúd szögsebessége a forgattyús tengely szögelfordulásának függvényében 5500 1/perc-es fordulatszámon

d, Hajtórúd szöggyorsulásának meghatározása

A szögsebesség meghatározásához szükséges újra felírni a mechanizmus vektorábráját.



9. ábra: A mechanizmus vektormodellje

$$\vec{r}_1 = r_1 \sin \alpha \vec{i} + r_1 \cos \alpha \vec{j}$$

$$\vec{r}_2 = r_2 \sin \beta \vec{i} + r_2 \cos \beta \vec{j}$$

$$\vec{r}_1 + \vec{r}_2 + \vec{r}_3 = 0$$

$$\frac{d^2 \vec{r}_1}{d^2 t} + \frac{d^2 \vec{r}_2}{d^2 t} + \frac{d^2 \vec{r}_3}{d^2 t} = 0$$

$$\vec{\omega}_1 \times (\vec{\omega}_1 \times \vec{r}_1) + \vec{\omega}_2 \times (\vec{\omega}_2 \times \vec{r}_2) + \frac{d^2 \vec{r}_3}{d^2 t} = 0$$

Felbontva az egyenletet tagonként;

$$\vec{\omega}_1 \times \vec{r}_1 = \omega_1 \vec{k} \times (r_1 \sin \alpha \vec{i} + r_1 \cos \alpha \vec{j}) = \omega_1 r_1 \sin \alpha \vec{j} - \omega_1 r_1 \cos \alpha \vec{i}$$

$$\vec{\omega}_2 \times \vec{r}_2 = \omega_2 \vec{k} \times (-r_2 \sin \beta \vec{i} + r_2 \cos \beta \vec{j}) = -\omega_2 r_2 \sin \beta \vec{j} - \omega_2 r_2 \cos \beta \vec{i}$$

$$\begin{aligned}\vec{\omega}_1 \times (\omega_1 r_1 \sin \alpha \vec{j} - \omega_1 r_1 \cos \alpha \vec{i}) &= \omega_1 \vec{k} \times (\omega_1 r_1 \sin \alpha \vec{j} - \omega_1 r_1 \cos \alpha \vec{i}) \\ &= -\omega_1^2 r_1 \sin \alpha \vec{i} - \omega_1^2 r_1 \cos \alpha \vec{j} = -\omega_1^2 r_1 (\sin \alpha \vec{i} + \cos \alpha \vec{j})\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\vec{\omega}_2 \times (-\omega_2 r_2 \sin \beta \vec{j} - \omega_2 r_2 \cos \beta \vec{i}) &= \omega_2 \vec{k} \times (-\omega_2 r_2 \sin \beta \vec{j} - \omega_2 r_2 \cos \beta \vec{i}) \\ &= \omega_2^2 r_2 \sin \beta \vec{i} - \omega_2^2 r_2 \cos \beta \vec{j} = \omega_2^2 r_2 (\sin \beta \vec{i} - \cos \beta \vec{j})\end{aligned}$$

$$\vec{\varepsilon} \times \vec{r}_2 = \varepsilon \vec{k} \times (-r_2 \sin \beta \vec{i} + r_2 \cos \beta \vec{j}) = -\varepsilon r_2 \sin \beta \vec{j} - \varepsilon r_2 \cos \beta \vec{i}$$

Majd visszahelyettesítve az első egyenletbe

$$-\omega_1^2 r_1 (\sin \alpha \vec{i} + \cos \alpha \vec{j}) + \omega_2^2 r_2 (\sin \beta \vec{i} - \cos \beta \vec{j}) - \varepsilon r_2 \sin \beta \vec{j} - \varepsilon r_2 \cos \beta \vec{i} + \frac{d^2 \vec{r}_3}{dt^2} = 0$$

Majd beszorozva i egységvektorral az egyenletet

$$-\omega_1^2 r_1 \sin \alpha + \omega_2^2 r_2 \sin \beta - \varepsilon r_2 \cos \beta = 0$$

$$-\omega_1^2 r_1 \sin \alpha + \omega_2^2 r_2 \sin \beta = \varepsilon r_2 \cos \beta$$

$$\varepsilon = \frac{-\omega_1^2 r_1 \sin \alpha + \omega_2^2 r_2 \sin \beta}{r_2 \cos \beta}$$

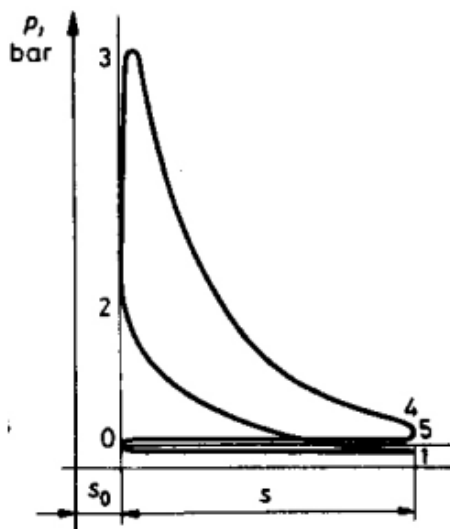
2.3.2. Forgattyús mechanizmus dinamikája

A forgattyús hajtóműben fellépő erőhatások két fő tényezőtől függenek, a forgattyús tengely szögsebességétől és a forgattyús tengely pillanatnyi szöghelyzetétől. Általában a hajtóművet két meghatározó terhelés szerint méretezik, az első, illetve a nagyobb terhelés a dugattyúra ható nyomásból adódik, a második pedig a mechanizmusban jelen lévő alkatrészek tömege által keletkező tömegeerők.

[3.]

2.3.2.1. Gázerők

A dugattyúra ható nyomást, azaz gázerőt a löket függvényében, zárt hurkos indikátor diagrammokkal szokás ábrázolni. [4.]



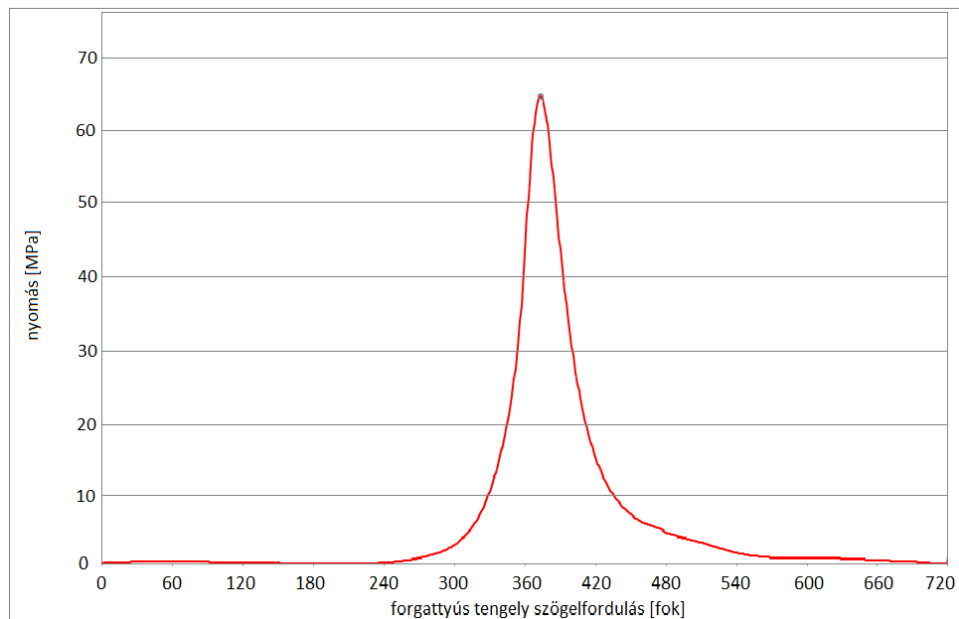
10. ábra: Belsőégésű motor indikátordiagramja

A forgattyús hajtómű elsődleges terhelése a dugattyúra ható nyomásból ered. Teljes fordulatra vetítve ezen értékek nem túl kimagaslók, azonban vannak pillanatnyi értékek, amelyeket szükséges a tervezési folyamatba belekalkulálni.

A diagram pozitív munkaterületét jelöli a nagyobbik hurok, illetve a negatívát a kisebb. Ennek a két érték különbségéből lehet meghatározni az indikált teljesítményt.

$$P_i = p_i \cdot A \cdot s \cdot n$$

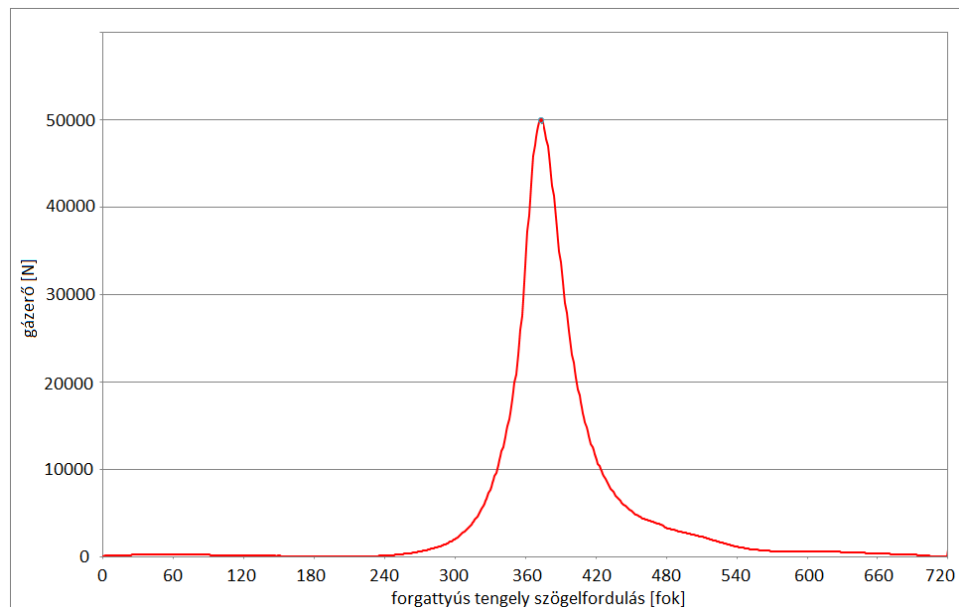
A tervezéshez szükséges gáznyomás értékeket motorfékpadi mérés során határoztuk meg a motor üzemi tartományában (4000-8500 1/perc) 500-as lépésközökkel. Az így kinyert nyomás adatok főténgely szögelfordulásonként vannak.



12. ábra: A hengerben uralkodó hengernyomás 5500 1/perc-es fordulatszámon

Ahhoz, hogy számolást lehetővé tegyék az adatok, át kell alakítani a nyomást gázerővé az alábbi képlettel

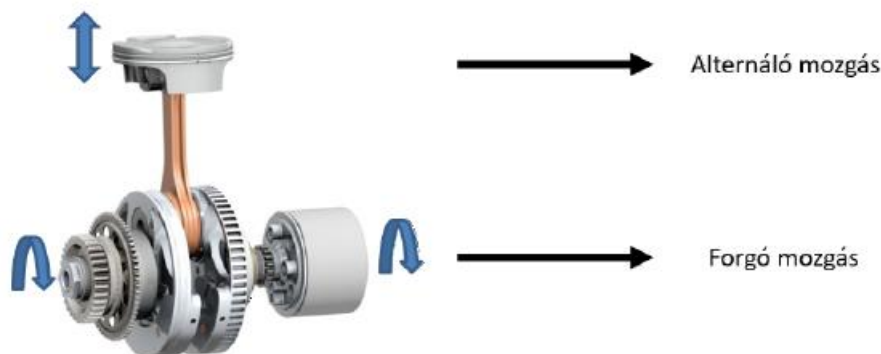
$$F_g = (P_{abs} - 1) * 10^5 * \frac{d_d^2 * \pi}{4}$$



11. ábra: A nyomás átalakítva gázerővé

2.3.2.2. Tömegelőők

A forgattyús mechanizmus a belsőégésű motorok üzemből adódóan egyenetlen sebességű, gyorsuló mozgást végez. A rendszer saját tömeggel rendelkezik, ennél fogva a gyorsuló mozgás tömegelőket kelt, melyek kedvezőtlen hatásait számszerűsíteni kell, azok csökkentése érdekében. [5.]



13. ábra: EVO 5 forgattyús mechanizmus [5.]

2.3.3. Tömegelőők kiegyenlítése

A forgó és alternáló mozgás által keltett tömegelőket a motor egyenletes járásának érdekében ki kell egyenlíteni. Ezek a tömegelőök periodikus jellegűek, ha túl nagy amplitúdóval bírnak, akkor káros hatást fejthetnek ki nem csak a forgattyús tengelyre, de az egész motor üzembre is. [6.]

A versenysportban a kiegyenlítésre általában keményfémeket használnak, a minél nagyobb térfogatsűrűség elérése érdekében. A csapat tömegelőök kiegyenlítésére gyakran használ volfrám ellensúly rudakat. A geometriába préselt ellensúly helyes elhelyezéssel a forgó tömegelőök 100, míg az alternáló tömegelőök 50%-át képesek kiegyenlíteni. A fennmaradó 50% alternáló tömegelőök kiegyenlítése kiegyenlítőtengellyel valósul meg. [4.]

2.3.3.1. Forgó tömegelő meghatározása

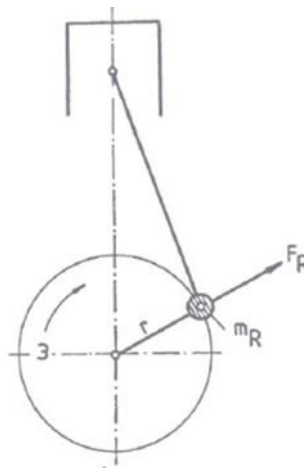
A forgó tömegelőök kiegyenlítéséhez ismerni kell azon alkatrészek paramétereit, melyek forgó tömegelőket keltenek, ezen alkatrészek; hajtórúd egy része, forgattyús csap, vezérlés és hajtás oldali főtengely sonka.

A forgó tömegerők a forgattyús házat, a főcsapágyakat, illetve magát a forgattyús tengelyt is terhelik. Ahhoz, hogy a kiegyenlítés pontos legyen, a kellő kiegyenlítő-tömeget és a tömegből származó tömegerőket szükséges meghatározni;

$$F_R = m_R r \omega^2$$

Ahol,

$$m_R = m_{FKred} + \frac{2}{3}m_H + m_{FCs}$$



14. ábra: A forgó tömegerő meghatározásához szükséges mechanikai modell

Lényegesen megkönnyíti a kiegyenlítési számításokat, ha a forgattyúkar tömegét egy adott pontba redukáljuk.

$$m_{FKred} = \frac{S_d}{r} m_{FK}$$

A forgó tömegerők meghatározása után következik az alternáló tömegerők kiegyenlítése, a két típusú tömegerő értékeinek kiszámítása után már el lehet végezni a tengelyen a kiegyenlítést.

2.3.3.1. Alternáló tömegerő meghatározása

Az alternáló vagy más néven oszcilláló mozgást végző alkatrészek által keltett tömegerőket szintén ki kell egyenlíteni a motor egyenletes járásának érdekében. Ilyen mozgást végez a dugattyú, a dugattyú gyűrűk, a dugattyú csapszeg, annak biztosítói,

illetve a hajtórúd fennmaradó része. Newton II. törvényét használva megkapjuk a az alternáló tömegelő nagyságát;

$$F_A = m_A a$$

Ahol,

$$m_A = m_D + m_{Dgy} + m_{DCS} + m_{DCsb} + \frac{1}{3} m_H$$

A 2.3.1.1-es pontban meghatározott dugattyú gyorsulásának egyenletét behelyettesítve Newton egyenletébe;

$$F_A = m_A (r * \omega^2 * [\cos(\varphi) + \lambda * (\cos(2\varphi))])$$

majd az egyenletet felbontva;

$$F_A = m_A * r * \omega^2 * \cos(\varphi) + m_A * r * \omega^2 * \lambda * \cos(2\varphi)$$

A felbontás után az egyenlet két különböző rendre esik szét. Az egyenlet első tagja a főtengely körfrekvenciával megegyező alternáló tömegelő -azaz elsőrendű alternáló tömegelő-, míg a második tagja λ -szorososa az első tagnak, illetve tömegerejének változási körfrekvenciája kétszerese az első tagnak -ez a másodrendű alternáló tömegelő-.

2.3.3.1. Alternáló és forgó tömegelők kiegyenlítése

Forgó tömegelők kiegyenlítése:

Ellensúlyok össztömegének meghatározása:

$$F_R = F_{Re}$$

Felbontva:

$$m_R * r * \omega^2 = m_{Re} * r_e * \omega^2$$

Az ellensúlyok a főtengellyel együtt forognak, így a szögsebesség négyzetével lehet egyszerűsíteni.

$$m_R * r = m_{Re} * r_e$$

majd kifejezve az ellensúly tömegét;

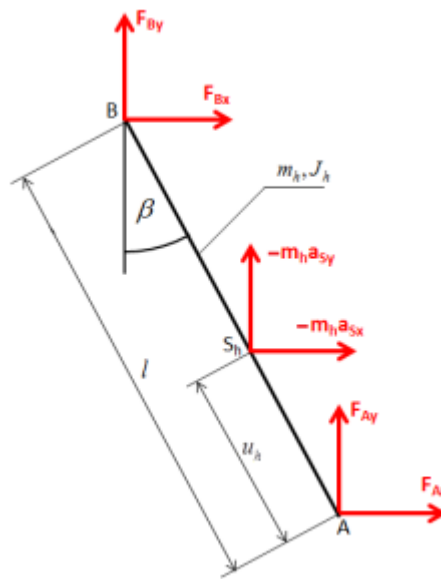
$$m_{Re} = \frac{m_R * r}{r_e}$$

A forgó tömegerő kiegyenlítése így már megtörténhet, mivel ismert az ellensúly nagysága és a súlypontjának sugara.

Alternáló tömegerők kiegyenlítése:

A kiegyenlítés a sonkába megfelelően elhelyezett tömeg segítségével valósul meg, azonban ezen módszer alkalmazásához szükség van egy kiegyenlítő tengelyre is, amely azonos fordulatszámmal, ámbár ellentétes forgásiránnyal forog a főtengelyhez képest. Ezzel a módszerrel az elsőrendű alternáló tömegerőt teljesen ki lehet egyenlíteni. A dolgozatnak nem célja a másodrendű alternáló tömegerők kiegyenlítése, mivel az eredmény az idő függvényében nem számottevő. A motor járását a második rend nem befolyásolja nagymértékben.

2.3.4. Hajtórúdra ható erők meghatározása



15. ábra: A hajtórúdra ható erők [7.]

A hajtórúdra ható erők felbonthatóak x és y tengely irányú erőkké;

„y” tengely irányával megegyező erők;

A dugattyúra felírva az impulzus tétel „y” irányú vetületi egyenletét;

$$m_d a_d = F_g + (-F_{By})$$

Ebből kifejezve F_{By} ;

$$F_{By} = F_g - m_d a_d$$

Az egyenletből elhagyva F_g gázerőt a dugattyú csapszegre ható tömegeerő, míg a $-m_d a_d$ tagot elhagyva pedig a dugattyúra ható gázerő kapható meg.

