Tudományos diákköri kutatómunka

Az ASDEX Upgrade tokamak diszrupcióiban fellépő áramcsúcs vizsgálata szimulációk segítségével

Készítette: **Édes Lili**
MSc II. évfolyamos fizikus hallgató

Témavezető: **Dr. Pokol Gergő**[1], **Dr. Pusztai István**[2]
[1]BME TTK Nukleáris Technika Tanszék, [2]Chalmers University of Technology

Eötvös Loránd Tudományegyetem
2023

Kivonat

A tokamak típusú fúziós berendezésekben a plazma összeomlásakor (diszrupció) ún. elfutó elektronok keletkezhetnek. Az elfutó elektronok nagy energiájú, relativisztikus elektronnyalábot alkotnak, mely kárt tehet a vákuumkamra falában, ezért megelőzésük nélkülözhetetlen feladat. Ahhoz, hogy előre tudjuk jelezni a diszrupció során keletkező elfutó elektronok áramát, meg kell értenünk a diszrupció alatt végbemenő folyamatokat és megismerni azok karakterisztikus paramétereit. Az eddig ismeretlen, vagy nehezen mérhető paraméterek meghatározásához plazmafizikai elméleteken alapuló szimulációkat használunk, melyeket kísérleti eredményekkel hasonlítunk össze.

Kutatásom során egy elfutó elektronokat modellező szimulációs programcsomagot használtam – DREAM (Disruption Runaway Electron Analysis Model). Segítségével az ASDEX-Upgrade tokamakban olyan kisüléseket rekonstruáltam szimulációval, melyekben szennyező anyagok befecskendezésének hatására a plazma összeomlik. Ekkor a hirtelen plazmaáram-csökkenés előtt áramnövekedés látszódik, majd elfutó elektronok jönnek létre. A megfigyelt áramcsúcs a diszrupció elején történő áramprofil-lapulás következménye [1].

A kisülések rekonstruáláshoz így többek között olyan paraméterek optimalizációjára volt szükségem, melyek meghatározzák a radiális áramtranszportot jellemző hiperdiffúziós együttható időbeli fejlődését. A paraméterek optimalizálásához egy Bayes-féle optimalizációs módszert alkalmaztam, Aaro Järvinen munkája alapján [2].

Dolgozatomban az áramprofil változását, illetve az elfutó elektronok keletkezését megelőző áramcsúcsot vizsgáltam. A szimulációs eredményeket a Bayes-módszerrel optimalizálva összehasonlítottam a kísérleti eredményekkel, ezzel validálva az elméleti leírást, és egyben érzékenységvizsgálatot is végezve a különböző szimulációs paraméterekre. Munkám fontos adalékot szolgáltatott a diszrupciók során fellépő elfutó elektron áram modellezéséhez.

[1] I. Pusztai, M. Hoppe, O. Vallhagen, 2022, Runaway dynamics in tokamak disruptions with current relaxation. Journal of Plasma Physics 88(4), 905880409.
[2] A. Järvinen, T. Fülöp, E. Hirvijoki, M. Hoppe, A. Kit and J. Åström, 2022, Bayesian approach for validation of runaway electron simulations. Journal of Plasma Physics, submitted, arXiv:2208.01858.

Tartalomjegyzék

1. Bevezetés **1**
1.1. Energiatermelés . . . 1
1.2. A fúziós plazmafizika alapjai . . . 2
1.2.1. Magfúzió . . . 2
1.2.2. A plazma viselkedése mágnesesen összetartott konfigurációkban . . . 3
1.2.3. Mágneses felületek . . . 4
1.3. Tokamak . . . 5
1.4. Problémák és kutatási területek a fúzióban . . . 7
1.5. ASDEX-Upgrade . . . 8

2. Diszrupció a tokamakokban **9**
2.1. Elfutó elektronok . . . 11
2.2. Transzportjelenségek a diszrupció alatt . . . 13
2.2.1. Mágneses perturbációból kapott hőtranszport . . . 13
2.2.2. Elfutó elektronok transzportja . . . 14
2.2.3. Áramdiffúzió . . . 14

3. Szimulációs eszközök **15**
3.1. DREAM . . . 15
3.1.1. A különböző ionizáltsági fokú ionpopulációk sűrűségfejlődésének számítása 16
3.1.2. A hőmérséklet időfejlődésének számítása . . . 16
3.1.3. Teljes áram időfejlődésének számítása . . . 17
3.1.4. Adaptív időlépés . . . 17
3.1.5. Kezdőfeltételek . . . 18
3.2. A szimuláció fázisainak leírása . . . 19
3.3. Optimalizációs módszerek . . . 20
3.3.1. Manuális szkennelés . . . 20
3.3.2. Bayes-optimalizációs módszer . . . 20
3.3.3. Optimalizációs paraméterek . . . 25

4. Célkitűzés **26**

5. Szimulációs eredmények **27**
5.1. Optimalizáció manuális szkenneléssel . . . 27
5.1.1. 2D optimalizáció hiperrezitivitás nélkül . . . 27
5.1.2. 4D optimalizáció az előírt TQ modellel . . . 29
5.2. Optimalizáció Bayes-módszerrel . . . 34
5.2.1. 4D optimalizáció előírt TQ modellel . . . 34
5.2.2. 4D optimalizáció az önkonzisztens TQ modellel . . . 37
5.3. A fizikai modellek eredményeinek összehasonlítása . . . 39

6. Összefoglalás **41**

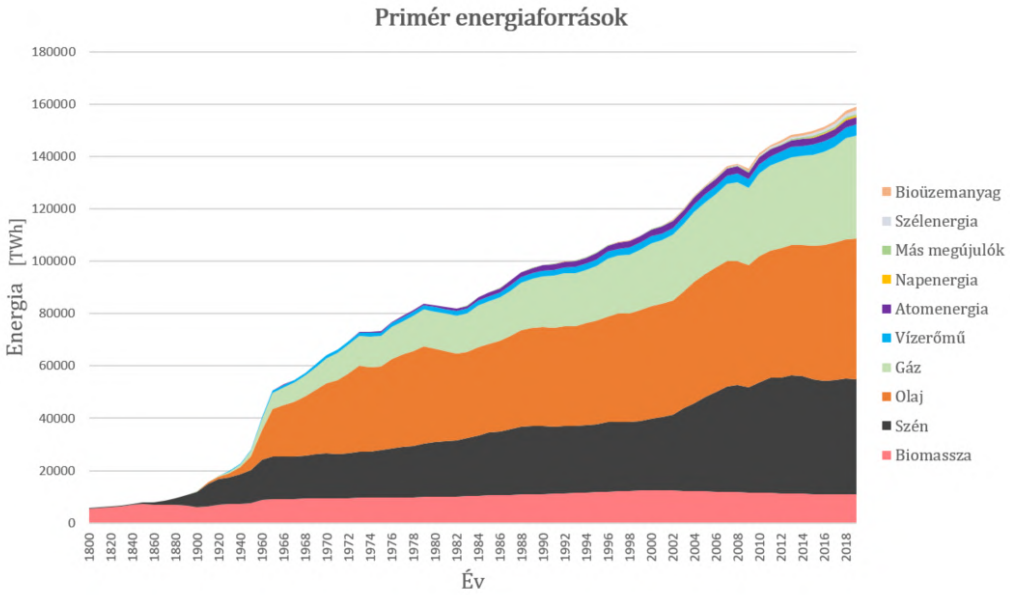
7. Kitekintés **42**

1. Bevezetés

Dolgozatom során egy fúziós plazmafizikai problémával foglalkozom.
Ebben a fejezetben kifejtem az atommagfúzió jelentőségét a jövő energiatermelési szükségletei szempontjából, majd definiálom a kutatásom számára releváns alapfogalmakat.

1.1. Energiatermelés

Az elmúlt évszázadban több mint tízszeresére nőt a globális energiaigény, ám az energia nagy részét olyan erőművekben termeljük, melyek nem megújuló energiaforrásokat hasznosítanak (1. ábra). Ezek a fosszilis tüzelésű erőművek hatalmas mennyiségű szén-dioxidot bocsátanak ki, ezzel hozzájárulva az üvegházhatás mesterséges növeléséhez.



1. ábra. *Globális primér energiaforrások összetételének változása az évek során [1].*

Amennyiben a jelenlegi energiafelhasználást fenntarthatóvá szeretnénk tenni, hatékony és környezetkímélő energiatermelési módszerekre van szükség. Bár a megújuló energiaforrásoknál csak az építésnek és a leszerelésnek van jelentős ökológiai lábnyoma, az általuk megtermelt energia sokszor nincs szinkronban a lokális energiaigénnyel, illetve a felhasználási idővel. Tehát a megújuló energiaforrásokat felhasználó erőműveknél nem garantált a folyamatos termelés, ezért jelenlegi formájukban – a vízerőművön kívül – nem használhatóak alaperőműként. A nyersanyagforrások folyamatos csökkenése mellett a CO_2 koncentrációját szabályozó törvények is arra sürgetik az emberiséget, hogy a szénerőművek helyett más alaperőműveket fejlesszünk ki. A fissziós atomerőművek jól szolgálnak alaperőműként, hiszen jelenleg ezek a leghatékonyabb energiatermelők, a megtermelt energiához képest legkisebb ökológiai lábnyommal. Sajnálatos módon mégis folyamatosan zárják be a még működőképes, vagy meghosszabbítható üzemidővel rendelkező atomerőműveket, tévesen gondolva, hogy azok nagyobb környezetszennyezést okoznak, mint a fosszilis üzemanyaggal működő erőművek [2]. A fissziós erőművek ellen legtöbbször a múltbéli történelmi jelentőségű balesetekből származó félelem szól, illetve, hogy a radioaktív hulladék kezelése nehézkes és a legtöbb helyen csak ideiglenesen megoldott.

Bár az atommagfúzió fizikai leírása egyidős a fisszióéval, a fúziós atomerőművek még mindig váratnak magukra. A lemaradás egyik oka, hogy a fúziós folyamatok extrém körülményeinek

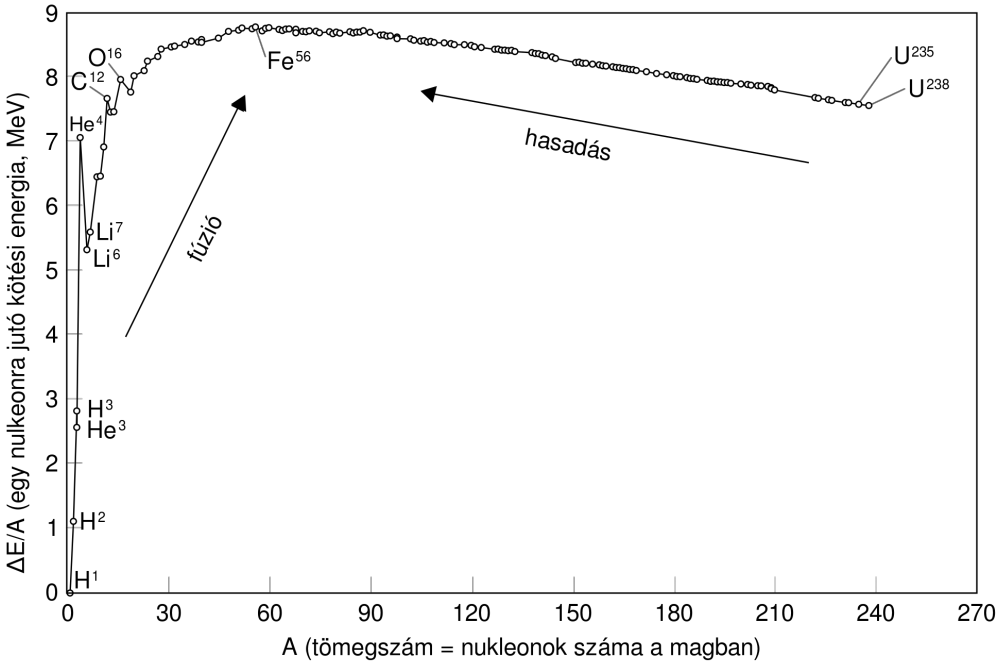
fenntartása és ellenőrzése olyan technikai problémát okozott, melyekre csak az elmúlt évtizedek technológiai fejlődése kezdett válaszokat adni.

1.2. A fúziós plazmafizika alapjai

A következőkben olyan alapvető fogalmakat és jelenségeket ismertetek a fúzióval kapcsolatban, melyek relevánsak a kutatásom szempontjából.

1.2.1. Magfúzió

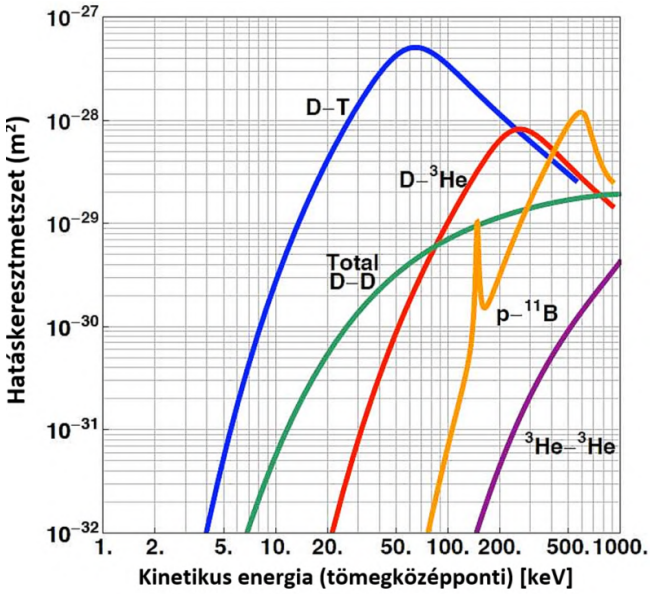
Fosszilis üzemanyaggal működő erőművekben az üzemanyag égetésekor csak a kémiai kötési energiát tudják felszabadítani, mely molekulánként ∼10 eV. Ennél nagyságrenddekkel több energia (2-500 MeV) tárolódik az atommagokban kötési energia formájában. Ezt a kötési energiát szabadítják és használják fel az atomerőművekben [3]. Energiát úgy tudunk nyerni nukleáris reakcióból, ha a kezdeti atommagok együttes kötési energiája nagyobb, mint a kapott atommagok energiája. Az egy nukleonra jutó kötési energia minden izotópra karakterisztikus értékű. A 2. ábrán látható, hogy ez az érték nem monoton módon változik a nukleonszám függvényében.



2. ábra. *Egy nukleonra jutó kötési energia különböző atommagokra [4].*

Ebből következik, hogy alapvetően két fajta magreakcióból nyerhető energia a legtöbb energia: kis atommagok egyesítéséből (fúzió), illetve nagy atommagok hasadásából (fisszió). Bár fisszió során atomonként több energia szabadul fel (^{235}U esetén $\sim$ 200 MeV [5]), de a folyamatban résztvevő atomok tömege jóval nagyobb, mint a fúzióban résztvevőké, tehát fajlagosan a fúziós reakcióból nyerhető ki több energia.
Dolgozatomban fúziós energiatermeléssel foglalkozom. Ahhoz, hogy a fúziós folyamat végbemehessen, a részecskéknek kb. de Broglie hullámhossznyi távolságra kell lenniük egymástól [6], ahol a Coulomb-erő taszító hatásának legyőzéséhez rendkívül nagy kinetikus energia kell a tömegközépponti rendszerben. Az atommagok ily mértékű energianövelését részecskegyorsítóban is elvégezhetjük, ám a felgyorsított deuteron nyaláb részecskéi eltérülnek és lassulnak a trícium

atommagokkal való rugalmas ütközés során, ezzel drasztikusan csökkentve a fúziós reakció hatáskeresztmetszetét. Lényegesen megnöveljük a folyamat végbemenetelének valószínűségét, ha a fúziós reakció kiindulási részecskéit termikus közegben tartjuk, így átlagosan az atommagok nem vesztenek az energiájukból, csak egymásnak adják át (természetesen mindig vannak veszteségek sugárzás, vagy részecskevesztés formájában). A fúziós folyamatok végbemenetelének valószínűsége erősen függ a fúziós üzemanyag kinetikus energiájától és az üzemanyag-keveréktől (lásd. 3. ábra).



3. ábra. *Különböző fúziós reakciók hatáskeresztmetszete [7].*

A 3. ábrán bemutatott fúziós reakciók közül a

$$\mathrm{D} + \mathrm{T} \longrightarrow {}^{4}\mathrm{He}\ (3.52\ \mathrm{MeV}) + \mathrm{n}\ (14.1\ \mathrm{MeV}) \tag{1}$$

folyamatnak van a legkisebb küszöbenergiája és legnagyobb hatáskeresztmetszete a technikailag megvalósítható energiatartományokon, tehát a deutérium-trícium keverék lenne a legalkalmasabb fúziós üzemanyagnak. Zárójelben a fúzió során keletkezett részecskék kinetikus energiája van feltüntetve.

K → eV átváltás: dolgozatom során a hőmérsékletet eV mértékegységekben adom meg, a következőkben leírt tárgyalás alapján. Termikus közegben a plazma részecskéinek sebességeloszlása a Maxwell-eloszlást követi, melyben az átlag energia $E_{\text{átlag}} = \frac{3}{2}\, k_B T$, ($k_B$ a Boltzmann-állandó). Látható, hogy a hőmérséklet egyenesen arányos az átlagenergiával, 1 eV így 11 600 K -nek felel meg.

1.2.2. A plazma viselkedése mágnesesen összetartott konfigurációkban

Amennyiben önfenntartó plazmát szeretnénk létrehozni, olyan körülményeket kell teremtenünk, melyben a plazma fúzióból származó fűtési teljesítménye ellentart a különböző mechanizmusokból származó veszteségi teljesítménynek. A megfelelő plazmakondíciót a Lawson-kritérium határozza meg, mely alsó határt ad a plazma sűrűségének (n_e), hőmérsékletének (T) és energiaösszetartási idejének ($\tau_e = W/P_{\text{loss}}$ a plazmában tárolt termikus energia és a veszteségi teljesítmény hányadosa) szorzatára. $n_e T \tau_e$ -t nevezzük a *fúziós hármasszorzat*nak.

Az elmúlt 70 évben számos konfigurációt kezdtek kidolgozni, melyek alkalmasak lehetnek a Lawson-kritérium kielégítésére. Ezek közül a legígéretesebbnek az inerciális és a mágneses

összetartású berendezések számítanak. Az inerciális berendezésekben az n_e nagy, hiszen sűrű kisméretű D-T pasztillákat robbantanak be lézerek segítségével. A közeg a robbanásközben rendkívül gyorsan elveszíti az energiáját, tehát τ_e kicsi. Dolgozatomban egy mágneses összetartású fúziós berendezéssel foglalkozom, melyben a plazma összetartási ideje hosszú, a sűrűsége kicsi (a légnyomás milliomod része, majdhogynem vákuum), hőmérséklet pedig nagy ($\sim$10 keV$\equiv$ 100 millió °C).

Felmerülhet a kérdés, hogy ezt a nagyhőmérsékletű közeget hogyan tudjuk majd egyben tartani. A magas hőmérséklet magában hordozza a megoldást is, hiszen ekkora hőmérsékleten az atomok teljesen ionizálttá válnak, így valójában egy elektronokból és atommagokból álló közeget kapunk. Ezt a közeget plazmának hívjuk. A töltött részecskék pedig eltérülnek mágneses térben, így a közeget egybetarthatjuk mágneses térrel. Homogén mágneses térben a töltött részecskék a mágneses erővonalak körül csavarvonalú pályán mozognak $\omega_{ca} = \frac{q_a B}{m_a}$ frekvenciával (q_a, m_a az a típusú részecske töltése és a tömege, B pedig a mágneses tér nagysága). Ezt nevezzük Larmor-mozgásnak. A kutatások az elmúlt évtizedekben a toroidális geometriájú berendezések köré fókuszálódtak, a jó energia-összetartásuknak köszönhetően. A toroidális geometria miatt elveszítjük a mágneses tér homogenitását, hiszen a tórusz belsejéből kifele haladva csökken a mágneses tér erőssége. A mágneses tér görbületéből, valamint erősségének gradienséből származó erők a részecske sodrodását (avagy *driftjét*) eredményezik. A $gradB$ és a görbületi drift iránya függ a részecskék töltésétől, tehát ezen driftek hatására szétválnának a negatív és a pozitív részecskék, ezzel elektromos teret hozva létre. Ebből az elektromos térből olyan $E \times B$ drift származik, mely töltéstől függetlenül kifele tolja a plazmából a részecskéket. Az előbb felsorolt hatásokból származó sodródási sebességet az alábbi egyenletben foglaltam össze:

$$\vec{v}_{\text{drift}} = \frac{\vec{E} \times \vec{B}}{B^2} + \frac{m v_\perp^2}{2qB} \frac{\vec{B} \times \vec{\nabla} \left| \vec{B} \right|}{B^2} + \frac{m v_\parallel^2}{qR^2} \frac{\vec{R} \times \vec{B}}{B^2}, \tag{2}$$

ahol $v_\parallel$ és $v_\perp$ a részecske sebességének mágneses erővonalakkal párhuzamos és merőleges komponensei, m a részecske tömege $\vec{R}$ pedig a mágneses erővonal görbületi vektora.
A plazma stabil összetartására megoldásként a mágneses tér poloidális irányú megcsavarása szolgálhat, mellyel kiküszöbölhetjük az $E \times B$ driftet.
Adott mágneses erővonal csavarodását a biztonsági tényező, q, jellemzi. Értéke azt adja meg, hány toroidális kört kell megtennie a mágneses erővonalnak ahhoz, hogy egyszer körbeérjen poloidálisan. Ezt az értéket úgy is kiszámolhatjuk, hogy egységnyi nagyságú lépésekkel haladunk a mágneses erővonal mentén, és vesszük a toroidálisan megtett szögek összegének ($\sum \phi$) és a poloidálisan megtett szögek összegének ($\sum \theta$) arányát $n \to \infty$ lépés után, ahogy a (3) egyenletben is definiálva van.

$$q = \lim_{n \to \infty} \frac{\sum \phi_n}{\sum \theta_n} \approx \frac{\rho}{R_0} \frac{B_\phi}{B_\theta}, \tag{3}$$

ahol a közelítő kifejezés kör keresztmetszetű plazmákra teljesül az $\rho / R_0 \ll 1$ határesetben. A (3) egyenletben R_0 a mágneses tengely sugara, ρ a radiális pozíció (a mágneses tengelytől vett távolság), B_ϕ, B_θ a mágneses tér egyes komponensei, melyek a 4. ábrán is szemléltetve vannak.

