

A MATEMATIKA ÉS A ZENEI NEVELÉS KAPCSOLATA

OTDK-dolgozat

2023

Absztrakt

A munka célja a matematika és zenei nevelés kapcsolatának kutatása az iskolaérettség határán. A munka három részből áll. Az első részben a matematika és a zene kapcsolatával foglalkozunk, bemutatjuk a történelem nagy matematikusainak kapcsolatát a zene tudományával, valamint bemutatjuk, miként vélekednek a híres zenészek a matematika tudományáról. A második részben az óvodai matematika és zenei nevelés fontosságával foglalkozunk. A harmadik részében a két tudomány gyakorlatban megvalósult kapcsolatát tanulmányozzuk a kutatás során szerzett információk feldolgozása alapján.

Kulcsszavak: matematika, zene, matematikatanítás, zenei nevelés, interdiszciplinaritás

TARTALOMJEGYZÉK

BEVEZETÉS	3
1 A KÉT TUDOMÁNY KAPCSOLATA	4
1. 1 AZ ÉLET ZENÉJE ÉS MATEMATIKÁJA	4
1. 2 ZENÉSZ MATEMATIKUSOK, MATEMATIKUS ZENÉSZEK	6
1. 3 MATEMATIZÁLT ZENE	9
2 MATEMATIKA ÉS ZENEI NEVELÉS A GYERMEK ÉLETÉBEN	15
2.1 A MATEMATIKA ÉS A ZENEI NEVELÉS FONTOSSÁGA AZ ÓVODÁBAN	15
2.2 ZENÉS MATEMATIKAI FELADATOK	18
3 MATEMATIKA ÉS ZENEI NEVELÉS KAPCSOLATÁNAK KUTATÁSA A GYERMEK ÉLETÉBEN	23
3.1 A KUTATÁS CÉLJA ÉS A HASZNÁLT MÓDSZEREK BEMUTATÁSA	23
3.2 A KUTATÁS KÖRÜLMÉNYEI ÉS A MINTA BEMUTATÁSA	25
3.3 A KUTATÁS EREDMÉNYE	27
BEFEJEZÉS.....	33
IRODALOMJEGYZÉK	35

BEVEZETÉS

Gyerekkorom óta jó voltam matematikából, míg más küszködött nekem nem volt gondom a megértésével. Logikus gondolkodásomnak köszönhetően sokkal jobban átlátom a reál tantárgyakat, amiért nagyon hálás is vagyok. A zenével, mint tudománnyal csak az egyetemi tanulmányaim során kezdtem el foglalkozni. Amikor egy órán a kvintkört tanultuk, szinte rögtön megértettem a lényegét. Kottaolvasás, kottairás, hangokkal való manipuláció egyáltalán nem okozott gondot. Megtaláltam a zenében is a matematikát, a logikát. Eleinte nem fordítottam erre nagy hangsúlyt, majd egy nap felfigyeltem arra, hogy pár osztálytársam, akik matematikából is gyengébbek voltak a zene logikáját sem tudták megérteni. Ekkor már nagyon elkezdett érdekelni, hogy vajon tényleg van-e összefüggés a két tudomány között. A fejemben cikázó gondolataimat Lantos Mihály *Villámolvasás a gyakorlatban* című könyvében olvasott mondat erősítette meg. Könyvéből megtudtam, hogy Leonhard Euler svájci matematikus a zenét nem másnak tartja, mint hangzó matematikának. Ezután a mondat után, elkezdtem kutatni a témával kapcsolatosan, majd a munkánk témája is ez lett. A munka célja a matematika és zenei nevelés kapcsolatának kutatása az iskolaérettség határán.

A munka első részében a matematika és a zene kapcsolatával foglalkozunk. Feltárjuk a történelem nagy matematikusainak kapcsolatát a zene tudományával, valamint bemutatjuk, miként vélekednek a híres zenészek a matematika tudományáról. A két tudomány kapcsolatát elméleti és gyakorlati példák segítségével is szemléltetjük.

A második részben az óvodai matematika és zenei nevelés fontosságával foglalkozunk. Tanulmányozzuk, majd összehasonlítjuk a két terület főbb céljait és feladatait. A második rész játékos zenés matematikai feladatokat, játékokat is tartalmaz, amik egyidejűleg fejlesztik a matematikai, illetve a zenei készségeket.

A munka harmadik részében a két tudomány gyakorlatban megvalósult kapcsolatát tanulmányozzuk a kutatás során szerzett információk feldolgozása alapján. Kutatás során alkalmazott módszerek közé tartozik az egyéni felmérés, ami az iskolába lépő gyermekek matematikai és zenei tudását méri fel, egy szülőknek szánt kérdőív, tanórák, illetve néptáncórák megfigyelése, valamint interjú a pedagógusokkal.

1 A KÉT TUDOMÁNY KAPCSOLATA

Az első fejezet három részből áll, melyben a matematika és a zene kapcsolatával foglalkozunk. Az első részben a zene és a matematika az emberi élettel, léttel való kapcsolatát boncolgatjuk. A második részben a történelem nagy matematikusainak kapcsolatát tárjuk fel a zene tudományával, valamint bemutatjuk, miként vélekednek a híres zenészek a matematika tudományáról. A harmadik rész a két tudomány kapcsolatát szemlélteti elméleti, gyakorlati példák segítségével.

1. 1 Az élet zenéje és matematikája

A matematika és a zene körülöttünk van, életünk része közvetlen vagy közvetett módon. A zene ott van minden rezdülésben, minden mozgásban, minden pillanatban. Zene fülünknek, mikor ősszel a természet dallamát hallgatjuk, vagy mikor egy idegen nyelven szólal meg valaki, de zenét hallunk akkor is, amikor nem messze házunktól egy vonat süvít el. Egyenletes, erőteljes lüktetéssel zavarja meg az ember nyugalma. Az életünket hangok veszik körül, és a hangok elrendezésével hozzuk létre a zenét. A hangok lehetnek magasak, mélyek, hosszúak és rövidek, melyek kombinálásával zenék végtelen sorát hozhatjuk létre. A különböző hangok elrendezésével dallam, harmónia, ritmus születik (Vonderman, 2016a).

Zene nem csak körülöttünk van, de ott van minden emberben is. A zene olyan emberformáló erő, amely kihat az egész életünkre, személyiségünkre, ami közvetlenül váltja ki az érzelmeinket (Forrai, 2017). Aranyosi Ervin *Az élet dallama* című versében csodálatosan megfogalmazza mit is jelent az élet zenéje. *“Hunyd le szemed és hallgasd a zenét! Figyeld az érzést, mely lágyan jön feléd! Érezd a ritmust, mely magával ragad, álomba ringat, vagy táncba hívogat...”* (Aranyosi, 2012). A vers első négy sora leírja, hogy ha engedjük, hogy a zene, az élet zenéje átjárja a testünket, akkor az képes megnyugtatni, álomba ringatni, de megmozgatni, felvidítani és táncba hívogatni is. A zene végig kíséri az életünk során és ha hagyjuk megérinti lesz és támogató, mert a zene maga az érzés, ami az emberből, az életből fakad. *“Az életed, pont ilyen lüktetés, tengermély álom, mennyei ébredés. Nem is kell várnod, hogyan lesz tovább, elég, ha érzed az élet dallamát...”* (Aranyosi, 2012). Az ember mindig mindent megszeretne érteni, mindent tudni szeretne, de a zenét nem tudni, hanem érezni kell.

A zenét nem a tudás irányítja, hanem az érzelmek, ellenben a matematika, maga a tudomány, számok sokasága, logikai rendszerek, törvényszerűségek, szabályzatok melyek körül veszik mindennapjainkat. Számokkal nap mint nap találkozunk. Pénzünket számoljuk, telefonszámokat pötyögünk, nézzük az órát, számoljuk a percek, hogy mikor is telik már le a munkaidő. Ezek a számok szimbólumok, amik eredetileg mennyiséget fejeztek ki, évszázadok során viszont olyan módszereket fedeztek fel, melyek segítségével a számok használata és értelmezése révén információkhoz juthatunk (Vonderman, 2016b). Megtudhatjuk, mennyi pénz van a pénztárcánkban, a hívó azonosító számából megtudhatjuk milyen országból hívnak, de az időt, az idő múlását is számokkal jelöljük, amik információval szolgálnak számunkra. Informálnak minket, hogy melyik évben is vagyunk, melyik hónapot írjuk, illetve milyen nap is van. Egy átlagos év 12 hónapból, 48 hétből, 365 napból, 21 900 órából, 1 314 000 percből és 78 840 000 másodpercből áll. Számok végtelen sora kíséri az emberiséget. Bár maga a lét végtelen egy emberi élet, mégis véges. Matematika az ember élete is, hisz az élet egy véges halmaz. A halmaz nem más, mint bizonyos dolgok, tárgyak, fogalmak, személyek együttes összessége, ami lehet véges, de végtelen is (Reiman, 2011). Az életünk egy véges halmaz, amit jelölünk E -vel. Az E halmaz tartalmaz mindent, amit életünk során átélünk. Emlékeket, sérelmeket, küzdelmeket, érzelmeket, tudást, győzelmeket, kudarccokat, embereket, vágyakat. A halmaz elemeinek számát jelöljük x -el, ugyanis nem tudhatjuk, hogy hány elemből áll, csak azt tudjuk, hogy véges. Életünk tehát, egy véges halmaz, vagy éppenséggel egy AB szakasz.

A matematika egyik ága, a síkgeometria alapfogalmai közé tartozik az úgynevezett szakasz. Egy egyenes két pontja közötti részt szakasznak nevezzük. A szakaszhoz tartozik két pont - a szakasz végpontjai -, és az ezek közötti pontok. A szakaszok végpontját nagy betűkkel jelöljük, és a két pont közötti távolságot a szakasz hosszúságának nevezzük (Reiman, 2011). Az élet is csupán egy szakasz, aminek van két pontja, a születés és az elmúlás. A két pont között pedig pontok találhatóak, az élet pontjai, amiket egy ember átél. Az életünk szakaszának hosszát életünk időtartama jelöli. $AB = ?$ Ezt az eredményt egy matematikus sem tudja pontosan megmondani. Következtetni lehet, genetika, átlagéletkor és különböző tényezők alapján, de még ha az eredmény pontos is lenne, az is csak a véletlen műve. Ugyanis ennek a szakasznak a hosszát, csak akkor tudjuk megállapítani, amikor B pontba értünk.

A matematika, a zene ott van mindenhol, de az összes többi tudomány is részese életünknek. Hisz magát az életet is tudományos tényezők sokaságával lehet megmagyarázni, legyen szó orvostudományról, filozófiáról, természettudományról, technológiáról,

bölcsészetről, pszichológiáról, irodalomról, művészetről, zenéről és matematikáról, mind életünk létfontosságú alkotóeleme. Mivel minden tudomány kapcsolatban áll az élettel, ezért a tudományok egymással is kapcsolatban állnak közvetlen, vagy közvetett módon. Így a zene és a matematika, mint az élet tudományos tényezői kapcsolatban állnak egymással, de más tudományokkal is.

1. 2 Zenész matematikusok, matematikus zenészek

A zene és a matematika kapcsolatának feltárása nem e századi. A múlt számos nagy koponyája foglalkozott a két tudomány kapcsolatával. Akár tudatosan, akár nem, sok matematikus életében ott volt a zene. Vajon véletlen lenne, hogy a matematikusok többsége értett a zenéhez és a zeneszerzéshez?! A zene és a matematika olyan nevekhez kapcsolható, akik olyan felfedezéseket, kutatásokat, tudományos tényeket tártak elénk, amik miatt évszázadok óta emlegetve vannak, és még évszázadokig emlegetve lesznek. Ezek közé a halhatatlan tudósok, matematikusok közé tartozik az ókori görög matematikus, **Pitagorasz** - ki nevéhez fűződik az egyik legismertebb geometriai tétel, ami a derékszögű háromszögek oldalai közötti összefüggést írja le (Vorderman, 2016b) -, vagy **Marin Mersenne**, francia matematikus, kinek nevéhez a Mersenne prím számelmélet fűződik (Strick, 2013).

Meg kell említeni **Leonhard Euler**, svájci matematikus nevét is, aki a matematika szinte valamennyi ágában maradandót alkotott és valószínű, hogy a népszerű sudoku játék eredeti ötlete is tőle származik (Smith, 2005). Munkásságai közé tartozik az Euler egyenes, az Euler-féle poliédertétel és a gráf elmélet alapjai is (Boyer, 2021). Az Euler egyenes egy olyan egyenes, amin egy nem szabályos háromszög magasságpontja, súlypontja, és a háromszög köré írt kör középpontja helyezkedik el, úgy, hogy a súlypont harmadolja a másik két pont távolságát (Joyce, 1996). Az Euler-féle poliédertétel megadja az egyszerű poliéder éleinek, csúcsainak és lapjainak a száma közötti összefüggést (Reiman, 2011). A gráf elmélet mellett sem szabad megemlítés nélkül elmenni, ugyanis egy nagyon érdekes véletlen alapján született meg. A mai Oroszország, régen Poroszország területéhez tartozó Königsberg városa (jelenleg Kalinyingrád) a Pregel nevű folyó két partján terül el, ami 4 részre osztja a területet. A részeket 7 darab híd köti össze, amivel olyan útvonalat akartak létrehozni, hogy ha valaki elhagyja az otthonát, és minden hídon csak egyszer sétál át, újra hazatér. Euler ezt az elméletet cáfolta meg, és bebizonyította, hogy nem lehetséges ilyen útvonal. A königsbergi séta problémájával megszületett a gráfelmélet alapja (Carlson, 2020).