Majd felírva a hajtórúdra az impulzus tétel y irányú vetületi egyenletét;

$$F_{By} + F_{Ay} = m_h a_{Sy}$$

Ebből kifejezve F_{By} ;

$$F_{By} = m_h a_{Sy} - F_{Ay}$$

„x” tengely irányával megegyező erők;

A dugattyúra felírva a perdület tétel „x” irányú vetületi egyenletét;

$$\vec{\Pi}_B = \vec{M}_B$$

$$\underline{J_{Sh}} \vec{\varepsilon} + \vec{\omega}_2 \times (\underline{J_{Sh}} \vec{\omega}_2) + \vec{r}_{BSh} \times \vec{m}_h \vec{a}_{Sh} + m_h (\vec{\omega}_2 \times \vec{r}_{BSh}) \times \vec{v}_B = \vec{M}_B$$

Az egyenletben szereplő tagok részletesen;

$$\underline{J_{Sh}} \vec{\varepsilon} = J_h \varepsilon \vec{k}$$

$$\vec{\omega}_2 \times (\underline{J_{Sh}} \vec{\omega}_2) = \vec{0}$$

$$\begin{aligned} \vec{r}_{BSh} \times \vec{m}_h \vec{a}_{Sh} &= ((l - u_h) \sin \beta \vec{i} - (l - u_h) \cos \beta \vec{j}) \times (m_h a_{Sx} \vec{i} + m_h a_{Sy} \vec{j}) = \\ &= (l - u_h) \sin \beta m_h a_{Sy} \vec{k} + (l - u_h) \cos \beta m_h a_{Sx} \vec{k} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m_h (\vec{\omega}_2 \times \vec{r}_{BSh}) \times \vec{v}_B &= m_h (\omega_2 \vec{k} \times (r_{BSh} \sin \beta \vec{i} - r_{BSh} \cos \beta \vec{j})) \times v_B \vec{j} = \\ &= m_h (\omega_2 r_{BSh} \sin \beta \vec{j} + \omega_2 r_{BSh} \cos \beta \vec{i}) \times v_B \vec{j} = m_h \omega_2 r_{BSh} \cos \beta v_B \vec{k} \end{aligned}$$

$$\vec{M}_B = \vec{F}_A \times \vec{r}_{BA} = (F_{Ax} \vec{i} + F_{Ay} \vec{j}) \times (l \sin \beta \vec{i} - l \cos \beta \vec{j}) = F_{Ax} l \sin \beta \vec{k} + F_{Ay} l \cos \beta \vec{k}$$

Visszahelyettesítés az eredeti egyenletbe;

$$\begin{aligned} J_h \varepsilon \vec{k} + (l - u_h) \sin \beta m_h a_{Sy} \vec{k} + (l - u_h) \cos \beta m_h a_{Sx} \vec{k} + m_h \omega_2 r_{BSh} \cos \beta v_B \vec{k} &= \\ = F_{Ax} l \sin \beta \vec{k} + F_{Ay} l \cos \beta \vec{k} \end{aligned}$$

Az egyenletet skalárisan beszorozva $\vec{k}$ egységvektorral;

$$J_h \varepsilon + (l - u_h) \sin \beta m_h a_{Sy} + (l - u_h) \cos \beta m_h a_{Sx} + m_h \omega_2 r_{BSH} \cos \beta v_B = \\ = F_{Ax} l \sin \beta + F_{Ay} l \cos \beta$$

Majd az egyenletből kifejezve F_{Ax} -et;

$$F_{Ax} = \frac{J_h \varepsilon + (l - u_h) \sin \beta m_h a_{Sy} + (l - u_h) \cos \beta m_h a_{Sx} + m_h \omega_2 r_{BSH} \cos \beta v_B - F_{Ay} l \cos \beta}{l \sin \beta}$$

A perdület tétel bal oldalának utolsó tagja olyan kis mértékben befolyásolja a végső értékeket, hogy azt az előző évekhez mintájára, itt is el lesz hanyagolva.

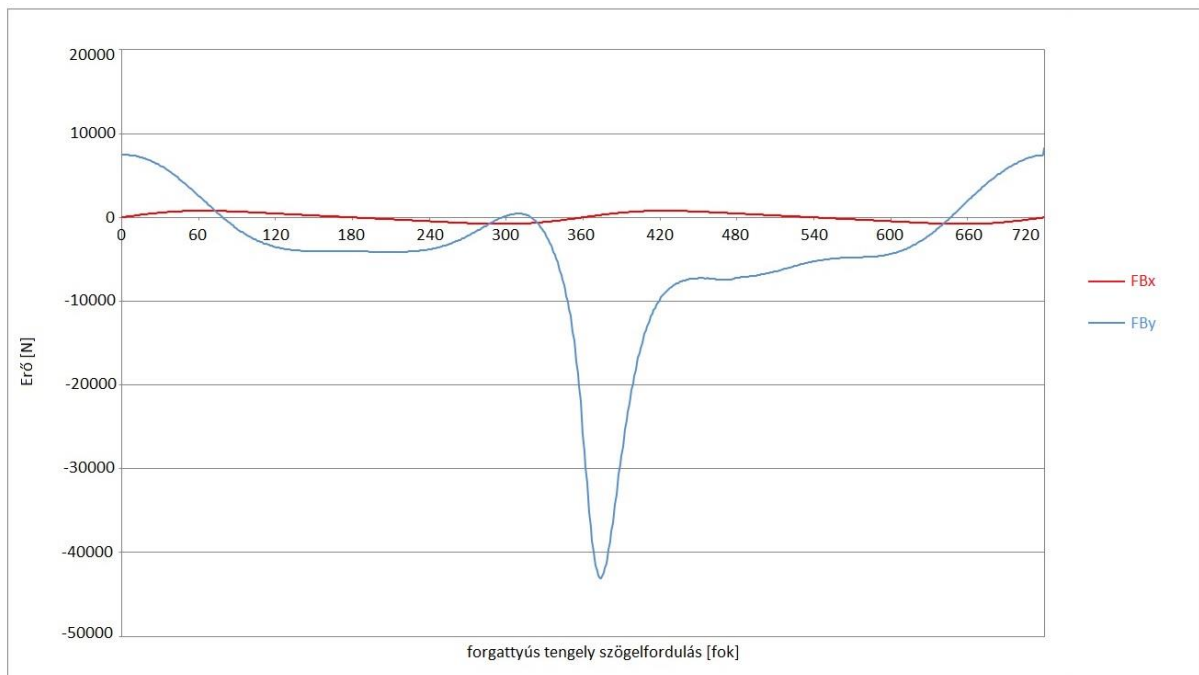
$$F_{Ax} = \frac{J_h \varepsilon + (l - u_h) \sin \beta m_h a_{Sy} + (l - u_h) \cos \beta m_h a_{Sx} - F_{Ay} l \cos \beta}{l \sin \beta}$$

A hajtórúdra felírva az impulzus tétel x irányú vetületi egyenletét;

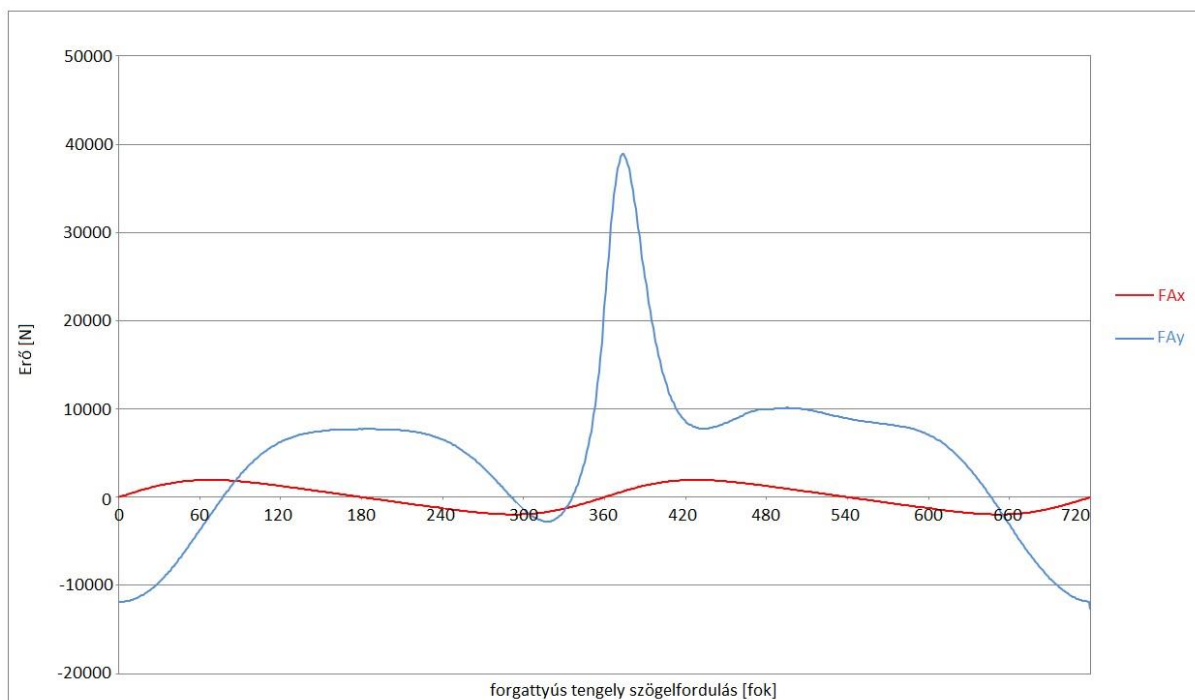
$$F_{Bx} + F_{Ax} = m_h a_{Sx}$$

Ebből kifejezve F_{Bx} ;

$$F_{Bx} = m_h a_{Sx} - F_{Ax}$$



16. ábra: A kis szemre ható erő x és y irányú komponensei 5500 1/perc-es fordulatszám



17. ábra: A nagy szemre ható erő x és y irányú komponensei 5500 1/perc-es fordulatszámon

2.3.5. Forgattyúcsapra ható erő meghatározása

Az előző fejezetben meghatározott erők segítségével már meg lehet határozni a forgattyúcsapra ható erőrendszert. Newton 3. törvénye szerint;

$$F_{Cx} = -F_{Ax}$$

$$F_{Cy} = -F_{Ay}$$

Ahol F_C a hajtórúdról a forgattyúcsapra, illetve F_A forgattyúcsapról a hajtórúdra adódó erő.

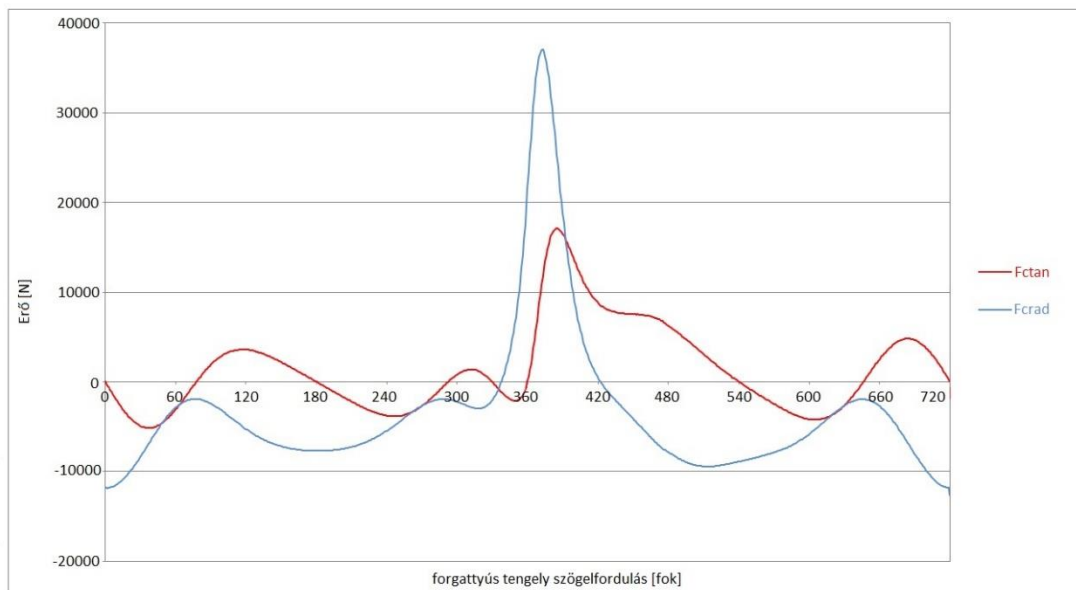
Ezen erők felbontása tangenciális és radiális komponenseikre;

$$F_{Ct} = F_{Cx} \cos \alpha + F_{Cy} \sin \alpha$$

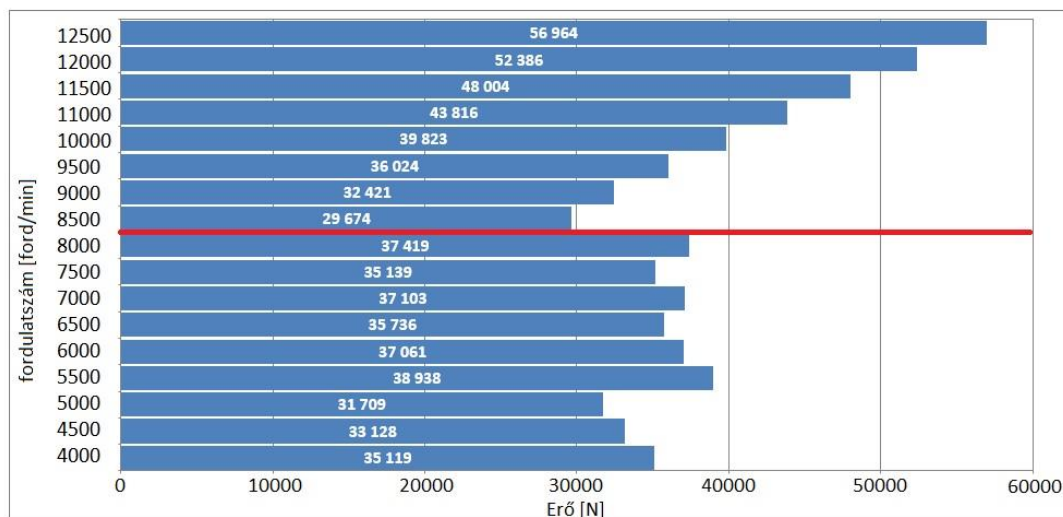
$$F_{Cr} = F_{Cy} \cos \alpha - F_{Cx} \sin \alpha$$

A forgattyúcsapra ható eredő erő;

$$F_C = \sqrt{F_{Cr}^2 + F_{Ct}^2}$$



18. ábra: A forgattyúcsapra ható erő radiális és tangenciális komponensei 5500 1/perc-es fordulatszámon



19. ábra: Fordulatszám határ

2.3.6. Nyomáseloszlás meghatározása

Realisztikus körülmények között ez az erő nem egy ponton mérhető, hanem a forgattyús csap felületén a nyomás eloszlik. A szimuláció pontos véghezviteléhez elengedhetetlen meghatározni, hogy mekkora felületen oszlik el a nyomás. Elasztó-

hidrodinamikus kenés esetén az eloszlás egy szinuszos nyomáseloszláshoz hasonlítható. [3.]

Korábbi évek tapasztalatai, illetve korábbi főtengely számítások alapján a szinuszos nyomáseloszlás egy közel 120° -os átfogási szöggel rendelkező felülettel helyettesíthető, így a forgattyús tengely tervezésénél az előző években használt sikeres modellek tervezéséhez használt elmélet szerint kerül a nyomáseloszlás meghatározásra.

2.3.7. Szögegyenlőtlenlenségéből származó tehetetlenségi erők

A szögegyenlőtlenlenséggel azért szükséges kalkulálni, mivel a rendszernek nem konstans a fordulatszáma vagy szögsebessége, hanem általában az idő vagy a főtengely szögelfordulás függvénye. A szögegyenlőtlenlenség továbbá függ a tehetetlenségi erőktől és az abból fakadó forgató nyomatéktól. A tehetetlenségi erő pedig egy térfogaton megoszló erőrendszer, ami a forgattyús tengely forgásából ered, meghatározásához ismerni kell a pillanatnyi szögsebességet és szöggyorsulást.

$$\vec{q} = \frac{d\vec{F}_t}{dV} = -a\rho$$

ahol,

$\vec{q}$ - a tömegerő intenzitása

$\vec{F}_t$ - a tömegerő eredője

ρ - az anyag tömegsűrűsége

$\vec{a}$ - a pontonként változó gyorsulás

V - az alkatrész térfogata

Ebből kifejezve $\vec{F}_t$;

$$\vec{F}_t = - \int_{(V)} \vec{a} \rho dV$$

A főtengely inerciájának növelésére lehet alkalmazni lendkereket, ami egyfajta energiatárolóként funkcionál. Ha a hengernyomás a középnyomás értéke felett van, akkor többletmunka keletkezik, amit „eltárol” energia formájában. Ha a hengernyomás a középtérték alatt van, akkor a lendkerék energiát forgat vissza a főtengelynek, ezzel biztosítva az egyenletes járást. A lendkerék szükséges inerciájának meghatározásához szükség van a pillanatnyi tangenciális nyomás és a tangenciális középnyomás közti területre.

A lendkerék által tárolt „munka”;

$$W_t = \frac{1}{\varphi_1 - \varphi_2} \int_{\varphi_2}^{\varphi_1} r (p_t - p_{tk}) d\varphi$$

Ahol,

φ_1 - a pozitív munkaterület kezdetéhez tartozó szöghelyzet

φ_2 - a pozitív munkaterület végéhez tartozó szöghelyzet

A szükséges inerciát a kiszámolt lendkerék által munka (energia) segítségével lehet kiszámítani;

$$\Theta = \frac{W_t}{\delta \omega_k^2}$$

ahol,

ω_k - a névleges vagy közepes szögsebesség

δ - az egyenlőtlenségi fok

ω_k - a legnagyobb és legkisebb szögsebesség számtani közepe

Az egyenlőtlenségi fok kifejezhető az eltárolt munka másik összefüggéséből;

$$W_t = E_{max} - E_{min} = \frac{\Theta}{2} (\omega_{max}^2 - \omega_{min}^2) = \Theta \frac{1}{2} (\omega_{max} + \omega_{min}) (\omega_{max} - \omega_{min})$$

$$W_t = \Theta \frac{(\omega_{max} + \omega_{min})}{2} (\omega_{max} - \omega_{min}) = \Theta \omega_k (\omega_{max} - \omega_{min})$$

Ahhoz, hogy az egyenlettel tovább lehessen dolgozni, szükséges beszorozni $\frac{\omega_k}{\omega_k}$ -val. Erre azért van szükség, mert az így létrehozott egyenletben már megtalálható az egyenlőtlenségi fok.

$$W_t = \Theta \omega_k \frac{(\omega_{max} - \omega_{min})}{\omega_k} \omega_k = \Theta \delta \omega_k$$

Az összefüggésből az egyenlőtlenségi fokot kifejezve;

$$\delta = \frac{\omega_{max} - \omega_{min}}{2}$$

ahol,

ω_{max} - a legnagyobb szögsebesség

ω_{min} - a legkisebb szögsebesség

$$\omega_k = \frac{\omega_{max} - \omega_{min}}{2}$$

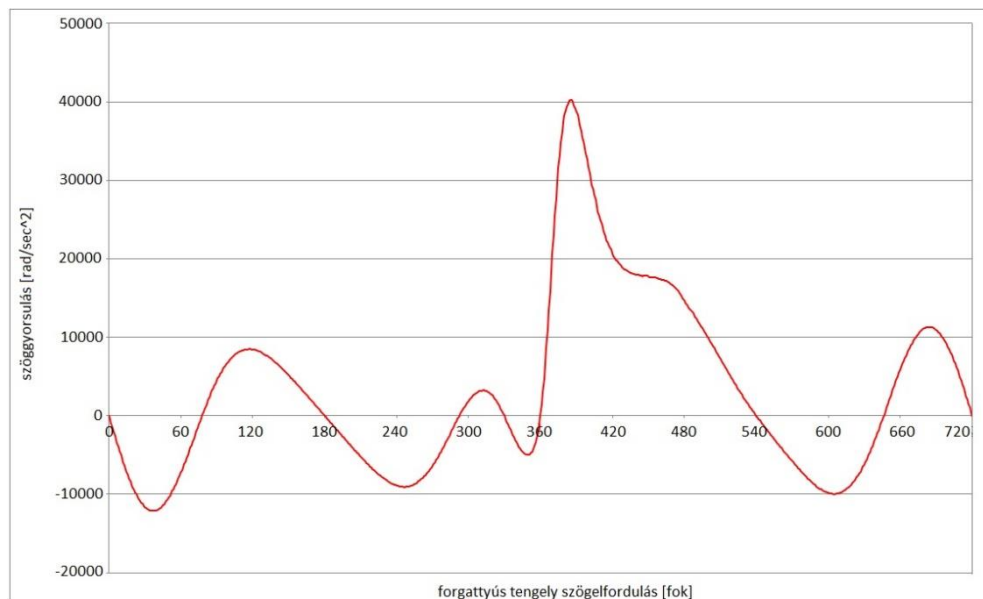
A legnagyobb és legkisebb szögsebesség számtani közepét meg lehet határozni a másodpercenkénti fordulatszám segítségével;

$$\omega_k = 2\pi n$$

2.3.8. Lendkerék által kifejtett csavaró nyomaték

A lendkerék a főtengelyre kifejtett csavaró nyomatéka a szöggyorsulás ismeretében meghatározható.

