

Eszterházy Károly Katolikus Egyetem
Pedagógiai Kar

**A 20. századi matematikatanítási reformok hatása a
jelenkor matematikaoktatására**

Konzulens

Czapné dr. Makó Zita

adjunktus

Készítette

Tóth Lili

tanító szak

nappali tagozat

2023.

Tartalomjegyzék

1	Bevezetés	4
2	Motiváció a matematikaórán	6
2.1	Abraham Maslow szükséglet hierarchia modellje (Maslow piramis).....	7
2.2	A motiválás területei	7
2.3	Motiválási lehetőségek	8
3	Lénárd Ferenc – Pedagógiai pszichológia	10
3.1	A tanulók segítése matematika órán	10
4	A tárgyi tevékenység szerepe az ismeretek elsajátításában	12
4.1	Maria Montessori munkássága	13
4.1.1	A pedagógus szerepe Montessori pedagógiában	13
4.1.2	Eszközök.....	14
4.1.3	Hibázás a Montessori pedagógiában	15
4.2	Játékok szerepe a matematika oktatásában – Dienes Zoltán	16
4.2.1	„A matematika mágusa”	16
4.2.2	Dienes-játékok	20
4.3	Varga Tamás.....	23
4.4	Klein Sándor	27
5	Matematikaoktatás a Nemzeti Alaptantervben	28
6	Személyes tapasztalatok.....	32
6.1	Motiváció.....	32
6.2	Tárgyi tevékenység	38
6.3	Hibázás	39
6.4	Tanító – tanuló viszonya	39
7	Vizsgálat módszerei.....	40
7.1	A kérdőív eredményei.....	40
7.2	Kutatás eredményeinek összefoglalása	56
8	Összegzés	58
9	Irodalomjegyzék.....	60
10	Mellékletek.....	61
11	Nyilatkozat.....	67

1 BEVEZETÉS

Végzős tanító szakos, matematika választott műveltségterületes hallgatóként fontosnak tartom, hogy mélyebben megismerjem a matematikaoktatást érintő problémákat, és azok megoldására született javaslatokat. Dolgozatom első fele egy elméleti alapú rész. Pedagógus jelöltként érzékelem az iskolákban, hogy a matematikaoktatás nem éri el a kitűzött célokat. Tananyagokat, megoldási struktúrákat átad, de nem gondolkodni tanít. A kutatásom fő célja olyan kezdeményezések vizsgálata a múltból, amelyeknek hatása van a matematikatanítás jelenlegi formájára.

A szakdolgozatom első részében a matematikatanítás tartalmát meghatározó dokumentumokról, az azokban kitűzött, elérendő célokról, valamint az ezekhez rendelkezésre álló oktatási eszközökről írok.

Az a tapasztalatom, hogy évről évre egyre több tanuló veszti el a matematika iránti szeretetét. Ennek oka sok esetben a motiváció hiánya. Nem alakul ki a gyermekekben a matematikai ismeretek elsajátítására való igény. Elterjedt módszer a tanítók körében az óra eleji motiváció. Ennek szerepe valóban nagyon fontos, viszont akkor lesz sikeres a matematikaoktatás, ha ez a motiváció az óra minden részén dolgozik a gyermekekben. A legtöbb oktatási intézményben az osztályzatok motiváló tényezőként jelennek meg, amely osztályzatokkal nagyon könnyen bekerülhetnek a tanulók a „jó tanuló”, és „rossz tanuló” státuszba. A külső motivációnak ez a formája nem célravezető, hiszen a tanulók nem azért tanulnak, mert igényük van a tudásra, gondolkodásuk fejlesztésére, hanem azért, mert szeretnének jó jegyet kapni, és nem rossz jegyet szerezni.

Eddigi tapasztalataim alapján a mai kor pedagógusai legtöbb esetben a tankönyv és a munkafüzet feladatait részesíti előnyben a tanórák megtartásakor. Ezek azonban nem kielégítőek a matematikai fogalmak pontos elsajátításához. Hiszen a tanulók a konkrét, tapasztalati tevékenységek megértése után jutnak el az absztrakt fogalmakig. Az ezekhez igénybe vehető eszközök tárháza igencsak széleskörű. Ezek bevezetésére az előző évszázadban több kísérlet is történt, amely meghatározó volt a mai magyarországi matematikaoktatás számára. Ezen kezdeményezések bemutatására nagy hangsúlyt fektettem a szakdolgozatomban. Az alapot nyújtó Montessori módszert, valamint a magyarországi matematikaoktatást megreformáló Dienes Zoltán, valamint Varga Tamás munkásságának jelentőségét és ezek örökségét is bemutatom. Az akkori fejlesztésekből néhány elem a mai napig a matematika tanításának szerves részét képezi. Legtöbb esetben a kidolgozott eszközök maradtak a tanítás

részei. A fejlesztők által kidolgozott módszertanok, tanítói hozzáállások már kevésbé kapnak szerepet az oktatásban. Ezek jelenkori helyzetének felmérésére egy kérdőívet készítettem, amelyet 40 al-
sós tanító töltött ki.

Az iskolában végzett gyakorlataim során, a Tanítsunk Magyarorszáért! mentorprogramban végzett tevékenységem alatt kitapasztaltam és megtanultam, hogy sokkal célravezetőbb, ha a diákokat part-
nerként kezelem, és nem azt éreztetem velük, hogy ők bármennyivel kevesebbet érnének tőlem azért,
mert nincs a birtokukban az általam közvetített ismeret. Az előző évszázad kutatóinak számos ered-
ménye azt tükrözte, hogy nem célravezető a tanár-diák kapcsolatban az alá- fölérendeltségi viszony.
A mai korban még mindig a tanár a hatalmat gyakorló személy a tanórákon. A pedagógus a tudás
egyedüli forrása a tanulók számára.

A tapasztalataim szerint a hibázás kultúrája elmaradott az oktatás színterén. A tanulók szégyenként
élik meg, ha hibáznak. Pedig szükség lenne arra, hogy érezzék, a hiba egy eszköz ahhoz, hogy mé-
lyebben el tudják sajátítani a tananyagot.

A dolgozatomban több játékos módszert is bemutatok, különösen nagy hangsúlyt fektetve a Dienes
Zoltán által elindított matematikatanítási módszerre. Általam kipróbált játékos feladatokat is bemuta-
tok. Olyan feladatokat, játékokat, amelyeket alkalmaztam a gyakorlatom során a tanórákon, és színe-
sítettem vele a munkafüzet-tankönyv palettát.

2 MOTIVÁCIÓ A MATEMATIKAÓRÁN

Pólya György azt írja, hogy a matematika tanárnak, mint egy jó kereskedőnek, el kell tudni adnia a „portékáját” a vevőnek, azaz a tanulóknak. A portéka, az elsajátítandó tananyag adott. A matematikát tanító pedagógus tanításba fektetett munkájának, hozzáállásának hatalmas szerepe van a tanulók érdeklődésének felkeltésében és megtartásában. Fontos, hogy a tanulók motiváltak legyen a tananyag elsajátításához.

A „motiváció” egy latin eredetű szó. A pszichológiában gyűjtőfogalomként értelmezik, amely „... minden belső, cselekvésre, viselkedésre készítő tényezőt magába foglal.” (Barkóczy & Putnoky, 1967)

A matematika tanulása sikereesebb, ha a tanulóknak kialakul az érdeklődés a matematikai problémák megoldásának és az ismeretek megszerzésének a vágya. Ebben hatalmas szerepe van a matematikát tanító pedagógusnak. A módszereinek, a matematikához való hozzáállásának, a tanulók felé mutatott tiszteletének.

Klein Sándor A komplex matematikatanítási módszer pszichológiai hatásvizsgálata című könyvében a külső és belső motiváció különbségéről ír. A hagyományos matematikaoktatás legfőbb külső motivációs eszköze az osztályzat. A tanulóknak ilyenkor a motivációja külső. Azért tanulnak, hogy jó jegyeket szerezzenek, és megpróbálják a rossz osztályzatokat elkerülni. Az osztályzat jelentőségének eltűnéséből következik, hogy a tantárgy tanulása és tanítása eltolódik egy olyan irányba, amely nem igényel kreativitást, alkotóképességet, csupán mechanikus készségeket. A sorozatos rossz osztályzatok a gyengébb tanulók esetén könnyen szorongáshoz vezethetnek. (Klein, 1980)

A Varga Tamás által vezetett komplex matematikatanítási kísérlet vezetői az osztályzatot szükséges rosszként fogadják el. Módszerük alkalmazása során igyekeztek a matematika oktatást úgy megszervezni, hogy az ösztönzés magából a matematikából és a tanulással járó pozitív élményekből fakadjon. Igyekeztek az életkori sajátosságok következtében a játékban rejlő rendkívül jelentős ösztönző erőt kihasználni.

2.1 Abraham Maslow szükséglethierarchia modellje (Maslow piramis)

Maslow a motívumokat igényeknek nevezi és ezek az igények egymásra épülnek, tehát hierarchiát alkotnak. Ez gyakorlatilag azt jelenti, hogy egy magasabb rendű igényt csak akkor tudunk kielégíteni, ha az alacsonyabban lévőket már kielégítettük. A legalsó szintje a piramisnak a fiziológiai, biológiai szükségletek szintje. A következő, második szint a biztonság igénye. Ennek megteremtésében óriási szerepe van az iskolának és a gyermeket tanító pedagógusnak. Minden félelmet, szorongást okozó tényező csökkenti ezt a biztonságérzetet. Erre a biztonságérzetre épül a szeretetigény, valahová tartozás igénye. Természetesen ennek az igénynek a kielégítése is feladata a pedagógusnak, iskolának, osztályközösségnek, barátoknak. A következő szint a megbecsülés és elismerés szintje. Azt a tevékenységet, amelyért megbecsülésben részesül a tanuló, sokkal szívesebben végzi el. A következő lépcsőfok a kognitív szükségletek kielégítése. A legfelső szint elérése szinte lehetetlen, ha az azt megelőző igények nem elégtődtek ki. Ez nem más, mint az önmegvalósítás szintje. Véleményem szerint az oktatás, nevelés, tanítás egyik legfontosabb feladata, hogy a tanulóknak biztosítsa, hogy ezt a legmagasabb szintet el tudja érni.

