

Neptunuszon túli törpebolygók holdjainak árapályfejlődése

Tudományos Diákköri Dolgozat

Készítette:

Sági Petra

ELTE TTK Fizika BSc III. év

Témavezetők:

Kiss Csaba

Tudományos tanácsadó, CSFK Konkoly Thege Miklós CSI

Forgácsné Dr. Dajka Emese

Egyetemi adjunktus, ELTE TTK

2022



ELTE
EÖTVÖS LORÁND
TUDOMÁNYEGYETEM



Kivonat

Kettős rendszerek pálya- és forgási fejlődésének kiindulási- és végállapota között a fellépő árapályerők tartanak kapcsolatot, amelyek hatására a fejlődés végén szinkronizált állapot alakul ki. Ez a jelenség ugyanúgy fellép a Naprendszer külső részén keringő törpebolygó-hold párok-nál, mint akár a Föld-Hold esetén. Az árapály okozta dinamikai fejlődés időbeli lefolyásának vizsgálatával megkaphatjuk a rendszer kezdeti paramétereit, így következtetéseket vonhatunk le a hold keletkezéséről. Munkám során egy egyszerűsített árapálymodellből készítettem egy kódot, amellyel meghatározható a keringési pálya időbeli fejlődése különböző kezdeti paraméterekkel egy kettős rendszer esetén. A kóddal több Neptunuszon túli törpebolygó-hold rendszert vizsgáltam, különös figyelemmel az Eris-Dysnomia rendszerre, amelyben a fő égitest forgási periódusa eddigi tudásunk alapján feltételezések egy széles skáláján mozgott. A modell felhasználásra került Szakáts et al. (2022) munkájában, amely a Gaia adatai alapján sikeresen meghatározta az eddig vitatott forgási periódus értéket és bizonyította, hogy az Eris-Dysnomia rendszer duplán szinkronizált.

Tartalomjegyzék

1. Bevezetés	4
1.1. Törpebolygók és holdjaik	4
1.1.1. TNO-k és történetük	4
1.1.2. A törpebolygók holdjai, kettős rendszerek	5
1.1.3. Az Eris és a tudományos probléma	8
1.2. Árapályhatások jellemzése és anyagi együttthatók	9
1.2.1. A Föld esete	9
1.2.2. A Roche-határ	10
1.2.3. Árapály-fűtés	10
1.2.4. Anyagi paraméterek	11
2. A modell	12
2.1. Az alapmodell	12
2.2. Alkalmazás Python-ban	14
3. Eredmények	15
3.1. Saját futtatások	15
3.2. A modell felhasználása	18
4. Összefoglalás	21
5. Jövőbeli tervek	22
6. Köszönetnyilvánítás	22

1. Bevezetés

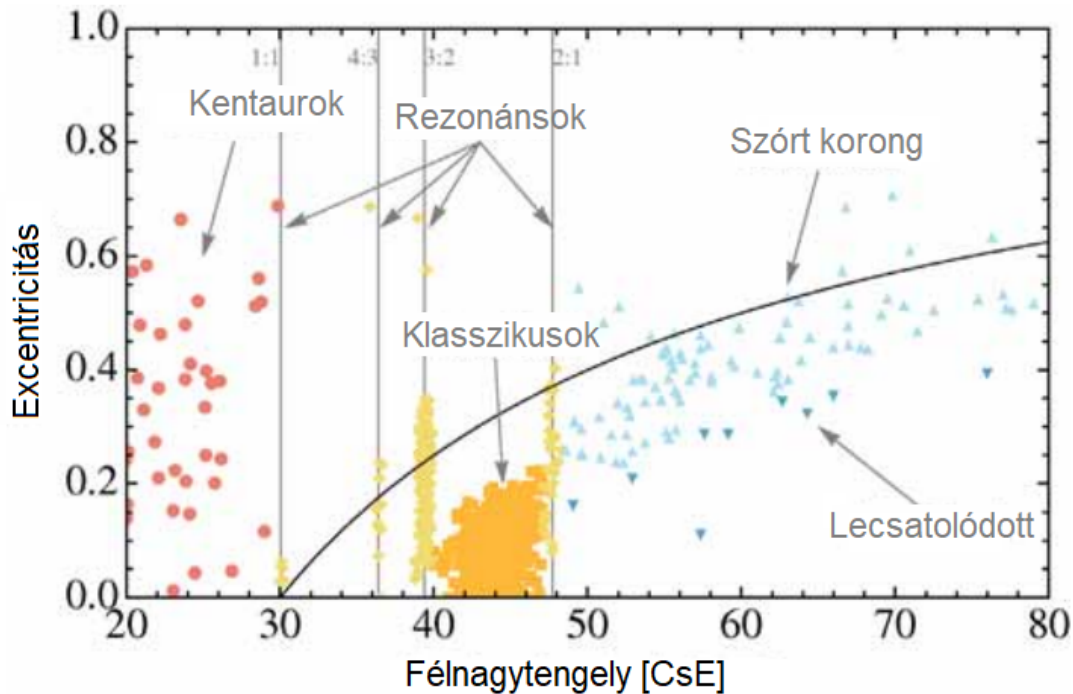
1.1. Törpebolygók és holdjaik

1.1.1. TNO-k és történetük

Neptunuszon túli objektumnak (Trans-Neptunian object), röviden TNO-nak nevezünk minden olyan kis- és törpebolygót, amely keringési pályája alapján még a Naprendszer részének tekinthető, de a Neptunuszénál nagyobb félnagy tengelyű pályán kering. Az említett óriásbolygókon túli régiót több részre oszthatjuk, ahol a klasszikus Kuiper-övnek tekintett régió a 40-50 CsE távolságon belüli terület, habár manapság távolabbi területek is ehhez a régióhoz sorolódnak. Az előbb említett régiót Gerard Kuiper holland csillagászról nevezték el, aki „vicces” módon éppen azt állította, hogy ebben a térségben nem lehetnek égitestek. Így ezen égitesteket Kuiper-övi objektumoknak (Kuiper Belt objects), vagy röviden KBO-knak is szokták nevezni. Ezen térség esetében további alosztályokat különítenek el, melyek a következők: (i) klasszikus Kuiper-öv, melyek esetében az itt keringő égitestek pályájára a kis excentricitás és inklináció jellemző; (ii) a rezonáns TNO-k, melyek a Neptunusszal vannak valamilyen középmozgás rezonanciában; (iii) szórt korong objektumai, melyek pályái a nagybolygók perturbáló hatásának köszönhetően elnyúltnak váltak, illetve hajásszögük is megnőtt. Ez utóbbi alcsoportot általában nem is tekintik a klasszikus Kuiper-öv részének, hiszen ezek pályajellemzőiknek köszönhetően igen távoli vidékekre is eljuthatnak (Gladman et al. (2002)).

A Naprendszerünk ezen külsőbb tartományaira elsőként az 1930-ban felfedezett Pluto hívta fel a figyelmet. A 2006-ig a Plutót még a Naprendszer bolygói közé sorolták, de ma már tekinthetjük az első TNO felfedezésnek is. A felfedezés ugyan elindított egy „bolygókeresési láz”-at, de elég sokáig, 1992-ig váratott magára a következő objektum felfedezése a Nap e távoli vonzáskörzetében. Az 1992 QB₁, azaz az Albion névre keresztelt objektum után a szisztematikus keresésnek köszönhetően egyre több égitestet fedeztek fel, ahol ma már az ismert objektumok száma eléri a több ezret is. Ezen égitestek számának növekedése vezetett a Pluto bolygó mivoltának kérdésköréhez, hiszen jogosan az újonnan felfedezett, a Plútóhoz hasonló méretű testeket is ezen logika alapján megillette volna a bolygó kategóriába sorolás. A téma végkifejletének eredményeképpen az IAU 2006-ban létrehozta a törpebolygó kategóriát, ezzel „lefokozva” az akkori kilencedik bolygót és egy kategóriába sorolta a később felfedezett társaival. A bolygó definícióját módosították és a következő két szempont teljesülése alapján határozták meg:

- A testnek hidrosztatikai egyensúlyban kell lennie, amely közvetlenül a Nap körül kering.
- A testnek ki kell söpörnie saját vonzáskörzetéből a különböző kisebb égitesteket és/vagy bolygókezdeményeket az akkréció során.



