

Kerek edényben keringetett golyósokaság forgásirány-változásának vizsgálata

Farkas László

(E-mail: leslie.wolf.04@gmail.com)

Budapesti Fazekas Mihály Gyakorló Általános Iskola és Gimnázium

Felkészítő: Dr. Jenei Péter

(E-mail: jenei.peter@ttk.elte.hu)

Azonos méretű és anyagú golyókat kerek edényben, örvény-szerűen mozgatva, megfigyelhető azok forgásirányának változása a darabszám növelésével. Kis darabszám esetén a golyók összessége azonos irányban forog az edény keringésének irányával. Nagy darabszám esetén pont az ellentétes irányban forognak.

Ezen jelenséget vizsgálom kísérletek sorozatával, amikhez egy olyan gépet használok, ami a kívánt mozgást szabályos körpályán, konzisztensen képes végezni. Egy leegyszerűsített modell segítségével megmagyarázom, hogy mitől foroghat egy test visszafelé az edényben. A keringés szögsebességének, amplitúdójának, az edény sugarának, a golyók méretének, illetve a golyó-golyó és a golyó-fal súrlódási együtthatók változtatásával meghatározom azt a darabszámot, aminél már a golyósokaság forgásiránya ellentétes a keringetésével, majd meghatározom az összefüggéseket ezen adat és a fenti paraméterek között.

Megmutatom, hogy a súrlódás a legkritikusabb paraméter a forgásirány-változás szempontjából. A golyók közti, illetve a golyók és az edény fala közti súrlódás megakadályozza az egymás mellett lévő golyók független mozgását, és nagy sűrűség esetén a golyósokaság egy összefüggő testté áll össze, ami az edény falán történő gurulása közben a saját tengelye körül forog, a keringetés irányával ellentétesen.

I. BEVEZETÉS

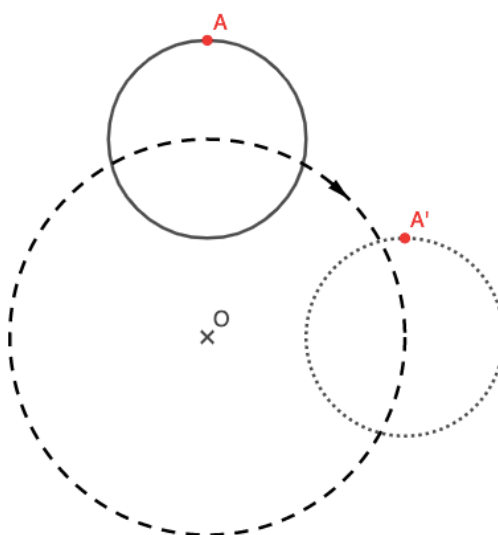
A szemcsés anyagok viselkedésének feltérképezése évszázadok óta hatalmas kihívás az emberiség számára. Mind tudományos, mind mérnöki területekről hatalmas figyelmet vonz az ilyen anyagok egymással való viselkedése. Ugyan az utóbbi évtizedekben többszörösére növekedő számítási kapacitású (szuper)számítógépekkel az ilyen rendszerek numerikus szimulációja már nem ütközik akkora nehézségekbe, mint régebben, a több ezer részecskét minden időpillanatban egyszerre modellező szoftverek ekkor sem működnek igazán gyorsan.

Az ilyen részecskékből álló rendszerek viselkedése nem véletlenül tűnik számunkra teljesen véletlenszerűnek: a rengeteg befolyásoló tényező miatt gyakorlatilag értelmetlenné válik a mozgás pontos kiszámítása, hiszen ezek a tényezők bármikor megváltozhatnak. Még a legkisebb mértékű elváltozás is teljesen átalakíthatja a végeredményt. Éppen ezért az ilyen

rendszerekkel végzett mérések reprodukálhatósága – azaz, hogy ugyanazt a végeredményt kapjuk az összes mérésen – földi körülmények között értelmezhetetlen.

Ezért nagyon fontos, hogy az ilyen rendszerek (legyen akár hurrikán, akár baktériumtenyészet) mozgását megpróbáljuk ne összességében, ilyen nagy és komplex példákon, hanem kisebb léptékben, egyszerűbb modelleken vizsgálni. Rengeteg esetben csak néhány részecske megfelelő elmozdulása előidézhetheti a teljes sokaság viselkedésének megváltozását.

Egy ilyen érdekfeszítő probléma, amikor néhány golyó mozgását figyeljük egy örvény-szerűen mozgatott kerek edényben. Ez hasonlítható ahhoz a mozgáshoz, amikor a borospoharat mozgatjuk, hogy a benne lévő folyadék felkússzon a pohár falára.



1. ábra: Az örvény-szerű mozgás magyarázata

A csésze helye a 0. időpillanatban felül, folytonos körvonallal látható. Ezen a példán a csészét O pont körül, az óramutató járásával megegyező irányban elkezdjük mozgatni (szaggatott vonal), de úgy, hogy a csésze minden kerületi pontja ugyanolyan eltolással visszavihető legyen az eredeti helyzetébe. Magyarán, az A' pont ugyanarra néz, mint az A pont, a csésze nem fordul el.

A golyók számát azonos időközönként növeljük. Megfigyelhető, hogy egy bizonyos golyószám felett, amit hívunk *kritikus N-nek*, az egyéni golyók már nem abba az irányba forognak, mint amerre mi forgatjuk az edényt, hanem pont az ellentétes irányba.