Az erdélyi származású **Bolyai Jánost** is meg kell említeni, aki szintén hozzájárult a tudományos matematika fejlődéséhez. **Bolyai Farkas** matematikus fia révén olyan környezetben nőtt fel, ahol a matematika és a matematikai okfejtés, a gondolkodás mindennapos volt. Bolyai János fő műve anemeuklideszi geometria megalkotása (Sebestyén Spielmann, 2016).

A halhatatlan matematikusok egyik kiemelkedő alakja a matematikusok fejedelmének tartott **Carl Friedrich Gauss**, aki már hét éves korában felfedezte a számtani sorok összegképletét. Egy iskolában töltött napon egy tanító, J.G. Büttner, azt a feladatot adta a gyerekeknek, hogy adják össze a számokat 1-től 100-ig, ám arra nem számított, hogy az óráján egy nem is akár milyen tudományos felfedezésre jut az egyik tanítványa. Gauss az összeadandókból párokat képzett, és a párok láttán rájött, hogy minden pár összege 101, amiből kikövetkeztette, hogy a tanár által adott feladat levezethető egy egyszerű szorzással, 50×101 . Ezzel a felfedezésével indult a kis hétéves Gauss tudományos élete, aki élete során több tudományos felfedezést hagyott a világra (Savitt, 2017).

A fent említett halhatatlan személyeknek számtalan tudományos felfedezést köszönhetünk, de vajon mi közülük lehet a zenéhez? **Carl Friedrich Gauss** nem fűzi különösebb kapcsolat a zenéhez, viszont nagyon nagy rajongója volt Beethovennek és Mozartnak, akit egyenesen “isten zseninek” nevezett (Varga, 2016).

A nyugati irodalomban **Pitagorasz** nevéhez kötik a hangsorok és a hangolás történetének kezdeteit (Sulzer, 2018). A tudományos karrierjét úgy kezdte, hogy a dolgok hang kibocsátásának a vibrációját tanulmányozta. Egy legenda szerint, Pitagorasz hangok iránti szenvedélyét egy séta során hallott zengő hang váltotta ki. Az érdekes hang egy kovács műhelyből jött, pontosabban az ütésekből, amit a kalapács és a fémlap között jött létre. Észrevette, hogy minél nehezebb a fémlap, amit ütött, annál kisebb volt a hang magassága. Ez az esemény megihlette, hogy további kísérleteket végezzen. Kísérletei során feszes húrokkal, vízzel töltött üvegekkel, harangokkal és csövekkel is dolgozott, majd megalkotott egy kezdetleges hangszert, a *monocordot*, ami egyetlen húrból állt, amit egy hangtáblához rögzített. A húr és a tábla közé egy kis hidat épített, aminek a segítségével a húr hossza változtatható. Pitagorasz megállapította, hogy amikor a húrt először teljes hosszában rezegni hagyta, majd hosszánál felénél megállt, olyan két hangot kapott, ami kellemes, harmonikus rokonságot mutatott egymással. A két hangot egy oktáv választotta el (Maor, 2018). Bármelyik két hang, ami között egy oktávnyi távolság van szinte azonosan cseng, de mindig az egyik hang magasabb

a másikonál, tehát az oktáv nem mást jelent, mint egy hangsor első és utolsó hangja közötti hangközt (Vonderman, 2016a).

Marin Mersenne úgy tartotta, hogy tudomány matematika nélkül nem is létezhet, mert a matematika mindennek az alapja, így a zeneelmélet alapjául is szolgál (O'Connor & Robertson, 2005). A híres matematikus nem csak zene kedvelő volt, hanem sokat foglalkozott a zene tudományos oldalával is. Zenével kapcsolatos feljegyzéseit a *Harmonie Universelle* című munkájában jelentette meg 1636-ban, melyben megtalálható az egyik első frekvenciaérték számítás (Jedrzejewski, 2006).

Leonhard Euler matematikusnak a zene volt az egyik leghatékonyabb eszköze, amit pihenésként megengedett magának. Zongorán is játszott, ahol elmélyítette zeneelméleti sémáját a kompozíciók játékában elért harmónia élvezetének pillanataiban. Az egész és fél hangok arányrendszerével mélyebben is foglalkozott. Elmélete szerint az általános kifejezés $2^n \cdot 3^m \cdot 5^p$ szinte minden kellemesen érzékelt hangot lefed (Calinger, 2015), azaz a hangok közötti arányok a 2, 3, és 5 hatványaival adhatóak meg. A zene matematikai alapjait *Tentamen novae theorie musicae* című művében foglalta össze (Jedrzejewski, 2006), és arra a következtetésre jutott, hogy „*a zene nem más, mint hangzó matematika*“ (Lantos, 2013).

Bolyai Jánosnak egészen kisgyermekkorától a zene élete részét képezi. Míg apja, Bolyai Farkas zeneelmélettel foglalkozott, neki a kapcsolata a zenével inkább gyakorlati volt (Weber-Csíky Borka, 2016). Hét éves korától hegedűn játszott. Tíz éves korában már egy prímét játszik egy kvartettben, annak ellenére, hogy kilenc évesen még alig tudta olvasni a hangjegyeket. A muzsikálás mellett már tíz évesen megpróbálkozott a zeneszerzéssel is (Dávid, 1979). Leveleiből kiderült, hogy egy híres bécsi kvartettben is zenélt, akikkel nyilvános fellépéseken is részt vett, ahol kiválóan megmutatta zenei tehetségét (Lázok, 2016).

A történelem során sok híres matematikus volt, akit foglalkoztatott a zene tudománya, a zene szépsége, ugyanakkor sok zeneszerző, zenész is akadt, akiket pedig a matematika, a számok világa érdekelt.

Wolfgang Amadeus Mozart az egyik legkiemelkedőbb zeneszerző, nemcsak a hangok rabja, de a számoké is volt. Néhány általa komponált kiemelkedő művet a *zenei kockajáték* segítségével alkotott meg. Ez a zenei játék a variációra épül. A kockajátékra épülő zeneszerzés úgy zajlott, hogy egy meglévő művet ütemekre osztottak, majd az ütemeket megszámozták. Egy dobókocka segítségével a megszámozott ütemeket, újra sorba állították, így egy teljesen új művet kaptak (Klotz, 2021).

Johann Sebastian Bach barokk kori német zeneszerző nevét is meg kell említeni, aki a rejtvénykánon időtlen nagymestere volt. A rejtvénykánon egy olyan mű, amiben valamilyen logikai szabály el van rejtve, ami útmutatásul szolgál a mű eljátszásához. Bach első rejtvénykánonának kottáján két altkulcs szerepel. Az egyik, ami az elején van rendesen van jelölve, viszont a másik a végén visszafelé néz. Ennek a rejtvénynek a megoldása, nem más volt, mint, hogy a művet egyszerre kell megszólaltatni a szokott irányba és visszafelé is (Sulzer, 2018).

A magyar származású híres zeneszerző, **Kodály Zoltán** munkássága során olyan pedagógiai módszert alkotott, amit mai napig világszerte elismernek és használnak a zenepedagógiában (Hooker, 2013). Kodály Zoltán úgy vallotta, hogy a zene mindenkié, és módszere segítségével ezt lehetővé is tette. Módszeréről azt vallotta, hogy nagyon egyszerű, amit három szóval is lehet jellemezni – ének, népdal, mozgó dó (Pethő, 2017). A Kodály módszer Eörsze László szerint négy főbb elemre épült. A magyar népdalok a pedagógiai tevékenységbe való beépítésére, a belső hallás fejlesztésének fontosságára, a zenei írás és olvasás elsajátítására, valamint a relatív szolmizálás bevezetésére (Eörsze, 1977). Kodály Zoltán olyan módszert alkotott, amit nem csak a zenepedagógiában lehet alkalmazni, de a matematika tanítását is megkönnyíti. Az amerikai San Franciscó-i Egyetem egy kutatócsoportja a Kodály módszer eszközei segítségével kezdték a matematikát oktatni. A kutatás kimenetele nagyon pozitív lett. Azok a gyerekek, akik a szolmizáláshoz hasonló jelekkel, hangokkal sajátították el a matematikát, kétszer jobban teljesítettek társaiknál (Vincze, 2012).

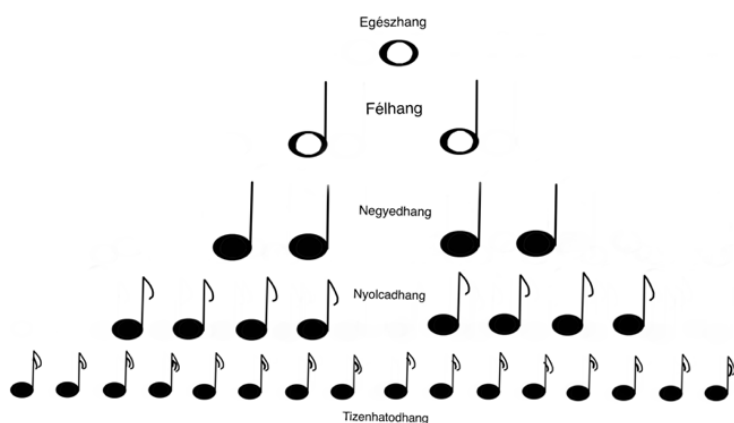
1. 3 Matematizált zene

A zene matematizált érzélem (Markó, 2016), míg a matematika az értelem zenéje (Sylvester, 1814-1897). A matematika és a zene bár két teljesen különböző terület, de szoros összefüggés van közöttük.

A zene a dallam, a ritmus és a harmónia kombinálása, a kombinatorika pedig a matematika olyan területe, amely azzal foglalkozik, hogy egy halmaz elemeiből kiválasszon, majd sorrendbe rendezzen különböző szabályok alapján (Reiman, 2011). A kombináció tehát elemek összeállítása, csoportosítása. A Z, mint zene halmaz elemeit, a dallamot, a ritmust és a harmóniát különböző sorrendbe kell rakni. Ezen elemek összeállításával, kombinálásával hozunk létre egy zenét. Amennyiben van három különböző dallamunk és egyik sem

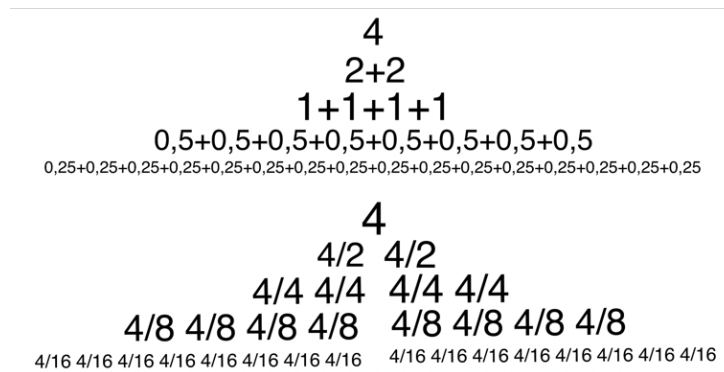
ismétlődhet, akkor a permutáció szabályai alapján hat féle képpen tudjuk összeállítani. A véletlenszerűség sosem fog zenét létrehozni (Márffy, 2016).

A hangok ritmusértékét is számokkal jelöljük, amikkel éppen ugyan úgy lehet számolni, mint a törtszámokkal (Varga, Dimény, Lopartis, 1977). A leggyakrabban előforduló hangok az egészhang, félhang, negyedhang, nyolcadhang, tizenhatodhang. Ezek a hangok a matematikai arányokon alapuló szabályosan osztódó formát hoznak létre (Weber – Csíky, 2016) (lásd 1. ábra).



1. Ábra: A hangok matematikai arányokon alapuló szabályosan osztódó formája, saját szerkesztés Weber -Csíky alapján

A piramis tetején az egészhang található, amit egy üres kottafejjel jelölnek. Értéke 4. Az alatta található a félhang, jele üres kottafej vonallal. A félhang értéke 2, ami az egészhang fele. A félhang alatt található negyedhang értéke 1, ami az egészhang értékének a negyede. A félhangot már kitöltött kottafejjel jelöljük. A negyedhang alatt található a nyolcadhang, értéke 0,5, pontosan a negyedhang fele. A piramis alján a tizenhatodhang található. Ennek a rövid hangnak az értéke fele annyi, mint a nyolcadhangé. Egy egészhangot két félhanggal, négy negyedhanggal, nyolc nyolcadhanggal és tizenhat tizenhatodhanggal tudunk jelölni. A következő ábra két számpiramist ábrázol, ahol a hangok értékeinek arányosságát lehet megfigyelni.



