
**A FELSZÍN SZÓRÁSÁNAK HATÁSA A FŐÖVI
KISBOLYGÓK ALAK ÉS FORGÁSTENGELY
MODELLEZÉSÉRE**

Takács Nóra

Eötvös Loránd Tudományegyetem
Csillagász MSc., III. évfolyam

Témavezetők:

Kiss Csaba

CSFK Konkoly Thege Miklós
Csillagászati Intézet,
tudományos tanácsadó

Pál András

CSFK Konkoly Thege Miklós
Csillagászati Intézet,
tudományos főmunkatárs



Budapest, 2022

Tartalomjegyzék

Kivonat	2
1. Bevezetés	3
1.1. Főöv	4
1.2. Műszer	5
1.3. Alapfeltevés	7
2. Elméleti leírás	10
2.1. Vizsgált objektumok	10
2.2. Fénygörbék kezelése	12
2.3. Frekvencia analízis	13
2.4. Fénygörbe feltekerés	13
2.5. Pólusirányultság	15
3. Kiértékelés	18
3.1. Szórási korrekció	23
4. Összefoglalás	28
5. Köszönetnyilvánítás	29
Hivatkozások	30

Kivonat

Az utóbbi években a kisbolygókutatásban egyre népszerűbbé vált a fénygörbe inverzió módszere, melyben a vizsgált objektumok alakját tudjuk rekonstruálni, többirányból mért fénygörbék alapján (Kiss et al., 2016).

Dolgozatomban ezt a módszert alkalmaztam főövi kisbolygók alakjának vizsgálata során. Ehhez a TESS (Transiting Exoplanet Survey Satellite, lásd: Ricker et al., 2015) publikusan elérhető adatait használtam fel, amely eredetileg egy exobolygó kutatásra tervezett űrtávcső. Működése során az égboltot szektorokra osztva vizsgálja, ahol egy szektor egy holdhónapnyi (átlagosan $\sim 27,5$ napnyi) mérési időt és 96×24 fokos égterületet jelent. Már a földi mérésekhez képest is megsokszorozta a kisbolygó-fotometriai adatokat, viszont nagy jelentőségűvé akkor vált a kisbolygókutatásban, amikor a 42. szektortól a 46. szektoráig a látómezejét az ekliptikába fordították.

Munkám során több feltételnek eleget tevő kisbolygót válogattam össze. A legfontosabb ezen feltételek közül, hogy legalább három, egymástól relatíve távol levő irányból legyen rá TESS mérés. Ha ez a kikötés teljesül, meghatározhatóvá válik a feltekert fénygörbékből kapott forgási frekvencia alapján a forgástengely lehetséges iránya, mellyel már el lehet végezni az adott objektumra egy egyszerű alakmodellezést, melyben a kisbolygók alakját a legegyszerűbb módon egy háromtengelyű ellipszoiddal közelítjük. E mellett elvégeztünk egy összehasonlítást az általunk kapott forgástengely irányokra, melyekhez a földi méréseken alapuló Database of Asteroid Models from Inversion Techniques (DAMIT) adatbázisban található koordinátákat használtuk fel, ahol bonyolultabb alakmodellezést alkalmaznak földi mérésekre (Durech et al., 2010).

Számításaink során teljes visszaszórást tételezünk fel, amely csak a keresztmetszettől függ, viszont nem hanyagolható el, hogy a valóságban egy ellipszoid különböző irányokban másképp szór a megvilágítástól függően. E mellett a fázisszög is a pólus irányultságnak megfelelően fog adni egy plusz korrekciót. A pontosítások elvégzése után már precízebb forgásirányokat kaphatunk, melyekből pontosabb alakmodellt lehet származtatni.

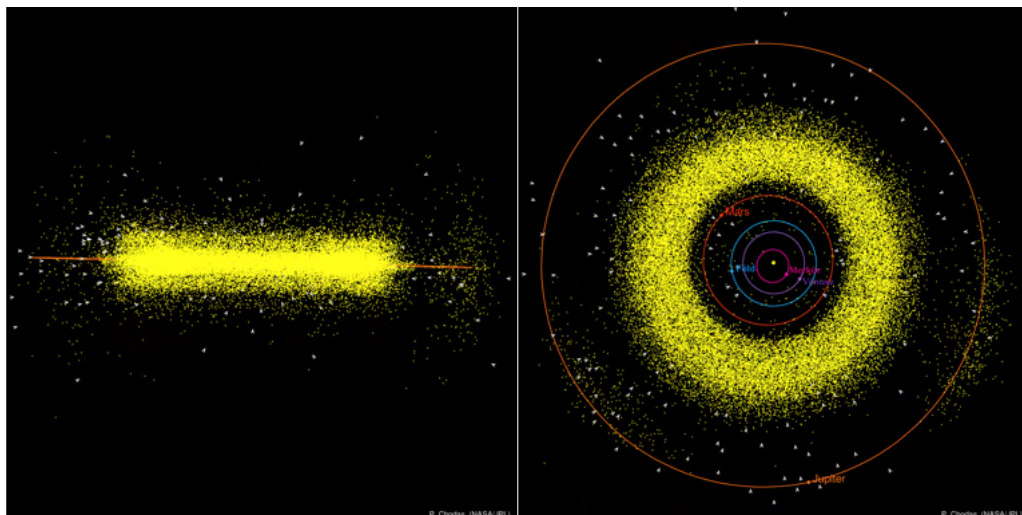
Több objektumra elvégezve a fent leírt egyszerű alakmodellezést, kapunk egy eloszlást a pólusirányultságokra és a tengelyarányokra, melyeket Naprendszer keletkezését vizsgáló modellekben felhasználva tudunk mondani valamit a kisbolygóövek keletkezésének körülményeire vagy ütközési fejlődésükre, melyekről eddig még nincs ismeretünk.

1. Bevezetés

A Naprendszer szerves tagjaként szükséges ismernünk a körülöttük zajló eseményeket. Ezekbe beletartozik a kisbolygóövek változatos világa is.

Bolygónkra már a kialakulásától kezdve nagy hatással voltak például a Föld felszínét elérő meteoritok, melyek a teljes fejlődését befolyásolták az elmúlt $\sim 4,7$ milliárd év során (Halliday et al., 1996). Nem csak bizonyos anyagok dúsításában volt jelentős szerepük, de az egész bioszféra átalakításába is nagymértékben beleszóltak. Egyik ilyen meghatározó esemény például a Chicxulub meteor érkezése (Hildebrand et al., 1991). E mellett fontos megemlíteni, hogy sokak szerint a földi élet létrejöttéhez szükséges összetevők is ilyen objektumok való ütközésekből származhatnak. Továbbá a jövőben az ilyen, nem nulla eséllyel bekövetkező eseményeket sem szabad elhanyagolni. Az efféle eshetőségek miatt érdemes minél többet tudni a minket körülvevő kisbolygók világáról. Ide tartoznak például a NEO (Near-Earth Object), azaz földközeli kisbolygók, melyek potenciális veszélyforrások is lehetnek (Szabó et al., 2001). Mindemellett ráadásul a sikeresen származtatott statisztikát a pólusirányokra és tengelyirányokra, felhasználhatjuk keletkezéssel és fejlődéssel foglalkozó modellekben. Az így kapott adatállomány segítségével tudunk becslést adni a kisbolygóövek kialakulásának környezetére, vagy akár ütközési fejlődésére, melyekről eddig minimális ismeretünk van.

Végül pedig nem elfelejtendő, hogy ezen objektumok esetén szignifikáns esély van rá, hogy valaha meglátogatjuk néhányukat valamilyen módon. Ez történhet például felvételek, felszín felett elvégezhető mérések formájában, vagy akár mint az OSIRIS-REx esetén konkrét minták visszahozatalával (Lauretta et al., 2017; Müller et al., 2012).

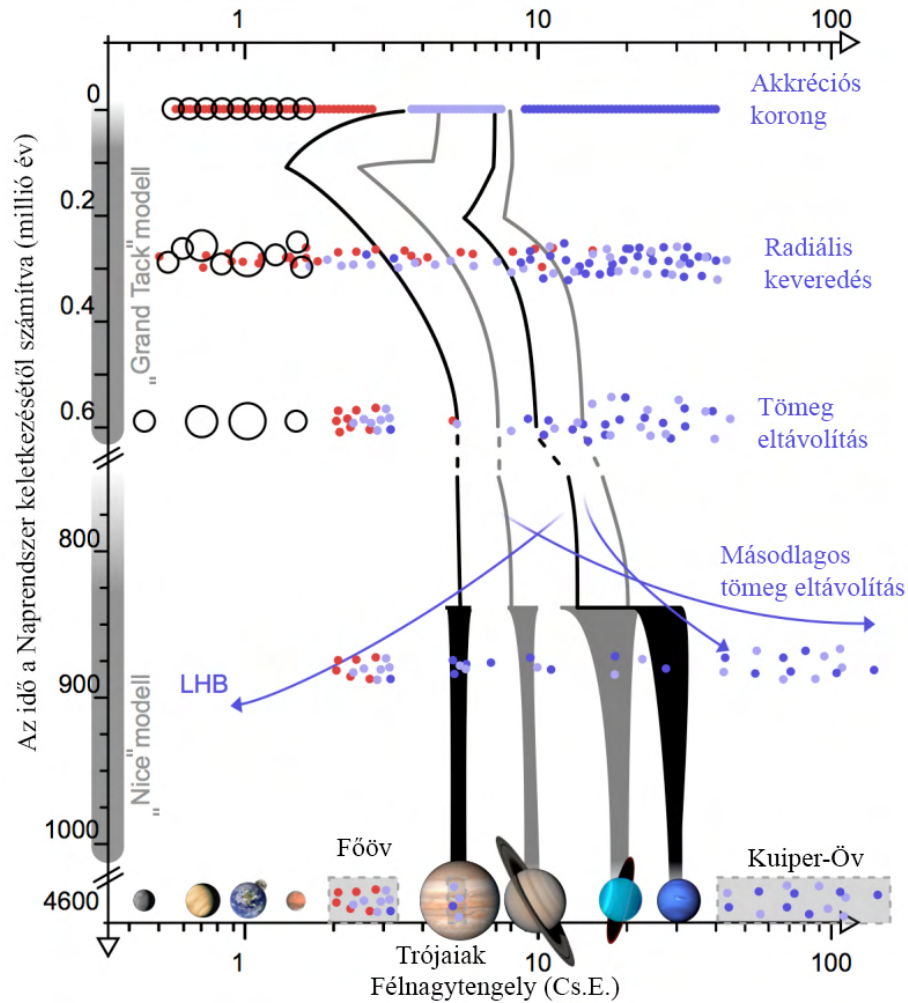


1. ábra. Naprendszer belső régiója a Jupiter pályájáig. *Bal panel:* Éléről ránézve a rendszerre, ahol a sárga vonal a Jupiter pályáját jelöli, citromsárga pöttyök pedig kisbolygókat. *Jobb panel:* A Naprendszer belső régiója felülnézetből. A bolygók pályája jelölve belülről haladva kifelé: Merkúr (rózsaszín), Vénusz (lila), Föld (kék), Mars (piros), Jupiter (narancssárga). Forrás: NASA Jet Propulsion Laboratory

1.1. Főöv

Naprendszerünket felépítő szerkezeti egységek közül a Neptunuszon túli Kuiper-öv is nagy jelentőséggel bír a kisbolygókutatásban (Gott et al., 2005). Dolgozatomban viszont a Mars és a Jupiter közt elhelyezkedő főövi kisbolygókat vizsgálom. Itt az oblyektumok a Naptól számítva körülbelül 1,9-től 5 csillagászati egységig helyezkednek el, melyek egy tórusz alakzatot alkotnak (lásd: 1. ábra).

A mai elfogadott elmélet, amely a kisbolygóövek keletkezését és fejlődését nagy lépésekben próbálja magyarázni, az a "Grand Tack" modell (Raymond et al., 2014). Ez leírja, hogy a kezdeti akkréciós korongban a kis égitestek valószínűleg ott keletkeztek, ahol várjuk őket, azaz a spektrális típusuknak megfelelően. Ebben az értelemben az "S" típusúak a korong belső részeiben, a "C" kicsit kijebb és az egyéb, mint például a "P" vagy a "D" típusúak még ennél is kijebb alakultak ki (DeMeo & Carry, 2014). A modell kimondja, hogy a Jupiter 3,5 Cs.E-re keletkezett, majd viszonylag hamar, kialakulását követően pár 100.000 évvel elindult a korong belső részei felé (Walsh et al., 2011). Ezzel a befelé irányuló migrálással magával vonzotta az akkori környezetében levő kisebb objektumokat és összekeverte azokkal, amik az akkori belső Naprendszert alkották ("S" típusúak). Miután a Jupiter visszakerült mai pályájára, egy egybeolvadt kisbolygóövet hagyott hátra, aminek a belső részén még így is az "S" típus van többségben, kifelé pedig a "C" típusú. E mellett a migrációs folyamat során a korong jelentős része eltűnt kiszóródással. A belső Naprendszerben nem is maradtak ilyen kis égitestek egyrészt e miatt a kiszóródás miatt, másrészt a kőzetbolygók kitisztították ezt a területet definíciójukból adódóan. Ezen folyamatot mutatja be a 2. ábra, ahol egy másik folyamat is látható, a "NICE" modell. Ez azt mondja ki, hogy eleinte a Szaturnusz és a Jupiter nem abban a konfigurációban voltak, mint ma, hanem ~ 800 millió évvel a Naprendszer keletkezése után kerültek a mai távolságukba. Ebből kifolyólag a Szaturnusz kijebb került és az akkor még az Uránusz pályáján belül levő Neptunuszt kitolta mai pozíciójába, körülbelül 30 Cs.E-re. E miatt a Neptunusz elérte az akkor még 30 Cs.E-nél kezdődő Kuiper-övet, melynek így akkori tömegének $\sim 99\%$ -át kiszórta. Így a mai Kuiper-öv az eredeti tömegének $\sim \frac{1}{100}$ része. Ezen égitestek jelentős része befelé is szóródott a Naprendszerbe, amellyel magyarázható a "Late Heavy Bombardment" (LHB), azaz a kései heves bombázás. Ennek egyik bizonyítéka például, hogy a Hold felszínén a kráterek korát vizsgálva éles levágást mutatnak ~ 800 millió év körül a Naprendszer keletkezésétől számítva. Ennél korábbit nem látunk, így ezzel az eseménysorozattal akár magyarázhatóvá válik ez a jelenség (Morbidelli et al., 2015). Viszont ezen keletkezési elméletek mai napig aktívan vizsgált területek a kisbolygóövek kialakulásának és fejlődésének kutatásban. Ha akár csak a főövi objektumok egy részére sikerül egy forgástengely-eloszlást megadni, az nagy lépést jelenthetne ezen modellek vizskálata során.