Ez a probléma a 2023-as IYPT (International Young Physicists' Tournament, Ifjú Fizikusok Nemzetközi Versenye) 15. feladata, neve Pancake Rotation. A feladat, hogy a fenti kritikus N függését vizsgáljuk a releváns paraméterek függvényében: keringés szögsebessége, amplitúdója, edény sugara, golyók mérete, golyó-golyó és a golyó-fal súrlódási együtthatók.

Ebben a dolgozatban amellett, hogy a paraméterek megváltoztatásával minden esetben meghatározom a kritikus N -t, és levonom az ezek közti összefüggéseket, egy leegyszerűsített modell segítségével meg is magyarázom, hogy mi idézi elő az egyéni részecskék visszafelé forgását a kritikus N elérése után. Ez azt jelenti, hogy sok kis golyó helyett egy nagy részecskét használok csak, és ennek a mozgását elemzem.

II. IRODALMI ÁTTEKINTÉS

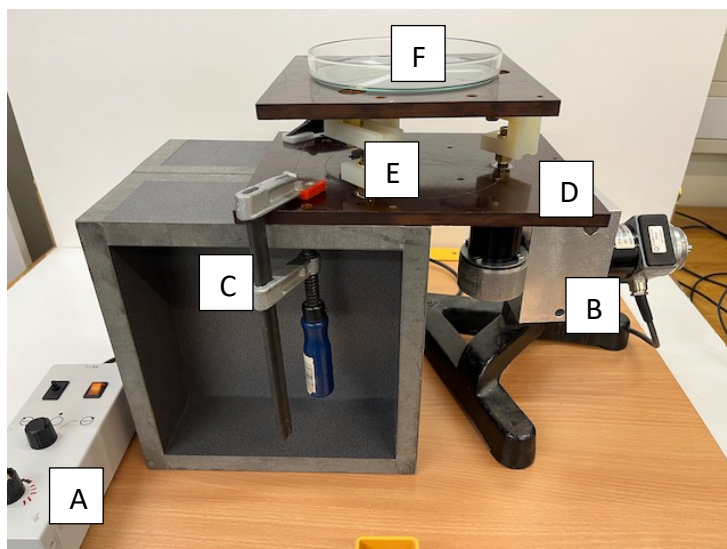
Néhány kutatás íródott már a problémával kapcsolatban, néhány empirikus módon látta be a jelenség létezését [1] [2], néhány pedig szimulációval látta be a jelenség működését [3], vagy megmutatta, hogy súrlódás nélkül nem következik be az, illetve, hogy a súrlódás befolyásolja valamilyen módon az eredményt [4]. Átfogó kutatás azonban az összes paraméter figyelembevételével nem történt. Ebben a kutatásban én alapvetően nem arra fókuszálok, hogy a jelenség mikor következik be, és mikor nem, hanem a paraméterek változtatása és a kritikus N megváltozása közti összefüggéseket vizsgálom.

III. KÍSÉRLETI ELRENDEZÉS

A. Kísérlet

Előző kutatások egy előregyártott eszközt használtak a kívánt mozgás eléréséhez, amelyet körkörös rázógépnak (orbital shaker) hívnak. Ennek viszont nagy hátránya, hogy az amplitúdója, azaz a mozgás sugara nem állítható. Így saját gépet kellett tervezni és csináltatni.

A gép tervezésében és kivitelezésében jelentős segítséget kaptam az ELTE TTK Fizikai Intézettől. Ezúton is köszönöm!



2. ábra: Az egyedi eszköz

A: A mozgás szögsebességét szabályzó egység

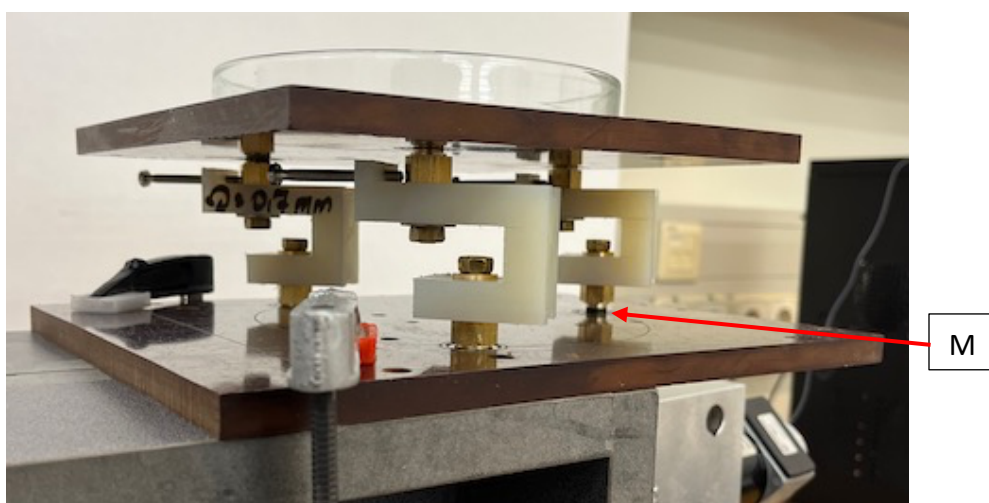
B: Motor

C: Tartóelemek, szorítók (az asztal elmozdulását akadályozzák meg)

D: Stabil, statikus lap

E: A kitérést (amplitúdót) biztosító elemek (3 db)

F: Mozgó asztallap (rajta Petri csésze)



3. ábra: E-elemek (lásd 3. ábra) működése

A stabil laphoz (D) a fehér műanyag elemek golyós csapággal csatlakoznak, így szabadon foroghatnak. Az egyik elem (M) csapágó helyett a motorral csatlakozik. Az elemek felül a mozgó asztallappal (F) csatlakoznak, mindhárom helyen golyós csapággal. Ez a három elem biztosítja az asztallap stabilitását, és az amplitúdó a csavarok meglazításával és az asztallap eltolásával változtatható.

