

A kétrészecske forrásfüggvény eseményenkénti vizsgálata nehézion ütközésekben az EPOS modellel

Kórodi Balázs
Fizikus MSc. II.

Témavezetők:
Csanád Máté
Kincses Dániel

Eötvös Loránd Tudományegyetem
2023. január 6.



TUDOMÁNYOS DIÁKKÖRI DOLGOZAT

Kivonat

Az elmúlt évtizedek egyik legfontosabb eredménye a nagyenergiás nehézion-fizika szempontjából a kvark-gluon plazma (QGP) felfedezése volt. Az anyag ezen különleges állapotában megszűnik a kvarkbezárás jelensége, ezáltal a kvarkok nincsenek hadronokba rendeződve. Ehhez hatalmas hőmérsékletre és nyomásra van szükség, amely természetes módon csak az Ősrobbanás utáni első töredékmásodpercekben állt rendelkezésre. A QGP ma már laboratóriumi körülmények között is vizsgálható nagyenergiás nehézionok ütköztetésével vagy ilyen ütközések pontos szimulációjával.

A nagyenergiás nehézionfizikai kutatások egyik fontos célja a QGP kifagyásakor keletkezett részecskék fázistérbeli eloszlásának (forrás) meghatározása. Kísérletileg ez nem vizsgálható direkt módszerekkel, ezért a leggyakrabban használt eljárás a kvantumstatistikai korrelációk mérése. Az elmúlt évek eredményei rámutattak, hogy a forrás alakjára eleinte feltételezett Gauss-eloszlás nem írja le statisztikailag elfogadhatóan a kísérleti adatokat. Több olyan eredmény is született, ahol a forrás alakjára Lévy alfa-stabil eloszlás adódott, ezen eloszlás megjelenéséhez vezető okok azonban egyelőre nem tisztázottak.

Egy másik lehetőség a forrás vizsgálatára nehézion ütközések szimulációjában rejlik. Egyes eseménygenerátorokban, mint például az EPOS, rendelkezésre áll a részecskék összes tulajdonsága a kifagyás után, ezáltal a forrás közvetlenül rekonstruálhatóvá válik. Az EPOS modell egy több összetevőből felépített hibrid modell. A kezdeti állapot időfejlődését egy parton-alapú Gribov-Regge elmélet adja, amelyet egy hidrodinamikai evolúció követ, végül pedig a modell tartalmaz hadronizációt és hadron dinamikát is. A modellnek több szintje van, melyek különböző elméleteket vesznek figyelembe, ezáltal vizsgálhatók a Lévy eloszlás esetleges megjelenésének okai.

Tudományos diákköri munkám során az EPOS modellel generált $\sqrt{s_{\text{NN}}} = 2,76$ TeV energiájú ólom-ólom ütközések adatait használtam. Minden egyes esemény esetén külön-külön rekonstruáltam a pionok, a kaonok és a protonok pár-forrásfüggvényét, majd erre Lévy alfa-stabil eloszlást illesztettem. Azt tapasztaltam, hogy a modell összes szintjét együtt használva a Lévy-eloszlás az adatok pontos leírását adja. Megvizsgáltam továbbá az illesztés paramétereinek függését az ütközés centralitásától és a pár átlagos transzverz impulzusától.

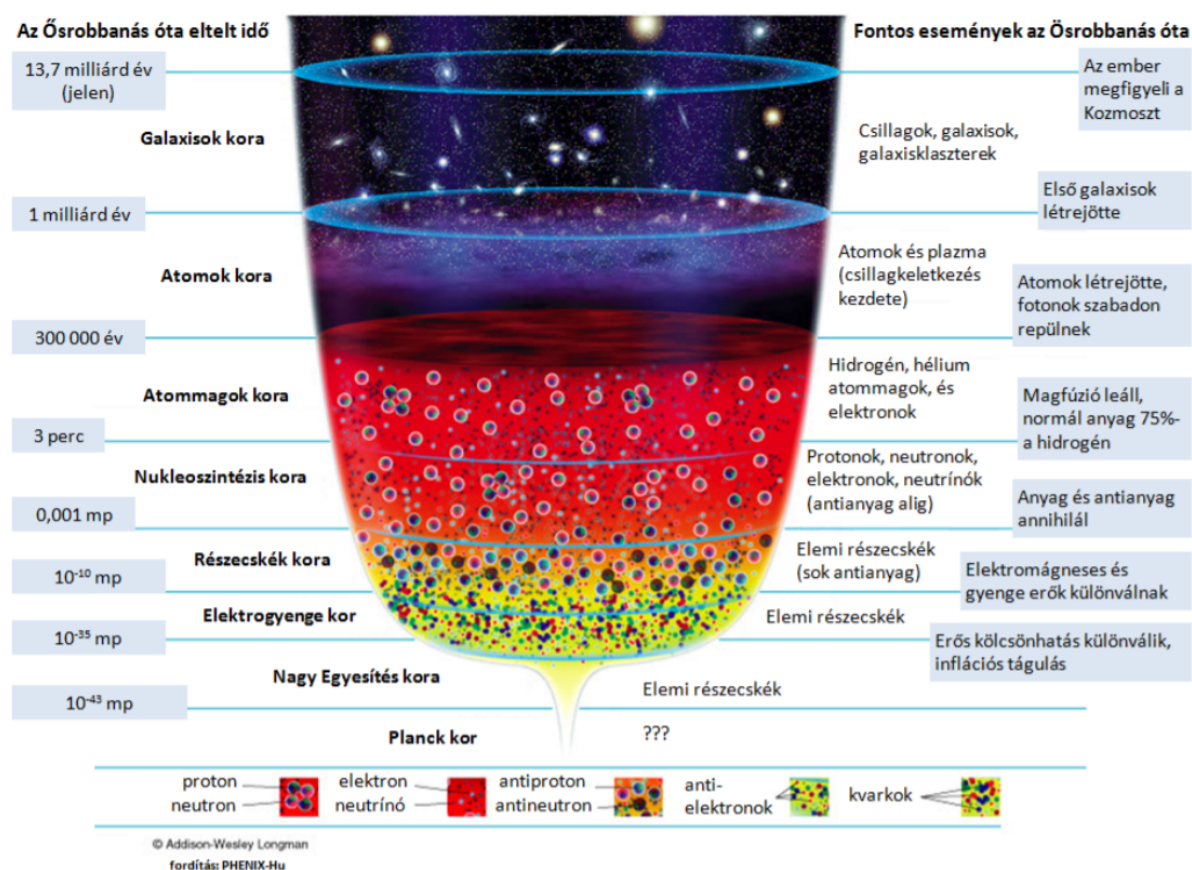
Tartalomjegyzék

1. Bevezetés	3
1.1. Az Ősrobbanás és a nehézion-fizika kapcsolata	3
1.2. Mérőföldkövek a kvark-gluon plazma kutatásában	4
1.3. Femtoszkópia	6
2. Az EPOS modell	10
2.1. Kezdeti állapot	10
2.2. Mag-korona szeparáció	10
2.3. Hidrodinamikai evolúció	11
2.4. Hadronizáció, hadronikus szóródás	12
3. Az analízis részletei	13
3.1. A kétrészecske forrásfüggvény mérése	13
3.2. A kétrészecske forrásfüggvény illesztése	15
3.3. A forrás paramétereinek eloszlása	15
4. Eredmények és diszkusszió	18
4.1. A pionforrás paramétere	19
4.2. A pion-, a kaon- és a protonforrás paramétereinek összehasonlítása	21
5. Összefoglalás	26

1. Bevezetés

1.1. Az Ősrobbanás és a nehézion-fizika kapcsolata

Az Ősrobbanás utáni első töredékmásodpercekben az Univerzum teljesen máshogy festett, mint amit ma látunk magunk körül. Nagyjából az első tízezred másodpercben a hőmérséklet olyan magas volt, hogy a kvarkok nem tudtak hadronokba rendeződni. Ebből fakadóan nem léteztek a ma ismert összetett struktúrák, de még a történelem során sokáig eleminek gondolt atomok, sőt az atommagot felépítő protonok és neutronok sem. Amint az az 1. ábrán is látható, a teret teljesen elemi részecskék „ősleve”, az úgynevezett kvark-gluon plazma (QGP) töltötte ki [1]. Az Univerzum azonban hatalmas sebességgel tágult, aminek eredményeként a hőmérséklet (T) rohamosan csökkent. Mai becsléseink szerint nagyságrendileg egy tízezred másodperccel az Ősrobbanás után érte el a $T = 10^{12}$ K nagyságrendet, ami már elegendően alacsony volt a hadronok kialakulásához. Ekkor a QGP addig szabad kvarkjai hadronokba rendeződtek. Ezt a folyamatot nevezzük kifagyásnak, vagy hadronizációnak. Ezt követően az 1. ábrán szemléltetett lépéseket követve alakult ki az Univerzum mai struktúrája.



1. ábra. Az Univerzum története. A QGP csak az első töredékmásodpercekben létezhetett, ezt követően megtörtént a hadronizáció.

A korai Univerzum működésének megértéséhez elengedhetetlen a kvark-gluon plazma vizsgálata. Ahhoz, hogy ezt kísérletileg megtehessük, az Ősrobbanás utáni körülményeket kell rekonstruálnunk. Szerencsére a mai legmodernebb technikáknak köszönhetően erre már lehetőségünk van. A világon több olyan részecskegyorsító is található, amely alkalmas nehézionok ultrarelativistikus sebességekre gyorsítására és ilyen részecskék ütköztetésére. Az elmúlt évtizedek kutatásai során bebizonyosodott, hogy ezekben a hatalmas energiájú

ütközésekben QGP keletkezik [2]. Ennek a vizsgálata azonban további bonyodalmakba ütközik, mivel a kvarkanyag csak nagyságrendileg 10^{-22} másodpercig van jelen az ütközés után. Ilyen rövid idő alatt lehetetlen közvetlen méréseket végezni, a QGP tehát direkt módszerekkel nem vizsgálható. Amit vizsgálni tudunk, az a kifagyás során keletkezett részecskék tulajdonságai. Ezek mérésére az ütközési pont körül elhelyezkedő komplex detektorrendszereket használjuk, amelyek megméri a kirepülő részecskék töltését, impulzusát, tömegét, valamint energiáját. Ezekből az adatokból, különböző fizikai effektusokat felhasználva, már információhoz jutunk a QGP tulajdonságairól.

Egy másik lehetséges módszer ugyanezen cél elérésére a nagyenergiás nehézion-ütközések szimulációja. Ehhez olyan összetett modellekre van szükség, amelyek jó közelítéssel leírják egy ilyen ütközés evolúciójának különböző szakaszait. Egy ilyen modell az EPOS is, melyet munkám során én is használtam. Egy szimuláció használatának több előnye is van a valódi méréshez képest. Egyes mennyiségekhez (pl. a kifagyó részecskék koordinátái) egyszerűen nincs hozzáférésünk a mérések során, de szimulációk használatával gyakran ezek is vizsgálhatók válnak. Mindemelett a szimulációk talán legfontosabb pozitívuma, hogy összevethetünk különböző fizikai modelleket és ezáltal egy adott rendszer (esetünkben a kvark-gluon plazma) működését elemibb szinten érthetjük meg, mint pusztán kísérleti adatok elemzéséből.

1.2. Mérföldkövek a kvark-gluon plazma kutatásában

A közelmúltbeli nagyenergiás nehézion-fizikai kutatások egyik legfontosabb eredménye a kvark-gluon plazma felfedezése volt. Kísérleti adatok elemzése során számos olyan jelre bukkantak, ami arra utalt, hogy egy újfajta, erősen kölcsönható maganyag keletkezik az ütközésekben [3, 4]. Ebben az alfejezetben ezek közül a bizonyítékok közül tekintem át a legfontosabbakat, ezáltal bemutatva a QGP alapvető tulajdonságait is.

1.2.1. A magmódosulási faktor

Az egyik fontos mérhető mennyiség, amely információt szolgáltat a QGP tulajdonságairól, a magmódosulási faktor (R_{AA}). Ennek értéke az adott impulzussal rendelkező részecskék számát hasonlítja össze elemi nukleon-nukleon (kísérletileg proton-proton) és nehézion-ütközésekben az alábbi képleten keresztül:

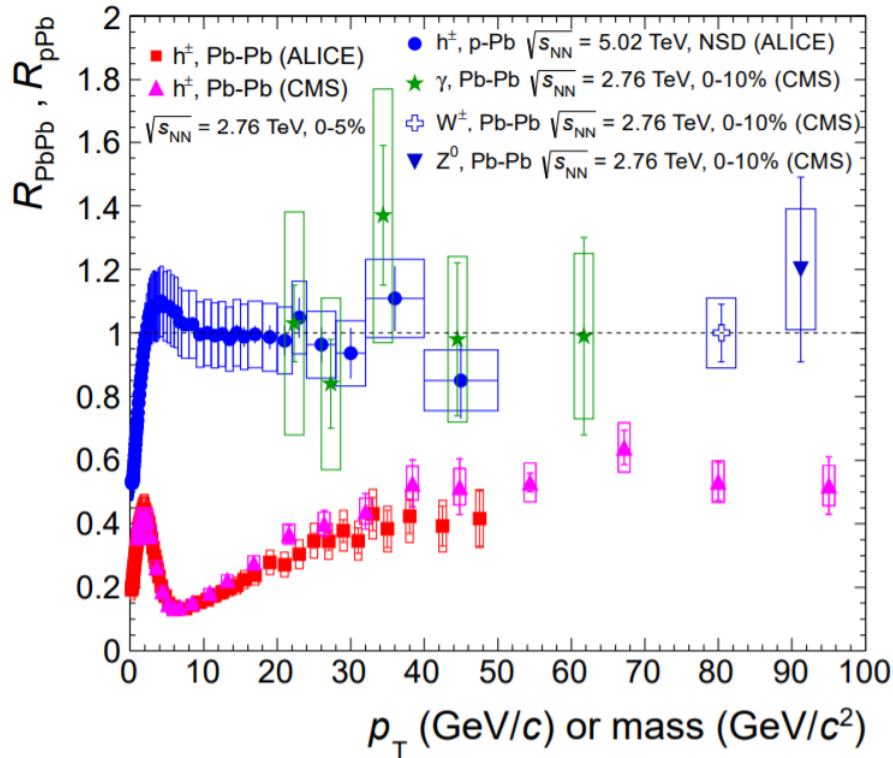
$$R_{AA} = \frac{(\text{részecskék száma nehézion-ütközésekben})}{(\text{bináris ütközések száma}) \cdot (\text{részecskék száma p+p ütközésekben})}. \quad (1)$$

Az így definiált érték 1-et adna, ha egy nehézion-ütközés felbontható lenne külön nukleon-nukleon ütközésekre. Kísérleti adatok azonban azt mutatták, hogy egyes részecske típusok esetén $R_{AA} < 1$, ami arra utal, hogy nehézion ütközésekben valami máshogy zajlik, mint proton-proton ütközésekben.

A kísérleti eredmények értelmezéséhez szükséges a centralitás fogalmának ismerete. Ez a mennyiség azt jellemzi, hogy a két ütköző atommag mekkora része fed át. Értékét százalékban szokás kifejezni, ahol a kisebb érték tartozik a jobban átfedő esetekhez. 10%-os centralitás tehát azt jelenti, hogy az összes ütközésnek csak 10%-a fed át jobban, míg 90%-os centralitás esetén 90% a centrálisabb ütközések aránya.