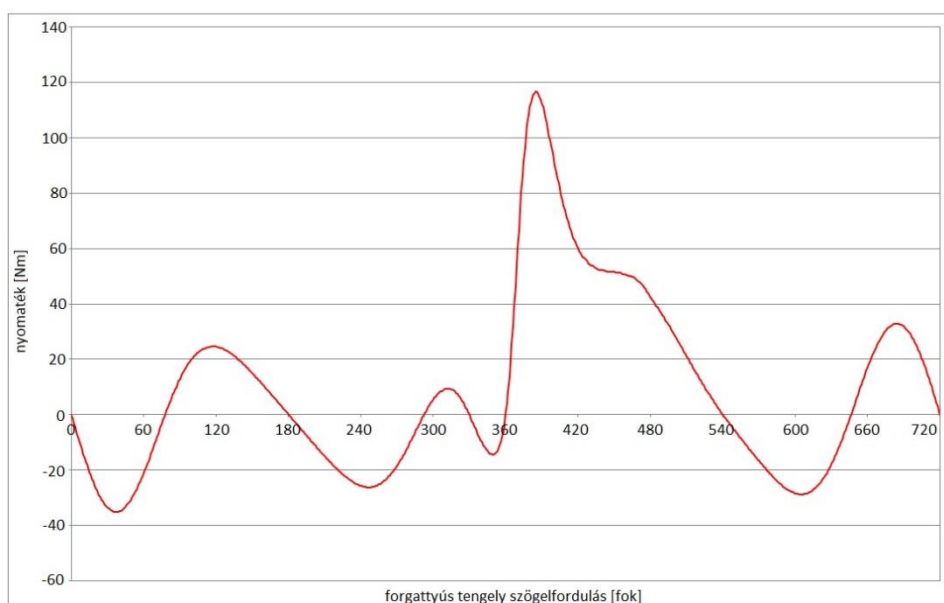
$$\varepsilon_f = \frac{d\vec{\omega}}{dt}$$



20. ábra: A rendszer szöggyorsulása a forgattyús tengely szögelfordulás függvényében

A görbe segítségével minden egyes főtengety fordulatra meghatározható a főtengetyre kifejtett forgató nyomaték.

$$\vec{M}_{csl} = -J_{lend}\varepsilon_f$$



21. ábra: Lendkerék által kifejtett csavarónyomaték

2.4. Végeselem-módszer

Az elmúlt évtizedekben a végeselem módszer nagy szerepet játszott a modellezés és a szimulációk terén. A folytonos rendszereknek a diszkrét, véges szabadságfokú elemek rendszerével történő helyettesítését már régóta használják a mérnöki, illetve fizikai világban a numerikus feladatok megoldására. Gyakori típusa az egyenes rudakból álló tartószerkezetek vizsgálati módszere, amely számos ismert tudós munkásságában is szerepelt, mint pl. Castigliano, Mohr. Az általunk ismert formáját a végeselem módszernek Clough, Turner és szerzőtársaiknak köszönhetjük. Az ő publikációikban jelentek meg először ezek a definíciók; végeselem, csomópont, csomóponti változás. A minőségi változást a számítógépek fejlődése hozta el, lehetőség nyílt lineáris és nem lineáris mechanikai, áramlástan, hőtechnikai, akusztikai jelenségek modellezésére, időben állandó vagy tranziens folyamatok szimulációjára. [8.]

A végeselem-módszer gyakorlati elterjedése megváltoztatta a klasszikus gyártási folyamatot. A szükséges prototípusok mennyiségét csökkentette a végeselem szimuláció, abban az esetben, ha a szimuláció megfelelően modellezhető. A végeselem szimuláció nem csak a szilárdsági vizsgálatok esetén nyújt segítséget, hanem a technológiai tervezéskor is. [9.]

A végeselem modell felépítése az ANSA nevű FEM (Finite Elements Method) szoftverben épül fel, majd az ABAQUS nevű kiértékelő szoftverben kerül szimulálásra.

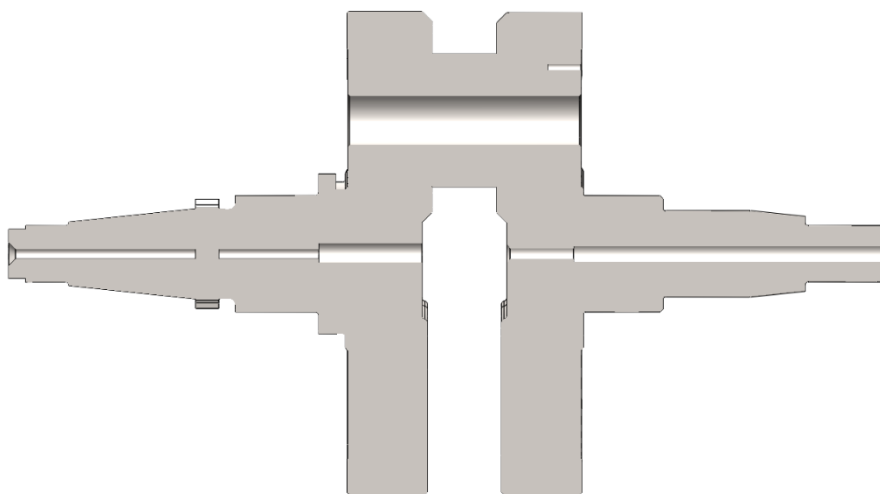
2.5. Élettartam szimuláció

A szimuláció lényege, ahogy a nevében is szerepel, az élettartam kiszámítása. A szimulációk kiértékelése a FEMFAT nevű szoftverben történik. Célja, hogy pontosan meghatározzunk egy adott óraszámot, amit a tengely használat közben, teljes terhelésen bír fátörés nélkül. Ehhez szükség van a motor nyomásgörbéjére, a görbén lévő lokális maximum és minimum pontokban kell futtatni egy-egy szimulációt és a forgattyús csap hengeres felületére felületen megoszló terhelésként feltüntetni az adott fordulatszámra és adott főtengely szögelfordulásánál jelen lévő erő nagyságát. Mindemellett a forgattyúscsap és a sonka közötti préselésből származó feszültséget is le kell szimulálni. Az ebből fakadó feszültség általánosan a legnagyobb a főtengelyeknél, tehát fokozottan ügyelni kell a szimuláció pontosságára.

Ez a folyamat jelen esetben 10 szimulációt igényel. Az így kapott eredményeket kell bevinni a kiértékelő-szoftverbe, amely pár apró módosítás után meg is határozza a maximális ciklusszámot. [10.]

2.6. Eredeti főtengely konstrukció változtatási javaslatok

Mint már egy korábbi pontban szerepelt, az eredeti koncepció tömege meglehetősen nagy, ebből a tömegből el lehet venni úgy, hogy kellő inercia maradjon és a forgattyústengelyre ható terheléseket is kibírja. Számos helyen el lehet venni ezt a tömeget. Az „olajzó” furat eredetileg a hajtás oldali főtengely félben került kialakításra, ami a későbbiekben sem lesz megváltoztatva. Az ellensúlyok kialakításán is lehet fejleszteni, akár a geometria csökkentésével, akár tömegcsökkentő furatok létrehozásával. Gyárthatóság szempontjából fontos megjegyezni, hogy az eredeti főtengely vezérlés oldalán lévő fogaskerék és a sonka egy komponensből készült, utólag lett marással kialakítva. Ez a típusú kialakítás időigényes és lényegesen drága, a továbbiakban külön alkatrészként kerül gyártásra és préseléssel, reteszkötéssel kerül rögzítésre.



22. ábra: Eredeti forgattyús tengely metszete

3. Az új konstrukció

Mint már említésre került, a csapat által vásárolt motor egy egyhengeres KTM 690 Duke R típusú motor, amiben szerelt főtengely található. Ez lehetővé teszi azt, hogy a hajtórúd egy darabból készüljön. Az új konstrukció kialakításának kezdetén érdemes tanulmányozni az eredeti, illetve a régebbi EVO kivitelezéseket. Ahhoz, hogy a

fejlesztett főtengely beférjen a forgattyúsházba, meg kellett tartani számos befoglaló méretet az eredeti konstrukcióból (pl. forgattyús sugár, geometriát befoglaló kör átmérője, főcsapok külső méretei). A főtengely anyagának definiálásához több anyagot szükséges megvizsgálni.

	42CrMo4	TiAl6V4	Al 7075-T6	Maraging Steel MS1 (3D printing)
Sűrűség (ρ)	7850 kg/m ³	4420 kg/m ³	2810 kg/m ³	8000-8100 kg/m ³
Young modulus (E)	210000 MPa	115000 MPa	71700 MPa	155000 MPa
Szakítószilárdság (R_m)	800-1200 MPa	950 MPa	572 MPa	1100 MPa
Folyáshatár (R_{eH})	750 MPa	880 MPa	510 MPa	1000 MPa

2. táblázat: Döntési mátrix

Az anyagválasztás során -mint, ahogy előző években is- a 42CrMo4 szerkezeti acél bizonyult a legjobbnak. Ez az anyag jó mechanikai tulajdonságokkal bír, könnyen beszerezhető és az ára is megfizethető.

3.1. Változtatási javaslatok megvalósítása

Az alapváz felépítése után, a geometria fejlesztése során szem előtt kell tartani minden olyan lehetséges változtatást, ami előrevisz a cél elérése érdekében. Az első nagyobb, látványosabb változtatás, az az ellensúly méretének csökkenése. Az ellensúlyba furatok kerültek kialakításra, ezekbe a furatokba volfrám ellensúlyok kerülnek, a volfrám anyagtulajdonságai miatt kitűnő anyag a kiegyenlítés elvégzésére. Sűrűsége közel kétszerese a szerkezeti acélnek, amelyből a főtengely készül, ezáltal kisebb térfogaton nagyobb súlyt lehet elhelyezni.

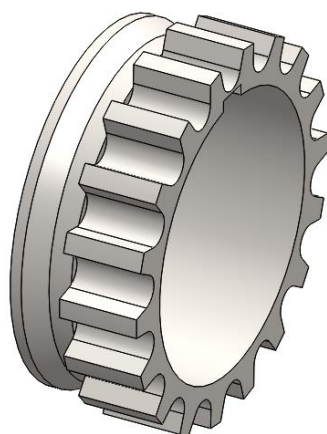
3. táblázat: Volfrám anyagtulajdonságai

Anyagjellemzők	Volfrám	Mértékegységek
Sűrűség (ρ)	14450	kg/m ³
Young modulus (E)	411000	MPa
Poisson tényező (μ)	0.28	-
Folyáshatár R_{eH}	1510	MPa

Rögzítésük préseléssel, 0.01-es fedéssel történik. Korábbi évek tapasztalatai szerint a fedés mértéke elegendőnek bizonyult. Az ellensúlyok oldalán található gúla kialakítás a ventilációs veszteségek csökkentésére szolgál.

Továbbá a sonkákon tömegcsökkentő furatok elhelyezésére került sor. A sonka annak a részében egyáltalán nem keletkezik feszültség, sem a préselések, sem pedig a terhelés hatására.

A vezérlés oldalon egy vállra préselt fogaskerék biztosítja a meghajtást a kiegyenlítőtengely számára, a meghajtás 1:1-es áttétellel történik. A fogaskeréknek kialakított vállon esztétikai és tömegcsökkentés céljából két beszúrás volt szükség. A gyors és olcsó gyárthatósággal szembe megy, hogy a vezérlés oldali forgattyús tengely-félbe integrált fogaskerék abban a formában maradjon. Külön kerül legyártásra és préseléssel kerül rögzítésre, illetve az axiális elfordulás elkerülése érdekében egy retesz kialakítására is sor került.



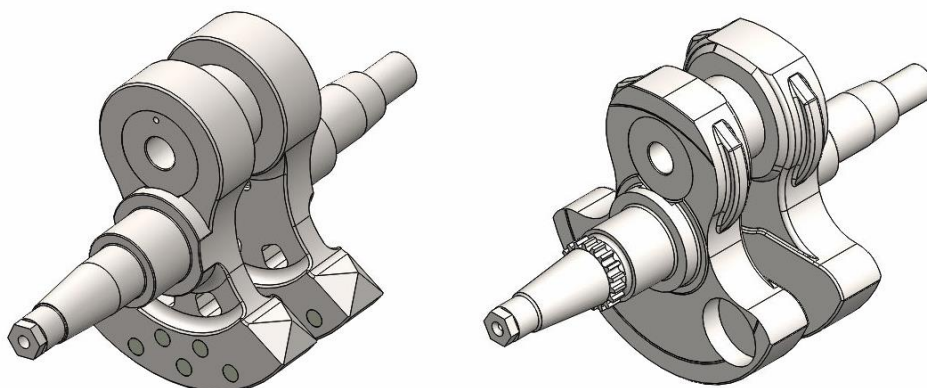
23. ábra: Fogaskerék

Nagy tömegcsökkentési potenciált hordoz magában a tengelyek furatainak kialakítása. A vezérlés oldali sonkában egy átmenő, lépcsős furat elhelyezése nem okoz különösebb gondot. A hajtás oldali sonkában van az „olajzó” furat. Ebben a tengelyfélben is meg lehet oldani a furatot, hogy átmenő legyen, de sokkal több tömeg csökkenthető, ha ez a furat egy zsákfurat, ugyanis ahhoz, hogy átmenő legyen, a végét le kell fedni az olaj miatt. A nagy szem alatti geometriai kialakításból adódóan a furat átmenne egy lekerekítésen is, ami ellehetetleníti a fedést nagyobb átmérőnél. Az eredeti furathoz képest az új furat lényegesen nagyobb átmérőjű, viszont a tengelyre

ható csavarás mértékét is elviseli. A későbbiekben végeselem szimuláció fogja igazolni a tervezés ezen aspektusát.

3.2. Első iteráció

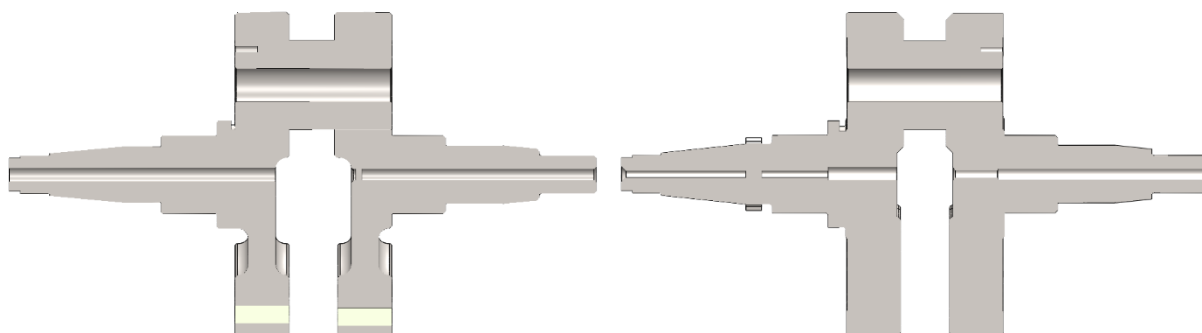
Az első geometria elkészítése okozza talán a legnagyobb feladatot. Egy teljesen új geometria felépítése meglehetősen időigényes folyamat, számtalan próbálkozás előz meg egy ugyan nem végleges, ámár funkcionalitás szempontjából működőképes geometria felépítését. Az így létrehozott konstrukció a 6. ábrán figyelhető meg;



24. ábra: Az első iteráció (balra) és eredeti főtengely (jobbra) összehasonlítása

A konstrukción több változtatás került megvalósításra, az eredeti kivitelezéshez képest; A sonka felső része kisebb lett, lekerültek róla a szerelést könnyítő fülek, az ellensúly szinte teljes mértékben át lett alakítva, furatok kerültek bele, illetve a furatokba volfrám-rudak. Az ellensúly széleire, ventilációs veszteségek csökkentése miatt „gúlán” kerültek a sonka széleire.

A geometria belső részében is vannak változtatások. A hajtás oldalon egy nagyobb átmérőjű furat, míg a vezérlés oldalon egy teljes átmenő furat kialakítása megengedhető, így lényegesen lehet a tömeget csökkenteni.



25. ábra: Az első iteráció (balra) és eredeti főtengely (jobbra) összehasonlítása, metszet

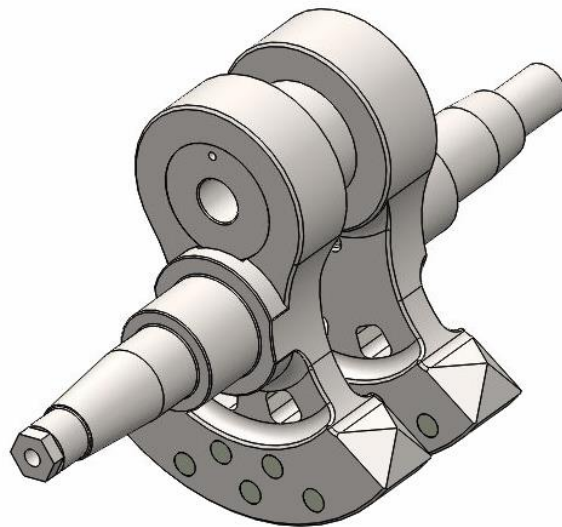
4. táblázat: Eredeti főtengely és az első iteráció összehasonlítása

	Eredeti főtengely	Első kialakítás
Tömeg	~5570,51 g	~4117,6 g
Inercia	~13460538,2 g * mm ²	~7930451,39 g * mm ²

3.3. Végelem modell felépítéséhez szükséges lépések

3.3.1. Modell egyszerűsítése

Ahhoz, hogy a szimuláció pontos értékeket mutasson, a lehető legrészletesebben kell felépíteni a modellt. A számítási igényt figyelembevéve a modellen olyan egyszerűsítéseket kell végrehajtani, ami nem befolyásolja az eredményt, de a számítási időt csökkenti. Ilyen változtatások a letörések/lekerekítések eltávolítása a kevésbé lényeges helyeken, a reteszek eltávolítása, az „olajzó” furat eltávolítása, valamint ezekhez hasonló módosítások. Ezeket az egyszerűsítéseket érdemes még a modellező szoftverben eltávolítani, mivel a FEM szoftverben már nehezebben lehet eltávolítani ezeket.