A kísérlet többször le lett folytatva különböző paraméterekkel. Az első mérés alatti paramétereket hívjuk *alapeset*-nek. A többi mérésen próbáljuk elérni, hogy 1 paraméterben különbözzék az alapesettől az összefüggések könnyebb felismerése érdekében. A paraméterek (az alapeset paraméterei félkövérrel):

- A mozgás szögsebessége (ω): $7,46 \frac{1}{s}$, **$10,472 \frac{1}{s}$** , $13,037 \frac{1}{s}$, $15,591 \frac{1}{s}$
- Amplitúdó (A): $0,97 \text{ cm}$, **$1,55 \text{ cm}$** , $1,97 \text{ cm}$
- Petri csésze belső sugara (R): **$14,5 \text{ cm}$** , 9 cm
- Golyók mérete (sugara) (r): **$2,6 \text{ cm}$** , $1,6 \text{ cm}$
- Golyók anyaga: **üveg**, gumi

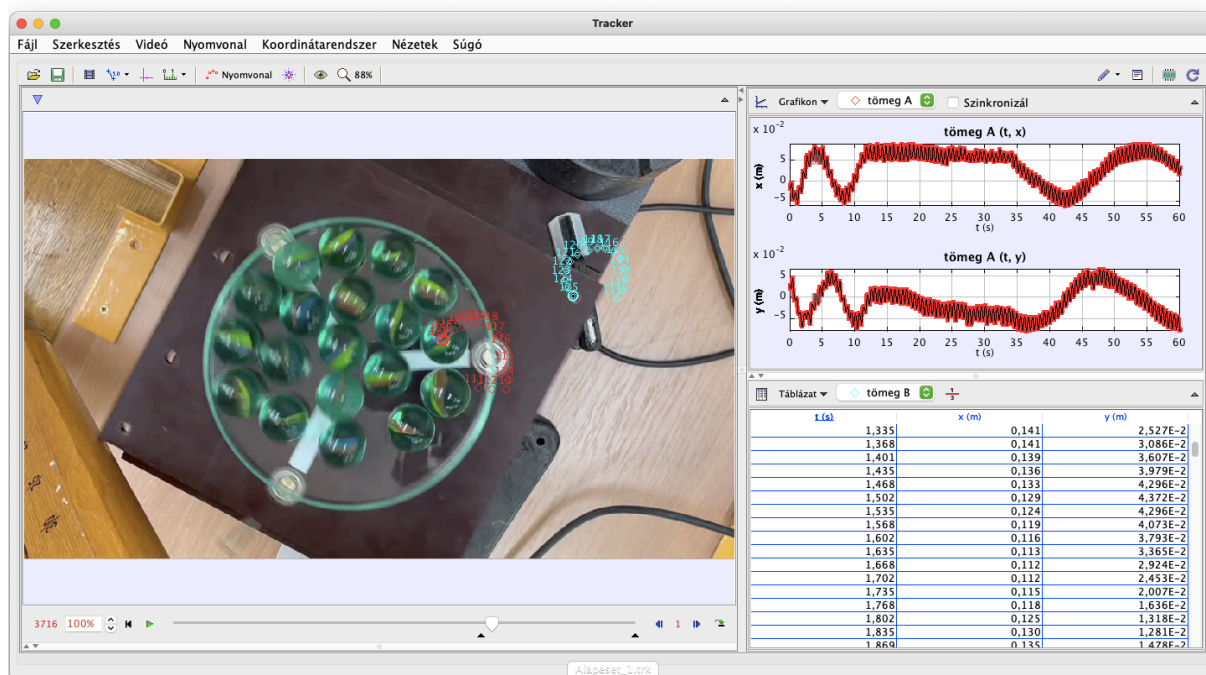
A mérések egy iPhone 13 okostelefon kamerájával, körülbelül 1 méterrel a mozgó asztal felett, kivízszintezve lettek rögzítve. A kamera 30 képkockát készített másodpercenként, a felvétel felbontása Full HD, de számítógéppel ez le lett skálázva az elemző szoftver általi könnyebb befogadhatóság érdekében.

Minden mérés esetében meghatározom a kritikus N értékét, a különböző szögsebességű mozgások alatti méréseket pedig egy elemző szoftverrel ki is értékelem.

B. Kiértékelés

A kritikus N meghatározása nem minden mérés esetén elemző szoftverrel történt. Az 5-10. mérés (lásd: **5. táblázat**) esetén a kritikus N meghatározása a felvétel alapján, szemmel történt, azaz meghatároztam, hogy a golyósokaság forgása hányadik golyó hozzáadása után változott meg. Pontos szögsebességek meghatározása így ezen méréseknél nem történt.