2.2 A motiválás területei

- Affektív (érzelmi) terület. Ez alatt a pedagógus és a gyermek emocionális kapcsolatának milyenségét értjük. Ha közöttük pozitív az érzelmi viszony, a tanuló könnyebben azonosul a tanárokkal, társakkal. Ha a kapcsolat inkább hideg, akkor a tanuló elutasító lesz, hiszen a helyzet szembefordulásra készíteti.
- Kognitív (értelmi ösztönzés, tapasztalatszerzés) terület. Ha a tanuló fejlődése számára nyílt körülmények teremtnének meg, kialakulhat egy nyílt, őszinte, oldott kommunikációs viszony a tanító és diák között, ahol a tanuló együttműködik a pedagógussal. Ellenkező esetben a pedagógus merev utasításokat ad, és nem veszi figyelembe a gyermek problémáit és véleményét. Ilyen esetben a diákok motivációja nem teremtnék meg.
- Effektív (morális) terület: Ezen a területen lehet erős, akaratra, felelősségvállalásra ösztönző, vagy gyenge önkontrollt nem fejlesztő, engedékenységgel, bizalmatlansággal a felelősségvállalás alóli kihívásra készítető. (Barkóczy & Putnoky, 1967) (Kozéki, 2005.)

2.3 Motiválási lehetőségek

A matematika tanítása során nem elegendőek az órákon néha megjelenő motivációs tényezők. A tanulóknak az eredményes tanuláshoz folyamatosan motivációkra van szüksége. A motiváló tényezők emelik az oktatás hatékonyságát. Valamint nagy hatással vannak a tantárgyhoz fűződő viszonyra. Ezért ennek a motivációs bázisnak a megteremtésében hatalmas felelőssége van a pedagógusnak.

Dr. Orosz Gyuláné Motiváció a matematikaórákon című írásában a motiválási lehetőségek közül négy főbb területet mutat be.

1. Az első ilyen terület a tananyag tartalmából adódó motiválási lehetőségek. Ide sorolja a tananyag változatos megközelítését, a megoldatlan problémák ösztönző hatását, a matematika hasznának felismerését, gyermekközeli, gyakorlati élethez kapcsolódó példákat, többféle megoldás keresését.
2. A második fontos motivációs lehetőséget az alkalmazott módszerek, eszközök és munkaformák adják. Ide tartoznak az órán alkalmazott matematikai játékok, versenyfeladatok, matematikatörténeti érdekességek, meglepő adatokat tartalmazó feladatok, furfangos feladatok, matematikai rejtvények, szórakoztató problémák.
3. Az értékelés jelenik meg harmadik lehetőségként. Többek között a következőket tartja fontosnak: sok dicséret, biztatás, sikerélmény biztosítása, jutalmazás, jutalomfeladat az órán vagy otthon. A feladatlapok hagyományos értékelésével szemben egy jó ötletet is ad. A helyes válaszokra a tanulók egy-egy betűt kapnak. Az így kapott betűkből egy szó olvasható ki. Például: MEGTANULTAD, GRATULÁLOK, TE MÁR TUDOD.
4. Negyedik pontként pedig a tanár személyét jelöli meg motívumként. A tanár legyen türelmes, megértő, következetes, rendelkezzen nagy tárgyi tudással, széleskörű módszertani, pedagógiai lehetőségeket ismerjen és használjon. (Orosz, 1994.)

Úgy gondolom, hogy akkor a legsikeresebb a matematikaoktatás, ha az előzőben említett négy fő motiválási lehetőség egyszerre jelenik meg az órákon. Fontos, hogy az első pontban említett tananyag tartalmából adódó motiváció fenntartsuk a tanulóknak. Állítsuk a tanulókat olyan feladatok elé, adjunk olyan példákat, amelyek megoldása élvezetes számára és sikerélménnyel jár. A tananyag tartalma adott, viszont törekednünk kell arra, hogy a gyerekek fejlődési szintjének megfelelően, és minél ösztönzőbb módszerekkel adjuk át ezeket. Sok lehetősége van a tanítóknak színesebbé tenni az órákat különböző módszerekkel és munkaformákkal. A frontális osztálymunkával lehet elérni a legkevesebb sikert.

Számos kutatás bizonyítja, hogy a pozitív értékeléssel sokkal nagyobb és hatásosabb fejlődést lehet elérni. A mai közoktatásban a dolgozatokkal a tanár által átadott és megtanult ismereteket kérdezik vissza a tanulóktól. A dolgozatok célja nem az, hogy felmérjük hol tart a gyermek a gondolkodásban, hogy mi az, amiben még fejlődnie kell, hanem azt méri, abban az adott pillanatban mit tud a gyermek. Legtöbb esetben a dolgozatok kijavítása és értékelése után az elmaradások pótlása és a hibás gondolatmenetek kijavítása nélkül haladnak tovább a következő dolgozatra. Az osztályzatok káros hatásáról a későbbiekben részletesen írok.

A negyedik pontban említett tanári személyiség fontosságát a mindennapokban tapasztaljuk. Sokkal szívesebben tanul egy gyermek egy kedves, nagytudású tanártól, mint attól, aki szigorú, és nem veszi figyelembe a gyermekek aktuális érzéseit, lelki állapotát. Ezt kiegészíteném azzal, hogy fontos, hogy a tanuló és a tanár között a kölcsönös bizalom és tisztelet kialakuljon. Ennek feltétele a Dr. Orosz Gyuláné által említett pozitív tanári személyiség.

3 LÉNÁRD FERENC – PEDAGÓGIAI PSZICHOLÓGIA

Lénárd Ferenc az előző évszázad pszichológusa, aki nagyot alkotott a pedagógiai pszichológia területén. Az általa szerkesztett Alkalmazott pszichológia (1984) könyv Pedagógiai pszichológia fejezetében a mai napig aktuális problémákat ír le, ezek közül emelek ki néhányat, amelyben véleményem szerint 1984 óta nem történt nagy változás. Pedig már akkor rámutatott olyan pedagógiai innovációs lehetőségekre, amelyek megváltoztatásával egészen máshol tarthatna ma az oktatás.

Művében kitér a tanulók figyelmének fenntartására. A fejezetben azt írja, hogy nincsen értelme a tanórán a fegyelmezetlen, oda nem figyelő tanulók felszólításának. Ezek helyett a figyelmeztetések helyett azt javasolja, hogy olyan feladatokat adjunk a számukra, amely leköti őket, foglalkoztatja őket. Kérdések feladásával, feladatok megoldásával el lehet érni, hogy a tanulók a tanítási órákon fegyelmezetten dolgozzanak. *„Hozzuk őket olyan helyzetbe, hogy ne tudjanak nem odafigyelni”* (Lénárd, 1984)

Véleménye szerint annak sincsen értelme, hogy a tanulókat közvetlenül gondolkodásra biztassuk. Ehelyett célszerű gondolkodtató feladatokat adni, és ezek megoldása során a tanulók biztatás nélkül gyakorolják majd a gondolkodást. Ezt különösen fontosnak tartom a matematikatanítás során, hiszen ez az óra szolgál a gondolkodás megtanulására.

Harmadikként a tanulásra buzdítást hozza fel értelmetlen cselekvésként. Ezek helyett olyan feladatok megoldatását preferálja, amelyeknek az eredménye azután maga a tanulás lesz. Erre jó példa a Dienes Zoltán módszere és az általa létrehozott eszközkészlet. Erről a dolgozatomban később részletesen írok.

3.1 A tanulók segítése matematika órán

Az eredményes segítség feltételei Lénárd Ferenc szerint:

Első feltétel: Adjunk a tanulóknak minél több alkalmat arra, hogy elismerést kaphassanak az önállóan végzett munkájukért. Fontos, hogy a tanulók számára ne legyen természetes az, hogy a feladatokat kizárólag felnőtt segítségével képesek megoldani.

Második feltétel: Nem szabad a tanulókra a saját gondolatmeneteinket, eljárásainkat ráerőltetni. A tanulókat nem az átvett minták pusztai szolgálai másolása, csak az önálló tevékenységek fejleszthetik.

Harmadik feltétel: Az adott tanulók teljesítményéről valós képet kapjanak önmaguk is és a tanáruk is. Ennek egy módszere a munkafüzet és a tankönyv feladatainak megoldása lehet adott időre tanári segítség adása nélkül. Ez azért fontos, hogy a tanuló megtudja mi az, amit az adott tananyagból tud, és mi az, amiben még fejlődni kell. Ezt csak úgy érhetjük el, ha az ilyenfajta számonkérések során a tanulók nem félnek attól, hogy osztályzatot kapnak. Ha ugyanis ez a félelem a gyengébb tanulóknál, és a bizonytalan tudású tanulóknál megjelenik, inkább leírják társaik megoldásait. Nem kényszerítjük a tanulót csalásra, ha a feladatlapokat nem osztályozzuk.