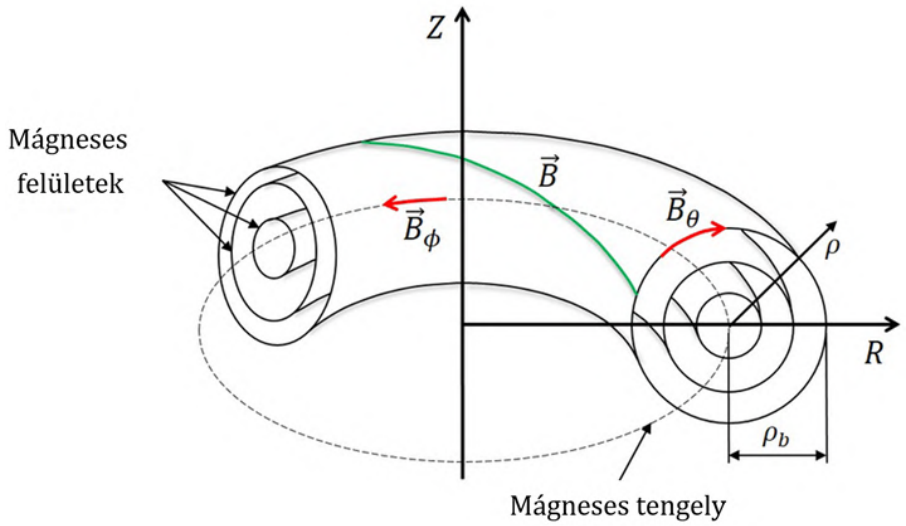
1.2.3. Mágneses felületek

A mágneses erővonalak különálló, egymásba ágyazott tóruszfelületeket futnak be. A részecskék az erővonalak mentén hosszú szabad úthosszal mozognak, tehát a plazmában az erővonalak menti részecsketranszport dominál, így egy mágneses felületen a plazmaparaméterek (például nyomás, hőmérséklet, sűrűség) változása elenyésző.

A plazmaegyensúly alapvető feltétele, hogy az elektromágneses erők kiegyenlítsék a plazmanyomást:

$$\vec{j} \times \vec{B} = \vec{\nabla} p \rightarrow \vec{j} \cdot \vec{\nabla} p = 0 \text{ és } \vec{B} \cdot \vec{\nabla} p = 0.$$

Tehát az áram a mágneses felületeken folyik, melyeken a nyomás konstans. Amennyiben egy adott mágneses felületet irracionális q érték jellemez, a mágneses erővonalak soha nem kapcsolódnak önmagukba így mondhatni csak egy erővonal alakítja az egész felületet.



4. ábra. *Az egymásba ágyazott mágneses felületek vázlatos rajza ($\vec{B}, \vec{B}_\phi, \vec{B}_\theta$ a mágneses tér, ill. a toroidális és a poloidális komponense, ρ_b – kissugár).*

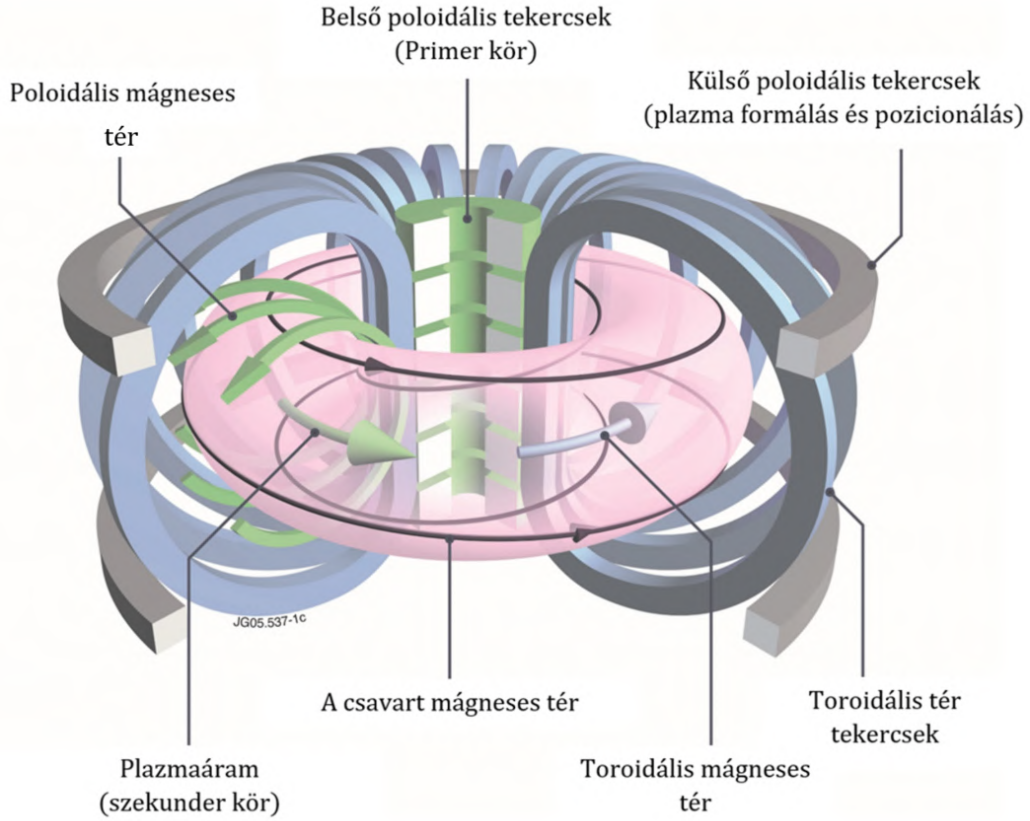
Perturbált mágneses térben előfordulhat, hogy felbomlanak a mágneses felületek (ahogy azt majd a 2. fejezetben is láthatjuk). A perturbáció lehet külső, például a tekercsek véges számából adódó inhomogenitás, vagy a tekercsek tökéletlenségei, vagy belső perturbációk, úgymint instabilitások.
A kis amplitúdójú perturbációk esetén a mágneses felületek helyén mágneses szigetláncok jelennek meg. A szigetek zárt erővonalrendszereket alkotnak. Mivel a plazmában az erővonalakkal párhuzamos részecsketranszport dominál, a szigeteken belül kiegyenlítődnek a plazmaparaméterek (sűrűség, hőmérséklet, nyomás). A szigetek méretének növekedése kihathat a globális plazmaparaméterekre is.
Nagyobb mágneses perturbációk a mágneses felületek teljes felbomlásához vezetnek, ahol az erővonalak ergodikusan kitöltik a teret, mint arra a 2. fejezetben látunk majd példát.

1.3. Tokamak

A mágnesesen összetartott konfigurációk kutatása a tokamak és sztellarátor típusú berendezések köré fókuszálódik. Történelmileg az elsőként kipróbált toroidális mágneses összetartású berendezés sztellarátor volt. A sztellarátorokban a plazma köré helyezett speciálisan kialakított tekercsekkel állítják elő a csavart mágneses teret. Mivel a tekercsek alakjának megtervezése komoly mérnöki és numerikus számításokat igényelt, fejlesztésük leginkább a nagy számítási kapacitású számítógépek elterjedése óta jelentős. Bár a sztellarátorokból kevesebb épült, a világ legnagyobb sztellarátorának – a németországi Wendelstein 7–X-nek – plazmatérfogata ($V_{W-7X} = 30$ m^3) a jelenlegi tokamakok térfogatával vetekszik $V = 10 - 100$ m^3.

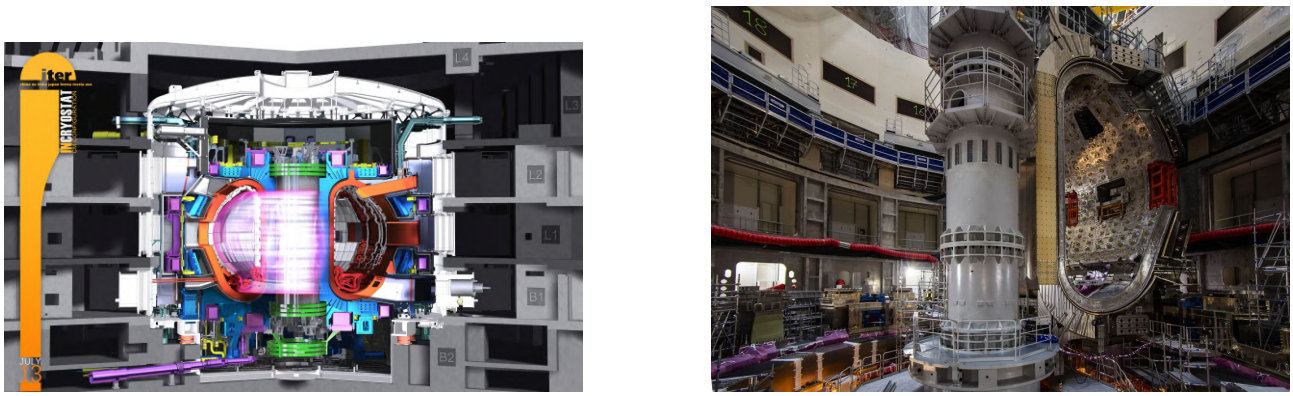
A tokamakokban a csavart mágneses teret különböző módon előállított toroidális és poloidális mágneses terek szuperpozíciójából kapjuk. A toroidális teret a plazmát körülvevő tekercsekből kapjuk, a poloidálisat pedig a plazmában hajtott árammal, ezeket még kiegészítik a

külső poloidális tekercsek. A tokamak szerkezetéről az 5. ábrán látható vázlatos illusztráció. A plazmaáram hajtását a tórusz közepén átvezető transzformátor segítségével végzik. A primer körben a szolenoid tekercsben időben változó áram folyik, a szekunder kör pedig maga a plazma. A tokamakok egyik legnagyobb hátránya pont a plazmaáram fenntartásából adódik, hiszen az áramot csak addig tudjuk hajtani, amíg a szolenoidban változtatni tudjuk az áramot, ezzel határt szabva a plazma fenntartásának idejére. A folytonos üzem érdekében, a plazma áramának fenntartását kiegészítő áramhajtási eljárásokkal kell pótolni, például elektromágneses hullámok besugárzásával.



5. ábra. *A tokamak típusú fúziós berendezés szerkezetének vázlatos rajza. A zöld szolenoid hozza létre a poloidális mágneses teret (zöld nyilak), a kék tekercsek hozzák létre a toroidális irányú (kék nyíllal jelölt irány) mágneses teret.*

A világ legnagyobb fúziós berendezése – a jelenleg is épülő ITER – is tokamak típusú lesz. Az ITER (International Thermonuclear Experimental Reactor) az Európai Únió és további 8 ország együttműködésével épül. A 6. ábrán látható az ITER vázlatos szerkezete és egy közelmúltbeli kép az építkezésről.
A berendezésen végzett kísérletek legfőbb céljai közé tartozik a külső fűtéshez képest pillanatszerűen 10-szer annyi fúziós eredetű hőenergia termelése ($Q > 10$), a D-T plazma viselkedésének pontosabb leírása, a trícium tenyészköpeny fejlesztése, a neutronpajzs és hőhasznosítási technológia finomítása, valamint az önfenntartó plazma begyújtása. Az ITER-en végzett kísérletek eredményei nagyban befolyásolják az első demonstrációs fúziós reaktor (DEMO) tervezését.



(a) .

(b)

6. ábra. *a) Illusztráció az ITER tokamak szerkezetéről [8]. b) Az ITER tokamak vákuumkamrájának beszerelése (2022. szeptember) [9].*

1.4. Problémák és kutatási területek a fúzióban

Bár a kutatások több mint 70 éve folynak, az első fúziós erőművek építéséig még számos problémát kell leküzdenie a kutatóknak. A EUROfusion (európai együttműködés a fúziós kutatásokért) 8 pontban határozta meg a legfontosabb kutatási területeket [10]:

1. Olyan plazmaüzemmódok meghatározása, melyek kielégítik egy reaktor követelményeit (megbízható, irányítható, hosszú ideig fenntartható).

2. Hőelvezető rendszer kifejlesztése.

3. Olyan neutronálló anyagok kifejlesztése és validálása, amelyek kibírják az akár 14 MeV-os neutronáramot anélkül, hogy fizikai tulajdonságaik erősen romlanának.

4. A trícium önellátásának biztosítása a trícium tenyészköpeny megvalósításával. Bár a deutérium gyakori elem (a tengerekben minden 6500-dik víz molekula deutériumos [11]), a trícium rövid radioaktív bomlási ideje révén rendkívül ritka elem. A jelenlegi számítások szerint a fúziós berendezések pár éven belül felemésztenék az összes kitermelt tríciumot, ezért az erőműveknek maguknak kell majd megtermelniük a tríciumot.

5. Inherens biztonság megvalósítása. Bár a fúziós berendezésekben kevés a radioaktív hulladék, és azoknak is rövid a leaktiválódási ideje, ám a plazma fenntartásához szükséges extrém körülmények biztonságos megvalósítása így is nehéz feladat.

6. DEMO – demonstrációs erőmű megtervezése és megépítése.

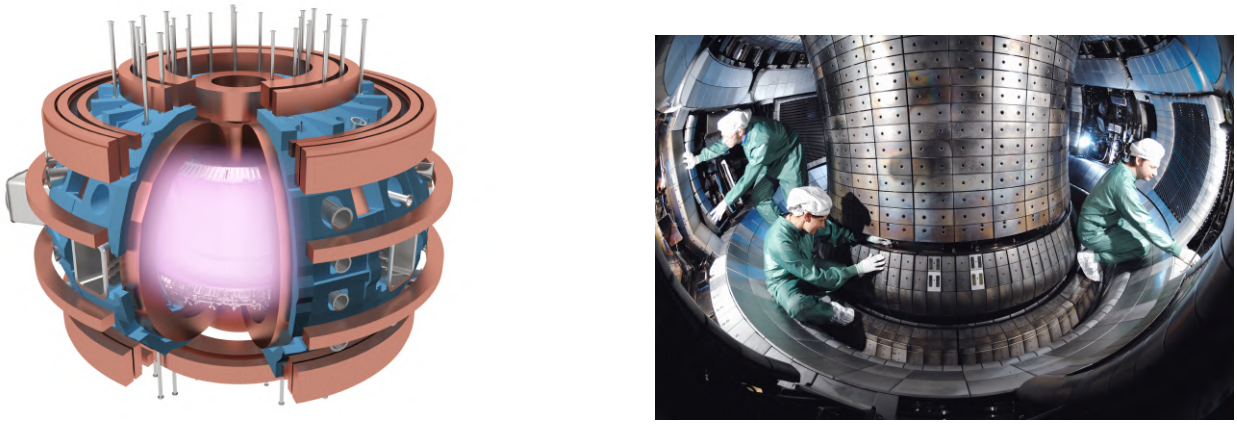
7. A fúzió gazdasági potenciáljának biztosítása a DEMO tőkeköltségek csökkentésével és hosszútávú technológiák fejlesztésével.

8. Sztellarátorok fejlesztése.

Dolgozatom témája az 1. ponthoz tartozik, hiszen a plazmaösszetartás megszakadását tanulmányozom.

1.5. ASDEX-Upgrade

Kutatásom során bizonyos ASDEX Upgrade tokamakon végzett kísérletek során megfigyelt folyamatokkal foglalkozom. Az ASDEX Upgrade a Max Planck Institute for Plasma Physics garchingi kutatóintézetének vezetése alatt működő tokamak. Nevének első fele (ASDEX) az Axially Symmetric Divertor Experiment rövidítése, mely arra utal, hogy a tokamak axiális szimmetriával rendelkezik, valamint a plazmából kiáramló részecskék és a hő ún. divertorokra van vezetve. A jelenleg használt divertorok wolfrámból készültek, mely előnyös mechanikai és hőtani tulajdonságai miatt a legalkalmasabb ismert anyag egy reaktor méretű fúziós reaktorban hőelvezetési célokra. Az Upgrade utótag a berendezés elődjére az ASDEX tokamakra utal, mely 1980-tól 1990-ig működött az Upgrade jelenlegi helyén. A tokamak vázlatos szerkezete a 7. ábrán látható. A tokamak főbb geometriai- és tipikusan alkalmazott plazmaparamétereit az 1. táblázatban foglaltam össze.



(a) **(b)**

7. ábra. *a) Illusztráció az ASDEX Upgrade szerkezetéről [12]. b) Az ASDEX Upgrade vákuumkamrája belső nézetből [13].*

Az ASDEX Upgrade többek között a következő témákkal foglalkozik [14]:

1. Részecske- és energiatranszport a plazmában, plazmaturbulencia.
2. Divertor vizsgálatok és teljesítmény leadás.
3. A plazma instabilitásának vizsgálata.
4. Optimális plazmaállapotok fejlesztése, amelyek egyesítik a nagy plazmasűrűséget és a magas plazmanyomást tolerálható plazmaszéli instabilitásokkal.
5. Divertorfizika, turbulencia és plazmatranszport elméleti modelljeinek tesztelése.
6. Tanulmányok a fal anyagáról.

Kutatásom a 3. ponthoz tartozik, hiszen a plazmaösszeomlás bizonyos folyamatainak leírásával foglalkozom, melyet a következő fejezetben részletesen tárgyalok.

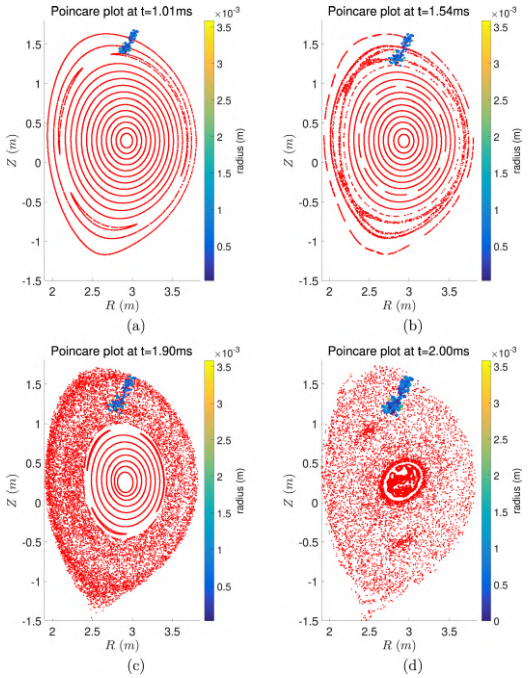
Paraméterek	Értékeik
Nagysugár, R_0	1.65 m
Kissugár, a	0.5–0.8 m
Plazmatérfogat, V	13 m^3
Plazmaáram, I_p	2 MA
Mágneses tér, B	3.9 T
Kisüléshossz	< 10 s
Plazmakeverék	hidrogén, deutérium
Plazmasűrűség, n	$2 \cdot 10^{20}\,m^{-3}$
Fűtési teljesítmény	27 MW

1. táblázat. *Az ASDEX-Upgrade főbb geometriai- és tipikusan alkalmazott plazmaparaméterei [14].*

2. Diszrupció a tokamakokban

A plazma diszrupciója egy olyan normál üzemen kívüli esemény, mely során a fúziós plazma összetartása megszakad, és a reaktor nagyságú berendezésekben akár GJ nagyságú energia leadásával járhat rövid (∼ms) időskálán. Mivel a mechanikai és hőterhelések súlyossága a berendezés méretével erősen növekszik, valamint a folyamatban keletkező elfutó elektron nyaláb (lásd. később) nagysága exponenciálisan növekszik a normál üzembeli árammal, az ilyen események nem tolerálható következményekkel járhatnak a nagy árammal üzemelő tokamakokban. A diszrupciók kiváltó oka valamilyen instabilitás (plazmafizikai avagy termális/atomfizikai), ami hatással van a plazma energia-összetartására. Az instabilitást egyes esetekben a szennyező anyagok plazmába jutása váltja ki. Ezen szennyezők lehetnek a vákuumkamra falából származó részecskék, melyeket a plazma magas energiájú részecskéi löknek ki a kristályrácsukból. Bizonyos esetekben pedig direkt fecskendeznek be szennyező anyagokat különböző kísérleti céllal (ahogy az általam vizsgált kísérletben is). Ezen szennyező anyagok általában nagyobb rendszámú atomok, melyek gyorsan le tudják sugározni a plazmában tárolt energiát, például vonalas sugárzás formájában (mivel többnyire nem teljesen ionizáltak).