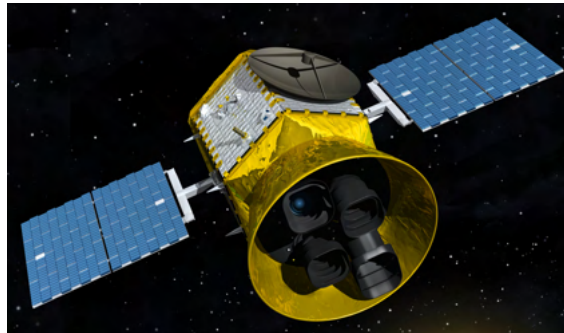
2. ábra. A "Grand Tack" és Nice modelleket bemutató vázlatos ábra. Forrás: DeMeo & Carry (2014)

1.2. Műszer

Dolgozatomban kiválasztott objektumokra fénygörbe inverzióval próbálok pólusirányultságot és egyszerűbb alakot megállapítani, melyhez több irányból mért fénygörbékre van szükségem.

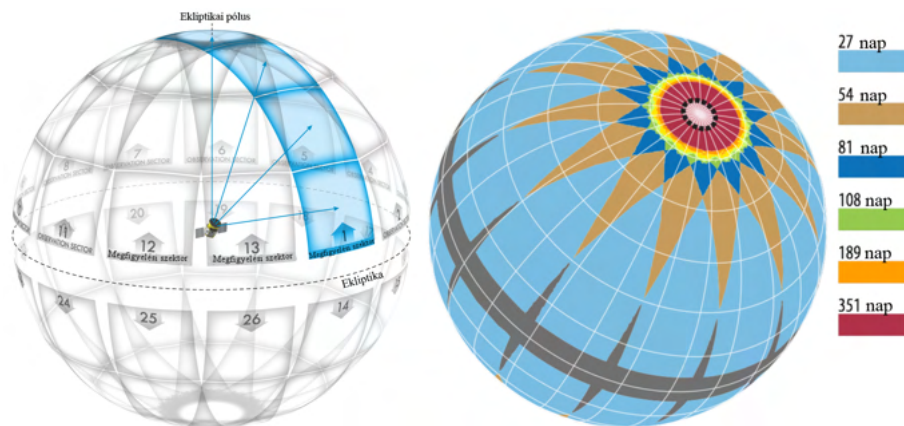
Ilyen fénygörbéket eleinte Földi mérésekből kaptunk, viszont ezek jellemzően rossz mintavételezésűek, amely általában nagyon inhomogén adatsokasághoz vezet. Ezek mellett olyan gondok is felmerülhetnek, hogy egy éjszaka alatt nem tudunk egy hosszabb periódusú égitestet pontosan karakterizálni. Például egy átlagosan 7 – 8 óra hosszúságú éjszaka során nem tudunk egy 11 – 12 órás rotációs periódusú kisbolygó forgásból adódó fényességváltozást kinyerni. Ezzel szemben az űrtávcsövek nyilvánvaló előnyökkel rendelkeznek, például jobb időbeli lefedettséget biztosítanak. Ezek a mérések megszakítás, napi ingadozások nélküliek és képes folyamatos fotometriai idősorokat biztosítani egy adott látómezőn hosszabb ideig. Nagy jelentőséggel bírt például a Kepler Űrtávcső (Pál et al., 2015; Szabó et al., 2016) az ilyen típusú mérésekben. Mindezek ellenére viszont

több hátránnyal is rendelkezik. Például a Földtől való nagy távolságából adódóan nagyon kevés adat, nagyon lassú letöltésére van csak lehetőség a kis sávszélesség miatt. E mellett ráadásul a látómezeje is viszonylag kicsi területet fed le (Borucki et al., 2010).



3. ábra. Digitális rajz a TESS űrtávcső kialakítására. Forrás: Ricker et al. (2015)

Munkám során a TESS (Transiting Exoplanet Survey Satellite) űrtávcső adataival dolgoztam, mely műszert eredetileg exobolygó kutatásra tervezték. A készüléket 2018. április 18-án bocsátották fel nagy excentricitású, Földkörüli pályájára (Ricker et al., 2015). Küldetése során a teljes égboltot végigpásztazza 4 db, egyenként 24×24 fokos látómezőt lefedő kamerájával, szektorokra bontva. Minden szektorban 1 sziderikus hónapot, azaz 27 napot tölt el, melyről az adatokat két részletben, a Keplerhez képest sokkal gyorsabban továbbítja számunkra (Vanderspek et al., 2018). Ezen szektorokra bontás látható a 4. ábrán.

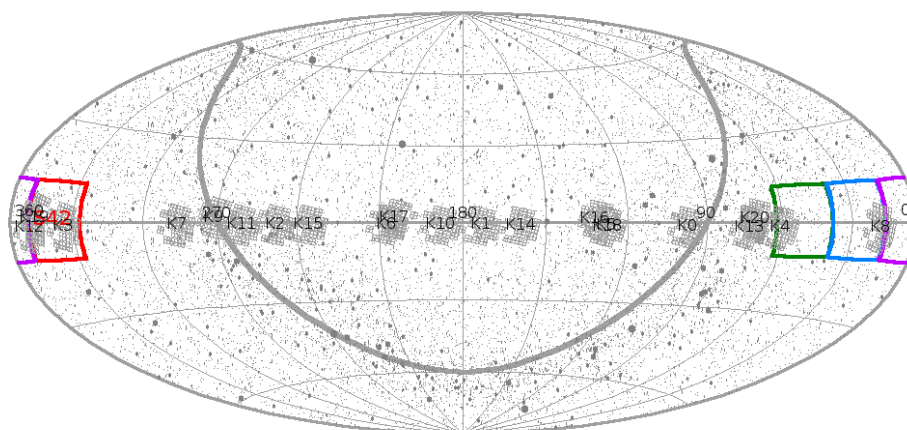


4. ábra. Az égbolt szektorokra bontásának vázlata. *Bal panel:* Egy szektor kékkel kijelölve látható. *Jobb panel:* A szektorok átfedése különböző színekkel jelölve. Forrás: Ricker et al. (2015)

A küldetés hivatalos tervei szerint tehát látható, hogy az ekliptika síkjához az aktuálisan legközelebbi kamerája is legalább $\sim 6^\circ$ -ra elkerüli azt. Viszont már ezen mérések során is megsokszorozta a kisbolygó-fotometriai méréseket (Pál et al., 2018). Például, a TESS első évi méréseiből kinyert ~ 10.000 jó fénygörbét témavezetőim dolgozták fel

2020-as cikkükben (Pál et al., 2020). Nagy jelentőségűvé viszont akkor vált a kisbolygó-kutatásban, amikor a 42-től (2021 augusztus végétől) egészen a 46-os (2022 január végéig tartó) szektoráig a látómezejét az ekliptikába fordították, így még az eddigieknél is jobban megsokszorozva az egyértelmű periodicitást mutató fénygörbéket. Jelenleg (2022. December közepén) már az 58. szektor mérésén dolgozik¹.

Az 5. ábra mutatja be a TESS 42. szektorának elrendezését. Mind a 4 kamera 1-1 színes négyszögeként jelenik meg, melyek a pirostól a zöldig sorrendben az 1, 2, 3 és 4-es kamerákat jelölik. Látómezejének nagysága látható az ábrán a "K"-val jelölt szürke mutívumok összehasonlításából, melyek a Kepler látómezejét reprezentálják. Így tehát az optikai tartományban mérő TESS űrtávcsővel már képesek vagyunk több napos forgási periódusú kisbolygókat is megfigyelni megszakítások nélkül.



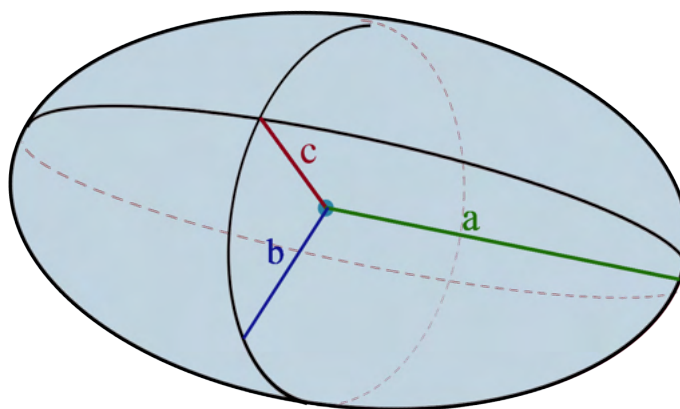
5. ábra. A TESS 42-es szektora ekliptikai koordináta rendszerben. A vastagabb szürke görbe a galaktikus sík. Forrás: <https://tess.mit.edu/observations/sector-42/>.

1.3. Alapfeltevés

Kisbolygó-fotometriával tudjuk objektumok fényességváltozását lekövetni. Az elektromágneses sugárzás bármely tartományán mérhető fényességváltozás, viszont munkám során optikai tartománybeli méréseket használtam fel.

Ahhoz, hogy egyértelműen mutatkozó periodicitást lehessen látni a fénygörbék esetén, elengedhetetlen volt a technológia fejlődése a fotometria terén, a CCD-k megjelenésével. Ezekkel jól követhetővé váltak a halványabb objektumok fényességváltozásai is a viszonylag jó jel/zaj arányból kifolyólag. Ezen halványabb objektumokba tartozhatnak akár a kisbolygók is, melyek forgásából és alakjukból adódóan fényességváltozást mutatnak keringésük során (Budding & Demircan, 2007).

¹<https://tess.mit.edu/observations/>



6. ábra. Egy ellipszoid, feltüntetve félnagy tengelyeivel. Forrás: Saját ábra

A 6. ábra egy háromtengelyű ellipszoidot reprezentál, azon esetre, ahol a tengelyarányok: $a > b > c$. Kizárólag ebben az esetben kapunk fénygörbét az objektum forgása során.

Ha például az $a = b = c$ esetet vizsgáljuk, értelemszerűen egy gömböt kapunk, amit akárhogy forgatunk, nem fog fényességváltozást eredményezni. Az $a = b > c$ tengelyarányok pedig egy szferoidot eredményeznek. Ezen lapított gömb esetben sem fogunk jelentősebb változást tapasztalni a fényességben.

Az ilyen fénygörbék képekből való kifotometrálása után már lehet a mért objektum tulajdonságait vizsgálni. Ha kisbolygónként csak egy, maximum két mérésünk van, akkor már képesek vagyunk olyan alap információkat kinyerni, mint a fényességük és pályájuk tulajdonságai. Ha már három vagy több, relatíve egymástól távol, azaz több irányból mért fénygörbénk van, lehet következtetni a forgástengely irányultságokra és akár egy egyszerűbb alakmodellezést is el lehet végezni. Ha ezeket a módszereket minél több objektum, űrtávcsővel végzett mérésére alkalmazzuk, hozzájuthatunk egy olyan adatsokasághoz, melyben pólusirányultságok és tengelyarányok eloszlását lehet felhasználni külféle modellekhez. Ilyen modellek lehetnek akár a Naprendszer keletkezésével és fejlődésével foglalkozó modellek, melyek segítségével tudunk mondani valamit a kisbolygóövek keletkezési körülményeire, vagy ütközési fejlődésükre, amelyekről eddig nincs sok információnk.

Ezek arra az alapfeltevésre épülnek, hogy ha például a TESS egy adott objektumot a keringésének különböző szakaszain mér, különböző fénygörbéket fogunk kapni, melyekből a származtatott fényesség amplitúdók is eltérőek lesznek (Hesselbrock et al., 2013). Ennek oka, hogy a vizsgált objektumra különböző irányokból látunk rá pályája során, így más látszó felületről érkezik a fény műszereinkbe.

Ilyen több irányból mért fénygörbék eleinte nem álltak nagy számban rendelkezésünkre, viszont onnantól, hogy a TESS látóirányát az ekliptika síkjába forgatták elkezdtek gyarapodni.

Témavezetőim 2020-as cikkükben (Pál et al., 2020) használt módszert alkalmazták a

friss, már publikus TESS képekre és az így kapott feldolgozott fénygörbékkel dolgoztam a továbbiakban. Munkám során ~ 42 kisbolygóra tudtam kigyűjteni felhasználható, legalább 3 irányból mért fénygörbét. Ezen fénygörbéket ábrázolva még tartalmaztak kilógó pontokat, melyeket kiszedtem, majd az adatsorra elvégeztem egy Fourier-transzformáción alapuló frekvencia analízist. Az így kapott frekvenciák segítségével el tudtam készíteni az egyes fénygörbék feltekert változatát, melyekből már leszűrhetők az adott irányhoz tartozó fényesség amplitúdók. Végül ezek segítségével elvégeztem egy egyszerűbb forgástengely- és alakmodellezést, melyet témavezetőim 2016-os cikkét követve valósítottam meg (Kiss et al., 2016). Továbbá minden kiválasztott kisbolygóra megvizsgáltam, hogy az általunk használt legegyszerűbb alakmodellezés TESS adatokra alkalmazva hogy hasonlítható össze egy összetettebb és bonyolultabb alakmodellezéssel, melyet Földi mérésekre alkalmaznak. Ehhez a Database of Asteroid Models from Inversion Techniques (DAMIT) adatbázist használtuk fel (Durech et al., 2010). Az itt említett eljárásokat és az eredményeimet az alábbi fejezetekben mutatom be részletesebben.