Negyedik feltétel: A tanulók által elkövetett hibákat ne tekintsük értéktelen teljesítménynek, értelmetlennek. Ugyanis minden hibában felfedezhető egy olyan mag, amely megismerésével és felhasználásával lehetővé tehetjük a tanulók eredményesebb fejlesztését. (Lénárd, 1984)

Ugyanazok a feltételek jelennek meg Lénárd Ferenc munkájában, mint az előzőekben már említett motivációs területek esetében. Lénárd a tanári segítség felől vizsgálta meg ezeket az összetevőket. Úgy gondolom az általa leírtaknak alapvetőnek kellene lennie a matematika oktatása során. Lehetőséget kell biztosítani a tanulóknak arra, hogy a feladatokat ne csak a tanító egyfajta gondolatmenete alapján oldhassák meg. Ehhez a tanítónak több lehetőséget kell nyújtania az egyes tananyagok esetén. Ehhez járul hozzá a Dienes Zoltán által kifejlesztett matematikaoktatás, ahol a tanulók saját tapasztalataikból szűrik le a későbbi absztrakt fogalmakat, amelyek elengedhetetlenek a feladatok megoldásához.

Szintén megjelenik az értékelés is. Nem szabad, hogy az osztályzatoknak akkora súlya legyen, mint a mai oktatásban. Sokkal inkább a fejlesztő értékelést és önértékelést kellene előnyben részesíteni.

A Montessori pedagógia ehhez hasonlóan gondolkodik a tanulók segítségéről. „Segíts nekem, hogy magam tudjam csinálni”. Ez a Montessori nevelés egyik legfontosabb nézőpontja. Ehhez hasonlóan gondolkodik Lénárd Ferenc is. A tanulókat képessé kell tenni az önálló munkára, önértékelésre.

4 A TÁRGYI TEVÉKENYSÉG SZEREPE AZ ISMERETEK ELSAJÁTÍTÁSÁBAN

Piaget volt a fejlődéslélektan egyik legnagyobb hatású gondolkodója. Kutatási eredményeinek közzététele után indult meg a manipulatív tevékenységnek a térhódítása a matematikaoktatásban. Kutatásai a következőt igazolták:

„A gondolkodás tartalmát nem lehet statikus visszatükröződéseknek tekintenünk, hanem olyan aktív, értelmi műveleti sémáknak kell felfognunk, amelyek a tárgyi tevékenység során alakulnak ki, fokozatosan belsővé válnak, a tevékenység többszöri megismétlődésével generalizálódnak, differenciálódnak, működésük optimalizálódik, kifinomul, újabb és újabb tartalmakra terjed ki.” (Czeglédy & Hajdu, 1984.)

Dr. Czeglédy István szerint az oktatási-nevelési folyamatban elsődlegesnek kell tekintenünk a cselekvést, a tevékenységet, mert ez az egész személyiséget aktivizálja, fejleszti. A játék, a cselekvés és a tárgyi tevékenység az iskolai tanulás során sem hagyható figyelmen kívül. (Czeglédy, 1994.)

Dienes Zoltán egy előadásában a matematikatanítás nehézségeiről így nyilatkozott:

„Ha valakinek nehéz a matematika, az azért lehet, mert a matematikai fogalmakat nem tudja valamilyen képzethez, tapasztalathoz, tárgyhoz kapcsolni. Ha például azt mondjuk, hogy valaki betört egy házba, összepakolta az értékeket és elvitte, ez mint egy filmen leperreg az ember előtt, el tudja képzelni, hogy történt az eset, de ha azt mondjuk, hogy $ax^2 + bx + c$ vagy a legnagyobb közös osztó, akkor ezt semmilyen képzetet nem alakít ki a gyermekben, ha előtte nincs meg a megfelelő tevékenység.”

A tanítási-tanulási folyamatot érdemes úgy tervezni, hogy a tanulóknak az ismeretei mindig valami korábbi fogalomhoz, képzethez kapcsolódjanak. Ez azért fontos, mert így könnyebb a felidézés, alkalmazhatóbb és tartósabb az ismeret. Ezért lényeges, hogy a matematika oktatás során fizikailag megfogható, szemléltető eszközöket használjunk, hiszen az ezekből szerzett tapasztalatokra alapsznak a későbbi absztrakt fogalmat.

4.1 Maria Montessori munkássága

Az első nő, aki orvosi diplomát szerzett Olaszországban. Műszaki tanulmányokat folytatott, majd ezt követően antropológiai, elmekórtani és pszichológiai vizsgálatokat folytatott. Alapelve volt, hogy az érzékelést kell aktivizálni, mert ezen keresztül hatunk az értelmi fejlődésre.

Az egyik legjelentősebb személyiség, aki előkészítette a talajt a későbbi fejlődés számára, és ezzel hozzájárult a matematikatanítás módszertani átalakulásához Maria Montessori volt. Úgy gondolta, hogy olyan tanulási környezetet kell teremteni a gyermekeknek, amely jól alkalmazkodik érzelmi és fizikai szükségleteikhez. Külön foglalkozott a matematikatanítással is. A saját korában szinte teljesen egyedül maradt a matematikatanítás élvezetessé tételének megvalósításában. Úgy gondolta, a matematika tanulás a gyermekek fejlődésének integrált részét képezi.

A Montessori hamarabb felismerte, amit a az agyfiziológia, csak később bizonyított be, mégpedig, hogy „öröm nélkül nincs hatékony tanulás”, pozitív érzelmi hangoltság, illetve élmény nélkül nincs igazi megismerés.

4.1.1 A pedagógus szerepe Montessori pedagógiában

A Montessori pedagógia úgy véli, hogy a gyermek öntevékenyen elő tudja hozni magából azt, amivel született. Ebben kell segítenie és támogatást adnia a pedagógusnak. Tehát a pedagógus nem hatalmi személyként van jelen az oktatásban.

Pedagógiájának jelszavává vált egy tanítványa egyik mondata: „Segíts nekem, hogy egyedül tudjam csinálni!”. Ez a mondat leírja az egyik legfontosabb nézőpontját. A Montessori intézmények pedagógusainak elsődleges célja a nevelő munka. A gyermekek személyiségének fejlesztésére törekednek. A pedagógus segíti, támogatja a gyermekeket, hogy céljait saját tevékenységével érje el. A felnőtt feladata, hogy utat mutasson az önálló és értelmes cselekedethez.

4.1.2 Eszközök

Olyan környezetet alakított ki Montessori az óvodákban és iskolákban, ahol a gyerekek különböző munkaeszközök segítségével tudnak önállóan tevékenykedni és fejlődni. Ezzel nagyban eltért az akkori oktatási formáktól.

A termekben polcokon és nyitott szekrényekben gondosan összeválogatott munkaeszközök állnak a gyerekek rendelkezésére. Ezek segítségével dolgozhatják fel a tanulók a különböző tantárgyak anyagait. Montessori az eszközeit fejlesztőeszközöknek nevezi. Szembeállítja ezeket az eszközöket a tanulmányok szemléltetésére szolgáló eszközökkel. Az általa létrehozott eszközöket nem játékoknak tartja, amelyekkel játékosan lehet tanulni. Az eszközökkel végzett tanulást Montessori munkának tekinti.

A következőkben a teljesség igénye nélkül általa kifejlesztett matematikai eszközöket mutatok be. Ezek az eszközök készítik elő a későbbi absztrakt számoláshoz szükséges készségeket.

- Aranygyöngykészlet – A tízes számrendszert és a négy alapműveletet teszi felfoghatóvá az érzelmes számára. A jegyjáték az aranygyöngykészlettel szerzett tapasztalatokat emeli absztrakt szintre.
- A kis számoló és a nagy számoló az írásbeli összeadás rendszerét készíti elő.
- A szorzótábla, a kis osztótábla és a gyöngylépcső a szorzást teszi szemléletessé. A nagy osztótábla izgalmassá teszi az osztást.
- A négyzetgyöngysor és a köbgyöngysor az aritmetika és geometria összefüggéseire mutatnak rá.
- A törtek puzzle a törtszámolást teszi átláthatóbbá.
- Egy mérleg segítségével különböző tárgyakat és súlyokat mérhetnek meg, és így tapasztalatokat szerezhetnek.
- A colostok, méterrúd, vizes edények és a papírpénzek a többi mértékegységek megismerését segítik.
- A geometriai formák és testek segítségével betekintést nyernek a gyerekek a geometriába.

A matematikai eszközök a rendszerek szabályszerűségeire és összefüggéseire mutatnak rá. Általuk matematikai törvényszerűségeket ismernek fel a gyerekek.

4.1.3 Hibázás a Montessori pedagógiában

A pedagógia szerint a hibák fontos szerepet töltenek be a tanulási folyamatban, hiszen megmutatják mennyire megy adott feladat, hol tartanak az egyéni képességek. Azt javasolja, hogy alakítsunk ki a hibával baráti viszonyt. Általában az oktatásban a hibák hiányosságként szégyenérzetet keltenek a gyermekekben. Ezzel szemben egy Montessori intézményben megtanulják, hogy ezek objektíven utalnak a képességeikre, és mindenkinél jelen vannak. A tanulóknak meg kell tanulnia az önellenőrzést. Erre különféle lehetőségek léteznek.

A mechanikus önellenőrzésnél magából az eszközből következtetünk arra, hogy valamit ki kell javítanunk. Csak egyféleképpen oldhatók meg ezek a feladatok. Ilyenkor a tanulók segítséget kérhetnek. A tanulók újból elvégzik a feladatot, a pedagógus segít felismerni a probléma forrását.