1. ábra. A Kuiper-öv szerkezete. A szürke vertikális vonalak a Neptunusszal fellépő középmozgás rezonanciákat jelölik. A fekete görbe fölött és 30 CsE mögött feltüntetett objektumok keresztezik a Neptunusz pályáját. Forrás: Lacerda (2009)

Az új definíció nyomán így törpebolygónak azok az égitestek tekinthetők, amelyek csak az első kritériumot teljesítik, a másodikat nem. Az általunk eddig ismert legnagyobb tömeggel rendelkező TNO törpebolygók az Eris, a Pluto, a Haumea, a Makemake. Rajtuk kívül még ismert jó pár olyan objektum is, amelyeket az IAU hivatalosan nem sorolt a törpebolygó kategóriába, annak ellenére, hogy fizikai tulajdonságaik alapján besorolhatóak lennének (pl. Gonggong). Ezek mindegyike rendelkezik minimum egy kísérővel (holddal) is (Prialnik et al. (2020)).

1.1.2. A törpebolygók holdjai, kettős rendszerek

Több elmélet és elképzelés is van ezen kísérők születéséről, melyek közül a legismertebbek a befo-gási elméletek, az együttműködés lehetősége, a fő égitest szétdarabolódása, vagy egy ütközés során történő nagyobb anyagkiszakadás.

A törpebolygó-hold rendszerek ma megfigyelhető jellemzői leginkább az ütközési elméletekkel egyeztetethetők össze, hasonlóan a Föld-Hold rendszer keletkezéséhez (Barr and Schwamb (2016); Arakawa et al. (2019)). Ezen becsapódási vagy ütközési elmélet szerint a nagyobb égitestbe egy

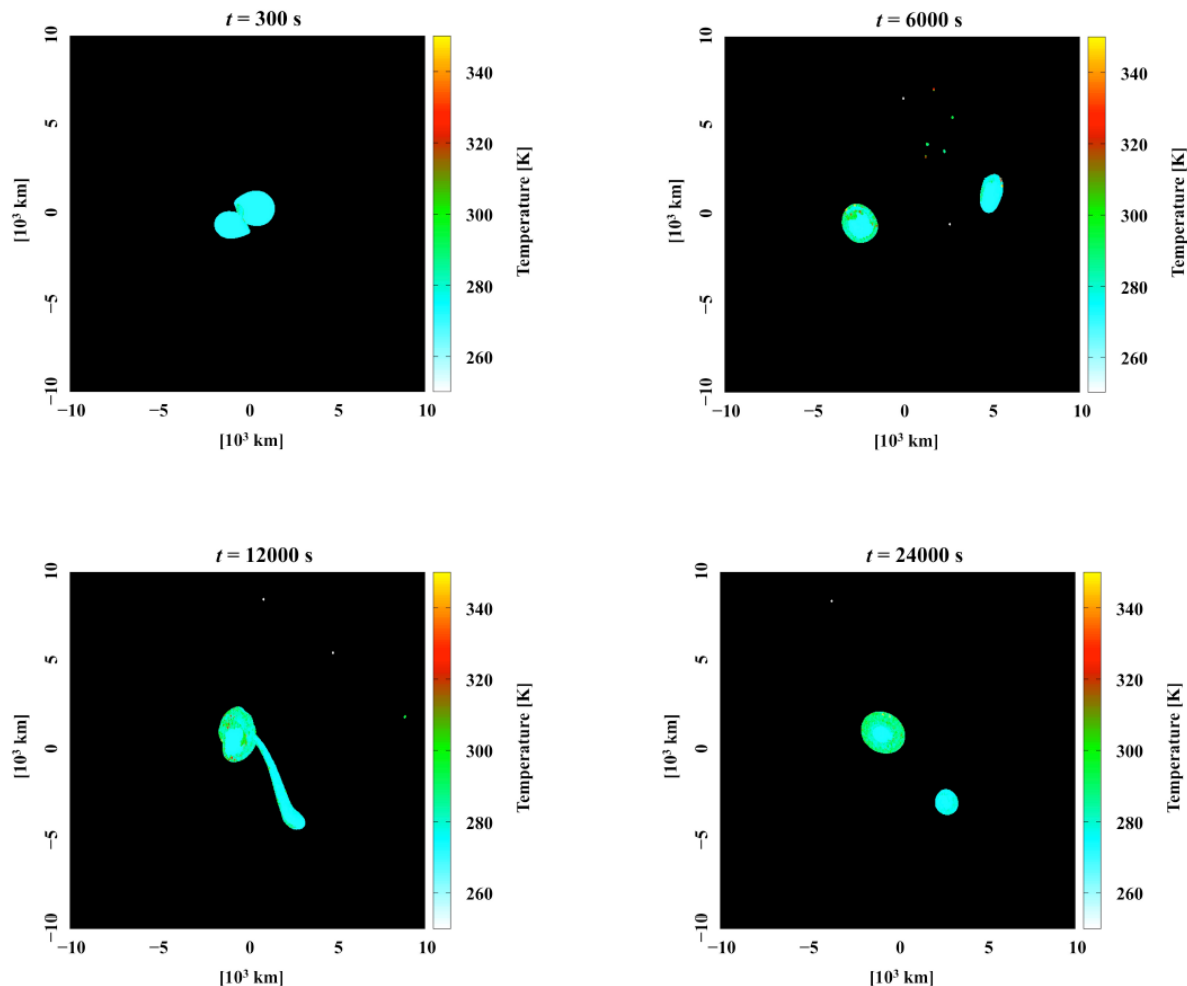


2. ábra. Legnagyobb ismert törpebolygók Forrás: https://en.wikipedia.org/wiki/Kuiper_belt

másik, nála kisebb égitest – a Föld esetében a Theia nevet kapott objektum – csapódik. Ekkor, ha az ütközés „súroló”, azaz kis szög mellett történt, akkor a nagyobb égitestből kiszakadó törmelék nagy valószínűséggel pályára áll a fő égitest körül, majd végül összállva kialakul a kísérő, azaz a hold (Canup (2011)).

Ebből kiindulva a Kuiper-övi törpebolygókat két kategóriába sorolhatjuk be az átlag sűrűség és a törpebolygó-hold méretarány alapján. A nagy holdakkal rendelkező rendszerek (pl. Pluto-Charon) alacsony, kb. $\bar{\rho} = 1.8 \text{ gcm}^{-3}$ átlagsűrűséggel rendelkeznek és feltehetőleg alacsony sebességű ütközések nyomán jöttek létre, ahol az anyagvesztés minimális. Kis holdak esetén (pl. Eris-Dysnomia) az említett sűrűség valamennyivel nagyobb, $\bar{\rho} \sim 2 - 2.2 \text{ gcm}^{-3}$ között mozoghat, valamint a keletkezés során az összes ütköző tömeg több tíz százaléka is elsodródhat jégkristályos szilánkokként (Barr and Schwamb (2016)). Az újonnan kialakult rendszerben a fő égitest és a kísérő között közelségük okán jelentős mértékű lesz az árapályhatás, amely idővel mindkét objektum forgását befolyásolja, melyet a későbbiekben részletesen tárgyalunk.

Azokat az objektum-típusokat, melyek esetében a két égitest közül az egyik egy Neptunuszon túli égitesttel alkot párt, tulajdonképpen kettős rendszernek tekinthetjük, ezért ezeket hívhatjuk TNB-



3. ábra. Ütközés-elmélet számítógépes modellezése. Forrás: Arakawa et al. (2019)

knek, vagyis Neptunuszon túli kettősöknek (Trans-Neptunian Binaries). Az első ilyen rendszernek a Pluto-Charon kettős tekinthető, amelyből a Charont 1978-ban fedezték fel. Fontos különbség a törpebolygó-hold rendszer és a kettős rendszer között, hogy az első esetben a közös tömegközéppont a fő égitest belsejébe esik, míg utóbbi esetben a közös tömegközéppont kívül esik a fő égitest által határolt részen. Így már a Pluto-Charon rendszer is kettősnek tekinthető, és a később felfedezett Pluto holdak ezen „fő” kettős által alkotott rendszer körül keringenek. A második felfedezés az 1998-as WW₃₁ volt, amely áttörést jelentett a TBN rendszerek kutatásában, hiszen a Pluto-Charon rendszerrel mutatott hasonlósága miatt kizárható volt, hogy az első rendszer egyedi eset lenne. 2000-től kezdve megindult az első tudatos keresés TNB rendszerek után a Hubble-űrtávcső nagy látószögű kameráival (Wide Field Planetary Camera 2, Wide Field Camera 3), amely eredményül hozta a ma legismertebbnek számító kettősöket. Habár több nagy földi felmérés is sikeresen detektált kettősöket,

ezek száma elenyésző a HST-vel felfedezettekhez képest (Noll et al. (2008)).