2. Ábra: A hangok számpiramisa, saját szerkesztés

A kotta egy jelrendszer, amivel egy zenei darab vizuálisan megjeleníthető (Vonderman, 2016a). A kotta párhuzamos, vízszintes vonalakból áll, amik a különböző hangok magasságát mutatják meg. Kottairáskor a hangmagasságot függőlegesen, az időt pedig vízszintesen ábrázoljuk (Vonderman, 2016a) (lásd 3. ábra). A kottán láthatjuk az ütemmutatót, ami egy törtszámmra hasonlít, de valójában nem az. Az ütemmutató jelzi a metrumot, elárulja minden egyes ütem ütéseinek a számát, és az egyes ütések értékét is. Az ütemmutató két számból áll. A felső szám mutatja, hogy hány ütés van az egyes ütemben. Az alsó számjegy határozza meg, hogy milyen értékű lesz az ütés. Az ütés minden egyes zenemű háttérében ott van, függetlenül attól, hogy halljuk-e vagy sem. Az ütem egy egyenletes lüktetés, amit a zene szívdobbanásának is mondhatunk. A metrum megadja a zene, a lüktetés hangsúlyát. Metrumról beszélünk, amikor a hangsúlyok szabályosan lüktetve követik egymást úgy, hogy egyes ütések erősebbek másoknál (Vonderman, 2016a).



3. Ábra: Gyermekdal kotta (Orsovcics, 2018)

A *Zsipp, zsupp* népi gyermekdal egy 2/4 ütemű dal, ezt az ütemmutató mutatja a bal sarokban a G-kulcs mellett. Ebben a dalban, minden egyes ütemben két ütés van, ezt jelzi az

ütemmutatóban a felső kettes. A dal metrumát, lüktetését érezzük, ha minden első ütést hangsúlyozunk. 1 2 1 2 1 2 1 2 – egy-két, egy- két, zsipp-zsupp, ken-der-zsup. Ahogy a számokat, majd a dal szövegét elmondjuk, érezhetjük a dal szívverését, lüktetését. Ha jobban megvizsgáljuk a kottát, egy grafikont tudunk benne felfedezni (lásd 4. ábra).



4. Ábra: Kotta grafikon, saját szerkesztés

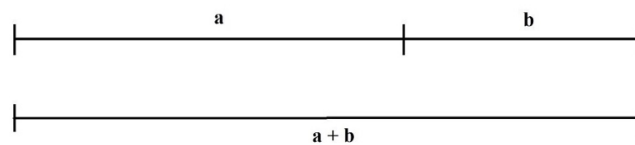
A vízszintes vonal az x tengely, ami az időt jelzi. Mutatja, hogy mikor kell az adott ütemet ütni. A függőleges vonal pedig az y tengely, ami a hangok frekvenciáját mutatja (Sulzer, 2018). A képen látható 528 Hz a c2 hangnak, míg a 440 Hz az a1 hangnak a frekvenciáját jelöli. A két hang időbeli értékét, nem másodpercben mérjük, hanem mindig más hangok értékéhez viszonyítjuk. Egy nyolcad mindig pontosan fele olyan hosszú, mint egy negyed, és egy fél mindig pontosan kétszer olyan hosszú, mint egy negyed (Vonderman, 2016a).

A matematika és a zenei nevelés kapcsolatát tekintve, fontos megemlíteni a további zeneelméleti ismereteket is. Ilyen zenei fogalom a kvintkör, ami arra szolgál, hogy megmutassa a dúr és a moll hangnemek közötti rokonságot, valamint segítséget nyújtson a különböző hangnemek előjegyzéseinek megjegyzéséhez (Vonderman, 2016a). A kvintkör megértéséhez szükséges a matematikai logikus gondolkodás, ugyanis az egy összetett logikai rendszeren alapszik. Fontos még megemlíteni a hangok közötti távolságot, ami a hangköz (Vonderman, 2016a). A hangközök elnevezése szintén a két tudomány kapcsolatát erősíti, ugyanis elnevezésük a latin sorszámnevekből ered, mint például prím, szekund, terc, kvart, kvint, szext, szeptimum, oktáv (Balogh, 2021). A zeneelmélet ismeretei közül sok más fogalom is összekapcsolható a matematikával, mint például a skálák, akkordok, vagy akár a kottaolvasás is.

A két tudomány, nem csak tudományként, de nyelvként is értelmezhető, így ez is egy olyan pont a zene és a matematika között, ami hasonlóságukat, kapcsolatukat bizonyítja. A zene

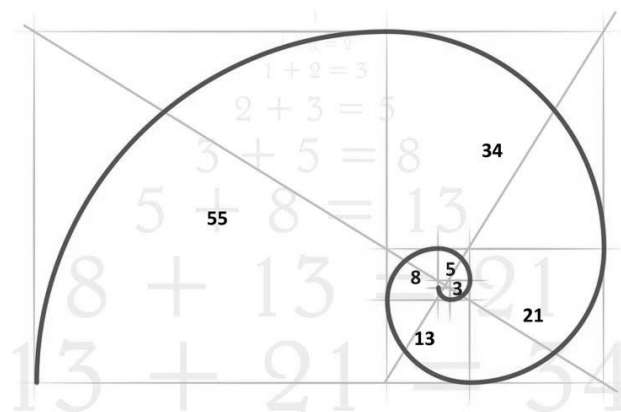
és a matematika egy univerzális nyelv, amit mindenki megért. Hovatartozásunktól függetlenül értjük a zene és a matematika nyelvét. A zene minden kultúrában jelen van, és egy tudományos tanulmány bebizonyította, hogy világszerte ugyanazokat a mintákat találhatjuk meg a hasonló típusú zenékben. A tanulmányt végző kutatók 315 kultúrából származó zenét hasonlítottak, és tanulmányoztak, majd megállapították, hogy a dalok alapstruktúrái és a dallamok elemei hasonlítanak egymáshoz, így a zene valóban, bebizonyítottan egy univerzális nyelv (Origo, 2019). A matematika nem csak egy univerzális nyelv, hanem a tudomány nyelve is. Galileo Galilei, az olasz csillagász és fizikus szerint, a matematika olyan nyelv, amin Isten megírta az univerzumot. A matematika egyetemes nyelv, amit a világ minden országában megértenek. A nyelvtana, a szintaxisa, szókincse nemzetközi, így nem számít, melyik országból származik, vagy milyen nyelven beszél, a matematikai nyelv szerkezete ugyanaz, így a matematika nem ismer kommunikációs akadályokat (Greenlane, 2019).

Egy zenemű formáját tekintve meg kell említenünk egy alapvető arányrendszert, az aranymetszést.



5. Ábra: Aranymetszés (Burghardt, 2017)

Aranymetszés akkor jön létre, ha az egész, ami egy kisebb és egy nagyobb rész összege, úgy aránylik a nagyobb részhez, mint a nagyobb rész a kisebb részhez. A művészetben, építészetben fellelhető az aranymetszés, ami természetes egyensúlyt teremt szimmetria és asszimmetria között (Weber – Csíky, 2016). Az aranymetszés egy irracionális szám, melyet az ókori görögök aranymetszetnek ismertek. Az aranymetszést széles körben használt a modern tudományokban, és számos olyan tulajdonsággal rendelkezik, amelyet az emberek szívesen megismernek. Aranymetszés aránya egyenlő $\approx 1,618$ irracionális számmal, mely kapcsolatba hozható Fibonacci spiráljával (Omotehinwa, 2013).



6. Ábra: Fibonacci-spirál (Balogh, 2020)

Fibonacci spirálját úgy kapjuk meg, hogy egy téglalapot az aranymetszésnek megfelelő arányban osztjuk fel a Fibonacci számsorban előre haladva. A Fibonacci számsor az 1-es számmal kezdődik, majd a következő szám, mindig az előző és az aktuális szám összege, tehát 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55. A Fibonacci számsorozat is összefüggésbe hozható az aranymetszéssel, ugyanis, ha a számsorban a következő egymás mellett álló nagyobb számokat elosztjuk egymással megközelítőleg mindig az aranymetszés értékét, azaz 1,618 számot kapjuk (Omotehinwa, 2013).

A vonós hangszerek alakjában is fellelhető ez az arányosság (Van Gend, 2014). Ha egy hegedűt megvizsgálunk, láthatjuk, hogy a hegedű csigája is egy természeti formát utánoz, ami Fibonacci spiráljához hasonlít. A hangszer felosztásán kívül a népzeneben is fellelhetjük ezt az arányosságot. Magyar zeneművészet kiemelkedő alakjai is alkalmazták az aranymetszés kínálta lehetőségeket. Bartók Béla és Kodály Zoltán műveiben is fellelhető az aránypár szerinti szerkezeti felosztás. A népzeneből jól ismert pentatónia az aranymetszés legelemibb zenei megnyilvánulása (Smodics, 2013), ami egy öt hangból építkező hangrendszer.

A zene és a matematika között sok a párhuzam: mindkettő a szerkezettel, a szimmetriával és a mintázattal foglalkozik, de a zene mindenki számára hozzáférhető, míg a matematika nagyobb akadályokat jelent. A zene egy nagy sebességű érzelmi autópályán hatol be a lélekbe, a matematikának pedig racionálisan lépcsőről lépcsőre kell haladnia. A zene azonnali vonzerőt jelent; a matematika időt igényel (Lynch, 2018).

2 MATEMATIKA ÉS ZENEI NEVELÉS A GYERMEK ÉLETÉBEN

A második rész két fejezetből áll. Az első fejezetben az óvodai matematika és zenei nevelés fontosságával foglalkozunk. Tanulmányozzuk, majd összehasonlítjuk a két terület főbb céljait és feladatait. A második fejezet saját készítésű, játékos zenés matematikai feladatokat, játékokat tartalmaz, amik egyidejűleg fejlesztik a matematikai illetve a zenei készségeket.

2.1 A matematika és a zenei nevelés fontossága az óvodában

Az óvoda nagyon fontos szerepet játszik egy gyermek életében. Célja, hogy a gyermek életkorának megfelelő érettséggel lépjen az iskolába (Forrai, 2017). Az óvodai tevékenységek során fontos szerepet játszik a matematikai ismeretek átadása és a zenei nevelés is.

A **matematika** az óvodai állami oktatási programja alapján a matematika és információkezelés művelődési terület részét képezi. Célja olyan kompetenciák elsajátítása, ami a felsőbb műveltségi szinten való érvényesülés elengedhetetlen részét képezi. A matematika és információkezelésre épült tananyag biztosítja a gyermek térbeli tájékozódását, geometriai alakzatok, méréssel kapcsolatos fogalmak és az egyszerű számolási műveletek megismerését. Fejleszti a logikai és algoritmikus gondolkodást, valamint megalapozza a gyermeknél a számfogalmat is (Az óvodai nevelés állami oktatási programja, 2019). Az óvodai matematikai tevékenységek feladata megmutatni a gyerekeknek a matematika szórakoztató részét is. Fontos felébreszteni a gyerekekben a matematikai műveletek iránti érdeklődést, valamint az aktív megismerés iránti vágyat. A matematikai fogalmak elsajátítása mellett fontos célja olyan helyzetek kialakítása, ahol a gyermekeknek lehetősége nyílik matematikai problémák megoldására, ami a logikus gondolkodást fejleszti (Pupíková, 2014). Az óvodai matematika feladatai közé tartozik még a matematikai tapasztalatszerzés bebiztosítása, ami segít a gyermek iskolai tanulásra való felkészülésében (Perlai, 2016).

A matematika komplex módon fejleszti a gyermeket. Hatással van az értelemre, a gondolkodásra. Fontos szerepet tölt be a személyiség kialakulásában, fejlődésében is. Fejleszti a találékonyságot, problémamegoldó képességet és az akaratot is.

A matematikai nevelés - oktatás egyik legfontosabb célkitűzése a **gondolkodás** fejlesztése (Kissné Zsámboki, 2020). A gondolkodás mindennek az alapja. A későbbi tanulási képességek kialakulásában is fontos szerepet játszik. Hatással van az elemi rendszerző, illetve

az elemi kombinatív képességre is, ami a számfogalom kialakulásával is összefüggésben van. A rendszerező képesség magába foglalja a felismerést, szelektálást, szortírozást, sorképzést. A kombinatív képesség pedig a variálást, kombinálást, permutálást (Józsa, Zentai & Hajdúné Holló, 2017). A gondolkodás fejlesztése a matematikai nevelés keretén belül a tapasztalatszerzésre, a külső világ megismerésére, ismeretszerzésre, problémamegoldásra és a játékokra épül. A gondolkodás és külső környezet megismerése fontos szerepet játszik az **értelem** fejlődésében is (Szeverényi & Istvánffy, 2009). A matematikai nevelés tapasztalatszerzésre épülő tevékenységei segítik a gyermek problémákhoz való viszonyulását, illetve a problémák megoldására szükséges gondolkodást is elősegíti (Kissné Zsámboki, 2020). A **problémamegoldó képesség** fejlesztésének megvalósítása az óvodában különböző helyzetek, játékok keretén belül valósul meg. Egy váratlan helyzet, probléma megoldásához a gondolkodás mellett szükség van az **akaratra**, motivációra, valamint a kreatív gondolkodásra, **találékonyságra** is. A gondolkodás minden tulajdonság, képesség, készség központját képezi. Mivel a matematikai nevelés a gondolkodás fejlesztésére összpontosul, általa más képességek, tulajdonságok is fejlesztve, formálva vannak. A különböző problémák megoldása, tapasztalatok szerzése hatással vannak a gyermek **személyiségére** is.