A magmódosulási faktor transzverz impulzustól (p_T) vett függését több kísérlet is megmérte különböző részecskékre, különböző centralitásosztályokban. Az LHC-ban (korábban RHIC-ben és SPS-ben is) mért eredmények azt mutatták, hogy azokra a részecskékre, amelyek nem vesznek részt az erős kölcsönhatásban ($\gamma, W^\pm, Z^0$) $R_{AA} \approx 1$,

viszont az erős kölcsönhatásban résztvevő hadronokra ($h^\pm$) $R_{AA} < 1$ [5–7]. Ez látható a 2. ábrán [8]. A kísérleti eredmények magyarázata az, hogy az ütközésben keletkezett, erősen kölcsönható anyag elnyeli az abban néhány femtométer utat megtevő, erős kölcsönhatásban részt vevő hadronok energiáját. A színtöltéssel nem rendelkező, vagyis az erős kölcsönhatásban nem részt vevő részecskék érdemben nem hatnak kölcsön ezzel a közeggel, ezért az ő magmódosulási faktorjuk nem tér el jelentősen 1-től. Az eredményekből az is egyértelmű volt, hogy a hadronok elnyomásának mértéke csökken kisebb energia, valamint periférikusabb ütközések esetén. Feltételezhető, hogy létezik egy pont, ahol még éppen tapasztalható az effektus, tehát még éppen keletkezik QGP. A következő évek egyik fontos célja ennek a pontnak a megtalálása.



2. ábra. A magmódosulási faktor p_T függése különböző részecskék esetén centrális ütközésekre [8].

1.2.2. A tökéletes kvarkfolyadék

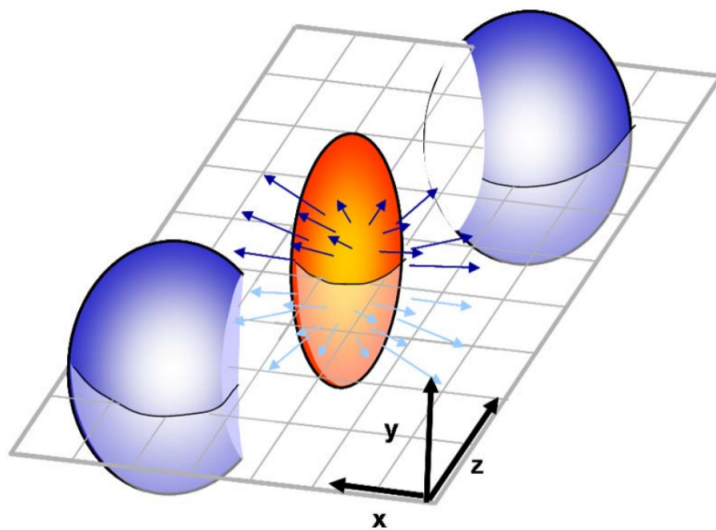
Nem teljesen centrális ütközésekben a keletkezett közeg jó közelítéssel ellipszoid alakú (lásd a 3. ábrán [9]). Ez az alak nyilvánvalóan rendelkezik egy aszimmetriával, de a fontos kérdés az, hogy ez hogyan jelenik meg a végállapotban a részecskék impulzuseloszlásában. Ennek megválaszolásához tekintsük ezen részecskék transzverz impulzusának eloszlását ($N(p_T, \phi)$), a ϕ azimut szög szerinti Fourier-sor formájában:

$$N(p_T, \phi) = N(p_T) \left[1 + 2 \sum_n v_n(p_T) \cos(n\phi) \right]. \quad (2)$$

Az $x - z$ ($\phi = 0$) és az $y - z$ ($\phi = \pi/2$) síkokra való tükrözési szimmetria miatt a szinuszos tagok, valamint a páratlan n -hez tartozó tagok elhanyagolhatóak. A sor első lényeges együtthatója így a v_2 -vel jelölt elliptikus folyás, mely a gömbszimmetriától vett elliptikus jellegű eltérést jellemzi. Ha a keletkezett közegben a részecskék szabad úthossza

nagy, tehát valamilyen gáz-jellegű halmazállapotban vagyunk, akkor a kezdeti aszimmetria ellenére a végállapot közel gömbszimmetrikus lenne, tehát v_2 értéke elhanyagolhatóan kicsi lenne. A kísérleti eredmények ezzel szemben azt mutatták, hogy ennek az együtthatónak az értéke semmiképp sem elhanyagolható [10]. Ebből fakadóan az ütközésben létrejövő kvarkanyag részecskéi között erős a kölcsönhatás, ami egy folyadékszerű halmazállapotnak felel meg.

A Fourier-sor második lényeges együtthatója a v_4 , amely egy kvadrupol aszimmetriát jellemez. Ha a táguló közeg lényeges belső sűrűlódással rendelkezne, akkor ez a bonyolult aszimmetria hamar kimosódna és így v_4 értéke közel nulla lenne. A mérésekben azonban ez az érték sem volt elhanyagolhatóan kicsi, mitöbb az ebből számolt viszkozitásra még a szuperfolyékony hélium viszkozitásánál is kisebb érték adódott [11]. Összességében tehát azt mondhatjuk, hogy a nehézion ütközésekben keletkezett közeg tökéletes kvark-folyadéknak tekinthető.



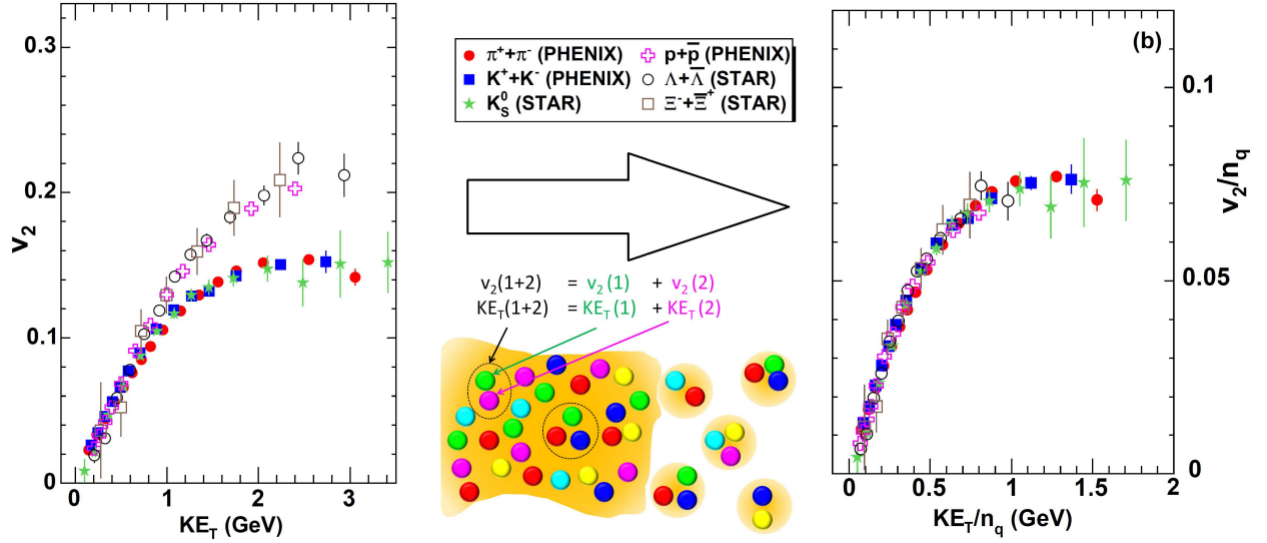
3. ábra. A periférikus ütközések esetén kialakuló ellipszoid alak [9].

1.2.3. A kvark szabadsági fokok

Az elliptikus folyás transzverz kinetikus energia (KE_T) függését vizsgálva az látszott, hogy az eredmények két külön görbén helyezkednek el attól függően, hogy a vizsgált részecskék a mezonok (pl. π, K, ϕ) vagy a barionok (pl. proton, Λ, Σ) közé tartoznak (lásd 4. ábra bal fele [12]). Azonban ha az elliptikus folyást és a transzverz kinetikus energiát is visszaskálázzuk a részecskéket felépítő valenciakvarkok számával, akkor az eredmények egy görbére esnek, ahogy az a 4. ábra jobb oldalán is látható [12]. Koaleszcencia modellekben ez a fajta skálázás akkor teljesül, ha a hadronok egy kvarkok alkotta közegből származnak [13], tehát ez a megfigyelés is alátámasztja, hogy a kifagyás előtt a szabadsági fokokat a kvarkok hordozták.

1.3. Femtoszkópia

A kvark-gluon plazma kutatás egyik központi kérdése az ütközés során keletkezett közeg téridőbeli geometriájának leírása. Az egyik legalapvetőbb mennyiség a kinetikus kifagyás során keletkezett részecskék fázistérbeli eloszlása. Ezt röviden forrásnak nevezzük és $S(x, p)$ -vel jelöljük, ami tehát megadja egy x téridőbeli pont és p négyesimpulzus infinitezimális környezetében keletkezett részecskék számát. Ez a mennyiség több szempontból



4. ábra. A v_2 elliptikus folyás KE_T transzverz kinetikus energiától való függése, a kvarkok számával történő skálázás előtt és után [12].

is fontos, hiszen kapcsolatba hozható például a közeg hidrodinamikai tágulásával [14, 15], kritikus pont körüli viselkedéssel [16], de megjelenik olyan új kutatásokban is, mint a könnyű atommagok keletkezésének vizsgálata [17]. Kísérletileg azonban a forrásfüggvény nehezen vizsgálható, hiszen a folyamat nagyjából 10^{-22} másodperces időskálája és femtométeres távolságskálája miatt lehetetlen direkt méréseket végezni. A nagyenergiás fizika egy külön tudományága foglalkozik a femtométer skálájú jelenségek vizsgálatával, amelyet femtoszkópiának nevezünk [18]. Ez a terület egészen az 1950-es évekig nyúlik vissza, hiszen azóta tudjuk, hogy pionok impulzuskorrelációiból információhoz juthatunk a részecske kibocsátó forrásról [19, 20]. Az effektus, amit használunk analóg a csillagászatból ismert HBT-effektussal, azonban a részecskefizikában a háttérben a bozonok és a fermionok kvantumstatisztikái állnak. Az évek során rengeteg kísérleti analízist végeztek ebben a témában és ma is egy aktívan kutatott terület. A centrális határeloszlás tétel miatt a forrás alakjára eleinte Gauss-eloszlást tételeztek fel, ami az akkori adatokat pontosan le is írta [21, 22]. Ez egybevágott korábbi hidrodinamikai modellek jóslatával is, melyekben szintén Gauss-eloszlás adódik a forrás alakjára [15, 23, 24]. Ezzel szemben az utóbbi évek kutatásai alapján úgy tűnik, hogy a forrás mégsem pontosan Gauss-eloszlású. Ennek okait és bizonyítékait alább az 1.3.2 alrészben részletezem.

1.3.1. A kétrészecske forrásfüggvény

Az utóbbi évek eredményeinek bemutatása előtt fontos definiálni, hogy mi az a mennyiség, amit indirekt módon, de rekonstruálni lehet kvantumstatisztikus impluzuskorrelációk mérésével. Ez nem más, mint a kétrészecske (vagy pár) forrásfüggvény, amit definíció szerint az $S(x, p)$ egyrészecske forrás autokorrelációjaként kapunk:

$$D(r, K) = \int S(x_1, K) S(x_2, K) d^4 \rho = \int S(\rho + \frac{r}{2}, K) S(\rho - \frac{r}{2}, K) d^4 \rho, \quad (3)$$

ahol x_1 és x_2 a két részecske négyes helyvektorai, $\rho = (x_1 + x_2)/2$ a pár tömegközéppontjának négyes helyvektora, $r = x_1 - x_2$ a pár relatív négyes helyvektora, $K = (p_1 + p_2)/2$ pedig a pár átlagos négyes impulzusa. Az így definiált mennyiségnek összesen 8 változója van. A gyakorlatban alkalmazott módszer az, hogy ennek a függvénynek

az r függését vizsgáljuk. Ezt paraméterezzük néhány paraméterrel, ahol a K függést ezek a paraméterek hordozzák. Továbbá a tömeghőfeltétel miatt az r függés helyett elegendő szimplán az $\mathbf{r}$ hármasektortól való függést vizsgálni. Ezen felül egy gyakran alkalmazott közelítés, hogy a forrást bizonyos rendszerben gömbszimmetrikusnak tételezzük fel, ezáltal a kétrészecske forrásfüggvénynek egyetlen változója marad, ami nem más, mint $|\mathbf{r}|$. Ennek a folyamatnak a részletes leírása megtalálható például a [25] hivatkozásban.

A sokáig széles körben használt gömbszimmetrikus Gauss-eloszlással rendelkező forrás tehát az alábbi egyszerű alakban írható fel:

$$S(x; R(p)) \propto e^{-\frac{|\mathbf{x}|^2}{2R(p)^2}}, \quad (4)$$

ahol R a forrás homogenitási hossza. Ez a mennyiség impulzusfüggő, és megadja annak a tartománynak a méretét, amelyből az adott impulzusú részecskék származnak. Értéke a hidrodinamikai tágulás miatt valamivel kisebb a geometriai méretnél [18]. A (3) egyenletet használva könnyedén megkaphatjuk a kétrészecske forrás alakját is:

$$D(r; R(K)) \propto e^{-\frac{|\mathbf{r}|^2}{4R(K)^2}}, \quad (5)$$

ami szintén Gauss eloszlású, annyi különbséggel, hogy R helyett $\sqrt{2}R$ szerepel.

1.3.2. A Lévy-eloszlás megjelenése a nagyenergiás fizikában

A forrásra feltételezett Gauss-eloszlás eleinte megfelelőnek bizonyult a kísérleti adatok leírására [21, 22], azonban több olyan eredmény is született, ami arra utalt, hogy a forrás rendelkezik egy hosszútávú komponenssel, ami hatványszerű lecsengést követ [26, 27]. Az évek során a kísérleti adatok egyre pontosabbak lettek, így a Gauss-eloszlás már nem nyújtott statisztikailag elfogadható leírást. Az elmúlt években azonban több kísérleti analízisben is sikerült sikeresen leírni az adatokat szimmetrikus Lévy alfa-stabil eloszlás feltételezésével [25, 28].

