

Saját eredmények

Mátravölgyi Bence

Legyen $w: S \rightarrow \mathbb{R}_+$ egy súlyfüggvény egy matroid S alaphalmazán. Egy (R, B) bázispárt **színezésnek** nevezzük, ha $R \cap B = \emptyset$ és $R \cup B = S$. A $\mathbf{P}_1 = (R_1, B_1)$ és $\mathbf{P}_2 = (R_2, B_2)$ bázispárokat **kompatibilis diszjunkt bázispároknak** nevezzük, ha $R_1 \cup B_1 = R_2 \cup B_2$ és $R_1 \cap B_1 = R_2 \cap B_2 = \emptyset$. Egy adott (R, B) diszjunkt bázispárra az $R' := R - e + f$ és $B' := B + e - f$ **szimmetrikus csere költségét** $w(e) + w(f)$ -nek definiáljuk, tehát a kicserélt elemek súlyainak összegeként. A $\mathbf{P}_1$ és $\mathbf{P}_2$ bázispárok **súlyozott kicserélési távolságát** definiáljuk a $\mathbf{P}_1$ -ből $\mathbf{P}_2$ -be vezető szimmetrikus cserékből álló sorozatok minimális költségéeként (ha nincs ilyen sorozat, akkor a távolságuk legyen $+\infty$).

Hamidoune sejtésének egy költségés általánosítása a következő.

Sejtés. *Legyenek $\mathbf{P}_1 = (R_1, B_1)$ és $\mathbf{P}_2 = (R_2, B_2)$ kompatibilis diszjunkt bázispárok egy matroidban. Ekkor $\mathbf{P}_1$ és $\mathbf{P}_2$ súlyozott kicserélési távolsága legfeljebb $w(R_1 \cup B_1) = w(R_2 \cup B_2)$.*

Kerékgráfok grafikus matroidjaira és spike matroidokra egy még ennél is erősebb állítást igazolunk.

1. Tétel. *Legyen $\mathbf{P}_1 = (R_1, B_1)$ és $\mathbf{P}_2 = (R_2, B_2)$ egy n csúcsú $G = (V, E)$ kerékgráf két színezése, és legyen $w: E \rightarrow \mathbb{R}_+$ egy súlyfüggvény. Ekkor létezik egy szimmetrikus cserékből álló sorozat $\mathbf{P}_1$ -ből $\mathbf{P}_2$ -be, melynek hossza legfeljebb $n - 1$, költsége maximum $w(E)$ és amely minden élet legfeljebb kétszer használ.*

2. Tétel. *Legyenek $\mathbf{P}_1 = (R_1, B_1)$ és $\mathbf{P}_2 = (R_2, B_2)$ kompatibilis diszjunkt bázispárok egy r -rangú M spike matroidban, és legyen $w: S \rightarrow \mathbb{R}_+$ egy súlyfüggvény. Ekkor létezik egy szimmetrikus cserékből álló sorozat $\mathbf{P}_1$ -ből $\mathbf{P}_2$ -be, melynek hossza legfeljebb r , költsége maximum $w(S)$ és amely minden elemet legfeljebb kétszer használ.*