A **zenei nevelés** az óvodai állami oktatási programja alapján a művészet és kultúra művelődési terület részét képezi. Biztosítja a gyermek zenei készségeinek, szokásainak és képességeinek a fejlesztését. A zenei nevelés olyan komplex tevékenységek összessége, amely megalapozza a későbbi zeneértést, fejleszti az egyént zenei és érzelmi területen egyaránt (Az óvodai nevelés állami oktatási programja, 2019). A zenei nevelés feladata közé tartozik a zenei művészet megszerettetése, a gyermek zenéhez való viszonyának megalapozása. Célja, hogy a gyermek olyan élményben részesüljön a zenei nevelés keretén belül, hogy az hatással legyen rá. Fontos a zenei nevelés szempontjából, hogy a gyermek a későbbiekben szeressen zenét hallgatni, énekelni, dudorászni. A zenei nevelés az érzelmi fejlődés mellett fejleszti a ritmusérzéklet, a harmonikus mozgást, az éneklési készséget, valamint a hallás fejlődését is. A zenei nevelést nem az óvodában kell elkezdni, hanem ez a gyermek születése óta a szülőnek, a bölcsődének a feladata (Forrai, 2017). A zene nemcsak a lélekre, de a testre is hat. Az értelem mellett fejleszti az anyanyelvet is (Szarka & Gösi, 2016), ezért fontos, hogy a zenei nevelés a saját néphagyományából, saját anyanyelvéből induljon ki (Forrai, 2017).

A zenei nevelés komplex módon fejleszti a gyermeket. Hatással van az érzelmek kiváltására, az értelemre, a gondolkodásra. Fejleszti az emlékezetet, a képzeletet. Megteremti a

zenei alkotókedvet. Személyiségre, szociális kapcsolatokra is nagy hatást gyakorol. Fejleszti az akaratot, anyanyelvet, valamint testi fejlődést is biztosít (Forrai, 2017).

A zenei nevelés legszorosabb kapcsolatban az **irodalommal és az anyanyelvi neveléssel** áll (Forrai, 2017). A zenei nevelés keretén belül a mondókák, dalok, énekek egyenletes lüktetése segít a beszédhibák kiküszöbölésében, és ez mellett a szóbeli kifejező készséget, a nyelv megértését is fejleszti, valamint a gyermek szókincse bővülésében is segítséget nyújt (Szarka, 2007). A zenei nevelés a **testi fejlesztésben**, ezáltal az **egészséges életmód** kialakításában is segítséget nyújt. Fejleszti az egyensúlyérzéklet, a koordinált mozgást, valamint az énekléstől a légzőkapacitása is megnövekszik (Forrai, 2017). A zenés tevékenységekben alkalmazott mozdulatok, mint a járás, tapsolás, futás, guggolás, forgás, ugrás fizikai és szellemi aktivizálást igényel. Az egyensúlyérzéklet fejlesztése 6-7 éves korban befejeződik, ezért nagyon fontos, hogy kellő figyelmet fektessünk ennek az érzéknek a fejlesztésére. Zenei fejlesztés során a finommotorika, illetve a szem-kéz megfelelő koordináltsága is fejlesztve van, ami nagyon fontos szerepet játszik az írástanulás folyamatában (Szarka, 2007). Az irányított mozgás fejlesztésében is nagy segítséggel szolgál a zenei nevelés, valamint a Parkinson-kórral kezelték számára is gyógyító erővel bír (Margulis, 2018). A zenei nevelés keretein belül megvalósult játékok, körjátékok, éneklések a **társas kapcsolatokra, szocializációra** is hatással van. A közös éneklés, játszás jókedvet, jó légkört teremt, ami a barátkozást is megkönnyíti. Ezzel párhuzamosan fejleszti még a szabálytudatot, valamint az alkalmazkodó képességet is (Szarka, 2007). A zenei nevelés keretén belül elengedhetetlen a mondókák, dalok megtanulása, ami fejleszti a **gondolkodást** és az **emlékezetet** is (Szarka, 2007). A fejlődés intenzitása függ a megtanult mondókák, dalok, mennyiségétől (Forrai, 2017). A zene **érzelmeket** vált ki és fejleszti a gyermek érzékenységet, fogékonyságát. Segítséget nyújt az érzelmek kifejezésében is, valamint a gyermek érzelemvilágát is gazdagabbá, színesebbé teszi (Forrai, 2017). Érzelmeket kiváltani képes a zene által előhívott vizuális képek is. A zene **képzeletünk** fejlesztésében is fontos szerepet játszik, ugyanis zenét hallgatva vizuális képek és képzeletbeli történetek bukkannak fel (Margulis, 2018). A zene mivel hatással van a képzeletre, fantáziára gyakran **alkotásra buzdítja** a gyerekeket, ami segít önmaguk megvalósításában, kifejezésében (Forrai, 2017). A zenei nevelés segít a **személyiség** kialakulásában, akarat erősítésében, valamint szerepet játszik az **esztétikai** nevelés, azaz a szépérzék fejlesztésében is (Forrai, 2017).

A matematikai és a zenei nevelés bár teljesen más művelődési területhez tartozik, mégis van pár közös céljuk. A matematikai nevelés legfőbb célja a gondolkodás fejlesztése, és ez a

zenei nevelés keretén belül is megvalósul. A zenei nevelés segít a személyiség kialakulásában, ahogyan a matematikai nevelés is hatással van rá. Mindkét terület hatással van a gyermek értelmére és az akaratára is. A matematikai és a zenei nevelés az óvodai tevékenységek nélkülözhetetlen részét képezik. A két terület fejlesztése az óvodai tevékenység bármelyik részébe beépíthető, így a két terület fejlesztése egymás összevonásával, egymás kiegészítésével is megvalósulhat.

2.2 Zenés matematikai feladatok

Ebben a fejezetben olyan saját zenés matematikai játékokat mutatunk be, melyek a matematikai és zenei nevelés keretén belüli elsajátítandó készségeket együttesen, egy tevékenység keretén belül fejlesztik. A fejezetben megtalálhatóak a játékok leírása, valamint módszertani javaslatok a játékok megvalósításához, illetve beszámolunk a játékok gyakorlatban való megvalósításán szerzett tapasztalatokról, javaslatokról is.

Az **Ismerkedjünk a hangszerekkel** játék célja, hogy a gyermekek megismerkedjenek a hangszerekkel, azok hangjával, valamint hogy a hallásuk, koncentrációjuk, finommotorikai képességük, logikájuk fejlesztve legyen. A játék két feladatlapon alapszik, aminek a nyomtatható verziója az A mellékletben megtalálható. A feladatlap kitöltéséhez szükség van ollóra, ceruzára, ragasztóra, illetve egy zenelejátszóra. A feladatok instrukciói, illetve a szükséges eszközök kis négyzetekben vannak feltüntetve a feladat elején.

Az első feladatlap egy feladatot tartalmaz aminek célja, hogy a gyermek a szabálynak megfelelően folytassa a tárgyak logikai sorát. A feladatlap alján a szaggatott vonalú négyzetekben található ábrákat ki kell nyírni, majd a helyes négyzetbe kell ragasztani. A második feladatlap két feladatot tartalmaz. Ezek a feladatok a hallás, a figyelem fejlesztésére irányulnak. Az első és a második feladathoz ceruzára és zenelejátszóra van szükség. Az első feladat a következő. A gyerekeknek fel kell ismerniük, majd be kell karikázniuk azokat a hangszereket, amiket külön külön meghallanak. A feladat végén meg kell találni a kakukktojást, azaz azt a hangszert, amit nem hallottak, nincs bekarikázva. A második feladatban a gyerekek ismét hangszereket fognak hallani. El kell döntenükhöz, majd a lent található ábrához kötniük, hogyan szólalt meg az adott hangszer (halkan, hangosan, lassan, gyorsan). Ebben az esetben a hangszerek sorban fognak megszólalni.

Az **Ismerkedjünk a hangszerekkel** című játék gyakorlatban való megvalósításában egy óvoda nagycsoportos gyermekei vettek részt. A gyermekek asztalokhoz ültek, majd

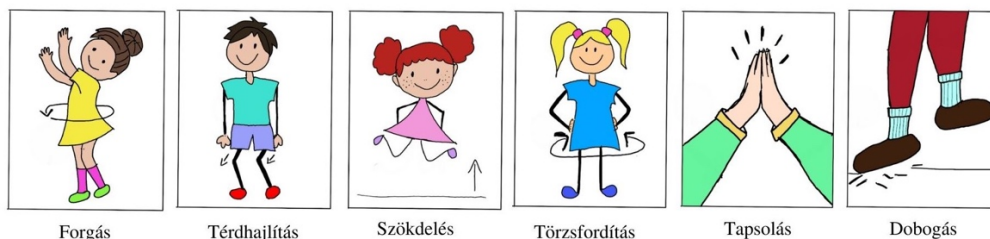
meghallgatták a frontálisan közölt instrukciókat, ami az eszközök biztonságos használatáról, a feladatlapok bemutatásáról szólt. A gyermekek végig érdeklődve figyelték az utasításokat. Az első lap kiosztása után a gyermekek feladata először a szaggatott négyzetben levő hangszerek kivágása volt, majd ezt követően lett csak a feladat ismertetve. Ez a sorrend azért volt fontos, mert megfigyelhettük melyek azok a gyerekek akik utasítás nélkül, logikusan ki tudják következtetni mi lesz a feladat. Sok gyermek segítség nélkül, magától rájött a feladatra, és önállóan teljesítették azt. A segítségre szoruló gyermekek segítve voltak. Az első feladatlap elvégzése után jöhetett a második feladatlap, ami a halláson alapszik. A zeneanyagot minden pedagógus saját maga állíthatja össze, változtathatja, így ezt a feladatlapot több alkalommal is meg lehet oldani. A második feladatlap kiosztása után, a gyermekekkel megbeszéltük milyen hangszereket látnak, majd egyesével meg is hallgattuk őket (a tesztelés hanganyagját). Ez után ismertettük az első feladatot, ahol a kakukktojást kellett megtalálni. A gyerekek önállóan dolgoztak. Ezt a feladatot egymás után többször is el lehet játszani úgy, hogy mindig cserélgetjük a ceruzák színét, illetve a kakukktojást. A feladatlap második feladatához ugyanazt a hanganyagot használtuk. Ezt a feladatot közösen csináltuk meg, ugyanis egyes hanganyagok több csoportba is tartozhattak, így a gyerekek egyéni válaszokat adhattak. Nem volt rossz és jó válasz, amit a gyerekeknek is elmagyaráztunk. Az Ismerkedjünk a hangszerekkel című játék a gyakorlatban is megállta a helyét, a gyermekek élvezték, valamint a kitűzött célokat is teljesíteni tudtuk.

A következő egy dominó játék átdolgozott verziója, ami a **Dódominó** nevet kapta. A játék olyan dominókártyákat tartalmaz, amely nagyobb méretű az eredetinel, valamint csak az egyik felén találhatóak a mennyiséget jelző pöttyök A dominó másik felén illusztrációk találhatóak. A dominókártyák kinyomtatható verziója megtalálható a B mellékletben.

A játékot több féle képpen lehet játszani, valamint a játékokhoz kizárólag a dominók szükségesek. Az egyik játék a hagyományos dominó. A gyerekeknél levő dominókártyát úgy kell egymáshoz illeszteniük, hogy az ábra, vagy a pötty mennyisége egyezzen a másik dominókártya ábrájával, pöttyével. A játék másik verziója szintén a dominó szabályait követi, viszont ebben az esetben a játék a következőképpen zajlik. Minden gyermek kap egy dominókártyát, amit a nyakukba akasztanak, majd az óvopedagógus kiválaszt egy valakit, aki lesz a kezdő dominó. A gyermeknek fel kell állnia a teremben, majd el kell végeznie a dominón levő utasítást. A dominókártyán levő ábra mutatja, hogy milyen mozgást kell végezni, a pötty pedig a mennyiséget. Tehát ha egy pötty és egy tapsot imitáló ábra van a kártyán, akkor a

gyermeknek egyet kell tapsolnia. A dominósort a gyerekeknek folytatniuk kell. A kezdő gyermek két oldalára fel kell állnia annak a két gyereknek, akinek ugyanaz az ábra, vagy ugyanannyi pötty van a dominókártyáján. A dominón levő utasítást nekik is be kell mutatniuk. A dominókártyák úgy vannak kialakítva, hogy minden kártyához csak kettő dominó tudjon illeszkedni. Amikor már minden dominót összeillesztettek, a gyerekeknek egymást követve a dominón levő mozdulatot mint egy lánc kell elvégezniük. Ez a **hangdominó**. A hangdominó játékot a dominókártyák nélkül is lehet játszani úgy, hogy a gyerekek maguk döntenek el, hogy mi kerüljön a képzeletbeli dominójuk egyik, illetve másik felére, majd ezt az utasítást végzik el. A soron következőnek illeszkednie kell az előzőhöz.

A dominókártyákkal sokféle játékot jelet játszani, például kitalálást. Minden gyermek kap egy kártyát, de nem szabad másnak megmutatniuk. Megfordítva kell a nyakukba akasztaniuk, majd be kell mutatniuk a kártyán levő feladatot, a többieknek meg ki kell találniuk mi van rajta. Másik játék szintén kitalálós. A teremben a gyerekek szétállnak, a nyakukban levő dominókártya most látható mindenki számára. Az óvónő fejben kiválaszt valakit, majd elvégzi a dominóján levő utasítást. A gyerekeknek fel kell ismerniük, hogy kinek a dominóját választotta ki, majd annak le kell guggolnia. A játék addig tart, amíg minden gyermek le nem guggol. A dominókártyák használatával párkeresőt is lehet játszani, ami a következőképpen zajlik. A gyerekek zenére sétálnak a teremben, majd amikor a zene megáll párt kell találniuk. A dominókártyákon található ábrák jelentését a 7. ábra szemlélteti.