A legtöbb észlelt TNB-re igaz, hogy HST-vel több időpontban készült képek segítségével határozták meg az adott kettős keringési pályáját, amelyből következtettek a rendszer össztömegére is. Ha sikerül a fő égitest méretét is meghatározni, akkor már meghatározható annak sűrűsége a méret és tömeg ismeretében. A pálya tulajdonságai információval szolgálhatnak még a kettős keletkezéséről és dinamikai fejlődéséről is. Körpálya esetén szorosan kötött rendszert feltételezhetünk, amelyre a kialakuló árapályerők adnak magyarázatot. Ezekben a rendszerekben általában a két komponens közel egyforma méretű és a kölcsönös erőhatások következtében hatással vannak egymás tengely körüli forgására is, így egy bizonyos idő elteltével szinkronizálódik a forgás, elérve a kötött állapotot. Az ilyen jellegű kettősök esetében a szinkronizáció időskálája nagyon rövid és erősen függ a kezdeti paraméterektől.

Ezeknél a kettősöknél felléphet az ún. Kozai-Lidov effektus is, mely esetben a kettős pályafejlődését a Nap úgy perturbálja, hogy rendszer pályájának excentricitása és inklinációja periódikusan változik, ellentétes fázissal, melynek következtében az excentricitás értéke időszakosan megnő. Mivel az elnyúltabb pályán keringő objektumot könnyebb elkülöníteni a társobjektumtól, ezért az ilyen típusú rendszerek könnyebben fedezhetők fel, így a szorosan kötött rendszerek alulreprezentáltak lesznek a tág pályás kettősökhöz képest (Prialdnik et al. (2020)). A kettősök keletkezésével kapcsolatban is további információhoz juthatunk a fő égitest belső tulajdonságai és forgási periódusa alapján, hiszen ezek szintén kapcsolatban állnak a pályafejlődéssel.

Érdemes még megemlíteni, hogy a legnagyobb TNO-k esetében, bár a holdak látható tartománybeli fényessége töredéke a fő égitestének, azok nagyon jelentősen hozzájárulhatnak a rendszer közép- és távoli-infravörös hullámhosszakon detektálható hőszugárzásához a két komponens közötti nagyon jelentős albedókülönbség miatt (Prialdnik et al. (2020)).

1.1.3. Az Eris és a tudományos probléma

Az Eris a Naprendszer eddig ismert legnagyobb tömegű törpebolygója, amely egy kettős rendszert alkot jelenleg ismert egyetlen holdjával, a Dysnomiával. A fentebb említett kategorizálás szerint feltételezzük, hogy a rendszer egy óriás ütközés következtében keletkezett, majd az árapályerők hatására a két objektum forgása lelassult valamint kialakult ma ismert keringési pályájuk. Az előző vizsgálatok alapján az Eris forgási periódusa elég tág adatok között változott, néhány órától egészen 15.8 napig, amely megegyezik a holdjának keringési periódusával (Roe et al. (2008), Duffard et al. (2008), Rabinowitz and Owainati (2014)). A későbbiekben bemutatott munka és belőle származó eredményeink ezt a problémát járják körbe a rendszer árapályhatásait és a belőlük következő pályafejlődését vizsgálva.

1.2. Árapályhatások jellemzése és anyagi együttthatók

Az előzőekben említettük, hogy a kialakuló TNB pályájának kezdő- és jelenlegi (akár szinkronizált) állapota között a rendszer árapályfejlődése adja meg a kapcsolatot. A továbbiakban tehát ezt a jelenséget tárgyaljuk.

1.2.1. A Föld esete

Árapály erő alatt azt a gravitációs kölcsönhatást értjük, amely egy kiterjedéssel rendelkező test esetén lép fel, amikor egy másik testből származó gravitációs erő nem ugyanolyan irányú és/vagy nagyságú a kiterjedt test minden pontjában, ami a kiterjedt test torzulásához vezet.

Az árapályhatás általunk legismertebb jelensége a földi vizek szintjének emelkedése és csökkenése, azaz a dagály és apály. Itt a Föld gravitációja, illetve a forgásából és keringéséből eredő centrifugális erő hat a felszíni víztömegre, elsősorban a Hold és kisebb mértékben a Nap külső perturbáló hatása mellett. A víztömegre ható erő erősebb a Föld Holdhoz közelebbi oldalán, mint átellenesen, és kialakít egy úgynevezett árapály dudort és ellendudort, amelyek egyrészt a földi óceánok, másrészt maga a bolygó deformációjából adódnak. Ezen dagálypúpok a Hold mozgását követik. A kialakuló árapály erőt felírhatjuk úgy, mint

$$\mathbf{F}_{\text{tidal}} = \mathbf{F} - \langle \mathbf{F} \rangle, \quad (1)$$

ahol $\mathbf{F}$ a gravitációs erők összege, $\langle \mathbf{F} \rangle$ pedig az átlag gravitációs erő, amely megegyezik a centrifugális erővel. Ennek értéke Newton gravitációs törvényéből kifejezve:

$$\langle F \rangle = \mathfrak{G} \frac{m_p m_s}{r^2}, \quad (2)$$

ahol $\mathfrak{G}$ a gravitációs állandó, m_p a fő égitest tömege, m_s a kísérő tömege, r pedig a két objektum középpontjainak távolsága (Murray and Dermott (2000)).

A Földnek ezen árapály okozta változását komplexebben tárgyalhatjuk, ha figyelembe vesszük, hogy a Hold mellett a Nap is fejt ki ilyen fajta erőt az égitestre befolyásolva a dudor haladását is. A keringési excentricitások elhanyagolásával három fő árapályt nevezünk meg, amelyek a csillag és a kísérő hatásaiból tevődnek össze: a Hold esetében ezek a *kétheti* (fortnightly), a *félnapi* (semidiurnal) és a *napi* (diurnal) árapályok, míg a Nap esetében *féléves* (semiannual), valamint szintén *napi* és *félnapi* hatásról beszélhetünk. (Murray and Dermott (2000)).

Az árapályerőknek fontos szerepük van a Föld forgástengelyének stabilitásában is. Mivel a bolygó forgási ellipsziodként viselkedik, amelynek egyenlítői kitüremkedése a Hold és a Nap felé mutatnak, a dudorokra a másik két égitest által keltett erők forgatónyomatékokat fejtenek ki, amely a forgástengelyt a saját irányukra merőleges szögbe igyekszik beállítani. Ez alapján kijelenthetjük, hogy a Föld forgástengelyét a Hold tartja stabilan, nélküle a tengely hajlása kaotikusan változna.

Fontos még megemlíteni, hogy a Hold által keltett árapály erők nemcsak a Föld formáját deformálják,

hanem annak forgási sebességét is leleassítják idővel, míg maga a kísérő egyre jobban eltávolodik (Farhat et al. (2022)). Ez azzal magyarázható, hogy a Hold keringése lefékezi a bolygó saját forgását, az eredő erő pedig növeli a Hold sebességét. Fordított eset állna fenn, ha a kísérő retrográd forgással rendelkezne, illetve ha a szinkronpályán belül keringene.

1.2.2. A Roche-határ

Mint fentebb említettük, kettős rendszerekben ha a két objektumra ható kölcsönös árapály erők elég nagyok, akkor a testekben feszültséget kelthetnek, amelyek szeizmikus rezgésekhez vezethetnek. Nagyobb mértékben azonban deformálhatják azokat (pl. dudor alakul ki), szélsőséges esetben pedig szétszakíthatják a kisebb objektumot. Azt a nagyobb tömegű égitesttől mért távolságot, amelyen belül a második test már darabjaira szakad, feltételezve, hogy azt csak a gravitáció tartja össze, Roche-határnak vagy Roche-sugárnak nevezzük és esetünkben a_L -el jelöljük. Ez egy szférikus kísérő esetében a következő (Murray and Dermott (2000)):

$$a_L = \left(\frac{3m_p}{m_s} \right)^{1/3} \cdot R_s = \left(\frac{3\rho_p}{\rho_s} \right)^{1/3} \cdot R_p, \quad (3)$$

ahol m_p a fő égitest tömege, m_s a kísérő tömege, R_p a fő égitest sugara, R_s a kísérő sugara, ρ_p a fő égitest sűrűsége, ρ_s pedig a kísérőé. A kettős rendszer L_1 és L_2 instabil Lagrange pontjai a bolygó és a hold középpontjait összekötő egyenes mentén helyezkednek el d_L távolságban a kísérőtől:

$$d_L = \left(\frac{m_s}{m_p} \right)^{1/3} \cdot a, \quad (4)$$

ahol a a kísérő pályájának félnagy tengelye. Ha a hold a Roche-határon van, ez a két pont éppen érinti a kísérő felszínét. Ez esetben ha a két égitest sűrűsége nagyságrendileg megegyezik, akkor egy szférikus kísérőre $a_L \approx 1.44R_p$ vehető.

Ha a kísérő hidrosztatikai egyensúlyban van, akkor kitölti a Roche köpenyét (ami alatt azt a régiót értjük, ahol a keringő testek gravitációsan kötöttek az adott égitesttől) és a határ $a_L = 2.46R_p$ (Murray and Dermott (2000), Chandrasekhar (1987)).