2. Elméleti leírás

2.1. Vizsgált objektumok

Első lépésként ki kellett válogatni az objektumokat, melyekre el tudtam végezni az alakmodellezést. Ehhez három feltételt szabtuk meg, melyek a következők:

- A TESS legalább 3 szektorban mérte
- Legalább 18 magnitúdó fényes
- A DAMIT adatbázisban legyen rá kész modell.

Így kaptunk 44 kisbolygót, melyeket az 1. táblázatban mutatok be, ahol fel vannak tűntetve a mérés bizonyos adatai.

1. táblázat. A három feltételnek eleget tevő objektumok listája a hozzájuk tartozó mérési tulajdonságaikkal feltüntetve. Az "Obj." oszlop tartalmazza az objektumok számát. Az S/K/K oszlopban vannak feltüntetve, hogy mely TESS szektorban volt mérve az aktuális adatsor, a műszer mely kameráján és mely CCD-jén történt az észlelés. Az " M_V " oszlopban az előre megjósolt fényesség, λ és β pedig a látszólagos hosszúság és szélesség a J2000 ekliptikai koordináta-rendszerben, a megfigyelési ív közepén.

Obj.	S/K/C	M_V [mag]	λ [deg]	β [deg]	S/K/C	M_V [mag]	λ [deg]	β [deg]	S/K/C	M_V [mag]	λ [deg]	β [deg]
22	29/1/2	10.7	348.9	-20.6	43/4/4	11.7	98.0	2.5	44/3/4	11.3	103.6	4.9
94	1/1/3	12.3	317.2	-8.6	18/1/3	11.6	41.1	7.8	46/4/3	14.0	202.5	-0.7
156	17/1/4	13.5	29.0	8.0	33/1/4	13.0	90.2	-7.4	46/4/3	13.6	199.3	-7.9
292	12/1/4	13.3	243.8	-9.8	30/1/3	13.3	16.9	-12.2	48/1/2	13.8	130.7	23.6
328	12/1/1	14.0	251.5	-22.4	28/1/4	13.8	317.8	-12.7	42/4/1	14.0	39.6	10.8
424	30/1/3	13.2	19.7	-13.1	44/4/4	14.9	136.3	2.1	45/3/4	14.6	145.9	3.7
	46/2/2	14.2	150.1	5.4	48/1/3	13.3	141.7	9.5				
645	11/1/3	15.1	231.6	-7.5	27/1/4	15.2	285.1	-9.2	42/1/1	14.3	349.8	-1.7
844	1/1/3	13.9	318.6	-6.9	18/1/3	14.2	44.3	10.9	46/4/2	16.0	186.2	-0.2
950	5/2/3	14.8	77.7	-36.8	26/1/3	14.8	258.6	38.8	42/2/1	15.3	10.7	-0.3
	43/1/4	14.9	6.6	-2.3								
1182	9/1/3	14.7	179.7	-6.3	27/1/3	14.5	300.8	-10.3	44/4/1	16.0	123.4	8.7
	45/3/1	15.6	132.5	9.4								
1381	27/1/4	15.4	292.0	-6.9	44/3/4	16.8	112.6	5.3	46/1/3	15.8	116.3	7.0
	47/1/3	15.5	109.8	6.9								
1508	12/2/3	17.8	264.7	-35.7	28/2/4	17.9	307.4	-35.1	42/3/2	16.0	19.9	-7.0
	43/1/1	15.5	17.2	-4.6								
1572	11/1/3	15.3	228.9	-12.5	28/1/4	13.9	316.6	-16.0	43/4/1	15.5	84.9	12.3
1735	11/1/4	14.2	215.1	-11.0	28/1/3	14.1	324.4	-17.1	43/3/1	15.5	53.2	10.5
1884	11/2/3	16.3	237.0	-29.9	28/1/1	16.5	312.9	-20.7	47/2/3	14.4	101.0	39.4

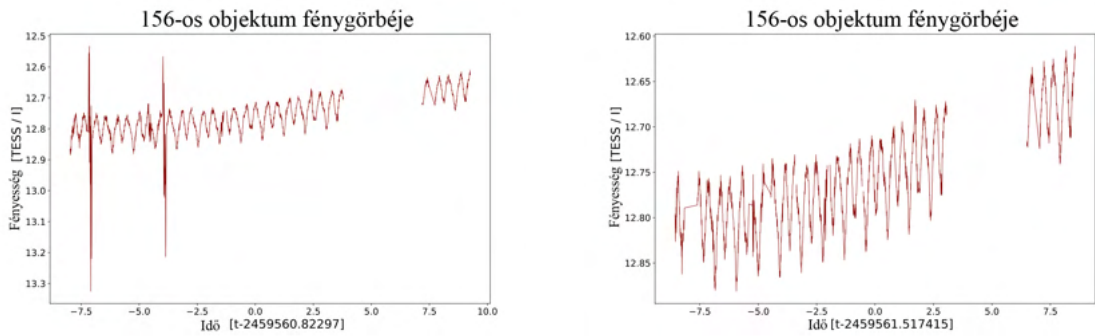
Obj.	S/K/C	M_V [mag]	λ [deg]	β [deg]	S/K/C	M_V [mag]	λ [deg]	β [deg]	S/K/C	M_V [mag]	λ [deg]	β [deg]
1927	13/1/1	16.5	273.0	-18.6	29/1/3	16.1	357.0	-11.2	47/1/1	15.2	121.0	23.1
2951	11/1/3	14.7	227.0	-7.2	27/1/2	15.5	298.4	-20.6	42/2/1	15.6	4.4	-9.5
3324	10/1/4	15.8	191.2	-14.3	27/1/3	15.8	299.3	-6.2	42/4/1	16.9	42.9	12.1
4085	13/1/4	15.5	270.2	-9.4	30/1/4	16.5	12.5	-17.1	44/3/4	17.3	109.9	5.8
	45/2/3	16.8	111.8	8.5	46/1/3	16.3	110.0	11.1	47/1/3	15.9	103.4	13.8
4169	12/1/4	16.6	251.2	-13.3	28/1/4	15.6	318.1	-8.6	42/4/4	16.4	59.5	8.0
	43/3/1	16.0	61.7	10.1	44/1/2	15.6	60.4	11.9				
4435	11/2/3	17.9	236.6	-32.1	27/1/3	17.2	306.8	-15.4	45/4/4	17.2	170.1	4.7
	46/3/4	17.2	177.9	2.3								
4717	13/1/4	15.3	278.1	-7.6	30/1/3	15.5	25.5	-12.3	44/3/4	17.1	109.8	4.0
	45/2/3	16.8	110.5	5.5	46/1/3	16.4	108.7	6.7	47/1/3	16.1	103.0	8.0
4747	31/1/4	16.0	34.4	-8.0	44/4/4	18.0	136.0	9.0	45/3/4	17.7	143.7	11.3
	48/1/3	16.7	139.5	17.2								
5360	11/1/4	16.7	217.5	-12.1	27/2/4	16.9	293.2	-30.7	42/3/2	16.9	15.9	-7.0
	43/1/4	16.4	11.0	-4.8								
8146	13/1/3	17.8	288.6	-8.0	29/1/3	17.1	357.0	-16.9	44/4/4	17.5	130.4	5.4
	45/3/1	17.2	137.2	7.4	46/2/2	16.6	144.2	12.2				
10637	11/1/3	17.2	236.3	-10.1	28/1/1	17.5	310.5	-18.5	42/3/3	17.9	31.6	-2.0
	43/1/1	17.3	27.4	-0.3								
12097	6/1/3	17.0	95.5	-6.6	23/1/3	17.4	190.4	8.3	42/1/4	15.8	335.3	-4.7
12193	13/1/3	16.1	284.0	-6.3	32/1/4	14.9	60.3	-13.0	45/4/4	17.8	174.4	11.6
12333	29/1/3	16.0	347.5	-13.2	44/4/4	19.1	128.7	6.1	46/2/3	18.3	134.0	9.1
13289	17/1/3	16.4	15.4	10.7	34/1/4	17.0	119.6	-11.5	46/4/3	18.9	196.8	-7.6
13297	11/1/4	17.6	218.7	-10.0	27/1/4	17.4	289.1	-13.8	42/2/2	17.3	13.8	2.2
	43/1/3	16.9	10.6	3.1								
13364	11/1/4	16.1	222.6	-10.1	29/1/3	16.7	354.0	-11.9	43/4/1	18.4	81.1	11.5
14035	2/1/3	18.0	349.7	-14.1	33/1/3	18.4	104.3	-8.2	45/4/4	19.2	172.8	6.3
	46/4/1	18.8	182.7	8.8								
15288	13/1/1	16.5	273.2	-20.3	44/4/4	17.8	134.2	10.5	45/3/1	17.6	138.8	10.7
	48/1/3	16.0	136.1	8.2								
16457	13/1/3	17.5	286.8	-14.1	30/1/4	17.1	3.2	-8.0	43/4/4	18.3	96.2	7.2
	44/3/1	18.0	100.1	9.1	45/1/2	17.5	100.3	11.3				
18057	17/1/3	15.8	15.7	8.4	34/1/3	18.6	129.8	-15.9	46/4/3	20.0	194.3	-7.2
18156	11/1/4	17.0	215.6	-12.8	27/1/3	17.0	301.9	-6.5	42/3/4	17.7	28.0	8.8
	43/1/2	17.2	24.8	10.4								
20124	13/1/4	16.5	279.8	-13.6	31/1/3	17.7	52.6	-8.9	44/4/4	19.4	132.8	9.2
	45/3/1	19.1	137.6	11.5	48/1/2	17.9	131.4	18.7				
20602	11/1/2	17.6	234.7	-19.1	27/1/4	17.5	284.4	-14.3	42/1/2	16.5	348.6	5.5
24314	13/1/4	16.7	270.2	-13.3	30/1/4	17.0	10.9	-7.8	43/4/1	18.8	87.1	5.9
	44/2/2	18.4	88.5	7.6	45/1/3	18.0	86.2	9.2				
31257	11/1/4	17.7	217.2	-8.0	28/1/3	17.2	329.2	-11.0	43/3/4	18.8	71.6	8.9
	44/2/3	18.4	70.7	10.8								
36587	13/1/4	18.1	270.4	-11.9	29/1/1	17.8	342.4	-20.5	43/4/1	18.2	85.3	1.9
	44/2/2	17.8	87.8	4.3	45/1/3	17.3	86.0	7.1				
66076	1/1/4	17.9	304.4	-11.4	17/1/3	17.7	19.9	6.3	46/4/3	19.2	200.2	-0.8
70178	6/1/3	19.7	98.8	-10.5	23/1/3	18.2	190.1	14.4	42/4/3	20.0	53.0	-11.0

A táblázatban minden objektumhoz a 4 adatszlopból több tartozik. Ezek jelölik a különböző méréseket. Mindnél legalább 3 szerepel, de néhánynál megfigyelhető, hogy új sorba vannak rendezve az ezen felüliek. A továbbiakban ezen objektumokhoz tartozó mérésekből származó fénygörbékkel dolgoztam.

2.2. Fénygörbék kezelése

A TESS első évi adatait témavezetőim dolgozták fel, így kinyerve belőlük $\sim$ tízezer jó fénygörbét (Pál et al., 2020). Az itt használt eljárást lefuttatták a mostani firss, már publikus képekre. Az így kapott feldolgozott fénygörbékkel dolgoztam a továbbiakban.

Miután a 44 objektumot kiválasztottuk, fénygörbéjüket letöltöttem. Ezek viszont utómunkálatokat igényeltek. A TESS fénygörbét feldolgozó algoritmus automatikusan ellátja azon részeket hibaértékekkel, melyeknél a kép nem értelmezhető (Feinstein et al., 2019). Ez lehet például a Föld, vagy egyéb relatíve fényesebb objektum becsillanása miatt. Az ekliptika síkjába fordulva több ilyen eset is előfordult, mint előtte. Az ilyen események akár teljes CCD-k vagy akár kamerák átmeneti leállítását is okozhatják, így elvesztve hosszabb mérési eredményeket. Az erre szolgáló hiaboszlopban ki lehet szűrni, hogy csak azon sorokat vegyük figyelembe, ahol ez az érték nulla. Viszont ezen fénygörbék ábrázolása során is találtam további feltűnően kilógó pontokat, melyek oka lehet például, hogy a vizsgált kisbolygó elhaladt egy változó csillag előtt, vagy akár egy másik kisbolygóval találkozott. Ezeket minden esetben kézzel eltávolítottam, hogy a frekvencia analízisbe ne zavarjanak be torzító hatásukkal. Erre mutat be példát a 7. ábra.