Az általam használt elemző szoftver a Tracker. A program segítségével minden képkockán meghatározom egy olyan golyó helyzetét, amely a teljes felvétel alatt a csésze szélénél van, azaz nem kerül a golyósokaság belsejébe. Emellett kiválasztok egy pontot a mozgó asztallapon a csészén kívül, amelyet a program *Auto-tracker* funkciójával végigkövetek. Ez a pont azért nem lehet a csésze belsejében, mert ha fölötte elgurul egy golyó, az automatikus követés megáll. Ezt hívom *referenciapontnak*.



4. ábra: A felvétel elemzése a Tracker programban

A piros pontok követik a kiválasztott üveggolyót. A türkizkék pontok követik a kiválasztott pontot automatikusan.

A Tracker egy táblázatot készít a golyó és a referenciapont aktuális helyzetéről a t időpillanatban. Ezeket az adatokat (t , $x_{\text{golyó}}$, $y_{\text{golyó}}$, $x_{\text{ref.}}$, $y_{\text{ref.}}$) egy szövegfájlba exportálom, amit utána importálok a Microsoft Excel táblázatkezelő alkalmazásba. A koordináta-rendszer középpontjának helyzete és 1 egység hossza érdektelen, hiszen mi ezekből az adatokból csak a golyónak a csésze középpontjához viszonyított szögsebességét akarjuk kiszámolni, ami független a helyzettől, vagy a távolságtól.

Tudjuk, hogy a Petri csésze középpontja együtt mozog a referenciaponttal, minden időpillanatban ugyanazzal a vektorral az aktuális helyzetük egymásba tolható. Ez azt jelenti, hogy ha tudjuk a Petri csésze középpontjának helyzetét egy időpillanatban, és a referenciapont helyzetét minden időpillanatban, akkor tudjuk a középpont helyzetét is minden időpillanatban.

A táblázatban számításokkal a koordináta-rendszer közepét rögzítem a Petri csésze középpontjára. Majd minden képkockára kiszámolom az x tengely és a golyó relatív helyzetére mutató helyvektor által bezárt szöget. Utána az ezek közti különbségek és az eltelt idő alapján kiszámolom minden két időpillanat közötti szögsebességet. Ezekkel az értékekkel dolgozom tovább.

Létrehozok egy grafikont a kapott szögsebesség adatokból: átlagos szögsebesség N -re nézve, azaz meghatározom, hogy mi a szögsebességek átlaga, amíg N golyó van a csészében. A kapott grafikon így a kiválasztott golyó átlagszögsebessége lesz N függvényében. Amikor ez az érték pozitívból negatívba átfordul, a jelenség bekövetkezett, és ezen golyószám lesz a kritikus N .

IV. EREDMÉNYEK ÉS DISZKUSSZIÓ

A. Kritikus N függése a paraméterektől

Összesen 10-féle mérést végeztem el különböző paraméterekkel. A táblázatban a paraméterek mellett a kritikus N értéke is megtalálható, ami néhány esetben szemmel, néhány esetben pedig elemzőszoftverrel lett meghatározva (lásd: III/B).

Mérés száma	ω (1/s)	A (cm)	R (cm)	r (cm)	Anyag	N_c
1. (alapeset)	10,472	1,55	14,5	2,6	üveg	21
2.	7,46	1,55	14,5	2,6	üveg	21
3.	13,037	1,55	14,5	2,6	üveg	22
4.	15,591	1,55	14,5	2,6	üveg	23
5.	10,472	1,55	14,5	2,6	gumi	13
6.	10,472	1,55	14,5	1,6	üveg	55
7.	10,472	1,55	9	2,6	üveg	9
8.	10,472	1,55	9	1,6	üveg	22
9.	10,472	0,97	14,5	2,6	üveg	21
10.	10,472	1,97	14,5	2,6	üveg	21

5. táblázat: Az adott mérések alatti paraméterek és kritikus N értéke

ω : A mozgató szögsebessége

A: A mozgató amplitúdója

R: A Petri csésze sugara

r: A golyók sugara

Anyag: A golyók anyaga

N_c : Kritikus N ; azon golyószám, aminél a forgásirány először fordul meg.

Az egyes méréseknél az alapesettől eltérő paraméterek cellája sárgával ki lett színezve.

Az alábbi táblázat a szemmel meghatározott kritikus N helyességét szemlélteti. Az 1-4. mérés alatt elemzéssel kiszámolt kritikus N és az ugyanezen mérések alatti, szemmel meghatározott kritikus N értékek hasonlóak, ebből következtethetünk arra, hogy N_c szemmel meghatározott értéke nyugodtan vehető helyesnek, a képkockáról képkockára történő elemzés nem feltétlenül szükséges.

Mérés száma	1.	2.	3.	4.
Elemzéssel kiszámolt N_c	21	21	22	23
Szemmel meghatározott N_c	22	21	22	23