A plazmaegyensúly elvesztése esetén először olyan instabilitás jelenik meg a plazmában, melyek az alacsony rendű racionális számmal jellemzett biztonsági tényezőjű mágneses felületek (1.2.3. fejezet) felbomlását okozzák. Mivel ezen felületeken az erővonalak pár toroidális körbefordulás után önmagukba záródnak, ezek a legérzékenyebbek a perturbációkra. A mágneses tér perturbációja gyakran vezet mágneses szigetek létrejöttéhez. Ahogy az instabilitás növekszik, a szigetek addig növekszenek, amíg elkezdenek átfedni egymással. Ekkor a mágneses erővonalak kaotikus módon összegabalyodnak, ezzel sztochasztizálva a mágneses teret. Ebben a sztochasztikus térben a mágneses erővonalak már nem egymásba ágyazott tóruszokon futnak, hanem ergodikusan kitöltik két ép mágneses felület közti térfogatot, ahogy az a 8. ábrán is szemléltetve van. Mivel a részecskék jó közelítéssel az erővonalakat követik, a radiális részecsketranszport és a hővezetés drasztikusan megnő a sztochasztikus tartományon belül. Ezért is fontos a későbbiekben olyan modelleket alkalmazni a transzportfolyamatokat illetően, melyeknek állítható a tér- és időbeli függése.

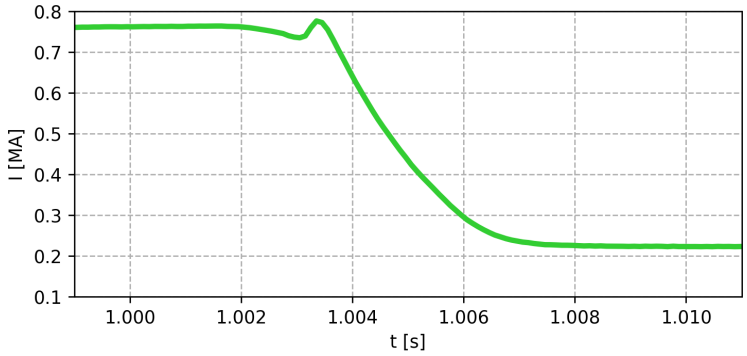


8. ábra. *A tört pellet belövés hatására történő mágneses felületek felbomlásának folyamata Poincaré-ábrán szemléltetve. A kép a JET tokamakra számolt JOREK szimulációból származik [15].*

A diszrupció folyamata alapvetően két szakaszra osztható. Az első szakasznak azt az időintervallumot vesszük, amelyben a hőmérséklet – többek közt az ionizációs- és a felbomlott felületek miatti részecskeveszteségek miatt – rohamosan csökken egy jóval alacsonyabb, újabb egyensúlyi értékig. A szakasz megnevezése angolul a *thermal quench*, ezért a későbbiekben a **TQ** rövidítést fogom használni a hőmérséklet-összeomlásra. Az ASDEX-ben a TQ jellemzően ∼0.1 ms hosszúságú, mely során a hőmérséklet pár keV-ről pár eV-ra csökken. A szakasz végére a mágneses erővonalak átcsalódnak, ezzel újra kialakítva a mágneses felületeket [16], így a radiális transzportból jövő veszteségek jelentősen lecsökkennek.
A plazma ellenállása csökken a hőmérséklet emelésével (lásd. (4) egyenlet, tiszta hidrogén plazma esete) [17].

$$\eta \approx \frac{\pi \mathrm{e}^2 \sqrt{m_e}}{(4\pi\epsilon_0)^2 T_e^{3/2}} \ln\Lambda_c, \tag{4}$$

ahol η a plazma ellenállása, $\ln \Lambda_c \sim 10$ a Coulomb-logaritmus, mely a részecskék ütközéséből származó kis szögeltérések kumulatív hatását fejezi ki. Ebből az következik, hogy a hőmérséklet-csökkenésével a plazma ellenállása nőni fog, így a plazma tisztán ohmikus áramok esetén egy rezisztív-induktív áramkörhöz hasonlóan fog viselkedni, amelyben az áram L/R időskálán csökken. Az induktivitást (L) nagyban a geometria, az ellenállást (R) pedig a plazmahőmérséklet szabja meg. A TQ időskálája nagyon rövid az áram diffúziós skálájához képest (ezt a plazma vezetőképessége és a berendezés geometriája adja meg), tehát az áram nem tud hőmérséklettel együtt csökkenni. A Maxwell-egyenletek és az Ohm-törvény kombinációjából belátható, hogy a hőmérséklet-csökkenésével erős elektromos tér indukálódik, mely biztosítja az áram fenntartását, illetve véges időn belüli csökkenését. Ezt az áramcsökkenést foglalja magában a diszrupció második szakasza az áramkioltás (angolul *current quench*), amelyre a későbbiekben **CQ**-ként referálok. Ez a szakasz ∼ms hosszúságú az ASDEX-en, ahogy az a 9. ábrán is látható. Az indukált elektromos tér nagysága meghatározó az elfutó elektronok keletkezésében (lásd. 2.1. fejezet). A diszrupció után fennmaradó áram nagy részét az elfutó elektronok árama teszi ki. Az elfutók árama praktikusan nullától akár MA nagyságrendig változhat.



9. ábra. *Részlet az ASDEX-Upgrade #33108 kísérletében mért áramfejlődésből. Az MGI belövés $t = 1.0$ s-nál történt. Az áramkioltás ~ 1.0035 s-nál kezdődik. Az $I_p(t)$-t Rogowski-tekercsekkel mérték az ASDEX Upgrade-en.*

A dolgozatomban vizsgált lövés esetében a diszrupciót nagymennyiségű argon gáz befecskendezésével (*massive gas injection* – MGI) generálták. Mivel a plazmában asszimilálódott argon mennyisége nagyban befolyásolja a diszrupció alatti áramfejlődést [18], ezt a mennyiséget a kutatásom során részleten vizsgáltam (az asszimilálódott argon mennyisége volt az egyik optimalizációs paraméterem – 3.3.3. fejezet). Az argon gáz radiális szétterjedésének részletes dinamikájával jelen dolgozatban nem foglalkozom.

2.1. Elfutó elektronok

Ahogy a klasszikus folyadékelméletben, a plazmában is alacsonyabb sebességeknél (a részecske fajta termális sebességével összemérhető értékeken) az ütközésekből származó súrlódási erő a közegben egyenesen arányos a sebességgel. Így ha a közegben haladó részecskére hat valamilyen gyorsító erő, az hamar kiegyenlítődik a súrlódási erő által, így a részecske nem gyorsul tovább. Érdekes módon a plazmában nagy sebességeknél a súrlódási erő a sebesség növekedésével csökken. Ez azt jelenti, hogy gyorsító elektromos tér jelenlétében, amennyiben a részecske sebessége nagyobb, mint egy – az elektromos tértől függő – bizonyos kritikus sebesség v_c, a súrlódási erő nem tudja kiegyenlíteni a gyorsító erőt. A részecske így rendkívül magas energiákra gyorsulhat. A termális elektronokkal gyengén kölcsönható, relativisztikus sebességű elektronokat elfutó elektronoknak (runaway electrons – RE) nevezzük. Az ilyen elektronok energianyereségét csak a szinkrotronsugárzás és a fékezési sugárzás (bremsstrahlung) miatti energiaveszteség korlátozza, amelyek relativisztikus energiákon már számottevőek.

Az elfutó elektronok számunkra releváns keletkezési folyamatai:

- Dreicer: A diszrupció során indukálódott elektromos tér gyorsító erőként hat az elektronokra. Azt az elektromos teret, melynek gyorsító hatása pont akkora, mint a termális elektronok ütközésekből származó maximális súrlódási erő lassító hatása, Dreicer térnek nevezzük.

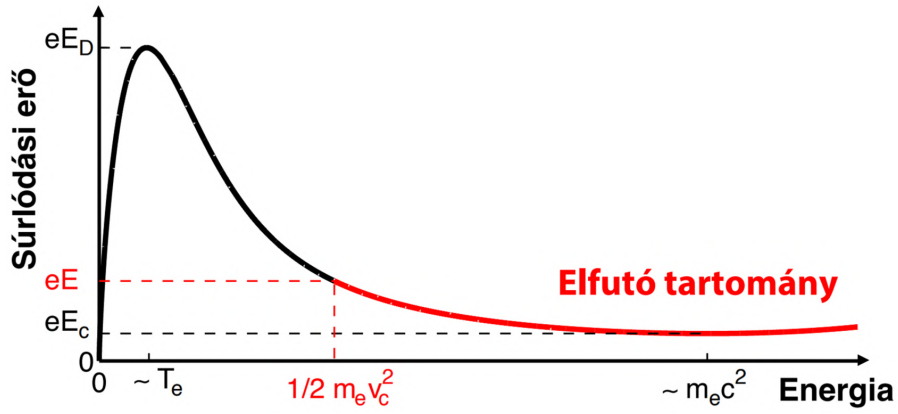
$$E_D = \frac{n_e e^3 \ln\Lambda}{4\pi\epsilon_0^2} \frac{1}{T_e} \tag{5}$$

  Mivel a súrlódási erő függ az elektron sebességétől, az elektromos térnek nem muszáj elérnie ezt az értéket ahhoz, hogy gyorsabb elektronokat elfutókká gyorsítson, sőt, többnyire nem ez a helyzet.

Ahogy a nagyobb sebességű elektronok elfutókká válnak, eltűnik az elektronok sebességeloszlását jellemző Maxwell-eloszlás nagy energiájú része. Mivel ez a sebességeloszlás a Maxwell-eloszlás felé törekszik, az elfutókká vált elektronok helyére újabb termális elektronok kerülnek. Ahogy a 10. ábrán is látható, a súrlódási erő nem csökken nullára nagy energiákon sem, a súrlódási erő minimumával azonos nagyságú erőt a kritikus térerősség fejti ki az elektronokra:

$$E_c = \frac{n_e e^3 \ln\Lambda}{4\pi\epsilon_0^2} \frac{1}{m_e c^2}. \tag{6}$$

Ez a legkisebb elektromos tér, amely mellett elméletileg már elfutó elektronok keletkezhetnek. Minden $E > \mathrm{E}_c$-hez rendelhetünk egy v_c sebességet, mely felett az elektronokra ható elektromos térből származó gyorsító erő nagyobb, mint a súrlódási erő, ezért ezek az elektronok relativisztikus sebességekig tudnak gyorsulni [19].



10. ábra. *Az elektronokat lassító súrlódási erő az elektron kinetikus energiájának függvényében. E_c a kritikus térerősség, E_D a Dreicer tér, v_c pedig az E térerősség alapján meghatározott sebesség, amely felett az E elektromos tér elfutókká tudja gyorsítani az elektronokat.*

- Hot tail: Gyors lecsengésű (az elektronok termalizációs idejével összemérhető időskálájú) TQ esetén a kiindulási hőmérsékleten vett termális elektronoknak nincs ideje újra termalizálódni, tehát a Maxwell-eloszlás nem tud a TQ végéig kialakulni. A gyors elektronok kevésbé hatnak kölcsön a hidegebb elektronokkal, így lassabban tartanak az egyensúly felé. Ahogy az elektromos tér növekszik, és emiatt a kritikus sebesség csökken, a nagyobb energiájú elektronok, melyeknek nem volt ideje termalizálódni, az elfutó elektron tartományban találják magukat.

- Lavina: fénysebesség-közeli elektronok ütközések során képesek jelentős impulzust átadni a termális elektronoknak. Ezzel a lassabb elektronokat fel tudják gyorsítani a kritikus sebesség fölé, ahol pedig az elektromos tér elfutó elektronokká gyorsítja azokat. Az így keletkező elfutó elektronok további elektronokat gyorsíthatnak, amely az elfutó elektronok számának exponenciális növekedéséhez vezet.

Az elfutó elektronok keletkezésének megelőzésére, illetve a diszrupció káros hatásainak csökkentésére több módszer is fejlesztés alatt áll. Az egyik ilyen a tört pellet belövés (*shattered pellet injection*, SPI) mely során alacsony hőmérsékletű (∼K) apró (∼cm) hidorgén vagy nemesgáz atomokból álló pellet darabokat lőnek a plazmába. A semleges atomok az ionizáció során lesugározhatják a plazma energiáját, és nagyban befolyásolják a TQ utáni egyensúlyi hőmérsékletet.

2.2. Transzportjelenségek a diszrupció alatt

Ahogy azt említettem, a diszrupció során jelentősen megnő a radiális részecsketranszport és a hővezetés a sztochasztikus mágneses tér tartományán belül. Ebben a fejezetben olyan, a szimulációnkban is modellezett radiális transzportjelenségeket fejtek ki részletesebben, mint a hőtranszport, az elfutó elektronok transzportja és az áramdiffúzió.

2.2.1. Mágneses perturbációból kapott hőtranszport

Az egyszerűség és átláthatóság kedvéért, a kutatásom során a TQ alatti hőmérséklet-csökkenést először exponenciális függvénnyel közelítettem egy korábban már sikeresen alkalmazott leírás [20] szerint:

$$T_e(r,t) = T_f(r) + (T_i(r) - T_f(r) \cdot e^{-t/\tau_{TQ}}), \tag{7}$$

ahol T_i, T_f a kezdeti és a végső (TQ utáni) hőmérsékletprofil, τ_{TQ} pedig a hőmérsékletesés karakterisztikus ideje. Mivel a hőmérséklet pontos csökkenése nem ismert, a diszrupció megfelelő leírásához szükséges ismeretlen értékű paraméterek optimalizációja során τ_{TQ} lesz az egyik optimalizációs paraméter.
Kutatásom során egy másik szimulációs modellt is használtam, melyben a TQ során fellépő hőtranszportot a mágneses perturbációból számolt hődiffúzióval írjuk le. A hődiffúziós állandót (D_W) a felbomlott mágneses felületek helyén levő sztochasztikus térben a DREAM függvénycsomag (3.1. fejezet) a következőképpen számolja, a Rechester-Rosenbluth-féle modell ütközésmentes limitje alapján [21]:

$$D_W = 2\sqrt{\pi} R_0 v_{te} \left(\frac{\delta B}{B}\right)^2, \tag{8}$$

ahol $v_{te} = \sqrt{2T_e/m_e}$, R_0 a mágneses tengely radiális pozíciója. Láthatjuk, hogy D_W négyzetesen függ a mágneses perturbációtól. A felbomlott mágneses felületek helyén a mágneses perturbáció egy ismeretlen paraméter, így ez is egy optimalizációs paraméter lesz a szimulációmban.
A (8) egyenlet azt írja le, hogy az elektronok a perturbált erővonalak mentén tipikusan az elektron termális sebességével haladnak, és az erővonalak radiális bolyongásával együtt egy diffúzív hőtranszportot keltenek.

A hődiffúzió karakterisztikus idejét közelíthetjük az alábbi egyenlettel, mely a toroidális plazmának egy hengerrel való közelítéséből ered (a – a plazma kissugara, az 5.78 konstans tényező a J_0 Bessel-függvény első gyökének a négyzete):

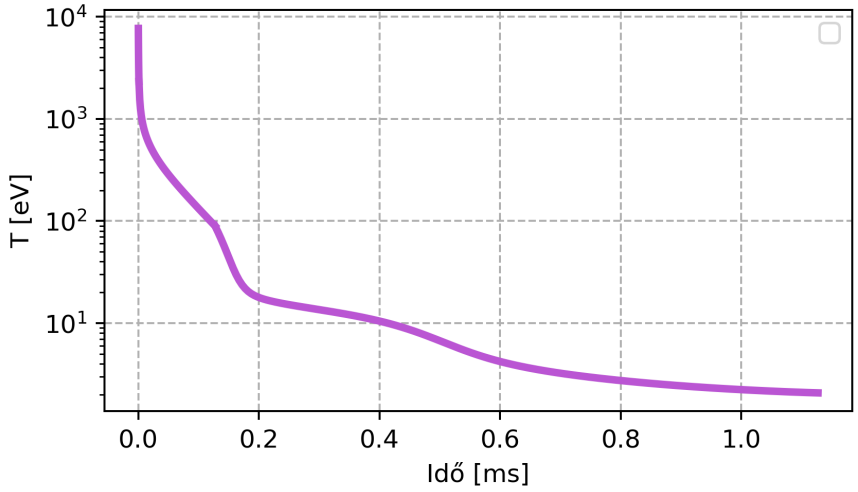
$$\tau_{\mathrm{DW}} = \frac{5.78a^2}{D_W}. \tag{9}$$

Az optimalizációból kapott hőmérséklet-csökkenés időskáláját, később összehasonlíthatjuk ezzel a közelítő értékkel.

A plazma maximális hőmérsékletének időbeli fejlődésére egy szimulációból vett példa a 11. ábrán látható. A hőmérséklet különböző időskálán és tendenciával csökken a diszrupció során, mivel a hőmérsékletet dominánsan befolyásoló folyamatok a hőmérséklet nagyságától is függenek. Az önkonzisztens modellel végzett szimulációban:

- T_e = 10–1 keV: megjelenik az argon a plazmában és az energia eloszlik a részecskék között.
- T_e = 1000–100 eV: a domináns hőveszteség a radiális diffúzióból adódik. A plazma addig sugározza le az energiáját, amíg el nem jut egy egyensúlyi állapotba, ahol a sugárzásból származó teljesítmény-veszteség megegyezik az Ohmikus fűtés teljesítményével.

- T_e = 100–20 eV: a domináns hőveszteség a sugárzásból jön.
- T_e ∼20 eV alatt: Az Ohmikus fűtés és a sugárzásos veszteség több hőmérsékleten is lehetnek egyensúlyban. Ahogy az Ohmikus fűtés csökken, egyensúlyi pontok eltűnhetnek, és ekkor a plazma egy alacsonyabb hőmérsékleten található egyensúlyba ugrik át.



11. ábra. *A maximális elektron-hőmérséklet időfejlődése szimulációból ($\delta B/B = 5 \cdot 10^{-3}$). Az ábra logaritmikus skálán mutatja a hőmérsékletet.*

2.2.2. Elfutó elektronok transzportja

A nagy energiájú (elfutó) elektronok az előzőekhez hasonlóan radiálisan diffundálnak, ahogy a perturbált erővonalak mentén haladnak. Az elfutók azonban nem termális sebességgel haladnak, hanem körülbelül fénysebességgel, ami alapján az elfutó elektronok részecske diffuzivitása a (8) egyenlethez hasonló lesz [22]:

$$D_{\mathrm{RE}} = 2\pi R_0 c \left(\frac{\delta B}{B}\right)^2 . \tag{10}$$

Ahogy az 1.2.3. fejezetben említettem, a mágneses felületek összeforrnak miután az instabilitás hajtóereje megszűnik. Szimulációnkban azt feltételezzük, hogy ez akkor történik amikor a plazma lehűlt 100 eV alá, ezt a közelítést azért használhatjuk, mert az elektron hőveszteségeket tekintve 100 eV alatt úgyis a sugárzásos veszteségek dominálnak.

Mivel a DREAM függvénycsomag nem teszi lehetővé a hőmérséklet ellenőrzését futás közben, ezért egy próba szimulációt kell futtatnunk RE transzport nélkül, hogy megkapjuk azt az időpontot, amikor a hőmérséklet 100 eV alá esne. Így már tudjuk, meddig vannak felbomolva a mágneses felületek, és olyan szimulációt futtatunk amelyben mind a hő, mind az elfutó elektron részecsketranszport ezen időpontig aktívak.

2.2.3. Áramdiffúzió

Az áramcsúcs megjelenése és a belső induktivitás csökkenése - amelyek a TQ során fordulnak elő – az áramprofil szétterjedésére utalnak. Az áramsűrűség ilyen gyors időskálájú szétterjedése a mágneses felületek felbomlásának köszönhető [16]. Ez egy kvázi-ideális folyamat (olyan folyamat, amelyben a plazma véges ellenállása nem játszik jelentős szerepet), mely érdekes módon

nem a teljes áramot tartja meg, hanem a mágneses helicitást. A mágneses helicitás egy globális topológiai mennyiség, amely az erővonalak egymásba kapcsolódását számszerűsíti, és felírható a poloidális mágneses fluxus ($\psi_p = -\int \vec{B} \cdot d\vec{a}_\theta$, ahol $\vec{a}_\theta$ a poloidális irányú bázisvektor) toroidális mágneses fluxus ($\psi_t = -\int \vec{B} \cdot d\vec{a}_\phi$, ahol $\vec{a}_\phi$ a toroidális irányú bázisvektor) szerinti integráljaként [16]:

$$H^M = -2 \int \psi_p d\psi_t d\theta d\phi / (2\pi)^2. \tag{11}$$

Az átlagtér elmélet a következő alakot adja a lokális helicitás transzportra [23]:

$$\vec{E} \cdot \vec{B} = \eta \vec{j} \cdot \vec{B} - \vec{\nabla} \cdot (\lambda \vec{\nabla} j_\parallel / B). \tag{12}$$

Ebben az egyenletben λ értéke 0 azokban a régiókban, ahol a mágneses felületek épek. A felbomlott mágneses felületek régiójában a lambda értéke ismeretlen, kutatásom egyik célja ezen paraméter hatásának, értékének megismerése volt.