26. ábra: Egyszerűsített modell

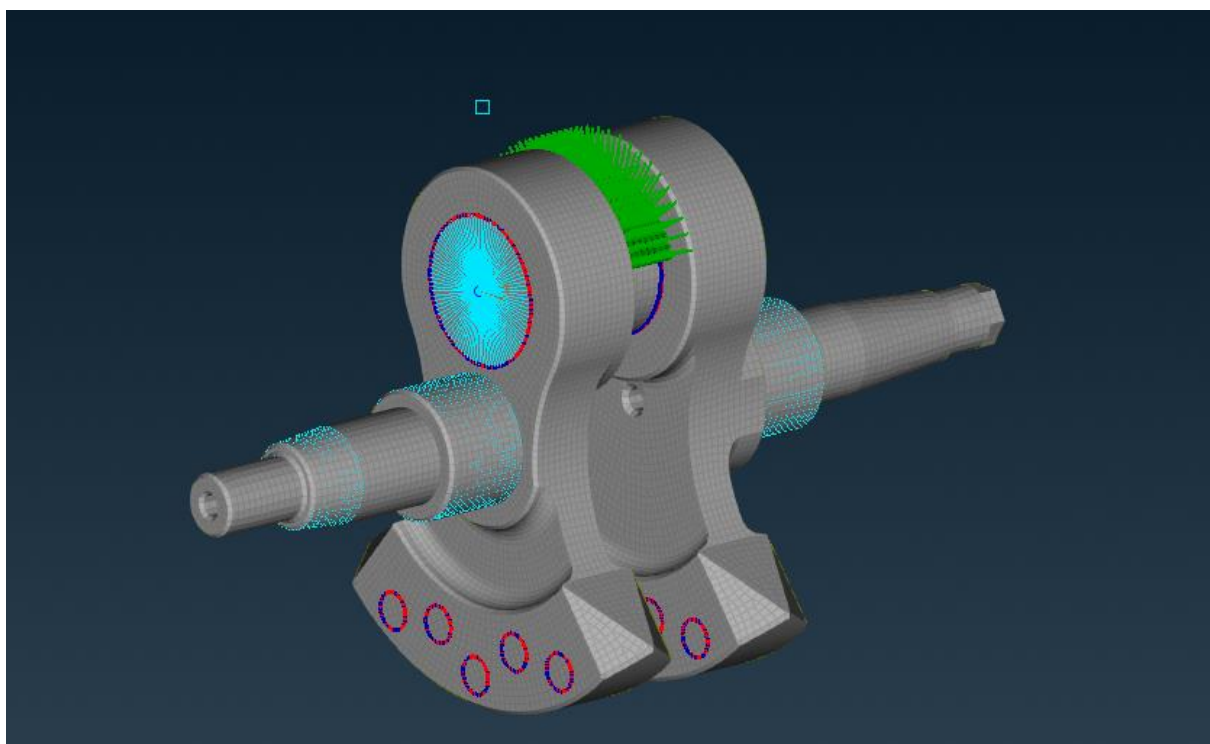
3.3.2. A végeelem modell felépítés

Az előző lépésekben meghatározott adatok segítségével már fel lehet bontani a geometriát véges számú elemre. A hálózás során nem probléma, ha a háló részletessége nagy, de a számítási időt feleslegesen meghosszabbíthatja.

Az üzem szerinti szimulációhoz a főcsapágyak, kihajtás, illetve a forgattyú csap oldalán szabadságfok szerinti úgynevezett „couplingokat” szükséges létrehozni. A főcsapágyak helyén egyedül axiális tengely körüli elfordulás lehetséges, míg a kihajtás oldalon minden más lehetséges, csak az nem. A belsőégésű motorok üzeméből adódóan itt a főtengely csavarásnak van kitéve.

A volfrám rudak és az ellensúly között egy egyszerű ragasztás kontaktot érdemes létrehozni, ha préselés történik is, az annyira elenyésző nagyságú, hogy a számítást bonyolítaná csak. Ennél a forgattyús tengelynél a volfrám rudak ragasztással és 0,001-es fedéssel kerül rögzítésre.

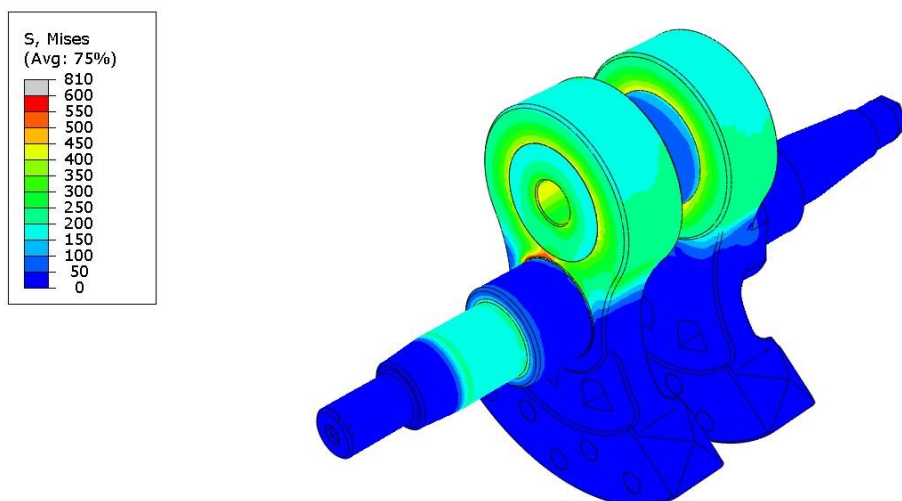
A forgattyú csap és a forgattyú karok esetében már nem ragasztással szükséges meghatározni a kontaktot. Itt már nagyobb a fedés mértéke (0,05), ami már lényeges feszültséget képes okozni a rendszernek.



27. ábra: A végelem modell terhelésekkel és megfogásokkal

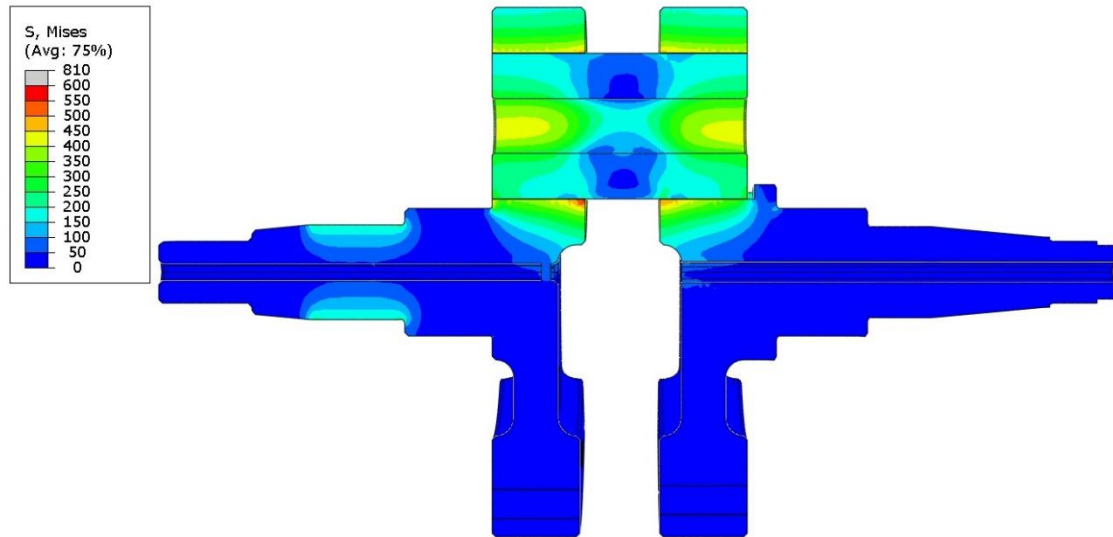
3.4. Első iteráció szimulációs eredményei

A modell felépítését követően az ABAQUS nevezetű megoldószoftverben történt, melynek eredményét az alábbi ábra szemlélteti;



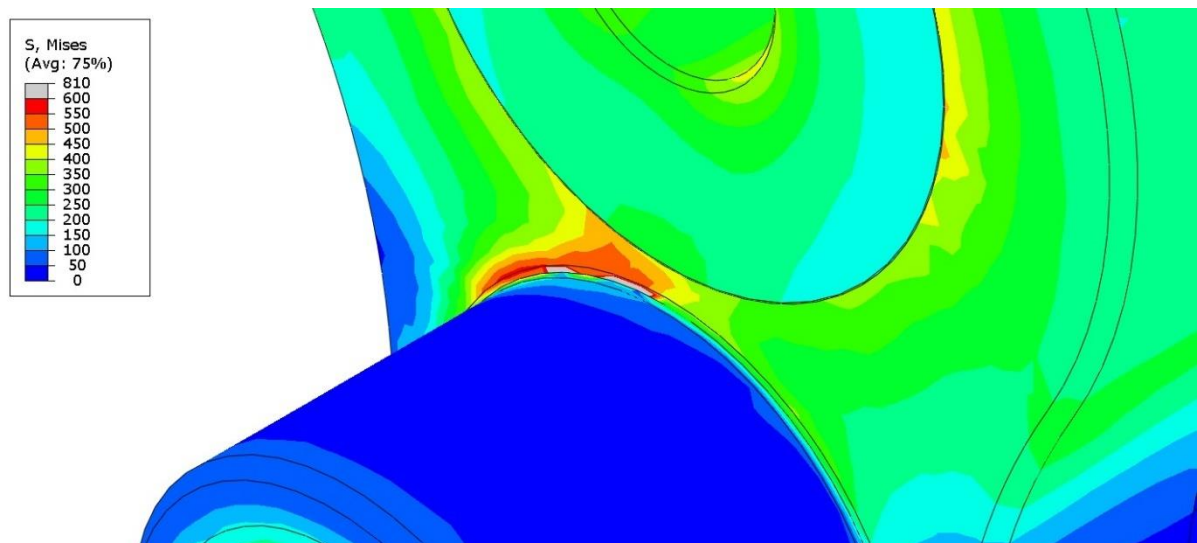
28. ábra: Első iteráció szimulációs eredménye; a hajtás oldali csapon látható csavarófeszültséggel, illetve a forgattyú csap körül a fedésből származó feszültséggel

A képen látható, hogy a maximális terhelés hatására keletkező csavarófeszültség kb. ~ 250 MPa, míg a főcsapágó felfekvő felületének tövében van egy nagyobb feszültség, ami kb. ~ 590 MPa. A főtengely anyagának folyáshatára 750 MPa, amely bizonyítja, hogy a tengely kibírja a maximális terhelést, amit elszenved.



29. ábra: Az első iteráció szimulációjának metszete

Ahogy az a metszeten látszik, a hajtás oldali fél furata körül a feszültség kb. 200 MPa, míg a vezérlés oldali átmenő furat körül egyáltalán nincsen feszültség. Ez az eredmény bizonyítja, hogy mindkét furatból lehet még anyagot eltávolítani, így következő iteráció egyik fő aspektusát a furat átmérőjének növelése fogja adni.

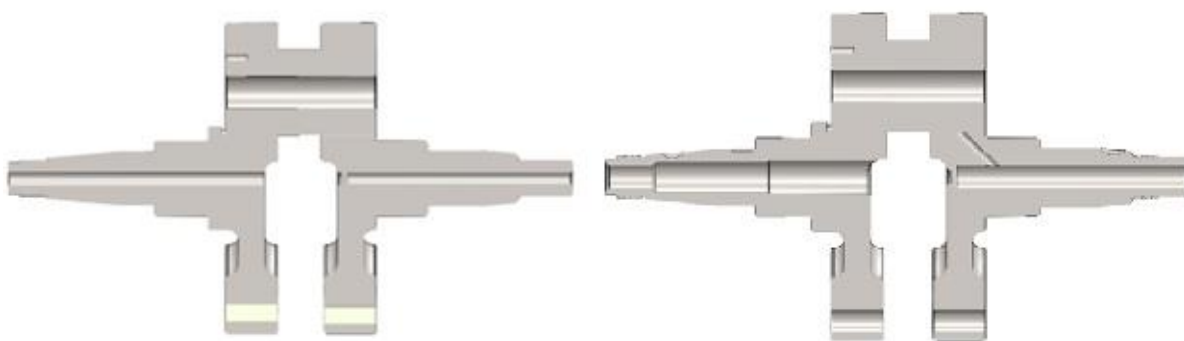


30. ábra: Hálózási hiba

Az eredményt közelebbről megnézve látható, hogy a hajtás oldali fél egyik lekerekítésénél egy nagyobb feszültség van jelen. Az ilyen kimagaslóan nagy feszültséget okozhatja akár hálózati hiba is, a későbbiek folyamán ez a lekerekítés kikerül a szimulációból a pontosabb eredmény elérésének érdekében.

3.5. Második iteráció

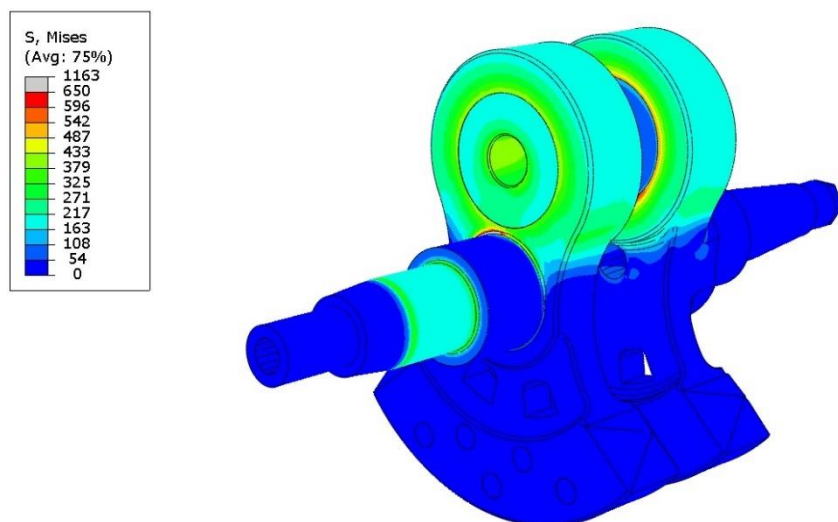
Miként az már fentebb kiderült, további tömegcsökkentésre van lehetőség. Ennél a fejlesztési lépésnél a tengelyekben kialakított furatok növelésére kerül sor. A hajtás oldalon a furat átmérője 6-ról 8 mm-re, míg a vezérlés oldalon egy lépcsős furat került kialakításra, így kinyerve a lehető legtöbb anyagot a forgástengely közepéről.



31. ábra: Az első (balra) és a második iteráció (jobbra) összehasonlítása

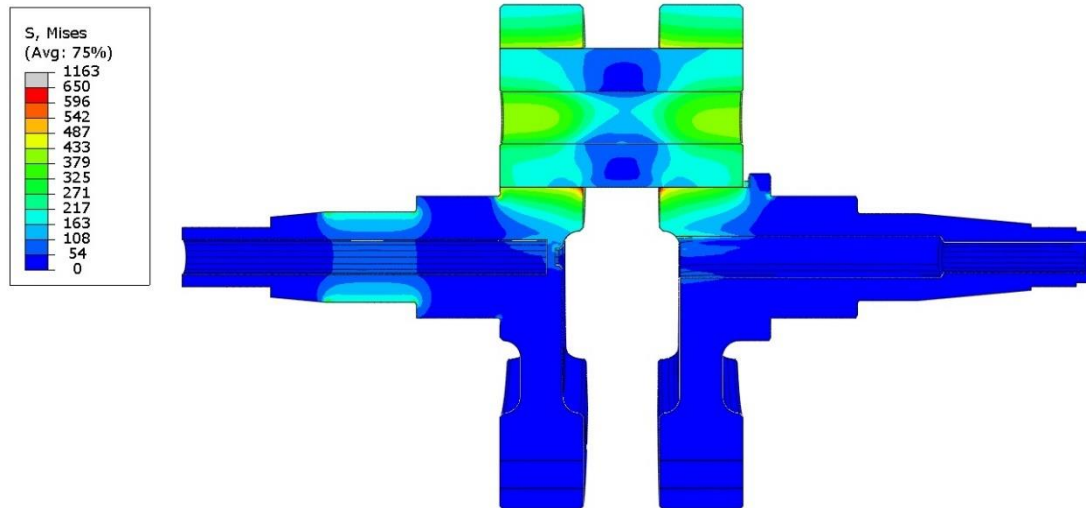
3.6. Második iteráció szimulációs eredményei

A második iteráció szimulációja csak a furat átmérője miatt változik, ahogy az alábbi képen látható;



32. ábra: Második iteráció szimulációs eredménye

Ahogy az a képen is látható, a csavarásból adódó feszültség a kikönnyítés hatására sem lett drasztikusan nagy. A szimuláció szerint a furatok átmérőjét még mindig lehetne növelni, de biztonsági tényezőt figyelembe véve ezek lesznek a maximális furatátmérők, tehát nem lesz további átmérőnövelés.

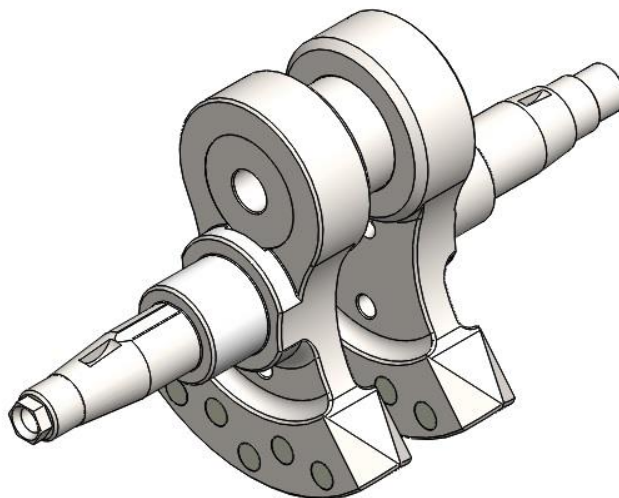


33. ábra: Az második iteráció szimulációjának metszete

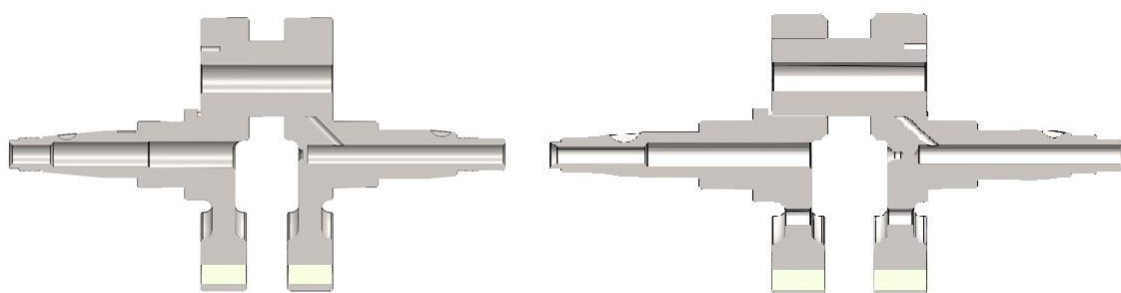
Mivel még mindig meglehetősen folyáshatár alatti eredményekkel szolgálnak a szimulációk, további tömegcsökkentés lehetséges.