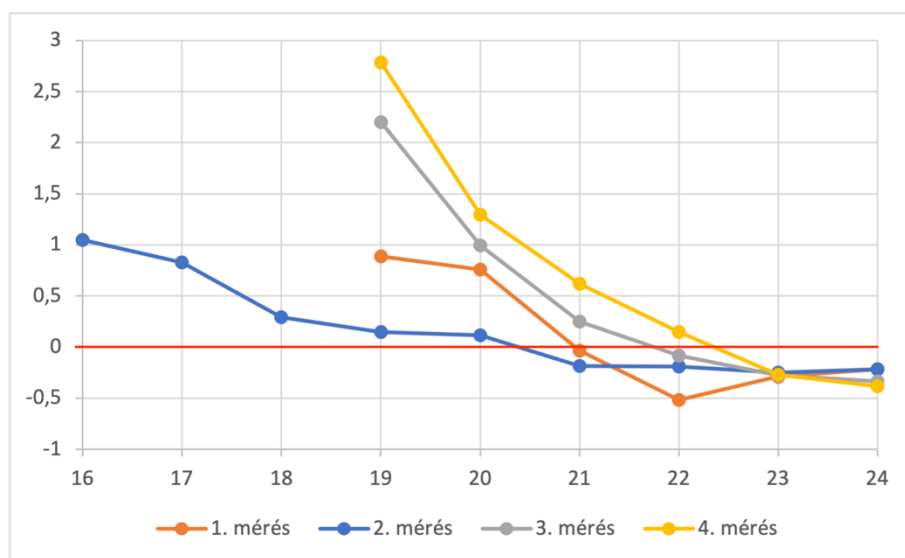
6. táblázat: Az adott mérések alatti elemzéssel és szemmel megkapott N_c értékek
 Az 1. mérés esetén a két módszerrel kapott érték nem egyezik, így sárgával ki lett emelve.

Az eltérés annak köszönhető, hogy az 1. mérés esetén a kiválasztott golyó $N=21$ során mért átlagszögsebessége nagyon közel van 0-hoz. Ez az állapot alatt, amit korábbi kutatások [4] „stall”-nak hívnak, az egyéni golyók a csésze középpontjához viszonyítva összességében nem forognak semelyik irányba sem. Mivel emellett a statisztikai hiba fennállása is elképzelhető, így ez az eltérés nem cáfolja meg a szemmel történő megállapítás helyességét.

1. Szögsebesség

A kapott adatokból nyilvánvalóan kikövetkeztethető, hogy N_c értéke függ a forgatás szögsebességétől.

Az alábbi grafikonon láthatjuk, hogy a kiválasztott golyó átlagszögsebessége a csésze középpontjához viszonyítva pozitívból negatívba annál később fordul át, minél nagyobb a szögsebesség. Tehát N_c annál nagyobb, minél nagyobb ω .



7. grafikon: A kiválasztott golyónak a csésze középpontjához viszonyított átlagszögsebessége (rad/s) a csészében lévő golyók (db) függvényében

A mozgatás szögsebessége (ω) és N_c között összefüggés van: minél nagyobb ω , annál később megy át a kiválasztott golyó átlagszögsebességének értéke negatívba.

A grafikon elemzéséből egy nagyon érdekes dolog is látható. $N=23$ -nál ezek a vonalak metszik egymást. Ennek magyarázatához további vizsgálat szükséges, de nagyon valószínű, hogy csak egy statisztikai véletlenről van szó.

2. Anyag

Kizárólag a golyó anyagának megváltoztatása két számunkra releváns anyagi jellemzőt változtat meg: a súrlódási együtthatót és az ütközési számot. A gumiból készült golyónál mindkét érték magasabb. Ennek hitelessége empirikusan megfigyelhető, hiszen mindkét értékében szignifikánsan eltér az üvegétől.

Míg az alapesetben $N_c=21$, az 5. mérés esetén $N_c=13$. Ebből láthatjuk, hogy a fent megnevezett anyagi jellemzők és N_c között nyilvánvaló összefüggés van.

Egy korábbi kutatás [4] megnevezte a súrlódást, mint a legkritikusabb paramétert. Azonban az csak arra hívta fel a figyelmet, hogy súrlódás nélkül a jelenség nem következik be. Itt beláttuk, hogy a súrlódás nem csak a jelenség bekövetkezése szempontjából jelentős, hanem különböző súrlódási együttható értékek jelentősen befolyásolják N_c értékét.

3. Geometriai jellemzők

Háromféle geometriai jellemzőt tudunk módosítani: a golyók méretét (r), a Petri csésze méretét (R), és a mozgás amplitúdóját (A) (azaz „sugarát”, lásd **1. ábra**).

Az első két geometriai jellemző közötti összefüggést tudjuk kvantifikálni is: legyen q a két vizsgált mérésen egy golyó által lefedett terület és a csésze területének arányainak hányadosa:

$$q = \frac{\frac{r_1^2 \pi}{R_1^2 \pi}}{\frac{r_2^2 \pi}{R_2^2 \pi}} = \frac{r_1^2 R_2^2}{r_2^2 R_1^2}$$

Észrevehetjük, hogy ez a szám mindig közel lesz az $\frac{N_{c1}}{N_{c2}}$ értékhez, ami legyen s :

Vizsgált mérések:	1. és 6.	1. és 7.	1. és 8.	6. és 7.	6. és 8.	7. és 8.
q	2,641	0,385	1,017	0,146	0,385	2,641
s	2,62	0,43	1,05	0,16	0,4	2,44