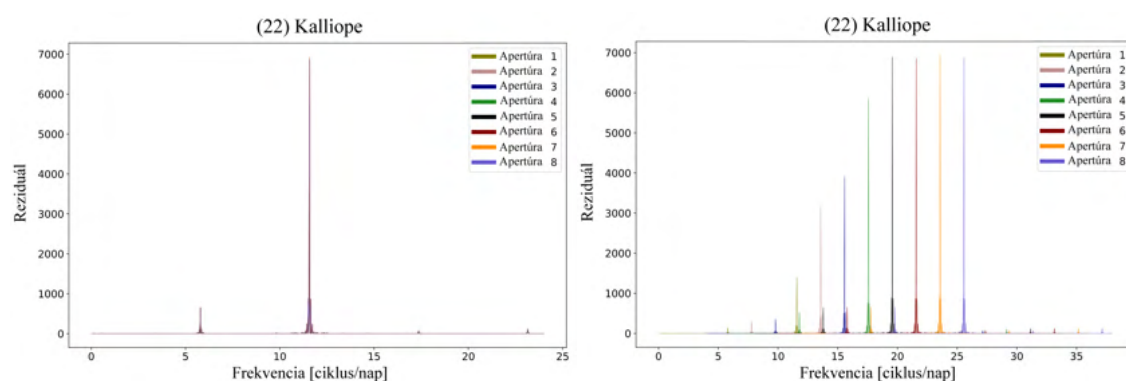
7. ábra. A (156) Xanthippe kisbolygó 46-os szektorban készült fénygörbéje. *Bal panel:* A kapott feldolgozott fénygörbe, még kilógó pontokkal. *Jobb panel:* A már kilógó pontoktól megtisztított fénygörbe.

Továbbiakban a már letisztított fénygörbékkel dolgoztam.

2.3. Frekvencia analízis

A soron következő lépés a letisztított fénygörbék frekvencia analízise, melynél témavezetőm, Pál András által megírt kódot használtam fel, ahol frekvenciaszkenelésen alapul a reziduál spektrum (Pál et al., 2020). A kód segítségével meg lehet kapni az objektum forgási frekvenciáját a bemeneti fénygörbe alapján. Az itt használt függvénynek megadtam minden esetben, hogy elsőrendű Fouriert és első, másod vagy harmadrendű polinomot illesszen az adatsorra a pontok tendenciájától függően.

A vizsgált objektumokra apertúra-fotometriát alkalmazunk. Ez annyit tesz, hogy a célpontokra nyolc féle, különböző méretű apertúrát helyezünk, amelyen belül összegezzük az intenzitást. A frekvencia analízist az összes apertúrára elvégeztem és kiválasztottam a legjobbat, amely a legnagyobb jelet adja vissza, majd leolvastam a frekvenciát. A reziduálokat már úgy kapom vissza a lefuttatás után, hogy 0-hoz vannak rendezve és az y tengely szerint 0-tól növekednek felfele az értékek. A legjobb frekvenciát oly módon választottam ki, hogy megkerestem a legmagasabb apertúrához tartozó maximumértéket, majd az ettől számított ± 10 db adatpontjára parabolát illesztettem. Ebből az illesztés hibáját is egyértelműen megkaptam. Végül ennek az illesztésnek kerestem meg a maximum helyét és értékét, így megkaptam a pontosabb frekvenciákat. Ilyen frekvencia ábrára mutat példát a 8. ábra.



8. ábra. A (22) Kalliope kisbolygó 44-es szektorú méréséből kapott frekvencia ábra. *Bal panel:* A nyolc apertúra egymáson ábrázolva. *Jobb panel:* Apertúránként az x tengely mentén el vannak tolvá a görbék a jobb láthatóság érdekében.

2.4. Fénygörbe feltekerés

Az így megszerzett frekvenciákat felhasználva el tudtam készíteni az egyes mérések feltekert fénygörbéit. Ehhez úgyszintén felhasználtam témavezetőm frekvencia analízist elvégző függvényét annyi különbséggel, hogy egy adott frekvenciára (a fent leírt módon egkapott konkrét értékre) hívom meg. Így a kód a következőket adja vissza:

- Frekvencia

- Reziduál
- Az illesztett Fourier együttható szinuszos és koszinuszos tag amplitúdója
- A trendet meghatározó kifejezéshez szükséges konstans szorzó tagok

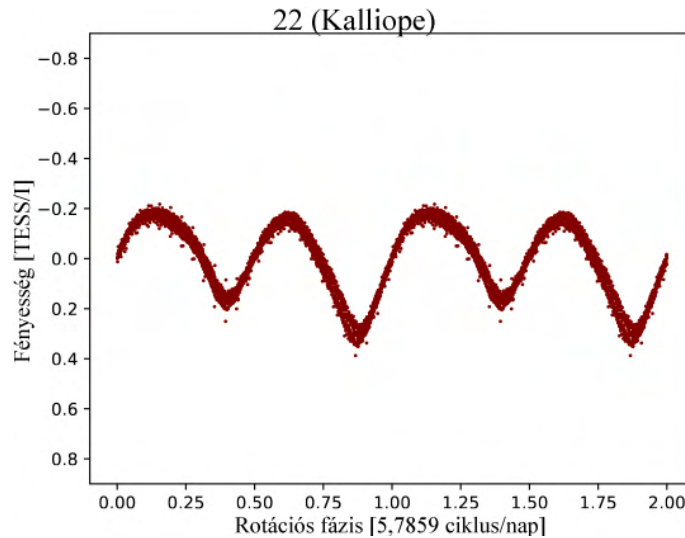
Ezekből egyértelműen az utolsó felsoroláspontban szereplő tagokra volt szükségem, mivel a feltekerés során minden esetben le kellett vonjam az adott adatsorra jellemző trendet. Az 1. képlet segítségével ki tudtam számítani ezt a trendet, melyet levontam a fluxusértékekből.

$$Tr = a + b \cdot \left(\frac{JD - t_0}{T} \right) + c \cdot \left(\frac{JD - t_0}{T} \right)^2 \dots \quad (1)$$

Itt a JD a mérés egy adott időpontja Julián Dátumban, t_0 az epocha (a mérés első és utolsó időértékének az átlaga JD -ben), T a mérés teljes időtartama, a , b és c pedig a frekvencia analízáló kódból visszkapott konstans együtthatók. A trend meghatározásához első-, másod- vagy harmadrendű polinom illesztést alkalmaztam az adatsor alakjától függően. Azonban nagy számban a másodrendű polinom illesztés elégnek bizonyult. A fluxushoz tartozó időértékeket pedig az alábbi, 2. képlettel tekertem fel.

$$F_i = v \cdot (JD_i - t_0) - \text{int}(v \cdot (JD_i - t_0)) \quad (2)$$

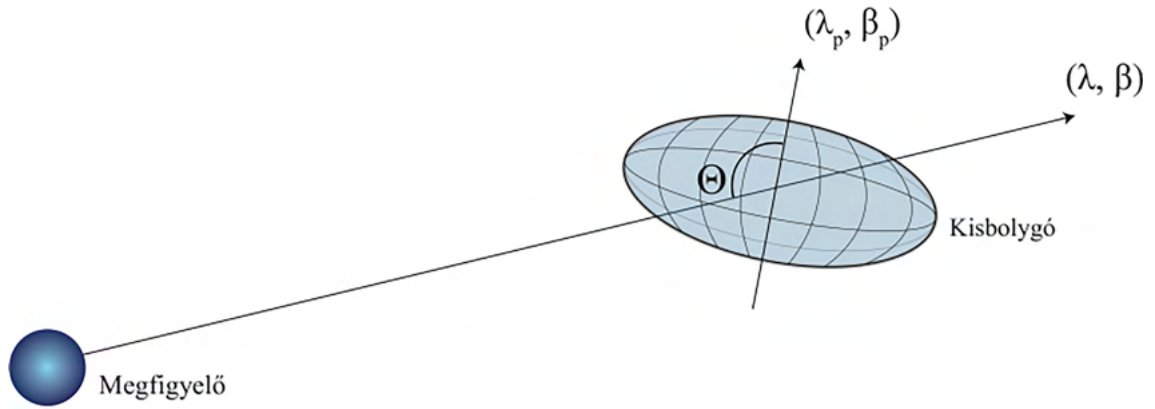
Itt v a frekvencia. Voltak esetek, ahol a megkapott frekvencia önmagában nem eredményezett jónak mondható feltekerést, ezért sokszor volt, hogy a frekvencia felét használtam az eljárás során. Egy ilyen feltekerő fénygörbére mutat be példát a 9. ábra.



9. ábra. A (22) Kalliope kisbolygó 44-es szektorú méréséből kapott feltekerő fénygörbe. A feltekerést az ábrán jelzett frekvenciával végeztem el.

2.5. Pólusirányultság

A feltekert fénygörbék segítségével már elvégezhető a forgástengely irányok keresése és egy egyszerűbb alakmodellezés. Ehhez témavezetőm Kiss et al. (2016)-os cikkében bemutatott eljárást követtem. A kisbolygók alakját a legegyszerűbb esetben háromtengelyű ellipszoiddal lehet jól közelíteni. A 10. ábra alapján ha veszünk egy ilyen alakzatot hozzáunk képest valamerre, az nagy valószínűséggel a legnagyobb tehetetlenségi nyomatékú tengelye körül fog forgást végezni. Az objektum látóirányát a (λ, β) , forgástengelyének irányát pedig (λ_p, β_p) koordináták jelölik ki. A két irány által bezárt szöget θ -val jelöltem. Ez adja meg tehát a kisbolygó hozzáunk képesti irányultságát.



10. ábra. Megfigyelő-kisbolygó rendszer illusztrálása. Forrás: Saját ábra

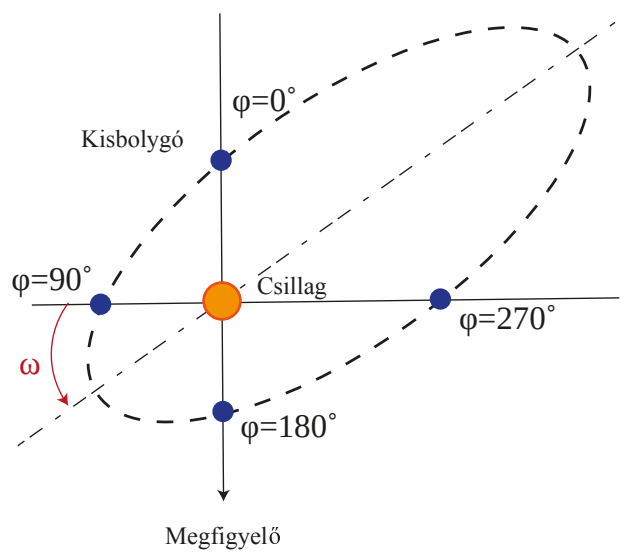
Ezt a θ szöget a két irány különbségéből kaptam meg gömbháromszögtannal a 3. képlet alapján.

$$\cos(\theta) = -\sin(\beta) \cdot \sin(\beta_p) - \cos(\beta) \cdot \cos(\beta_p) \cdot \cos(\lambda - \lambda_p) \quad (3)$$

Ebből a θ szöget kifejezve és felhasználva, meg tudtam mondani, hogy mivel lesz arányos a kisbolygó látszó felülete a 4. képlet alapján.

$$S = \pi \cdot [a^2 \cdot b^2 \cdot \cos^2(\theta) + b^2 \cdot c^2 \cdot \sin^2(\theta) \cdot \cos^2(\phi) + a^2 \cdot c^2 \cdot \sin^2(\theta) \cdot \sin^2(\phi)]^{\frac{1}{2}} \quad (4)$$

Ahol ϕ a fázis. Ez adja meg, hogy az objektum hol tart a pályáján, mely értékeit mutatja be a 11. ábra.



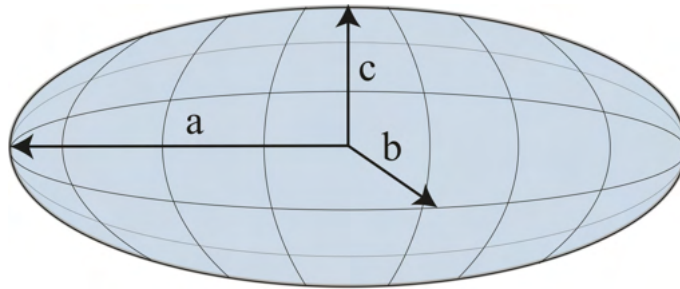
11. ábra. A fázis értékei egy keringési periódus során. ω a periastron argumentuma. Forrás: Saját ábra. Referencia: Kane & Gelino (2010)

A fénygörbe minimumát és maximumát 4 képletet felhasználva kapjuk meg:

$$S_{max} = \pi \cdot [a^2 \cdot b^2 \cdot \cos^2(\theta) + a^2 \cdot c^2 \cdot \sin^2(\theta)] \quad (5)$$

$$S_{min} = \pi \cdot [a^2 \cdot b^2 \cdot \cos^2(\theta) + b^2 \cdot c^2 \cdot \sin^2(\theta)] \quad (6)$$

Ahol a , b és c a háromtengelyű ellipszoid félnagy tengelyeit jelölik, melyeket a 12. ábra szemléltet.



12. ábra. Egy ellipszoidjának felparametrizálása. Forrás: Saját ábra

Végül pedig megkaptam az adott irányhoz tartozó fényesség amplitúdót.

$$\Delta m(\theta) = -2,5 \cdot \log_{10} \left(\frac{S_{min}}{S_{max}} \right) \quad (7)$$

Ha több irányból mért fénygörbénk van egy adott objektumra, akkor ezek az amplitúdók eltérőek lesznek.

Összességében tehát a fénygörbe amplitúdója függ a pólusirányultságoktól és a tengelyarányoktól.

A lefuttatásokat elvégeztük egy egyszerűbb módszerrel, ahol az ellipszoid tengelyarányait egy x paraméterrel helyettesítjük az alábbi módon.

$$a = 1 + x \quad (8)$$

$$b = 1 \quad (9)$$

$$c = 1 - x \quad (10)$$

Ez esetben tehát a fénygörbe amplitúdója 3 dologtól függ: λ_p , β_p és x -től. E mellett pedig a másik módszer amit alkalmaztam, hogy az egyik félnagy tengelyt, például az a -t 1-nek rögzítettem és a további két félnagy tengelyt pedig oly módon változtattam meg, hogy teljesüljön az $a > b > c$ kikötés. Így nem csak egy változótól függ a parametrizálás, hanem kettőtől.