1.2.3. Árapály-fűtés

Az árapályerők képesek bizonyos égitestek dinamikai és anyagi tulajdonságait is megváltoztatni, az egyik ilyen bekövetkező változás az árapály-fűtés jelensége. E során az objektumra ható árapályerők súrlódást okoznak a belső szerkezetben, ami hőenergiát termel és felmelegíti a belső részt. Ez főként holdak esetében figyelhető meg közvetlenül a kéreg alatt.

Míg a Holdnál is beszélhetünk ilyen hatásról, lényeges változás bemutatására jó példa a Jupiter Io holdja, amelyen aktív vulkanikus működés figyelhető meg és talán a Naprendszer legintenzívebben

fűtött égitestjet lehet (Murray and Dermott (2000)). Másik példa Szaturnusz Titan holdja, amely a szilárd felszín alatt egy vízóceánnal rendelkezik (Murray and Dermott (2000), Vincent et al. (2022)).

1.2.4. Anyagi paraméterek

Hogy a testekre ható jelenségeket megfelelően tudjuk modellezni szükséges az adott égitest összetételét, anyagi tulajdonságait jellemeznünk. Ezeket különböző anyagi paraméterekkel írhatjuk le, melyek közül kettő legfontosabb a modellünkben a Q árapály disszipációs függvény, valamint az ún. A. E. Love által bevezetett k_2 "Love"-szám. A Q paraméter magába foglalja egy árapály által eltorzult test eltérését a tökéletes rugalmasságtól, valamint folyékonyságtól. A paraméter Q^{-1} inverze, az effektív árapály disszipációs függvény a következőképpen írható fel [(Goldreich and Soter, 1966); (Goldreich and Peale, 1968)]:

$$Q^{-1} = \frac{1}{2\pi E_0} \oint \left(-\frac{dE}{dt} \right) dt , \quad (5)$$

ahol E_0 a torzulás maximális energiája, $\oint \left(-\frac{dE}{dt} \right) dt$ pedig az energiaveszteség egy ciklusban. Mivel az árapályhatás miatt súrlódás is hat az objektumra, így a bolygó forgása késni fog az árapályhoz képest. Így Q -ra felírható az alábbi összefüggés is:

$$\frac{1}{Q} = \tan 2\epsilon , \quad (6)$$

ahol ϵ az árapály maximuma és a keringés miatt változó gravitációs potenciál maximuma által bezárt szög.

A k_2 Love-szám egy dimenzió nélküli paraméter amely egy égitest merevségét és az árapály potenciál hatására végbemenő alakváltozásának szuszceptibilitását jellemzi. A másodrendű Bessel függvényvel való összefüggése mutatja meg, hogy a test potenciálja mennyire tér el a gömbszimmetrikus potenciáltól, tehát a vizsgált objektum alakja mennyire tér el a gömbtől. Ez a potenciál a következő (Murray and Dermott (2000)):

$$V = -k_2 \xi g \left(\frac{C}{r} \right)^3 \wp_2(\cos \psi) , \quad (7)$$

ahol g a felszíni gravitációs gyorsulás, ψ és r polárkoordináták, $\wp_2$ a másodrendű Bessel-függvény, C a torzult test átlag sugara, valamint:

$$\xi = \frac{m_s}{m_p} \left(\frac{R_p}{a} \right)^3 \cdot R_p , \quad (8)$$

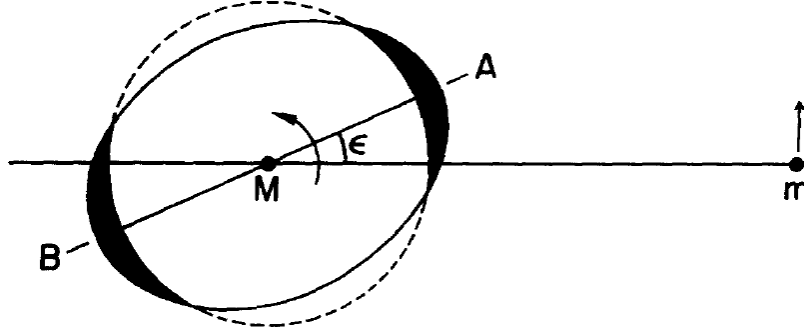
ahol a a két objektum közti legnagyobb távolság, R_p a fő objektum sugara, m_s a hold-, m_p pedig a fő objektum tömege. Ez a Nap-Hold rendszer esetén:

$$\frac{m_{Nap}}{m_{Hold}} \left(\frac{a_{Hold}}{a_{Nap}} \right)^3 \approx 0.46 . \quad (9)$$

A Hold által Földre ható árapályra $\xi = 0.36\text{m}$, míg a Nap esetében $\xi = 0.16\text{m}$.

2. A modell

2.1. Az alapmodell



4. ábra. Árapály hatás reprezentációja. Forrás: Goldreich and Soter (1966)

Modellünk egy törpebolygó-hold rendszer keringési periódus szinkronizációját szeretné leírni, és azon a modellen alapul, amelyet Hastings et al. (2016) alkalmazott a Haumea-Hi'iaka rendszerre. Ebben a modellben a hold a Roche-határ környékén képződik, majd később kifelé vándorol, miközben a rendszer árapály erői lelassítják mind a hold, mind a fő égitest kezdetben gyors forgását. Az itt alkalmazott egyenletrendszer a Goldreich and Peale (1968)-féle klasszikus Q -modelleken alapul, amelyekkel bár fontos dinamikai eredmények állíthatók elő, figyelembe kell vennünk, hogy ezek csak közelítések egy még komplexebb fejlődéstörténethez. Ez alapján ω forgási frekvencia változását az alábbi összefüggésből kaphatjuk meg:

$$\dot{\omega} = \text{sign}(\omega - n) \frac{3}{2} \frac{k_2}{Q_s} \frac{1}{C_s} \left(\frac{M_p}{m_s} \right) \left(\frac{r_s}{a} \right)^3 \frac{GM_p}{a^3}, \quad (10)$$

ahol n a középmozgás, k_2 a másodrendű árapály Love-szám, Q az árapály disszipációs függvény, amelyet egy konstanssal közelítünk, M_p és m_s a törpebolygó és holdjának tömegei, r a sugár, a a hold keringési pályájának félnagy tengelye és G a gravitációs konstans. Esetünkben a főégitestet p -vel, a holdat pedig s -el jelöljük. A mennyiségek becsléséhez alkalmazzuk Murray and Dermott (2000) módszerét a k_2 kiszámítására:

$$k_2 = \frac{3}{2(1 + \mu_{eff})}, \quad (11)$$

ahol μ_{eff} effektív merevség:

$$\mu_{eff} = \frac{19\mu}{2\rho gr} , \quad (12)$$

amelyben $\mu = 4 \times 10^9 \text{ Nm}^{-2}$ egy jeges test merevsége, ρ a sűrűség, r a sugár és g a felszíni gravitációs gyorsulás.

Az forgási frekvencia lassulás időskálájának klasszikus becslését az alábbi összefüggésből kaphatjuk meg, a hold esetére:

$$\tau_\omega = \frac{\omega}{\dot{\omega}} \approx \frac{2}{15\pi} \frac{Q_s}{k_{2s}} \left(\frac{\rho_s}{\rho_p} \right)^{\frac{3}{2}} \left(\frac{a}{R_p} \right)^{\frac{9}{2}} P_{orb} . \quad (13)$$

A fő égitestre ugyanezzel az egyenlettel számíthatjuk ki a forgás lassulásának időskáláját a p és s -indexek felcserélésével. Hasonló kifejezéssel megkaphatjuk a keringési frekvencia változásának időskáláját is:

$$\tau_n = -\frac{2}{3} \tau_a = -\frac{2}{18\pi} \frac{Q_p}{k_{2p}} \frac{M_p}{m_s} \left(\frac{a}{R_p} \right)^5 P_{orb} . \quad (14)$$

Ha aktív árapály fejlődést feltételezünk, a hold félnagy tengelyének szignifikánsan változnia kell. Mivel a lassító árapályerők függenek $a(\tau_\omega \propto a^6)$ -tól, τ_ω túlbecsüli a lassítás folyamatának idejét. Hogy a valódi árapály fejlődést vizsgáljuk, egy egyszerű numerikus modellt használunk, amely kiszámolja a forgási frekvencia időbeli alakulását a félnagy tengely változása során. Ebben az egyszerűsített modelben elhanyagoljuk a külső hatásokat és a forgási- és keringési rezonanciákat.