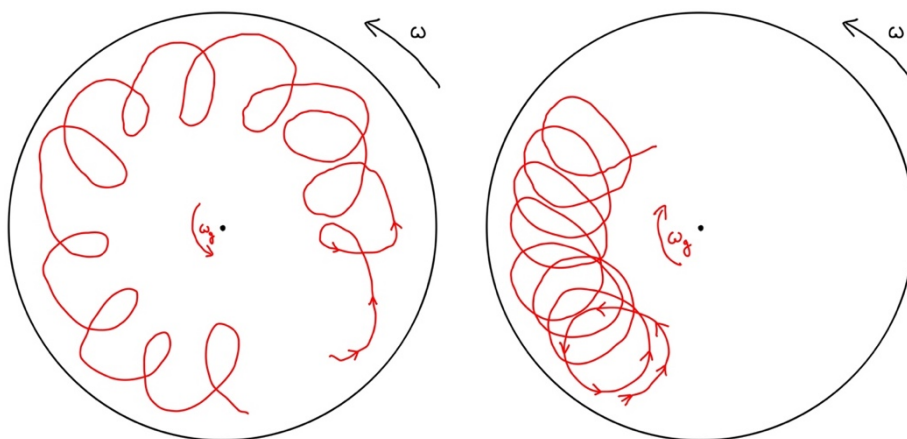
8. táblázat: Az alapesettől kizárólag r és R megváltoztatása alatti mérés-párok q értékének viszonyulása s értékükhöz

Láthatjuk, hogy az értékek, ha nem is megegyeznek, de nagyon közeli. Ezért a kritikus N függése az r és R geometriai paramétereiktől nagyrészt pontosan megállapítható.

Mivel N_c értéke az 1., 9. és 10. méréseken is ugyanaz, láthatjuk, hogy a kritikus N értéke független a mozgás amplitúdójától.

B. Diskusszió

A golyók a csészében nem egyenletes forgómozgást végeznek, a mozgásuk egy spirálhoz hasonlít. Egy golyó csésze középpontjához viszonyított szögsebessége akkor fordul meg, amikor ennek a spirálnak a csésze felőli oldalán kevesebbet fordul előre, mint a csésze belseje felé lévő oldalán a másik irányba.



9. ábra: Egy kiválasztott golyó nyomvonala alacsony golyószám (bal) és magas golyószám esetén

A bal oldali ábrán a hurkok külső oldalán a golyó többet halad, mint a belső oldalán visszafelé, így a golyó a forgatás irányával egy irányba forog a csésze középpontjához viszonyítva.

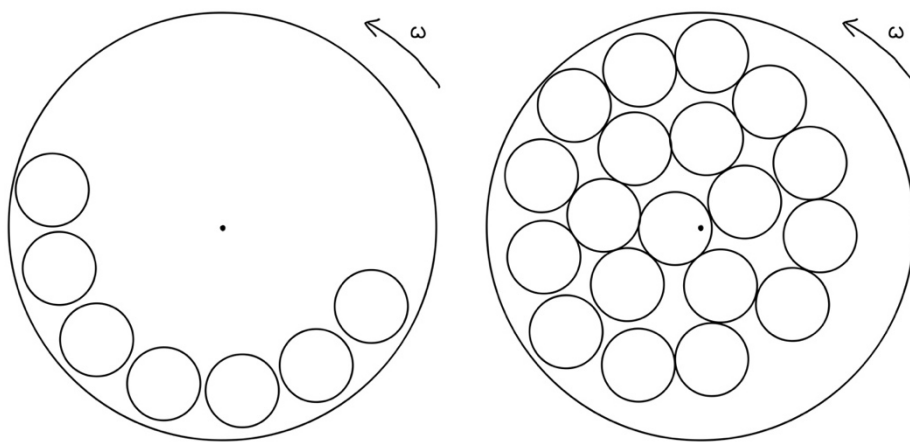
A jobb oldali ábrán, amikor a kritikus N -nél nagyobb számú golyó van a csészében, a hurkok belső oldalán halad többet a golyó visszafelé, mint kívül a forgatás irányával megegyező irányba, így összességében visszafelé fog forogni.

A képek az alapeset videófájljának Tracker-ből kiexportált pillanatképen látható nyomvonalak stilizált verziói

A méréseken és a szimulációban kapott eredmények alapján két kulcsfontosságú dolognak kell megtörténnie, hogy a golyók megforduljanak: az egyik, hogy nagy golyósűrűség esetén egy összefüggő golyósokasággá álljanak össze (ennek megtörténéséhez egyéb feltételek szükségesek, amelyek alább vannak részletezve), a másik, hogy az ezen sokaság és a csésze fala közti súrlódás olyan mértékű legyen, hogy a sokaság gördülni tudjon a csésze falán. Ekkor belátható, hogy a sokaságot felépítő golyók az ellentétes irányba fognak forogni, például

geometriai úton: Tudjuk, hogy a golyósokaság elég nagy ahhoz, hogy a kerülete csak kicsivel legyen kisebb a Petri csésze belső területénél. Így amikor az egy teljes kört gördül, a kiválasztott kerületi pontja kissé hátrébb kerül a csésze falán, mint ahol a mozgás kezdetekor volt. Ezt érzékeljük mi visszafelé forgásnak.

Amikor a golyók száma alacsony, sorban egymás mögött fognak gurulni az edény oldalához szorulva, egy kígyó-szerű formációban. Amikor a golyók száma elegendő, elkezdenek egy – még laza – csoportosulásként mozogni. Egyre több golyó hozzáadásával ez a csoportosulás egyre jobban elkezd egy önálló, egybefüggő testként viselkedni.



10. ábra: A keletkező formációk

A golyók alacsony golyószám esetén kígyó-szerűen mozognak az edény falánál, majd ez megtörik (bal ábra).

Minél nagyobb a golyószám, annál jobban összeállnak a golyók egy összefüggő sokasággá, ahol egymástól függetlenül alig tudnak elmozdulni (jobb ábra).