Végül pedig χ^2 minimallizálással kerestem meg a lehetséges forgástengely irányokat. A legalább három irányból kapott feltekert fénygörbékből binneléssel megkaptam az amplitúdókat és ezek hibáit. Az amplitúdó értékeket összehasonlítottam egy adott λ , β , a , b , c modellből kapott amplitúdóval és végül a reziduálok minimalizálásával megkaptam a legjobban illeszkedő λ , β , a , b , c értékeket.

Több ilyen mérést felhasználva, ami több különböző irányból történő megfigyelését jelenti a kisbolygónak, pontosabban meg tudjuk állapítani a forgástengely lehetséges irányait az x , méretparaméter függvényében. Különböző irányokból nézve a fénygörbék és az amplitúdók is különbözni fognak. A modellezés kiértékelését részletesen bemutatom egy példára az alábbi fejezetekben. Számításaimat Pythonban végeztem.

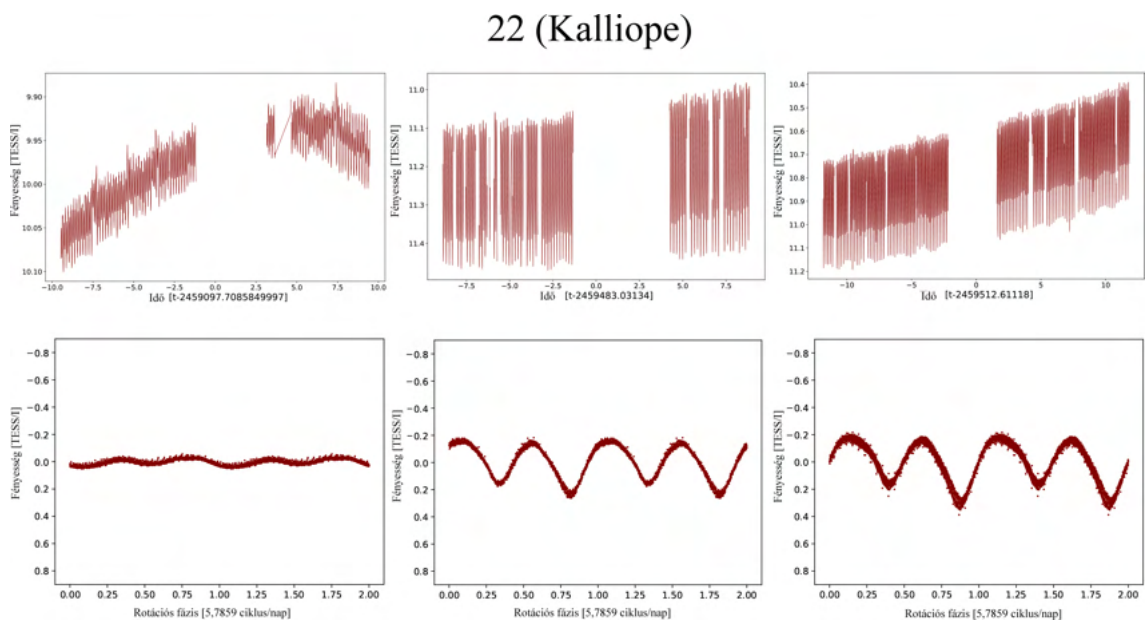
3. Kiértékelés

A következőkben egy példára mutatom be a fent leírt eljárást. Ez a (22) Kalliope kisbolygó, mely átlag fényessége $\sim 10,7$ magnitúdó.

A kisbolygóról 4 TESS szektorban készült mérés.

- 12. szektor
- 29. szektor
- 43. szektor
- 44. szektor

Ezek közül viszont a 12-es szektorban összesen csak 3 db mérési pont készült és ezek is hibával terheltek, így ettől eltekintettem a továbbiakban. A három használható fénygörbe a 13 ábra felső paneljén látható.

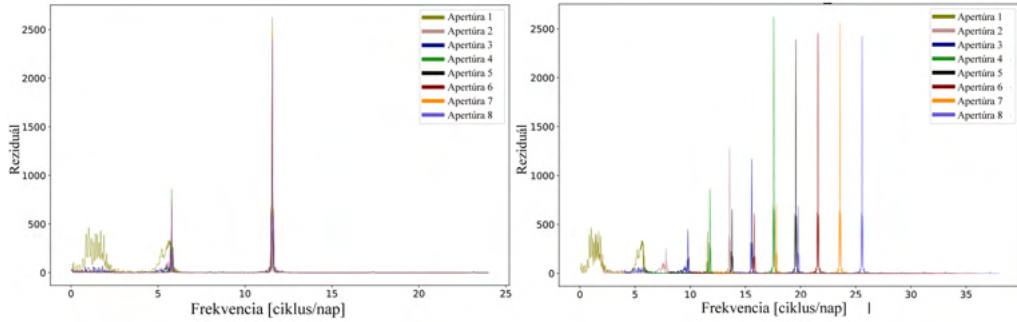


13. ábra. (22) Kalliope három fénygörbéje (felső panel) és azok feltekeret változatai (alsó panel). A feltekeréshez használt frekvencia az ábrán feltüntetett 5,7859 ciklus/nap. Az oszlopok sorban a 29, 43 és 44-es szektorokat mutatják be.

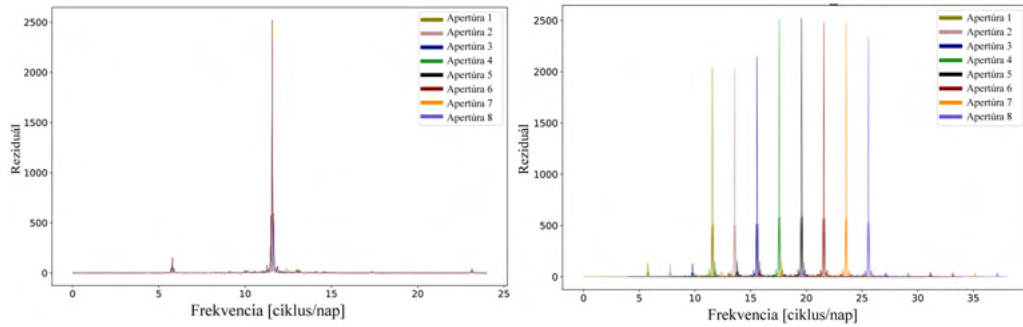
Ezekre elvégeztem a frekvencia analízist, melyet a 14. ábra reprezentál. Ebből a legmagasabb jelű apertúrát választottam ki és megkerestem ennek maximum értékét. Ettől a maximum értéktől kiindulva vettem a tőle jobbra és balra található 10-10 db adatpontot, melyekre elvégeztem egy parabola illesztését. Ebből az illesztésből megkaptam a frekvencia pontos értékét és hibáját: $11.5702 \pm 5 \cdot 10^{-4} \frac{\text{ciklus}}{\text{nap}}$.

(22) Kalliope

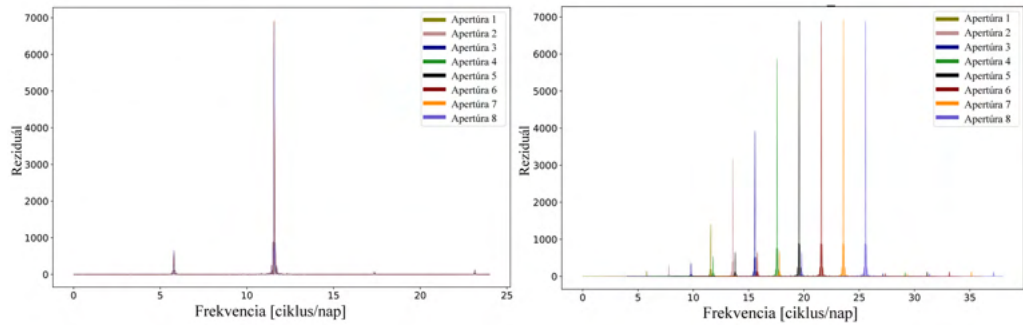
29-es szektor



43-as szektor



44-es szektor



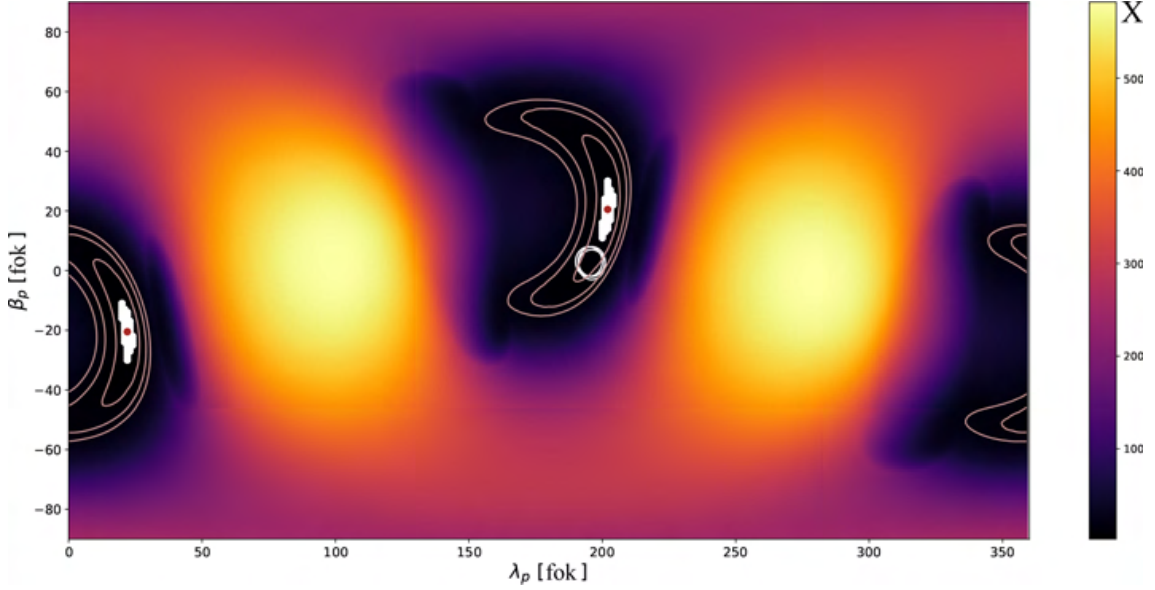
14. ábra. (22) Kalliope három mérési irányára elvégzett frekvencia analízis. *Bal oszlop:* A kapott frekvenciák eltolás nélkül. *Jobb oszlop:* A frekvenciák apertúránként konstanssal eltolva az x tengely mentén.

A feltekeréshez a kapott frekvencia érték felével végeztem el. Az így kapott fénygörbét a 13. ábra alsó panele mutatja be. A feltekerett fénygörbékéből binneléssel megkaptam az adott irányokhoz tartozó fényesség amplitúdókat és hibáikat.

Ezeket felhasználva végeztem egy feltételvizsgálatot. Az egész égboltot letapogattuk adott λ , β , a , b , c értékekből kapott modellel, melyekből Δm_{modell} amplitúdókat kaptunk. Ezekből levonjuk a három mérési irányból kapott fényesség amplitúdó értékeit és megvizsgáljuk, hogy a különbségük abszolútértéke nagyobb-e, mint a mérésből kapott amplitúdók hibái. Először a lefuttatás során a tengelyarányok egyszerű parametrizálását használtam, melyet az 8, 9 és 10 egyenletek reprezentálnak. Tehát itt csak egyetlen

paramétertől függ a lefutás a félnagy tengelyeket illetően.

Az így kapott eredményeket ábrázolom a 15. ábrán, mely szemlélteti a forgástengely lehetséges irányultságait. Ezt a sötét területek jelölik ki. Ezeken belül is a fehér pontok a 100 legisebb χ^2 érték. A kontúrvonalak a χ^2 maximumának az 1, 2 és 3%-át jelölik. Így meg lehet adni azt a legkisebb területet, amelyet már elfogadunk. Ezek mellett a piros pontok a fehér területek mediánja és a fehér körök pedig a DAMIT adatbázisban feltüntetett forgástengely irányok az adott objektumra. A (22) Kalliope esetében három ilyen koordináta páros szerepel az adatbázisban és mindhárom ugyan oda mutat.



15. ábra. (22) Kalliope forgástengelyének lehetséges irányultsága. A sötét részek jelzik a forgástengely lehetséges irányait. A fehér pontok a 100 legkisebb χ^2 érték. A három kontúrvonal az 1, 2 és 3%-a a maximum értéknek. A piros pontok a fehér pontok mediánja és a fehér körök pedig a DAMIT által meghatározott koordináták.