Forgás

Térdhajlítás

Szökdelés

Törzsfordítás

Tapsolás

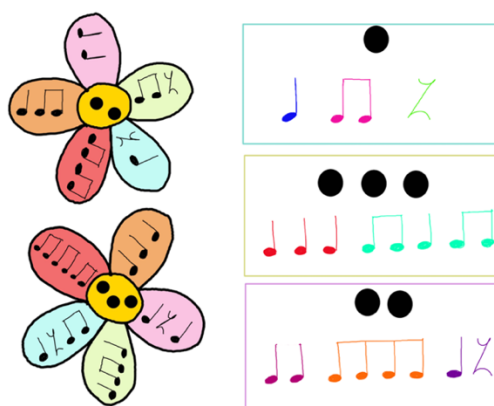
Dobogás

7. Ábra: Dominókártyák jelentése, saját szerkesztés

A Dódominó című játék gyakorlatban való megvalósításában egy óvoda nagycsoportos gyermekei vettek részt. A játék bevezetésekképpen a hagyományos dominóról beszélgettünk. Ismerik-e a gyerekek, illetve tudják-e, hogyan kell játszani azt. Ezek a gyerekek magát az eszközt ismerték, de a játék szabályaival még nem találkoztak. Ez után megmutattuk nekik a kinyomtatott dódominókat. A kártyákat érdemes belátni, hogy tartósabbak legyenek. A kártyákat egyesével megnéztük, majd a kártyákon levő utasításokat közösen megbeszéltük. A gyerekek majdnem az összes illusztrációt önállóan is felismerték. Miután az illusztrációk

jelentését megbeszéltük és bemutattuk, a dódominó kártyán lévő pöttyök jelentésére tértünk rá. Elmagyaráztuk, hogy ahány pont van az illusztráció mellett, annyszor kell ugyanazt csinálni amit a képen látható gyermek. A gyerekek nagyon élvezték az ábrákkal való ismerkedést. Ez után a kártyákkal a földön játszottunk. Minden gyermek kapott egy kártyát, egyikük letette a kezdő dominót, majd magyarázattal és szemléltetéssel megértették a játék szabályát. Miután befejeztük a játék ezen részét, újra osztottuk a kártyákat, amiket a gyermekek nyakába akasztottunk. Elmondtuk nekik, hogy most ugyanazt fogjuk játszani mint az előbb, csak most ők maguk lesznek a dominók. Kiválasztottuk a kezdő gyermeket, majd megbeszéltük milyen ábra, illetve hány pötty van a kártyáján. Megkérdeztük kinek van még ilyen ábrája, ugyan annyi pöttye a kártyáján. A jelentkező két gyermeket beállítottuk a kezdő gyermek egyik, illetve másik oldalához. Ennél a csoportnál több magyarázatra nem volt szükség, a gyerekek egymást segítve megalkották a dominósort. A hangdominó játékverzió kívül, amit az alapiskola tanulói számára ajánlunk inkább, az összes játékot kipróbáltuk a dódominókkal. A gyermekek élvezték a játékokat.

A következő játék **Mgr. Győri Angelika** pedagógus nevéhez fűződik. A játék eredeti verziója alapiskolásoknak szól. Beleegyezésével ezt a játékot átdolgoztuk, hogy az óvodában is alkalmazható legyen. A játék átdolgozott változata a **Margaritmus** nevet kapta. Célja, hogy az óvodás korú gyerekek megismerkedhessenek a ritmus értékével, megalapozzák a zenei elmélet alapjait, valamint számolással a matematikai készségeket is fejlesszék. A játék eszközei a következők. Két nagyméretű kartonpapírra, vagy keményebb papírra kinyomtatott virágok, három kosár és a feladathoz szükséges zenekártyák. A kártyákon ritmusértékek, szünetek szerepelnek. Minden egyes kártyának meg van a számbeli értéke, ami lehet egy, kettő és három. A ritmus értéke a kártya egyik sarkán szerepeljen. A játékot a következő ábra illusztrálja.



8. Ábra: Margaritmus, saját szerkesztés

Az értékek alapján a kártyákat három csoportba, három kosárba kell szétosztani. Ez már lehet a gyerekek feladata, hogy a kártyán levő értékek alapján (amit egy, kettő, vagy három pötty jelzi) csoportosítsák és tegyék a kosarakba. Miután ez elkészült a pedagógus előveszi a kettő nagy virágot. A virágok közepén pöttyel jelölt érték található. Az egyikén két pötty, a másikon három. Ezek a pöttyök jelölik, hogy a virág szirmaira, milyen értékű ritmusok kerülhetnek. A gyerekeknek a feladata az lesz, hogy az üres szirmokat betöltsék a ritmusokkal, úgy, hogy a szirmokban levő ritmusok értéke azonos legyen a virág közepén levő értékkel. A kosárból kiválasztott ritmusokat, úgy kell kombinálniuk a gyerekeknek, hogy a pöttyök mennyisége ugyanannyi legyen, mint a virág közepe.

A Margaritmus című játék gyakorlatban való megvalósításában egy óvoda nagycsoportos gyermekei vettek részt. A gyerekek nagy kíváncsisággal fogadták a két színes virágot. A virágokat letettük a földre, majd körbeültük. Motiváció képpen a gyermekekkel megbeszéltük, hogy szerintük milyen virágot látnak. Jöttek helyes válaszok, mint például szivárványvirág, és érdekes válaszok is, mint a tulipán. A kis találgatást követően elmondtuk, hogy ez egy margaréta, aminek a közepén pöttyök vannak. Megszámoltuk, hány pöttye van, majd mindenki elmondta, hogy a margaréta színes szirmai közül melyik tetszik neki a legjobban. A virággal való ismerkedés után a kártyákat mutattuk be, valamint a kártyán levő ritmusok értékét. Minden egyes ritmust közösen eltapsoltunk. Miután a kártyákkal is megismerkedtünk megkértük a gyermekeket, hogy a margarétából csináljunk margaritmust. A feladat magyarázata közben azt szemléltettük is, így a gyerekek gyorsan megértették a feladatot. Nagyobb létszámú csoport esetében érdemes kisebb csoportokra osztani a gyermekeket a játékkal való első találkozás során. Mi két csoportra osztottuk őket, amíg az egyik csoport a margaréta szirmait telerakta ritmusokkal, addig a másik csoport ellenőrizte őket. A margaritmus minden szirmán levő ritmust közösen eltapsoltunk. A gyermekek olyannyira örültek ennek a játéknak, hogy a játék befejezése után pár gyermek önállóan tovább játszott a játékkal. Az ügyesebb gyermekeknek érdemes olyan margarétát készíteni, ahol a virág közepén nagyobb érték szerepel.

3 MATEMATIKA ÉS ZENEI NEVELÉS KAPCSOLATÁNAK KUTATÁSA A GYERMEK ÉLETÉBEN

A harmadik rész három fejezetből áll. Az első fejezetben a kutatás célját és a használt módszereket mutatjuk be. A második részben a kutatásban részt vett iskolás gyermekek bemutatása, részletesebb jellemzése található. A harmadik részben a kutatás során szerzett információk feldolgozásával és értékelésével foglalkozunk.

3.1 A kutatás célja és a használt módszerek bemutatása

A munka célja a matematika és a zenei nevelés kapcsolatának kutatása az iskolaérettség határán. A kutatás folyamata több részből áll. A kutatás fő része az egyéni felmérésen alapszik, a kutatás többi része pedig egy kérdőíven, egy rövid interjún, valamint egy megfigyelésen. A kutatás ezen részei plusz információt nyújtanak, ami segít az adatok pontosabb feldolgozásában, illetve az eredmények megértésében. A kutatáson részt vettek szülők, gyerekek és pedagógusok is. A kutatás célja igazolni, vagy megcáfolni a két tudomány kapcsolatáról szóló hipotézist, valamint megállapítani, hogy az iskolába lépő gyermekek teljesítették-e az óvodai nevelés állami oktatási programja alapján kitűzött feltételeket. A kutatás eredményéből továbbá megtudhatjuk, hogy befolyásolja-e a szülő hozzáállása a gyermek kapcsolatát a két tudománnyal, illetve, hogy a szülő mennyire látja gyermeke képességét reálisan.

A kutatáshoz tartozó kérdőív a szülő írásos beleegyezését is tartalmazza, hogy a gyermek részt vehet a felmérésen. A kérdőív a C mellékletben található. A kérdőívben található kérdések mind a két szülőnek szólnak. Célja, hogy felderítsük, milyen kapcsolatban áll a szülő a zenével, illetve a matematikával, valamint információhoz juthassunk a gyermek zenével, illetve matematikával való kapcsolatáról a szülő szemszögéből. A gyerekek megfigyelése szintén a kutatás részét képezi, mely a tanítási órán és szakkörön zajlott. Célja a gyermekek ritmikus mozgásának a megfigyelése. A rövid interjú a gyerekek pedagógusával a kutatás utolsó részét alkotja. A pedagógus a saját megfigyeléseivel, tapasztalataival, objektív pontozásával segítette a kutatás előmenetelét.

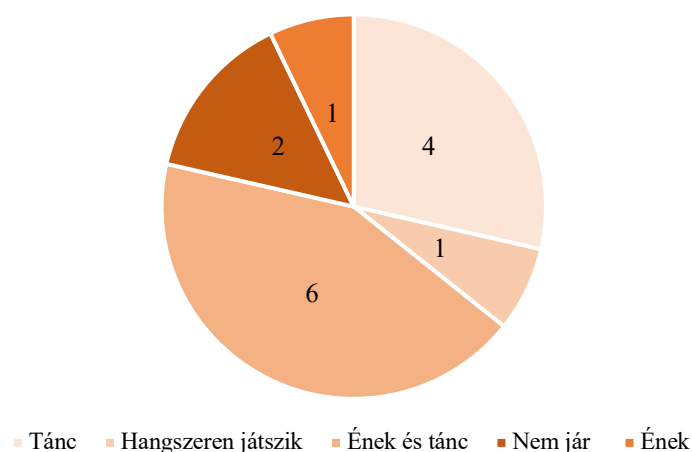
A kutatás fő és legfontosabb része az egyéni felmérés. A felmérés feladatokon alapszik, amit a gyermek egyénileg old meg. A felmérést tartalmazó egyes feladatokat a Difer teszt alapján dolgoztuk ki, ami egy diagnosztikus fejlődésvizsgáló rendszer. Nagy József, Józsa

Krisztián, Vidákovich Tibor és Fazekasné Fenyvesi Margit nevéhez fűződik (Nagy, Józsa, Vidákovich, & Fazekasné Fenyvesi, 2016). Vannak feladatok, amik megegyeznek a Difer tesztben található feladatokkal. A felmérést tartalmazó feladatok a matematikára valamint a zenei nevelésen belül a ritmusérzékre fókuszálnak. A feladatokat az D melléklet tartalmazza. A felmérés 11 feladatból áll. Az első feladatnál a gyermeknek el kell számolnia 10-ig. Annyi pontot kap a feladatra, ameddig el tudott számolni. Tíz a maximum pontszám amit elérhet, függetlenül attól, hogy meddig számolt. A második feladat a 10-es számkörben való egyesével történő számlálásra fókuszál. A gyermeknek 6 különböző képen kell megállapítania, hogy hány pöttye van a képen látható katicáknak. Minden helyes válaszáért egy pontot lehet kapni. Ennél a feladatnál maximum 6 pontot lehet elérni. A feladathoz használt katicás képek az E mellékletben megtalálhatóak. A harmadik feladat célja, hogy a gyermek folytassa az 1-től 10-ig terjedő számkörben a számolást egy megadott számtól. Ez a feladat a Difer teszt szerint van kidolgozva. Három részből áll. Minden részre egy pontot lehet kapni. Helyes válasznak számít, ha a gyermek a számsort követő három számot hangosan kimondja. A negyedik feladat a számok felismerése. Ahhoz, hogy a gyermek a feladatra maximum, azaz 10 pontot kapjon fel kell ismernie 1-től 10-ig az összes számot. A számokat nem sorrendben tesszük a gyermek elé. A következő feladat célja, hogy a gyermek az adott matematikai számot ne csak felismerje, hanem mennyiséget is párosítson hozzá. A feladat tapsoláson és számoláson alapszik. A gyermeknek annyiszor kell tapsolnia, amennyi számot mutatunk és mondunk. A feladatra maximum 4 pontot lehet kapni, minden egyes helyesen eltapsolt szám után kap egy pontot. Az eltapsolandó számok a következők: 5,3,8,4. A hatodik feladatnál a gyermeknek hallás alapján kell megállapítania hányszor tapsolunk. A feladat három részből áll. Minden egyes részre 1 pontot lehet kapni, ha felismeri a tapsolt mennyiséget. Minden rész tá ritmusban van eltapsolva. A következő feladat egy egyszerű szöveges feladat, amit a gyermeknek számlálással kell megoldania. A gyermek feladata, hogy a szöveges feladat utasításait követve, mindig megmondja a helyes választ, vagyis, hogy hány katica ül a virágon. A feladat megoldását kinyomtatott illusztrációkkal segítjük, ami megtalálható az E mellékletben. Erre a feladatra 3 pontot lehet kapni. A nyolcadik feladat a gyermek logikai gondolkodását méri fel. A feladat célja, hogy a hangszerek megszólalásának a logikai sorát a gyermek folytatni tudja. A feladathoz szükség van három hangszer hangjára, valamint a hangszerek kinyomtatott illusztrációira. A feladat az, hogy hallás és látás alapján tudja a gyermek, hogy melyik hangszer fog következni. Először megszólal egy gitár, majd a gitárt ábrázoló rajzot az

asztalra helyezzük. Következőnek megszólal egy furulya, egy dob, majd megint egy gitár. Ezután a gyermeknek folytatnia kell a sort úgy, hogy az a szabály szerint helyes legyen. A feladatra egy pontot lehet kapni. A kilencedik feladat célja megfigyelni, hogy a gyermek képes-e a saját nevét ritmikusan, szótagokra bontva eltapsolni. Amennyiben ez sikeres, a feladatért egy pont jár. A tizedik feladat egy visszhangjáték. A gyereknek négy különböző tapsolt ritmust kell pontosan visszatapsolnia. Minden helyesen visszatapsolt ritmusért egy pont jár. A következő és egyben a felmérő utolsó feladata a zeneszerzők vagyunk nevet kapta. A feladat célja, hogy a gyermek önállóan kombinálni tudja a hangszerek megszólalásának sorrendjét. A gyermek három hangszer többszörösített képét kapja meg (E melléklet). A feladata tetszőlegesen kombinálni a három hangszert úgy, hogy az egyes hangszerek csak egyszer szólalhatnak meg. Minden egyes helyes kombinációért jár a pont. Amennyiben egy kombináció többször van kirakva nem jár érte pontlevonás. A felmérőn összesen 51 pontot lehet elérni. A zenei résznél 12 pontot, a matematikai résznél 39-et.