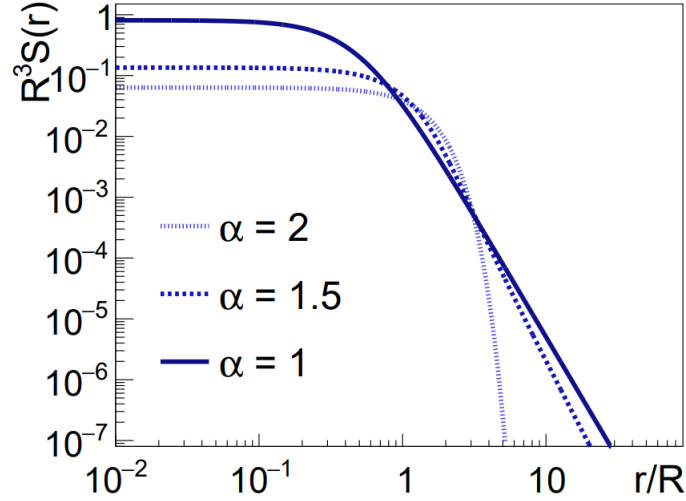
A Lévy alfa-stabil eloszlás (továbbiakban Lévy-eloszlás) a Gauss-eloszlás általánosításából kapott stabil eloszlás, melyet háromdimenzióban az alábbi integrál definiál:

$$\mathcal{L}(\mathbf{r}; \alpha, R) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int e^{i\mathbf{q}\mathbf{r}} e^{-\frac{1}{2}|\mathbf{q}R|^\alpha} d^3\mathbf{q}, \quad (6)$$

ahol $\mathbf{q}$ egy integrálási változó, α és R két paraméter, a Lévy-stabilitási index és a Lévy-skálaparaméter; $\alpha = 2$ esetben visszakapjuk a Gauss-eloszlást, míg $\alpha < 2$ esetén az eloszlás hatványszerű lecsengéssel rendelkezik (lásd az 5. ábrán [29]). A Lévy-eloszlás egyik fontos tulajdonsága a stabilitása, ami csak $\alpha \leq 2$ esetben teljesül, és azt jelenti, hogy Lévy-eloszlású véletlen valószínűségi változók lineáris kombinációja is Lévy-eloszlású lesz. Ennek következményeként, ha az egyrészecske forrásfüggvény Lévy-eloszlású adott $\alpha \leq 2$ stabilitási indexszel, akkor az ennek autokorrelációjaként kapott kétrészecske forrásfüggvény is Lévy-eloszlású lesz ugyanazzal a stabilitási indexszel, de más skálaparaméterrel:

$$S(\mathbf{x}) = \mathcal{L}(\mathbf{x}; \alpha, R) \Rightarrow D(\mathbf{r}) = \mathcal{L}(\mathbf{r}; \alpha, 2^{1/\alpha}R). \quad (7)$$

A Lévy-eloszlás megjelenésének nagyenergiás nehézion ütközésekben számos oka lehet. Táguló rendszerekben, a centrális határeloszlás tétel általánosítása anomális diffúzióhoz vezethet, melynek eredményeként a forrás Lévy eloszlású lesz [30, 31]. Szerepet játszhat ezen felül jetek fragmentációja [32], rezonanciák bomlása, de akár kritikus pont körüli viselkedés is [33]. Kísérleti analízisek során több esemény átlagolásával kapjuk a forrás



5. ábra. Különböző α stabilitási indexszel rendelkező Lévy-eloszlású forrásfüggvények egydimenziós vetülete az R skálaparaméter kiskálázása után [29].

eloszlását és előfordulhat az is, hogy ez az átlagolás vezet a hatványszerű komponens megjelenéséhez [34]. Az mindenesetre kijelenthető, hogy egyelőre nincs perdöntő bizonyíték a lehetséges okok között. Éppen ezért szükségeszerű fenomenológiai kutatásokat végezni, amelyeken keresztül jobban megérthetjük a Lévy-eloszlás megjelenéséhez vezető fizikai okokat. Az egyik lehetséges irány nagyenergiás nehézionütközések szimulációjának vizsgálata. Ehhez olyan eseménygenerátorokra van szükség, amelyek jó közelítéssel tudják az ilyen ütközések időfejlődését modellezni több, összetett fizikai elmélet használatával.

Tudományos diákköri munkám során az EPOS modellel generált $\sqrt{s_{NN}} = 2,76$ TeV energiájú ólom-ólom ütközések adatait elemeztem. A szimulációban rendelkezésre álltak a kifagyó hadronok téridőbeli koordinátái, így közvetlenül rekonstruálni tudtam a pionok, a kaonok és a protonok kétrészecske forrásfüggvényeit minden egyes eseményre külön-külön. Az így kapott függvényekre Lévy-eloszlást illesztettem, majd vizsgáltam az illesztés paramétereinek centralitás- és transzverz impulzusfüggését.

2. Az EPOS modell

Az EPOS (*E*nergy *c*onserving *q*uantum *m*echanical *m*ultiple *s*cattering *a*pproach, *b*ased on *P*artons (*p*arton *l*adders), *O*ff-shell remnants, and *S*aturation of *p*arton *l*adders) egy Monte-Carlo technikán alapuló fenomenologikus modell [35]. Segítségével szimulálhatóak nagyenergiás nehézion és proton-proton ütközések is. A modellt úgy alkották meg, hogy az reprodukálni tudja az összes alapvető mérhető mennyiséget nulla bariokémiai potenciálhoz közeli ütközések esetén, ami gyakorlatilag a RHIC-nél elérhető maximális energiának és az LHC energiáknak felel meg. A modell elsődleges célja, hogy segítségével jobban megérthetővé váljon a nagyenergiás ütközések téridőbeli evolúciója. Éppen ezért számos elméletet tartalmaz, melyek a teljes evolúció különböző szakaszait írják le. Ebben a fejezetben bemutatom ezeket az elméleteket és az általuk leírt szakaszait az időfejlődésnek.

2.1. Kezdeti állapot

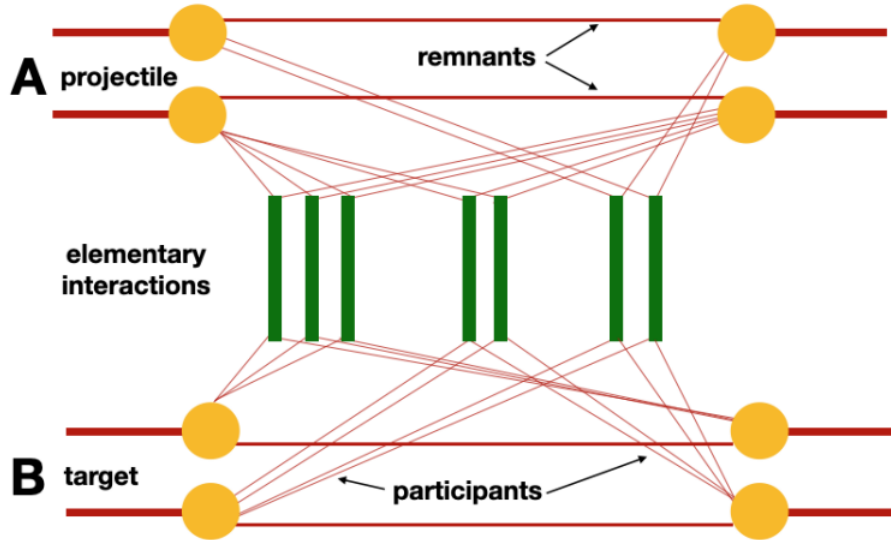
Ultrarelativisztikus energiájú ütközések szimulációjának a legkritikusabb pontja a kezdeti állapot kezelése. Ennek helyes kivitelezése elengedhetetlen a parton-hadron fázisátalakulás megértéséhez. Az EPOS modellben az ütközés utáni első kölcsönhatások leírására egy komplikált hibrid modellt alkalmaznak, amely tartalmazza a Gribov-Regge elméletet és az eikonalizált parton modellt [36]. A Gribov-Regge elmélet egy effektív térelmélet, melyben rengeteg elemi kölcsönhatás történhet egyszerre és ezeket komplex, elméleti objektumokkal, úgynevezett Pomeronokkal reprezentálják. A parton modellben a nukleonok összetett objektumként vannak kezelve, vagyis figyelembe vannak véve a kvarkok és a gluonok is. Mindkét modellnek megvannak a maga hiányosságai, a legfontosabb talán az energiamegmaradás hiánya. A kettő kombinálásával azonban teljesülnek a megmaradási törvények, valamint azonos módon vannak kezelve az egymás után bekövetkező interakciók, ami egy fontos különbség több más szimulációhoz (pl. Pythia) képest.

A hatáskeresztmetszetek számolása a QCD-alapú effektív térelmélet Feynman-diagramjai alapján történik. A beérkező nukleonok fel vannak bontva bizonyos számú „alkotóelemre”, melyek a beérkező impulzus valamilyen hányadát hordozzák. Az ütközés során el vannak különítve azok a nukleonok, amelyek nem esnek bele a két ütköző atommag kölcsönható részébe. Ezeket „szemlélőknek” nevezik, mivel nem vesznek részt az elemi kölcsönhatásokban. Azoknak a nukleonoknak az alkotóelemei, amelyek nem szemlélők további két részre vannak bontva: a résztvevők (participant) ténylegesen részt vesznek a kölcsönhatásokban, míg a maradványok (remnants) nem. Ennek a modellnek az illusztrációja látható a 6. ábrán [37].

A részecske keltés a húr modellen alapszik [35, 38]. Ebben a kvarkok közötti szín mezőt egy egydimenziós húrral közelítik. A kvarkok távolodásával a potenciális energia folyamatosan nő. Egy ponton egy új kvark-antikvark pár létrehozása energetikailag kedvezőbb lesz, mint a húr további nyúlása. Ezt a folyamatot nevezzük húr fragmentációnak. Az EPOS modellben a kvázi-longitudinális szín mezőket kezelik klasszikus húrokként [35], amelyek fel vannak osztva kis szegmensekre. A transzverz mozgást az időfejlődés során a közvetítő gluonok okozzák.

2.2. Mag–korona szeparáció

Nehézion ütközésekben és nagy multiplicitású proton-proton ütközésekben a hurok lokális sűrűsége egyes területeken nagyon nagy, ezért ott azok bomlása nem történhet egymástól függetlenül. A hurok szegmensei ezért két részre vannak osztva, ezáltal bevezetve a mag (core) és a korona (corona) fogalmát [35, 39, 40]. Ez nem összekeverendő a HBT



6. ábra. Az ütköző nukleonok kölcsönhatásának szemléltetése az EPOS modellben [37]. Két A-val jelölt beérkező nukleon (projectile) hat kölcsön a céltárgy két B-val jelölt nukleonjával (target). Az elemi kölcsönhatások (elementary interactions) csak a nukleonok bizonyos alkotóelemei között zajlanak, melyeket résztvevőknek (participants) nevezünk. A maradványok (remnants) nem vesznek részt a kölcsönhatásban.

mérések során használt mag-glória-moddal [41], ugyanis hasonló nevük ellenére a kettő nem ugyanaz. A szeparáció itt két kritérium szerint történik, melyek a szegmens transzverz impulzusa és a húrok lokális sűrűsége. A mag azokat a szegmenseket tartalmazza, amelyek a középső, sűrű részen helyezkednek el és a transzverz impulzusok nem elég nagy ahhoz, hogy elhagyják ezt a régiót. Ennek a tartománynak az időfejlődését a szimuláció következő szakaszában hidrodinamika segítségével írják le. A korona tartalmazza azokat a szegmenseket, amelyek nagy transzverz impulzussal rendelkeznek és ezért elhagyják a középső, sűrű tartományt. Az ilyen szegmensek jeteiben lévő hadronok formájában jelennek meg. A korona részecskék másik típusa olyan szegmensekből származik, amelyek a sűrű tartomány felületén helyezkedtek el és szintén elhagyták ezt a régiót.

2.3. Hidrodinamikai evolúció

Mint azt korábban említettem a QGP közel tökéletes folyadéknak tekinthető. Éppen ezért azt gondolhatnánk, hogy elegendő sűrűlődséget nem tartalmazó hidrodinamikai modelleket használni. Ezzel szemben több kutatás is bizonyította, hogy a QGP tágulásának leírásakor figyelembe kell venni a térfogati viszkozitást [42, 43]. Az EPOS modellben egy 3+1 dimenziós viszkozus hidrodinamikán alapuló módszert alkalmaznak, amit vHLE-nek (*viscous relativistic Harten-Lax-van Leer-Einfeld Riemann solver-based algorithm*) hívnak [35]. A hidrodinamikai szimuláció során az egyes események külön-külön vannak kezelve, ami azt jelenti, hogy nincsenek minden eseményre kiterjedő kezdeti feltételek. Ez az eljárás szükséges több fizikai mennyiség pontos reprodukálásához. A modell általam használt verziójában az X3F nevű állapotegyenlet szerepel, ami „cross-over” átmenetet tartalmaz és 3 íz megmaradást, valamint kompatibilis rácsérelméleti QCD számolásokkal is. Egy fontos limitáló tényező viszont, hogy ez az állapotegyenlet csak nulla bariokémiai potenciálon használható, ezáltal behatárolva a modell alkalmazhatóságát.

2.4. Hadronizáció, hadronikus szóródás

A hidrodinamikai tágulás során az ϵ energiasűrűség folyamatosan csökken. Adott kifagyási feltételt ($\epsilon = 0,57 \text{ GeV/fm}^3$) elérve megtörténik a hadronizáció. A modellben ez az átalakulás a Cooper-Frye formulának eleget téve megy végbe [44].

A szimuláció utolsó szakasza a hadronikus szóródás, aminek a leírásához UrQMD-t (*Ultra relativistic Quantum Molecular Dynamics*) használnak [45, 46]. A részecskék csak azután hathatnak kölcsön, hogy elhagyták a kifagyási hiperfelületet. A szóródások a mért hatáskeresztmetszetek [47] szerint zajlanak nagyjából 60 barion, illetve antibarion és nagyjából 40 mezon figyelembevételével.

3. Az analízis részletei

Munkám során az EPOS modellel szimulált $\sqrt{s_{\text{NN}}} = 2,76$ TeV energiájú ólom-ólom ütközések adatait elemeztem. Ebben a fejezetben részletesen bemutatom az analízis lépéseit kezdve az adatszett tulajdonságaitól, egészen a kétrészecske forrásfüggvények illesztéséig.

Az általam elemzett adatszett az EPOS 3-as verziójának használatával készült. A szimulációt nem én futtattam, az adatok jól rendezett struktúrában, ROOT formátumban álltak rendelkezésemre. A teljes adatszett nagyjából 800 ezer eseményt tartalmazott. Minden ütközésnek el volt mentve az impakt paramétere, amelyből meghatároztam az adott ütközés centralitását. Az egyes ütközésekben keletkezett részecskéknek rendelkezésre állt a tömege, az impulzusa, a keletkezési helye és ideje (a kinetikus kifagyás pillanatában), valamint egyéb változók, amelyek segítségével el lehetett dönteni például azt, hogy egy részecske a magból vagy a koronából származott-e. A legfontosabb mennyiség, ami kísérleti adatokban nem áll rendelkezésre, az a részecskék téridőbeli helye volt a kinetikus kifagyás pillanatában. Ezeket használva ugyanis lehetőségem volt a kétrészecske forrásfüggvény közvetlen rekonstrukciójára és vizsgálatára.