Az áram diffúzióját és a diffúziós együtthatót részletesen a 3.1.3. fejezetben tárgyalom, ahol a szimulációs kód áramfejlődési számítását írom le.

3. Szimulációs eszközök

Kutatásom során az ASDEX Upgrade egyik kísérletének szimulációjával foglalkoztam, melyhez a szimulációs kódot a DREAM függvénycsomag segítségével írtam. A szimuláció ismeretlen értékű paramétereit különböző optimalizációs módszerek segítségével kaptam meg. Ebben a fejezetben a DREAM-et és az optimalizációs módszereket fejtettem ki részletesen.

3.1. DREAM

Az eddig épült tokamakokban elvégzett kísérletek a lehetséges plazmaparaméterek kis tartományát fedik csak le. A jövőbeli berendezések plazmaparamétereinek – például az RE keletkezés – megjóslásához numerikus modellezési eszközökre van szükségünk. Az évek során számos kódot dolgoztak ki a tokamak plazmák, azon belül is az elfutó elektronok diszrupció alatti dinamikájának numerikus modellezésére. A diszrupció modellező szoftverek családjának új tagja a DREAM (Disruption Runaway Electron Analysis Model), amely képes a fúziós plazmát leíró csatolt egyenletrendszer megoldására, ezzel önkonzisztensen modellezve a plazma és az elfutó elektronok dinamikáját a tokamak diszrupció során. A függvénycsomag részletes leírása a [24]-ben található.
A DREAM koordinátatérben egy dimenzióval számol, ami azt jelenti, hogy a fluxusfelületekhez radiális pozíciót rendel, így a plazmaparaméterek fluxusfelületek szerinti változása plazma kissugár koordinátáival van paraméterezve. Impulzustérben kétdimenziós: $\mathbf{p} = (p, \xi)$, ahol p a részecske impulzusának nagysága, ξ pedig a mágneses térrel bezárt szögének koszinusza. Legáltalánosabb formában a DREAM a drift kinetikus elméletből levezetett advekciós-diffúziós egyenleteket oldja meg, hogy megkapja az egyes mennyiségek időfejlődését:

$$\frac{\partial f_e}{\partial t} = \sum_{m,n} \frac{1}{\mathcal{V}'} \frac{\partial}{\partial z^m} \left[\mathcal{V}' \left(-A^m f_e + D^{mn} \frac{\partial f_e}{z^n} \right) \right] + S, \tag{13}$$

ahol $f_e \equiv f_e(r, p, \xi, t)$ az elektron eloszlásfüggvénye, $\mathcal{V}' = 4\pi^2 V' p^2 R_m r$ a fázistér Jacobi determinánsa (R_m a plazma nagysugara), $\mathbf{z} = (r, p, \xi)$ a fázistér koordináta, $S \equiv S(r, p, \xi, t)$ pedig a forrás tag. $A^m = (\partial z^m / \partial \mathbf{z}) \cdot \mathbf{A}$ az advekciós tagot adja, mely magában foglalja

az elektromos tér gyorsításának, az ütközésekből származó súrlódásnak, a sugárzással való kölcsönhatásból származó erő és a radiális transzport járulékát. Diadikus jelöléssel $D^{mn} = (\partial z^m/\partial \mathbf{z})(\partial z^n/\partial \mathbf{z})$:D, ahol D a diffúziós tenzor, amely az ütközésekből származó impulzustérbeli diffúziót és a radiális diffúziót foglalja magában.

A DREAM képes különböző kifinomultságú modelleket használni az elfutó elektronok leírására. Amikor a DREAM teljesen kinetikus üzemmódban fut, az elektronokora az egész fázisteret kinetikusan számolja a (13) egyenlet alapján, a 4 változós (r, p, ξ, t) eloszlásfüggvény segítségével. Bár gyakran ez a modell a legpontosabb, a legtöbbször nem szükséges, mivel hasonló eredményeket lehet elérni közelítő elektronmodellekkel, amelyek sokkal hatékonyabb modellezést tesznek lehetővé.

A DREAM lehetővé teszi azt, hogy külön kezeljük a "lassabb" (termális) elektronokat és az elfutókat, így előbbiek fázistérbeli mozgását egyfajta folyadékmodell, utóbbiakét pedig az eloszlásfüggvényükön keresztül a kinetikus modell segítségével követhetjük.

Jelen dolgozatomban a teljes folyadékmodellt alkalmazom. Ebben a modellben a termális és az elfutó elektronpopulációk folyadék leírás szerint, de külön fejlődnek. Amennyiben egy elektron impulzusa eléri az elfutó elektronok impulzusát ($p \geq p_{RE}$) az elfutó elektronpopulációhoz fog kerülni (n_{RE}). Ebben a folyadék leírásban a Dreicer és a lavina elfutó keletkezés az analitikusan számolt keletkezési ráták alapján vannak számolva, a hot-tail keletkezést pedig a (13) egyenlet izotropikus elektroneloszlásra felírt redukált alakjából számolhatjuk (részletesebben a [24]-ben). Az elfutó elektronkeletkezés forrástagként van beszámítva.

A háttérplazma paraméterek, például az ion- és elektronhőmérséklet, toroidális elektromos tér és a különböző ionizáltsági fokú ionok sűrűségének időbeli fejlődését a (13) advekciós-diffúziós egyenlet egyszerűsített alakja adja meg (14) egyenlet).

$$\frac{\partial X}{\partial t} = \frac{1}{V'}\frac{\partial}{\partial r}\left[V'\left(-\langle A^r\rangle X + \langle D^{rr}\rangle \frac{\partial X}{r}\right)\right] + \langle S\rangle, \tag{14}$$

ahol X jelentheti valamelyik háttérplazma paramétert, mely csak a radiális koordiánától és az időtől függ. A különböző mennyiségekre felírt egyszerűsített advekciós-diffúziós egyenletben az advekciós, a diffuziós és forrás tagok (A, D és S) különböznek.

3.1.1. A különböző ionizáltsági fokú ionpopulációk sűrűségfejlődésének számítása

Mivel a szimulációm a plazmába kerülő semleges argon ionizációjával kezdődik, fontos, hogy tisztában legyünk a különböző ionizáltsági fokú argon ionok sűrűségének fejlődésével. A j ionizáltsági fokú i típusú (Ar, Ne stb.) ion sűrűségének időbeli változását a következő egyenlet alapján számolja a DREAM:

$$\frac{\partial n_i^{(j)}}{\partial t} = \left[I_i^{(j-1)} n_i^{(j-1)} - \left(I_i^{(j)} + R_i^{(j)}\right) n_i^{(j)} + R_i^{(j+1)} n_i^{(j+1)}\right] n_{\text{hideg}}, \tag{15}$$

ahol n_{hideg} a termális elektronok sűrűsége, $I_i^{(j)}$ és $R_i^{(j)}$ az i típusú j ionzáltsági fokú ion ionizációs és rekombinációs ráta együtthatója. Az együtthatók értékei az OpenADAS adatbázisból származnak [25]. Az egyenletből kiderül, hogy az i típusú j ionizáltsági fokú ionok száma növekszik, ahogy a $(j-1)$ ionizáltsági fokú ionok j ionizáltsági fokra ionizálódnak, vagy ha a $(j+1)$ ionizáltsági fokú ionok rekombinálódnak j ionizáltsági fokúvá. Hasonlóképpen, $n_i^{(j)}$ csökken, ha a j ionizáltsági fokú ionok $(j+1)$ ionizáltsági fokra ionizálódnak, és a j ionizáltsági fokú ionok rekombinálódnak $(j-1)$ ionizáltsági fokra.

3.1.2. A hőmérséklet időfejlődésének számítása

A háttér elektron-hőmérséklet (T_{hideg}) a termikus energia fejlődésén keresztül van modellezve: $T_{\text{hideg}} = \frac{2}{3} W_{\text{hideg}}/n_{\text{hideg}}$. A termikus energia időfejlődése:

$$\frac{\partial W_{\mathrm{hideg}}}{\partial t} = \frac{j_\Omega}{B}\langle \mathbf{E}\cdot\mathbf{B}\rangle - n_{\mathrm{hideg}}\sum_i \sum_j^{Z_i-1} n_i^{(j)} L_i^{(j)} + \langle Q_c\rangle + \frac{1}{V'}\frac{\partial}{\partial r}\left[\frac{3}{2}V' n_{\mathrm{hideg}}\left(\langle A_W\rangle T_{\mathrm{hideg}} + \langle D_W\rangle \frac{\partial T_{\mathrm{hideg}}}{r}\right)\right], \quad (16)$$

ahol j_Ω az Ohmikus áram, így az első tag az Ohmikus fűtés (az áramsűrűség és az elektromos tér skalárszorzata), L_i különböző atomfizikai folyamatokból származó energiaveszteség, Q_c a termális elektronok ionokkal és elfutókkal vett ütközéséből jövő hőátadás, az utolsó tag pedig a transzportokból származó változás.

3.1.3. Teljes áram időfejlődésének számítása

A teljes áramsűrűség az Ohmikus és az elfutó elektronok elektronsűrűségének összege: $j_{\mathrm{tot}} = j_\Omega + j_{\mathrm{RE}}$. Teljes párhuzamos áramsűrűség és a párhuzamos elektromos tér időfejlődését a poloidális fluxus (ψ) időfejlődéséből számoljuk ki ((17)-es egyenlet), melyet az átlagtér közelítésből kaptunk meg:

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} = -\mathcal{R} + \mu_0 \frac{\partial}{\partial \psi_t}\left(\psi_t \Lambda \frac{\partial}{\partial \psi_t}\frac{j_{\mathrm{tot}}}{B}\right), \quad (17)$$

ahol $\mathcal{R} = 2\pi \left\langle \vec{E}\cdot\vec{B}\right\rangle / \left\langle \vec{B}\cdot\nabla\phi\right\rangle$ – a plazma ellenállásából származik, μ_0 – a vákuum permeabilitás, Λ – a hiperdiffúziós együttható, $\psi_t = \frac{1}{2\pi}V'\int_0^r \langle \mathbf{B}\cdot\nabla\phi\rangle dr$ pedig a toroidális fluxus. Megfigyelhetjük, hogy ψ_t egy integrál alakban van megadva, melynek felső határa r, tehát a toroidális fluxus egy radiális koordinátaként funkcionál. A (17) egyenlet jobb oldalának első tagja kifejezi a plazma ohmikus disszipcióját, míg a második tagja az áramprofil lapulásáért felelős.

A teljes párhuzamos áramprofil eközben kielégíti a toroidális geometriára felírt Ampére-törvényt (az eltolási áram nem jelentős a számunkra érdekes időskálákon):

$$2\pi\mu_0\langle \vec{B}\cdot\nabla\Phi\rangle\frac{j_{\mathrm{tot}}}{B} = \frac{1}{V'}\frac{\partial}{\partial r}\left[V'\left\langle\frac{|\nabla r|^2}{R^2}\right\rangle\frac{\partial\psi}{\partial r}\right] \quad (18)$$

A (18) egyenlet alakjából látható, hogy a (17) egyenlet jobb oldalának második tagjában a ψ 4. rendű tér szerinti deriváltja jelenik meg, ezért mondhatjuk, hogy Λ a ψ hiperdiffúziós állandója.

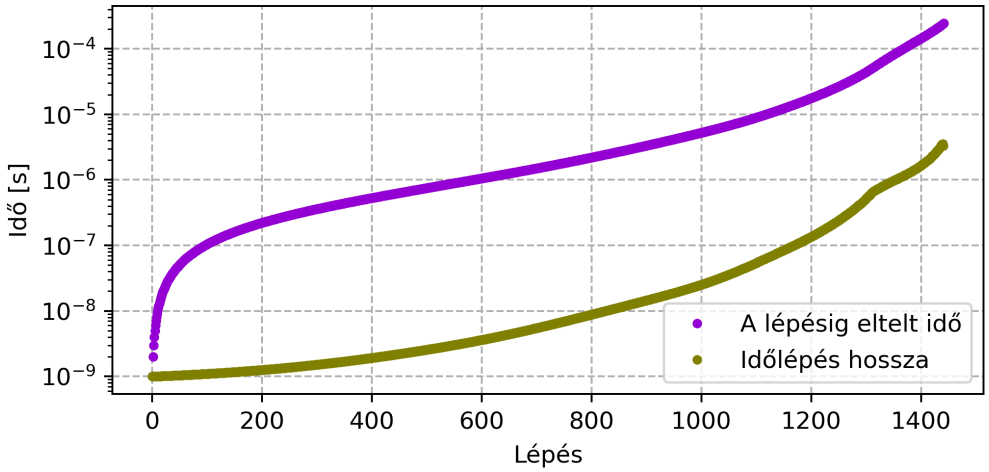
3.1.4. Adaptív időlépés

A DREAM instabilitása elsősorban akkor jelentkezik, amikor a plazmát leíró nemlineáris egyenletrendszert túl nagy időlépésekkel kell megoldania, így a Newton-módszer elsőrendű közelítő megoldása túl messze van az igazi megoldástól. Ezeket az instabilitásokat tehát olyan fizikai folyamatok okozzák, amelyek során jelentős változások vannak az előre megszabott időskálán. A diszrupció során az egyes folyamatok különböző időskálán mennek végbe. Például a befecskendezett argon ionizációs időskálája $\Delta t \approx 1\cdot 10^{-9}$ s [26]. A szimulációmban adaptív időléptetési funkciót használtam, amely minden lépésnél alkalmazkodik a folyamatok időskálájához, és ennek megfelelően választja meg a következő lépés időhosszát. Például befecskendezett semleges argon ionizációjának ideje alatt a következő képpen számolja lépéshosszat:

$$\Delta t \approx \tau_i \frac{n^{(k)} - n^{(k-1)}}{n^{(k-1)}}, \quad (19)$$

ahol $n^{(k)}$ a k ionizáltsági fokú ion sűrűsége.

Mivel az alacsony ionozottsági fokú argon ionok száma egyre csökken, és végül az összes teljesen ionizált lesz, ezért a (19) egyenletben definiált Δt értéke a szimuláció léptetése során τ_i-től kezdve nőni kezd. Az időlépés hosszak változása a 12. ábrán látható, az egyes lépésekig eltelt idővel.



12. ábra. *Az adaptív időléptetéssel futtatott szimuláció időlépéseinek hossza és az adott lépésig eltelt idő a lépések függvényében.*

Látható, hogy a szimuláció kb. $1 \cdot 10^{-9}$ másodperces időlépéssel kezdődik, majd az ionizáció alatt/után az időlépések egyre hosszabbak lesznek, ahogy a TQ-hoz érünk.

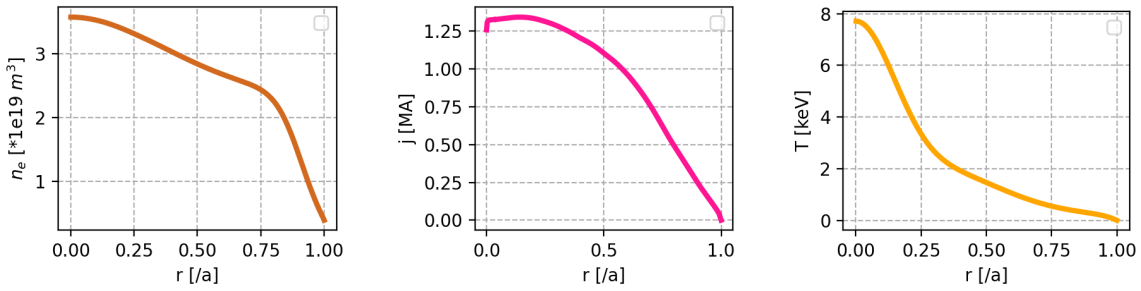
3.1.5. Kezdőfeltételek

Az ASDEX Upgrade #33108-as kísérletében a plazma főbb geometriai- és plazmaparamétereit a 2 táblázatban foglaltam össze.

a	b	R_0	B_0
0.555 m	0.7 m	1.594 m	2.608 T

2. táblázat. *Az ASDEX Upgrade #33108-as kísérletében a plazma főbb geometriai- és plazmaparaméterei. a a plazma kissugara, b a vákuumkamra falának sugara, R_0 nagysugár a mágneses tengelynél, B_0 a mágneses tér erőssége a mágneses tengelyen.*

A szimulációmban az elektron sűrűség-, hőmérséklet-, szennyező sűrűség- és az áramprofil kezdőfeltételeit közvetlen a diszrupció előtti időpontból vettem. Mivel a DREAM bemeneti profiljainak többsége nem mérhető közvetlenül a diszrupció közben, a [27, 28]-ban leírt szimulációl számított profilokat fogjuk használni. A bemeneti profilokat az argon befecskendezés után $t = 1$ ms-mal későbbi időpontból vettük. A kísérletben az argongáz feltehetőleg a befecskendezés után rögtön a plazma szélen összpontosul, majd radiális transzport által egyenlítődik ki az eloszlása. Ez olyan gyorsan történik, hogy közvetlen mérésekkel nem lehet megállapítani a részletes dinamikát. Az egyszerűség kedvéért sugárirányban egyenletes sűrűségprofilt alkalmazunk. Az asszimilálódott argonmennyiséget, n_{Ar}, szabad paraméterként kezeltem és az összes befecskendezett argonmennyiséghez ($N_{Ar,össz} = 175 \cdot 10^{19}$ db) hasonlítom. Az optimalizáció során tehát arány formájában keresem az optimális asszimilálódott argonmennyiséget: $q_{Ar} = \frac{n_{Ar}}{N_{Ar,össz}}$.



(a) **(b)** **(c)**

13. ábra. *A DREAM szimulációban egyes fizikai mennyiségek kezdő profiljait az ASTRA-STRAHL szimuláció számításaiból vettük [27] [28]. a) a kezdő elektronsűrűség-profil, b) a kezdő áramsűrűség-profil, c) a kezdő elektronhőmérséklet-profil.*

3.2. A szimuláció fázisainak leírása

A szimulációs kódot a DREAM függvénycsomag segítségével írtam, a [20]-ben leírt megközelítés alapján. A 2.2.1. fejezetben említettek alapján 2 különböző szimulációval dolgoztam. Az elsőben előírtam a TQ alatti hőmérséklet-csökkenést, tehát a hőmérsékletet nem önkonzisztensen számoljuk, nevezzük ezt a *előírt TQ modellnek*. Ezen szimuláció 4 fő fázisra osztható a 2. fejezetben tárgyaltak alapján:

1. Inicializálás: a szennyezők megjelennek a teljes radiális térben (a szennyezők radiális transzportjának dinamikájával jelen dolgozatomban nem foglalkozom). Ebben a fázisban a semleges argon ionizálódik, amíg eléri a kiindulási hőmérsékleten vett egyensúlyi eloszlást. Ez a fázis nagyon rövid, $\sim 10^{-6}$ s hosszúságú.
2. Hőmérséklet-összeomlás (TQ): a hőmérséklet az előírt exponenciális függvény szerint csökkenni kezd egy bizonyos előre meghatározott végső hőmérsékletig. A hiperrezisztivitás azokon a területeken aktív ($\Lambda \neq 0$), ahol a mágneses tér sztochasztikus. Ezen fázis hossza egy ismeretlen paraméter, hiszen a τ_{TQ}-tól függ, mely optimalizációs paraméter, de nagyságrendileg $\sim 10^{-4}$ s az ASDEX-en.
3. Lambda: ebben az átmeneti fázisban a hőmérséklet alakulását úgy számoljuk, hogy figyelembe vesszük a sugárzási veszteségeket, az Ohmikus fűtést és a hőtranszportot, de a hiperrezisztivitás továbbra is aktív. Amennyiben ezt a fázist kihagynánk, törés lenne az áramfejlődésben, ahogy az pl. a JET tokamak egyes kísérleteiben is látható [29]. Ezen fázis hossza $t_\Lambda \sim 10^{-4}$ egy optimalizációs paraméter.
4. Áramkioltás (CQ): a mágneses erővonalak átcsatolódása után a hiperrezisztivitás már nem aktív. Ebben a fázisban önkonzisztensen fejlődik a plazma a szimulációs idő végéig, csökkentett hőtranszporttal. Az áram $\sim 10^{-3}$ másodperc alatt csökken le a CQ után fennmaradó értékére.

A másik szimulációs modellben a hőmérsékletet önkonzisztensen számolja a DREAM, nevezzük ezt *önkonzisztens TQ modellnek*.

1. Inicializálás: hasonló az előző módszerben leírtakkal, de a hőmérséklet ebben az esetben ezen a szakaszon is jelentősen csökken az energia újraeloszlása miatt.
2. Hőmérséklet-összeomlás (TQ): Ebben a verzióban a hőmérséklet-fejlődés önkonzisztens, nem határozzuk meg előre az időfüggését. A hőtranszportot a felbomlott mágneses térben a (8) egyenletből számoljuk, ebben a modellben ez is egy optimalizációs paraméter lesz (a τ_{TQ} helyett). A hiperrezisztivitás itt is azokon a területeken aktív, ahol a mágneses tér sztochasztikus.

3. Lambda: megegyezik az előző modell leírásában írtakkal.
4. Áramkioltás (CQ): megegyezik az előző modell leírásában írtakkal.