3.2 A kutatás körülményei és a minta bemutatása

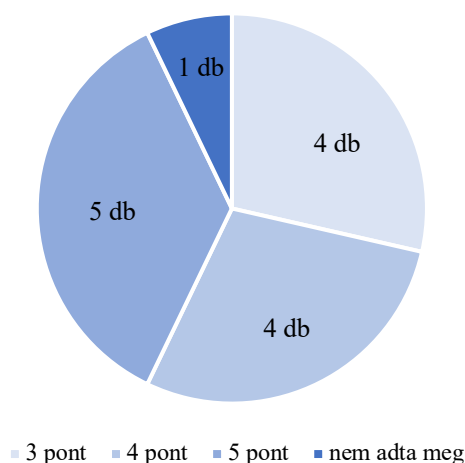
A kutatás egy szlovákiai magyar tanítási nyelvű falusi alapiskolában az iskolaév elején, szeptemberben zajlott. A kutatásban az iskola első évfolyama vett részt. Az osztályba 14 gyermek jár, 3 fiú és 11 lány. Az osztályban nagyon kiegyensúlyozott a légkör, a gyermekekkel nagyon dinamikus zajlik az oktatás. A gyerekek többsége nagyon szereti az énekes, táncos, zenés foglalkozásokat. Sokuk iskolán kívül is látogat énekkart, táncsoportot, illetve hangszereken is tanul. A 9. ábra ezt szemlélteti.



9. Ábra: Iskolán kívüli zenés-táncos foglalkozások, saját szerkesztés

Az osztály 29%-a, szám szerint 4 gyermek jár kizárólag néptáncra. Énekkarra és néptáncra 6 gyermek jár. Az osztályból tehát összesen 10 gyermek látogat egy néptáncsoportot, és ebből a 10 gyerekből 6 még énekre is jár. Az osztályból egy gyermek játszik hangszeren, és egy gyermek látogatja csak az énekkart. Az osztályból csupán 2 gyermek nem jár se énekre, se néptáncra, se nem játszik hangszeren. Az osztályban 12 gyermek (86%) jár zenés foglalkozásra, ami a felmérés eredményén is meglátszik. A szülői kérdőív alapján az összes gyermek szeret zenét hallgatni, és három gyermeknek legalább az egyik hozzátartozója tanult hangszeren játszani. A kérdőív kitöltése alapján 13 gyermek szereti a matematikát, illetve szeret számolni.

A szülői pontozás alapján az osztályba járó gyermekek ritmusérzékét a 10. ábra szemlélteti.

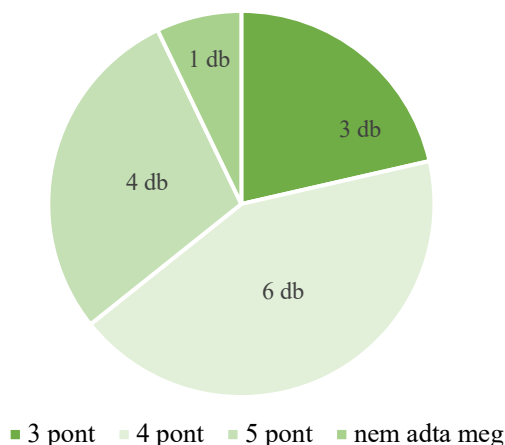


10. Ábra: Gyermekek ritmusérzéke a szülő megállapítása szerint, saját szerkesztés

A szülők a kérdőívben 1-től 5-ig terjedő skála szerint pontozhatták gyermekük ritmusérzékét, ahol 1 pont volt a nagyon gyenge és 5 pont a kiváló. 1 és 2 pontot egyik gyermek sem kapott. 3 pontot négy gyermek kapott, ami az osztály 28%-át teszi ki. Az osztály négy tanulója kapott 4 pontot, és öt gyermeknél a szülő úgy vélte, hogy kiváló ritmusérzéssel rendelkezik, azaz 5 pontot kapott, ők az osztály 36%-át teszik ki. Egy gyermek értékelése hiányzott.

A következő, 11. ábra szemlélteti a gyermekek matematikával való kapcsolatát a szülő pontozása szerint. A szülők a kérdőívben 1-től 5-ig terjedő skála szerint pontozhatták gyermekük matematikai készségét, ahol 1 pont volt az egyáltalán nem jó és 5 pont a nagyon jó. 1 és 2 pontot egyik gyermek sem kapott. 3 pontot három gyermek kapott, ami az osztály 21%-

át teszi ki. Az osztályból 6 gyermek kapott 4 pontot, és négy gyermeknél a szülő úgy vélte, hogy gyermeke nagyon jó matematikai, számolási készséggel rendelkezik. Egy gyermek értékelése hiányzott.



11. Ábra: Gyermek matematikai készsége a szülő megállapítása szerint, saját szerkesztés

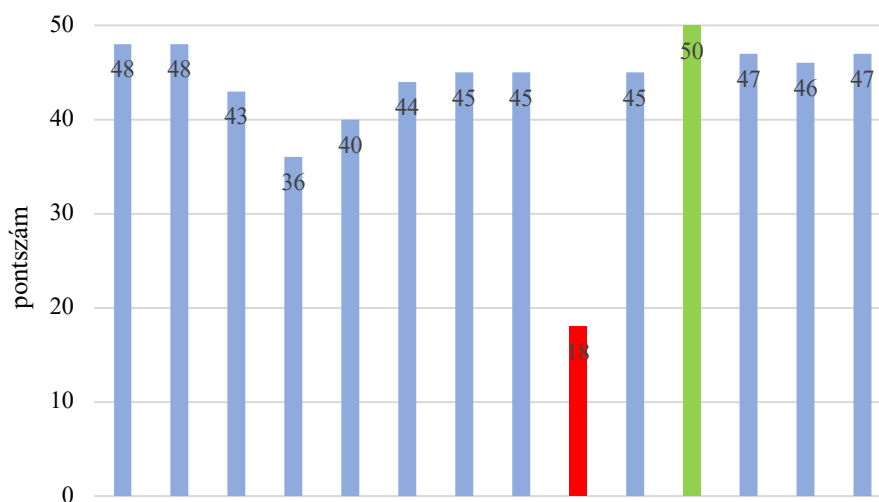
A szülők értékelése három gyermeknél volt a pedagógus megállapítása, és pontozása szerint reális. Sok szülő alá, illetve túl becsülte gyermeke képességeit. A kutatás ezen részét a következő fejezetben részletesebben szemléltetjük.

A kutatás egyéni felmérésének a része az iskolában, egy fejlesztő teremben, tanítási idő alatt zajlott. A gyerekek nyugodt, csendes körülmények között tudták a feladatokat megoldani. A felmérés eredményeit, így semmilyen zavaró, külső tényező nem befolyásolta.

3.3 A kutatás eredménye

Az egyéni felmérésen az első osztály 14 tanulója vett részt. A felmérőn maximálisan 51 pontot lehetett elérni. A matematikai részen 39 pontot, míg a zenei részen 12 pontot. A felmérést a szerző végezte. Az osztályba járó gyerekeket a felmérő és a kutatás többi része alapján 4 csoportba lehetne besorolni. Az első csoportba tartozik az osztálynak majdnem a fele, 6 tanuló, akik a felmérő feladatait 100% és 90% között teljesítették. Ezek a gyerekek nagyon gyorsan, ügyesen megoldották a feladatokat. Matematikai készségük és a ritmusérzékük is kiváló. A második csoportba 5 gyermek tartozik, akik szintén nagyon ügyesen megoldották a feladatokat, csak kicsit több hibával. Ez az öt gyermek 84% felett teljesítette a felmérőt. Se a matematikával, se a ritmusérzéssel nem volt különösebb gondjuk, bár két gyermek ritmusérzéke ehhez a csoporthoz tartozó maradék hároméhoz viszonyítva sokkal gyengébb volt. A harmadik

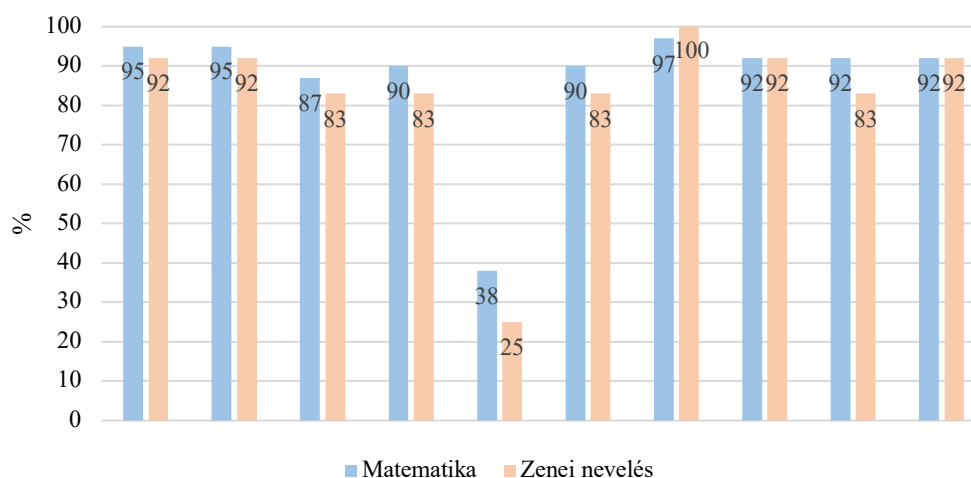
csoportba ketten tartoznak. Egyikük 78%-ra, másikuk 71%-ra teljesítette a felmérőt. Míg a fent említett két csoportba tartozó gyermekeknek a feladatok nem okoztak gondot, sőt még akkora kihívást sem jelentett nekik, addig a két tanulónak az egyes feladatok megoldása nehezebbre esett. Bizonytalanok és lassúak voltak mind a ketten a matematikai és a ritmusfeladatok megoldása közben. Se a matematika, se a ritmusérzék nem tartozik az erősségükhöz. A számok felismerése, a katicák pöttyeinek megszámlálása, ritmus visszatapsolása és adott mennyiség eltapsolása is gondot okozott nekik. Az utolsó csoportba egy gyermek sorolható, akinek teljesítménye jóval az osztály átlaga alatt van. A felmérőt 35%-ra teljesítette, ami 63%-kal kevesebb, mint az osztályban elért legjobb eredmény, 98%. A következő, 12. ábra szemlélteti a felmérésen elért eredményeket.



12. Ábra: A felmérés eredményei, saját szerkesztés

A felmérésen senki sem ért el maximális pontszámot. Egy gyermek teljesítette 98%-ra, ami 50 elért pontot jelent, ami egy ponttal kevesebb a maximálisnál. Ketten 48 pontot értek el, ami 94%-os teljesítményt jelent. Az osztályból ketten 47 pontot értek el, egy gyermek 46 pontot és hárman 45 pontot, ami 88%-os teljesítmény. Egy gyermek ért el 86%, azaz 44 pontot és egy 43 pontot. Ahogy az ábra is mutatja, a gyermekek eredményét tekintve nincs nagy különbség a teljesítményük között. Az átlag teljesítményük 43 pont, ami 84%. Az átlagon alul hárman teljesítettek, a többiek átlagon felüli teljesítményt értek el. Átlagon alul teljesített az a gyermek, aki 40 pontra teljesítette a felmérőt, aki 36 pontra és az, aki csak 18 pontot ért el az 51 pontból.

A 13. ábra szemlélteti a felmérő matematikai és zenei részén külön-külön szerzett pontok egymáshoz való viszonyát. Bemutatja a matematika és zenei nevelés kapcsolatát a felmérőn elért pontszámok alapján kapott százalékok segítségével.