Egy mintával való összehasonlítás segítségével is ellenőrizhető a munka. Ezek sokszor a tanító által készített önellenőrző segédanyagok. Például kártyák a számolási feladatok ellenőrzésére. Kezdetben előfordulhat, hogy az elsősök a kártyáról a feladat megoldása gyanánt lemásolják az eredményt. Ezt akkor még egy felismert megoldási módnak tekintik, nem csalásnak. Ha idősebb korban másolják a megoldást a mintáról, abból azt a következtetést vonják le, hogy a tanuló még messze áll az anyag önálló feldolgozásától. (Stein, 2015.)

4.2 Játékok szerepe a matematika oktatásában – Dienes Zoltán

4.2.1 „A matematika mágusa”

Dienes Zoltánt rendszerint a „matematika mágusa” megnevezéssel illetik. Ez nem véletlen, hiszen játékos módszereivel a legtöbb gyermek számára élvezetessé tette a matematikát. Eszközeinek kifejtéséhez hatalmas matematikai tudással kellett rendelkeznie.

„...a gyerekek többsége sohasem jut el odáig, hogy megértse, mit is jelentenek azok a matematikai fogalmak, amelyekről tanul. A legjobb esetben annyit érnek el, hogy ügyesen tudnak bánni bonyolult szimbólumrendszerekkel.” (Dienes, 1973. p: 21)

Dienes Zoltán a játékon alapuló matematikatanítás úttörője. Világszerte ismerik, és elismerik a munkáját. Az egyik legnagyobb alakja a matematikatanítás reformjának. Bemutató órákat és tanfolyamokat tartott a világ számos országában módszere ismertetése céljából. A Dienes Zoltán a kanadai Sherbrooke Egyetemen Pszichomatematikai Intézet igazgatója volt. A kutató központ legfőbb törekvése az volt, hogy csökkentse a tanulók iskolai szorongását, a félelmét a matematika tantárgytól és a pedagógustól. Két legfontosabb elvük a következő: A matematikai változatosság és az érzékszervi változatosság elve.

Elméletei megalkotása során Piaget és Brunet kutatási eredményeit figyelembe vette és hasznosította.

„Nem is csak a nyelvüket érti és beszéli, a gondolataikban is tud olvasni. Ha megakadnak egy-egy probléma megoldásában, rögtön átlátja a nehézség forrását, és megadja nekik azt a minimális segítséget, ami túllendíti őket a holtpontra, de nem akadályozza azt, hogy a maguk útját járják tovább, a saját erejükre támaszkodva jussanak előre.” (Varga, 2018.)

Úgy tartotta, hogy a tanárok a gyerekekkel azonos szinten állnak. Partneri helyzetbe kell helyeznie magát a pedagógusnak. Ez a viszony elengedhetetlen az eredményes tanuláshoz. El kell érnie a pedagógusnak, hogy a tanulók a tanulásban együtt gondolkodó partnerként tekintsék őt. Konfliktusok esetén az asszertív kommunikációt és az én-üzeneteket ajánlja alkalmazni. A büntetést nem tartja célravezetőnek, ehelyett a szeretettel és érdeklődéssel közelítő attitűdöt részesíti előnyben.

A hibákból tanulni kell. A hibázás veszélye körül kialakult szorongást, félelmet fel kell oldania a pedagógusnak. Tudnia kell a gyerekeknek, hogy a pedagógus sem tökéletes. Hiba nem azért van, hogy rossz osztályzatot adjunk.

A tanár-tanuló egyenrangú viszonya mellett éppen ennyire tartja fontosnak a tanulók kölcsönös megbecsülését. Ezt úgy tudjuk elérni, hogy a tanulókat nem versenyeztetjük, hanem olyan tevékenységeket végeztetünk velük, amelyek együtt működést igényelnek. Olyan feladatokat kell adnunk nekik, amelyet egymás nélkül nem tudnak megoldani. Ez a módszer a kooperatív tanulásszervezés egyik alapelve, az építő és ösztönző egymásrautaltságra épül.

Az általa preferált tanulási helyzetekben nem célszerű a tanár részéről a tekintélyelvű magatartás. A pedagógus facilitátori szerepben vesz részt az órákon. Fontosnak tartja, hogy a gyerekek bátran kérdezősködjenek, a tekintélyelv nem segít az ehhez szükséges légkör megteremtésében. Rendkívül lényeges, hogy semmilyen fölényesség ne legyen benne a tanulókkal szemben. Ezt a light touch (finom érintés) fogalmával írja körül. A tanár nem hatami személyként, hanem a tanulás elősegítőjeként vesz részt a tanulási folyamatban, legyen szó a matematikai problémák megoldásáról, vagy a konfliktusok megoldásáról. Úgy gondolja, a pedagógusoknak nem az a feladata, hogy a feladatok megoldását megmondja, és hatalmi szóval döntsön el konfliktusokat, hanem olyan források, eszközök, viselkedési praktikák megismertetése a fontos, amelyek segítségével a tanulók a saját tanulásukért és viselkedésükért megtanulják vállalni a felelősséget. Mindemellett érzékeltetni szükséges a pedagógus részéről, hogy a pedagógus felelős értük, segít nekik, és ellenőrzi őket.

Dienes Zoltán a matematika jelentős részét lefordította a játékok nyelvére. Rámutatott, hogy manipulációs eszközökkel, játékokkal, tánccal, történetekkel sokkal hamarabb el tudják sajátítani a tanulók a tananyagot, a hagyományos, frontális, eszköztelen oktatással szemben. A módszerének lényege a játékokon alapuló tanulás. Egyik fő célja az volt, hogy a matematika ne rettegett tantárgy legyen, ne magolják a tanulók, hanem manipulatív tevékenységek során jussanak el a felismeréshez, megértéshez. Neki köszönhetjük az iskolákban ma is használt eszközök jelentős részét, amelyek használata elősegíti a cselekvésből keletkező gondolkodást.

A matematikatanulás négy alapelvét határozza meg. Ezek nem mások mint, a konstruktivitás, a matematikai változatosság, dinamika és az észlelési változatosság.

1. Konstruktivitás elve: Nem elég az absztrakt fogalmakat átadni a tanulóknak. Hanem lehetőséget kell biztosítani a tanulóknak, hogy újra és újra megkonstruálja magának ezeket a fogalmakat. Például a szorzótábla tanulása során, nem elég az, hogy a tanító elmondja egy adott szorzat értékét, és azt a tanulók azt elhiszik neki és visszamondják. A mélyebb megértéshez, elsajátításhoz szükség van arra, hogy a tanulók rájöjjenek, hogy a szorzatnak valóban annyi az értéke. Fontos, hogy érezzék, ők maguk jöttek rá a megoldásra. A felfedezés izgalma a matematikatanulás mozgatóereje.
2. Matematikai változatosság elve: Változókat tartalmazó fogalmakat olyan tapasztalatok alapján lehet eredményesen kialakítani, amelyek a lehető legtöbb változót variálják.
3. Dinamika elve: Gondoskodni kell az előkészítő, strukturált, és a gyakorló típusú játékokról. Az ezekkel végzett tapasztalatszerzés során kialakulnak a matematikai fogalmak. De ennek az a feltétele, hogy az adott játéktípus a megfelelő időben kerül bevezetésre. Kisebb gyermekeknél konkrét tárgyakkal történik a játék folyamata, fokozatosan kell a gondolati játékokat bevezetni. Ez azért lényeges, mert így a gyermek ízelítőt kap a legvonzóbb játékról, a matematikai kutatásról.
4. Észlelési (perceptív) változatosság, többszörös konkretizálás elve: Ajánlatos sok ekvivalens, de az észlelés számára különböző formában megismertetni a tanulókkal a fogalmi struktúrákat (Dienes, 1999.).

„Ha egy gyerek saját tapasztalatai alapján eredményesen alakított ki egy fogalmat, akkor megalkotott valamit, ami előzőleg nem létezett, és ez a valami pszichológiai értelemben is beépül személyiségébe.” (Dienes Zoltán, 1998. május, Kanada)

A tanulás, fogalomalkotás hat szakaszát határozza meg Dienes. (Dienes, 1999.)

1. szabad játék: A tárgyak megismerése miatt fontos. Ekkor találkozik a tanuló először az alkotóelemek konkrét összetevőivel, amelyekkel végzett cselekvések során a fogalmat felépíti.
2. szabály játék: A tanuló észlelni kezdi a környezet szabályosságait. Ha ezt felfedezi, akkor képes szabályokat kitalálni, alkalmazni, megváltoztatni és megszüntetni, és így játékokat játszani. Ebben a szakaszban adhatunk a gyerekeknek szabályokkal kötött játékokat. De figyelmet kell fordítani arra, hogy ezeket a szabályokat ne tekintsék szentnek és sérthetetlennek.

3. közös struktúra, törvényszerűségek felismerése: A tanulók értelmi, gondolkodási képességeit fejlesztjük, ha hagyjuk, hogy ezt maga a tanuló ismerje fel. Ezt egy bizonyos szótártechnikával segíthetjük elő. Ezzel a struktúra egyik konkretizálását „lefordíthatjuk” a másikba. Például ugyanazt a műveletet elvégezhetjük különböző geometriai alakzatokkal
4. közös struktúra ábrázolása, reprezentáció, modellalkotás: Olyan ábrázolás, amely segítségével látható, hogy az összes vizsgált konkretizálásban mi a közös.
5. leírás, szimbolizálás: Leírást adunk az ábrázolásról egy alkalmas szimbólumrendszer használatával. Ebben a szakaszban kerülnek bevezetésre a matematikai jelölések.
6. formalizálás: Szabályok megállapítása az előző szakasz megállapításai alapján. Ezen szabályok alapján az alaptulajdonságokból és lehet más tulajdonságokhoz jutni. Itt alakítunk ki először formális rendszert. Az alapvető tulajdonságok az axiómák. Ezekről bizonyításokkal jutunk el a tételekig. (Dienes, 1973)

Dienes Zoltán nevéhez köthető eszközök

Az egyik előnyét a manipulációs eszközöknek abban látta, hogy a gondolkodási hibák nyilvánvalóvá válnak. Ilyenkor a tanító feladata segíteni neki korrigálni ezt a hibát.