3.1. A kétrészecske forrásfüggvény mérése

Korábbi kvantumstatistikai korreláción alapuló mérések azt mutatták, hogy a háromdimenziós kétrészecske forrás a párral longitudinálisan együttmozgó rendszerben (LCMS) tekinthető leginkább gömbszimmetrikusnak [21]. Ebben a rendszerben az alábbi módon írható fel egy pár relatív helyvektora a laborrendszerbeli mennyiségek használatával:

$$\mathbf{r}_{\text{LCMS}} = \left(x_1 - x_2, y_1 - y_2, z_1 - z_2 - \frac{\beta(t_1 - t_2)}{\sqrt{1 - \beta^2}} \right), \quad (8)$$

$$\beta = \frac{p_{z,1} + p_{z,2}}{E_1 + E_2}, \quad (9)$$

ahol x_i, y_i, z_i a részecskék koordinátái a kinetikus kifagyásuk pillanatában, t_i a részecskék kinetikus kifagyásának időpontja, $p_{z,i}$ a részecskék impulzusának z komponense, E_i pedig a részecskék energiája $i = 1, 2$ esetekre. Ennek a mennyiségnek az ismeretében tekinthetjük $D(\mathbf{r}_{\text{LCMS}})$ térbeli kétrészecske forrásfüggvényt, amiben a pár átlagos négyesimpulzusától (K) és az időtől (t) vett függést már nem írtam ki a 1.3.1 alrészben részletezett okok miatt. Az analízis során $r_{\text{LCMS}} \equiv |\mathbf{r}_{\text{LCMS}}|$ eloszlásának mérésével ennek térszög integrálja kapható meg:

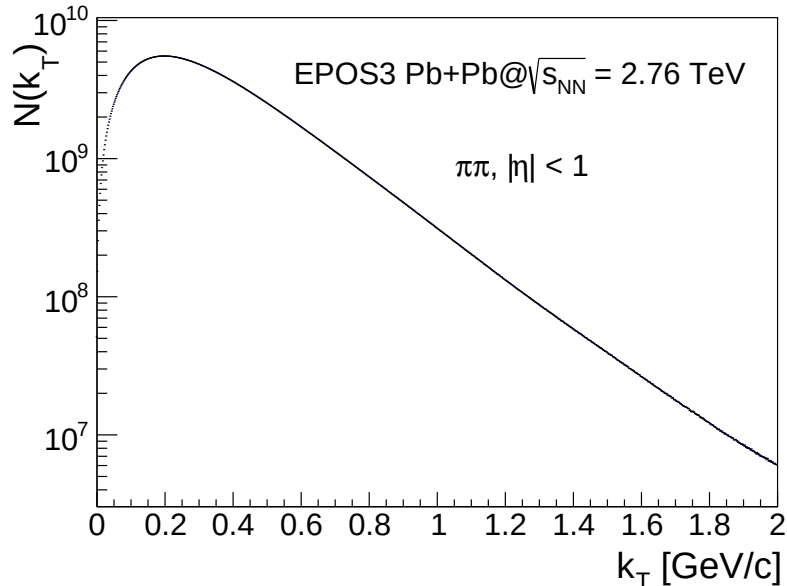
$$D^{(tot)}(r_{\text{LCMS}}) = \int D(\mathbf{r}_{\text{LCMS}}) r_{\text{LCMS}}^2 d\Omega_{\text{LCMS}}, \quad (10)$$

ahol Ω_{LCMS} a térszög. Ha $D(\mathbf{r}_{\text{LCMS}})$ gömbszimmetrikus, akkor $D(r_{\text{LCMS}}, \Omega_{\text{LCMS}}) = D(r_{\text{LCMS}})$ és a térszög szerinti integrál egy konstans 4π szorzóhoz vezet. Ekkor a háromdimenziós kétrészecske forrásfüggvény egydimenziós vetülete ($D(r_{\text{LCMS}})$) az alábbi képlettel fejezhető ki a mért egydimenziós eloszlásból ($D^{(tot)}(r_{\text{LCMS}})$):

$$D(r_{\text{LCMS}}) = \frac{D^{(tot)}(r_{\text{LCMS}})}{4\pi r_{\text{LCMS}}^2}. \quad (11)$$

Az analízis során pionok, kaonok és protonok kétrészecske forrásfüggvényeit vizsgáltam minden egyes esemény esetén külön-külön. Egy eseményen belül az összes pion, kaon,

valamint proton párra külön-külön kiszámoltam az r_{LCMS} mennyiséget, majd az adott részecske típusnak megfelelő eloszlásokat egy-egy hisztogramban tároltam. A térszögre történő automatikus integrálás miatt, a (11) egyenletnek megfelelően, egy hisztogram minden egyes binjének beütésszámát elosztottam $4\pi r_{\text{LCMS}}^2$ -tel. A használt részecskékre megköveteltem, hogy a pszeudorapiditásuk abszolútértéke kisebb legyen 1-nél ($|\eta| < 1$). Erre a kísérleti eredményekkel történő összehasonlításhoz van szükség, mivel általában ott is ezt a szelekciót alkalmazzák. Pionok esetén Külön kezeltem a pozitív-pozitív, a pozitív-negatív, illetve a negatív-negatív elektromos töltéssel rendelkező párokat, mivel így az ezek közötti esetleges eltéréseket is vizsgálni tudtam. Kaonok és protonok esetén a rendelkezésre álló statisztika miatt erre nem volt lehetőség. Ezen felül a párokat $k_T = 0,5 \cdot \sqrt{K_x^2 + K_y^2}$ átlagos transzverz impulzusuk szerint csoportosítottam. Pionok esetén 10 osztályt hoztam létre a 250–1000 MeV/c tartományon belül, kaonok esetén 5 osztályt a 200–1000 MeV/c tartományon belül, protonok esetén pedig 3 osztályt a 200–1400 MeV/c tartományon belül. Egy eseményen belül minden egyes k_T osztályban külön mértem meg a kétrészecske forrásfüggvényt, ezáltal vizsgálni tudtam a forrás k_T -függését is a forrásra illesztett Lévy-eloszlás paramétereinek k_T -függésén keresztül. Az osztályok pionok esetén változó szélességűek voltak, mivel nagyobb k_T esetén jóval kevesebb pár található (lásd 7. ábra), így ahhoz, hogy az osztályokban hasonló számú pár legyen, a szélességüknek nőnie kell. Az eredmények centralitásfüggésének vizsgálatához az eseményeket centralitásuk szerint csoportosítottam. Ahhoz, hogy elegendő pár legyen minden k_T osztályban, nagy multiplicitású, azaz centrális eseményekre van szükség. Ennek megfelelően a következő centralitásoztlályokat vizsgáltam: 0-5%, 5-10%, 10-20%, 20-30%. Az összes rendelkezésre álló, nagyjából 800 eseményt igyekeztem felhasználni, de random numerikus hibák miatt egyes esetekben a kód nem futott le, így közelítőleg 700 ezer eseményből kaptam használható eredményt. Ez azt jelenti, hogy az 5% szélességű centralitásoztlályokban kb. 35 ezer, míg a 10% szélességűekben 70 ezer esemény volt.



7. ábra. A k_T pár átlagos transzverz impulzus eloszlása az EPOS modellel szimulált $\sqrt{s_{\text{NN}}} = 2,76$ TeV energiájú ólom-ólom ütközésekben pionok esetén. Az adatpontok statisztikus bizonytalansága elhanyagolhatóan kicsi.

A pion analízis során két különböző esetet vizsgáltam. Az elsőben csak a primordiális pionokat vettem figyelembe. Ezek közvetlenül a keletkezett médiumból származnak, vagy-

is nem bomlástermékek. A második esetben figyelembe vettem a különböző rezonanciák bomlásából származó pionokat is. Mindkét esetben használtam az EPOS összes szintjét, vagyis a mag mellett figyelembe vettem a koronát is, valamint az időfejlődés utolsó szakaszát jellemző UrQMD-t. A két eset összehasonlításával vizsgálni tudtam a bomlásokból származó pionok hatását a forrásfüggvényre. Mindkét esetben azt tapasztaltam, hogy az eseményenkénti kétrészecske forrásfüggvény hatványszerű lecsengéssel rendelkezik, melynek leírására a Gauss-eloszlás alkalmatlan (lásd 8. ábra). Éppen ezért az adatokra Lévy-eloszlást illesztettem, ami a legtöbb esetben statisztikailag elfogadható leírást biztosított. A kaon és a proton analízis során a bomlástermékek nélküli esetben nem volt elegendő pár egy eseményben, ezért ott csak a második, bomlástermékeket is tartalmazó esetet vizsgáltam.

3.2. A kétrészecske forrásfüggvény illesztése

A megmért $D(r_{\text{LCMS}})$ kétrészecske forrásfüggvényeket az illesztések előtt normáltam, valamint logaritmikus binezést alkalmaztam. A forrásfüggvények hatványszerű lecsengése log-log skálán látható jól. Logaritmikus binezés nélkül a kis r_{LCMS} régió alulreprezentált lenne az illesztés során és gyakorlatilag csak az eloszlás nagy r_{LCMS} -nél lévő lecsengése határozná meg az illesztést. A 8. ábrán néhány adatponttal megfigyelhető hatalmas hibásáv a logaritmikus binezés eredménye. Ezekben a binekben egyetlen beütés van, így a statisztikus bizonytalanság $\pm 100\%$.

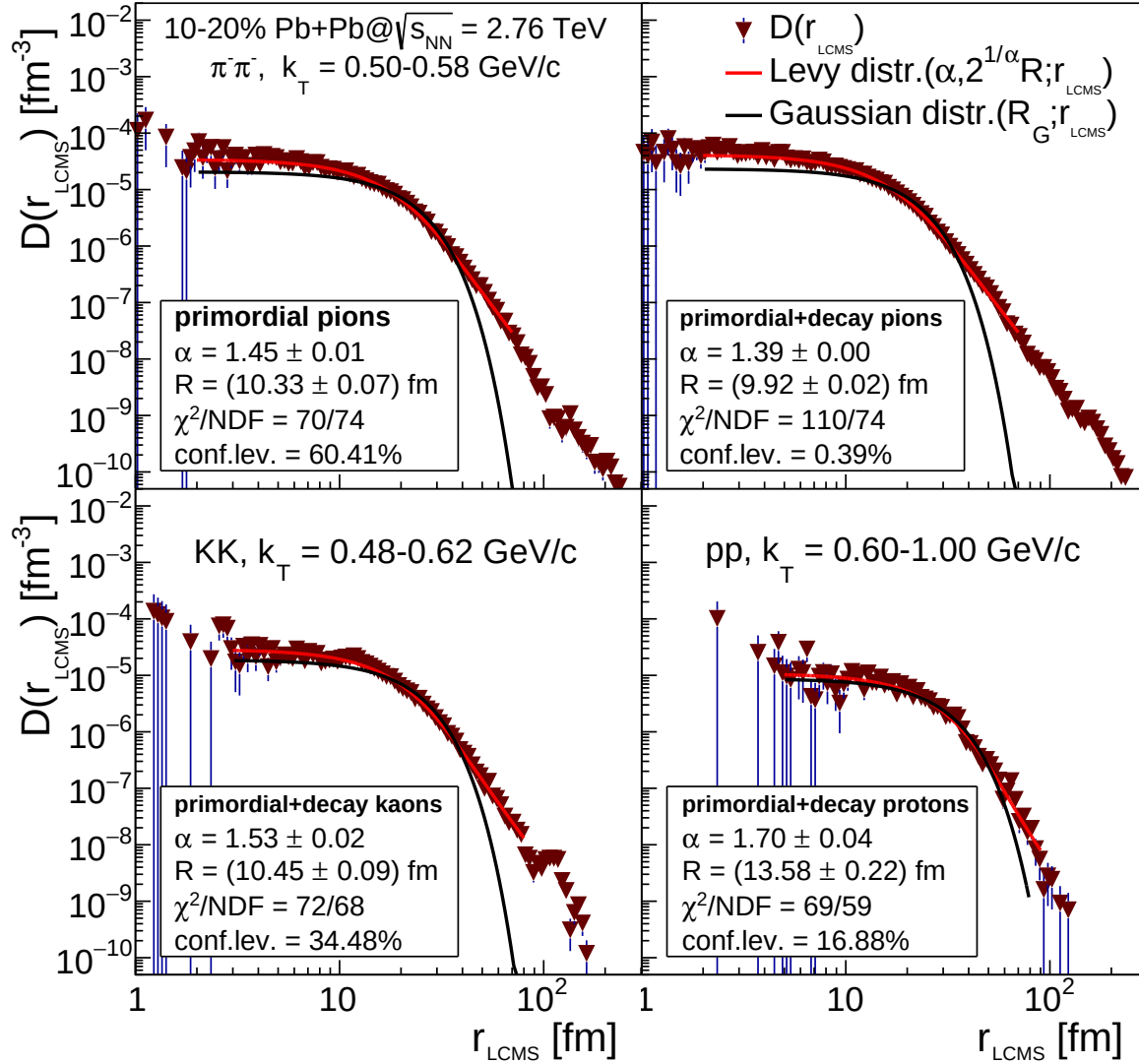
Az összes megmért $D(r_{\text{LCMS}})$ hisztogramra Lévy-eloszlást illesztettem, melyek közül egy-egy példaillesztés látható a 8. ábrán. Az illesztett függvényalak a (6) egyenletben szereplő háromdimenziós Lévy-eloszlás egydimenziós vetülete volt, valamint megengedtem egy N normalizációs szorzófaktort is. Ennek következtében az illesztéseknek összesen három paramétere volt, melyek közül az α Lévy-stabilitási indexnek és az R Lévy-skálaparaméternek van fizikai jelentése. Az illesztésekhez standard χ^2 minimalizációt használtam. Az illesztési tartomány alsó határa pionoknál 2 fm, kaonoknál 3 fm, protonoknál pedig 5 fm volt, ezen értékek alatt ugyanis már nem volt elegendő számú beütés egy binben. Egy adott hisztogramnál a felső határt 70 fm és 100 fm között 5 fm-enként változtattam és mindegyik esetben végeztem egy illesztést, melyek közül a legnagyobb konfidenciaszinttel rendelkezőt tartottam meg. 100 fm fölött eseményenként eltérő, random fluktuációk jelentek meg az eredményekben, így erre a régióra már nem lehetett illeszteni.

Mivel a kétrészecske forrásfüggvényt eseményenként mértem meg, ezért nagyon nagy számú illesztést kellett elvégezni. Lehetetlen volt manuálisan mindegyiket ellenőrizni, ezért azokat fogadtam el, ahol a χ^2 -ből és az illesztés szabadsági fokaiból (NDF) számolt konfidenciaszint nagyobb volt 0,1%-nál. Ezt az értéket nevezzük gyakran a statisztikailag elfogadható határnak. Az illesztések döntő többsége teljesítette ezt a feltételt. Alacsony konfidenciaszintű illesztések jellemzően a nagy statisztikájú osztályokban, vagy nagy random fluktuációk esetén fordultak elő. A 0,1%-nál kisebb konfidenciaszintű illesztésekből kapott paraméterek eloszlása nagyon hasonló volt a jó illesztésekből kapott paraméterek eloszlásához. Voltak azonban kisebb eltérések, így a „rossz” illesztéseket a továbbiakban nem vettem figyelembe.

3.3. A forrás paramétereinek eloszlása

A kétrészecske forrásfüggvényt különböző k_T osztályokban mértem meg minden egyes esemény esetén. Az eseményeket ezen felül 4 centralitásosztályba soroltam. A két

EPOS3 CORE+CORONA+UrQMD, single event



8. ábra. Példaillesztés az egy eseményből rekonstruált $D(r_{LCMS})$ kétrészecske forrásfüggvényre negatív primordiális pionok (balra fent), negatív primordiális és bomlástermék pionok (jobbra fent), primordiális és bomlástermék kaonok (balra lent), illetve primordiális és bomlástermék protonok (jobbra lent) figyelembevételével adott k_T osztályokban. Az illesztett Lévy-eloszlás mindegyik esetben statisztikailag elfogadható leírást biztosít, míg az illesztett Gauss-eloszlás szemmel láthatóan nem. Az ábrafeliraton a Lévy illesztések paraméterei láthatók.