A félnagy tengely időbeli alakulása:

$$a(t) = (a_f - a_0) \left(\frac{t}{T} \right)^{\frac{2}{13}} , \quad (15)$$

ahol T a Naprendszer feltételezett kora, a_0 a kezdeti félnagy tengely értéke, a_f pedig a jelenlegi félnagy tengely nagysága. Minden adott a értékre meghatározzuk $\dot{\omega}$ -t. A forgási frekvencia alakulása a Euler módszert alkalmazva:

$$\omega(t_i) = \omega_0 + \Delta t \dot{\omega}(t_{i-1}) , \quad (16)$$

ahol ω_0 a kezdeti forgási frekvencia, i az indexszám, Δt az időbeli léptetésszám, $\dot{\omega}(t_{i-1})$ pedig a forgási frekvencia változása az előző időpontra, amelyet meghatározhatunk (10)-ből. Bevezethetünk egy úgynevezett Z paramétert is, amely a

$$Z = \frac{k_{2s}}{Q_s} \quad (17)$$

hányadost hivatott reprezentálni a fenti egyenletekben.

2.2. Alkalmazás Python-ban

Modellünket Python 3-ban alkalmaztuk numpy, astropy és matplotlib modulokat felhasználva. A kód fix paramétereiből számolja ki az árapály-fejlődés paramétereit, ezekből kapjuk meg a forgási és keringési periódusok időbeli alakulását, amelyet ábrázolva láthatjuk mikor szinkronizálódik a rendszer. Kódunkat több törpebolygórendszerre is lefuttattuk Hastings et al. (2016) által megadott, illetve más forrásból származó fix paraméterek alapján. Ezek a fixen vett paramétereink a következők: G gravitációs konstans, Q_p és $Q_s = 100$ értékkel egységesen, R_p törpebolygó sugara, $\mathfrak{R}$ fluxusarány a látható tartományban, p_p és p_s V-sávbeli geometriai albedók, a_f jelenlegi keringési pálya félnagytengelye, μ merevség, ρ_p és ρ_s sűrűségek, M_p és M_s tömegek, g_p és g_s felszíni gravitációs gyorsulások, valamint k_{2p} és k_{2s} paraméterek.

A μ_{eff} értékét a (12)-ből határozzuk meg, a rendszer össztömege pedig:

$$M_{sys} = M_p + M_s \quad . \quad (18)$$

A hold sugara:

$$R_s = \sqrt{\frac{\mathfrak{R} \cdot p_p \cdot R_p^2}{p_s}} \quad (19)$$

A Roche-határból meghatározott kezdeti félnagytengely:

$$a_0 = 1.2 \cdot 2.456 \cdot R_p \left(\frac{\rho_p}{\rho_s} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (20)$$

A kezdeti forgási periódust, a stabilitás miatt megengedett maximális forgási periódusnak vettük (ún. szétesési határ, Murray and Dermott (2000)):

$$P_0 = \frac{3.3}{\left(\frac{\rho}{1000} \right)^{\frac{1}{2}}} \quad (21)$$

Ennek megfelelően a maximális megengedett, kezdeti forgási frekvencia, amivel egy egyéb összetartó erő nélküli testet a gravitáció még össze tud tartani:

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{P_0} \quad (22)$$

A keringési periódus alakulása az időben:

$$P_{orb}(t) = \left(\frac{4\pi^2 a(t)^3}{G \cdot M_{sys}} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (23)$$

A fentiek ismeretében (10)-t alkalmazva a kód kiszámítja a forgási frekvencia időbeli változását, majd ezt a keringési periódus adataival összevetve képet ad a bináris rendszer szinkronizációjának alakulásáról.

A modellt a különböző kezdőparaméterek mellett még megvizsgáltuk kizárólag az M_s paraméter változtatásával, valamint vizsgáltuk, hogy bizonyos paraméterek (Z , ρ , p) randomizálásával 10000 futtatásból hány olyan eset van, amikor a számolt forgási periódus egy bizonyos intervallumon belül esik és melyek az ezekhez tartozó kezdeti paraméterek értékei.

3. Eredmények

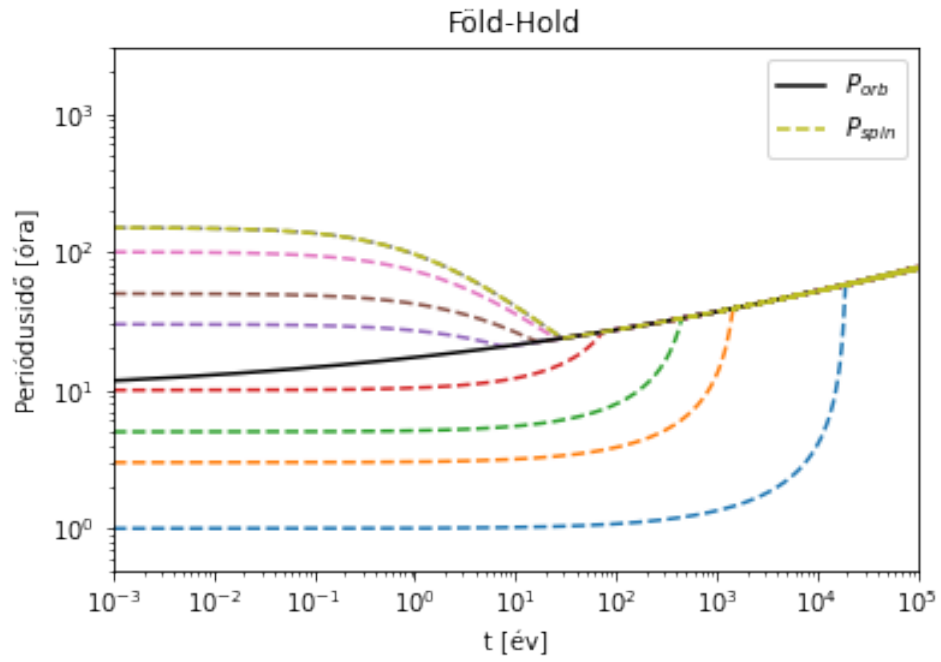
3.1. Saját futtatások

A modelt először arra használtam, hogy több TNO kettős, illetve a Föld-Hold rendszer pályaszinkronizálódását vizsgáljam. Ehhez elsősorban Hastings et al. (2016)-tól származó táblázat adatait alkalmaztam.

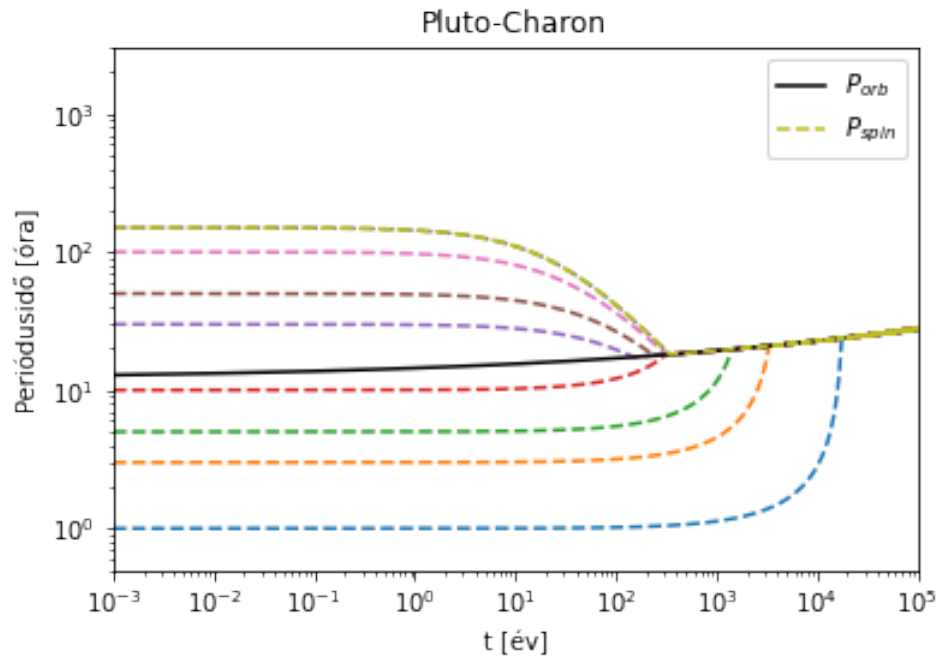
Égitest	Kísérő	Tömeg [kg]	Sugár [km]	Sűrűség [kg m ⁻³]	a [km]	g [m s ⁻²]
Haumea	-	$4.006 \cdot 10^{21}$	715	2600	-	0.3
Haumea	Hi'iaka	$2 \cdot 10^{19}$	150	1000	49880	0.06
Pluto	-	$1.304 \cdot 10^{22}$	1187	1860	-	0.6
Pluto	Charon	$1.59 \cdot 10^{21}$	606	1700	17540	0.3
Föld	-	$5.9722 \cdot 10^{24}$	6371	5515	-	9.8
Föld	Hold	$7.3459 \cdot 10^{22}$	1738	3341	384400	2
Eris	-	$1.66 \cdot 10^{22}$	1163	2500	-	0.8
Eris	Dysnomia	$2 \cdot 10^{20}$	342	1000	37350	0.1

1. táblázat. Hastings et al. (2016)-tól felhasznált adatok, ahol a a félnagy tengely jelenlegi nagysága, g pedig a felszíni gravitációs gyorsulás.