3.3. Optimalizációs módszerek

A dolgozatomban felvetett probléma megoldásához a teljes – több dimenziós – paraméterteret lefedő vizsgálatra volt szükségem. Ennek manuális elvégzése, a globális optimum megtalálásának biztosítása és határozatlanságának számszerűsítése praktikus időskálán belül elérhetetlen feladat.
Kutatásom során két optimalizációs módszert is használtam, hogy megtaláljam az ismeretlen szabad paraméterek optimális értékét. Az első módszer a 2D optimalizáció során használt manuális szkennelés, a második pedig magasabb dimenziós optimalizáció során használt a – matematikailag kifinomultabb – Bayes-optimalizációs módszer.

3.3.1. Manuális szkennelés

Az első, triviális módszer alapja, hogy definiáljuk a paraméterek keresési tartományát és azokon belül választunk ki értékeket (első lépésként az értékek lehetnek azonos távolságra), majd lefuttatjuk a szimulációt az összes lehetséges paraméter-kombinációra. A szimulációkból kapott eredményeket (esetemben az I_p időfejlődését) különböző módszerekkel összehasonlítom a kísérletben mértekkel. Két különböző összehasonlítási feltétel rendszert is használtam, melyeket az 5.1. fejezetben írtam le részletesen.
A módszer hátránya, hogy az egész keresési tartomány összes paraméter-kombinációjával le kell futtatnom a szimulációt, mely igencsak időköltséges – 4 paraméter esetén, egyenként mindössze 10 kiválasztott értékre 10^4 számú szimulációt kéne futtatnom. Ezenkívül a talált optimum bizonytalanságának minimalizálása és a globális minimum megtalálása nem biztosított.

3.3.2. Bayes-optimalizációs módszer

A bayesi algoritmusok ígéretes alternatív megközelítést kínálnak, amelyek magukban foglalják az optimum határozatlanság számszerűsítését, és az eredményekből megsejthető, ha az optimum valamelyik paraméterben a keresésen kívülre esik.
Az optimalizációs módszerek alkalmazásának fő kihívása a számítási költség. Elegendő mintát kell vennünk, hogy feltérképezzük a paraméterteret és megtaláljuk a globális minimumot. Ezt a kihívást például a Gauss-folyamat regresszió és a Bayes-optimalizálás kombinálásával lehet legyőzni [30]. Ily módon több nagyságrenddel csökkenthetjük a szükséges szimulációk számát. A módszer nem használja a célfüggvény gradiensét (mint például a Newton-optimalizáció), amelyet magas dimenziós optimizáció esetén megintcsak költséges kiszámolni.
A Bayes-optimalizációs (BO) módszer célja az, hogy hatékonyan tudja bejárni a keresési teret (tehát a szükséges szimulációk száma nem fog a dimenziók növekedésével hatványszerűen nőni), ezzel minimalizálva szimulációk számát, illetve, hogy megtalálja globális optimumot. Ez utóbbihoz szükség van arra, hogy az algoritmus képes legyen egyensúlyt tartani a tartomány feltárása (exploration) és a kiaknázása (exploitation) között.
A feltárás során olyan régiókból gyűjt mintákat, ahol nagy a bizonytalanság, ezáltal csökkentve annak valószínűségét, hogy a keresés elakad egy lokális optimum körül.
Ezzel szemben a kiaknázás során a keresési tartomány azon régióiból fog mintát gyűjteni, amelyekben valószínűsíthető (az addigi minták alapján), hogy az optimum közelébe vezetnek.

A standard BO algoritmus két fő komponensből áll:

- Valószínűségi modell a célfüggvény megbecsléséhez,

- Egy adatgyűjtési függvény (*acquisition function*), amely minden lépésben meghatározza a következő mintagyűjtési pontot.

Ez a valószínűségi modell a mi esetünkben a Gauss-folyamat regresszió (*Gauss Process Regression* – GPR). A GPR egy Bayes-féle regressziós technika, mely hatékony a kis adathalmazok interpolációjára, valamint a regresszió bizonytalanságára vonatkozó információk becslésére. Bár a módszer feltételezi, hogy a célfüggvény mindenütt differenciálható, ami nem feltétlenül teljesül egy általános célfüggvényre, esetünkben alkalmazható lesz.

A célfüggvény becsült eloszlásfüggvénye $\mathbf{x}$ pontban a Gauss-eloszlást követi egy becsült átlaggal ($\mu_n(\mathbf{x})$) és szórással ($v_n(\mathbf{x})$):

$$f(\mathbf{x}) \sim \mathcal{N}(\mu_n(\mathbf{x}), v_n(\mathbf{x})), \tag{20}$$

ahol $\mu_n(\mathbf{x})$ és $v_n(\mathbf{x})$ definíciója a (21) és (22) egyenletben van megadva.

$$\mu_n(\mathbf{x}_*) = \mathbf{k}_*^T \mathbf{K}_n^{-1} f_n, \tag{21}$$

$$v_n(\mathbf{x}_*) = k(\mathbf{x}_*, \mathbf{x}_*) - \mathbf{k}_*^T \mathbf{K}_n^{-1} \mathbf{k}_*, \tag{22}$$

ahol $\mathbf{k}_*$ a tesztpont ($\mathbf{x}_*$) és az n már megfigyelt pont közötti kovariancia vektorát jelenti, f_n a célfüggvény értéke az n megfigyelt pontban, $\mathbf{K}$ pedig a kovarianciamátrix. A kovariancia függvény, $k(\mathbf{x}, \mathbf{x}')$, meghatározza a célfüggvény simaságát, azaz, hogy az egymáshoz közel álló pontokban a célfüggvény értékei mennyire korrelálnak. A különböző paraméterek eltérő nagyságrendjei miatt a racionális négyzetes kovariancia függvényt használtuk (*rational quadratic kernel*):

$$k_{RQ}(x_i, x_j) = \sigma_f^2 \left(1 + \sum_{i=1}^{d} \frac{(x_{i,k} - x_{j,k})^2}{2\alpha l_k^2}\right)^{-\alpha}, \tag{23}$$

ahol $\mathbf{l} = [l_1, ..., l_d]$ a kovarianca skálahosszak értéke az egyes dimenziókban, σ_f a célfüggvény szórása, α pedig a kis és nagy l-ek közötti súlyozási hiperparaméter. Ezen paraméterek optimalizálását az optimalizáció során használt függvénycsomagok biztosítják (lásd. a fejezet végén).

Az adatgyűjtési függvény minimuma a következő mintavételezési pontot adja meg. Az adatgyűjtési függvény:

$$\mathcal{A}_n(\mathbf{x}) = \mu_n(\mathbf{x}) - \sqrt{\eta_n^2 v_n(\mathbf{x})}, \tag{24}$$

ahol η_n együttható a feltárás és a kiaknázás egyensúlyát adja meg.

$$\eta_n^2 = 2 \ln \left(\frac{n^{2d+2}\pi^2}{3\epsilon_\eta}\right), \tag{25}$$

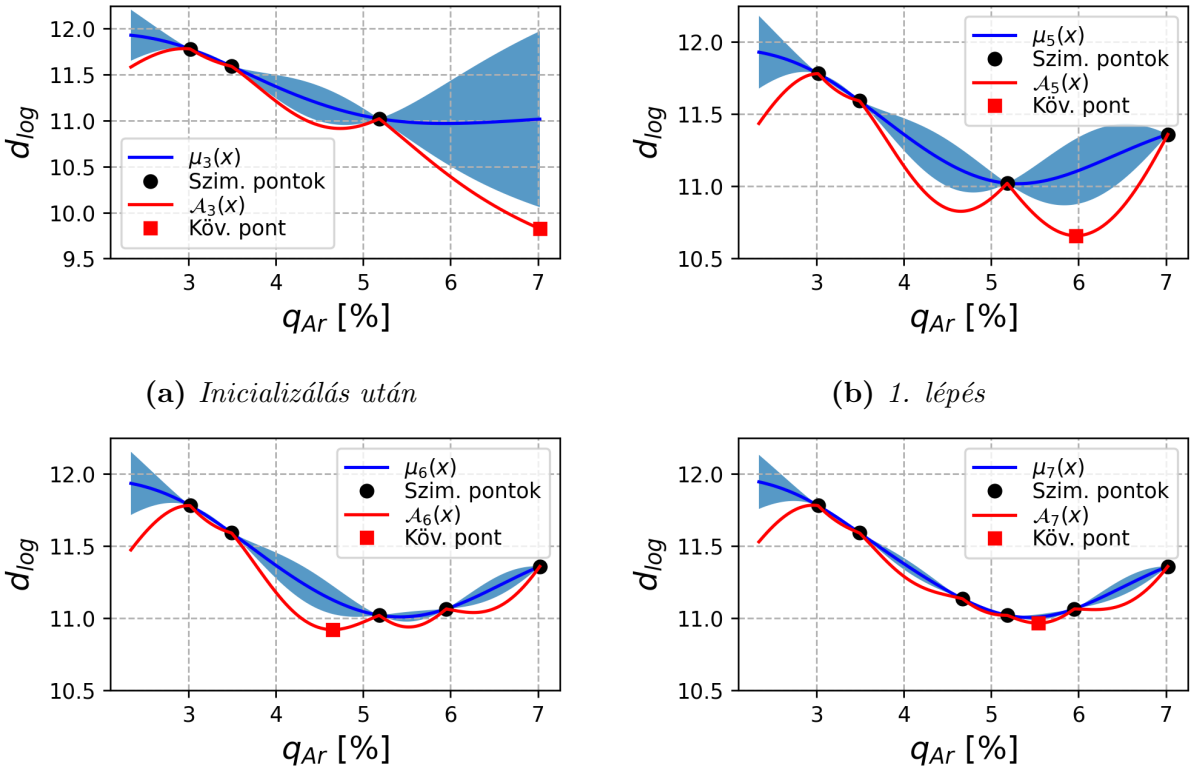
ahol $\epsilon_\eta \in (0, 1)$ egy általunk választott állandó, d pedig a keresés dimenziója. Tehát az algoritmus minden lépésben az alább felsorolt feladatokat végzi el:

1. A célfüggvény kiértékelése azon pontokban, melyeket az adatgyűjtési függvényből kaptunk.
2. A GPR modell frissül (mivel megismertük a célfüggvény értékét új pontokban, újra kiszámíthatjuk k_{RQ}-t, azzal v_n-t és μ_n-t, azokkal pedig új becslést adhatunk $f(\mathbf{x})$-re a (20) egyenlet szerint.)
3. Az adatgyűjtési függvény frissítése az új GPR-rel, a minumumának meghatározása. Ezen mintavételezési pont a következő lépésben használható paramétereket adja meg.

Példa 1D optimalizációra

A következőkben a BO módszer menetét szemléltetem 1D optimalizáció esetén. Olyan 1D optimalizációs problémát választottam, melyben a 3.3.3. fejezetben, az előírt TQ modellben használt 4 optimalizációs paraméterből csak az argonmennyiség ismeretlen. A többi optimalizációs paraméter az 5.2.1. fejezetben meghatározott 4D optimalizációból kapott optimális értékeket veszi fel. Az argonmennyiséget meghatározó optimalizációs paraméter keresési tartománya: $q_{Ar} \in (2\%, 7\%)$.
Az optimalizáció menete a következő:

1. Kezdésként az optimalizációs algoritmus egyenletes eloszlással tetszőleges számú (esetünkben 3) értéket választ ki a paraméter előre megadott keresési szakaszán.
2. Lefuttatja a szimulációkat a kiválasztott értékekkel, majd hozzájuk rendeli a szimulációból kapott áram és a kísérletben mért áram különbségének $\mathcal{L}_2$ normájának logaritmusát. $||dI(\mathbf{x},t)|| = \sqrt{\int (I_{\text{mért}}(t) - I_{\text{DREAM}}(\mathbf{x},t))^2\, dt}$, ahol $\mathbf{x}$ az adott szimulációban használt paraméterek értékéből alkotott vektor; a logaritmikus eltérés: $d_{\log}(\mathbf{x}) = \ln(||dI(\mathbf{x},t)||)$.
3. Ezekkel a kezdeti érték párokkal (14a. ábra, fekete pontok) becslést ad célfüggvényre.
4. Meghatározza az adatgyűjtési függvényt (14. ábra, piros vonal), mely a lehetséges célfüggvények átlagának (14. ábra, sötét kék görbe) és szórásának (14. ábra, a világos kék régió jelöli azt a tartományt, melyen belül 95% os biztossággal van a célfüggvény) súlyozott különbsége. A súlyozást befolyásolja a feltárás és a kiaknázás aránya (ϵ_n).
5. Az adatgyűjtési függvény minimuma adja a következő mintavételezési pontot (14. ábra, piros négyzet).
6. Az új q_{Ar} értékkel lefuttatja a szimulációt, a paraméter-kombinációhoz hozzárendeli a mért és szimulált áram logaritmikus eltérését ($\mathbf{x} \to d_{\log}(\mathbf{x})$).
7. Megismétli a folyamatot a 4. ponttól kezdve, adott számú alkalommal.



(a) *Inicializálás után*

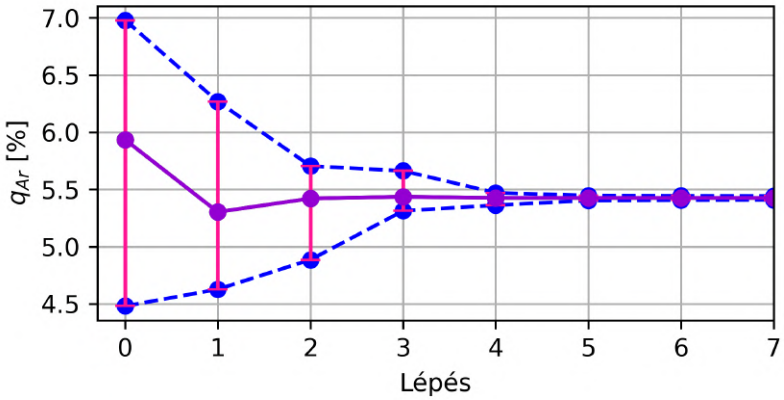
(b) *1. lépés*

(c) *2. lépés*

(d) *3. lépés*

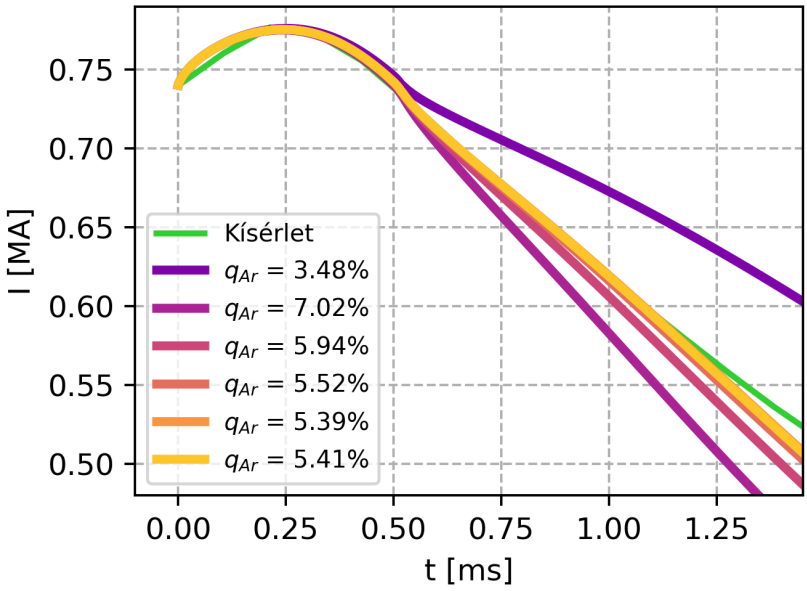
14. ábra. *A BO módszer lépéseinek illusztrálása 1D esetén. A fekete pontok az elvégzett szimulációkban használt paraméterek helyét és az ott kiértékelt célfüggvény értékét jelölik. A sötétkék görbe a lehetséges célfüggvények átlagát mutatja, a világoskék tartomány azt a régiót jelöli, amelyen belül 95% -os bizonyossággal van a célfüggvény. A piros görbe az adatgyűjtési függvény, melynek minimuma a következő mintavételezési pontot adja meg: piros négyzet. a): a BO módszer kezdetben egyenletes eloszlással felvesz pár pontot a paraméter keresési tartományán, ahol a szimuláció futtatása után kiértékeli a célfüggvényt, ebből megbecsüli a célfüggvény paraméterfüggését és a következő mintagyűjtési pontot. b) – d) a BO következő 3 lépése.*

A 15. ábrán megfigyelhetjük, hogyan konvergál a keresett paraméter értéke az optimálishoz.



15. ábra. *A legkisebb logaritmikus eltéréshez tartozó optimalizációs paraméter értéke (lila kör) és az optimális paraméter bizonytalansága (rózsaszín vonalak) a BO módszer szerint az egyes lépések során.*

Megfigyelhetjük az optimalizálás során hogyan konvergál az áram a kísérletben mértekhez. A 16. ábrán a színek lilától sárgáig az egyre jobb illeszkedést jelzik.



16. ábra. *A BO módszer minden lépésben úgy választja ki a következő paraméter értéket, hogy a szimulált $I_p(t)$ a kísérletben mérthez konvergáljon. Az ábrán lilától sárgáig a BO során kapott legkisebb logaritmikus eltéréshez tartozó áramfejlődés van ábrázolva. $t = 0$ ms a szimuláció kezdetét jelöli (ahogy a későbbiekben is). Ez a kísérletben $t_{kísérlet} \approx 1.003$ s.*

A BO módszert a Python 3 ELFI [31] (Engine for Likelihood-Free Inference) és GPy [32] (Gaussian Process) moduljának segítségével végeztem el. Az ELFI a közelítő Bayes-számításra (*Approximate Bayes Computation*), a GPy pedig a Gauss-folyamatokra specializálódott függvénycsomag.

3.3.3. Optimalizációs paraméterek

Azokban a szimulációkban, melyekben a TQ alatt exponenciálisan csökken a hőmérséklet a következő paramétereket optimalizáltam:

1. q_{Ar}: megadja, hogy az összes befecskendezett argonnak hány százaléka asszimilálódott a plazmában.
2. τ_{TQ}: a TQ alatti hőmérséklet-csökkenés karakterisztikus ideje a (7) egyenlet alapján.
3. Λ: a hiperdiffúziós együttható értéke.
4. t_Λ: mennyi ideig aktív a hiperrezisztivitás.

Az önkonzisztens hőmérséklet-csökkenéses szimulációkban a következő paramétereket optimalizáltam:

1. q_{Ar}: megegyezik az előzőekben leírtakkal.
2. dB/B: a relatív mágneses tér perturbáció értéke. Ebből számoljuk a hődiffúziót a (8) egyenlet alapján.
3. Λ: a hiperdiffúziós együttható értéke.
4. t_Λ: mennyi ideig aktív a hiperrezisztivitás.

4. Célkitűzés

A diszrupció során végbemenő folyamatok megértése kritikus fontosságú a plazmafizikában a későbbi reaktor nagyságú fúziós berendezések tervezése előtt. A diszrupció azonban olyan rövid, hogy nincs rá módunk pontosan kimérni, hogyan változnak az egyes plazmaparaméterek (áramsűrűség, hőmérsékletprofil stb.), enélkül pedig nehéz bizonyos folyamatok elméleti leírását megadni vagy validálni. Ezen mennyiségek időfejlődésének vizsgálatához tehát szimulációkra van szükségünk.

Az egyik ilyen jelenség a CQ előtt megfigyelt áramnövekedés, melyet feltehetőleg a hiperrezisztivitásból származó árameloszlás változás okoz [16]. A hiperdiffúziós állandó pontos értéke, idő- és térbeli függése gyengén behatárolt, dolgozatom során erre, valamint az ez által befolyásolt áramfejlődés korai szakaszára fókuszáltam.

A diszrupció modelljének leírásához szükséges paraméterből potenciálisan sok van; praktikusan minél kifinomultabb beállításokkal akarunk szimulálni annál több. Bizonyos szimulációs paraméterek nem pontosan vagy szinte egyáltalán nem ismertek. Hogy megtaláljunk egy ilyen paramétert, célszerű kiválasztani egy mennyiséget, melyre feltételezzük, hogy érzékeny a keresett paraméter értékére, valamint megkapható a szimulációból és kísérletben is mérhetjük. Ez a mennyiség az én esetemben a plazmaáram időbeli fejlődése volt ($I_p(t)$).

A szimulációmban a Λ-val együtt 4 ilyen ismeretlen paramétert is használtam, melyek optimális értékét kerestem. Az ismeretlen paramétereket úgy optimalizáltam, hogy a szimulációból kapott és az ASDEX-Upgrade tokamakon végzett #33108-as kísérletben mért $I_p(t)$ a lehető legjobban illeszkedjenek (több feltételt is definiáltam, mely az illeszkedés mértékét jellemzi). 4 dimenzióban a manuális optimalizálás nem praktikus, a nyers erőt alkalmazó szkennelés a 4 paramétertérben pedig drága vagy nagyobb keresési tartomány esetén nem is lehetséges. Ezért optimalizálásra egy másik módszert – Bayes optimalizáció Gauss-folyamat regresszióval – is használtam.