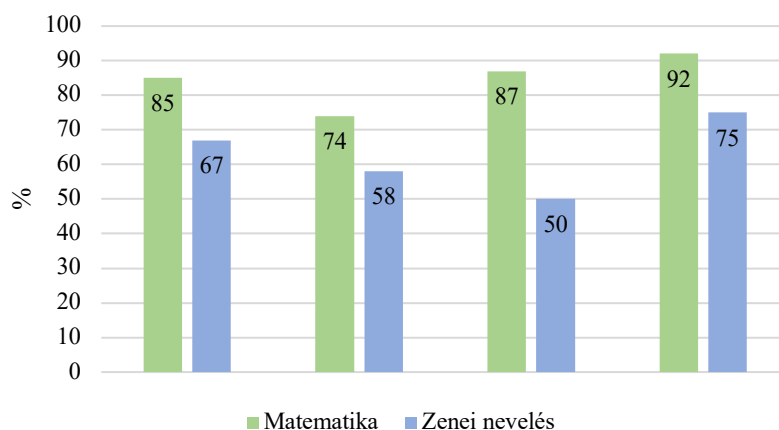
13. Ábra: Matematika és zenei nevelés kapcsolata a felmérő alapján, saját szerkesztés

A 13. ábrán 10 gyermek eredménye látható. Kék színnel van jelölve a felmérő matematikai részén elért százalék, narancssárgával pedig a zenei részen elérté. Ugyan messzemenő következtetéseket nem vonhatunk le ezen eredményekből, de az általunk vizsgált osztályban a tíz gyermeknek az eredményeiből kivehető a matematika és a zene kapcsolata. Ahogy az ábrán is látható a két részben teljesített eredmények szinte megegyeznek. Aki a matematikai részen is jól teljesített, az a zenei részen is. Aki nem teljesített jól az egyikben, a másikon sem ért el jobb eredményt, bár ilyen eset csak egy gyermeknél fordult elő. Ezt az eredményt alátámasztják a megfigyelésen látottak, tapasztaltak is. A tanítási órán, valamint a néptáncórán megfigyeltek alapján állíthatjuk, hogy azok a gyermekek, akik a felmérőn jól teljesítettek, azok ténylegesen jó ritmusérzéssel rendelkeznek. Az ábrán látható eredmények tanulmányozása során megfigyelhető, hogy a matematikai és a zenei nevelés részen elért százalékok egyenesen arányosak egymással az általunk vizsgált osztállyal. Ahol kevesebb pontot ér el a gyermek matematikából, ott kevesebb pontot ér el a zenei nevelésből is, és ahol több pontot ér el matematikából, ott több lesz a zenei részen szerzett pontszám is.

A kutatás alapjául szolgált hipotézis, miszerint a matematika és a zenei nevelés között van kapcsolat, amit a gyermek tudása visszatükröz, az eredmények alapján helyesnek, igaznak bizonyult. A kutatás eredményei alapján valóban észlelhető a két tudomány közötti kapcsolat

az adott mintánál. A gyermek, aki ügyes matematikából, az ügyesebb ritmusérzéssel rendelkezik, és a gyermek, aki gyengébb a matematikából, annak a ritmusérzéke is az.

Eddig 10 gyermek eredményeit elemeztük ki, viszont a felmérésen 14 gyermek vett részt. A maradék négy gyermek matematikai és zenei részen elért százalékainak különbsége kicsivel nagyobb, ezt a 14. ábra szemlélteti.

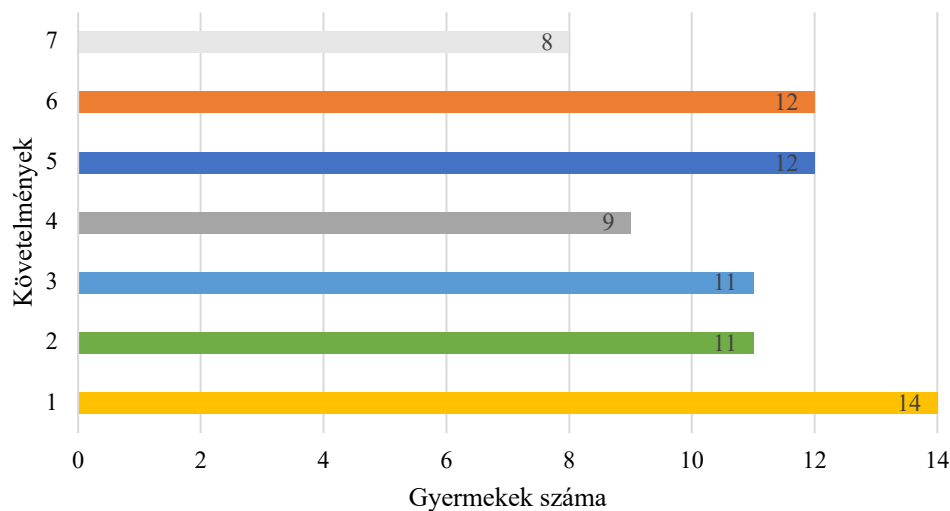


14. Ábra: Matematika és zenei nevelés kapcsolata a felmérő alapján, saját szerkesztés

Ahogy az ábra is szemlélteti, ennél a négy gyermeknél nem olyan egyértelműen kijelenthető a matematika és a zenei nevelés közötti kapcsolat, mint a többi eredménynél. Ezek az eredmények sem cáfolják meg a hipotézist, mert a különbségek itt sem olyan nagyok, kivéve egy esetben, ahol 37. Ezen gyermekek esetében további vizsgálatokra lenne szükség.

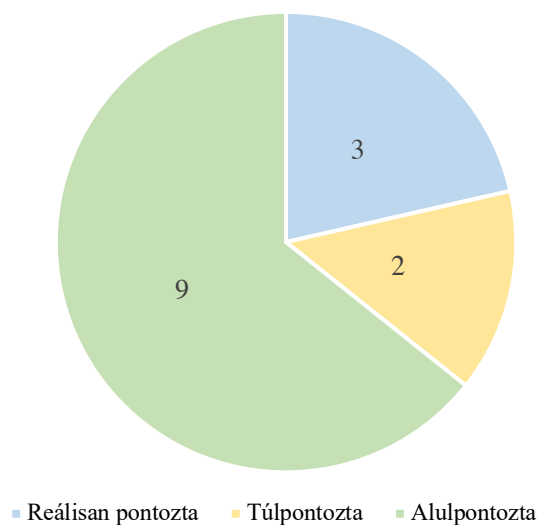
A következő oldalon látható 15. ábra szemlélteti, hogy a gyermekek elérték – e az óvodai nevelés állami oktatási programja alapján kitűzött egyes követelményeket. Egy követelmény által elsajátított készség csak akkor számít elsajátítottnak, ha a feladat hibátlanul lett teljesítve. Az első követelmény, hogy a gyermek képes legyen felsorolni a számokat 1-től 10-ig. Ezt a követelményt a 14 gyermekből 14 teljesítette, tehát mindenki képes volt elszámolni 10-ig. Ahogy az ábra is mutatja ez az egyedüli olyan követelmény, amit az osztály összes tanulója teljesíteni tudott. A következő követelmény, hogy a gyermek *a 10-es számkörben egyesével történő számlálással meghatározza a tárgyak mennyiségét*. Ezt 11 gyermek tudta teljesíteni, ahogy a következő, harmadik követelményt is. A harmadik követelmény, hogy a gyermek *az 1-től 10-ig terjedő számkörben egy megadott számtól folytatja a számlálást*. Három gyermek nem tudta követni a megadott számsort. Egy a háromból csupán egy feladatot rontott el, ketten viszont már kettőt hibáztak. A negyedik követelmény, hogy *a 6-os számkörben tapintás vagy hallás útján meghatározza a tárgyak mennyiségét és adott elemszámú halmazt alakít ki*. Ezt a követelményt vizsgáló feladatot a 14 gyermekből 9-en teljesítették hibátlanul,

ketten egy hibával, ketten két hibával és egy gyermek egyáltalán nem tudta teljesíteni. Az ötödik követelmény, hogy a gyermek képes legyen számlálással egyműveletes szöveges feladatot megoldani, 12 gyermek sikeresen teljesített. A hatodik követelményt is tizenketten teljesítették hibátlanul, ami a következő: *folytatja a tárgyak vagy képek logikai sorát*. A hetedik követelmény a szavak szótagokra bontása, amit a legkevesebben tudtak teljesíteni, nyolcan.



15. Ábra: Követelmények teljesítése, saját szerkesztés

Az osztályból összesen öt gyermek tudta mind a hét követelményt teljesíteni, négyen csak egyet nem tudtak, így hat követelményt teljesítettek. Ötöt teljesített két gyermek. Négy követelményt tudott teljesíteni egy gyermek. Egy gyermek volt, aki három követelményt teljesített és egy, aki csak kettőt.



16. Ábra: Szülői értékelés realitása, saját szerkesztés

A kutatás része volt az interjú a pedagógussal. A pedagógus a gyermekeket 1-től 5-ig terjedő skálán pontozta. A pontozásra januárban került sor. A pedagógus ekkor már kellően megismerhette az gyerekek képességeit, és reális pontszámokkal tudta segíteni a munkánkat. A 16. ábra szemlélteti, hogy a pedagógus által adott pontszámok mennyire egyeznek a szülők által adott pontszámokkal. A szülők többsége kevesebb pontot adott gyermekének, ketten több pontot adtak, és mindössze hárman adtak reális pontszámot.

BEFEJEZÉS

A munka a matematika és zenei nevelés kapcsolatának feltárására, bebizonyítására épült. Célja a matematika és zenei nevelés kapcsolatának kutatása volt az iskolaérettség határán. A szakirodalom és a kutatás során szerzett információk segítségével ezt a célt elértük.

Az első fejezetben a matematika és a zene kapcsolatával foglalkoztunk. Boncolgattuk a zene és a matematika az emberi élettel, léttel való kapcsolatát. Feltártuk a történelem nagy matematikusainak kapcsolatát a zene tudományával, valamint bemutattuk, miként vélekednek a híres zenészek a matematika tudományáról. Ezek közé a halhatatlan tudósok, matematikusok közé tartozik az ókori görög matematikus, Pitagorasz - ki nevéhez fűződik az egyik legismertebb geometriai tétel, Marin Mersenne, francia matematikus, kinek nevéhez a Mersenne prím számelmélet fűződik, Leonhard Euler, svájci matematikus, az erdélyi származású Bolyai Farkas és fia Bolyai János, valamint Carl Friedrich Gauss, aki már hét éves korában felfedezte a számtani sorok összegképletét. Megemlítettük Wolfgang Amadeus Mozart az egyik legkiemelkedőbb zeneszerzőt, Johann Sebastian Bach barokk kori német zeneszerzőt és a magyar származású híres zeneszerzőt Kodály Zoltánt is. Az első részben még foglalkoztunk a két tudomány kapcsolatával elméleti, gyakorlati példák segítségével. Szemléltettük a hangok matematikai arányokon osztódó formáját, kotta elemzést végeztünk, bemutattuk, hogy a két tudomány nyelvként is értelmezhető, valamint az aranymetszés és Fibonacci spirálja is megemlítésre került.

A második részben az óvodai matematika és zenei nevelés fontosságával foglalkoztunk. Tanulmányoztuk, majd összehasonlítottuk a két terület főbb céljait és feladatait. A matematikai és a zenei nevelés bár teljesen más művelődési területhez tartozik, mégis van pár közös céljuk, mint a gondolkodás fejlesztése, a személyiség kialakulásában való segítség, valamint mindkét terület hatással van a gyermek értelmére és az akaratára is.

A matematikai és a zenei nevelés az óvodai tevékenységek nélkülözhetetlen részét képezik, valamint a két terület fejlesztése az óvodai tevékenység bármelyik részébe beépíthető, így a két terület fejlesztése egymás összevonásával, egymás kiegészítésével is megvalósulhat, ezért a második rész tartalmazott olyan saját, játékos zenés matematikai feladatokat, játékokat amik egyidejűleg fejlesztik a matematikai és a zenei készségeket.

A harmadik részben bemutattuk a kutatás célját és a használt módszereket, ami az egyéni felmérés, szülői kérdőív, megfigyelés, tanári interjú. Bemutatásra kerültek a kutatásban

részt vett első osztályos gyermekek, akikről a szülői kérdőív segítségével részletesebb jellemzést tudtunk adni. Ábrákkal szemléltettük hány gyermek látogat zenés foglalkozásokat az iskolán kívül, illetve bemutattuk, hogy a szülő hogyan értékeli gyermeke ritmusérzékét és matematikai készségét. A harmadik részben a kutatás során szerzett információk feldolgozásával és értékelésével is foglalkoztunk. Ábrák segítségével bemutattuk a gyermekek felmérésen elért eredményeit, a matematika és a zenei nevelés kapcsolatát a felmérő alapján, a követelmények teljesítését, valamint a szülői értékelés realitását az eredmények és a pedagógus értékelése alapján.