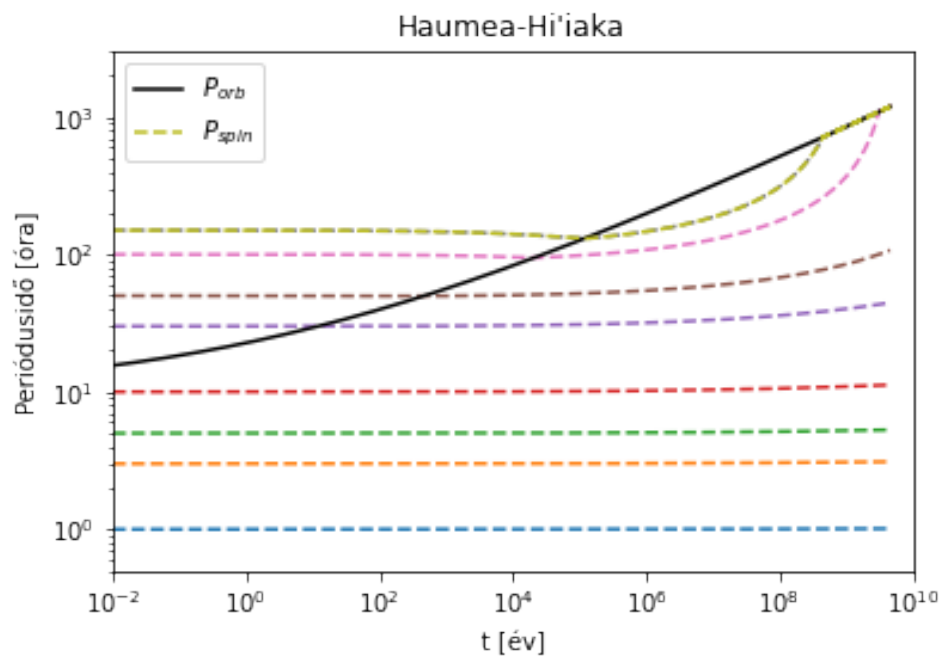
A vizsgálat során megnéztem, hogy különböző kezdő forgási periódus értékek esetén mikor következik be a kettősök szinkronizálódása a Föld-Hold, Pluto-Charon, Haumea-Hi'iaka és Eris-Dysnomia rendszerekben, ezeket láthatjuk a következő ábrákon, ahol P_{spin} a forgási periódus, P_{orb} pedig a keringési periódus az idő változásával.



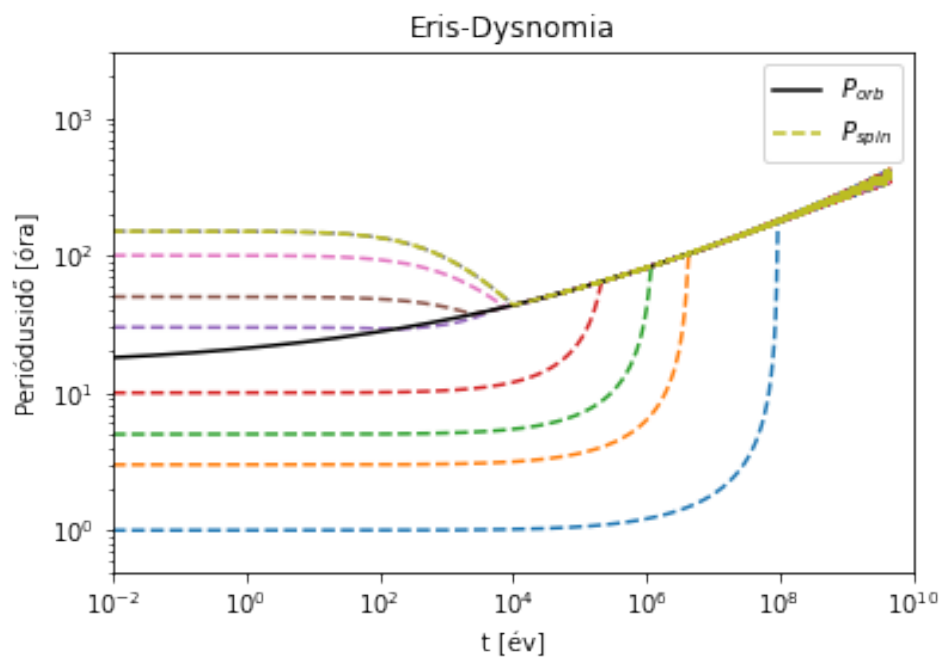
5. ábra. Föld-Hold rendszer szinkronizálódása különböző forgási periódusok esetén



6. ábra. Pluto-Charon rendszer szinkronizálódása különböző forgási periódusok esetén

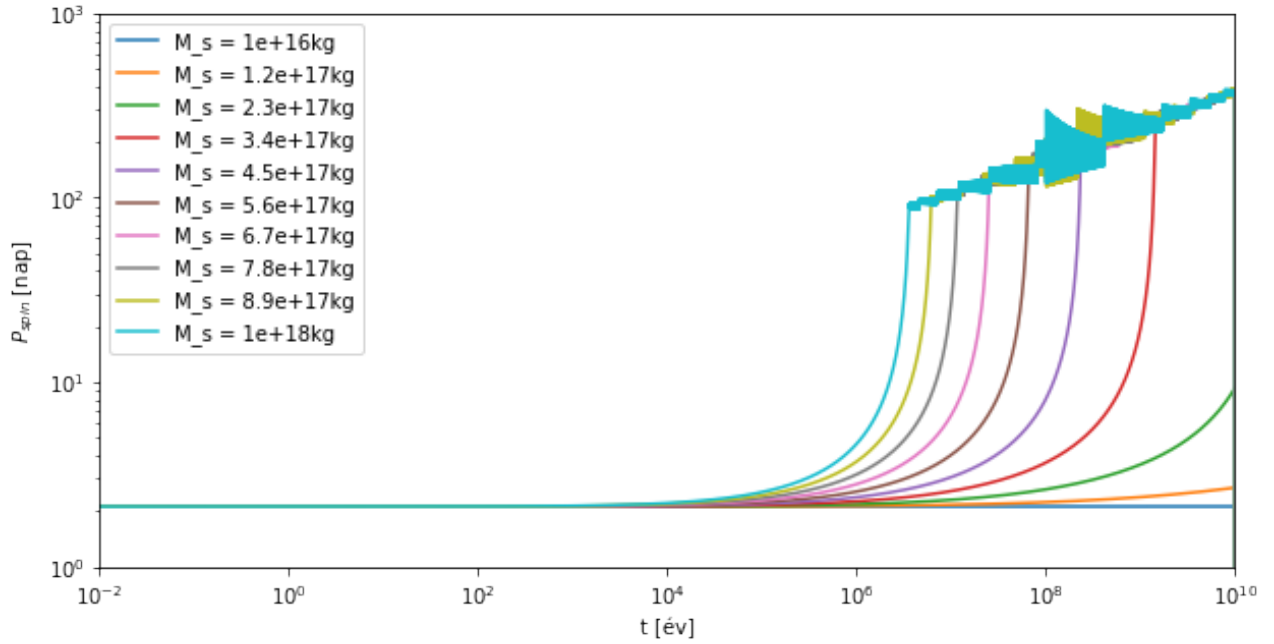


7. ábra. Haumea-Hi'iaka rendszer szinkronizálódása különböző forgási periódusok esetén



8. ábra. Eris-Dysnomia rendszer szinkronizálódása különböző kezdő forgási periódusok esetén

Következő lépésként randomizált p_s értékkel megnéztem a pályafejlődés változását különböző, $[10^{16} - 10^{22}]$ intervallumba eső holdtömegek esetén. Erre 10 példát láthatunk a következő ábrán: Ezen kívül randomizáltam még a Z és ρ paramétereket mindkét égitestre és a kapott periódusadatokat



9. ábra. Eris-Dysnomia rendszer szinkronizálódása különböző holdtömegek és véletlenszerű albedo esetén

mellé elmentettem az eredmény kezdőfeltételeit. A randomizált futtatást 10000-szer végeztem el.