A szimuláció során először egy kevésbé kifinomult modellt használtam, ahol a hőmérsékletfejlődést a TQ alatt előírtam, tehát nem önkonzisztensen számolta a DREAM. Ezen modellel végzett optimalizáció kiértékelése után egy kifinomultabb modellt is bevezettem, melyben a hőmérséklet már önkonzisztensen fejlődik különböző hőtranszport jelenségek hatására.

Dolgozatom célja tehát a

- **hiperdiffúziós állandó áramfejlődésre tett hatásának megfigyelése,**
- **a diszrupció kezdetén megfigyelt áramnövekedés modellezése,**
- **A modell leírásához szükséges optimalizációs paraméterek kiválasztása,**
- **A paraméterek optimalizálása a megfelelő globális optimalizációs módszer alkalmazásával.**

Dolgozatom eredményei pontosátják a relativisztikus elektronok keletkezésének modellezéséhez használt kezdeti feltételeket.

5. Szimulációs eredmények

5.1. Optimalizáció manuális szkenneléssel

5.1.1. 2D optimalizáció hiperrezitivitás nélkül

Az optimalizálást először olyan modellel kezdtem, melyben nem foglalkozom a hiperrezisztivitással, hogy ellenőrizhessem, a szimuláció rekonstruálni tud-e egyszerűbb szituációkat, illetve, hogy legyen egy elképzelésünk a releváns paraméter tartományokat, illetve az áramfejlődés ezen paraméterekre való érzékenységét illetően. Ebben az esetben tehát paraméter szkennelést csináltam A 2D paramétertéren, mellyel a τ_{TQ}-t és q_{Ar} -t(3.3.3. fejezet) paraméterek optimális értékét kerestem.

Két mennyiséget definiáltam, mely azt számszerűsíti mennyire illeszkedik az adott paraméterrel való szimuláció a kísérletben mértekhez. Az optimalizációs feltétel tehát az, hogy az optimális paraméterekkel futtatva minimális a különbség a szimulációból és a kísérletből kapott:

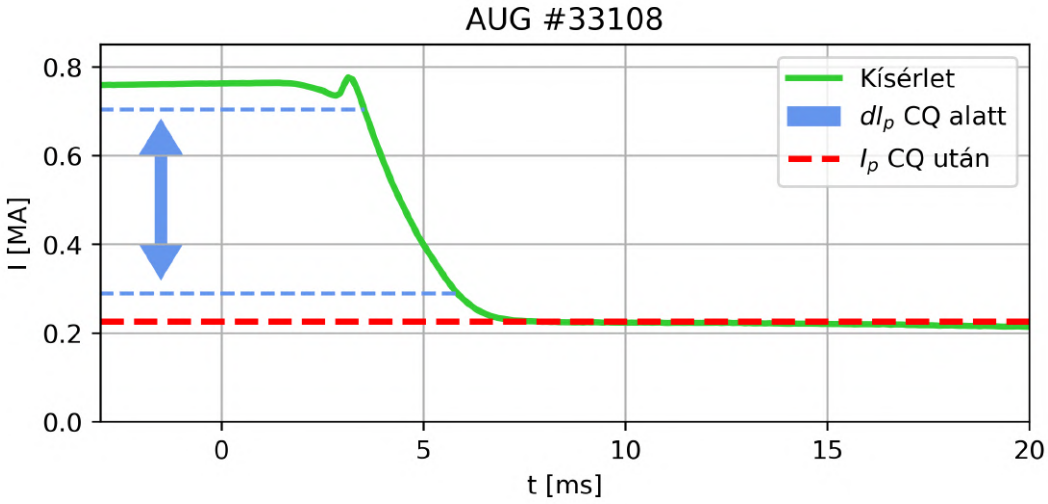
a) CQ után fennmaradó áram között:

$$\Delta I_{\text{CQ után}} = \frac{|I_{\text{DREAM}}(\text{CQ után}) - I_{\text{EXP}}(\text{CQ után})|}{I_{\text{EXP}}(\text{CQ után})}; \tag{26}$$

b) CQ alatti áramesés között. Az áramesésnek azt az áramváltozást definiálom, mely a maximális és a fennmaradó áram közötti rész 90%-a és 10%-a között van:

$$\Delta dI_{\text{CQ alatt}} = \frac{|dI_{\text{DREAM}} - dI_{\text{EXP}}|}{I_{\text{EXP}}}. \tag{27}$$

A keresési feltételeket a 17. ábra szemlélteti vázlatosan.



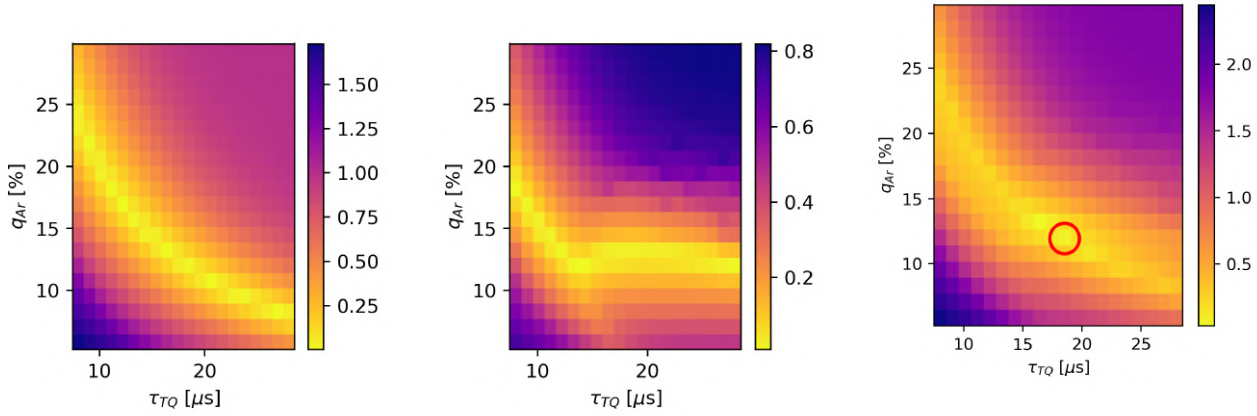
17. ábra. *A 2D manuális szkennelés keresési feltételeinek mennyiségei ((26) és (27) egyenletekből) illusztrálva.*

Az optimalizáció során manuálisan szkennelt tartományokat, és a meghatározott optimális paramétereket a 3. táblázatban foglaltam össze.

	Szkennelt tartomány	Felbontás	Optimális paraméter
τ_{TQ} [s]	$(8 \cdot 10^{-6}, 2.8 \cdot 10^{-5})$	$1 \cdot 10^{-6}$	$1.85 \cdot 10^{-5}$
q_{Ar} [%]	(6,30)	1	11.9

3. táblázat. *A 2D manuális szkennelés során keresett paraméterek keresési tartománya és optimális értéke.*

A (26) és (27) egyenletekben definiált feltételekből az egyezés mértéke külön az egyes feltételekre és összesítve:



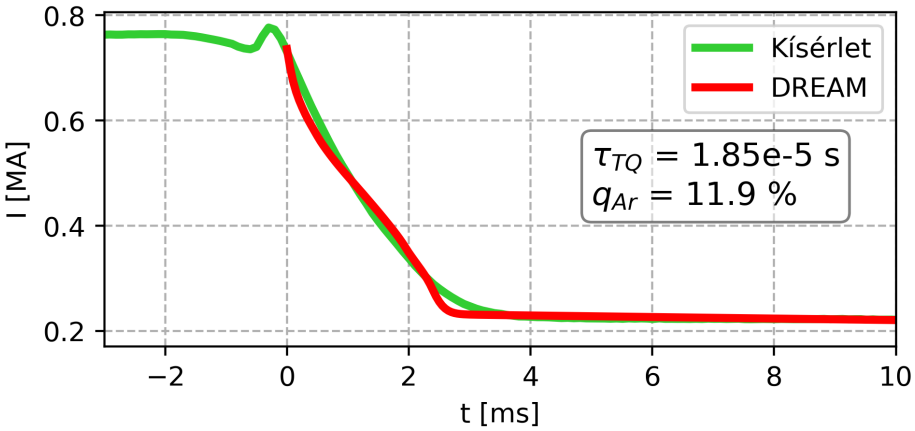
(a) *Szkennelés $\Delta I_{CQ\ után}$-ra.* **(b)** *Szkennelés $\Delta dI_{CQ\ alatt}$-ra.* **(c)** *Szkennelés $\Delta I_{CQ\ után} + \Delta dI_{CQ\ alatt}$-ra.*

18. ábra. *2D manuális paraméter szkennelés során futtatott szimulációk eltérésének mértéke a (26) és (27) egyenletekben meghatározott feltételek alapján. Minél kisebb érték van rendelve az adott paraméter párosítást jelképező négyzetnek, annál jobban illeszkedik a modell. Piros körrel jelöltem az optimális paraméter párt. ($q_{Ar} = 100$ % azt jelenti, hogy az összes befecskendezett argon asszimilálódott.)*

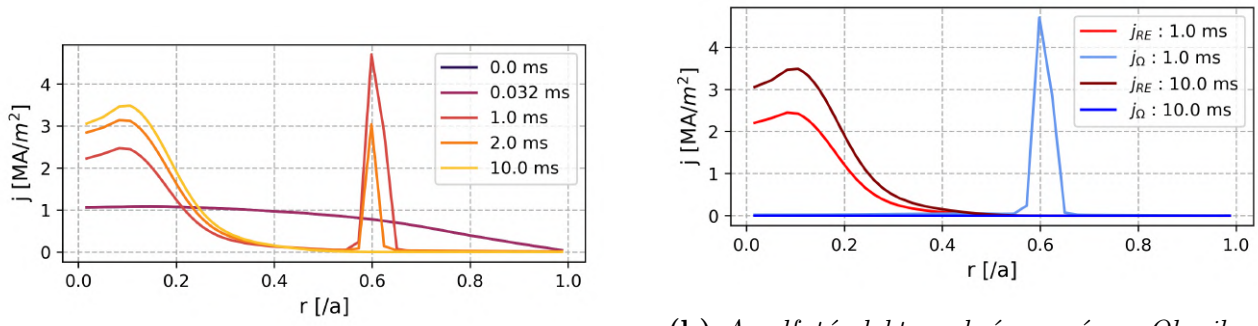
A 2D optimalizációból kapott optimális paraméterekkel futtatott szimulációból kapott áram időfejlődése a 19. ábrán látható pirossal.

Bár a CQ-ra jól illeszkedik a szimulált áram, az árammcsúcsot nem kapjuk meg. Ez nem meglepő, hiszen sejtettük, hogy a hiperrezisztivitás miatt növekszik az áram. Ahogy azt az előző fejezetekben is tárgyaltam, a hiperrezisztivitás az áram radiális transzportjával van összefüggésben. A 20. ábrán látható hogyan változik az áramprofil a hiperrezisztivitás nélkül.

Az áram megnövekedett a mag környékén és egy áramcsatorna alakult ki 0.6 a környékén. A 20b. ábrán látható, hogy az előbbi az elfutó elektronok árama, utóbbi pedig egy áram csatorna, ahova a termális elektronok árama diffundált. Ahhoz, hogy visszakapjuk az áramcsúcsot, aktiválnom kellett a hiperezisztivitást a szimulációs kódomban.



19. ábra. *$I_p(t)$ a 2D optimalizációból kapott optimális paraméterekkel futatott szimulációból és a kísérletből.*



(a) *A teljes áramprofil (j_{tot}) a diszrupció alatt, kiválasztott időpillanatokan.*

(b) *Az elfutó elektronok árama és az Ohmikus áram a diszrupció alatt, kiválasztott időpillanatokan.*

20. ábra. *Az áramprofil változása a 2D optimalizációból kapott optimális paraméterekkel. A radiális pozíció a kissugárhoz képest van ábrázolva ($r = 1 \cdot a \equiv 0.555$ m).*

5.1.2. 4D optimalizáció az előírt TQ modellel

Az eddig használt modellünkbe a 3.1.3. fejezetben leírtak alapján beépítjük a hiperrezisztivitást. Ebben az esetben legalább 2 új paraméter jelenik meg (a hiperdiffúziós együttható térbeli eloszlását konstansnak vettem, de ez a valóságban más is lehet [20]):

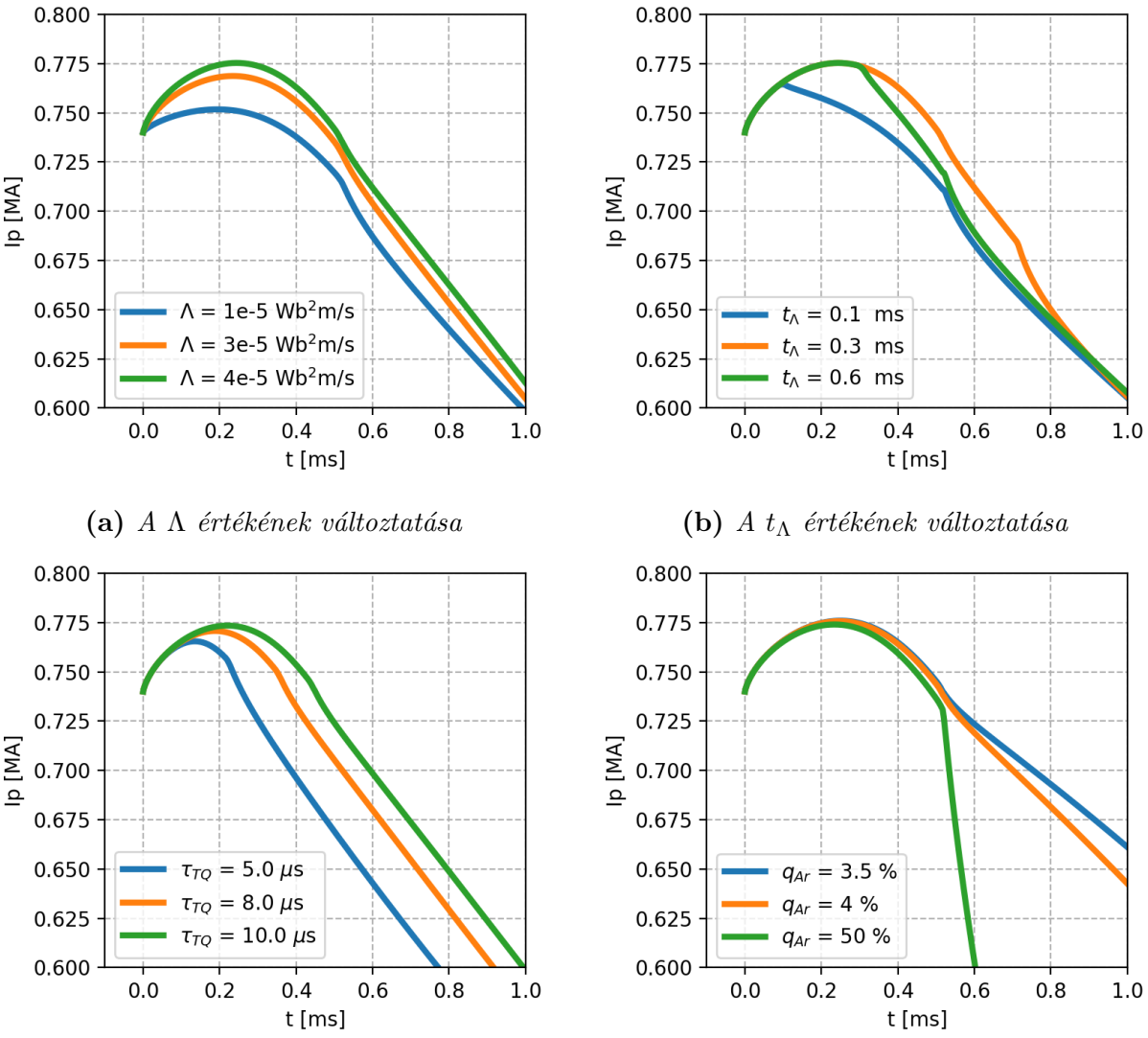
- Λ: a hiperdiffúziós együttható értéke,
- t_Λ: azon intervallum hossza, ahol a hiperrezitivitás aktív.

Így már 4 optimalizációs paraméterem van.

4D optimalizáció esetén meg kell változtatni a 2D optimalizációban bevezetett optimalizációs feltételeket. Manuális szkenneléses módszerrel nem tudok egyszerre foglalkozni az áramcsúcs és a CQ után maradó RE áram nagyságának rekonstruálásával, így inkább csak az I_p csúcsra fókuszáltam. A (26) és (27) egyenletekben megadott feltételek helyett külön megvizsgáltam az egyes paraméterek I_p-re vett hatását. Tehát az optimalizációt fizikai megértés alapján végeztem.

Az áramcsúcs nagyságát és a kezdeti meredekségét leginkább a Λ nagysága befolyásolja (21a. ábra), a t_Λ és a τ_{TQ} az áramcsúcs időtartamát (21b. ábra), a q_{Ar} pedig leginkább a TQ utáni áramfejlődést befolyásolja. Ezekre a paraméterekre tehát közelítő értéket tudtam adni. Az

áramcsúcs hosszúsága a mérésből ~ 0.5 ms. A TQ időtartama az exponenciális hőmérséklet-csökkenésből a (7) egyenlet alapján: $t_{TQ} = \tau_{TQ} \ln(T_\mathrm{i}/T_\mathrm{f})$. Ebből $\tau_{TQ} \sim 1 \cdot 10^{-4}$ s nagyságúnak kell lennie. A Λ paraméternek a próba szimulációk alapján (21a. ábrán) 10^{-5} Wb^{2}m/s nagyságrendbe kell esnie. A JET tokamakban megfigyeltek olyan eseteket is, melyben a hiperrezisztivitás megszűnik az áram növekedése közben, így nem egy folyamatos sima görbét mutat az áram fejlődés, hanem a 21b. ábrán kékkel jelölt görbéhez hasonló éles letörést [29]. A #33108-as lövésben nem látunk ilyen letörést, tehát a kísérletben mért áram alapján t_Λ-t nagyobbnak vettem, mint az áramcsúcs hossza ($t_\Lambda > 0.5$ ms).



(a) *A Λ értékének változtatása*

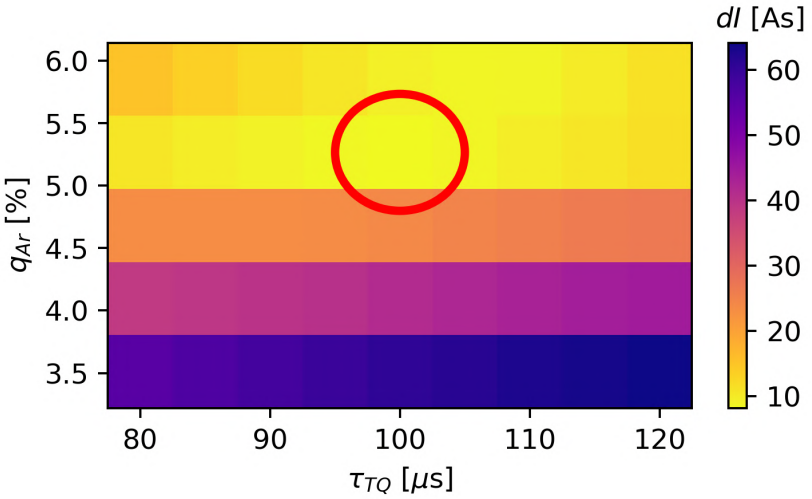
(b) *A t_Λ értékének változtatása*

(c) *A t_{TQ} értékének változtatása*

(d) *A q_{Ar} értékének változtatása*

21. ábra. *Az egyes optimalizációs paraméterek változtatásának hatása az áram fejlődésére. Minden ábrán csak egy paramétert változtattam, a többi paramétert az optimális értéken rögzítettem a 4. táblázatban szereplő optimális paramétereket használva.*

Az optimalizációs paraméterek keresési tartományát és optimális értéküket a 4. táblázatban foglaltam össze. A Λ és a t_Λ értékét külön-külön próbáltam optimalizálni (a többi optimalizációs paramétert rögzített érten hagytam), így optimális értékük nagy bizonytalanságú. A q_{Ar} és a τ_{TQ} paraméterek keresési tartományán kisfelbontású szkennelést végeztem. Az optimalizáció feltétele a legkisebb dI megtalálása volt, mely a szimulált és a mért áram különbsége.



22. ábra. *Szkennelés a q_{Ar} és a τ_{TQ} paraméterekre, rögzített Λ és t_Λ mellett. A legkisebb dI értékű paraméter párosítást piros körrel jelöltem.*

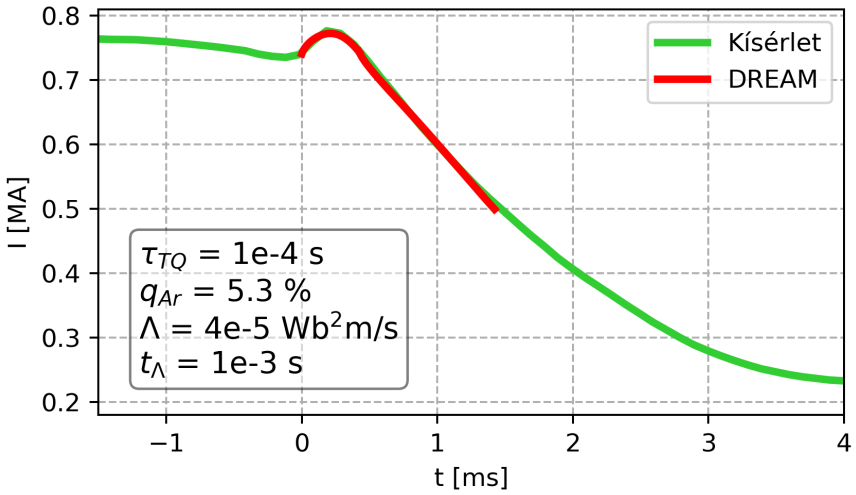
$$dI = \int |I_{\text{mért}}(t) - I_{\text{DREAM}}(t)|\, dt \tag{28}$$

A szkennelés eredménye a 22. ábrán látható.