Dienes-kocka: kis kocka, rúd, réteg, nagy kocka, nagy rúd

Szabad játék során a tanulók építhetnek belőle. Nagyobb-kisebb, hosszabb-rövidebb relációk felismerése és megértése. Rámutat hasonlóságokra és különbségekre.

Dienes-készlet:

Magyarországon ez az eszköz terjedt el a legtöbb oktatási intézményben. Az eszköz ötlete Vigotszkijtől, szovjet pszichológustól származik, aki hasonló eszközöket használt a gondolkodás vizsgálatára. A 60-as években Dienes Zoltán terjesztette el a különböző fajtáit az egész világon. Az iskolákban mai napig használt az egyik ilyen eszköz, a logikai készlet néven ismert játék. Kék, sárga, piros és zöld színű műanyag lapok. Alakjuk szerint: négyzetek, háromszögek és körök. Méretük szerint kicsik vagy nagyok. Tulajdonságuk szerint lyukasak vagy simák. Ennek a készletnek a használata során halmazokkal és matematikai logikával kapcsolatos feladatokat lehet elvégezni, tapasztalatokat szerezni.

4.2.2 Dienes-játékok

A következőkben szereplő Dienes professzor által megálmodott játékokat az Agykalandok című művében találhatók.

Az nyer, aki utoljára lép típusú játék:

Egy játék

A játékhoz egy kupac apró tárgy, például kavicsok és egy doboz szükséges, ahová ezek a tárgyak kerülnek majd. A játékosok eldöntik ki kezdi a játékot. A játékosok felváltva vesznek el egy-egy tárgyat, és a dobozba helyezik. A játék akkor ér véget, ha minden kő a dobozban van. Az a játék nyertese, aki az utolsó követ teszi a dobozba. A játék élvezetesebbé tehető, ha a kavicsokat nem egy dobozba teszik, hanem egymás mellé teszik úgy, hogy egy kép alakuljon ki. Próbálják a játékosok kitalálni, mit szeretne a másik kitalálni, és hozzájárulni a képhez. Így a játékban a versengés mellett megjelenik az együttműködés is. Ez a játék hozzájárul a páros szám és páratlan szám fogalmának kialakulásához. Már a játék elején eldől, ki fogja megnyerni az adott kört. Ez attól függ, hogy páros, vagy páratlan kővel kezdik játszani a játékosok, és hogy melyik játékos kezd.

Ennek a játéknak van ceruza-papír változata is. Ilyenkor a játékosok vonalakat húznak, ezek a kövek helyettesítői. Amikor ők következnek egy-egy vonalat áthúznak, vagy letörölnek. Minden kör elején eldöntik, ki kezdjen.

Néhány játék után a játékosok elkezdik megszámlálni a vonalakat, és táblázatba formájában jelenítik meg, hogy hány vonal esetén érdemes (É) kezdeni, és hány vonal esetén nem (N). (1. táblázat)

1. táblázat

8	11	5	6
N	É	É	N

Legtöbb esetben a tanulók átlátják, mikor fognak nyerni. Ha páratlan számú vonal van, érdemes, ha páros, akkor nem érdemes. Az eredményeket sorba állítva ez még szembetűnőbb. (2. táblázat)

2. táblázat

1	2	3	4	5	6	7
É	N	É	N	É	N	É

Számjátékok többszörösökkel

Kettőtől tizenkettőig

A játékhoz 12 kiskocka szükséges, valamint számkártyák 2; 3; 4; ... 12 számokkal. Ezekből a kockákból téglatesteket kell építeni, mégpedig mindig a lehető legtömörebb építményt. Szükséges egy papírlap, amelyek öt szó szerepel: sor, négyzet, téglalap, kocka, oszlop. Ezeket a játékban a következőképpen kell értelmeznünk. A magyarázat során p és q tetszőleges prímszámokat jelöl.

Sor: a kiskockákból csak sort lehet kirakni. Ez a következő számkártyákra igaz: 2; 3; 5; 7; 11. (prímszámok)

Négyzet: a kiskockákból négyzet alakú, egy rétegű építmény képezhető. Számkártyák: 4 és 9. (négyzetszámok; p^2 alakú számok esetén)

Téglalap: egy rétegű, de négyzetet nem lehet alkotni belőlük, de más többsoros téglalapot igen. A következő számkártyák esetében lehetséges: 6 és 10 ($p \cdot q$)

Kocka: a kiskockákból kirakható egy nagykocka. Ez a számok közül a 8 esetén lehetséges. (köbszám; p^3 alakú számok esetén)

Oszlop: Kockát nem lehet kirakni belőlük, de négyzet alapú hasábot, négyzetet lefedő rétegekből álló téglatestet igen. Számkártya: 12. ($p^2 q$)

A játék során a játékosok körülülnek a papírt, amelyen az öt szó található. A játékvezető a kártyák közül felmutat egyet. Aki rájön, hogy a számra melyik szó illik, rácsap az adott

szóra. A játék kezdetén mindenkinek 10 pontja van. A találat plusz egy pontot, a hiba mínusz egy pontot jelent. Az nyer, akinek a játék végén több összegyűjtött pontja van.

A játék a számok prímtényezős alakjának megismerését készíti elő.

Ciklusjátékok

Olyan tárgyakkól alakíthatók ki ciklusok, amelyeknek jól megkülönböztethető tulajdonságuk van. Erre a játékra megfelelő eszköz a logikai készlet. Sorozatok alkotása, felismerése és folytatása.

Székjáték

A játékot két személy játszhatja. Egy könnyen mozgatható kisebb méretű szék szükséges a játékhoz. A szabály szerint a széken mindig csak negyed fordulatot fordíthatnak a játékosok. A játék megkezdése előtt tisztázni kell a játékosokkal a szék megengedett helyzetait. A támlájának párhuzamosnak kell lennie az oldalfallal, vagy a mennyezettel. A ülésnek szintén párhuzamosnak kell lennie az oldalfallal, vagy a mennyezettel. Így a széknek összesen 24 lehetséges helyzete van. A játék célja, hogy egy helyzetből minél kevesebb lépésben egy másik helyzetbe hozzák a széket. A játékosok meghatározzák a szék kezdő-, és véghelyzetét. Ezután mindketten megpróbálják a lehető legkevesebb lépéssel teljesíteni a feladatot. Az a játékos kap pontot, akinek kevesebb lépésből sikerül ezt megcsinálni. Több kört játszanak. Az nyer, aki végül a legtöbb pontot kapja.

Érdekessé tehetjük a játékot, ha lehetőséget adunk a több lépéssel teljesítőnek újra megpróbálni a feladatot. Tehát ha például az egyik játékos 9, a másik játékos 7 lépésből jutott el a véghelyzetig, akkor a kilenc lépéssel teljesített feladat elvégzője kijelentheti, hogy másodszorra már hétnél kevesebb lépésből is tudja teljesíteni a feladatot.

Játék színes sarkú kockával

Ketten vagy többen játszhatják. Szükséges eszköz egy kocka, amelynek nyolc sarkát 4 különböző színűre festjük. Az egy-egy testátló két végén lévő sarka lesz ugyanolyan színű. Úgy színezzük a sarkokat, hogy a csúcsban találkozó három lap mindegyikén látható legyen a szín.

A kockán túl négy színes korong is szükséges. Ezek színei megegyeznek a kockára festett színekkel.

A kockát az asztalra teszik, és a csúcsaihoz elhelyezik a négy korongot. Valamelyik játékos ezeket a korongokat átrendezi. A másik játékos feladata, hogy az így kapott színkombinációhoz igazodva helyezze le a kocka megfelelő oldalát, a megfelelő pozícióban az asztal lapja felé. Színesíthetjük a feladatot, ha a feladatot adott időn belül kell teljesíteni. Akinek sikerül a feladatot teljesíteni, pontot kap. Az nyer, akinek a játék végén több pontja van.

Dienes úttörőnek számított a módszerével. Az egész világon elterjesztette a gondolatait a matematikaoktatás reformjával kapcsolatban. Bemutató órákat, tanfolyamokat tartott. Néhány eszközét a mai napig használják az iskolák. Azonban az általa kipróbált és bizonyítottan jól működő módszer már nem képezi az oktatás szerves részét. Módszere a mai kor gyermekeire ugyanolyan hatást fejtene ki. A tanárok sajnos az egyszerűbb utat választva a tankönyv és munkafüzet feladatait oldatják meg a tanulókkal. A Dienes-módszerének alkalmazása sokrétűbb annál, mint hogy az eszközeit használják. Megalkotott egy modellt arra, hogyan juthatnak el a tanulók a szabad játéktól az ismeretek elsajátításához. Ez a módszer igényel egy olyan tanítói hozzáállást, szemléletmódot, ami sajnos nem jellemző a mai kor oktatóira.

Dienes korában azonban voltak hozzá hasonlóan gondolkodó nagy tudású személyek, akiknek voltak törekvéseik arra, hogy a módszerét beemeljék az iskolákba. Egy ilyen személy Varga Tamás, akinek a munkásságáról a következő részben írok.