3.7. Harmadik iteráció

A második geometria sonkájába tömegcsökkentő furatok némileg megváltoztak. A változtatás azért volt szükséges, mert az eddigiekben a tömegezők nem voltak kiegyenlítve és ezzel a geometriával sikerült azokat kiegyenlíteni. A kiegyenlítés a felesleges, több órás munka elkerülése érdekében került csak az utolsó lépésben kiszámításra. Mivel a csapat ebben az évben egyedileg tervezett hajtórúddal is készül, ezért a kiegyenlítés érdekében meg kellett változtatni az ellensúlyokat is.



34. ábra: Harmadik iteráció



35. ábra: Harmadik iteráció metszete (jobb) és a második iteráció metszetének (bal) összehasonlítása

Az harmadik iterációra nagy hangsúlyt kell fektetni, ugyanis élettartam lesz szimulálva vele. A lehető legpontosabb végeelem kialakítással kell lemodellezni, hogy minél pontosabban meg lehessen határozni az élettartamot. Pontos élettartam ciklus meghatározáshoz számolni kell a préselés és a terhelés során keletkező feszültségekkel is.

A végeelem modell a részletességen kívül megegyezik az előző iterációk során használt modellek felépítési metodikájával. Az élettartam szimuláció azonban több szimuláció, avagy szimulációlánc betáplálásával valósul meg. Ehhez a lánchoz meg kell határozni a további szimulációkban használt főtengely szögelfordulásokat és a hozzájuk tartozó nyomás értékeket.

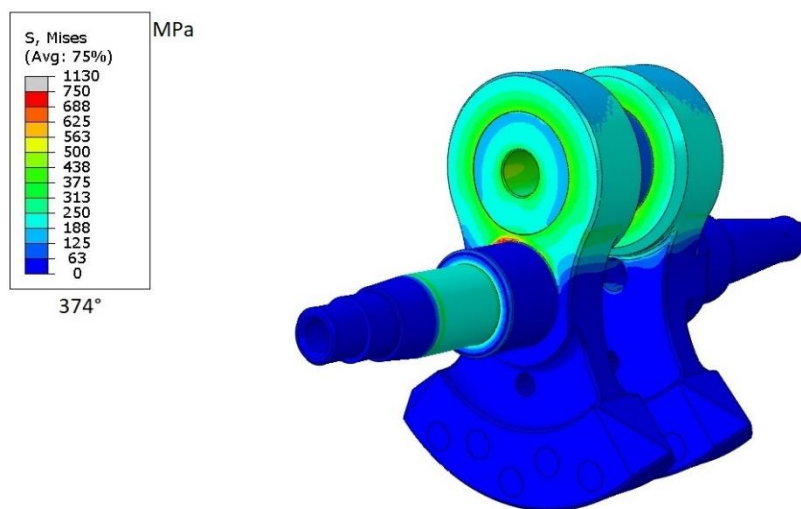
A nyomásgörbéről le lehet olvasni a nyomás adatokat minden főtengely szögelfordulásnál. Az így meghatározott nyomásértékeket át kell számítani erővé.

5. táblázat: Főtengely szögelfordulás, hozzá tartozó adatok

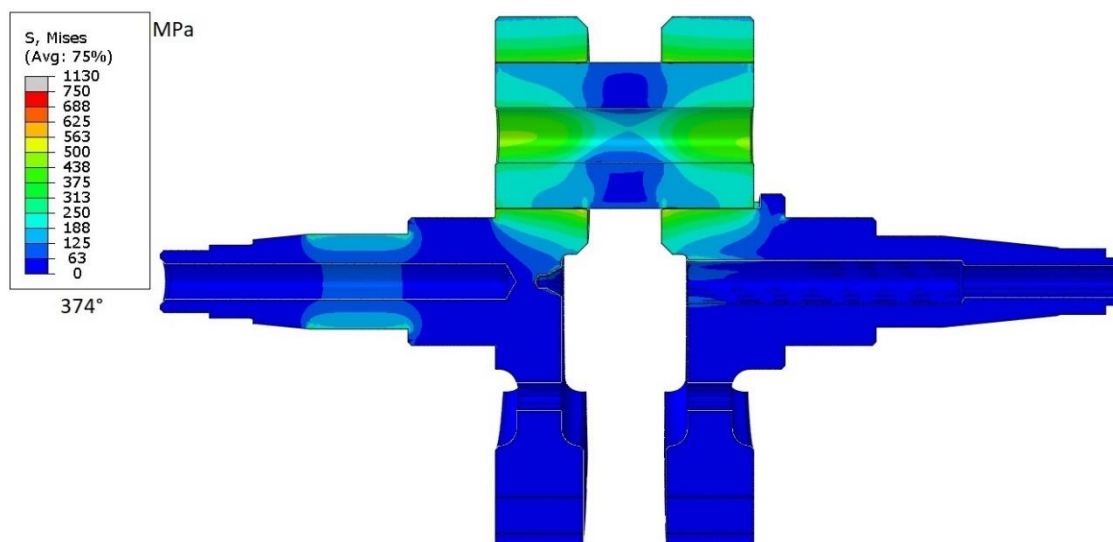
	Főtengely fok	Nyomás	Erő
1. Szimuláció	77°	3.29 MPa	1928.61 N
2. Szimuláció	182°	13.15 MPa	7712.37 N
3. Szimuláció	291°	3.34 MPa	1960.28 N
4. Szimuláció	316°	5.54 MPa	3250.61 N
5. Szimuláció	341°	3.50 MPa	1087.94 N
6. Szimuláció	374°	66.37 MPa	38937.94 N
7. Szimuláció	430°	13.70 MPa	8037.84 N
8. Szimuláció	495°	17.33 MPa	10165.17 N
9. Szimuláció	646°	3.32 MPa	1947.49 N
10. Szimuláció	720°	21.56 MPa	12650.35 N

3.8. Harmadik iteráció szimulációs adatok

Meghatározásra kerültek a kritikus pontok, melyek nagy szerepet játszanak a fáradt törés kialakulásában. A meghatározott adatok segítségével fel lehet építeni a modelleket. Észrevehető az eddigi és ez a szimuláció közötti különbség, mivel sokkal finomabb, részletesebb háló, ezért pontosabbak az eredmények. A kiértékelésnél ezekkel a szimulált adatokkal történik az élettartam meghatározása.

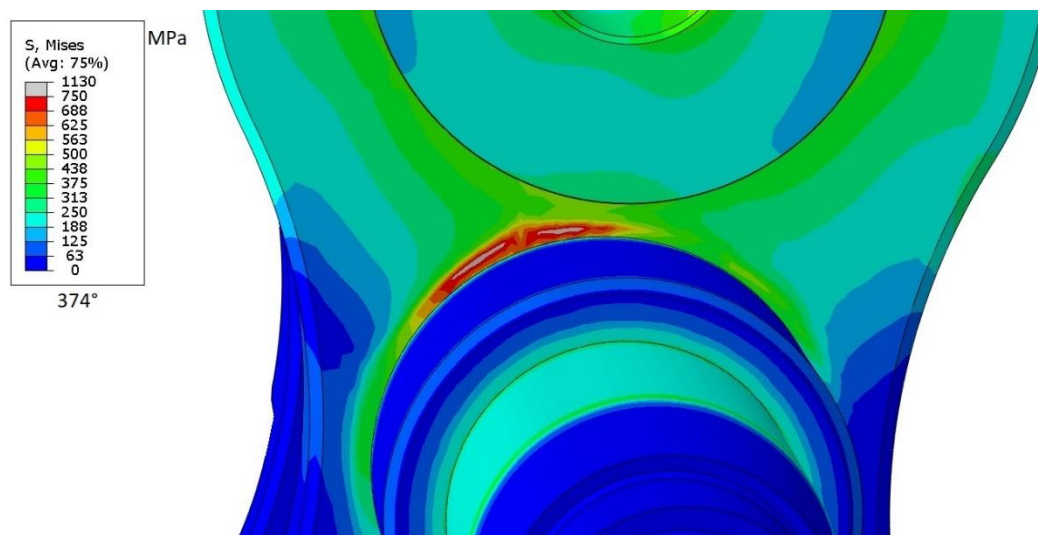


36. ábra: Harmadik iteráció, 374°-os főtengely szögelfordulásból adódó feszültség



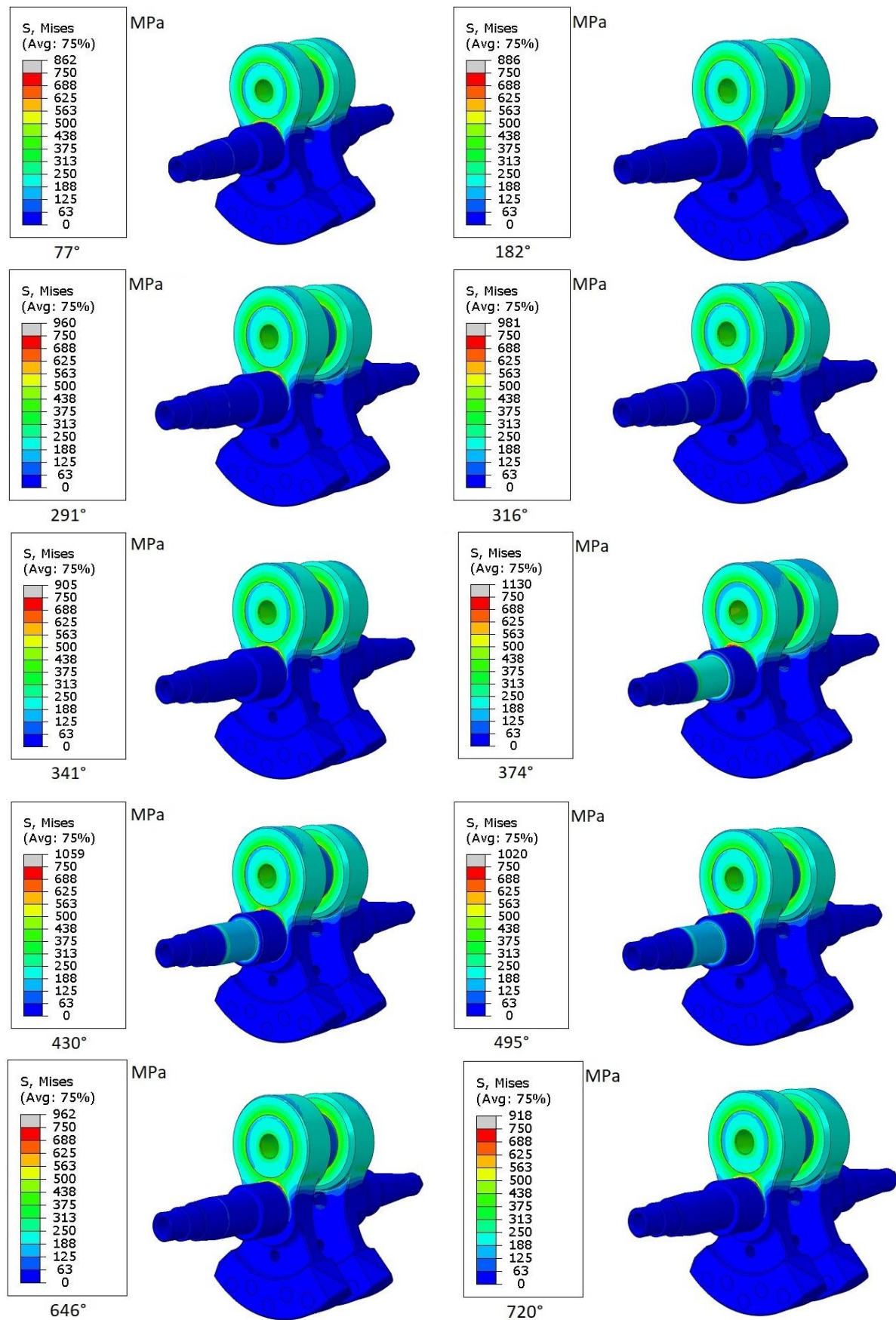
37. ábra: Harmadik iteráció, 374°-os fő tengely szögfelfordulásból adódó feszültség, metszet

A harmadik iteráció a szimuláció eredményeképpen megfelel az elvártaknak, kibírja a maximális terhelés okozta feszültségeket, így további változtatás nélkül el lehet készíteni a maradék 9 szimulációt. A szimulációk elkészítésében nagy segítség az ANSA-ban található egyik script, amit kifejezetten élettartamra számításához szokás használni. A script a „Durability” fülön található, neve „Distribute Load”, ami felületen eloszló terhelést jelent.



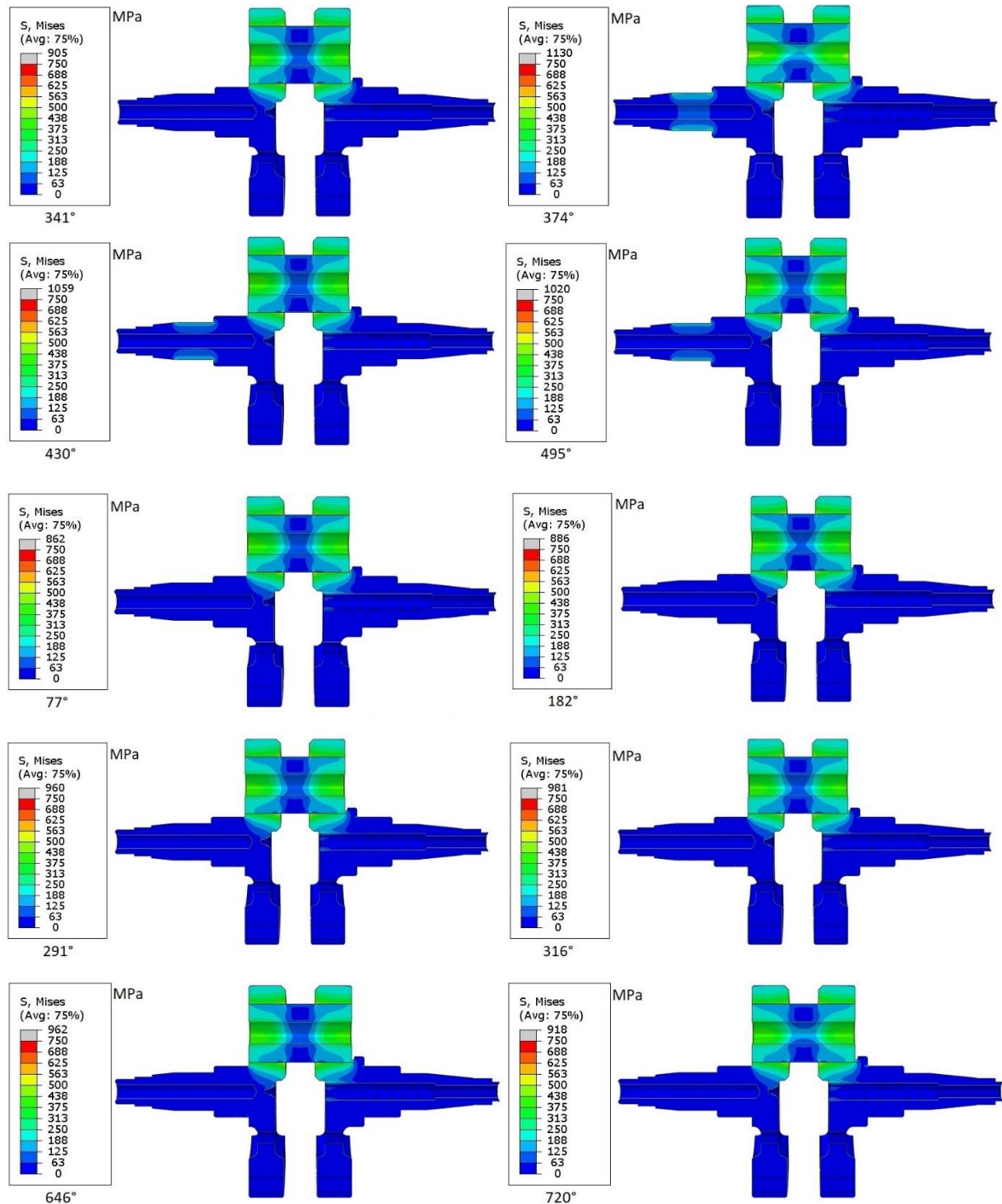
38. ábra: Hálózási hiba a harmadik iterációnál

3.9. Az élettartam kiszámításához szükséges szimulációk



39. ábra: Vizsgált munkapontok

A szimulációs eredmények kimagasló értékeket mutatnak, ezért érdemes jobban megvizsgálni, hogy mi okozhatja. Ennek okán a metszetükről is érdemes rálátást biztosítani.



40. ábra: Vizsgált munkapontok metszetei

A fentebb említett 10 vizsgálati pontokon keletkező feszültség mértéke egyetlen esetben sem lépi át az anyag folyáshatárát térfogati feszültség formájában. Ennek következtében azt a konklúziót lehet levonni, hogy a szimulációhoz használt hálóban van egy kisebb hiba, ami miatt létrejön ez a feszültség. Ez a kimagasló érték csak felületen van jelen, ami nem okoz gondot.

4. Élettartam számítás

A gépelemeket méretezésének célja, hogy a méreteiket, terheléseiket, igénybevételeiket, és egyéb üzemi feltételeket meg lehessen határozni. Minden sikeres mérnöki alkotásnak három követelménynek kell megfelelnie;

- teljesítenie kell a tervezett üzemi feladatot
- megfelelő élettartammal rendelkezzen
- gyártása gazdaságos, elfogadható költségű legyen

A szilárdsági méretezés általában a megengedhető feszültség, avagy a megengedhető alakváltozás függvényében történik. A megengedhető feszültségen alapuló méretezéshez szükséges tudni az alkatrész igénybevételeit, amit előző fejezetekben már levezetésre került. [11.]

Tulajdonképpen az élettartam egy adott ciklusszámot jelent, amelyet a forgattyús tengely teljes terhelés hatására kibír. A versenysportban azért szükséges a meghatározása, mivel nem gyári, vagy szériaalkatrészek vannak beépítve a motorba, hanem egyedileg fejlesztett komponensek. A kellemetlenségek (pl. fáradásos törés) elkerülése érdekében szükséges meghatározni egy adott alkatrész élettartamát.

4.1. A megengedhető feszültség

A megengedhető feszültségen alapuló tervezéssel azt kívánatos elérni, hogy a keletkező feszültségek minél jobban megközelítsék a megengedett feszültséget, de azt ne lépják túl. A terhelés meghatározásának és az anyag szerkezetének bizonytalanságait, illetve egyéb körülményeit biztonsági tényezővel kell figyelembe venni.

$$\sigma_{meg} = \frac{\text{határfeszültség}}{\text{biztonsági tényező}} = \frac{\sigma_{hat}}{n}$$

A határfeszültség függ az anyagtól és az igénybevételtől.

4.2. Időben változó terhelés

Időben állandóan változó feszültség hatására az alkatrész akkor is eltörhet, ha a feszültség olyan értékeken belül mozog, ami nem törne el nyugvó terhelés hatására.

A fáradásos törés úgy jön létre, -általában egy feszültséggyűjtő helyen- hogy mikro repedés keletkezik a felületen, majd az tovább reped. A fáradásos törés egy bizonyos terhelés után, észrevehető alakváltozás nélkül hirtelen jön létre.