3.2. A modell felhasználása

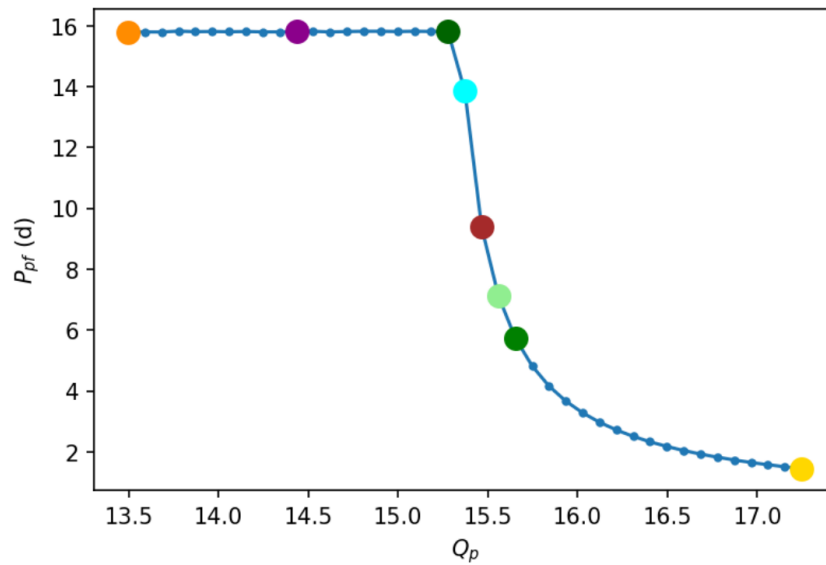
A fentiekben tárgyalt árapály modellt és annak eredményeit használtuk fel az Eris-Dysnomia rendszer árapály fejlődésének jellemzésére és a kezdőparaméterek lehetséges értékeinek meghatározására Szakáts et al. (2022) munkájában. A cikket, amelynek társszerzője vagyok, 2022. novemberében fogadták el közlésre az *Astronomy and Astrophysics Letters* folyóiratban.

A cikk fő eredménye, hogy földi és Gaia adatok alapján sikerült meghatározni, hogy az Eris és a Dysnomia keringése is kötött, tehát rendszer duplán-szinkronizált. A Pluto-Charon rendszer után ez a második törpebolygó-hold rendszer, ahol tudjuk, hogy szintén teljesen kötött a keringés lép fel. Feltételezzük, hogy a rendszer ütközés-elmélet alapján keletkezett, illetve, hogy az Eris forgása az ütközés után közvetlenül jóval gyorsabb volt a mainál és ezt a Dysnomia által keltett árapályhatások lassították le az idő előrehaladtával. Az ehhez az eredményhez igazított árapálymodell által visszakapott kezdeti feltételekből arra következtetésre juthatunk, hogy a Dysnomiának viszonylag nagy

tömeggel (az Eris tömegének $\sim 3\%$ -a) és nagy sűrűséggel ($1-8-2.4 \text{ g cm}^{-3}$) kell rendelkeznie. Ez kivételesen magas sűrűségérték a Neptunuszon túli égitestek között a Dysnomia mérettartományában ($D \sim 600 \text{ km}$).

Az alábbiakban példákat láthatunk az árapálymodell említett munkában való felhasználására (a nap, mint időegység d -vel van jelölve).

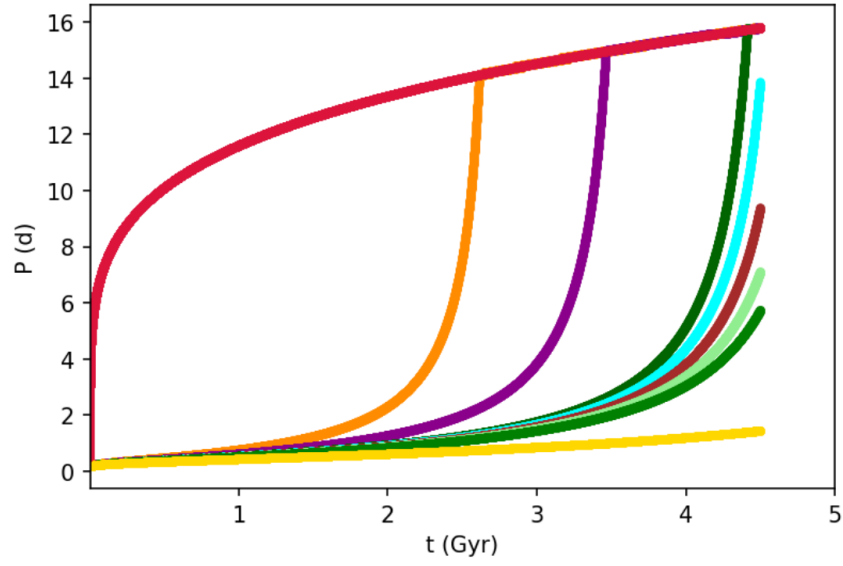
A 10 ábrán a Q_p paraméter, az Eris árapály-disszipációs paraméterének hatása látható az Eris végső (mai) forgási periódusára. Az összes többi kiinduló paraméter konstans értéken tartása mellett a modell nagyon különböző végső forgási periódusokra vezet, a Q_p -t egy nagyon szűk sávban változtatva.



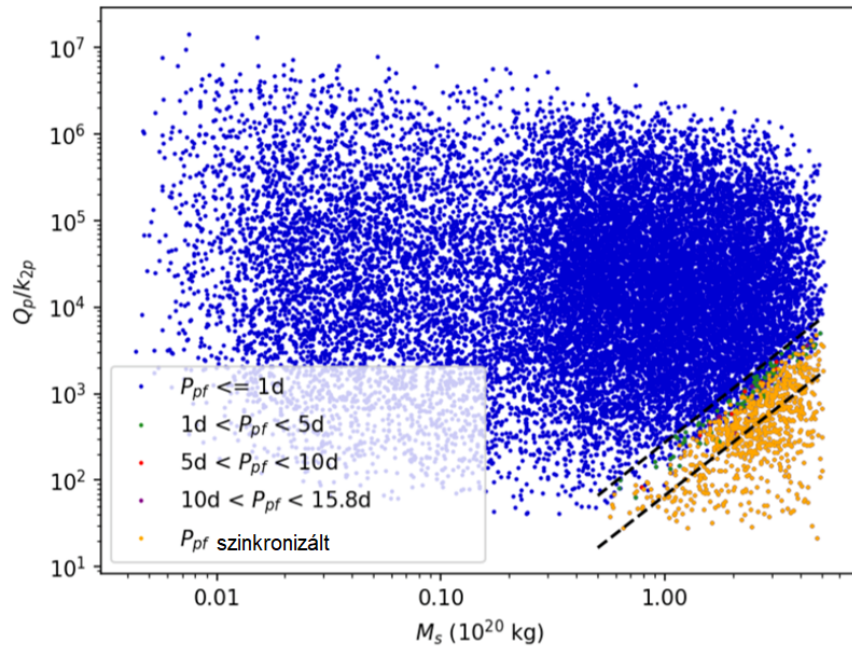
10. ábra. A modell Q_p paraméter érzékenységének demonstrálása az y-tengelyen az adott Q_p értékek tartó végső Eris forgási periódusok bemutatásával, egy egyébként rögzített modellparaméter-beállítás esetén. Forrás: Szakáts et al. (2022)

A 11 ábrán az előző, 10 ábrán színes pontokkal jelölt Q_p értékekhez tartozó Eris forgási periódus fejlődési utak láthatóak. Míg bizonyos Q_p esetekben a szinkronizáció viszonylag gyorsan megtörténik (a színes görbék elérik a piros görbét, ami az adott időponthoz tartozó keringési periódusa a Dysnomiának), más esetekben (pl. a legnagyobb itt bemutatott Q_p esetében) az Eris végső forgási periódusa alig változik a kiindulási értékhez képest.