Megvizsgáltuk, hogy az általunk kapott medián értékek (piros pontok az ábrán) milyen messze helyezkednek el a DAMIT-ban szereplő értékekhez képest. Ehhez az adott DAMIT koordinátákhoz legközelebb levő mediánokat választottam ki minden esetben. A DAMIT körök koordinátái:

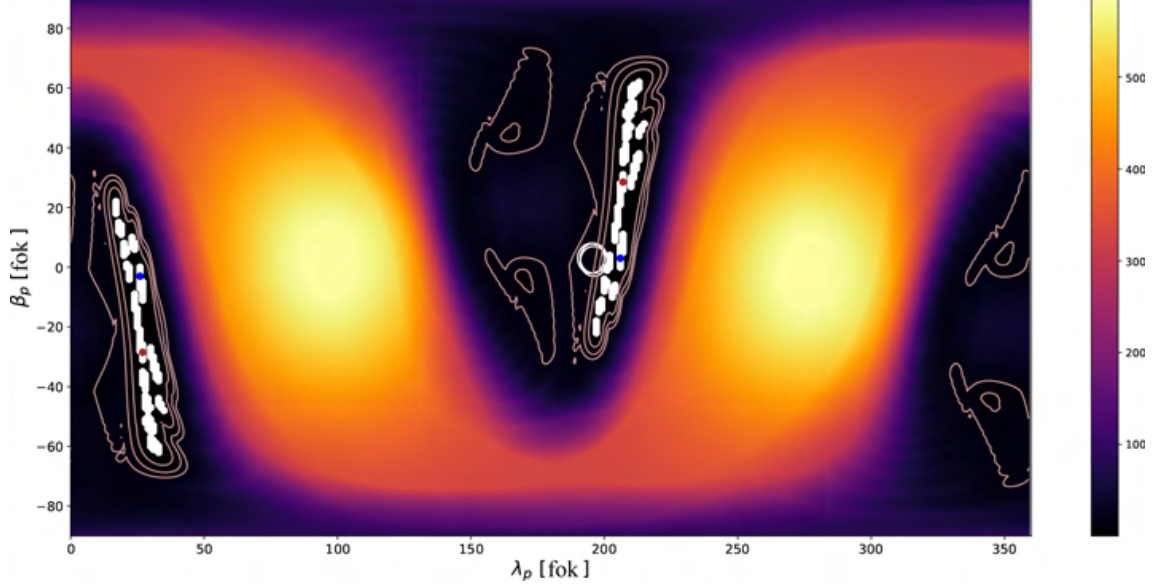
$$\lambda_{DAMIT} = 196^\circ, \quad \beta_{DAMIT} = 3^\circ \quad (11)$$

Az általunk kapott medián pontok koordinátái:

$$\lambda_{TESS} = 202^\circ, \quad \beta_{TESS} = 20^\circ \quad (12)$$

A kettő különbsége pedig $18,45^\circ$ -nek adódott. Ezt elvégeztük a fent leírt másik futtatási verzióra is, ahol a félnagy tengelyeket nem 1 paraméter jellemzi, hanem a 3-ból egyet rögzítettünk 1-nek, a másik kettő pedig a $a > b > c$ feltételt betartva futnak végig 0-tól 1-

ig. Az ábránk pedig ezzel a módszerrel a következőképp módosult: 16. ábra. Ez esetben minden ugyan azt jelöli, mint az előző esetben, annyi különbséggel, hogy egy kék ponttal jelölöm pluszban a χ^2 legkisebb értékét. Itt is megvizsgáltam, hogy az általunk kapott medián értékek hogy viszonyulnak a DAMIT koordinátákhoz.



16. ábra. (22) Kalliope forgástengelyének lehetséges irányultsága. A sötét részek jelzik a forgástengely lehetséges irányait. A fehér pontok a 100 legkisebb χ^2 érték. A három kontúrvonal az 1, 2 és 3%-a a maximum értéknek. A piros pontok a fehér pontok mediánja, a kék pontok a legkisebb χ^2 érték és a fehér körök pedig a DAMIT által meghatározott koordináták.

A DAMIT adatbázisban szereplő koordináták:

$$\lambda_{DAMIT} = 196^\circ, \quad \beta_{DAMIT} = 3^\circ \quad (13)$$

Az általunk kapott medián pontok koordinátái a komplexebb lefutásra:

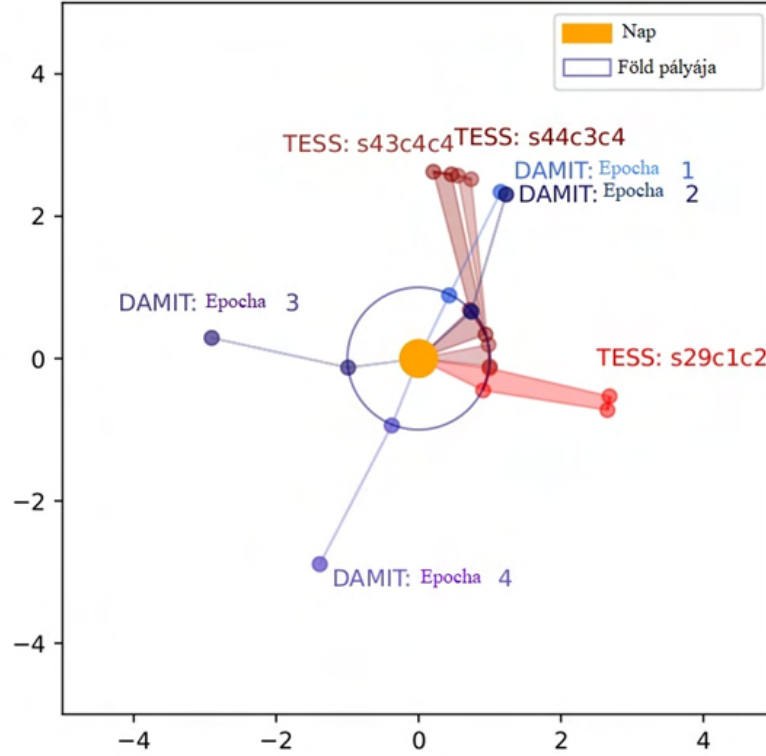
$$\lambda_{TESS} = 207^\circ, \quad \beta_{TESS} = 29^\circ \quad (14)$$

A kettő különbsége pedig 27.57° . Itt a mediánhoz vett távolság nagyobb lett, mint az előző lefutásban, viszont ha megnézzük, hogy a legkisebb χ^2 értékű kék pont hova esik, láthatjuk, hogy jelentősen megközelíti a DAMIT eredményeket.

Az eddig leírtakat elvégeztem mind a 44 kiválasztott objektumra. Ezekből adódott pár olyan kisbolygó, melyekre nem lehetett kivitelezni mindezt. Az utolsó objektum, a (70178) például olyan halvány volt már, hogy a jele elveszett a mérés zajában. Ráadásul az egyik feltétel az volt, hogy a TESS legalább három irányból mérje a célpontokat és ezeknek viszonylag távol kell lenniük egymástól. A (22) Kalliope esetében ez nem teljesült, mivel a három használható fénygöréből kettő szomszédos szektorokban lett mérve, viszont a forgástengely modellezés mégis elvégezhető volt, mivel itt már kaptunk eltérő

fényesség amplitúdójú jelet. Viszont volt olyan objektum, melynél az összes mérés csak szomszédos szektorban történt meg, így ezek eredménye bizonytalan.

A (22) Kalliope-ra ezeken felül elvégeztem egy analízist, mely során a DAMIT adatbázisból töltöttem le, földi mérésekből származó fénygörbéket, relatíve távol egymástól, majd ezekre is elvégeztem a teljes eljárást.



17. ábra. (22) Kalliope felhasznált fénygörbéinek az irányai a TESS és DAMIT méréseire egyaránt.

A 13. ábra a Naprendszer felülnézeti ábráját mutatja be, melyen az objektum méréseinek irányai vannak feltüntetve, melyeket felhasználtam. Ehhez a Horizons adatbázisából lekértem a mérés időpontjában a mérést végző műszer és a kisbolygó elhelyezkedésének a koordinátáit (Giorgini et al., 2001). Látható, hogy a TESS mérések során az elejétől a végéig sávokat lehet definiálni, a hosszabb mérési időnek köszönhetően, viszont a földi mérések túl rövidek ehhez. Az így származtatott eredményeket a 18. ábra foglalja össze, melyet az első, egyszerűbb verziójú lefutásra kaptam, ahol a tengelyarányokat egyetlen "x" paraméter jellemez. Mint az előzőekben, itt is minden ugyan úgy van jelölve, viszont ezt az ábrát tisztán DAMIT adatokból, azaz földi mérésekből kaptuk.

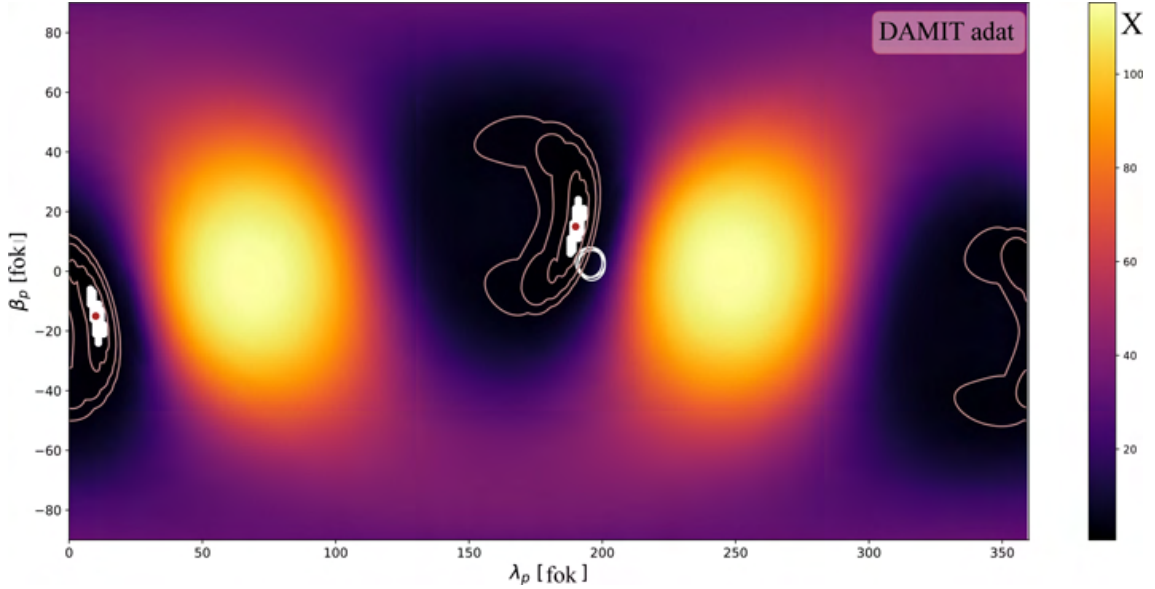
Az eredmények távolságait itt is fel lehet tüntetni. A DAMIT adatbázisban szereplő koordináták:

$$\lambda_{DAMIT} = 195^\circ, \quad \beta_{DAMIT} = 3^\circ \quad (15)$$

Az általunk kapott medián pontok koordinátái a komplexebb lefutásra:

$$\lambda_{TESS} = 190^\circ, \quad \beta_{TESS} = 15^\circ \quad (16)$$

A kettő különbsége pedig 12.97° . Ez a legkisebb távolság eddig, amit a három eredmény közül kaptam.



18. ábra. (22) Kalliope forgástengelyének lehetséges irányultsága DAMMIT fénygörbék alapján. A sötét részek jelzik a forgástengely lehetséges irányait. A fehér pontok a 100 legkisebb χ^2 érték. A három kontúrvonal az 1, 2 és 3%-a a maximum értéknek. A piros pontok a fehér pontok mediánja, a kék pontok a legkisebb χ^2 érték és a fehér körök pedig a DAMIT által meghatározott koordináták.

Annak ellenére, hogy ezen és a 44 kiválasztott kisbolygók többségén ránézésre közeli eredményeket kaptam a bonyolultab alakmodellezést alkalmazó modellek eredményeivel, ez egyelőre nem a végleges eredményeket reprezentálja. Számításaim során eddig elhanyagoltam a kisbolygók felületének szórását. Tehát az eddigiekben a visszavert fény intenzitását a felülettel arányosnak feltételeztem. Viszont a valóságban nem elhanyagolható a felületek szórása, amely bonyolítja módszert. Ráadásul sokszor a kisbolygók teljes felszínét sem látjuk megvilágítva, csak egy részét. E miatt is változik a fényességük.

3.1. Szórási korrekció

A kisbolygók vizsgálata során figyelembe kell venni, hogy fényességük mi minden miatt változhat. Ez a változás adódhat abból, hogy

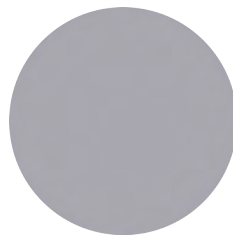
- a kisbolygó távolsága tőlünk és a Naphoz képest is változik
- a felszín szórása és érdekessége a valóságban milyen

- nem a teljes megvilágított felszínt látjuk, csak egy részét.

Mindezen felsorolt jelenség a kisbolygó valós fényességének a csökkentését eredményezi. Eddigi számításaink során feltételeztük, hogy minden izotróp, de a szórásra ez nem igaz. Azt tudjuk, hogy a kisbolygók felületének az albedója homogén, mivel látogattunk már meg kisbolygót műszerekkel, melyek ezt a tényt támasztják alá. Viszont a beeső sugárzást a felszín nem minden irányba ugyan olyan módon fogja visszaverni. A fluxussűrűség pedig függ attól is, hogy milyen α fázisszög alatt látjuk az objektumot.

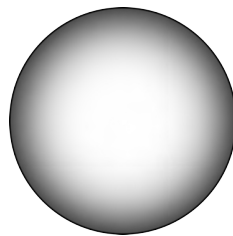
Munkám során kétféle szórási modellel foglalkoztam, melyeket témavezetőm, Kiss Csaba IDL-ben megírt kódjával vizsgáltam. Ezeket az alábbiakban egy egyszerű gömb megvilágításán szemléltetem.

- Megemlíteném, hogy az eddigi eredményeinket a geometriával, azaz a felülettel arányos intenzitású "módszerrel" kaptam meg. Ekkor ha egy gömböt nézünk, egyszerű megvilágítást kapunk.



19. ábra. Egy gömb fényvisszaverése, ha csak egyszerű geometriai visszaverést tételezünk fel.