A képek az alapeset videófájljából készített pillanatképek stilizált verziói

Az összeállás annak köszönhető, hogy minél magasabb a golyószám, annál nagyobb esélyük van a golyóknak egymással ütközni. Amikor az egymás mellett szorosan elhelyezkedő golyókhoz hozzáütközik egy új, ez a golyósokaság nem esik szét, hanem – a Newton-ingához hasonlóan – csak a szélén lévő golyók mozdulnak el. Azonban ezek a magas golyószám miatt hamar visszapattannak a csésze széléről, és a folyamat újraindul. Így létrejön egy többnyire stabil egybefüggő golyósokaság. Ezt az állapotot fenntartja még a szorosan egymás mellett elhelyezkedő részecskék egymásnak feszülése is a köztük fellépő súrlódási erő következtében, ami megakadályozza, hogy a részecskék egyénileg elmozduljanak. Ezt a jelenséget már egy korábbi kutatás [4] bebizonyította.

C. Szimuláció

Hogy megértsük, miért kritikus a súrlódás, vizsgáljuk meg az összeállt golyósokaság mozgását. A fentiekben bemutattam, hogy magas golyószám esetén a golyósokaságra tekinthetünk egy összefüggő testként, aminek a felépítő részecskéi (nevezetesen a golyók) egymástól függetlenül szinte képtelenek elmozdulni. Így a mozgásuk leegyszerűsíthető egy nagy labda vagy korong mozgására, aminek egy kiválasztott pontját követjük, és azt tekintjük az egyik felépítő golyó helyzetének. Ezt hívom *leegyszerűsített modell*nek.

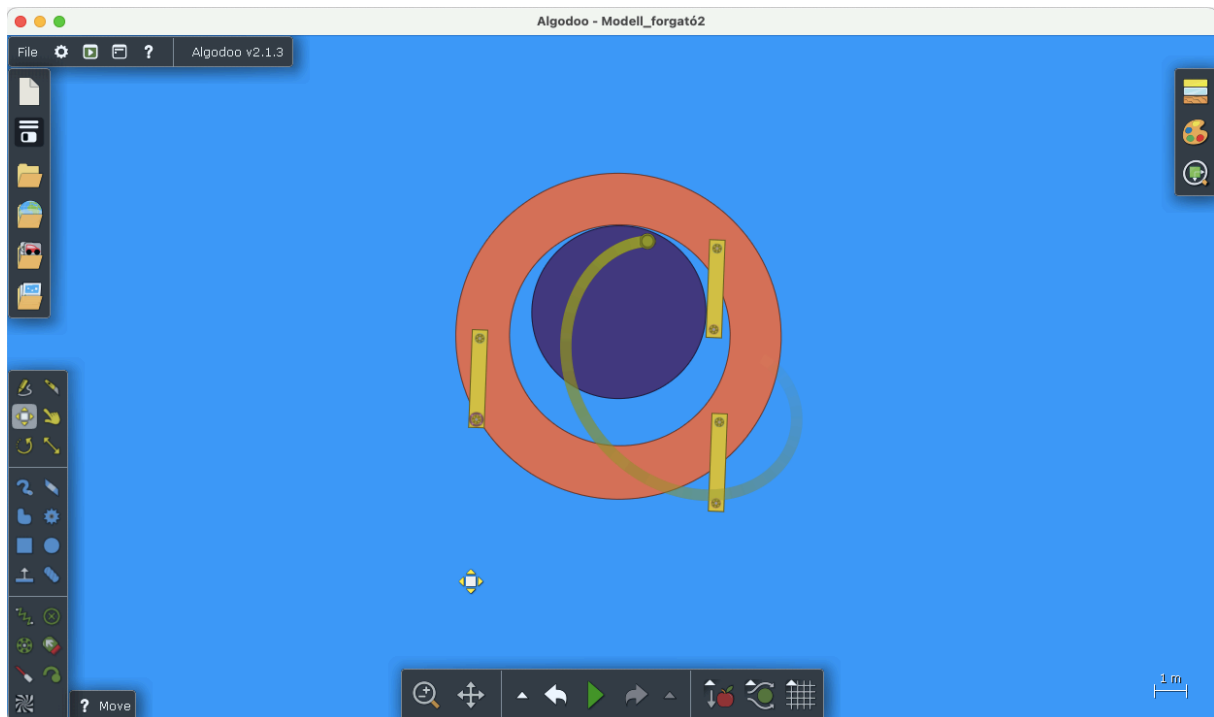
A leegyszerűsített modell mozgásának vizsgálatát egy szimulációval végeztem. Erre azért volt szükség, mert egy korong mozgása, illetve az azt befolyásoló tényezők jelentősen eltérnek a golyótól, hiszen egy korong sokkal nagyobb felületen érintkezik az edény aljával, mint egy golyó. Egy gömb mozgása egy sík felületen ilyen kis távolságon értelmezhető súrlódásmentesnek, hiszen a tapadási súrlódás miatt a gömb tisztán (csúszásmentesen) gördül a felületen. Egy korong viszont mindenképpen tapasztal csúszási súrlódási erőt is a mozgása közben, így szükségessé válik a szimuláció használata, ahol – a földi körülményekkel ellentétben – lehetséges az edény aljával való interakció kiküszöbölése. Emellett a szimuláció használata azért is hasznos, mert a paraméterek tisztán és egyszerűen változtathatók: a testek súrlódási együtthatójának értékét például az ütközési szám értékének megváltoztatása nélkül tudjuk állítani, ami valós anyagokkal nem kivitelezhető.