A változó terhelés lefolyása lehet;

- ciklikus
- periodikus
- rendszertelen

A terhelés időbeli változása Wöhler és Bach szerint az alábbi terhelési csoportokba osztható;

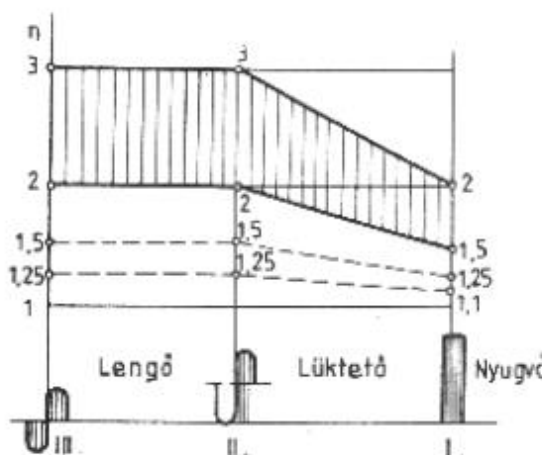
- Nyugvó terhelés: a terhelés nem, ritkán, vagy jelentéktelen mértékben változik
- Lüktető terhelés: a terhelés az alsó és felső határérték között mozog, de a terhelés előjele mindig azonos
- Lengő terhelés: a terhelés az alsó és felső határérték között mozog, a terhelés előjele megváltozik

4.3. Biztonsági tényező számszerű értéke

A kifáradásra történő méretezés célja a biztonsági tényező meghatározása. A biztonsági tényező nagysága függ;

- az alkatrész maximális üzemi terhelés nagyságától
- igénybevétel jellegétől
- megkövetelt élettartamtól

A következő diagram a biztonsági tényező nagyságát mutatja be a feszültségeloszlás függvényében.



41. ábra: Biztonsági tényező nagysága a feszültségeloszlás függvényében [11.]

A diagram bemutatja, hogy mekkorának kell lennie a legkisebb biztonsági tényezőnek terhelésenként. A forgattyús tengely biztonsági tényezője versenysport révén $n = 1.4$ -ben lett meghatározva.

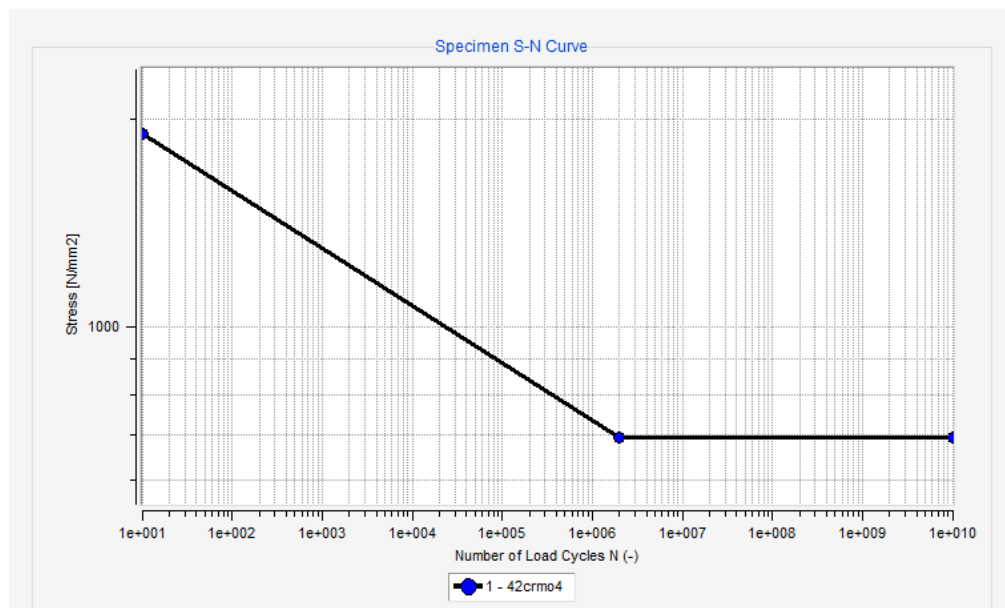
4.4. FEMFAT modell felépítése

Az előző pontokban minden feltétel teljesült, melyek szükségesek az élettartam meghatározásához. A FEMFAT szoftverben be kell állítani az anyagminőséget, a szimuláció lépéseit, a túlélési valószínűséget – jelen esetben ez 95%-, illetve a forgattyúsházban uralkodó hőmérsékletet. A szimulált eseteket sorrendben kell betáplálni, hogy létre tudjon hozni egy ciklust, amellyel számol.

Lbl	File Format	Stress File	Load Case
1	ODB ABAQUS	F:/Szentendrei Dani/Lifetime/76.odb	Step: 2, inc. last
2	ODB ABAQUS	F:/Szentendrei Dani/Lifetime/187.odb	Step: 2, inc. last
3	ODB ABAQUS	F:/Szentendrei Dani/Lifetime/289.odb	Step: 2, inc. last
4	ODB ABAQUS	F:/Szentendrei Dani/Lifetime/319.odb	Step: 2, inc. last
5	ODB ABAQUS	F:/Szentendrei Dani/Lifetime/341.odb	Step: 2, inc. last
6	ODB ABAQUS	F:/Szentendrei Dani/Lifetime/374.odb	Step: 2, inc. last
7	ODB ABAQUS	F:/Szentendrei Dani/Lifetime/430.odb	Step: 2, inc. last
8	ODB ABAQUS	F:/Szentendrei Dani/Lifetime/496.odb	Step: 2, inc. last
9	ODB ABAQUS	F:/Szentendrei Dani/Lifetime/646.odb	Step: 2, inc. last
10	ODB ABAQUS	F:/Szentendrei Dani/Lifetime/719.odb	Step: 2, inc. last

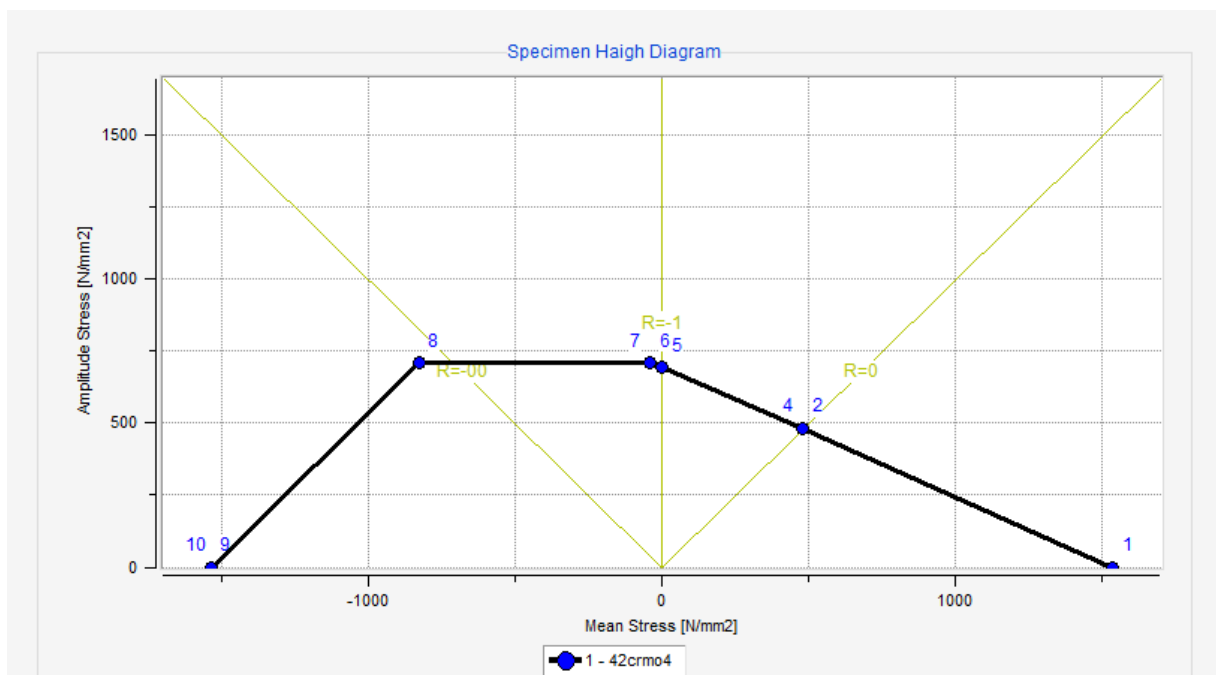
42. ábra: Szimulációk sorrendje FEMFAT-ben

Továbbá külön meg kell adni a főteengely anyagát (42CrMo4), hogy tudjon anyaggal számolni a szoftver.



43. ábra: A definiált anyag S-N görbéje

August Wöhler vizsgálatai bebizonyították, hogy a fáradt töretet okozó feszültség és az ismétlődések száma között van összefüggés. A Wöhler-görbe megmutatja az említett tényező összefüggését. Az y tengelyen az igénybevételből származó maximális feszültség, míg az x tengelyen pedig a terhelésméltódések száma (ciklusok száma) látható. Acél anyagoknál $N_0 = 2 \cdot 10^6$ ciklusszám feletti igénybevétel esetén legtöbb esetben kifáradásra történik a méretezés, a görbének ezen szakasza a kifáradási határvonal. $N = 10^4$ és $N_0 = 2 \cdot 10^6$ közötti ciklusszámú igénybevételnél élettartamra történik a méretezés, ekkor ugyanis a kifáradási határnál nagyobb feszültség engedhető meg a rendszeren belül. Ha pedig a ciklusszám $N = 10^4$ alatt van, akkor a statikus méretezési szokásos módszereit szükséges alkalmazni. Összefoglalva az eddig elhangzottakat; Az S-N görbe, más néven Wöhler-görbe meghatározza a meghibásodásig tartó ciklusok számát, amikor egy anyag ismétlődés szerű módon körüljár egy feszültségtartományt. Ha a feszültség nagysága nem ér el egy kritikus értéket, akkor elméletileg a test nem fog fáradásos törést elszenvedni.

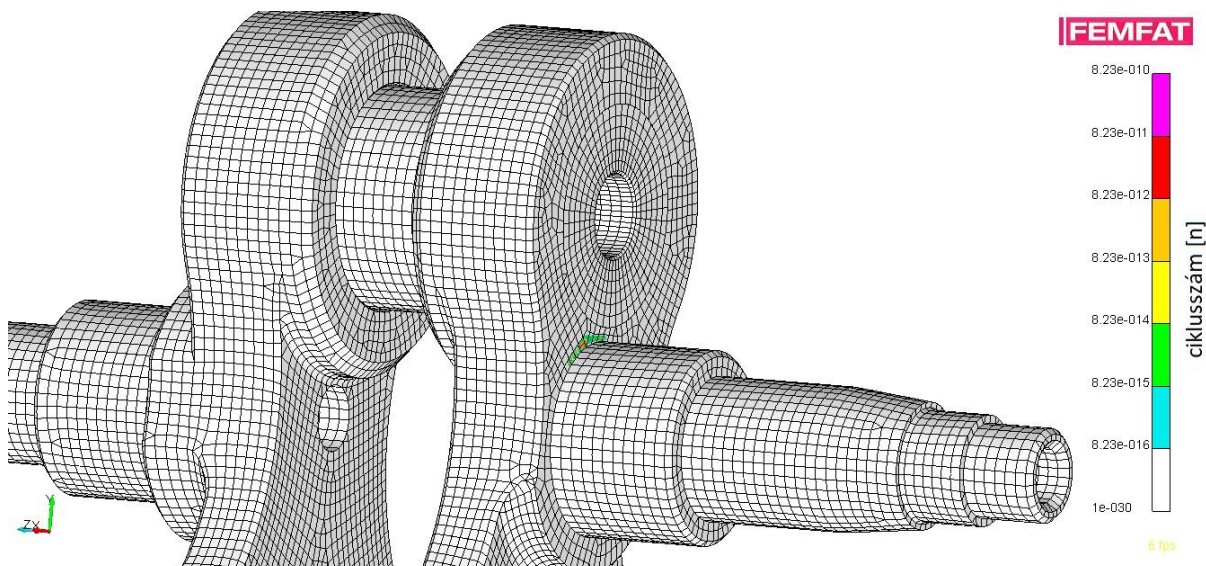


44. ábra: Definiált anyag Haigh diagramja

A Wöhler-görbén kívül a megoldóprogram számol a definiált anyag Haigh diagramjával is. A Haigh-diagram, másnéven Goodman-diagram egy adott feszültségtartományba határozza meg az élettartamot. A diagram által bezárt terület a biztonsági terület, ami

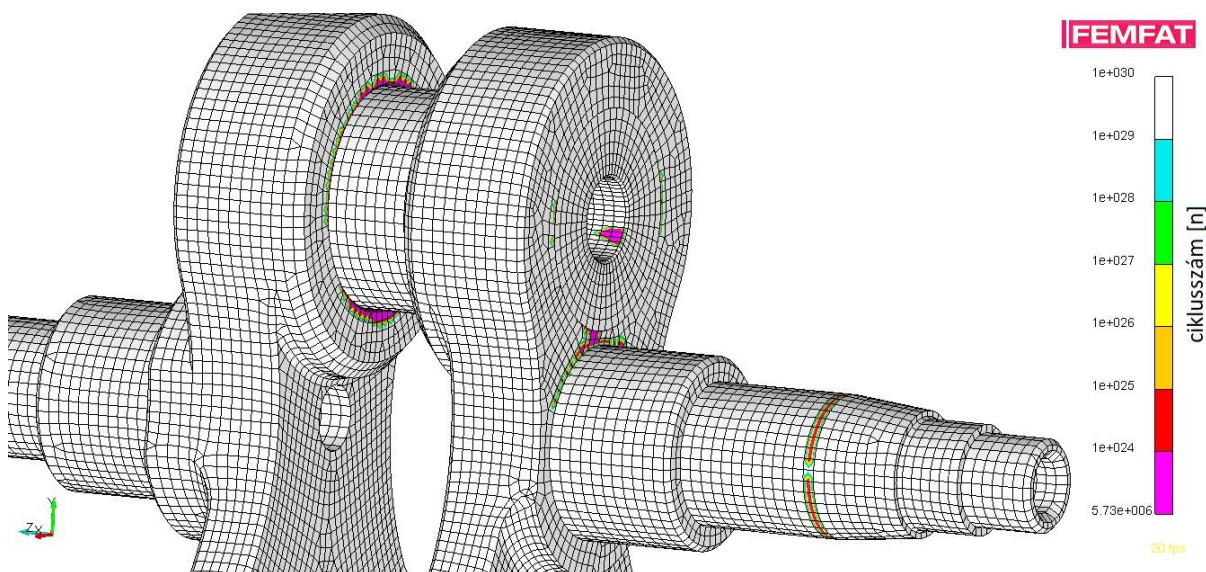
azt jelenti, ha a terhelés hatására keletkező pont ezen területen kívülre esik, akkor az alkatrész nem felel meg az elvártaknak, nincsen jól méretezve és töréshez vezet.

4.5. Eredmény

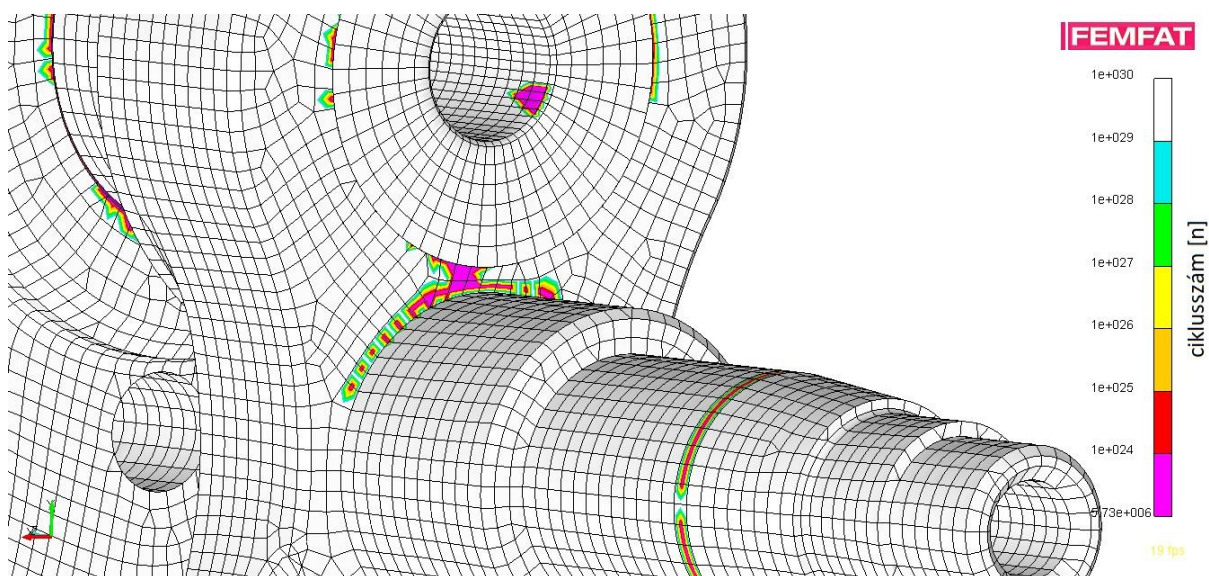


45. ábra: Biztonsági tényező nélkül az eredmény

Az eredmény első pillantásra furcsának tűnhet, hiszen az egész modell fehér, tehát relatíve sok ciklust bír ki a rendszer. A meghatározott élettartam nem hibás, csupán nem lép át egy kritikus feszültségi szintet, amely során kifáradna az anyag. Célszerű elvégezni az élettartam szimulációt egy nagyobb biztonsági tényezővel, amely során már tapasztalhatunk ciklusszámot. Ahogyan az a képen látható, itt már van elszíneződés a modell kritikus helyein.



46. ábra: Eredmény 1.4-es biztonsági tényezővel



47. ábra: Kritikus pontok közelebbről

A maximális ciklus, amit a főtengely kibír, az $5,73 \cdot 10^6$ ciklus. Az üzemidő meghatározásához át kell számítani a kapott értéket. Egy ciklus 720° főtengely szögelfordulás, ennek apropóján a meghatározott ciklust meg kell szorozni 2-vel, majd elosztani a kritikus fordulatszámmal. Az így kapott idő percben van, érdemes átszámítani ezt órába, ami ~ 35 óra. Ez azt jelenti, hogy 5500-as 1/perc-es fordulaton teljes terhelés alatt kb. 35 órát bír ki a főtengely, után fáradna ki az anyag. Ezt a 35 óra járatást fékpadi körülmények között lehet csak betartani, egy versenyen a fordulatszám a dinamikus versenyszámok miatt folyamatosan ingadozik, így a kritikus fordulaton csak pár másodpercet forog a motor. A pontos élettartam számításához további adatokra van szükség, mint pl. tesztidőszakban; tesztelés időtartama, versenyidőszakban; a versenyek száma, a versenyeken a motor által használt fordulatszám-tartomány részletes adatai stb.

Az 1.4-es biztonsági tényező fakultatívan került kiválasztásra az eredmény kiszámításának metodikájának szemléltetésére. Egy kisebb biztonsági tényező választásával is biztonságos a rendszer, így értelemszerűen nagyobb üzemidő lenne az eredmény.

5. A forgattyús hajtómű lengései

Lengőrendszernek nevezünk minden olyan tömegrendszert, amelyet rugalmas elemek kötnek össze. Adott feltételek mellett a rugalmas rendszer lengési állapotba kerülhet, ami kritikus jelenséghez vezethet. A rugalmas kapcsolatot maga a forgattyús tengely biztosítja, ezáltal az egyes tömegek egymáshoz képest gyorsan ismétlődő elmozdulása a főtengely anyagát fárasztó-igénybevételnek teszi ki, szélsőséges esetben el is törhet.