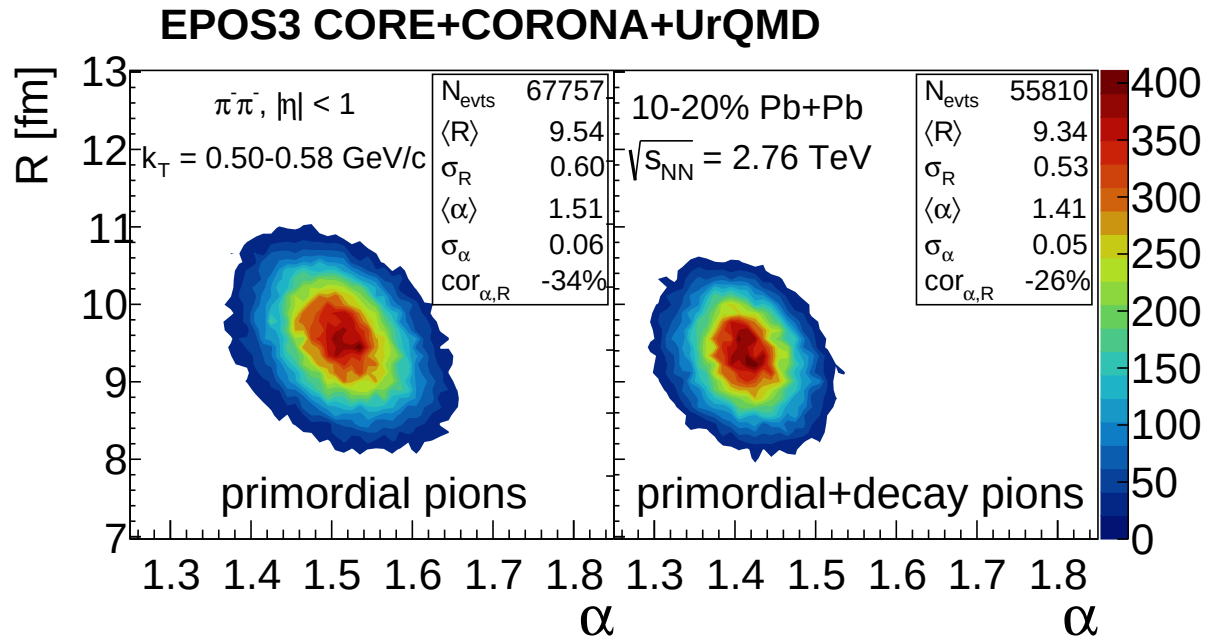
centrálisabb osztályban nagyjából 70 ezer, míg a két periférikusabb osztályban nagyjából 35 ezer esemény volt. Az azonos centralitás és k_T osztályú illesztések eredményeit egy-egy kétdimenziós hisztogramban összesítettem. Egy ilyen hisztogram látható a 9. ábrán negatív töltésű pionokra.

Az azonos osztályú illesztési eredményeknek meghatározhatjuk az átlagát és a szórását. Ezt ebben az esetben egyszerűen az R vs. α eloszlás első és második momentumának meghatározásával tettem. Az így kapott átlagok jelentése az R , illetve α paraméter várható értéke adott centralitású ütközésekben, adott k_T esetén. Ezeknek a továbbiakban

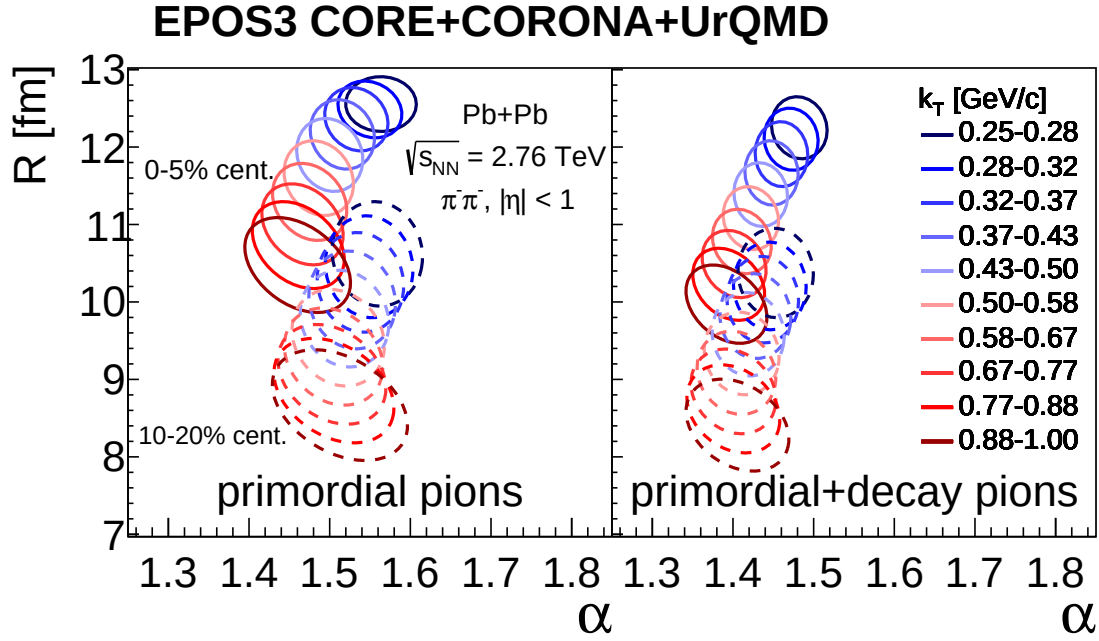
vizsgáltam a centralitás- és k_T -függését, valamint a bomlástermékek figyelembevétele miatti különbségeket. A kapott szórások jelentése nem az átlagok bizonytalansága, hanem az adott paraméter adott osztálybeli eloszlásának szórása.

A kétdimenziós R vs. α eloszlások centralitás- és k_T -függésének szemléltetéséhez az egyes k_T osztályokban kapott eloszlások 1σ kontúráját a 10. ábrán ábrázoltam. Ezen kontúrok alatt itt az illesztésből adódó σ_R és σ_α szórások és az $\alpha-R$ korrelációs együttható által definiált ellipszist értem. Az áttekinthetőség érdekében a 4 centralitásosztályból csak 2 szerepel az ábrán. A kontúr ellipszisek irányultságából megállapítható, hogy az R és az α paraméterek antikorreálnak.

A $\pi^-\pi^-$ és a $\pi^+\pi^+$ esetekben kapott R vs. α eloszlások gyakorlatilag megegyeztek egymással és az ellentétes töltésű párok esetén kapott eloszlás is nagyon hasonló volt. A továbbiakban ezért a három különböző töltéskombinációt együtt kezeltem. A megegyező k_T és centralitás osztályú pozitív, negatív, illetve ellentétes töltésű pionpárokhoz tartozó R vs. α eloszlásokat összeadtam, és ezután képeztem az eloszlások átlagát és szórását. Az így kapott eredményeket össze tudtam hasonlítani a kaonok, illetve a protonok esetén kapott eredményekkel.



9. ábra. Az illesztések paramétereinek eloszlása adott centralitás, k_T átlagos transzverz impulzus esetén negatív primordiális pionok (balra), illetve negatív primordiális és bomlástermék pionok (jobbra) figyelembevételel. A jobboldali színskála melletti számok megadják a hisztogram egy binjébe eső események számát.



10. ábra. Az illesztési paraméterek R vs. α eloszlásainak 1σ kontúrjai a különböző k_T osztályokban, két centralitásra, negatív primordiális pionok (balra), illetve negatív primordiális és bomlástermék pionok (jobbra) figyelembevételével.

4. Eredmények és diszkusszió

Az előző fejezetben leírtak szerint meghatároztam a Lévy paraméterek esemenyenkénti átlagos értékét pionokra, kaonokra és protonokra. A R Lévy-skálaparaméter a forrás térbeli méretével kapcsolatos, azonban nem egyenlő vele. Jelentése a forrás homogenitási hossza, ami megadja annak a régió méretét, ahonnan az azonos impulzusú részecskék származnak. Ezt az elnevezést eredetileg Gauss-típusú forrás esetén használták, de mivel a forrást ebben az analízisben Lévy-eloszlással írtam le, ezért talán pontosabb az általánosított homogenitási hossz elnevezés. Az α Lévy-stabilitási index bevezetésére azért volt szükség, mert a forrást a Gauss-eloszlás helyett, az általánosabb Lévy-eloszlással sikerült pontosan leírni. Ez a paraméter megmutatja, hogy milyen távol vagyunk a Gauss-eloszlástól, ahol $\alpha = 2$. Szemléletes módon a forrás alakját, annak lecsengését jellemzi.

Mivel a Lévy paramétereket különböző centralitás és k_T osztályok estén határoztam meg, ezért lehetőségem volt az átlagok centralitás- és k_T -függésének vizsgálatára. A gyakorlatban érdekesebb a k_T -függés helyett az m_T transzverz tömegtől való függést vizsgálni. Ezutóbbi mennyiség egyszerűen számítható a részecskék (esetünkben pionok, kaonok vagy protonok) tömegének (m) ismeretében:

$$m_T = \sqrt{k_T^2 + m^2}. \quad (12)$$

Az átlagokat ezen felül külön határoztam meg csak primordiális, illetve primordiális és bomlástermék pionok figyelembevételével. Ebben a fejezetben bemutatom az eredményeket és a mögöttük rejlő fizikai okokat, valamint összehasonlítást végzek hasonló energiájú kísérleti eredményekkel és kisebb energiájú szimulációs eredményekkel.

4.1. A pionforrás paramétere

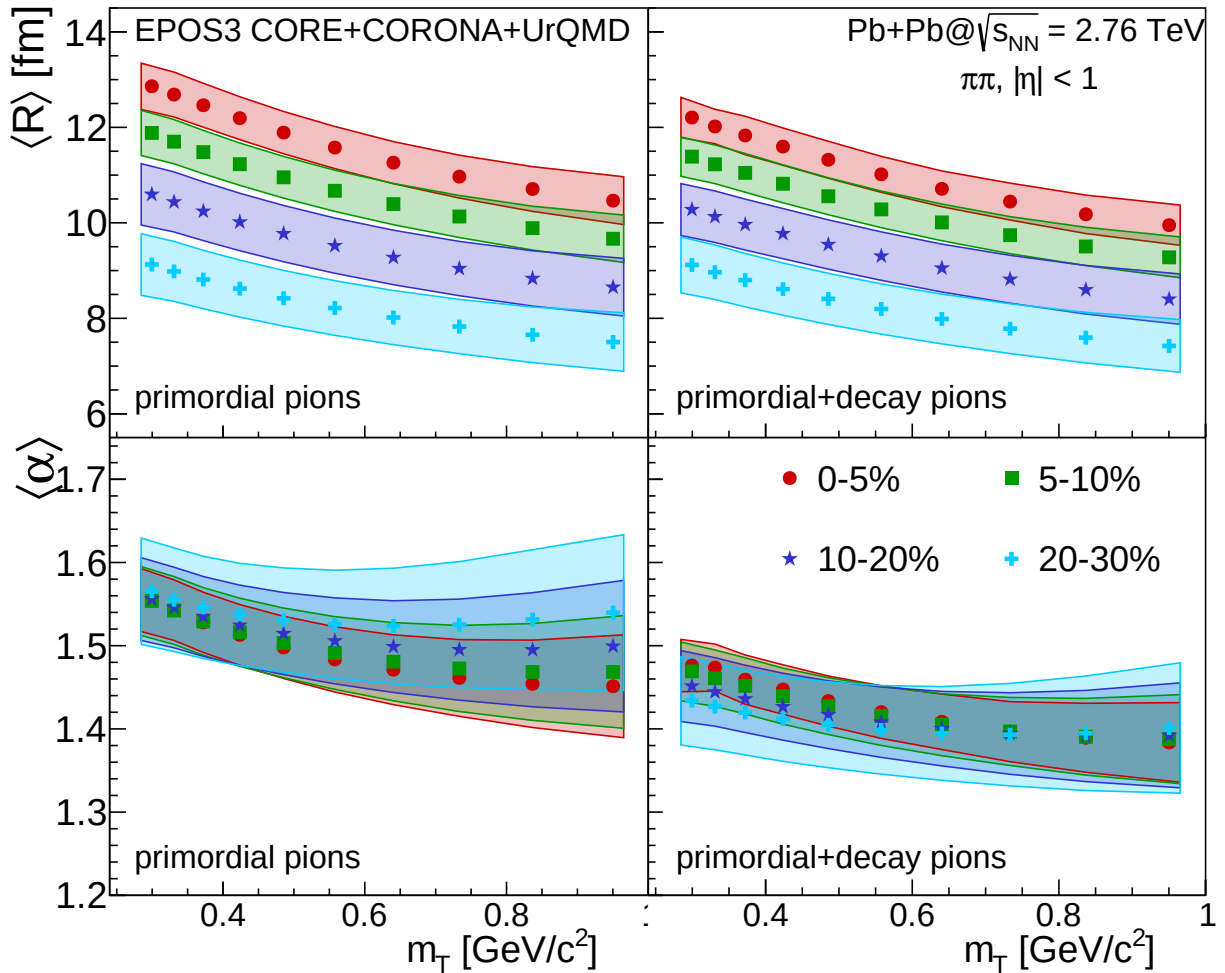
A pionok esetén meghatározott $\langle R \rangle$ átlagos Lévy-skálaparaméter értékek a 11. ábrán láthatók. Centrális ütközésekben $\langle R \rangle$ mindig nagyobb, mint periférikus ütközésekben. Ez megfelel annak az interpretációnak, hogy R arányos a forrás méretével, hiszen centrális ütközés esetén nagyobb forrásra számítunk, mint periférikus ütközésben. Az $\langle R \rangle$ értékek egyértelműen csökkenő trendet mutatnak m_T függvényében, ami a hidrodinamikai tágulás eredménye [14, 15]. Gauss típusú forrás esetén a hidrodinamikai modellek $R_{\text{Gauss}}^{-2} \propto m_T$ skálázást jósolnak, ami korábbi mérések alapján univerzálisan teljesül ütközési energiától, ütközési rendszer típustól, centralitástól és részecske típustól függetlenül [21, 48]. Az utóbbi évek eredményei alapján úgy tűnik, hogy ez a fajta hidrodinamikai skálázás teljesül Lévy forrás esetén is [25, 49], és az EPOS modellből kapott mostani eredmények is erre engednek következtetni. Az $\langle R \rangle$ paraméter centralitás és m_T függésének vizsgálatához még visszatérek majd a 4.2. alfejezetben, ahol a három részecske típust fogom összehasonlítani.

Az EPOS modellben kapott $\langle \alpha \rangle$ átlagos Lévy-stabilitási indexek az m_T transzverz tömeg függvényében a 11. ábrán láthatók pionok esetén. Az R paraméterrel szemben, itt nem várunk jellegzetes centralitás- és m_T -függést. Ennek megfelelően az eredmények csak gyengén függenek ezektől a mennyiségektől. m_T -ben egy enyhén csökkenő trend látszik, míg a centralitásfüggés változik a bomlástermékek figyelembevételével és függ m_T -től is. A paraméter értéke az 1,4–1,5 intervallumban mozog, tehát jelentős az eltérés a Gauss-eloszláshoz képest, ahol $\alpha = 2$.