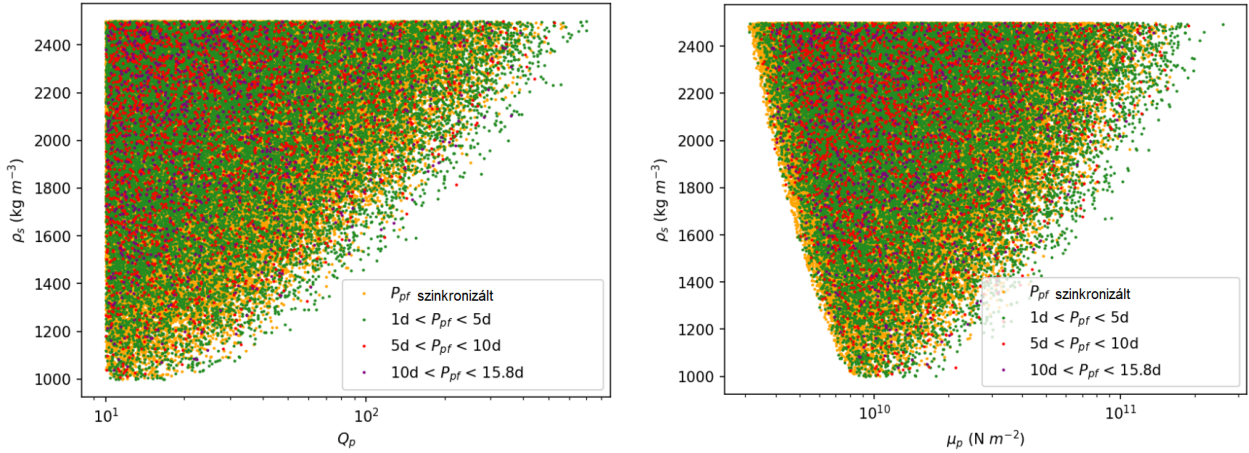
Az árapályfejlődési modellfuttatások eredményeképpen meghatározható volt az a paramétertartomány, ahol a végső Eris keringési periódus, összhangban a megfigyelésekkel, megegyezik a Dysnomia keringési periódusával (12 ábra). Ennek alapján pl. csak a megfigyelések által megengedett lehetséges legnagyobb Dysnomia tömegek esetében lehetséges szinkronizált Eris forgás. A paramé-



11. ábra. Az Eris forgási periódusának fejlődése a 10 ábrán színes pontokkal jelölt esetekben. A piros görbe az adott időponthoz tartozó keringési periódusa a Dysnomiának. Forrás: Szakáts et al. (2022)



12. ábra. Az Eris Q/k_2 paraméterei a Dysnomia tömegének függvényében. A narancs pontok jelölik a szinkronizált állapotokat. A szaggatott vonalak jelölik azt a tartományt, amely az Eris lelassult forgásához vagy árapályszinkronizációjához vezet. Forrás: Szakáts et al. (2022)



13. ábra. Példák a modellparaméterek összefüggésére a lelassult, illetve szinkronizált Eris forgás eseteiben. A jobb oldali ábra a Dysnomia sűrűségét mutatja a Q_p paraméter függvényében, a bal oldali a hold sűrűségét a μ_p paraméter (az Eris merevsége) függvényében. A színódk a különböző végső Eris forgási periódus tartományokat jelölik. Forrás: Szakáts et al. (2022)

terek megengedett tartománya megmutatja pl. azt is, hogy pl. alacsony Dysnomia sűrűségek csak alacsony Q_p értékek esetén vezethetnek szinkronizált forgáshoz, illetve alacsony sűrűségek esetén csak specifikus μ_p merevség értékekkel érhető el a szinkronizáció (13 ábra).

4. Összefoglalás

Python környezetben írtam egy kódot, amellyel törpebolygó-hold kettős rendszerek résztvevőinek forgási- és keringési periódusainak fejlődése vizsgálható az árapály erők hatására, a Hastings et al. (2016) modell alapján. A forrás által megadott adatok alapján lefuttattam és ábrázoltam több törpebolygó-hold, valamint a Föld-Hold rendszer pályafejlődésének görbét különböző kezdő forgási periódusok esetén. Az Eris-Dysnomia esetén külön vizsgáltam az Eris forgási periódusának fejlődését a lehetséges rendszerparaméterek (Eris/Dysnomia tömegek és egyéb belső tulajdonságok) esetén. A nagyszámú modellfutattásból meghatározhatóak voltak azok a rendszerkonfigurációk, amik adott végső Eris forgási periódusra vezetnek. Ezeket az eredményeket felhasználtuk Szakáts et al. (2022) munkájában, amelynek fő eredménye, hogy sikerült az Eris szinkronizált forgását kimutatni földi mérések és a Gaia-űrtávcső adatai alapján. Az árapálymodell segítségével visszafejthetőek a rendszer lehetséges kezdeti állapotai, amiből további következtetések vonhatóak le a Dysnomia keletkezéséről.

5. Jövőbeli tervek

A bemutatott modell további rendszerekre való alkalmazása mellett, felmerült egy másik részletesebb árapályelmélet (Arakawa et al. (2021)) feldolgozása szintén Python környezetben, amely a keringés-fejlődést az excentricitás figyelembevételével vizsgálja, valamint kiegészül a rendszer hőfejlődésének modelljével is. Ennek alkalmazásával lehetőségünk nyílik a jövőben az Eris-Dysnomia rendszer más jellemzőit is vizsgálni. Ezen kívül az általam létrehozott árapálymodell alkalmazását tervezzük más törpebolygó-hold rendszerek (pl. Orcus-Vanth) lehetséges jellemzőinek vizsgálatára is.

6. Köszönetnyilvánítás

Szeretnék köszönetet mondani témavezetőimnek, Kiss Csabának és Forgácsné Dr. Dajka Emesének, hogy támogatták és segítették munkámat, valamint Szakáts Róbertnek a modell elkészítésében és futtatásában nyújtott segítségéért!

Hivatkozások

- Arakawa, S., Hyodo, R., and Genda, H. (2019). Early formation of moons around large trans-Neptunian objects via giant impacts. *Nature Astronomy*, 3:802–807.
- Arakawa, S., Hyodo, R., Shoji, D., and Genda, H. (2021). Tidal Evolution of the Eccentric Moon around Dwarf Planet (225088) Gonggong. , 162(6):226.
- Barr, A. C. and Schwamb, M. E. (2016). Interpreting the densities of the Kuiper belt’s dwarf planets. , 460(2):1542–1548.
- Canup, R. M. (2011). On a Giant Impact Origin of Charon, Nix, and Hydra. , 141(2):35.
- Chandrasekhar, S. (1987). *Ellipsoidal figures of equilibrium*.
- Duffard, R., Ortiz, J. L., Santos Sanz, P., Mora, A., Gutiérrez, P. J., Morales, N., and Guirado, D. (2008). A study of photometric variations on the dwarf planet (136199) Eris. , 479(3):877–881.
- Farhat, M., Auclair-Desrotour, P., Boué, G., and Laskar, J. (2022). The resonant tidal evolution of the Earth-Moon distance. , 665:L1.
- Gladman, B., Holman, M., Grav, T., Kavelaars, J., Nicholson, P., Aksnes, K., and Petit, J. M. (2002). Evidence for an Extended Scattered Disk. , 157(2):269–279.
- Goldreich, P. and Peale, S. J. (1968). The Dynamics of Planetary Rotations. , 6:287.
- Goldreich, P. and Soter, S. (1966). Q in the Solar System. , 5(1):375–389.
- Hastings, D. M., Ragozzine, D., Fabrycky, D. C., Burkhart, L. D., Fuentes, C., Margot, J.-L., Brown, M. E., and Holman, M. (2016). The Short Rotation Period of Hi’iaka, Haumea’s Largest Satellite. , 152(6):195.
- Lacerda, P. (2009). The sizes of kuiper belt objects.
- Murray, C. D. and Dermott, S. F. (2000). *Solar System Dynamics*.
- Noll, K. S., Grundy, W. M., Chiang, E. I., Margot, J. L., and Kern, S. D. (2008). Binaries in the Kuiper Belt. In Barucci, M. A., Boehnhardt, H., Cruikshank, D. P., Morbidelli, A., and Dotson, R., editors, *The Solar System Beyond Neptune*, page 345.
- Prialnik, D., Barucci, M. A., and Young, L. (2020). *The Trans-Neptunian Solar System*.

- Rabinowitz, D. L. and Owainati, Y. (2014). The synchronous rotations of Eris/Dysnomia and Orcus/Vanth binary systems. In *AAS/Division for Planetary Sciences Meeting Abstracts #46*, volume 46 of *AAS/Division for Planetary Sciences Meeting Abstracts*, page 510.07.
- Roe, H. G., Pike, R. E., and Brown, M. E. (2008). Tentative detection of the rotation of Eris. , 198(2):459–464.
- Szakáts, R., Kiss, C., Ortiz, J. L., Morales, N., Pál, A., Müller, T. G., Greiner, J., Santos-Sanz, P., Marton, G., Duffard, R., Sági, P., and Forgács-Dajka, E. (2022). Tidally locked rotation of the dwarf planet (136199) Eris discovered from long-term ground based and space photometry. *arXiv e-prints*, page arXiv:2211.07987.
- Vincent, D., Lambrechts, J., Tyler, R. H., Karatekin, Ö., Dehant, V., and Deleersnijder, É. (2022). A numerical study of the liquid motion in Titan’s subsurface ocean. , 388:115219.