A szimulációt lefuttattam különböző súrlódási értékekkel a lila korong és a narancssárga csésze között (11. ábra). Először a súrlódás értékét 0-ra állítottam, majd egy alacsony értékre, egy magasabb értékre, majd végtelenre. A végtelen érték azt jelenti, hogy a tapadási súrlódás olyan nagy, hogy a test csúszni nem, kizárólag gördülni tud a csésze belsőjének felületén.

A 0 és az alacsony súrlódási együtthatók esetén a kiválasztott pont valóban ugyanabba az irányba fordult el a narancssárga karika tömegközéppontjához képest, mint ami a mozgatás szögsebességének iránya. Magas érték esetén pedig az ellentétes irányba. Láthatjuk tehát, hogy a súrlódás nem csak a golyók összetartása miatt fontos, hanem az egyéni golyók visszafelé forgásának szempontjából is elengedhetetlen, hiszen a súrlódás teszi lehetővé az egybefüggő test tiszta gördülését a csésze szélén.

Az alacsony súrlódási együttható érték mellett a korong sugarának megnövelésével sikerült elérni, hogy a követett pont a forgatás irányával szembe forogjon a gyűrű tömegközéppontjához képest. Ebből arra következtethetünk, hogy alacsony súrlódás esetén magasabb lesz N_c , mint magasabb súrlódás esetén, hiszen a mérések során is golyók hozzáadásával tudtuk megnövelni a képzeletbeli test térfogatát.

A szimulációt az Algodoo nevű szoftverben végeztem el [5].



11. ábra: Szimuláció az Algodoo programban

A program 2 dimenziós, vertikális. A gravitációt kikapcsoltam. A narancssárga gyűrű a csésze, a citromsárga rudak végzik a kívánt mozgást, a korong pedig lila színű. A korongon található zöld pötty segítségével tudjuk a mozgást követni, ami nyomvonalat húz maga után. A képen látható esetben a pötty a gyűrű középpontjához képest a mozgás irányával (óramutató járásával egyező irány) ellentétesen mozog.

V. ÖSSZEFOGLALÁS

Ebben a dolgozatban megmagyaráztam a jelenség bekövetkeztéhez szükséges tényezőket, az azt kiváltó okokat. Megmagyaráztam, hogy a golyók miért és hogyan állnak össze egy egybefüggő testté, illetve, hogy a sok golyó helyettesíthető egy ilyen testtel, és így ezen test anyagi jellemzői hogyan folyásolják be a jelenséget. Szimulációval beláttam, hogy a golyók és a fal közti súrlódás elengedhetetlen a jelenség bekövetkeztéhez, és a mértéke befolyásolja a

kritikus golyószám értékét. Emellett kísérleti úton meghatároztam a kritikus golyószám függését a releváns paraméterektől:

- A keringés szögsebessége: Minél nagyobb, annál nagyobb N_c , vagyis a jelenség bekövetkeztéhez nagyobb számú golyóra van szükség nagyobb szögsebesség esetén.
- Keringés amplitúdója: A kritikus N értéke azonos egyéb paraméterek mellett amplitúdó-független.
- Golyók anyaga: Minél nagyobb a súrlódási együttható értéke a golyók között, illetve a golyók és a fal között, annál alacsonyabb golyószám szükséges a jelenség bekövetkeztéhez.
- Edény sugara és golyók mérete: Sajnos ezen összefüggések feltérképezetlenek maradtak, mert a kapott adatok között nem lehetett összefüggéseket találni.

VI. IRODALOMJEGYZÉK

[1] M. A. Scherer, V. Buchholtz, T. Pöschel, és I. Rehberg, „Swirling granular matter: From rotation to reptation”, *Physical Review E*, köt. 54, sz. 5. American Physical Society (APS), o. R4560–R4563, nov. 01, 1996. doi: 10.1103/physreve.54.r4560.

[2] A. Feltrup, K. Huang, C. A. Krülle, és I. Rehberg, „The rotation-reptation transition under broken rotational symmetry”, *The European Physical Journal Special Topics*, köt. 179, sz. 1. Springer Science and Business Media LLC, o. 19–24, dec. 2009. doi: 10.1140/epjst/e2010-01190-6.

[3] M. A. Scherer, K. Kötter, M. Markus, E. Goles, és I. Rehberg, „Swirling granular solidlike clusters”, *Physical Review E*, köt. 61, sz. 4. American Physical Society (APS), o. 4069–4077, ápr. 01, 2000. doi: 10.1103/physreve.61.4069.

[4] L. M. Lee, J. P. Ryan, Y. Lahini, M. Holmes-Cerfon, és S. M. Rubinstein, „Geometric frustration induces the transition between rotation and counterrotation in swirled granular media”, *Physical Review E*, köt. 100, sz. 1. American Physical Society (APS), júl. 08, 2019. doi: 10.1103/physreve.100.012903.

[5] B. Gregorcic és M. Bodin, „Algodo: A Tool for Encouraging Creativity in Physics Teaching and Learning”, *The Physics Teacher*, köt. 55, sz. 1. American Association of Physics Teachers (AAPT), o. 25–28, jan. 2017. doi: 10.1119/1.4972493.