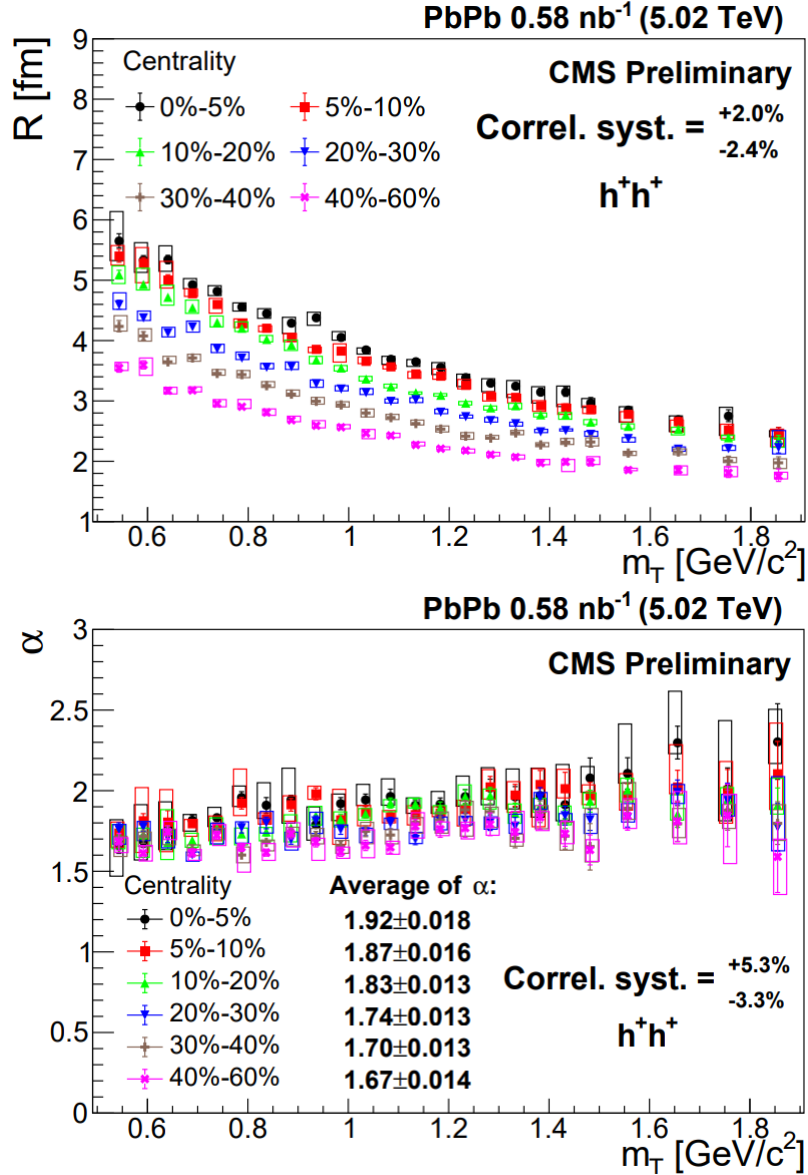
A 11. ábrán összehasonlíthatjuk továbbá a csak primordiális, illetve a primordiális és a bomlástermék pionok esetén kapott eredményeket. A két eset közti eltérésre egyelőre nincs határozott elméleti várakozás, ráadásul az R és az α paraméterek közti antikorrreláció is befolyásolhatja a viselkedést. Az eredményekből az látszik, hogy az $\langle R \rangle$ értékek túlságosan nem változtak a bomlástermékek figyelembevételétől, de valamivel kisebbek lettek, főleg a centrálisabb osztályokban. A változás sokkal látványosabb $\langle \alpha \rangle$ esetén, ahol egy egyértelmű csökkenés tapasztalható a bomlástermékek figyelembevételével. Ennek az a magyarázata, hogy a bomlástermékek járuléka jellemzően nagy távolságoknál jelentős, amitől a forrás eloszlásának még lassabb lecsengése lesz, tehát az α paraméter csökkenni fog. Ez tehát azt is jelenti, hogy a bomlástermékek szerepet játszanak a forrás alakjának, azaz a Lévy-eloszlásnak a kialakulásában.

Az ebben az alfejezetben bemutatott eredményeket összehasonlíthatjuk a 12. ábrán [49] látható, hasonló energiájú ($\sqrt{s_{\text{NN}}} = 5,02$ TeV) ólom-ólom ütközésekből kapott kísérleti eredményekkel [49], illetve az EPOS modellel szimulált alacsonyabb energiájú ($\sqrt{s_{\text{NN}}} = 200$ GeV) arany-arany ütközésekből kapott eredményekkel [29]. Az R Lévy-skálaparaméter centralitás- és m_T -függése mindhárom esetben nagyon hasonló: a forrás méretével való skálázás miatt R nagyobb centrális ütközésekben, a hidrodinamikai skálázás miatt pedig csökken m_T -vel. A három eset között az eltérést a paraméter nagysága jelenti. A kisebb energiájú szimulációhoz képest az itt kapott $\langle R \rangle$ értékek 20-30%-kal nagyobbak azonos centralitás és m_T esetén. Ez az eredmény megfelel a várakozásoknak, hiszen az ütközési energia növelésével a forrás méretének, és így az R paraméternek a növekedését várjuk. A kísérleti eredményekhez képest az itt bemutatott $\langle R \rangle$ értékek viszont nagyjából kétszer akkorák azonos centralitás és m_T esetén, ami jóval nagyobb eltérés, mint a kísérleti eredmények bizonytalanságai, és ennek az okai nem tisztázottak. Ehhez a növekedéshez hozzájárul az R és az α paraméterek antikorrrelációja (kisebb α esetén R nagyobb lesz) mivel α itteni értéke kisebb a kísérlethez képest. Becsléseim szerint azonban ez maximum nagyjából 20-30% növekedést okoz, vagyis nem magyarázza a tapasztalt 100%-os eltérést. Az $\langle \alpha \rangle$ átlagos Lévy-stabilitási index

esetén itt kapott trendek nagyon hasonlóak a kisebb energiájú szimulációs eredményekhez centralitás- és m_T -függés, valamint a bomlástermékek hatásának tekintetében is. A most vizsgált nagyobb energián azonban nagyjából 0,1-gyel kisebb $\langle\alpha\rangle$ értéke azonos osztályokat összevetve. A kísérleti eredményekben nem látszik egyértelműen m_T -függés, azonban jelen van egy centralitásfüggés, amely hasonló a bomlástermékeket is tartalmazó mostani eredmények alacsony m_T -nél látható centralitásfüggéséhez. A kísérletben mért α centralitásonként vett átlaga 1,7 és 1,9 között van az itt vizsgált centralitásozstályok esetén. Ez nagyobb az itteni, bomlások nélkül kapott $\langle\alpha\rangle$ értékeknél is, bár a kísérleti eredmények szisztematikus bizonytalansága egyes esetekben eléri ezt a szintet. Ennek az eltérésnek az okai egyelőre nem világosak. További furcsaságot jelent, hogy az alacsonyabb energiás EPOS esetén kapott $\langle\alpha\rangle$ nagyobb, mint az azonos energiájú kísérleti eredmény [25], tehát azon az energián ellentétes az eltérés. Megjegyzem, hogy a hivatkozott kísérleti eredmények még csak „preliminary” státuszúak, tehát kis eséllyel még azok is változhatnak.



11. ábra. Az $\langle R \rangle$ átlagos Lévy-skálaparaméter (felső sor) és az $\langle \alpha \rangle$ átlagos Lévy-stabilitási index (alsó sor) az m_T transzverz tömeg függvényében különböző centralitásokra. A bal oldali oszlop tartalmazza a csak primordiális pionok esetét, míg a jobb oldali oszlop a primordiális és a bomlástermék pionok esetét. A hibasávokkal ábrázolt bizonytalanságok az eseményenként meghatározott paraméterek szórását jelölik.



12. ábra. A CMS Kollaboráció által $\sqrt{s_{\text{NN}}} = 5,02$ TeV energiájú ólom-ólom ütközésekben mért R Lévy-skalaparaméter (fent) és α Lévy-stabilitási index (lent) az m_T transzverz tömeg függvényében különböző centralitásokra pozitív töltésű, azonosítatlan hadronpárok esetén [49]. A hibavonalak a statisztikus bizonytalanságot, a hibadobozok pedig a szisztematikus bizonytalanság korrelálatlan részét mutatják. A szisztematikus bizonytalanság korrelált része az ábrafeliraton látható.

4.2. A pion-, a kaon- és a protonforrás paramétereinek összehasonlítása

A forrás mérete és alakja függhet a részecsketípustól is, és e függés fontos részletekre világíthat rá. Ezért megvizsgáltam a Lévy-paramétereket kaonok és protonok esetén is. A 13. ábrán az $\langle R \rangle$ paraméter m_T -függése látható pionokra, kaonokra és protonokra, minden esetben figyelembe véve a bomlástermékeket is. A centralitás- és az m_T -függés nagyon hasonló mindhárom esetben, a paraméter értéke csökken m_T -vel és az ütközések periférikusabbá válásával. Hidrodinamikai modellek [14, 15, 50] alapján azt várnánk, hogy $\langle R \rangle$ adott centralitáscsoport esetén ne függjön a részecske típustól, csak m_T -tól. Ez a viselkedés azonban itt az EPOS modellben nem teljesül, mivel a kaonok esetén kapott

$\langle R \rangle$ értékek nagyobbak a pionok esetén kapottakhoz képest, és a protonok esetén kapott $\langle R \rangle$ értékek még a kaonokhoz képest is nagyobbak. Ennek az eredménynek az okai egyelőre nem tisztázottak.

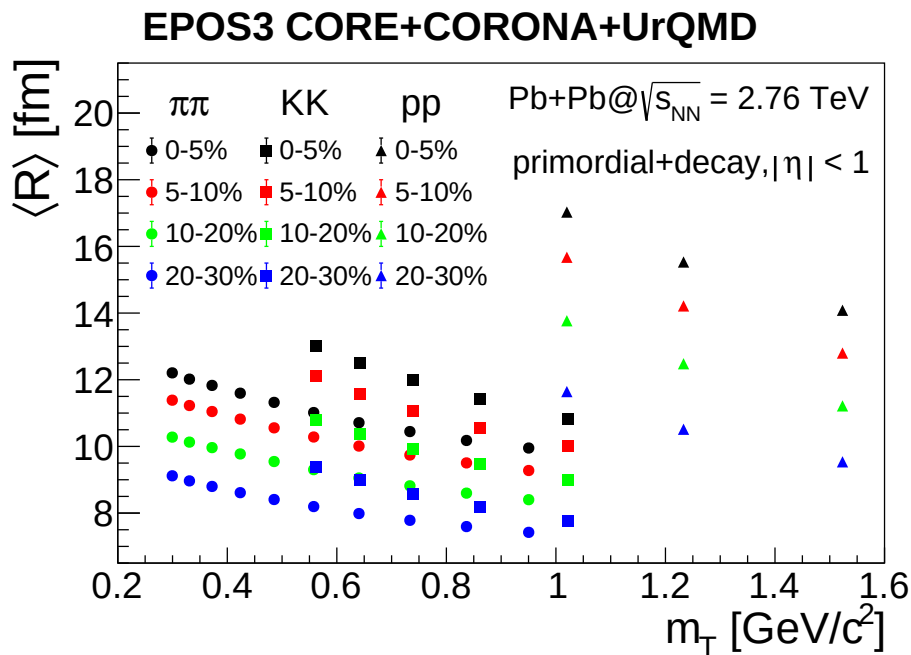
A centralitásfüggés pontosabb vizsgálatához az $\langle R \rangle$ paramétert ábrázoltam $N_{\text{part}}^{1/3}$ függvényében néhány m_T osztályra pionok, kaonok és protonok esetén (lásd 14. ábra), ahol N_{part} az ütközésben részt vevő nukleonok átlagos száma. Ez a mennyiség jól jellemzi a kezdeti térfogatot, ennek következtében $N_{\text{part}}^{1/3}$ az egydimenziós méret jellemzésére használható; N_{part} értéke adott centralitásosztály esetén Monte-Carlo mintavételi technikával határozható meg Glauber-modellben [51]. Ezt a számítást nem én végeztem el, ugyanis az eredmények táblázatos formában elérhetőek [52]. A 14. ábrán szereplő, azonos m_T -hez tartozó $\langle R \rangle$ értékekre egyenest illesztettem. Ehhez az illesztéshez szükségem volt $\langle R \rangle$ statisztikus bizonytalanságára, ami közel sem azonos a 11. ábrán látható hibásávokkal jelölt szórásokkal. A statisztikus bizonytalanság becsléséhez a szórást elosztottam az adott átlaghoz felhasznált események számának (lásd 9. ábra N_{evts}) négyzetgyökével. Az így kapott bizonytalanságok század százalék nagyságrendűek voltak. A 14. ábrán látható illesztések szemre nagyjából leírják az adatokat, statisztikailag azonban közel sem elfogadhatóak a rendkívül kis bizonytalanságok miatt. Az illesztések során kapott χ^2 1000-es nagyságrendű, ez azonban nem releváns, mivel ilyen kis bizonytalansággal rendelkező $\langle R \rangle$ esetén figyelembe kellene venni N_{part} bizonytalanságát is, valamint $\langle R \rangle$ bizonytalanságának meghatározását is jóval részletesebben kellene kezelni. Összességében az jelenthető ki, hogy szemre teljesül a lineáris skálázás, ami alátámasztja $\langle R \rangle$ geometriai interpretációját, azaz azt, hogy közvetlen kapcsolatban van a közeg kezdeti méretével. Pontos statisztikus állításhoz a bizonytalanságok részletesebb kezelése szükséges. A 14. ábrán a jobb átláthatóság céljából nem minden m_T osztályt ábrázoltam, de a helyzet szinte teljesen ugyanaz az ábrán nem szereplő m_T osztályokban is.

Mint említettem, hidrodinamikai modellek Gauss-típusú forrás esetén $R_{\text{Gauss}}^{-2} \propto m_T$ skálázást jósolnak. Ennek az EPOS modellben, Lévy forrás esetén történő teszteléséhez ábrázoltam $1/\langle R \rangle^2$ -et m_T függvényében pionok, kaonok és protonok esetén, majd az azonos centralitású és részecske típusú pontokra egyenest illesztettem. Mindez a 15. ábrán látható. Az illesztéshez itt is $\langle R \rangle$ imént említett statisztikus bizonytalanságát használtam. Mivel ez $1/\langle R \rangle^2$ esetén is hasonló nagyságrendű (nagyon kicsi) bizonytalanságot jelent, ezért az illesztések statisztikailag itt sem elfogadhatóak, szemre azonban jól leírják az eredményeket. A hidrodinamikai skálázás tehát közelítőleg teljesül egy-egy részecske típusra az EPOS modellben kapott Lévy forrás esetén is, de pontos statisztikus állításhoz itt is a bizonytalanságok részletesebb kezelésére lenne szükség. A 15. ábrán is nyilvánvaló viszont, hogy az EPOS modellben nincs univerzális, részecske típustól független m_T skálázás. Az analízis során észrevettük azonban, hogy ha m_T helyett $m_T - m$ függvényében ábrázoljuk az $\langle R \rangle$ paramétert, akkor a pion és a kaon eredmények egy görbére esnek azonos centralitásosztály esetén. Ezt követően elosztottuk $\langle R \rangle$ -et egy $1 + n_q$ faktorról, ahol n_q a valencia kvarkok száma az egyes részecske típusok esetén. Ahogy az a 16. ábrán látható, így már a proton eredmények is közelítőleg ugyanarra a görbére esnek, mint a pion és a kaon eredmények. Ennek az újonnan talált skálázásnak az okai egyelőre nem világosak.