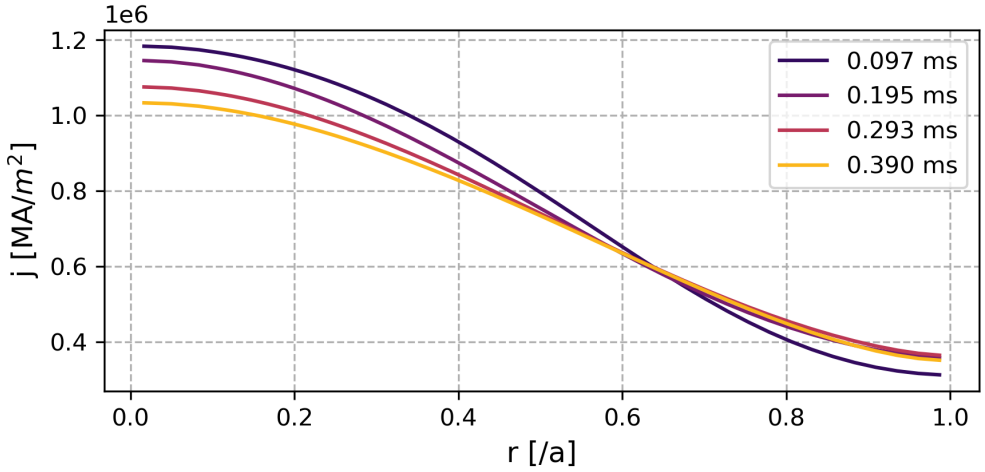
	Szkennelt tartomány	Optimális paraméter
τ_{TQ} [s]	$(80 \cdot 10^{-6}, 120 \cdot 10^{-6})$	$90 \cdot 10^{-6}$
q_{Ar} [%]	(3.5,7)	5.3
Λ [Wb^{2}m/s]	$(1 \cdot 10^{-5}, 1 \cdot 10^{-4})$	$4 \cdot 10^{-5}$
t_Λ [s]	$(0.5 \cdot 10^{-3}, 1 \cdot 1.5 \cdot 10^{-3})$	$1 \cdot 10^{-3}$

4. táblázat. *A 4D manuális szkenneléses módszer során keresett paraméterek keresési tartománya és optimális értéke.*

Az optimális paraméterekkel futtatott szimulációból kapott áram fejlődés a 23. ábrán látható. Jó egyezést kaptam a kísérleti eredményekkel, hiszen a mértekhez hasonló hosszúságú és nagyságú áramcsúcsot kaptam. Az általam szimulált esetben azonban az áram jóval meredekebben kezdett el növekedni, mint a kísérletben mért esetben.



23. ábra. *Az áram fejlődés a 4D manuális szkennelésből kapott optimális paraméterekkel futtatott szimulációból.*



24. ábra. *Az áramprofil alakja bizonyos kiválasztott időpillanatokban a 4D optimalizációból kapott paraméterekkel.*

A 24. ábrán az áramprofil van ábrázolva a TQ alatti néhány kiválasztott időpillanatban. Látható, hogy a hiperrezisztivitás valóban kilapítja az áramprofilt. Az áram a plazma szélén megnövekedett, a magjában pedig lecsökkent. Ebben az esetben azonban nem kaptunk RE áramot. Ha hosszabb időintervallumra futtatnánk a szimulációt, látnánk, hogy az áram gyakorlatilag 0 A-ra csökkent. Bár a 2D és a 4D optimalizációból kapott τ_{TQ} értéke, egy nagyságrenddel eltért, ez összefüggésben van azzal, hogy az áramcsúcs a TQ idejére tehető.

5.2. Optimalizáció Bayes-módszerrel

5.2.1. 4D optimalizáció előírt TQ modellel

Az 5.1.2. fejezetben is használt szimulációs modellben 4 szabad paraméter is megjelenik. 4 dimenzióban érdemes áttérni a Bayes-optimalizációs módszerre a globális optimum és bizonytalanságának megszerzéséhez. Célom az volt, hogy a kézi paraméter szkennelésből kapott optimális paraméterek értékét ellenőrizzem és pontosítsam, így az optimalizációs paramétereim ugyanúgy a q_{Ar}, τ_{TQ}, Λ, t_Λ voltak.
Az optimalizációs feltétel a BO-módszerben, a célfüggvény ($f(\mathbf{x}) = d_{log}(\mathbf{x})$) minimumhelyének megtalálása. A célfüggvény a kísérletben mért és a szimulációból kapott áram különbségségének $\mathcal{L}_2$ normájának logaritmusa.

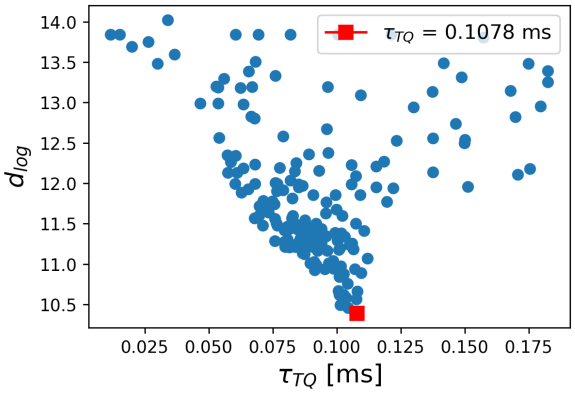
$$d_{log}(\mathbf{x}) = ||dI(\mathbf{x}, t)|| = \sqrt{\int (I_{\text{mért}}(t) - I_{\text{DREAM}}(\mathbf{x}, t))^2 \, dt}. \tag{29}$$

Az optimalizáció során ismét csak az áramcsúcs modellezésére fókuszáltam, így kis időintervallumot szimuláltam ($t \in (0 \text{ ms}, 1.1 \text{ ms})$, melyben a TQ és a CQ eleje van benne). A feltárás és a kiaknázás közötti egyensúlyt jellemző paramétert $\epsilon = 0.1$-nek vettem, ami azt jelenti, hogy a BO csak minden tizedik paraméter-kombinációt választja ki feltárás céljából.
Az előző fejezetben leírt eredmények alapján nagyságrendi becslésket kaptam a keresési tartományokra. A keresési tartományokat az optimalizációs paraméterekkel az 5. táblázatba gyűjtöttem össze.

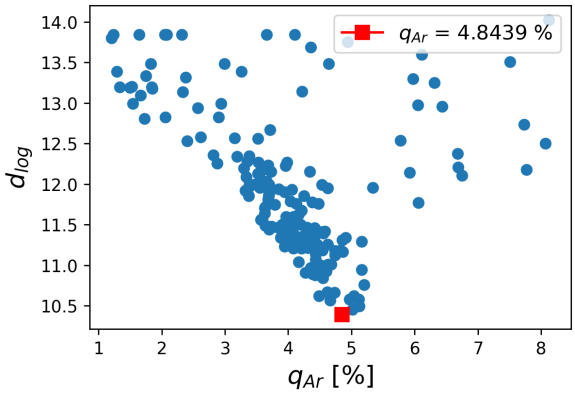
	Keresési tartomány	**Optimális paraméter**
τ_{TQ} [s]	$(1 \cdot 10^{-5}, 2 \cdot 10^{-4})$	$1.078 \cdot 10^{-4}$
q_{Ar} [%]	$(1.2, 8.2)$	4.843
Λ [Wb^{2}m/s]	$(1 \cdot 10^{-5}, 9 \cdot 10^{-5})$	$3.727 \cdot 10^{-5}$
t_Λ [s]	$(0.1 \cdot 10^{-3}, 1.1 \cdot 10^{-3})$	$9.513 \cdot 10^{-4}$

5. táblázat. *A 4D Bayes-optimalizáció során keresett paraméterek keresési tartománya és optimális értéke.*

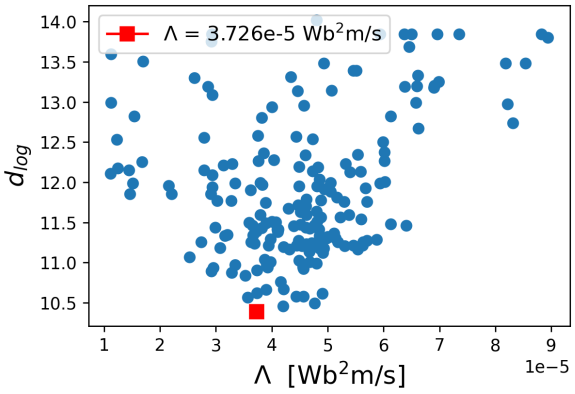
A 25. ábrán láthatóak a kísérleti áramfejlődéstől való logaritmikus eltérések (d_{log}) a különböző paraméterekkel futtatott szimulációk esetén. Megfigyelhetjük, hogy egy adott paraméter értékének kis változtatásával is teljesen eltérő d_{log} értéket kaphatunk. Ennek oka, hogy amíg a 14. ábrán, olyan modellt használtunk, melyben csak 1 paramétert változtattunk, a többi értékét pedig rögzítettük, a 25. ábra egyes ábráin minden ponthoz különböző paraméter-kombinációkat használtunk. Az ábrákon jól kivehető, hogy az adott tartományokon belül mennyire érzékeny az egyes paraméter értékének változtatására az áramfejlődés. Az argonmennyiség relatíve kis változtatására például egyértelműen jóval érzékenyebb, mint a t_Λ-éra. Érdekes módon a Λ értéke egészen nagy tartományon is a minimumhoz közeli d_{log}-ot ad.



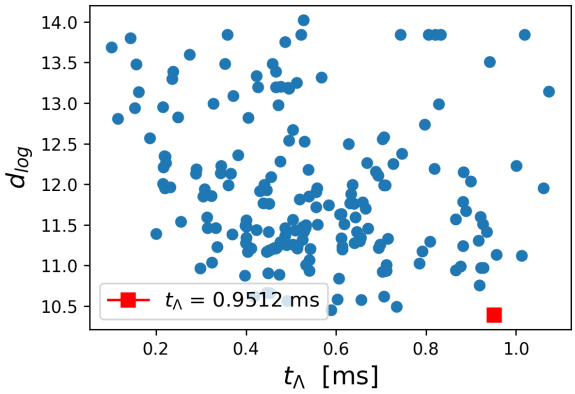
(a) *A TQ karakterisztikus idejének függvényében.*



(b) *Az argonmennyiség függvényében.*



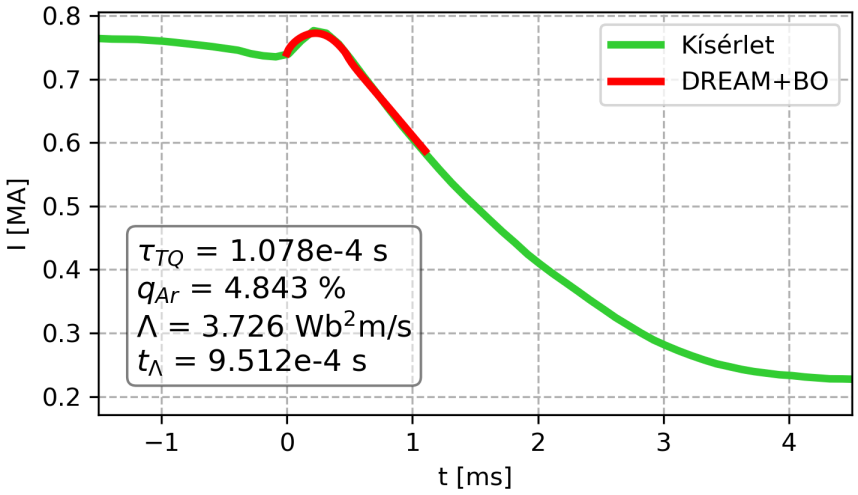
(c) *A Λ értékének függvényében.*



(d) *A t_Λ értékének függvényében.*

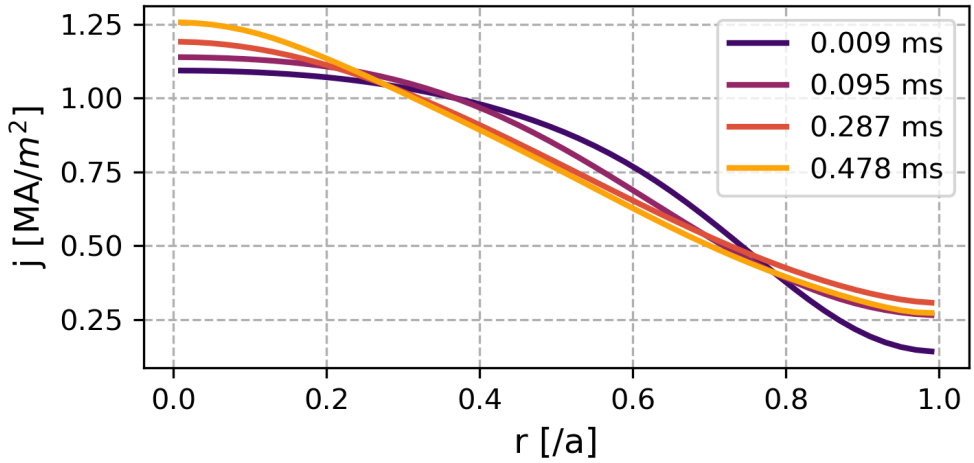
25. ábra. *A 4D Bayes-optimalizációs módszer során futtatott szimulációk illeszkedése. Az egyes ábrákon a mért és a szimulált áram különbségének $\mathcal{L}_2$ normájának logaritmusa látható a BO során futtatott szimulációkban használt paraméterek függvényében. Egy adott ábrán minden ponthoz különböző paraméter-kombináció tartozik.*

Az optimális paraméterekkel futtatott szimulációból kapott $I_p(t)$ a 26. ábrán látható. Láthatjuk, hogy jó egyezést kaptunk a kísérletben mértekkel.



26. ábra. *$I_p(t)$ a 4D BO-módszerből kapott optimális paraméterekkel futtatott szimulációból.*

Ebben a szimulációban kevésbé látható az áramprofil lapulása, bár itt is megnövekszik az áram a plazma szélén, de a plazma közepén is növekedést látunk, a plazma közepében pedig csökkenést.



27. ábra. *Az áramprofil TQ alatti változása a 4D BO-ból kapott optimális paraméterekkel futattatott szimulációból.*

A BO-ból kapott optimális paramétereket összehasonlíthatjuk a manuális szkennelésből kapott optimális paraméterekkel, melyeket a 6. táblázatba gyűjtöttem össze.

	Manuális	**BO**
τ_{TQ} [s]	$0.9 \cdot 10^{-4}$	$1.078 \cdot 10^{-4}$
q_{Ar} [%]	5.3	4.843
Λ [$\mathbf{Wb^2m/s}$]	$4 \cdot 10^{-5}$	$3.727 \cdot 10^{-5}$
t_Λ [s]	$10 \cdot 10^{-4}$	$9.513 \cdot 10^{-4}$

6. táblázat. *A különböző 4D optimalizációs módszerekből kapott optimális paraméterek összegzése.*

Az optimális paraméterek nemcsak nagyságrendileg egyeznek meg, hanem valóban egészen közeli értékeket kaptunk.

5.2.2. 4D optimalizáció az önkonzisztens TQ modellel

Az előírt modellt használva a szimulációnk eredményei jó egyezést mutattak a kísérletben mértekkel. A reménykeltő eredmények arra ösztönöztek, hogy az optimalizációt az önkonzisztens TQ modellt használva is elvégezzük. Ebben a modellben a 2.2.1. fejezetben leírtak alapján a sztochasztikus mágneses térbeli hődiffúzió segítségével számoljuk a hőmérséklet-fejlődését. Erre a modellre a szimuláció numerikusan kevésbé robusztus, így a szimulációk nem elhanyagolható hányada numerikus hibába fullad. Ennek kezeléséhez ki kellett dolgoznunk egy stratégiát; a nem konvergáló szimulációkat magas hibaértékkel büntetjük. Ez hatással van a keresés dinamikájára, tehát a hibaértéket megfelelően kellett megválasztanunk.

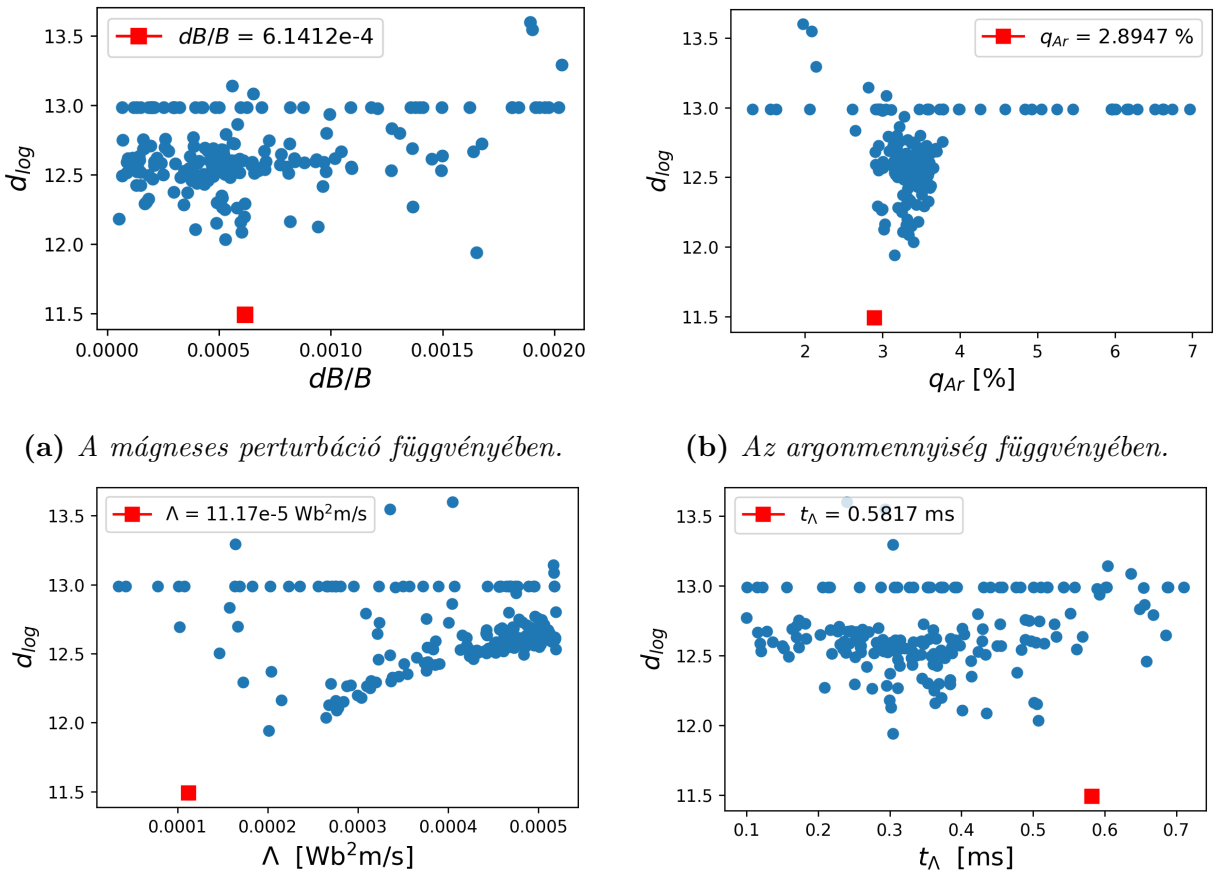
A hibába fulladó szimulációkhoz olyan d_{log} értéket rendeltünk, mintha a szimulációból konstans áramot kaptunk volna, melynek értéke a kísérletben mért áram maximumával egyezik meg. Ezek a pontok a $d_{log} = 13.0$ értékű pontokként láthatóak a 28. ábrán. Így nem használunk túl nagy értéket, ami elrontaná a GPR modell számításait, hiszen lehet, hogy olyan szimuláció végződik hibával, melynek paraméterei közel vannak az optimális paraméterekhez.

A paraméterek keresési tartományát és az optimális értékeiket a 7. táblázatba foglaltam össze.

	Keresési tartomány	**Optimális paraméter**
$\delta B/B$	$(0.5 \cdot 10^{-4}, 2 \cdot 10^{-3})$	$6.141 \cdot 10^{-4}$
q_{Ar} [%]	$(1, 7)$	2.895
Λ [$\mathrm{Wb^2m/s}$]	$(2 \cdot 10^{-5}, 5 \cdot 10^{-4})$	$11.18 \cdot 10^{-5}$
t_Λ [s]	$(0.1 \cdot 10^{-3}, 0.75 \cdot 10^{-3})$	$5.818 \cdot 10^{-4}$

7. táblázat. *Az önkonzisztens TQ modelles 4D Bayes-optimalizáció során keresett paraméterek keresési tartománya és optimális értéke.*

Sajnos nagyon sok hibába fulladó szimulációnk volt – ahogy az a 28d. ábrán is látható – , valószínűleg ezért nem tudott a BO-módszer az optimális értékek körül több pontot felvenni.