4.3 Varga Tamás

Az alsós matematika tantárgy jelenlegi témakörei és módszerei elválaszthatatlanul kötődnek Varga Tamás nevéhez. A mai napig meghatározzák a matematikatanítást az általa vezetett kutató- és munkacsoport által megvalósult komplex matematikatanítási kísérlet eredményei. Véleményem szerint Varga Tamás munkája és szellemisége elengedhetetlen egy gyermekközpontú, korszerű és hatékony matematikaoktatás megvalósítása érdekében. Tanárként dolgozott gimnáziumban, majd egy kollégiumban. 1947-ben felkerült a Vallási és Közoktatási Minisztériumba, majd 1948-ban a Neveléstudo-

mányi Intézet előadója lett. Több matematika tankönyv megírásában és más tankönyvek szerkesztésében vett részt. Didaktikai témájú publikációi jelentek meg, továbbá tantervek megírásában is részt vett. Nyolc tankönyvpályázatot adott le, mindegyik esetében első helyet szerzett. Megbízásokat kapott tankönyvírásra. Az intézet megszűnése után az ELTE Matematika tanszékén helyezkedett el tanársegédként, ahol a matematikatanítással kapcsolatos előadásokat tartott.

Szakmai gyakorlat szerzése céljából elhelyezkedett egy általános iskolában, ahol matematikatanítást vállalt. Itt kezdte el a didaktikai kísérleteit a tanítás eredményesebbé tétele érdekében.

1960-ban részt vett a II. Magyar Matematikai Kongresszuson Budapesten, ahol először fejtette ki elképzeléseit a matematika tanításról. Az előadók között többek között Dienes Zoltán is szerepelt. Az előadása megerősítette abban, hogy nincsen egyedül a matematika tanítás módszertanának megreformálásában.

A következő időkben újabb kísérletek folytatott az általános iskolában. Az ott tanító tanárok azonban nem fogadták jó szívvel a módszereit. Kritizálták, hogy a tanulók felállhattak az órán, illetve nem támogatták a csoportmunkában való tanulást a megemelkedett hangerőszint miatt. Megvonták a kísérlet folytatásához szükséges engedélyét. Ezek a nehézségek azonban nem hátráltatták, hanem megerősítették elhatározásában.

1962-ben az UNESCO Magyarországon rendezte meg Nemzetközi Matematikatanítási Szimpozionját. Az előadók között találjuk Varga Tamást és Dienes Zoltánt is. Előadása sikeressége miatt őt bízták meg a konferencia dokumentációjának elkészítésére. Ez meghozta számára a nemzetközi elismerést. A világ számos tájára hívták előadásokat tartani.

1963-ban a Művelődésügyi Minisztérium kezdeményezésére megkezdhette komplex matematikatanítási módszerét. Kezdetben egy általános iskola két osztályában, majd egyre szélesebb körben. 1967-től az Országos Pedagógiai Intézet Matematika tanszékén dolgozott, ahol felügyelhette és vezethette kísérletét. Számtalan hazai elismerésben részesült.

A kísérlete egyre szélesebb körben elterjedt. 1971-re már 146 osztály tanult az általa vezetett kutatócsoport módszere szerint. Az ezt követő tantervek és tananyagok létrehozásánál és megválasztásának a kísérlet eredményeire alapoznak. Elmondhatjuk, hogy a mai napig meghatározó a tantervben Varga Tamás és kutatócsoportja által kidolgozott módszer és tananyag.

Varga Tamás azért hívta a munkáját komplexnek, mert egyszerre próbált megfelelni a tudomány elvárásainak, a társadalom elvárásainak, mindeközben felhasználta a modern pszichológia eredményeit, gyakorlatban valósította meg a korszerű tanuláselméleteket. A teljes matematikaoktatás megreformálását tűzte ki célul. Ez magában foglalta a tudományos kutatásokat, a tantárgy szerkezeti és tartalmi megújítását, a taneszközök megújítását, a pedagógusok továbbképzését.

Mint ahogy már korábban is említettem, a tananyag megújításában is nagy szerepe volt. Az addigi számтан és mértan tananyag tematikáján részben vagy teljesen kívül eső témaköröket tartalmazott a tanítás során általa preferált öt témakör. Ezek a következők: Halmazok, logika; Számтан, algebra; Függvények, sorozatok; Geometria, mérések; Kombinatorika, valószínűség-számítás, statisztika. Olyan anyagrészeket emeltek be a tananyagba, amelyek a matematika szempontjából relevánsak, problémákon keresztül, játékosan közelíthetők meg. Fontos, hogy kapcsolatban legyenek egymással, vagy előkészítsenek más témákat. A tananyag évfolyamonkénti felosztásánál azt alkalmazta, hogy minden témakör minden tanévben megjelenjen és az előző tudásokra támaszkodva továbbépüljön. Erre a ma használatos kifejezés a spirálitás. A témakörök párhuzamosan vannak jelen egymás mellett, egy tananyag egy-egy feladata több tananyaghoz kapcsolódik.

A tanítás eszközeinek válogatásánál és megalkotásánál szem előtt tartotta az életkori sajátosságokat. A tanári szemléltetés és a szemléltetőeszközök helyett a tanulói tevékenységeket és munkaeszközöket tartja célravezetőnek. A tanulók maguk szerzik meg a tudásukat a tapasztalataikon keresztül, önállóan jutnak el az absztrakció magasabb fokára. Ez a tanuló aktivitását és önállóságát igényli.

Ebből az következik, hogy a pedagógus szerepét meg kell változtatni. Nem a gyermek tudásának forrása, hanem a gyermek saját tanulásához ad irányt és segítséget.

A tanulók tevékenységének belső motivációra kell épüljenek, nem egy külső motiváló tényező hatására kell a feladatokat megoldaniuk. Egy jól kitalált feladat a felfedezés öröme felkeltve a feladattal való foglalkozásra sarkallja. Ilyenkor a tanuló hibázhat, tévutakra juthat, tévedhet, de nem szabad, hogy ezért bármiféle büntetést adni, mert a tévedés a tanulás velejárója.

Elengedhetetlennek tartja a tanórákon történő differenciálást. Hiszen a tanulók korcsoportok szerint vannak osztályokba osztva. Ez nem azt jelenti, hogy az osztály tagjainak képességei közel azonosak lennének. Az általa kidolgozott komplex módszerben a feladatok ezt a differenciálást lehetővé teszik. Hiszen a problémák megfogalmazása lehetővé teszi, hogy több szinten, többféle módszerrel, többféle eszközzel lehet helyes választ adni. Így a különböző ütemben haladó tanulók egyaránt fejlődhetnek.

Az előzőekben említettek megvalósulásához elengedhetetlen a megfelelő taneszközök, amelyek az önálló tanulást elősegítik. Az önállóság, mint pedagógiai cél megjelenik a komplex matematikatanítási kísérletben. Célja, hogy önállóságra nevelje a gyerekeket, önálló gondolkodásra, önálló feladatmegoldásra, önálló feladatkitűzésre, önellenőrzésre. A tankönyvek mellett munkalapokat készítettek. Ezeken minden tananyagrészt tanításához segítséget adtak.

Az eszközkészletbe az eddig az oktatásban jelenlévő számolókorongokon és számolópálcákon kívül különböző új, modern eszközök kerültek. Például ilyenkor jelent meg a színesrúdkészlet (Cuisinare-rudak), a lyukastábla (Gattegno-tábla), és a Dienes Zoltán által tervezett logikai készlet és testkészlet. Ezeken kívül számtalan eszköz felhasználására volt lehetőség, mint a Babylon építőkészlet, térmértani modellezőkészlet, aritmetikai mérleg, lyukkártyakészlet.

A módszeren dolgozó munkacsoport igyekezett mindenhol jó gyakorlatokat átvenni, és beépíteni a saját anyagaikba a minél eredményesebb matematikatanítási reform eléréséért. Több külföldi iskola és reformpedagógia módszertanából merítettek. (Dancs, 2021.)

Varga Tamás-féle matematikatanítási módszer alapelvei összefoglalva a következők:

- Egyénre szabott képességfejlesztés a gyermekek életkori sajátosságaihoz igazodva.
- A gondolkodás fejlesztése, a matematikai gondolkodási módszerek alkalmazása.
- Külső motiváció felváltása belső motivációval.
- Cselekvő tapasztalatszerzés.
- Induktív út követése.
- Spirális tananyag építkezés.
- A számtan-mértan tananyagok mellett a matematika különböző területeinek bevonása a tantervbe.
- Módszertani változatosság, eszközök, játékok alkalmazása.

A Varga Tamás által megfogalmazott problémák az akkori matematikatanítással kapcsolatban még ma is aktuálisak. A tananyag felépítése a mai napig azokon az alapokon nyugszik, amelyeket Varga Tamás és munkatársai lefektettek. Azonban sok általa meghatározott pedagógiai módszert, eszközt már nem, vagy alig hasznosítjuk az oktatás során.

4.4 Klein Sándor

Fontosnak tartom megemlíteni Klein Sándort, mert ő is nagy szerepet játszott a reformtörekvésekben. Matematika tanárként és pszichológusként végzett az Eötvös Lóránd Tudományegyetemen. A matematika tanításáért végzett munkája szorosan összekapcsolódik Varga Tamás és Dienes Zoltán munkásságával. Miközben a Budapesti Műszaki Egyetemen tanított munkapszichológiát bekapcsolódott a Varga Tamás féle komplex matematikatanítási módszer pszichológiai hatásvizsgálatába. Ez vezette el Kanadába Dienes Zoltánhoz, akinek a pszichomatematikai intézetében 16 hónapot töltött. A Magyarországon végzett kísérletekhez hasonló jellegű pszichológiai hatásvizsgálatokat végzett Kanadában és az Egyesült Államokban.