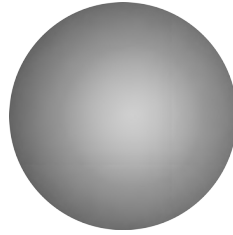
- A Lambert-féle szórásmodell egy ideálisan diffúz modell, ami minden sugárzást visszaver. A felületi fényesség ugyanaz lesz minden irányban. Ez a legegyszerűbb szórás, ami előfordulhat, de ez nem jellemzi elegendően jól a felületeket a valóságban. A Lambert-féle szórásmodell esetén jelentős a szélsőtétedés, mivel innen kevesebb sugárzás érkezik felénk (Wilkman et al., 2012).



20. ábra. Egy gömb fényvisszaverése, ha Lambert-féle visszaverést tételezünk fel.

- A Lommel-Seeliger a másik szórási modell, amellyel foglalkoztam (Huang et al., 2017). Ez a kettő közé helyezhető el. Innen sokkal több fény szóródik felénk, mivel

itt érdesebb felületet tételezünk fel. Az itt vizsgált szórások közül ez közelíti meg a legjobban a kisbolygók felszínének a szórását a valóságban.

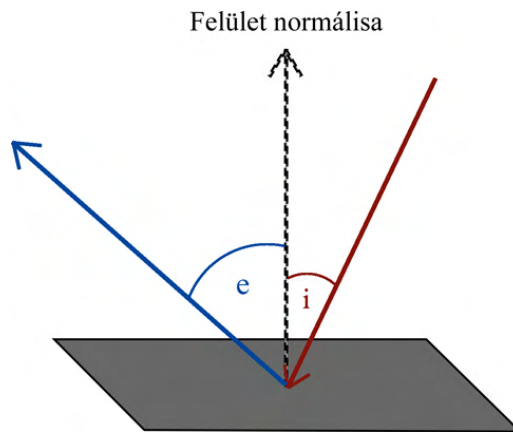


21. ábra. Egy gömb fényvisszaverése, ha Lommel-Seeliger-féle visszaverést tételezünk fel.

Egy felület reflexiójára általánosan felírható a 17. képlet (Huang et al., 2017).

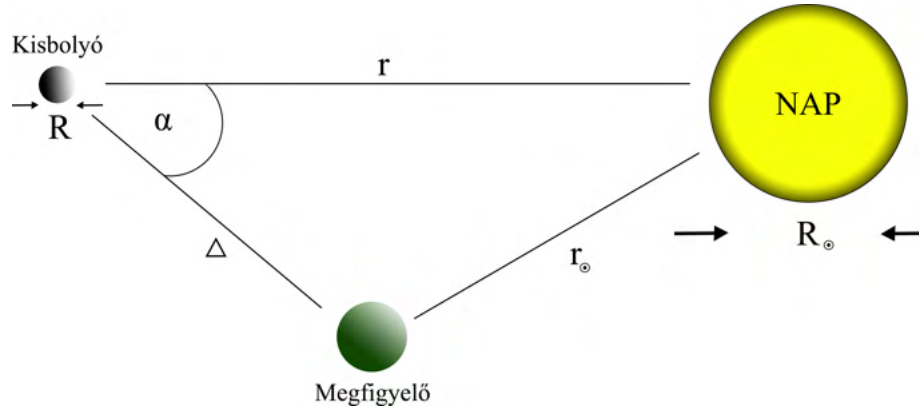
$$I(i, e, \alpha) = Const. \cdot \frac{\mu_0}{\mu_0 - \mu} \cdot f(\alpha) \quad (17)$$

Itt i a felület normálisával bezárt szöge a beeső fénysugárnak, e a visszavert fénysugáré. μ_0 a beeső fénysugár i szögének koszinusza, μ pedig a visszavert e szögé.



22. ábra. Egy felületre beérkező és arról visszaverődő fénysugár vázlatos rajza.

A képletből számunkra az egyedüli ismeretlen az $f(\alpha)$ korrekciós tag, amelyet szükséges kiszámítanunk. E nélkül rossz amplitúdókat kapunk, melyekből rossz forgástengely irányokat származtatunk. A 23. ábra mutatja be az α fázisszög definícióját. Ez a kisbolygó koordinátarendszéből nézve a megfigyelő és a fényforrás, ez esetben a Nap által bezárt szög. Ez az α fázisszög adja meg, hogy a felület mekkora részét látjuk megvilágítva.



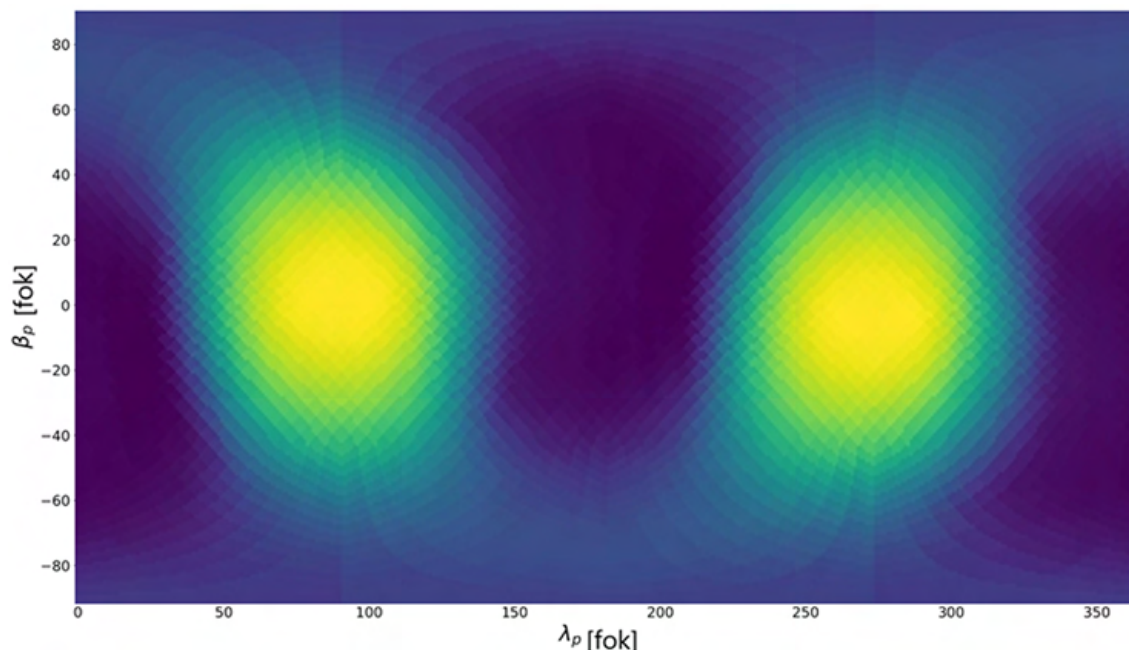
23. ábra. Az α fázisszög definíciójának a vázlata. R a kisbolygó, $R_{\odot}$ a Nap sugara. r a kisbolygó Naptól vett távolsága, Δ a megfigyelő és a kisbolygó távolsága, $r_{\odot}$ pedig a megfigyelő és a Nap közti távolság.

Az $f(\alpha)$ korrekcióra létezik egy összefüggés, melyben az α fázisszög van sorbafektve különböző hatványú tagokig, viszont ettől eltekintettem. A korrekció során implicit módon kiszámoltam minden lehetséges kisbolygó-megfigyelő-Nap elrendezésre az adott korrekció értékét, majd ezeket felhasználva végzem el az amplitúdók és forgástengely irányok javított számítását.

Összehasonlítottam a Lambert-féle, a Geometriai és a Lommel-Seelinger-féle modellt, hogy milyen korrekciókat kapunk a fázisszög függvényében. Ezeket a 25 és 26. ábrák mutatnak be. Az itt bemutatott összes esetben a kisbolygóra az egyenlítője síkjából nézünk rá.

A25. ábra a $\alpha = 0^\circ$ -os konfigurációt mutatja be a három modellre sorrendben, oszloponként. Ez tehát az az eset, amikor a megfigyelő és a fényforrás ugyan abban az irányban vannak. Ezt két méretre mutatom be. A felső két panel az $[1, 0,8, 0,6]$ tengelyarányú ellipszoidra vonatkozik, az alsó két panel pedig az $[1, 0,6, 0,4]$ -esre. Mindkét esetben a felső panel a fázis függvényében ábrázolja a maximumhoz normált intenzitást. Az alattuk ábrázolt ellipszoid modellek pedig a hozzájuk tartozó kisbolygó szórási képe. Mindig az ellipszoid leghosszabb tengelyével párhuzamos irányból vett rálátást mutatják be a szórási képek. Mivel nulla a fázisszög, így minden esetben teljes megvilágítást kapunk, ekkor nincs korrekciós tagunk. A 26. ábrán ugyan ezek láthatók, viszont itt az $\alpha = 45^\circ$ -os konfigurációban. A fázis függvényében továbbra is a maximumhoz normált intenzitás látható. A folytonos vonal az $\alpha = 0^\circ$ -os fázisszöget mutatja, a szaggatott vonal pedig az $\alpha = 45^\circ$ -osat. Így egyértelműen láthatóvá válik a különbség, ami a korrekcióból adódik. A szórási képeken már megjelent egy árnyék, amely befolyásolja a fényesség amplitúdóját. E mellett a szaggatott és a folytonos vonal összehasonlításából láthatóvá válik, hogy a fázis függvényében a fényesség amplitúdójának a maximuma is eltolódik.

Konkrét példaként elvégeztük a (22) Kalliope kisbolygóra a Lambert-féle szórási modell korrekcióját. Ez látható a 24. ábrán.



24. ábra. A (22) Kalliope kisbolygóra elvégzett Lambert-féle szórás modellből adódó korrekció.

A sötét részeket megfigyelve hasonlóság tapasztalható a 15. ábrához viszonyítva. Ez abból adódhat, hogy ebben a konkrét esetben az α fázisszög viszonylag kicsi volt, így számottevő korrekció nem adódott az amplitúdókhoz. Ennek ellenére, mivel főövi kisbolygokat vizsgálunk, a fázisszög akár 20° -os értékeket is elérhet, mely a Neptunuszon túli kisbolygók $1 - 2^\circ$ -os értékeihez képest már szignifikáns. Ennek következtében minden esetre ki kell számolni a korrekciós értéket és hozzáadni a kapott amplitúdókhoz, hogy a valóságnak megfelelő pólusirányultságokat kapjuk.

Az itt használt legegyszerűbb szórási modellek helyett akár bonyolultabbakat is lehet használni a modellezés során. A jövőre szóló terveink közt szerepel, hogy akár a Hapke modellt alkamazzuk, amely a legelterjedtebb, mivel ez közelíti legjobban a kisbolygók felszíni szórását a valóságban (Huang et al., 2017).

4. Összefoglalás

Dolgozatomban fénygörbe inverzióval rekonstruáltam kisbolygók forgástengely irányultságát és alakját. A legegyszerűbb alakmodellezést alkalmazva a kisbolygókat háromtengelyű ellipszoiddal közelíttem. Ehhez a TESS által legalább három irányból mért fénygörbéket használtam fel, melyeket feltekertem a fázis szerint. Ezekből binneléssel megállapítottam az adott irányokhoz tartozó amplitúdókat, majd χ^2 minimalizálással oldottam meg a problémát. A mérésből származó amplitúdókat összehasonlítottam egy adott λ , β , a , b , c modellből kapott amplitúdóval. A reziduálok minimalizálásával pedig megkaptam a legjobban illeszkedő λ , β , a , b , c értékeket.

Azonban figyelembe kell venni, hogy a kisbolygók felszínei a valóságban nem így szórnak, ami egy korrekciós tagban mutatkozik meg. Ehhez két szórási modellt vizsgáltam meg és adott Nap-kisbolygó-megfigyelő elrendezésekre implicit módon kiszámoltam. Ha ezt nem teszem meg rossz amplitúdókat használok, melyekből helytelen forgástengely irányokat kapok. Minden esetben el kell végezni a pontosítást, mivel a fővi kisbolygók esetén a korrekciós tag relatíve nagy értékeket is felvehet.

Több objektumra elvégezve a fent leírt egyszerű alakmodellezést, kapunk egy eloszlást a pólusirányultságokra és a tengelyarányokra, melyeket Naprendszer keletkezését vizsgáló modellekben felhasználva tudunk mondani valamit a kisbolygóövek keletkezésének körülményeire vagy ütközési fejlődésükre, melyekről eddig még nincs ismeretünk.

5. Köszönetnyilvánítás

Köszönettel tartozom témavezetőimnek, Kiss Csabának és Pál Andrásnak, hogy a közös munkánk során felhasznált és alkalmazott elméleti és gyakorlati alapokat megtanították számomra. Bármikor fordulhattam hozzájuk segítségért, melyre mindig türelmesen és számomra érthetően, gyorsan válaszoltak.

E mellett köszönöm a Csillagászati és Földtudományi Kutatóközpontnak, hogy lehetővé tették számomra ezen dolgozat létrejöttét demonstrátori munkaköröm során.