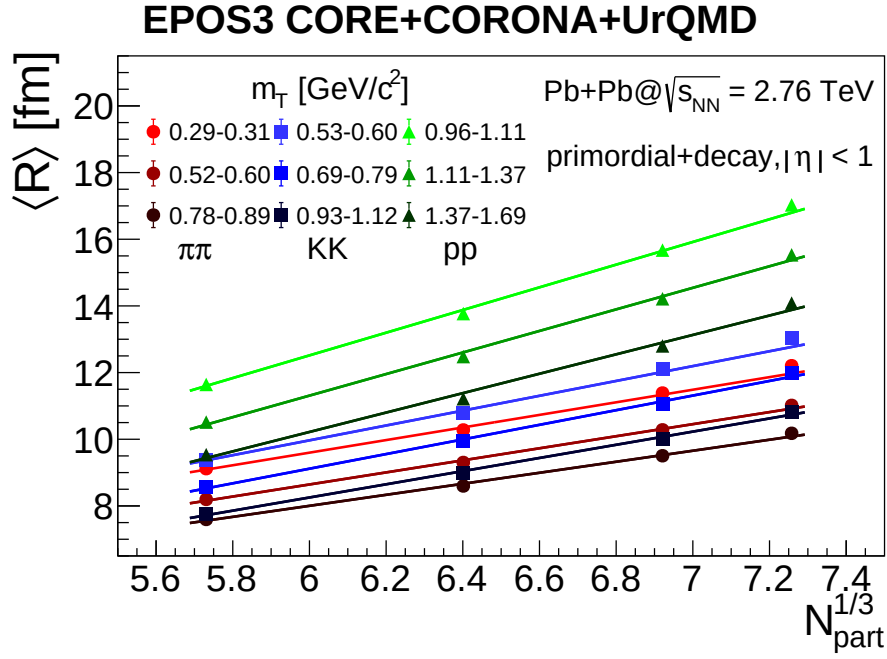
Ha a Lévy-eloszlás kialakulásának domináns oka a hadronikus szóródás során bekövetkező anomális diffúzió lenne, akkor a nagyobb szabad úthossz miatt $\langle \alpha \rangle$ kisebb kellene hogy legyen a kisebb szórési hatáskeresztmetszettel rendelkező részecskék esetén [31]. Ebben az esetben az $\alpha(p) > \alpha(\pi) > \alpha(K)$ relációt várnánk [31]. A három részecske típus esetén kapott $\langle \alpha \rangle$ paraméterek a 17. ábrán láthatók m_T függvényében. Az $\langle \alpha \rangle$ paraméter értéke az 1,4–1,5; az 1,4–1,6 és az 1,6–2,0 intervallumokban mozog pionok,

kaonok és protonok esetén. Az anomális diffúzió esetén várt relációk közül tehát az első egyenlőtlenség teljesül, a második azonban nem. Ez arra utal, hogy legalábbis az EPOS modellen belül, az anomális diffúzió nem lehet a Lévy-eloszlás megjelenésének egyetlen oka. Egy lehetséges magyarázat lehet, a már kvarkanyag szintjén fellépő anomális diffúzió, ennek az elméletnek az alkalmazása azonban még várat magára.

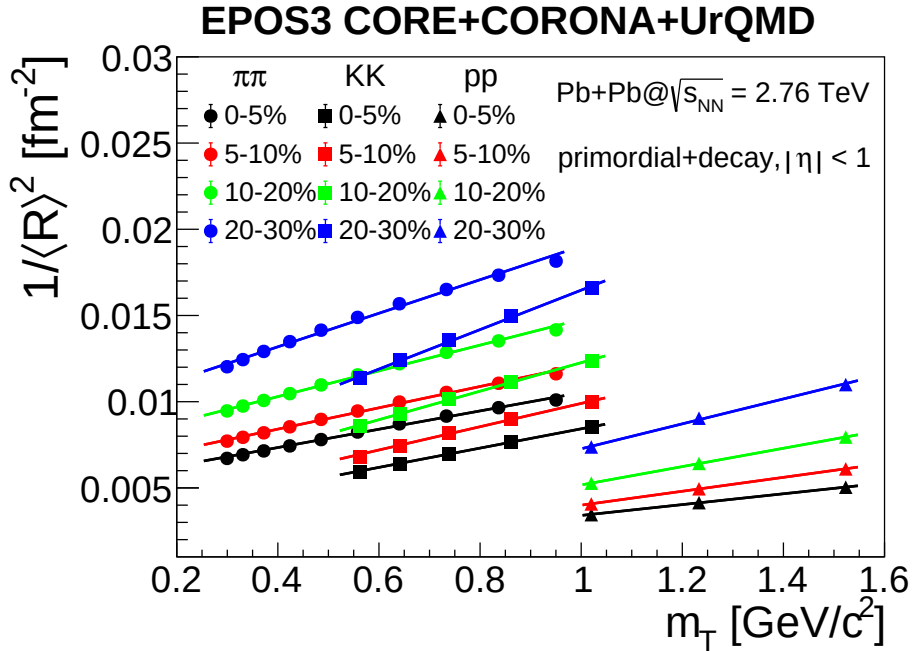
A 17. ábrán látható eredmények nem mutatnak lényeges centralitásfüggést egyik részecske típus esetén sem. Kaonok és protonok esetén egy egyértelmű csökkenő trend tapasztalható m_T -vel, míg pionok esetén ez a csökkenés sokkal enyhébb. Jelen pillanatban nincsenek publikált kísérleti eredmények kaonok és protonok Lévy paramétereit illetően, ezért ezekkel nem tudom összehasonlítani az itt kapott eredményeket.



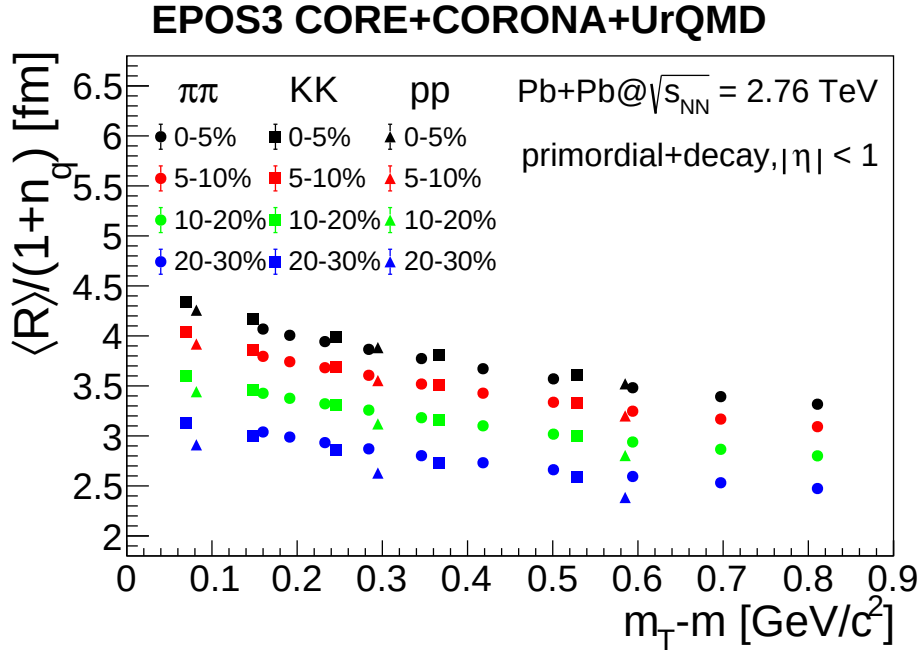
13. ábra. A pionok, kaonok és protonok $\langle R \rangle$ átlagos Lévy-skálaparamétere az m_T transzverz tömeg függvényében különböző centralitásokra, primordiális és bomlástermék részecskék figyelembevételével. A statisztikus bizonytalanságok nagyon kicsik, ezért egyik adatpontnál sem látszanak.



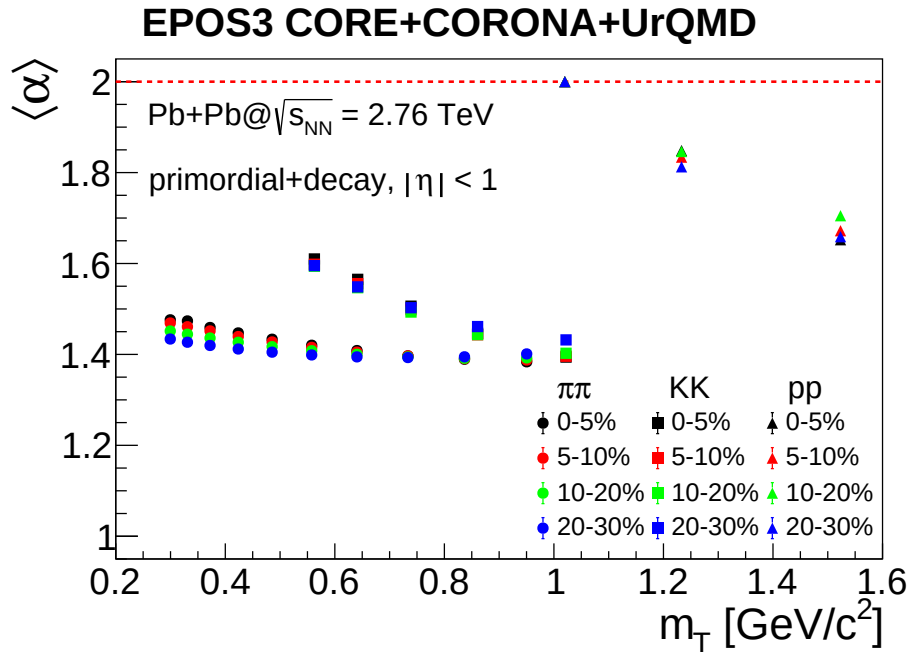
14. ábra. A pionok, kaonok és protonok $\langle R \rangle$ átlagos Lévy-skálaparamétere az ütközésben résztvevő nukleonok átlagos számának (N_{part}) köbgyökének függvényében különböző m_T transzverz tömegekre, primordiális és bomlástermék részecskék figyelembevételével. Az azonos m_T osztályú és részecske típusú eredményekre egyenest illesztettem. Az illesztéshez használt statisztikus bizonytalanságok nagyon kicsik, ezért egyik adatpontnál sem látszanak.



15. ábra. A pionok, kaonok és protonok esetén kapott $1/\langle R \rangle^2$ értékek az m_T transzverz tömeg függvényében különböző centralitásokra, primordiális és bomlástermék részecskék figyelembevételével. Az azonos centralitású és részecske típusú eredményekre egyenest illesztettem. Az illesztéshez használt statisztikus bizonytalanságok nagyon kicsik, ezért egyik adatpontnál sem látszanak.



16. ábra. A pionok, kaonok és protonok $\langle R \rangle$ átlagos Lévy-skálaparamétere elosztva 1 plusz a valencia kvarkok számával (n_q) az m_T transzverz tömeg és az m tömeg különbségének a függvényében különböző centralitásokra, primordiális és bomlástermék részecskék figyelembevételével. A statisztikus bizonytalanságok nagyon kicsik, ezért egyik adatpontnál sem látszanak.



17. ábra. A pionok, kaonok és protonok $\langle \alpha \rangle$ átlagos Lévy-stabilitási indexe az m_T transzverz tömeg függvényében különböző centralitásokra, primordiális és bomlástermék részecskék figyelembevételével. A statisztikus bizonytalanságok nagyon kicsik, ezért egyik adatpontnál sem látszanak.

5. Összefoglalás

Tudományos diákköri munkám során az EPOS modellel szimulált, $\sqrt{s_{\text{NN}}} = 2,76$ TeV energiájú ólom-ólom ütközések adatait használtam. A modellben szereplő, több szakaszra bontott időfejlődés összes szintjét használva eseményenként rekonstruáltam a pionok, a kaonok, illetve a protonok kétrészecske forrásfüggvényét. Ezt követően a meghatározott forrásfüggvényekre eseményenként Lévy-eloszlást illesztettem, ami a legtöbb esetben statisztikailag elfogadható leírást biztosított. Az illesztésből meghatároztam az adott esemény forrását jellemző Lévy-paramétereket – az α Lévy-stabilitási indexet és az R Lévy-skálaparamétert. Az eredményeket különböző osztályokba csoportosítottam az események centralitása és a párok átlagos transzverz impulzusa szerint. Pionok esetén külön vizsgáltam ezen felül a csak primordiális, illetve a primordiális és a bomlástermék pionok figyelembevételével kapott kétrészecske forrásokat. Az azonos osztályok esetén meghatároztam a több tízezer illesztésből kapott R és α értékek átlagát és szórását. Vizsgáltam az átlagok centralitás- és m_T transzverz tömegfüggését, a részecske típusok közti különbségeket, valamint pionok esetén a bomlástermékek figyelembevételének hatását.

Az $\langle R \rangle$ átlagos Lévy-skálaparaméter esetén megállapítottam, hogy egy adott részecske típus esetén közelítőleg teljesül a hidrodinamikai modellek Gauss-forrás esetén jóslott $R^{-2} \propto m_T$ skálázása, ami kissé meglepő, hiszen a forrás valójában Lévy-eloszlást követ. Univerzális, részecske típustól független m_T skálázást azonban nem mutattak az eredmények. Azt tapasztaltam továbbá, hogy $\langle R \rangle$ lineárisan nő az ütközésben részt vevő nukleonok átlagos számának köbgyökének ($N_{\text{part}}^{1/3}$) a függvényében, ami alátámasztja $\langle R \rangle$ geometriai interpretációját. Az $\langle R \rangle$ átlag értéke csak nagyon kicsit módosult a bomlástermékek figyelembevételével. A pionok esetén megfigyelt trendek azonosak korábbi hasonló energiájú kísérleti és kisebb energiájú EPOS eredményekkel, $\langle R \rangle$ itt kapott konkrét értéke azonban a kísérleti és a kisebb energiájú EPOS eredményekhez képest is nagyobb. Az $\langle \alpha \rangle$ átlagos Lévy-stabilitási index esetén semelyik részecske típusnál nem tapasztaltam szignifikáns centralitásfüggést, m_T -ben viszont minden esetben egy csökkenő trend mutatkozott. A paraméter értéke pionok esetén szignifikánsan kisebb lett a bomlástermékek figyelembevételével, tehát a bomlások befolyásolják a forrás alakját. A pionok, kaonok és protonok esetén kapott $\langle \alpha \rangle$ értékek nagysága csak részben felel meg az anomális diffúziót feltételező elméleti várakozásoknak, vagyis az EPOS modellben nem lehet az anomális diffúzió a Lévy-eloszlás megjelenésének egyetlen okozója. Korábbi eredményekhez képest a pionoknál tapasztalt trendek ebben az esetben is hasonlóak, viszont az itt kapott $\langle \alpha \rangle$ értékek kisebbek mind korábbi kísérleti, illetve kisebb energiájú EPOS eredményeknél.