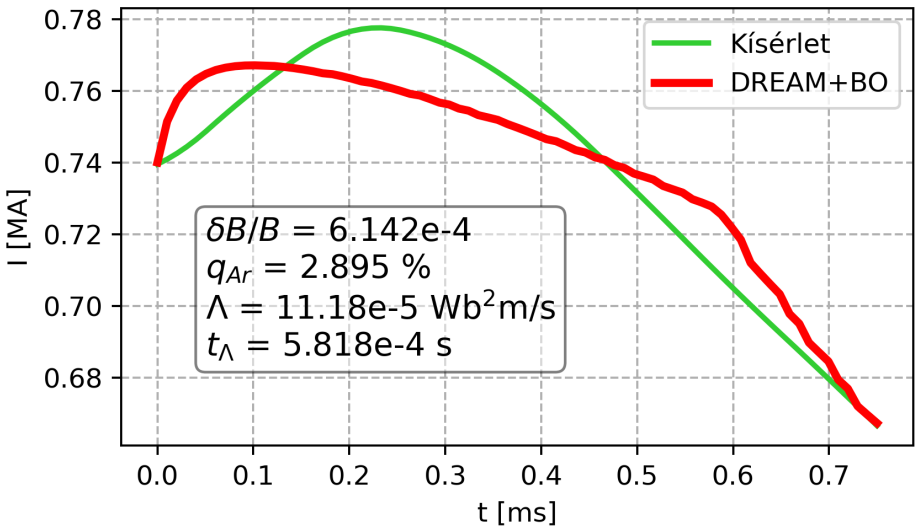
(a) *A mágneses perturbáció függvényében.*

(b) *Az argonmennyiség függvényében.*

(c) *A Λ értékének függvényében.*

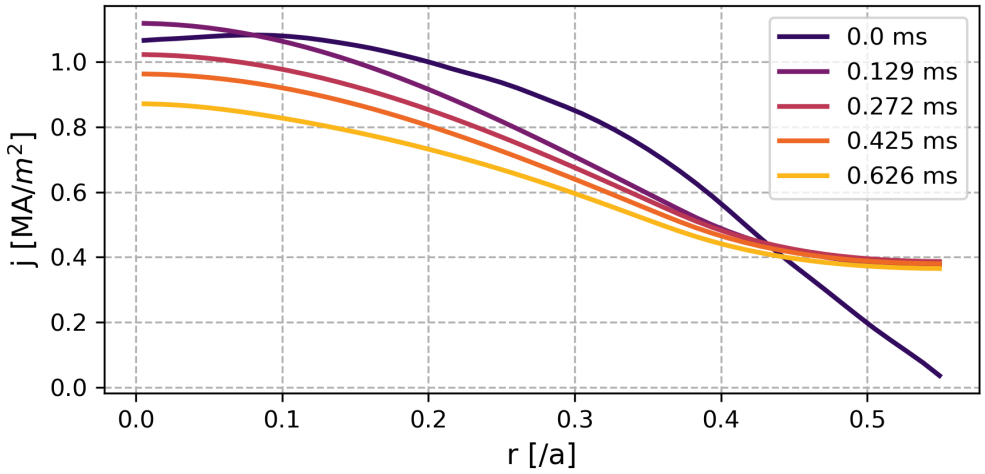
(d) *A t_Λ értékének függvényében.*

28. ábra. *A 4D Bayes-optimalizációs módszer során futtatott önkonzisztens TQ modelles szimulációk illeszkedése.*



29. ábra. *$I_p(t)$ a 4D BO-módszerből kapott optimális paraméterekkel futtatott önkonzisztens TQ modelles szimulációból.*

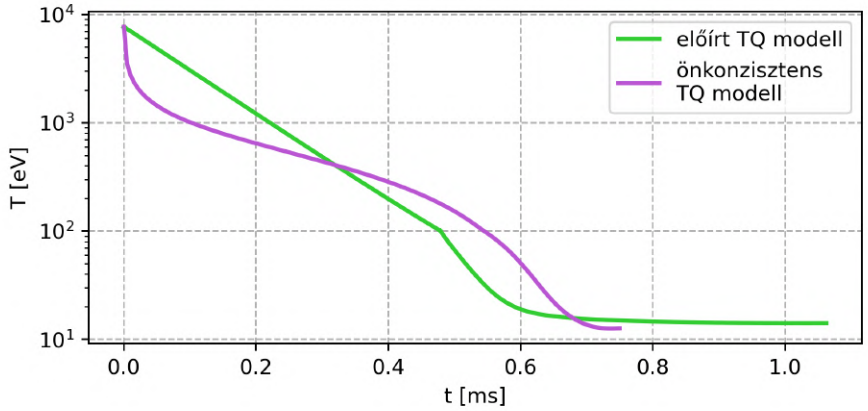
Az áramprofil lapulás nem rögtön a szimuláció elején mutatkozik. Az áramsűrűség először megnő a magban és a plazma szélén is, és csak ezután kezd a plazma belsejében az áram csökkeni úgy, hogy közben a plazma szélén alig változik (30. ábra).



30. ábra. *Az áramprofil TQ alatti változása az önkonzisztens TQ modelles 4D BO-ból kapott optimális paraméterekkel futattatott szimulációból.*

5.3. A fizikai modellek eredményeinek összehasonlítása

Két modellt is használtunk a diszrupció leírására, melyekben különbözőképpen írtuk le a TQ alatti hőmérséklet-fejlődést. A két különböző modell optimális paramétereit a 8. táblázatban foglaltam össze. A 31. ábrán zölddel láthatjuk az előírt TQ modellel kapott hőmérséklet-csökkenést, mely a (7) egyenlet szerinti exponenciális csökkenést mutat. A lila görbe a hődiffúzióval leírt önkonzisztens TQ modellből kapott hőmérséklet-fejlődés, mely karakterisztikájában megegyezik a 2.2.1. fejezetben bemutatott és leírt hőmérséklet-fejlődéssel.



31. ábra. *A két különböző modellből kapott optimális paraméterekkel futtatott szimulációban megfigyelt hőmérséklet-csökkenés.*

A (9) egyenletbe az optimális $\delta B/B$ helyettesítve a hődiffúzió időskálája: $\tau_{DW} \approx 0.02$ s. Ez az érték több nagyságrenddel eltér az előírt TQ modellből kapott τ_{TQ}-tól. Hasonló értéket akkor kapnánk, ha a $\delta B/B$ értéke ~ 0.0077 lenne.

	előírt TQ	önkonzisztens TQ
τ_{TQ} [s] / $\delta B/B$	$1.078 \cdot 10^{-4}$	$6.141 \cdot 10^{-4}$
q_{Ar} [%]	4.843	2.895
Λ [$\mathbf{Wb^2m/s}$]	$3.727 \cdot 10^{-5}$	$11.18 \cdot 10^{-5}$
t_Λ [s]	$9.513 \cdot 10^{-4}$	$5.818 \cdot 10^{-4}$

8. táblázat. *A különböző modelleket használó 4D BO-ból kapott optimális paraméterek.*

Az önkonzisztens TQ modellel tehát nem érünk el az előírt TQ modelles optimalizációhoz hasonlóan jó egyezést a kísérletben mértekhez. Ennek legvalószínűbb magyarázatát abban leljük, hogy a szimuláció elején pillanatszerűen lerakott anyagmennyiség a plazma gyors hűlését eredményezi, és az ezzel járó vezetőképesség csökkenést (amely igyekszik az áramot csökkenteni) a modell megpróbálja egy nagy Λ értékkel kompenzálni. Más szóval, az optimális hűlési dinamika, amit az előírt TQ modelles szimulációban kaptunk, nem reprodukálható a "kifinomultabb" hőmérséklet-fejlődési modell segítségével, mivel ugyanakkor az anyag lerakását túlságosan leegyszerűsített modellel vesszük figyelembe. Ez azért különösen fontos a jelen esetben, mert a hűlés, az áramlapulás és az anyag bejutásának időskálái összemérhetőek.

Tehát az anyag bejutására egy kifinomultabb modellt kell a kódba építeni (egy időfüggő részecske forrástagot), amely azonban tovább tart, mintsem hogy az így kapott eredmények bekerülhessenek ebbe a dolgozatba. Amint egy ilyen forrástag rendelkezére áll, egy újabb paraméter bevezetésével (pl. az anyag bejuttatásának időtartama) a hőmérséklet optimális időfejlődése feltehetőleg rekonstruálhatóvá válik, így újból jó egyezést várunk. Az anyag bejutásának időtartama összevethető ezen plazmakisülés korábbi tanulmányaival [28].

6. Összefoglalás

Tokamakokban a plazma diszrupciója során áramnövekedést figyeltek meg. Dolgozatom során az ASDEX Upgrade tokamak #33108-as kísérlet diszrupcióját modelleztem DREAM (Disruption Runaway Electron Analysis Modelling) segítségével, azzal a céllal, hogy visszakapjam a kísérletben megfigyelt áramcsúcsot szimulációk segítségével, ezzel megértve a jelenség mögötti elméleteket.

Mivel szimulációmban több paraméter optimális értékét is kerestem, a manuális optimalizáción kívül egy matematikailag megbízhatóbb módszert is alkalmaztam – Bayes optimalizáció.

A szimuláció során először egy kevésbé kifinomult modellt használtam, ahol a hőmérséklet-fejlődést a TQ alatt előírtam, tehát nem önkonzisztensen számolta a DREAM. Ezen belül azzal kezdtem, hogy bizonyos paraméterekben manuálisan szkenneltem, hogy legyen egy elképzelésem a releváns paraméter tartományokat, illetve az áramfejődés ezen paraméterekre való érzékenységét illetően. A 2D optimalizációból megkaptam a q_{Ar}, τ_{TQ} paraméterek azon értékeit, melyekkel jó leírható a CQ alatti áramcsökkenés és a fennmaradó árammennyiség, de itt nem modelleztük az áramcsúcsot.

Ezután ugyanezzel a modellel végeztem egy Bayes-optimalizációt 4 paraméterben és viszonylag szép egyezést kaptam. A keresett paraméterek optimális értékei a manuális optimalizációból kapottakkal jó egyezést mutatott. Külön kihangsúlyozom, hogy a Bayes-optimalizációs módszerrel mindössze néhány száz szimulációra volt szükségem, míg egy nyers erőt alkalmazó szken tipikusan $\sim 10^4$ vagy több szimulációt igényelt volna. A Bayes-optimalizálást tehát sikerként könyveltem el.

Mivel az egyszerű modell reménykeltően jó egyezést adott, megkíséreltem kifinomultabbá tenni a szimulációt azáltal, hogy az előírt hőmérsékletváltozás helyett immáron önkonzisztens hőmérséklet-fejlődést írunk elő. Ez arra is lehetőséget ad, hogy a hőtranszporttal konzisztens elfutó áram transzportot is figyelembe vegyük. Sajnos ezzel a modellel nem kaptunk szép egyezést. Ezen eredményem is megmutatta, hogy a befecskendezés időskálája nem szétválasztható a hőmérséklet-összeomlásétól, ezért ha pontosabban akarjuk számolni a hőmérséklet változást, akkor a semleges részecskék plazmába jutását is részletesen kell modelleznünk. Ezen igény miatt a DREAM-be a múlt hónapban implementáltak egy olyan funkciót, mellyel a részecskék transzportját pontosabban lehet modellezni.

7. Kitekintés

A diszrupció modellezéséhez a 3.3.3. fejezetben felsoroltakon túl az alábbi szabad paramétereket vezethetjük be:

- T_f: a TQ utáni hőmérséklet, értékének hatását több tanulmányban is megvizsgálták [18].
- r_Λ: egyes tanulmányok szerint [20] a mágneses felületek nem az egész radiális téren bomlanak fel. Elképzelhető, hogy egy kis belső vagy külső radiális tartományon a mágneses felületek épek maradnak. A Λ térbeli eloszlását egy lépcsőfüggvénnyel szokták közelíteni, melynek váltási helyét az r_Λ adja meg. Egy keskeny plazmaszéli egyben tartott réteg esetén az áramcsúcs előtt csökkenés látható, ami összhangban van a kísérletben mértekkel.
- Eltolási idő: Az r_Λ paraméter bizonyos értékeinél az áramcsúcs előtt áramcsökkenést láthatunk. Ez összhangban van a kísérletben megfigyeltekkel, ám azt jelenti, hogy az áramcsúcs nem rögtön a szimuláció elején kezd növekedni. Be kell vezetnünk ezért egy időparamétert, mely megadja mikor kell elindítani a szimulációt az argon belövéshez képest.
- t_{Ar}: Abban a modellben, melyben a hőmérséklet-fejlődést önkonzisztens módon számoltuk, a szimuláció elején pillanatszerűen jelenik meg az argon az egész plazmában, ami a plazma gyors hűlését eredményezte. Ezt az optimalizáció a többi szabad paraméterrel próbálta kompenzálni, nem sok sikerrel. Szükségünk van tehát egy időfüggő forrástagra, mely az argon plazmába jutását karakterizálja.

Dolgozatomban ismertettem egy módszert a hibába fulladó szimulációk kezelésére, de a módszer további finomítására is szükség lenne.

A hiperdiffúziós együttható értékének, idő- és térbeli függésének pontosabb megismeréséhez a dolgozatomban ismertetett módszereket több lövésre is alkalmazni kellene. Az egyes lövésekben optimalizációval meg kellene határozni a dolgozatban használt és a felül felsorolt szabad paraméterek optimális értékét. Ezen értékek összehasonlításával még közelebb jutnánk áramcsúcsot létrehozó folyamatok megértésében.

Köszönetnyilvánítás

Szeretném először témavezetőimnek Dr. Pokol Gergőnek és Dr. Pusztai Istvánnak megköszönni a fáradságos munkájukat, tanításukat és irántam tanúsított végtelen türelmüket, nélkülük ez a dolgozat nem valósulhatott volna meg.

Köszönöm Dr. Papp Gergelynek a végtelen sok segítséget, akár a kutatással, adatbázis hozzásféréssel, vagy fizikai problémákkal kapcsolatban fordultunk hozzá. Hálás vagyok Dr. Fülöp Tündének az útmutatásáért, lelki támogatásáért, és hogy lehetőséget adott arra, hogy kutatásomat két hétig a svédországi Chalmers Műszaki Egyetemen végezhessem.

I want to say a big thank you to Aaro Järvinen, who was happy to share and show his optimization code and helped me a lot with its use. Also I would like to thank Patrik Jansson for the help in the interpretation and application of the optimization code.

Köszönetet mondok Olasz Somának, akinek türelme és segítőkészsége mindig megnyugatott és hihetetlen mértékben vitte előre a munkámat.
I would like to thank Mathias Hoppe for all the help with application of the DREAM code; and Peter Halldestam for finding an extremely important bug.

Köszönöm a Jövőnk Nukleáris Energetikusáért Alapítvány és az Energiatudományi Kutatóközpont financiális támogatását.

Végül de nem utolsó sorban szeretnék köszönetet mondani a családomnak türelmükért és támogatásukért, és Gerinek, aki mindig tudta, mikor fér rám egy kis túrázás.

Hivatkozások

[1] H. Ritchie and M. Roser. How have the world's energy sources changed over the last two centuries? https://ourworldindata.org/energy, 2020.

[2] World Nuclear Association. Nuclear power in Germany. https://world-nuclear.org/information-library/country-profiles/countries-g-n/germany.aspx, 2022.

[3] European Nuclear Society. Fuel comparison. https://www.euronuclear.org/glossary/fuel-comparison/, 2010.

[4] Wikipédia. Magfúzió. https://hu.wikipedia.org/wiki/Magf%C3%BAzi%C3%B3, 2007.

[5] Marion Brünglinghaus European Nuclear Society. Nuclear Fission. https://web.archive.org/web/20130117002723/http://www.euronuclear.org/info/encyclopedia/n/nuclear-fission.htm.

[6] E. M.A. Hussein. Chapter three - cross sections. In Esam M.A. Hussein, editor, *Radiation Mechanics*, pages 153–245. Elsevier Science Ltd, Oxford, 2007.

[7] IAEA. Evaluated nuclear data file (endf). https://www-nds.iaea.org/exfor/endf.htm.

[8] ITER. What is ITER? https://www.iter.org/proj/inafewlines, 2021.

[9] ITER. Coil alignment acheived. https://www.iter.org/album/Construction, 2022. szeptember 9.

[10] Donné A. J. H. The European roadmap towards fusion electricity. A.377(20170432), 2019.

[11] G. Nief R. Hagemann and E. Roth. Absolute isotopic scale for deuterium analysis of natural waters. Absolute D/H ratio for SMOW. *International Atomic Energy Agency, Tellus*, 22:712–715, 1970.

[12] M. Dibon IPP. ASDEX Upgrade fusion device: plasma, divertor, plasma vessel, toroidal field magnets and their support structure, and poloidal field magnets. https://www.ipp.mpg.de/1471827/asdex_upgrade?page=1.

[13] V. Rohde IPP. View into the plasma vessel of the ASDEX Upgrade fusion device. https://www.ipp.mpg.de/1471827/asdex_upgrade?page=3, 2010.

[14] A. Herrmann and O. Gruber. Chapter 1: ASDEX Upgrade - Introduction and Overview. *Fusion Science and Technology*, 44(3):569–577, 2003.

[15] M. Hoelzl F. Wieschollek M. Lehnen G.T.A. Huijsmans D. C. van Vugt S.H. Kim D. Hu, E. Nardon, JET contributors, and JOREK team. Radiation asymmetry and MHD destabilization during the thermal quench after impurity shattered pellet injection. *Nuclear Fusion*, 61(2):026015, jan 2021.

[16] A. H. Boozer. Pivotal issues on relativistic electrons in ITER. *Nuclear Fusion*, 58(3):036006, jan 2018.

[17] C. Lashmore-Davies. Collisional transport in magnetized plasmas, by Per Helander and Dieter J. Sigmar, Cambridge Monograph on Plasma Physics. *Journal of Plasma Physics*, 70:501 – 502, 08 2004.

[18] G. Papp C. Reux O. Embreus E. Rachlew T. Fülöp K. I. Björk, O. Vallhagen, the ASDEX Upgrade Team, JET contributors, and the EUROfusion MST1 Team. Modelling of runaway electron dynamics during argon-induced disruptions in ASDEX Upgrade and JET. *Plasma Physics and Controlled Fusion*, 63(8):085021, jul 2021.

[19] G. Papp. The role of magnetic perturbations in runaway electron and sawtooth dynamics. *PHD thesis*, 2013.

[20] M. Hoppe I. Pusztai and O. Vallhagen. Runaway dynamics in tokamak disruptions with current relaxation. *Journal of Plasma Physics*, 88:905880409, 2022.

[21] A. B. Rechester and M. N. Rosenbluth. Electron Heat Transport in a Tokamak with Destroyed Magnetic Surfaces. *Phys. Rev. Lett.*, 40:38–41, Jan 1978.

[22] J. Decker J. Varje K. Särkimäki, E. Hirvijoki and T. Kurki-Suonio. An advection–diffusion model for cross-field runaway electron transport in perturbed magnetic fields. *Plasma Physics and Controlled Fusion*, 58(12):125017, nov 2016.

[23] A. H. BOOZER. Ohm's law for mean magnetic fields. *J. Plasma Physics*, 35:133–139, 1986.

[24] O. Embreus M. Hoppe and T. Fülöp. DREAM: A fluid-kinetic framework for tokamak disruption runaway electron simulations. *Computer Physics Communications*, 268:108098, 2021.

[25] H. P. Summers. The ADAS User Manual. version 2.6, 2004.

[26] R. K. Smith and J. P. Hughes. Ionization equilibrium timescales in collisional plasmas. *The Astrophysical Journal*, 718(1):583–585, jul 2010.

[27] F. Jenko G. Papp G. Pautasso O. Linder, E. Fable. Self-consistent modeling of runaway electron generation in massive gas injection scenarios in ASDEX Upgrade. *Nuclear Fusion*, 60(9):096031, aug 2020.

[28] Papp G. Fable E. Jenko F. Linder, O. and Pautasso G. Electron runaway in ASDEX Upgrade experiments of varying core temperature. *Journal of Plasma Physics*, 87(3):905870301, 2021.

[29] E. Nardon K. Särkimäki F.J. Artola S. Sadouni the JOREK team and JET contributors. On the origin of the plasma current spike during a tokamak disruption and its relation with magnetic stochasticity. *to be published*, 2022.

[30] E. Hirvijoki M. Hoppe A. Kit A. Järvinen, T. Fülöp and J. Åström. Bayesian approach for validation of runaway electron simulations. *Journal of Plasma Physics*, 2022.

[31] J. Lintusaari, H. Vuollekoski, A. Kangasrääsiö, K. Skytén, M. Järvenpää, P. Marttinen, M. U. Gutmann, A. Vehtari, J. Corander, and S. Kaski. ELFI: Engine for Likelihood-Free Inference. 2017.

[32] GPy. A Gaussian process framework in python. `http://github.com/SheffieldML/GPy`, since 2012.