Tapasztalatait egy könyvben foglalta össze, melynek címe A komplex matematikatanítási módszer pszichológiai hatásvizsgálata. Ebben az alkotásban összefoglalta a komplex matematikatanítás céljait és alapelveit. A könyvben kifejti a kísérleteik eredményeit, és azok pszichológiai tényezőit. Több előadást tartott a Dienes-módszerről és Varga Tamás munkásságáról. Küldetésének tekinti a két módszer megismertetését pedagógus körökben.

5 MATEMATIKAOKTATÁS A NEMZETI ALAPTANTERV BEN

A Nemzeti Alaptanterv határozza meg az egyes tantárgyakhoz az elsajátítandó tanulási tartalmakat, valamint kötelező rendelkezéseket állapít meg az oktatásszervezés körében. A NAT a pedagógusok és iskolaigazgatók munkájához ad iránymutatást, egyfajta keretet. Így a matematika oktatása során elsősorban az ebben a dokumentumban megfogalmazott célokat kell elérni. A dolgozatomban Nemzeti Alaptanterv alatt a jelenleg hatályos, 2020-ban érvénybe lépő Nemzeti Alaptervet értem.

Kulcskompetenciák:

„A Nat az Európai Unió által ajánlott kulcskompetenciákból kiindulva, arra építve, de a hazai sajátosságokat figyelembe véve az alábbiak szerint határozza meg a tanulási területeken átívelő általános kompetenciákat, továbbá azokat, amelyek jellemzői, hogy egyetlen tanulási területhez sem köthetők kizárólagosan, hanem változó mértékben és összetételben épülnek a megszerzett tudásra, fejlődnek a tanulási-tanítási folyamatban.

- 1. A tanulás kompetenciái*
- 2. A kommunikációs kompetenciák (anyanyelvi és idegen nyelvi)*
- 3. A digitális kompetenciák*
- 4. A matematikai, gondolkodási kompetenciák*
- 5. A személyes és társas kapcsolati kompetenciák*
- 6. A kreativitás, a kreatív alkotás, önkifejezés és kulturális tudatosság kompetenciái*
- 7. Munkavállalói, innovációs és vállalkozói kompetenciák” (Nemzeti Alaptanterv, 2020.)*

Úgy vélem, a felsorolt hét kulcskompetencia fejlesztésében nagy szerepe van a matematika oktatásnak.

A következőkben néhány ötletet, módszert, gondolatot sorolok fel az egyes kulcskompetenciák matematika órán történő fejlesztésére.

1. A tanulási kompetencia fejlesztésére szolgál a matematikaórán használt különböző tanulási stratégiák és tanulási technikák alkalmazása.
2. A kommunikációs képességek fejlesztése szintén elengedhetetlen a matematikaoktatás során, hiszen új feladatmegoldási stratégiákkal, fogalmakkal ismerkednek meg a tanulók. Meg kell

tanulniuk jól kérdezni, együttműködést igénylő feladatok során elkerülhetetlen a jó kifejező-képesség kialakulása.

3. A digitális kompetenciák fejlesztése szintén meg tud jelenni a matematikaórákon. A digitális tananyagokat, feladatokat két csoportra oszthatjuk aszerint, hogy azoknak van-e a digitális voltuk miatti plusz élményen túl hozzáadott értéke, vagy sem. A legtöbb rendelkezésünkre álló feladat gyakorlatilag a papírlapról átemelt, digitalizált feladat. Azonban vannak olyan oldalak, amelyeken valóban elérhetőek olyan digitális játékok, amelyek a digitális kompetenciákat fejlesztik. Egy ilyen oldal a Geogebra.org, ahol minden matematika tananyaghoz találunk feladatokat a különböző tudásszintekhez. Tapasztalataim szerint az iskolákban legnagyobb részt ezeket a feladatokat a digitális táblán oldják meg. Véleményem szerint célravezetőbb lenne, ha minden tanuló egy időben játszhatna ezekkel a játékokkal egy saját eszközén, tesztelhetné általuk a tudását. Ez lehet akár saját telefon, vagy az iskola által biztosított tablet.
4. Nyilvánvaló, hogy a matematika tantárgy legnagyobb részt a matematikai, gondolkodási képességeket fejleszti.
5. A személyes és társas kapcsolati kompetenciák fejlesztésére egy jó módszer a páros munka, illetve a különböző formájú csoportmunka. Legyen ez akár kooperatív csoportmunka, ahol a csoportban betöltött szerepek alkalmanként felcserélődnek, akár mozaikmódszeres csoportmunka, ahol minden résztvevő elengedhetetlen a feladat teljesítéséhez. Megtanulnak a tanulók együttműködni ezen feladatok által. Személyes kompetenciák fejlesztése szempontjából fontosnak tartom a tanulók rendszeres önreflexióját a tanulási módszereikre, viselkedésükre.
6. A kreativitás, a kreatív alkotás, önkifejezés és kulturális tudatosság kompetenciái. A kreativitás, és kreatív alkotás kompetenciáinak fejlesztésére szolgál például egy csoportmunka során egy plakát megalkotása, egy adott feladatra különböző megoldási stratégiák alkalmazása, valamint a matematikai eszközökkel végzett szabad játék. Önkifejezésre szintén alkalmas az eszközökkel végzett manipuláció. A kulturális tudatosság fejlesztése érdekében magyar származású matematikusok életét vinném be az órákra különböző formákban. Például csoportmunkában végezzenek kutatást és mutassák be a talált információkat. Keressenek egy magyar matematikus által kifejlesztett játékot, és hozzák be az órára.
7. Munkavállalói, innovációs és vállalkozói kompetenciák. Közvetett módon megjelenik a matematikaoktatásban ez a kulcskompetencia is. Ide tartozik a hatékony kommunikáció, együttműködése képesség, amely például egy jól megszervezett csoportmunkával fejleszthető.

A Nemzeti Alaptantervben a következő célokat határozták meg a matematika tanulással kapcsolatban:

„A matematika tanulásának legfontosabb célja, hogy a tanuló:

- 1. megtapasztalja a matematika értékeit, hasznosságát, szépségét;*
- 2. megismerje a matematikai gondolkodás természetét és a matematika alapvető sajátosságait;*
- 3. fejlessze a szövegértését, a szövegalkotó és absztrakciós képességét a matematika nyelvének és szimbólumainak szóbeli és írásbeli alkalmazása során;*
- 4. fejlessze a számolási készségét, a modellezési, a problémamegoldó és döntési képességét;*
- 5. fejlessze a logikus, pontos, kreatív, mérlegelő, stratégiai és rendszerező gondolkodását;*
- 6. alkalmazható tudásra tegyen szert.”* (Nemzeti Alaptanterv, 2020.)

A Nemzeti Alaptanterv az alsó tagozatos matematika tantárgy tanításának specifikus jellemzői között tartja számon a következőket:

„A matematika tanulásának alapvető módszere a valóságon alapuló, személyes, cselekvő tapasztalatszerzés, amely a különböző érzékszervek bevonásával, mozgással, valamint szemléletükben és a matematikai tartalmukban egyaránt változatos eszközök használatával, játékokkal valósul meg.” (Nemzeti Alaptanterv, 2020.)

„A tevékenységek során működő alkotó gondolkodásnak kiemelt szerepe van a megértésben. A tárgyi tevékenységek és a kapcsolódó változatos képi ábrázolások alapozzák meg a későbbi absztrakciót.” (Nemzeti Alaptanterv, 2020.)

A Nemzeti Alaptanterv meghatározza:

„A tanulók tanulási tevékenységben való aktív részvétele kulcsfontosságú, ezért ennek előmozdítása érdekében a pedagógusoknak mindvégig a tevékenységközpontú tanulásszervezési formákat kívánatos előnyben részesíteni.” (Nemzeti Alaptanterv, 2020.)

Az alaptantervünk meghatározza, hogy milyen tananyagokat kell a tanulóknak elsajátítani az adott oktatási szakasz végére. A tankönyvek és munkafüzetek összhangban vannak az alaptantervben

meghatározott tananyagtartalmakkal. Ezeken a taneszközökön túl azonban a matematikát tanítóknak számos módszerhez kell nyúlniuk az órák élvezetessé tételéhez, a tananyagok alaposabb elsajátításához. A matematikai a reál tárgyak alapköve, ezért elengedhetetlen, hogy alsó tagozaton biztos, stabil alapokat kapjanak a tanulók. A matematikai gondolkodás megértéséhez és elmélyítéséhez elengedhetetlen, hogy a tankönyveket és munkafüzeteken túl szemléltető eszközöket alkalmazzunk, amelyek segítenek a tanulóknak a tananyag megértésében.

A matematika az elmúlt években „nem szeretem” tantárgy lett. A tanulóknak egyre kevesebb sikerélménye van a tantárgy tanulása során, így a tanulási kedvük csökken.