Összességében a legfontosabb eredmény az, hogy az EPOS modellben LHC energiákon is Lévy-eloszlást követ a forrás alakja. A Lévy-eloszlás az individuális eseményekben is megjelenik, tehát nem az eseményekre történő átlagolás vezet a kialakulásához. Ez az analízis megerősíti a korábbi Lévy-eloszlást detektáló kísérleti vizsgálatokat, így még nyilvánvalóbbá válik, hogy Gauss-típusú forrás használata a legtöbb femtoszkópiai analízis esetében hibás eredményekhez vezet. Az eredmények azért is jelentősek, mert az LHC ütközési energiáin a Lévy-paramétereket korábban nem mérték meg, a CMS mérési eredmények [49] publikációja pedig a közeljövőben várható, valamint jelenleg semmilyen ütközési energián nincs publikált eredmény a kaonok és a protonok Lévy-paramétereit illetően. Jelen analízis eredményeiből született egy cikk [53], mely jelenleg arXiv preprint formátumban nyilvánosan elérhető és folyóiratbeli publikálása a közeljövőben várható.

A jövőben lehetséges irányok a kutatás folytatására a forrásfüggvény vizsgálata a

hadronikus szóródás előtt, a jelenlegi pion analízis kiterjesztése három dimenzióra, illetve az EPOS modellben kapott forrásfüggvényekből rekonstruálni a kísérleti HBT analízisek során mért korrelációs függvényeket. A hadronikus szóródás előtti forrásfüggvény vizsgálatával a Lévy-eloszlás kialakulásának okai tanulmányozhatók. A háromdimenziós analízis célja újfent megbizonyosodni arról, hogy a forrás háromdimenzióban is Lévy-eloszlást követ és nem a gömbszimmetria feltételezése okozza a megjelenését. A korrelációs függvények rekonstrukciójával pedig egy másik szinten lehetne összehasonlítani az eredményeket kísérleti mérésekkel.

Köszönetnyilvánítás

Köszönöm Csanád Máténak, hogy immáron negyedik éve támogatja kutatói pályafutásomat. A kutatás során nyújtott útmutatás mellett lehetővé tette számomra, hogy részt vegyek több nemzetközi konferencián, amelyek mind hozzájárultak szakmai fejlődésemhez, ezáltal ehhez a dolgozathoz is. Köszönöm második témavezetőmnek, Kincses Dánielnek a TDK munka során nyújtott szakmai és technikai segítségét, valamint a dolgozat végső formájához vezető megjegyzéseit. Köszönettel tartozom Maria Stefaniaknak és Johannes Jahannak az adatok elérésében nyújtott segítségükért és az EPOS modellel kapcsolatban felmerülő technikai kérdésekre kapott válaszokért.

A Kulturális és Innovációs Minisztérium ÚNKP-22-2 kódszámú Új Nemzeti Kiválóság Programjának a Nemzeti Kutatási, Fejlesztési és Innovációs Alapból finanszírozott szakmai támogatásával készült.

Hivatkozások

- [1] J. Rafelski. “Connecting QGP-heavy ion physics to the early Universe”. *Nucl. Phys. B Proc. Suppl.* 243-244 (2013), 155–162. old. arXiv: 1306.2471 [astro-ph.CO].
- [2] U. W. Heinz és M. Jacob. “Evidence for a new state of matter: An Assessment of the results from the CERN lead beam program”. (2000. jan.). arXiv: nucl-th/0002042.
- [3] [PHENIX] K. Adcox és tsai. “Formation of dense partonic matter in relativistic nucleus-nucleus collisions at RHIC: Experimental evaluation by the PHENIX collaboration”. *Nucl. Phys. A* 757 (2005), 184–283. old. arXiv: nucl-ex/0410003.
- [4] [STAR] J. Adams és tsai. “Experimental and theoretical challenges in the search for the quark gluon plasma: The STAR Collaboration’s critical assessment of the evidence from RHIC collisions”. *Nucl. Phys. A* 757 (2005), 102–183. old. arXiv: nucl-ex/0501009.
- [5] [PHENIX] K. Adcox és tsai. “Suppression of hadrons with large transverse momentum in central Au+Au collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 130$ GeV”. *Phys. Rev. Lett.* 88 (2002), 22301. old. arXiv: nucl-ex/0109003.
- [6] [PHENIX] S.S. Adler és tsai. “Centrality dependence of direct photon production in $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV Au + Au collisions”. *Phys. Rev. Lett.* 94 (2005), 232301. old. arXiv: nucl-ex/0503003.
- [7] [ALICE] B.B. Abelev és tsai. “Transverse momentum distribution and nuclear modification factor of charged particles in p-Pb collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 5.02$ TeV”. *Phys. Rev. Lett.* 110.8 (2013), 82302. old. arXiv: 1210.4520 [nucl-ex].

- [8] [ALICE] B.B. Abelev és tsai. “Transverse momentum dependence of inclusive primary charged-particle production in p-Pb collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 5.02$ TeV”. *Eur. Phys. J. C* 74.9 (2014), 3054. old. arXiv: 1405.2737 [nucl-ex].
- [9] A. Saini és S. Bhardwaj. “Elliptic flow in heavy ion collisions”. *Journal of Nuclear and Particle Physics* 4.6 (2014), 164–170. old.
- [10] [PHENIX] S.S. Adler és tsai. “Elliptic flow of identified hadrons in Au+Au collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV”. *Phys. Rev. Lett.* 91 (2003), 182301. old. arXiv: nucl-ex/0305013.
- [11] [PHENIX] A. Adare és tsai. “Elliptic and hexadecapole flow of charged hadrons in Au+Au collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV”. *Phys. Rev. Lett.* 105 (2010), 62301. old. arXiv: 1003.5586 [nucl-ex].
- [12] [PHENIX] A. Adare és tsai. “Scaling properties of azimuthal anisotropy in Au+Au and Cu+Cu collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV”. *Phys. Rev. Lett.* 98 (2007), 162301. old. arXiv: nucl-ex/0608033.
- [13] S. Pratt. “Quark recombination and elliptic flow”. *Nucl. Phys. A* 749 (2005), 268–274. old.
- [14] A.N. Makhlin és Yu.M. Sinyukov. “Hydrodynamics of hadron hatter under pion interferometric microscope”. *Z. Phys. C* 39 (1988), 69. old.
- [15] T. Csörgő és B. Lorstad. “Bose-Einstein correlations for three-dimensionally expanding, cylindrically symmetric, finite systems”. *Phys. Rev. C* 54 (1996), 1390–1403. old. arXiv: hep-ph/9509213.
- [16] A. M. Halasz és tsai. “On the phase diagram of QCD”. *Phys. Rev. D* 58 (1998), 96007. old. arXiv: hep-ph/9804290.
- [17] D. Oliinychenko. “Overview of light nuclei production in relativistic heavy-ion collisions”. *Nucl. Phys. A* 1005 (2021), 121754. old. arXiv: 2003.05476 [hep-ph].
- [18] M. A. Lisa és tsai. “Femtoscopy in relativistic heavy ion collisions”. *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.* 55 (2005), 357–402. old. arXiv: nucl-ex/0505014.
- [19] G. Goldhaber és tsai. “Pion-pion correlations in antiproton annihilation events”. *Phys. Rev. Lett.* 3 (1959), 181–183. old.
- [20] G. Goldhaber és tsai. “Influence of Bose-Einstein statistics on the anti-proton proton annihilation process”. *Phys. Rev.* 120 (1960), 300–312. old.
- [21] [PHENIX] S.S. Adler és tsai. “Bose-Einstein correlations of charged pion pairs in Au + Au collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV”. *Phys. Rev. Lett.* 93 (2004), 152302. old. arXiv: nucl-ex/0401003.
- [22] [STAR] J. Adams és tsai. “Pion interferometry in Au+Au collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV”. *Phys. Rev. C* 71 (2005), 44906. old. arXiv: nucl-ex/0411036.
- [23] S. V. Akkelin és Yu. M. Sinyukov. “The HBT interferometry of expanding sources”. *Phys. Lett. B* 356 (1995), 525–530. old.
- [24] T. Csörgő, B. Lorstad és J. Zimányi. “Quantum statistical correlations for slowly expanding systems”. *Phys. Lett. B* 338 (1994), 134–140. old. arXiv: nucl-th/9408022.
- [25] [PHENIX] A. Adare és tsai. “Lévy-stable two-pion Bose-Einstein correlations in $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV Au+Au collisions”. *Phys. Rev. C* 97.6 (2018), 64911. old. arXiv: 1709.05649 [nucl-ex].

- [26] [PHENIX] S. Afanasiev és tsai. “Source breakup dynamics in Au+Au Collisions at $\sqrt{s_{\text{NN}}} = 200$ GeV via three-dimensional two-pion source imaging”. *Phys. Rev. Lett.* 100 (2008), 232301. old. arXiv: 0712.4372 [nucl-ex].
- [27] [PHENIX] S. S. Adler és tsai. “Evidence for a long-range component in the pion emission source in Au + Au collisions at $\sqrt{s_{\text{NN}}} = 200$ GeV”. *Phys. Rev. Lett.* 98 (2007), 132301. old. arXiv: nucl-ex/0605032.
- [28] B. Pórfy. “Lévy HBT Results at NA61/SHINE”. *Universe* 5.6 (2019), 154. old. arXiv: 1906.06065 [nucl-ex].
- [29] D. Kincses, M. Stefaniak és M. Csanád. “Event-by-event investigation of the two-particle source function in heavy-ion collisions with EPOS”. *Entropy* 24.3 (2022), 308. old. arXiv: 2201.07962 [hep-ph].
- [30] T. Csörgő, S. Hegyi és W. A. Zajc. “Bose-Einstein correlations for Levy stable source distributions”. *Eur. Phys. J. C* 36 (2004), 67–78. old. arXiv: nucl-th/0310042.
- [31] M. Csanád, T. Csörgő és M. Nagy. “Anomalous diffusion of pions at RHIC”. *Braz. J. Phys.* 37 (2007), 1002–1013. old. arXiv: hep-ph/0702032.
- [32] T. Csörgő és tsai. “Bose-Einstein or HBT correlations and the anomalous dimension of QCD”. *Acta Phys. Polon. B* 36 (2005), 329–337. old. arXiv: hep-ph/0412243.
- [33] T. Csörgő és tsai. “Bose-Einstein or HBT correlation signature of a second order QCD phase transition”. *AIP Conf. Proc.* 828.1 (2006), 525–532. old. arXiv: nucl-th/0512060.
- [34] J. Cimermañ, Christopher Plumberg és Boris Tomášik. “The Shape of the Correlation Function”. *Phys. Part. Nucl.* 51.3 (2020), 282–287. old. arXiv: 1909.07998 [nucl-th].
- [35] K. Werner és tsai. “Event-by-event simulation of the three-dimensional hydrodynamic evolution from flux tube initial conditions in ultrarelativistic heavy ion collisions”. *Phys. Rev. C* 82 (2010), 44904. old. arXiv: 1004.0805 [nucl-th].
- [36] H. J. Drescher és tsai. “Parton based Gribov-Regge theory”. *Phys. Rept.* 350 (2001), 93–289. old. arXiv: hep-ph/0007198.
- [37] M. Stefaniak. “Beam Energy Scan dependance of elliptic and triangular flow of identified hadrons in the STAR experiment and the EPOS model”. Dissz. Ecole nationale supérieure Mines-Télécom Atlantique Bretagne Pays de la Loire; Uniwersytet Warszawski, IMT Atlantique, 2021.
- [38] S. Ferreres-Solé és Torbjörn Sjöstrand. “The space-time structure of hadronization in the Lund model”. *Eur. Phys. J. C* 78.11 (2018), 983. old. arXiv: 1808.04619 [hep-ph].
- [39] K. Werner. “Core-corona separation in ultra-relativistic heavy ion collisions”. *Phys. Rev. Lett.* 98 (2007), 152301. old. arXiv: 0704.1270 [nucl-th].
- [40] K. Werner és tsai. “Analysing radial flow features in p-Pb and p-p collisions at several TeV by studying identified particle production in EPOS3”. *Phys. Rev. C* 89.6 (2014), 64903. old. arXiv: 1312.1233 [nucl-th].
- [41] J. Bolz és tsai. “Resonance decays and partial coherence in Bose-Einstein correlations”. *Phys. Rev. D* 47 (1993), 3860–3870. old.
- [42] N. Demir és S. A. Bass. “Shear-viscosity to entropy-density ratio of a relativistic hadron gas”. *Phys. Rev. Lett.* 102 (2009), 172302. old. arXiv: 0812.2422 [nucl-th].

- [43] A. El és tsai. “Shear viscosity and out of equilibrium dissipative hydrodynamics”. *Phys. Rev. C* 79 (2009), 44914. old. arXiv: 0812.2762 [hep-ph].
- [44] F. Cooper és G. Frye. “Comment on the single particle distribution in the hydrodynamic and statistical thermodynamic models of multiparticle production”. *Phys. Rev. D* 10 (1974), 186. old.
- [45] S. A. Bass és tsai. “Microscopic models for ultrarelativistic heavy ion collisions”. *Prog. Part. Nucl. Phys.* 41 (1998), 255–369. old. arXiv: nucl-th/9803035.
- [46] M. Bleicher és tsai. “Relativistic hadron hadron collisions in the ultrarelativistic quantum molecular dynamics model”. *J. Phys. G* 25 (1999), 1859–1896. old. arXiv: hep-ph/9909407.
- [47] [Particle Data Group] C. Patrignani és tsai. “Review of particle physics”. *Chin. Phys. C* 40.10 (2016), 100001. old.
- [48] [PHENIX] S. Afanasiev és tsai. “Kaon interferometric probes of space-time evolution in Au+Au collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV”. *Phys. Rev. Lett.* 103 (2009), 142301. old. arXiv: 0903.4863 [nucl-ex].
- [49] [CMS]. *Measurement of two-particle Bose-Einstein momentum correlations and their Lévy parameters at $\sqrt{s_{NN}} = 5.02$ TeV PbPb collisions*. 2022. URL: <https://cds.cern.ch/record/2806150/files/HIN-21-011-pas.pdf>.
- [50] M. Csanád és T. Csörgő. “Kaon HBT radii from perfect fluid dynamics using the Buda-Lund model”. *Acta Phys. Polon. Supp.* 1 (2008), 521–524. old. arXiv: 0801.0800 [nucl-th].
- [51] C. Loizides, J. Kamin és D. d’Enterria. “Improved Monte Carlo Glauber predictions at present and future nuclear colliders”. *Phys. Rev. C* 97.5 (2018). [Erratum: *Phys. Rev. C* 99, 019901 (2019)], 54910. old. arXiv: 1710.07098 [nucl-ex].
- [52] [CMS]. *Glauber tables*. URL: <https://twiki.cern.ch/twiki/bin/view/CMS/GlauberTables>.
- [53] B. Kórodi, D. Kincses és M. Csanád. “Event-by-event investigation of the two-particle source function in $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ TeV PbPb collisions with EPOS”. (2022. dec.). arXiv: 2212.02980 [nucl-th].