5.1. A forgattyús tengely lengései

Mivel a forgattyús tengelyt rugalmas elemek alkotják, illetve versenysportban a motor magas fordulatszám tartományban üzemel, ezért a motor üzeme során keletkező gerjesztő hatások rezgési állapotba hozhatják a főtengelyt. Szakirodalmak 3 különböző rezgési állapotot különböztetnek meg egymástól;

- Hosszirányú lengés
- Hajlító lengés
- Csavaró lengés

Hosszirányú lengések;

A forgattyús tengely axiális irányba rendkívül merev, ennek okán a hosszirányú lengéseknek nincsen gerjesztő hatásuk

Hajlító lengések;

Ezt a jelenség legtöbbször a főtengelyre ható változó mozgásirányú alternáló tömegezők és a gázerő okozza. Szélsőséges esetben forgó tömegezők hatására is létrejöhet, mivel a centrifugális erő is egy gerjesztő hatás, azonban a forgattyús tengely tervezésénél az ellensúlyba keményfém rudak kerültek, illetve az alternáló tömegezők is csökkentve lettek az új hajtórúd által, ezért hajlító lengések ellen tovább nem szükséges védekezni.

Csavaró lengések;

Csavaró lengéseket (torziós lengések) a forgattyúcsapra ható gáz- és tömegerők tangenciális komponensei gerjeszti. Az ebből adódó mellékes igénybevételek többszörösen túlléphetik a hajtómű névleges terhelését, ami kagylós felületű törést eredményez.

A napjainkban használt motorkialakításoknál már nem olyan jellemző a torziós rezgések okozta fáradt töret, mint a régebbi konstrukcióknál. Ennek egészen egyszerű oka van, mégpedig, hogy manapság a motorok sokkal kompaktabbak és magasabb a fajlagos teljesítmény sűrűségük. Ez a jelenség azt eredményezi, hogy a forgattyús tengelyek –mind versenysportban, mind utcai használatra- sajátrezgési frekvenciái nagyobbak lesznek, így a rezonancia-fordulatszámok is nagyobbak lesznek. Versenysportban a motorteljesítmény növelése érdekében azonban növelik a fordulatszámot, ami okán a motor üzemi fordulatszám-tartománya eléri a magasabbra tolódott rezonancia-fordulatszámokat, ahol magasabb frekvenciájú rezgések léphetnek fel, így fáradásos törést okozva.

A kellemetlen rezonanciahelyek elkerülése érdekében lengésszámítást kell végezni a későbbi problémák elkerülése végett, a számítás során érdemes megvizsgálni;

- A főtengely sajátfrekvenciáit és lengésképét
- A gerjesztő hatásokat
- A rezonanciahelyeket és kritikus fordulatszámokat
- A lengési amplitúdókat és torziós feszültséget
- A kuplung egyenlőtlenségi fokát

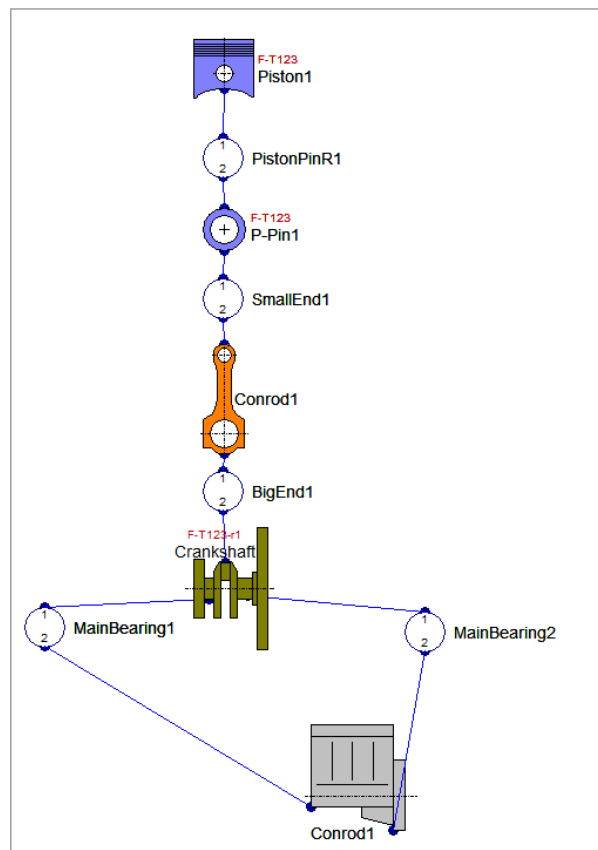
A számítás során a két legfontosabb vizsgálat lesz elvégezve.

- A rezonanciahelyek és kritikus fordulatszámok
- A kuplung egyenlőtlenségi foka

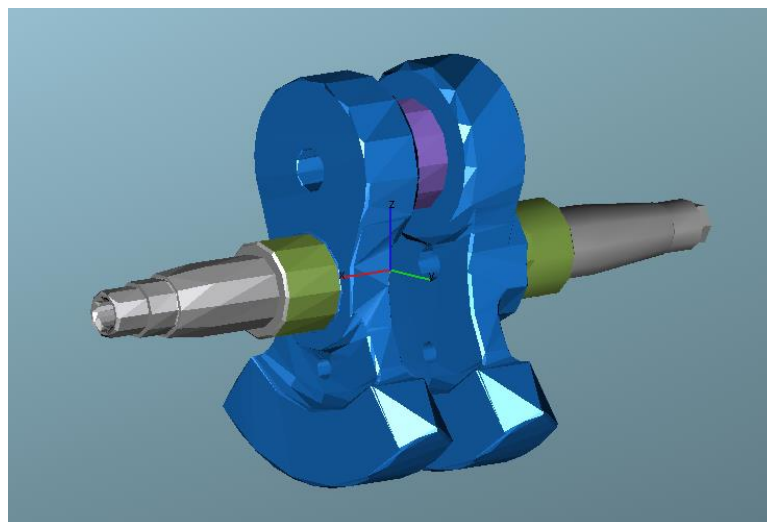
5.2. Egyhengeres motor komplex rezgéstani modellje

A forgattyús tengely bonyolult geometriája miatt nem alkalmas lengésszámításra, ezért egy egyszerűbb helyettesítő modellt szükséges létrehozni. A sajátfrekvenciák értékei a jelenségben részt vevő tömegek nagyságától, tehetetlenségi nyomatékuktól, megtámasztásuktól és az egymáshoz kapcsolódó tengelyrészek rugalmasságától függ.

Az Excite Designer-ben felépített modell tartalmazza a forgattyús mechanizmusban résztvevő alkatrészeket. A pontos számítás érdekében a különböző alkatrészek pontos paraméterei kerültek meghatározásra.

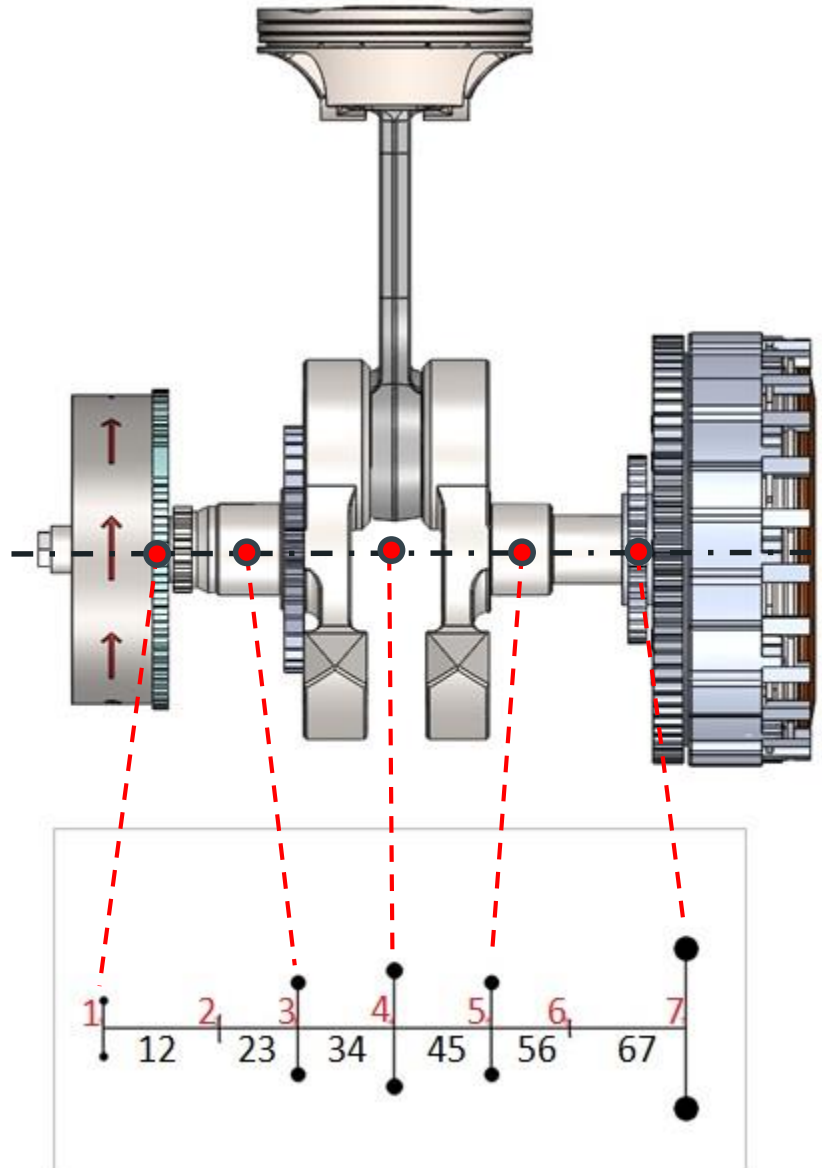


48. ábra: A mechanizmus modellje Excite Designerben



49. ábra: A szoftver által létrehozott főtengely modell

A szoftvernek megadott paraméterek, illetve a különböző fájlok betáplálásával a szoftver létrehozta a forgattyús tengely modelljét, amellyel a későbbiekben számolni fog.



50. ábra: A forgattyús mechanizmus alkatrészeinek redukálása pontokba

A forgattyús mechanizmusban szereplő alkatrészeket a megoldószoftver egyszerűsíti. A szoftver ezen alkatrészeknek már csak a tehetetlenségi nyomatékaikkal és a merevségeikkel számol. Az alábbi táblázatokban a szoftver által meghatározott paraméterek láthatóak;

6. táblázat: Egyes alkatrészek tehetetlenségi nyomatéka

Tömegrész jele	Tömegrész megnevezése	Tehetetlenségi nyomaték értéke [kgm^2]
1	lendkerék	$2,241 * 10^{-4}$
2	1. féltengely – 1. főcsap	$8,840 * 10^{-6}$
3	1. főcsap	$1,716 * 10^{-3}$
4	forgattyúcsap	$4,472 * 10^{-3}$
5	2. főcsap	$1,701 * 10^{-3}$
6	2. főcsap – 2. féltengely	$7,398 * 10^{-6}$
7	kuplung	$1,180 * 10^{-2}$

A táblázatban megnevezett tömegrészek tehetetlenségi nyomatéka a tervező szoftver által lett meghatározva.

7. táblázat: Az összekötő elemek merevsége

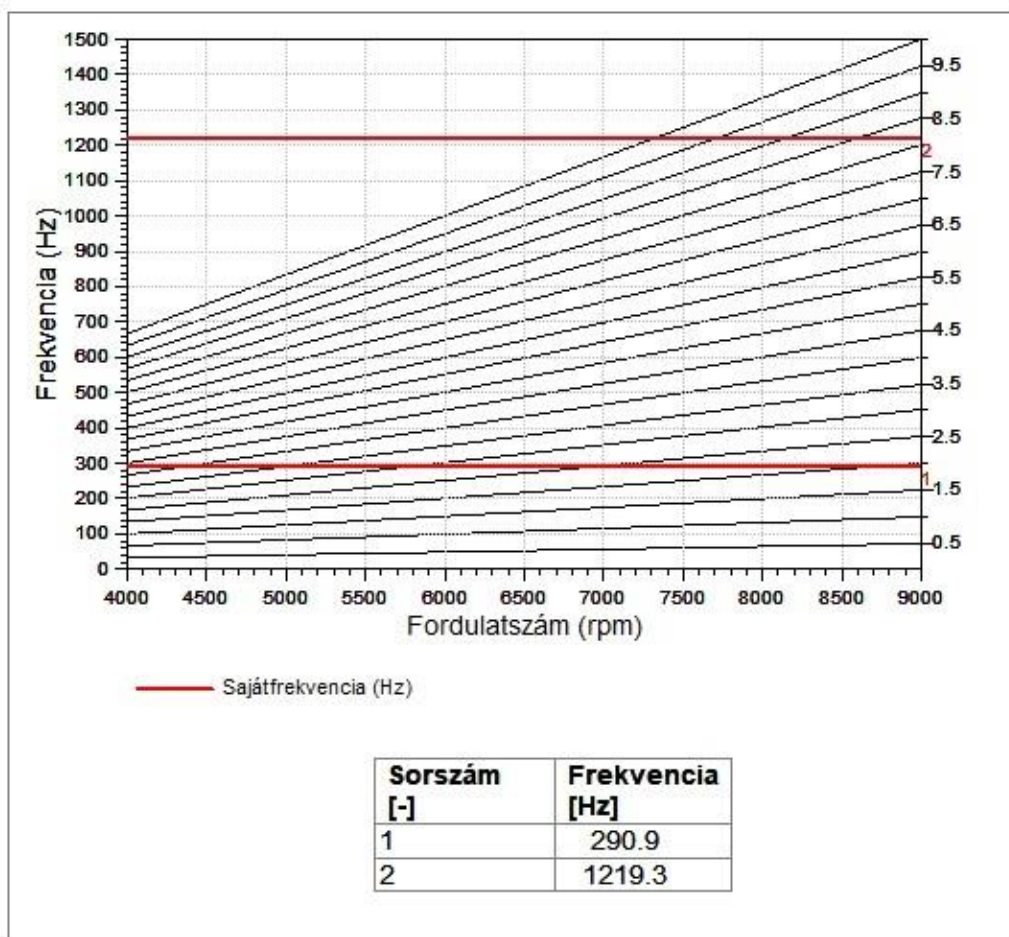
Összekötő elem jele	Összekötő elem megnevezése	Merevség [Nm/rad]
12	lendkerék	$1,349 * 10^4$
23	3. féltengely – 1. főcsap	$1,013 * 10^6$
34	3. főcsap	$2,850 * 10^5$
45	forgattyúcsap	$3,056 * 10^5$
56	4. főcsap	$1,058 * 10^6$
67	4. főcsap – 2. féltengely	$1,698 * 10^4$

A táblázatban szereplő merevség adatait az AVL Excite Power Unit határozza meg a bevitt adatok, illetve a bevitt modell segítségével.

5.3. Kritikus fordulatszámok meghatározása

Egy harmonikus, akkor jelent veszélyt a rendszerre, ha a gerjesztő-harmonikus körfrekvenciája eléri a forgattyús hajtómű sajátlengési körfrekvenciáját a motor üzemi fordulatszámhatárain belül. [6]

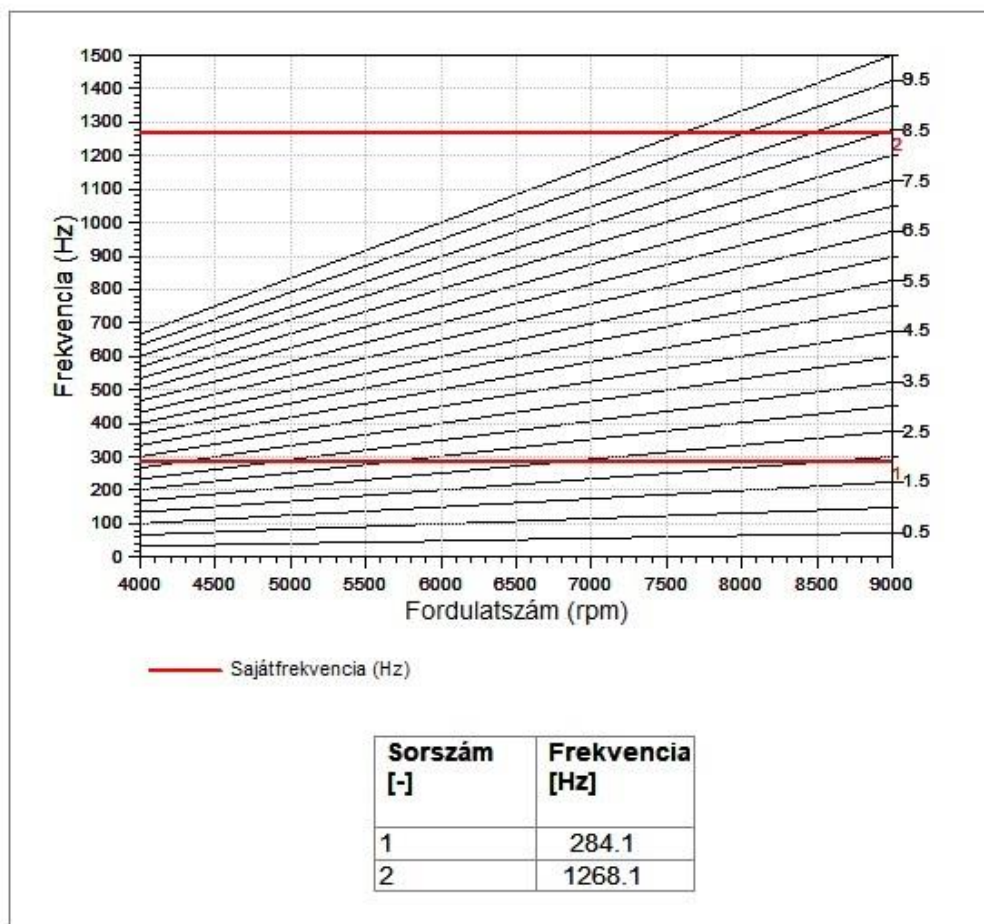
A gerjesztő-harmonikusok frekvenciái a sajátfrekvenciától eltérően nem konstansok, hanem a motor fordulatszámának növekedésével lineárisan növekszik. A gerjesztő-harmonikusok az origóból kiinduló lineárisan növekvő egyenesek, míg a sajátfrekvenciák azok a vízszintes vonalak. A sajátfrekvenciák és a gerjesztőfrekvenciák metszéspontjai adják meg a rezonancia-helyeket, ahol felléphetnek kritikus fordulatszámok.



51. ábra: Az új forgattyús tengely kritikus fordulatszámjai

Az első sajátfrekvencia viszonylag alacsonyan van, először a 4. gerjesztőharmonikust metszi el, ami azt eredményezi, hogy több kritikus fordulatszám lehetséges és a gerjesztőamplitúdók magasak. A magas gerjesztőamplitúdók magas

lengéskitéréseket okoznak. Ahhoz, hogy meg lehessen határozni egy fordulatszámról kritikus-e vagy nem, ahhoz motorfékpadi mérésekre van szükség. Érdekes megvizsgálni egy szériaalkatrész esetében, hogy alakulnak ezek a sajátfrekvenciák és gerjesztőharmonikusok.