A kutatás alapjául szolgált hipotézis, miszerint a matematika és a zenei nevelés között van kapcsolat, amit a gyermek tudása visszatükröz, az eredmények alapján helyesnek, igaznak bizonyult. A kutatás eredményei alapján valóban észlelhető a két tudomány közötti kapcsolat az adott mintánál. A gyermek, aki ügyes matematikából, az ügyesebb ritmusérzéssel rendelkezik, és a gyermek, aki gyengébb a matematikából, annak a ritmusérzéke is az. A kutatás során a felmérőn szerzett pontszámok alapján tanulmányoztuk, hogy az iskolába lépő gyermekek teljesítették-e az óvodai nevelés állami oktatási programja alapján kitűzött feltételeket, illetve, hogy a szülő mennyire látja gyermeke képességét reálisan. A felmérő alapján elmondhatjuk, hogy az osztályba járó gyermekek többsége teljesítette a felmért követelményt, illetve azt, hogy a szülők többsége nem értékelte gyermekét reálisan.

Kutatásunkból messzemenő következtetéseket ugyan nem vonhatunk le, hiszen kis létszámú csoporttal dolgoztunk, és a minta nem volt reprezentatív. De ettől függetlenül jól megfigyelhető a zene és a matematika kapcsolata, valamint a tanulók viszonya az egyes tantárgyakhoz.

IRODALOMJEGYZÉK

Könyv

- 1 *Az óvodai nevelés állami oktatási programja - magyar nyelvű fordítás.* Komárom: Comenius Pedagógiai Intézet, 2019. 168 oldal. ISBN 978-80.969694-2-5
- 2 CALINGER, R.S. *Leonhard Euler: Mathematical Genius in the Enlightenment.* New Jersey: Princeton University Press, 2016. 696 p. ISBN 9780691119274
- 3 DÁVID, L. *A két Bolyai élete és munkássága.* Budapest : Gondolat könyvkiadó, 1923. 432 oldal.
- 4 EŐSZE, L. (1977). *Kodály Zoltán életének krónikája.* EMB Kiadó, ISBN 9789633307458
- 5 FORRAI, K. *Ének az óvodában.* Budapest : Móra Könyvkiadó, 2017. 304 oldal. ISBN 978-963-415-656-7
- 6 JEDRZEJSKI, F. *Mathematical theory of music.* Párizs : Editions DELATOUR FRANCE/Ircam-Centre Pompidou, 2006. 350 p. ISBN 2-7521-0027-2 170
- 7 JÓZSA, K. – ZENTAI, G. – HAJDÚNÉ HOLLÓ, K. *Difer programcsomag – A gondolkodás fejlesztése 4-8 éves életkorban.* Szeged : Mozaik Kiadó, 2017. 160 oldal. ISBN 978-963-697-804-4
- 8 KLOTZ, J. 2021. *Legyen a zene a Tiéd!: Ismerd meg a zene játékszabályait.* Norderstend : Books on Demand, 2021. 482 o. ISBN 978-375-268-526-8
- 9 LANTOS, M. *Villámolvasás a gyakorlatban.* Budapest: Bioenergetic Kiadó. 2019. 164 o. ISBN 9789632913926
- 10 MAOR, E. Rhythm, Meter, and Metric. In *Music by the numbers.* New Jersey: Princeton University Press, 2018. ISBN 978-069-11769-01
- 11 MARGULIS, E. *A zene pszichológiája.* Budapest: Pallas Athené Könyvkiadó, 2018. 15 oldal. ISBN 978-615-588-417-7
- 12 NAGY, J. – JÓZSA, K. – VIDÁKOVICH, T. – FAZEKASNÉ FENYVESI, M. *Difer programcsomag – Az elemi alapkészségek fejlődése.* Szeged: Mozaik Kiadó, 2016. 120 oldal. ISBN 963-697-438-1
- 13 ORSOVICS, Y. *Zenei nevelés az alapiskola 1. osztálya számára.* Bratislava: Slovenské Pedagogické Nakladateľstvo, 2018. 73 o. ISBN 978-80-10-03338-6

- 14 PERLAI, R. *Matematika az óvodában*. Budapest: Flaccus Kiadó, 2016. 256 oldal. ISBN 978-615-5278-25-9
- 15 PUPÍKOVÁ, E. Rozvíjanie základných matematických predstáv v materskej škole prostredníctvom didaktickej hry. Bratislava: etodicko-pedagogické centrum, 2014. 40 oldal. ISBN 978-80-8052-542-2
- 16 REIMAN, I. *Matematika*. Budapest: Typolex, 2011. 610 oldal. ISBN 978-963-279-300-9
- 17 SULZER, D. *Zene, matematika és elme - a zene fizikája és idegtudományi háttere*. Budapest: Pallas athené könyvkiadó, 2021. 323 o. ISBN 978-963-573-052-0
- 18 VONDERMAN, C. *Segíts a gyereknek! – Zene lépésről lépésre*. Budapest: HGV, 2016a. 256 oldal. ISBN 978-9633-04382-0
- 19 VONDERMAN, C. *Segíts a gyereknek! – Matek lépésről lépésre*. Budapest: HGV, 2016b. 264 oldal. ISBN 978-963-304-341-7
- 20 VARGA, B.-DIMÉNY, J.-LOPARITS, É. Nyelv. Zene. Matematika. Budapest: RTV-Minerva. 1977. 224 o. ISBN 963-223-066-3

Tudományos kvalifikációs munkák

- 20 GYÖRIOVÁ, A. *Hudobné hry vo vzdelávaní žiakov 1. stupňa základných škôl*: diplomová práca. Nitra : UKF, 2006. 77 s.

Internetes írás

- 21 ARANYOSI, E. (2012). *Az élet dallama*. [online] [cit. 2021. 11. 8.] Megtalálható az interneten: <<https://versek.aranyosiervin.com/1kep1vers/aranyosi-ervin-az-elet-dallama/>>.
- 22 BALOGH, P. (2020). *Fibonacci-spirál*. [online] [cit. 2022. 3. 14.] Megtalálható az interneten: <https://it-tanfolyam.hu/cimke/rekurzio/?fbclid=IwAR0oRTcR-mvs5avU59-IMihKTK6ihTQmrGc6nQcuvx-ldD_DzbrlZnALidQ>.
- 23 BALOGH, V. (2021). *Érthető szolfész*. [online] [cit. 2022. 05. 8.] Megtalálható az interneten: < <https://verespg.hu/sites/default/files/ajanlo/ertheto-szolfezs-2021-dr-balogh-vera.pdf> >.

- 24 BOYER, C. B. (2021). *Leonhard Euler*. Encyclopedia Britannica. [online] [cit. 2022. 1. 12.] Megtalálható az interneten: <<https://www.britannica.com/biography/Leonhard-Euler>>.
- 25 BURGHARDT, B. (2017) Az arany metszés formavilága a természetben és a zenében. [online] [cit. 2022. 3. 14.] Megtalálható az interneten: <https://apps.lfze.hu/netfolder/PublicNet/Doktori_dolgozatok/benedikt_burghardt/disszertacio.pdf>.
- 26 CARLSON, S. C. (2020). *Graph theory*. Encyclopedia Britannica. [online] [cit. 2022. 1. 12.] Megtalálható az interneten: <<https://www.britannica.com/topic/graph-theory>>.
- 27 O'CONNOR, J.J.- ROBERTSON, E.F. (2005). *Marin Mersenne*. [online] [cit. 2022. 2. 15.] Megtalálható az interneten: <<https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/Biographies/Mersenne/>>.
- 28 GREENLANE.(2019). *Miért egy nyelv a matematika?*. [online] [cit. 2022. 1. 18.] Megtalálható az interneten: <<https://www.greelane.com/hu/tudomány-tech-math/math/why-mathematics-is-a-language-4158142/>>.
- 29 HOOKER, L. M. (2013). *The Kodály and Rajkó Methods: Voices, Instruments, Ethnicity, and the Globalization of Hungarian Music Education in the Twentieth Century*. In Hungarian Cultural Studies. e-Journal of the American Hungarian Educators Association, Volume 6. [online] [cit. 2022. 2. 4.] Megtalálható az interneten: <<http://ahea.pitt.edu/>>. DOI: 10.5195/ahea.2013.117
- 30 JOYCE, D.E. (1996). *The Euler Line of Triangle*. [online] [cit. 2022. 1. 20.] Megtalálható az interneten: <<https://mathcs.clarku.edu/~djoyce/java/Geometry/eulerline.html>>.
- 31 KISSNÉ, ZSÁMBOKI, R. (2020). *A kisgyermekkorai matematikai kompetenciákról alkotott nézetek változása*. [online] [cit. 2022. 2. 28.] Megtalálható az interneten: <<http://publicatio.uni-sopron.hu/1922/1/document1.pdf>>.
- 32 LÁZOK, K. - WEBER – CSÍKY BORKA, B. – SEBESTYÉN SPIELMANN, M. – MÁRFFY, G. – CSÍKY, B. – WESZELY, T. (2016). *Visszhang: zene és matematika*. In Erdélyi Magyar Televízió. [online] [cit. 2022. 1. 20.] Megtalálható az interneten: <<https://www.youtube.com/watch?v=MVKbQiuSl5E&t=793s>>.

- 33 LYNCH, P. (2018). *Mathematics and Music: Symmetry and Symbiosis*. [online] [cit. 2022. 1. 3.] Megtalálható az interneten: <<https://maths.ucd.ie/~plynch/Talks/Maths-and-Music.pdf>>.
- 34 MARKÓ, A. (2016). „A szám hallható” – Surányi László matematikus a zenéről és a számokról. [online] [cit. 2022. 1. 20.] Megtalálható az interneten: <<https://magyarnarancs.hu/zene2/a-szam-hallhato-99342>>.
- 35 OMOTEHINWA, T.O.(2013). *Fibonacci Numbers and Golden Ratio in Mathematics and Science*. In International Journal of Computer and Information Technology. [online] 2013 [cit. 2022. 1. 6.] Megtalálható az interneten: <https://www.researchgate.net/publication/334015286_Fibonacci_Numbers_and_Golden_Ratio_in_Mathematics_and_Science>. ISSN 2279-0764
- 36 ORIGO. (2019). *Mutatunk egy nyelvet, amit világszerte mindenki ugyanúgy beszél*. [online] [cit. 2022. 1. 24.] Megtalálható az interneten: <<https://www.origo.hu/tudomany/20191123-a-zene-univerzalis-nyelv-amit-mindannyian-megertunk.html>>.
- 37 PETHŐ, V. (2017). *Kodály zenei nevelési koncepciójának értelmezési lehetőségei*. [online] [cit. 2022. 1. 20.] Megtalálható az interneten: <https://www.parlando.hu/2017/2017-6/Petho_Villo-Kodaly.pdf>.
- 38 SAVITT, D. (2017). *The mathematics of Gauss*. [online] [cit. 2022. 1. 20.] Megtalálható az interneten: <<https://documents.pub/document/the-mathematics-of-gauss-introduction-carl-friedrich-gauss-.html>>.
- 39 SMITH, D. (2005). *So you thought Sudoku came from the Land of the Rising Sun*. [online] [cit. 2022. 1. 20.] Megtalálható az interneten: <<https://www.theguardian.com/media/2005/may/15/pressandpublishing.usnews>>.
- 40 SMODICS, R. (2013). *Aranymetszés a zenében*. [online] [cit. 2022. 1. 20.] Megtalálható az interneten: <<https://prezi.com/mzdzaz22ynrt/aranymetszes-a-zeneben/>>.
- 41 SYLVESTER, J. J. (1814-1897) *Quotations James Joseph Syvester*. In School of Mathematics and Statistics University of St Andrews, Scotland. . [online] [cit. 2022. 1. 5.] Megtalálható az interneten: <<https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/Biographies/Sylvester/quotations/>>.

- 42 SZARKA, J. (2007). *Zenei elkötelezettségünk az óvodában*. [online] [cit. 2022. 2. 22.] Megtalálható az interneten: <https://www.parlando.hu/2015/2015-6/Szarka_Julia.pdf>.
- 43 SZARKA, J.-GŐSI, L. (2016). *Óvopedagógusok és a zene*. In Új köznevelés. [online] [cit. 2022. 2. 22.] Megtalálható az interneten: <<https://folyoiratok.oh.gov.hu/uj-kozneveles/ovodapedagogusok-es-a-zene>>.
- 44 STRICK, H. K. (2013). *Marin Mersenne*. [online] [cit. 2022. 1. 15.] Megtalálható az interneten: <<https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/Strick/mersenne.pdf>>.
- 45 SZEVEÉNYI, A. – ISTVÁNNFY, G. (2009). *Játékban a matematika*. [online] [cit. 2022. 2. 28.] Megtalálható az interneten: <<https://ofi.oh.gov.hu/tudastar/ovodai-nevelesi/szeverenyi-andrasne>>.
- 46 VAN GEND, R. (2014). *The Fibonacci sequence and the golden ratio in music*. In Notes on Number Theory and Discrete Mathematics, Volume 20. [online] [cit. 2022. 2. 4.] Megtalálható az interneten: <<https://nntdm.net/volume-20-2014/number-1/72-77/>>. ISSN 1310-5132
- 47 VARGA, I. (2016). *Harmóniák, ellentétek és az „Isteni faktor” a zene és az érzelmek relációjának tükrében*. [online] [cit. 2022. 5. 4.] Megtalálható az interneten: <https://www.parlando.hu/2020/2020-2/Varga_Ildiko.pdf>.
- 48 VINCZE, B. (2012). *Segíthet a matek rejtályainek feltárásában a Kodály módszer*. [online] [cit. 2022. 1. 20.] Megtalálható az interneten: <<https://www.origo.hu/kultura/20120323-nem-nevel-matekzseniket-a-zene.html>>.