Hivatkozások

- Borucki, W. J., et al.: *Kepler Planet-Detection Mission: Introduction and First Results* 2010, Science, 327, 977
- Budding, E., Demircan, O.: *Introduction to Astronomical Photometry*, 2007, Cambridge observing handbooks for research astronomers, vol. 6.
- DeMeo, F.E. & Carry, B.: *Solar System evolution from compositional mapping of the asteroid belt* 2014, Nature, 505, 629
- Durech, J., Sidorin, V., Kaasalainen, M.: *DAMIT: a database of asteroid models*, 2010, Astronomy and Astrophysics, Volume 513, id.A46, 13 pp.
- Feinstein, A.D., Montet, B.T., Foreman-Mackey, D., et al.: *eleanor: An Open-source Tool for Extracting Light Curves from the TESS Full-frame Images*, 2019, Publications of the Astronomical Society of the Pacific, Volume 131, Issue 1003, pp. 094502
- Giorgini, J.D., Chodas, P.W., Yeomans, D.K.: *Orbit Uncertainty and Close-Approach Analysis Capabilities of the Horizons On-Line Ephemeris System*, 2001, American Astronomical Society, DPS Meeting #33, id.58.13; Bulletin of the American Astronomical Society, Vol. 33, p.1562
- Gott, J.R., Jurić, M., Schlegel, D., et al.: *A Map of the Universe*, 2005, ApJ, 624, 463
- Halliday, A., Rehkämper, M., Lee, D.-C., et al.: *Early evolution of the Earth and Moon: new constraints from Hf-W isotope geochemistry*, 1996, Earth and Planetary Science Letters, 142, 75.
- Hesselbrock, A.J., Alexander, S.G., Harp, T.W., et al.: *An Investigation of the Relationship between Shape and Rotation to Explain the Light Curve of Nereid*, 2013, The Astronomical Journal, Volume 145, Issue 6, article id. 144, 11 pp.
- Hildebrand, A.R., Penfield, G.T., Kring, D.A., et al.: *Chicxulub Crater: A possible Cretaceous/Tertiary boundary impact crater on the Yucatán Peninsula, Mexico*, 1991, Geology, 19, 867.
doi:10.1088/1674-4527/17/10/106
- Huang, X.J., Lu, X.P., Li, J.Y., et al.: *Scattering Law Analysis Based on Hapke and Lommel-Seeliger Models for Asteroidal Taxonomy*, 2017, Research in Astronomy and Astrophysics, 17, 106.
- Kane, S.R., Gelino, D.M.: *Photometric Phase Variations of Long-period Eccentric Planets*, 2010, The Astrophysical Journal, Volume 724, Issue 1, pp. 818-826

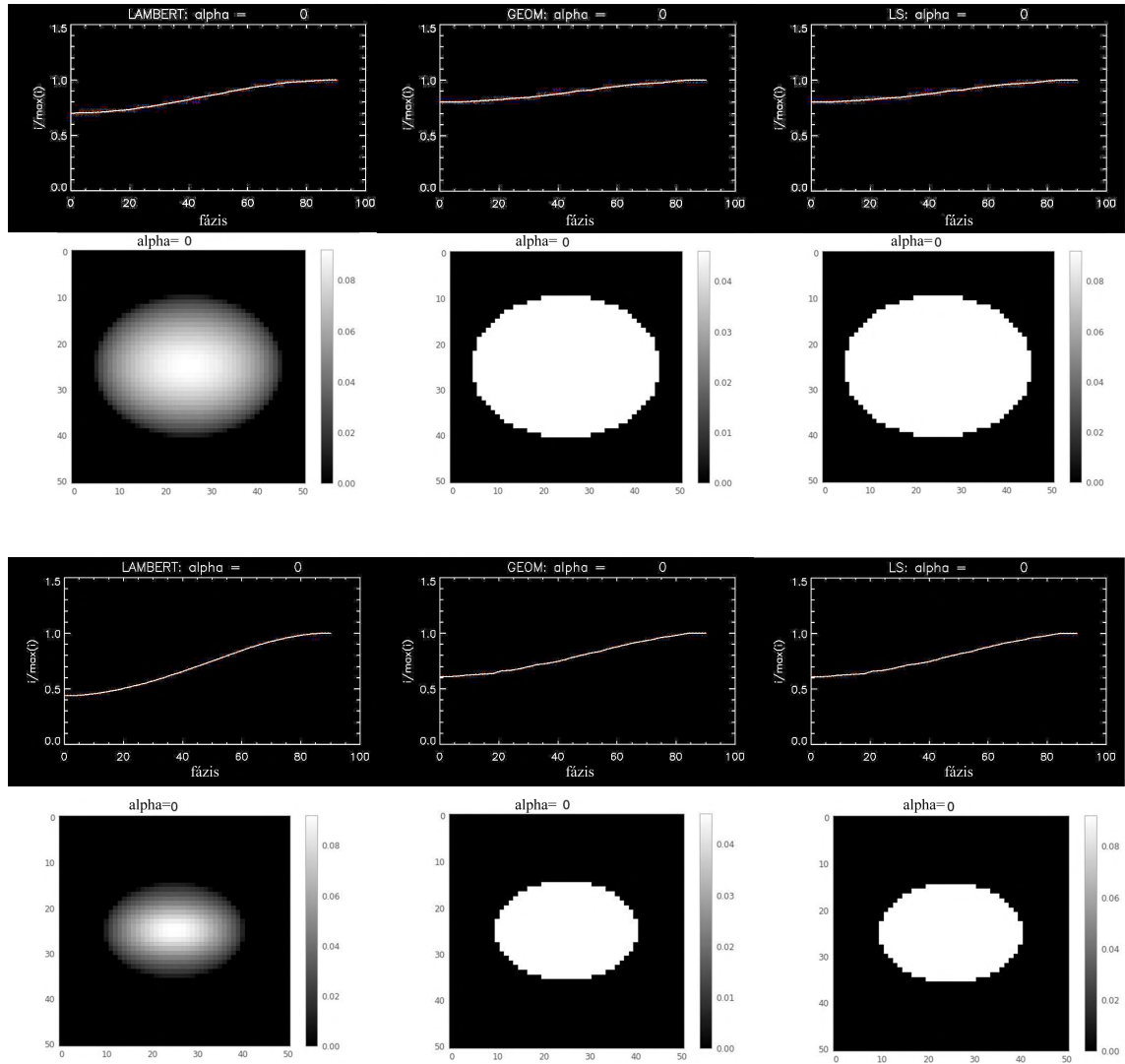
- Kiss, C., Pál, A., Farkas-Takács, A.I., et al.: *Nereid from space: rotation, size and shape analysis from K2, Herschel and Spitzer observations*, 2016, Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, Volume 457, Issue 3, p.2908-2917
- Lauretta, D.S., Balram-Knutson, S.S., Beshore, E., et al.: *OSIRIS-REx: Sample Return from Asteroid (101955) Bennu*, 2017, Space Science Reviews, Volume 212, Issue 1-2, pp. 925-984
- Morbidelli, A., Walsh, K.J., O'Brien, D.P., et al.: *The Dynamical Evolution of the Asteroid Belt*, in Asteroids IV, Patrick Michel, Francesca E. DeMeo, and William F. Bottke (eds.), University of Arizona Press, Tucson, 895 pp. ISBN: 978-0-816-53213-1, 2015, p.493-507
- Müller, T.G., O'Rourke, L., Barucci, A. M., et al.: *Physical properties of OSIRIS-REx target asteroid (101955) 1999 RQ36. Derived from Herschel, VLT/ VISIR, and Spitzer observations* 2012, Astronomy & Astrophysics, Volume 548, id.A36, 9 pp. 548, A36.
- Pál, A.; Szabó, R.; Szabó, Gy. M. et al.: *Pushing the Limits: K2 Observations of the Trans-Neptunian Objects 2002 GV31 and (278361) 2007 JJ43*, 2015, ApJL, 804, 45
- Pál, A., Molnár, L., Kiss, C.: *TESS in the Solar System*, 2018, Publications of the Astronomical Society of the Pacific, Volume 130, Issue 993, pp. 114503
- Pál, A., Szakáts, R., Kiss, C., et al.: *Solar System Objects Observed with TESS—First Data Release: Bright Main-belt and Trojan Asteroids from the Southern Survey*, 2020, The Astrophysical Journal Supplement Series, Volume 247, Issue 1, id.26, 9 pp.
- Raymond, S. N., Kokubo, E., Morbidelli, A., et al.: *Terrestrial Planet Formation at Home and Abroad*, 2014, Protostars and Planets VI, 595.
- Ricker, G.R., Winn, J.N., Vanderspek, R., et al.: *Transiting Exoplanet Survey Satellite (TESS)*, 2015, JATIS, 1, id. 014003
- Szabó, G.M., Csák, B., Sárneczky, K., et al.: *Photometric observations of 9 Near-Earth Objects*, 2001, Astronomy and Astrophysics, v.375, p.285-292
- Szabó, R., Pál, A., Sárneczky, K., et al.: *Uninterrupted optical light curves of main-belt asteroids from the K2 mission*, 2016, Astronomy and Astrophysics, Vol. 596, id.A40, 9 pp.
- Vanderspek, R. et al.: *TESS Instrument Handbook v0.1*, available from <https://heasarc.gsfc.nasa.gov/docs/tess/documentation.html>.

Walsh, K.J., Morbidelli, A., Raymond, S.N., et al.: *A low mass for Mars from Jupiter's early gas-driven migration*, 2011, Nature, 475, 206

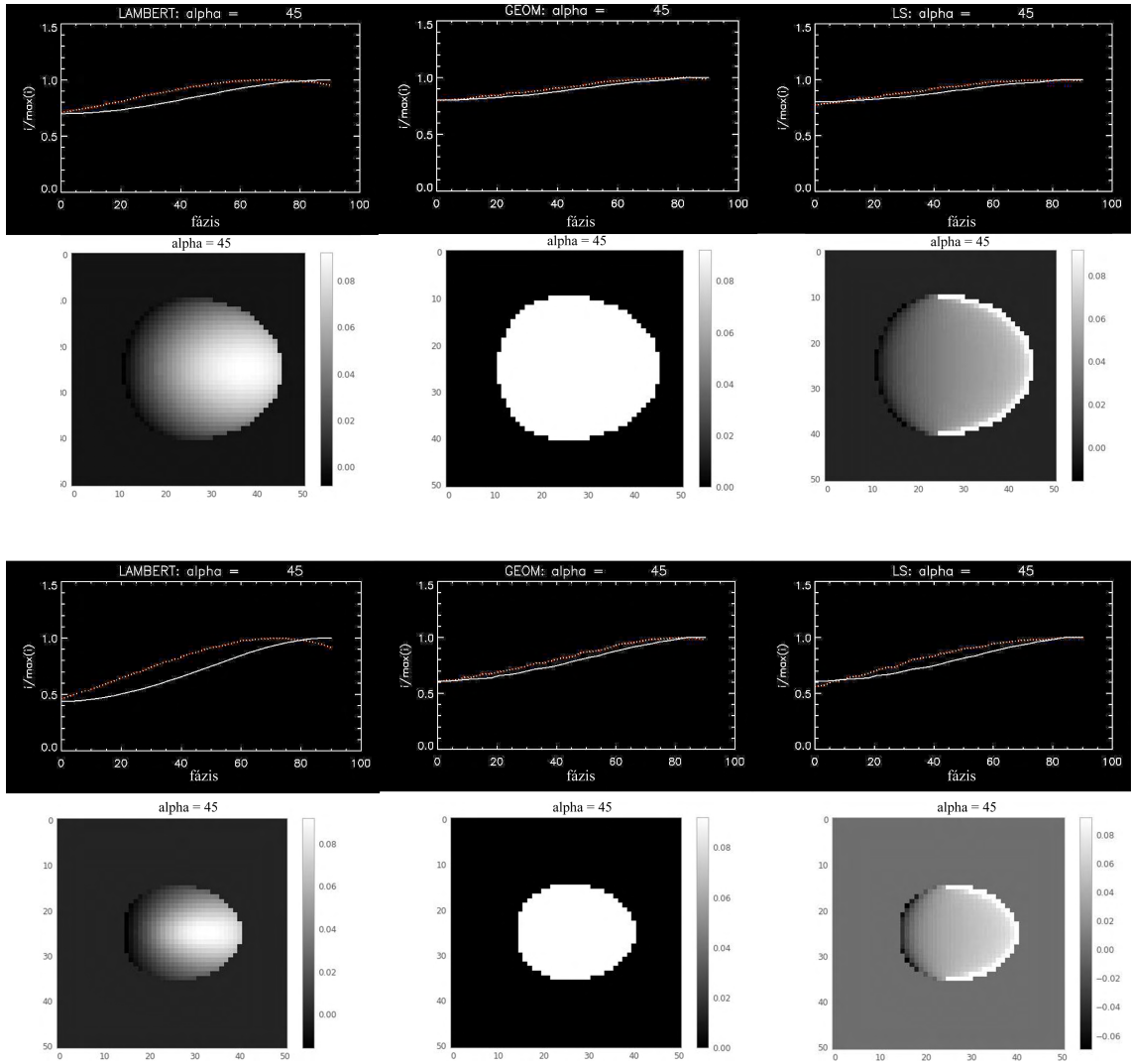
Wilkman, O.W., Muinonen, K O., Penttilä, A.I.: *Asteroid Lightcurves Simulated with a Realistic Rough-Surface Scattering Model*, 2012, Asteroids, Comets, Meteors 2012, 1667, 6440

Megjegyzés: Saját ábráimat a Medibang paint pro ingyenesen letölthető képszerkesztő programmal készítettem el.

Függelék



25. ábra. Az oszlopok szerint sorban a Lambert, Geometriai és a Lommel-Seelinger-féle szórási modell bemutatása $\alpha = 0^\circ$ fázisszögre. *Felő két panel:* A fázis függvényében a maximumhoz normált intenziás a három esetre és a hozzájuk tartozó szórási képe a kisbolygónak $[1, -0,8, -0,6]$ -os tengelyarányokra. *Alsó két panel:* Ugyan ezek láthatók, csak $[1, -0,6, -0,4]$ ellipszoid méretezésre.



26. ábra. Az oszlopok szerint sorban a Lambert, Geometriai és a Lommel-Seelinger-féle szórási modell bemutatása $\alpha = 45^\circ$ fázisszögre. *Felő két panel:* A fázis függvényében a maximumhoz normált intenzitás a három esetre és a hozzájuk tartozó szórási képe a kisbolygónak $[1, 0,8, 0,6]$ -os tengelyarányokra. A folytonos vonal összehasonlítás végett $\alpha = 0^\circ$, a szaggatott vonal pedig 45° -os fázisszögű esetet jelöli. *Alsó két panel:* Ugyan ezek láthatók, csak $[1, 0,6, 0,4]$ ellipszoid méretezésre.