52. ábra: A régi forgattyús tengely kritikus fordulatszámai

Az eredeti forgattyús tengely kritikus fordulatszámai majdnem teljesen megegyeznek az új forgattyús tengelyével. A sajátfrekvencia értékei minimális mértékben változtak. Az eredeti forgattyús tengellyel a motor optimálisan működik, így feltételezhető, hogy a fejlesztett forgattyús tengellyel is hasonlóan fog funkcionálni a rendszer. A további vizsgálati lépést már motorfékpadon szükséges megvizsgálni, hogy valóban fellépnek-e ezeken a helyeken kritikus fordulatszámok és van-e bármiféle káros hatása a rezonanciának a rendszerre.

5.4. A rendszer csillapítása

A rendszer sajátcsillapítása nem elhanyagolható méretű, ezért a rezonanciahelyeken véges nagyságú lengéskitérések alakulnak ki. [3.]

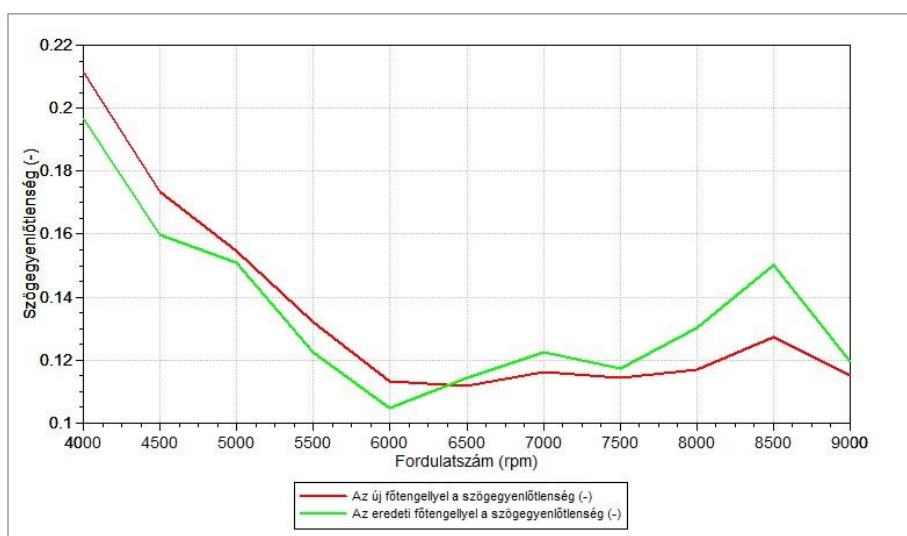
A forgattyús tengelyre két csillapítás hat;

- A dugattyú csillapítása
- A vezérlés (lendkerék) csillapítása

Magának a lendkeréknek a csillapítását kísérleti úton szokás meghatározni, azonban jelen esetben ilyen adat nem áll rendelkezésre, ezért a korábbi évek tapasztalatai alapján meghatározásra kerül egy kb. $1,2 \frac{Nms}{rad}$ nagyságú csillapítás.

5.5. A szögegyenlőtlenség

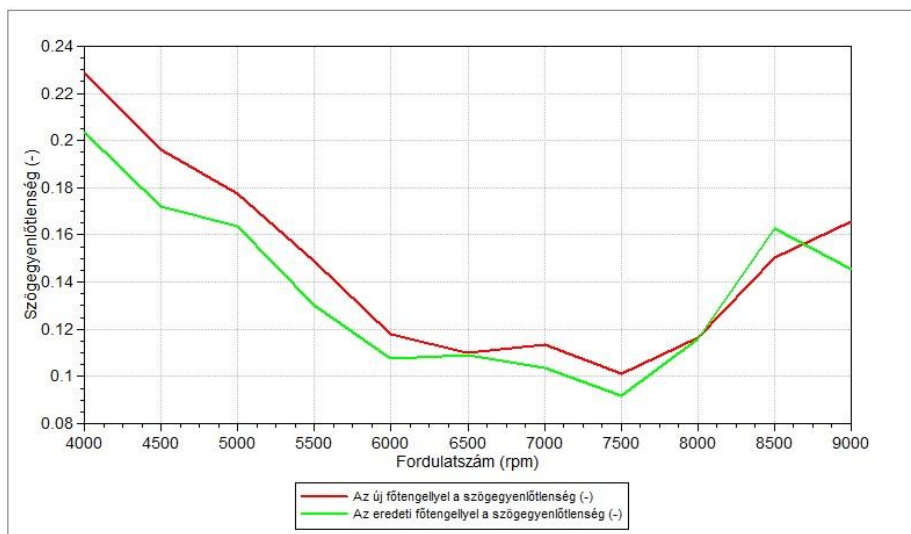
Az eredeti és a fejlesztett forgattyús tengely lendkerékének szögegyenlőtlenségét mutatja az 53. ábra.



53. ábra: A lendkerék szögegyenlőtlensége

A lendkerék szögegyenlőtlensége az eredeti forgattyús tengellyel egy kevésbé meredekebb görbét mutat, de erre számítani is lehetett, ugyanis tömeggyártású alkatrészről van szó. Az új forgattyús tengellyel minimálisan ugyan, de megnőtt a kezdeti egyenlőtlenség és szinte a fordulatszám növelésével majdnem minden esetben nagyobb, egyedül egy helyen, 8000-8600 fordulat/min között kisebb. Ez az eredmény nem szignifikánsabb nagyobb az eredetihez képest. Az egyenetlenség

növekedése az inerciavesztés velejárója. Az 54. ábra a kuplung egyenlőtlenségét mutatja be.



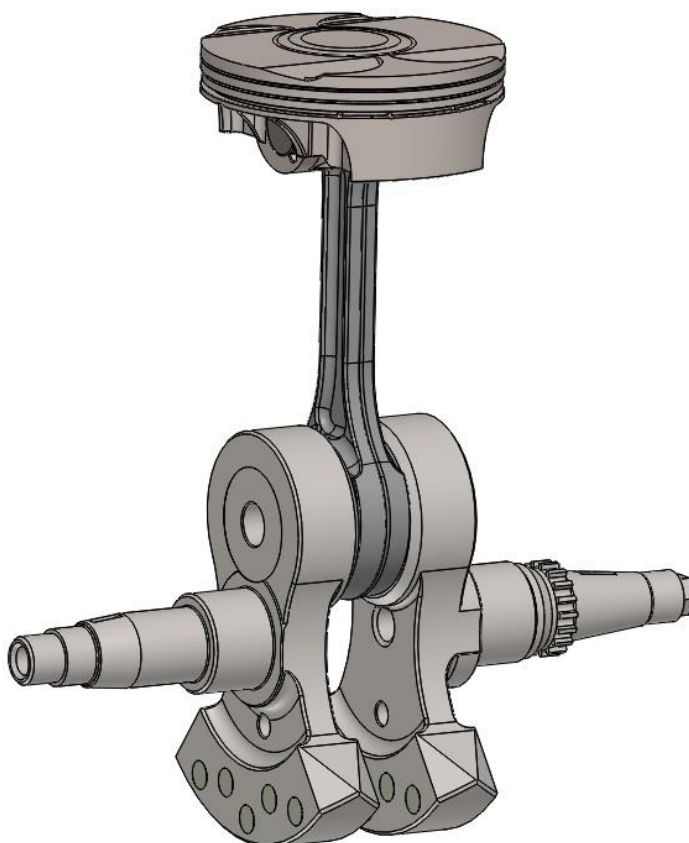
54. ábra: A kuplung szög egyenlőtlensége

A kuplung oldalon az egyenlőtlenség szintén megnő a motor alacsonyabb fordulatszámtartományában, de kb. 6400 fordulat/min után ez az érték már kisebb, mint az eredeti forgattyús tengellyel. A kezdeti érték kb. 0,21, ami szakirodalmak szerint már határértéknek számít. Szériamotorok esetében ezt az értéket 0,16-0,2 között szokták meghatározni, az ennél nagyobb érték már káros hatással bír a sebességváltó élettartamára.

6. Konklúzió

A dolgozatban egyhengeres versenymotorra optimalizált forgattyús tengelyt fejlesztettünk és vizsgáltunk. A vizsgálatokhoz először analitikusan határoztuk meg a forgattyús tengelyre ható terheléseket, majd a megfelelőnek gondolt geometria további fejlesztési folyamatokon ment végig, melyeket szimulációs eredmények támasztanak alá. Az így létrejött geometrián már élettartam számítás és torziós rezgéstani számítás is végbement. A Formula Student csapat számára fejlesztett főtengely gyártásra alkalmas. A további tesztek elvégzésére érdemes először csak egy forgattyús tengelyt gyártani.

A fejlesztés során ~30% tömegcsökkenést értünk el, ami jelentős.



55. ábra: Végleges forgattyús tengely, hajtórúddal, dugattyútetővel

8. táblázat: Az eredeti és a fejlesztett forgattyús tengely összehasonlítása

	Eredeti főtengely	Fejlesztett főtengely
Tömeg	5570,51 g	4043,99 g
Inercia	13460,5 $kg * mm^2$	7890,6 $kg * mm^2$

7. Változtatási javaslatok

A fejlesztés során keletkező feszültségeket jobban el lehetne oszlatni különböző konstrukciók kialakításával. A kisebb feszültség eredményeképpen több tömeget lehet eltávolítani a főtengelyfelekből, viszont mindenképpen javasolnám a rezgéstani vizsgálatokat, ha további tömeg lesz csökkentve.

- A forgattyú csap tömege önmagában ~610 g, ami jelentős az előző éves főtengelyekhez képest is. Igaz, azok kisebb hengerűrtartalmú motorok voltak, de volt motor, mely emelt kompresszió-viszony mellett üzemelt és a forgattyú csap nagyobb terheléseknek volt alávetve.
- A forgattyús tengely akár kétrészes is lehet, ezzel elkerülve az egyik főtengelyfél oldalán a fedésből származó feszültséget, illetve ezzel a módszerrel nem szükséges külön forgattyú csapot gyártatni és a tömeg-redukáció is megoldható.
- Löketrövidítés a versenyszabályzat szerint azért nem további lehetőség, mivel a mostani motor 690 cm^3 és a maximális a versenyszámban 710 cm^3 lehet. Azonban kompresszió-viszony növelésre van lehetőség a motor tekintetében. A kompresszió-viszony növekedésével növekednek a terhelések is, így mindenképpen új számításokra van szükség.

Ábrajegyzék

1. ábra: Formula Student Germany 2019.....	1
2. ábra: Eredeti forgattyús mechanizmus fő alkatrészei	3
3. ábra: Forgattyús mechanizmus mechanikai modellje felső holtpontban (balra) és felső holtpont után (jobbra)	4
4. ábra: Forgattyús mechanizmus vektorábrája	5
5. ábra: Forgattyús mechanizmus mechanikai modellje.....	10
6. ábra: Hajtórúderő felbontva radiális és tangenciális komponensekre	11
7. ábra: A mechanizmus vektormodellje	13
8. ábra: A hajtórúd szögsebessége a forgattyús tengely szögelfordulásának függvényében 5500 1/perc-es fordulatszámon.....	14
9. ábra: A mechanizmus vektormodellje	15
10. ábra: Belsőégésű motor indikátordiagramja	17
11. ábra: A hengerben uralkodó hengernyomás 5500 1/perc-es fordulatszámon.....	18
12. ábra: A nyomás átalakítva gázerővé	18
13. ábra: EVO 5 forgattyús mechanizmus [5.]	19
14. ábra: A forgó tömegelő meghatározásához szükséges mechanikai modell	20
15. ábra: A hajtórúdra ható erők [7.]	23
16. ábra: A kis szemre ható erő x és y irányú komponensei 5500 1/perc-es fordulatszámon..	25
17. ábra: A nagy szemre ható erő x és y irányú komponensei 5500 1/perc-es fordulatszámon	26
18. ábra: A forgattyúcsapra ható erő radiális és tangenciális komponensei 5500 1/perc-es fordulatszámon	27
19. ábra: Fordulatszám határ	27
20. ábra: A rendszer szöggyorsulása a forgattyús tengely szögelfordulás függvényében.....	31
21. ábra: Lendkerék által kifejtett csavarónyomaték.....	31
22. ábra: Eredeti forgattyús tengely metszete.....	33
23. ábra: Fogaskerék.....	35
24. ábra: Az első iteráció (balra) és eredeti főtengely (jobbra) összehasonlítása.....	36

25. ábra: Az első iteráció (balra) és eredeti főtengely (jobbra) összehasonlítása, metszet.....	37
26. ábra: Egyszerűsített modell	38
27. ábra: A végelem modell terhelésekkel és megfogásokkal	39
28. ábra: Első iteráció szimulációs eredménye; a hajtás oldali csapon látható csavarófeszültséggel, illetve a forgattyú csap körül a fedésből származó feszültséggel.....	39
30. ábra: Az első iteráció szimulációjának metszete	40
30. ábra: Hálózási hiba	40
31. ábra: Az első (balra) és a második iteráció (jobbra) összehasonlítása	41
32. ábra: Második iteráció szimulációs eredménye.....	41
33. ábra: Az második iteráció szimulációjának metszete	42
34. ábra: Harmadik iteráció	43
35. ábra: Harmadik iteráció metszete (jobb) és a második iteráció metszetének (bal) összehasonlítása.....	43
36. ábra: Harmadik iteráció, 374°-os főtengely szögelfordulásból adódó feszültség.....	44
37. ábra: Harmadik iteráció, 374°-os főtengely szögelfordulásból adódó feszültség, metszet	45
38. ábra: Hálózási hiba a harmadik iterációnál.....	45
39. ábra: Vizsgált munkapontok.....	46
40. ábra: Vizsgált munkapontok metszetei.....	47
41. ábra: Biztonsági tényező nagysága a feszültségeloszlás függvényében.....	50
42. ábra: Szimulációk sorrendje FEMFAT-ben	51
43. ábra: A definiált anyag S-N görbéje	51
44. ábra: Definiált anyag Haigh diagramja.....	52
45. ábra: Biztonsági tényező nélkül az eredmény	53
46. ábra: Eredmény 1.4-es biztonsági tényezővel	53
47. ábra: Kritikus pontok közelebből	54
48. ábra: A mechanizmus modellje Excite Designerben.....	57
49. ábra: A szoftver által létrehozott főtengely modell	57
50. ábra: A forgattyús mechanizmus alkatrészeinek redukálása pontokba	58
51. ábra: Az új forgattyús tengely kritikus fordulatszámai	60
52. ábra: A régi forgattyús tengely kritikus fordulatszámai	61

53. ábra: A lendkerék szögegyenlőtlensége	62
54. ábra: A kuplung szögegyenlőtlensége	63
55. ábra: Végleges forgattyús tengely, hajtórúddal, dugattyútetővel	64

Táblázatok jegyzéke

1. táblázat: Motor főbb paraméterei	2
2. táblázat: Döntési mátrix.....	34
3. táblázat: Volfrám anyagtulajdonságai	34
4. táblázat: Eredeti főtengely és az első iteráció összehasonlítása	37
5. táblázat: Főtengely szögelfordulás, hozzá tartozó adatok	44
6. táblázat: Egyes alkatrészek tehetetlenségi nyomatéka	59
7. táblázat: Az összekötő elemek merevsége.....	59
8. táblázat: Az eredeti és a fejlesztett forgattyús tengely összehasonlítása	64

Rövidítések és szimbólumok jegyzéke

s	- A dugattyú által megtett út
r	- Forgattyú sugár
l	- A hajtórúd hossza
x	- A forgattyús tengely forgásának középpontjának és a hajtórúd kis szemének középpontjának távolsága
λ	- Hajtórúdviszony
v	- A dugattyú sebessége
F_G	- A dugattyú tetejére ható gázerő
p	- A dugattyútetőre ható nyomás értéke
A_D	- A dugattyú felülete
F_{ma}	- A dugattyúra ható alternáló tömegelő
F_D	- A dugattyúra ható eredő erő
F_N	- Normálerő
F_H	- Hajtórúderő
F_T	- Tangenciálerő
F_R	- Radiálerő
p_T	- Tangenciális nyomás
ε	- Szöggyorsulás
P_i	- Indikált teljesítmény
p_i	- Indikált középnyomás
A	- A dugattyú területe
s	- Löket
n	- Fordulatszám
F_g	- Gázerő
P_{abs}	- Abszolút nyomás
d_d	- Dugattyú átmérője
m_R	- A forgó alkatrészek tömege
ω	- Szögsebesség
m_{FKred}	- A forgattyú kar redukált tömege
m_A	- Alternáló mozgást végző tömeg
m_H	- A hajtórúd tömege
m_{FCs}	- A forgattyú csap redukált tömege
m_D	- Dugattyú tömege
m_{Dcs}	- Dugattyú csapszeg tömege
m_{Dgy}	- Dugattyú gyűrű tömege
m_{Re}	- Ellensúly tömege

r_e	- Ellensúly sugara
J_{Sh}	- A hajtórúd súlypontjára számított tehetetlenségi nyomatéka
Π_B	- A hajtórúd kis szemére ható perdület
M_B	- A hajtórúd kis szemére ható nyomaték
F_C	- A forgattyúcsapra ható erő
F_{Cx}	- A forgattyúcsapra ható erő x irányú komponense
F_{Cy}	- A forgattyúcsapra ható erő y irányú komponense
F_{Ct}	- A forgattyúcsapra ható radiális irányú erő
F_{Cr}	- A forgattyúcsapra ható tangenciális irányú erő
q	- A tömegelő intenzitása
ρ	- Tömegsűrűség
V	- Térfogat
F_t	- Tömegelő eredője
W_t	- A lendkerék által tárolt energia
φ_1	- A pozitív munkaterület kezdetéhez tartozó szöghelyzet
φ_2	- A pozitív munkaterület végéhez tartozó szöghelyzet
Θ	- A szükséges inercia
ω_K	- A névleges vagy közepes szögsebesség
δ	- Az egyenlőtlenségi fok
ω_{max}	- A legnagyobb szögsebesség
ω_{min}	- A legkisebb szögsebesség
ω_k	- A legnagyobb és legkisebb szögsebesség számtani közepe
ε_f	- Főtengely szöggyorsulás

Irodalomjegyzék

- [1.] Bagány Mihály, Belsőégésű motorok, egyetemi tananyag, Kecskeméti Főiskola, 2011.
- [2.] Bártfai Zoltán, Belsőégésű motorok működési mikrofolyamatainak analízise a gépüzemeltetés céljából, Doktori értekezés, Szent István Egyetem, 2001.
- [3.] Horváth Péter, Főtengely numerikus szilárdságtani és dinamikai vizsgálatokon alapuló tömegcsökkentése, Diplomamunka, Széchenyi István Egyetem, 2014.
- [4.] Devecz János, Bartha Miklós, Borbás Lajos, Eleőd András, Ficzer Péter, Lovas László, Nyitrai János, Nyolcas Mihály: Jármű- és hajtáselemek III. Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, 2011.
- [5.] Takács Richárd, Egyhengeres Formula Student versenymotor tömegelőinek kiegyenlítése, kiegyenlítő-tengely méretezése és tervezése, 2017
- [6.] dr. Dezsényi György: Belsőégésű motorok tervezése és vizsgálata, „Könyv:” Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest, 1989.
- [7.] Burkali Dávid, Egyhengeres Formula Student motor forgattyús tengelyének löketnövelése, szilárdságtani ellenőrzése, Diplomamunka, 2017.
- [8.] Moharos István, Oldal István, Szekrényes András, Végeelem-módszer, egyetemi tananyag, 2011
- [9.] Vörös Gábor, Forberger Árpád, A végeelem-módszer alapjai, egyetemi tananyag, Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem
- [10.] Kerék Attila, Crankshaft lifetime calculation, 2020
- [11.] Lászlóné Pozsgai Anna, Tóth József, Gépszerkezettan II., egyetemi tananyag, Széchenyi István Egyetem