6 SZEMÉLYES TAPASZTALATOK

6.1 Motiváció

A külső motiváció hátrányaira a Montessori pedagógiában, a Dienes féle játékpedagógiában és a Varga Tamás vezette komplex matematikaoktatás is felhívja a figyelmet. A külső jutalmak és büntetések belsővé válnak. A jutalomra várakozás reményt kelt, a büntetés pedig félelmet kelt a gyerekekben. Minden osztályban, ahol matematikát tanítottam az volt az alapvető, hogy a gyerekek a tanítójuktól minden jól megoldott feladatért kaptak valami jutalmat. Egy könnyebb feladat piros pontot ért, egy nehezebb feladatért csillagot kaphattak. Ezzel szemben én sem tárgyi jutalmazást, sem büntetést nem alkalmaztam a matematika óráimon. Ez nem jelenti azt, hogy a tanulóknak szóban nem adtam pozitív visszacsatolásokat. Igyekeztem a tanulóknak felébreszteni a matematika megértésének vágyát érdekes, izgalmas, változatos feladatokkal. Felmérők esetében a Dr. Orosz Gyuláné által ajánlott ötletet alkalmaztam. A helyes megoldások megtalálásával betűkből egy értelmes kifejezést olvastak ki a gyerekek! Például SZÉP MUNKA! MEGTANULTAD!

Maslow piramis

A Maslow szükséglethierarchia modelljét szintén hasznosítottam a tanításaim során. Igyekeztem minden tanuló biztonság-, szeretet- és a megbecsülés igényét kielégíteni, hiszen ezekre épül a kognitív szükségletek igénye, amely a tanulás szintje. Az óráimon azokkal a tanulókkal is éreztettem, hogy értékesek, fontos részei az osztálynak, akik az osztályközösségek peremére kerültek azért, mert nem úgy viselkedtek, vagy nem tudtak annyi mindent, mint az osztály többi tagja. Ezekkel a tanulókkal is bizalmi viszonyt alakítottam ki. Ennek hiányából adódó kezdeti nehézségeken hamar túllendültünk, és ők is együttműködően részt vettem az óráimon.

Orosz Gyuláné a tanár személyiségét is meghatározó motivációs bázisnak tekintette. Igyekeztem türelmesen, megértően fordulni a tanulókhöz, változatos eszközöket használtam, és mindig nagyon alaposan felkészültem, igyekeztem az ismeretek úgy átadni, hogy az arra épülő tananyagot megfelelő módon előkészítsem.

Úgy gondolom, motiválás tekintetében a kutatás során megismert tényezőket a tőlem telhető legnagyobb mértékben beépítettem a tanítási gyakorlatomba, és saját bőrömön tapasztaltam meg, hogy a motivációs bázis minden területének érintése mekkora szerepet játszik a tanulók iskolai teljesítményében.

Az általam bevitt játékok és feladatok sikert arattak a gyerekek körében. Kezdetben még egy-egy feladat után megkérdezték, miért nem kapnak piros pontot. A későbbiekben megszokták, hogy nálam ez a pontozási rendszer nem működik, ennek ellenére mégis lelkesen vettek részt az órákon. A tanulással, gyakorlással, sikerélménnyel járó pozitív élmények, és a játék által nyújtott élmények voltak a motivációs eszközeim. A legtöbb esetben gyakorlásra szánt órákat tartottam nekik, ahol különböző munkaformákat alkalmaztam az órák színesítésére.

Néhány példa a játékokra:

Nálam van a ... kinél van a ...?

A játékhoz annyi kártyát kell készíteni, ahány tanuló van az osztályban, így mindenki rész tud benne venni. Az a tanuló kezdi a játékot, akinél a kezdőkártya van. Felolvassa a kártyán lévő Kinél van a ...? szöveget. Akinél a kérdésre adott megfelelő válasz van, felolvassa a kártyáján található egész szöveget. A továbbiakban ugyanezek a lépések ismétlődnek. Így minden tanulóra sor kerül. A játék annál a tanulónál ér véget, akinél a záró kártya van. A tanulók a saját válaszukon kívül a többiek megszólalásait is figyelemmel kísérik, hiszen nem tudhatják ki után fognak következni. Nagy létszámú, alacsonyabb évfolyamú osztályoknál megkönnyíti az esetleges elakadás esetén a tanító segítő feladatát, ha a tanulók állva kezdik a játékot, és ha rájuk került a sor leülnek. Így könnyebben átlátható, ki az, akinél még lehet a helyes megoldás. Szinte minden témakör gyakorlására és ismételtesére alkalmas a feladat. Használtam az alapműveletek gyakorlására, mértékegység átváltás gyakorlására egyaránt.

Légycsapós játék

A tanulókat két csoportra osztom és a tábla elé állítom két oszlopban. A táblára az éppen aktuális tananyagnak és számkörnek megfelelő számokat írok. Az elől álló tanulók kezében egy-egy légycsapó van. A tananyaghoz illeszkedő kérdést teszek fel, amelynek a megoldása a táblán található. A tanulók feladata, hogy minél hamarabb rácsapjanak a helyes megfejtésre. Az a csapat nyer, aki több kérdésre adott jó megoldást

Szabaduló szoba jellegű játék

A tanulók egyénileg, párban vagy csoportosan hajtják végre ezt a játékos feladatot. A játék lényege, hogy szórakoztató feladatokat oldanak meg, és a helyes megoldás segítségével jutnak a következő játékos feladathoz. Célszerű ezeket a feladat sorozatokat valamilyen történetbe illeszteni, és a tanulókat szerepbe helyezni. Ez is növeli a tanulók motivációját. Az általam kipróbált szabaduló szoba jellegű játékot egy nyomozás köré építettem. A benne lévő feladatok az aktuális tananyag gyakorlására szolgáltak. A tanulók feladata volt, hogy nyomozóként kiderítsék egy bankrablás körülményeit. A megoldásokat helyes válaszok betűiből olvasták ki, különböző számrejtvényeket kellett megoldaniuk. A feladatokat a témához igazítottam, például a számpiramis elemeit nem négyzet, hanem aranytömb formájúra szerkesztettem. A tanulók körében nagy sikert aratott játék. A célként kitűzött gyakorlás is megvalósult.

1. feladatlap

Bankrablás történt. Derítsétek ki a rablás helyszínét és kapjátok el ez elkövetőt! Ehhez oldjátok meg a feladatokat! A jó munkáért járó jutalom természetesen nem marad el!

1. Derítsétek ki melyik városban történt a bankrablás! Az igaz állítások betűjelét karikázzátok be. A betűk összeolvasásából megkapjátok a település nevét.

E A 89 páros szám.

H A 46 páros szám.

A A 69 nagyobb egyes számszomszédja és a nagyobb tízes számszomszédja ugyanaz a szám.

V A 71 kisebb tízes számszomszédja a 80.

T Ha a 35-ből elveszek 12-t, 23 lesz az eredmény.

V $65+14=79$

R $25 + 34 < 56$

A $80 - 42 = 38$

N – A páratlan számok egyes számszomszédjai páros számok.

Város neve: _____

2. feladatlap

Melyik utcában történt a bűntény?

Fejtsétek meg a következő rejtvényt!

A tízesek helyén álló szám mutatja, melyik oszlopban található a betű, az egyesek helyén álló szám mutatja, melyik sorban van a betű.

Például: 41. 4. oszlop, 1. sor → L

A bűntény a következő utcában történt: 22 , 14, 43 , 51 , 53

Mely betűket jelölik ezek a számok?

0	1	2	3	4	5	6
1	H	N	F	L	Á	U
2	M	P	Z	W	Í	J
3	L	G	Ö	T	K	D
4	E	O	R	Ü	C	S

Az utca neve: _____

 _____ **UTCA**

3. feladatlap

HÁZSZÁM

A következő házak közül melyik a bank?

A következő állítások mindegyike igaz a házsámra:

- Ha a bank házsáma $\blacktriangle$, akkor igaz rá a következő nyitott mondat:

$$23 + 17 < \blacktriangle < 99 - 29$$

- Páros szám
- Számjegyeinek összege nagyobb, mint 10.



4. feladatlap

Ki követte el a bűntényt? Oldjátok meg a feladatokat! A megfejtések segítenek.



67 57 99



97 56 79

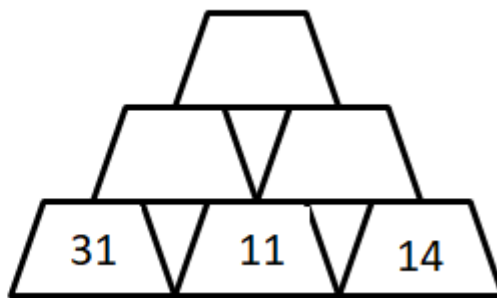
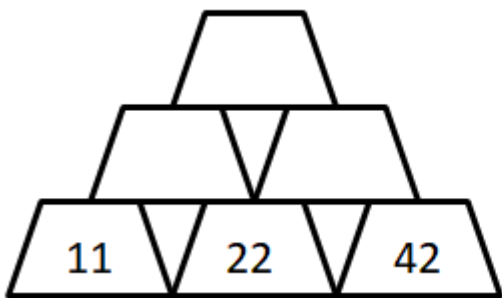


67 57 79



67 57 76

a, Oldjátok meg a számpiramisokat! A rabló kódjának első száma a piramisok tetején található számok közül a kisebb.



b, Oldjátok meg a sorozatot! A sorozat 6. eleme a rabló következő száma.

2, 13, 24,,,

c, Töltsétek ki a táblázatot! Az átlalatok beírt számok közül a legnagyobb páratlan szám a bankrablóhoz vezető utolsó kétjegyű szám.

	13	52	41		
	64	27	11	33	12
	77			99	80

6.2 Tárgyi tevékenység

Minden általam tanított új ismeretet átadó órán igyekeztem tárgyi tevékenységekkel szemléltetni a tananyagot.

A szorzótábla tanításakor tartottam egy órát a tanulóknak. A 4-es szorzótábla tanulásakor a szorzótábla felírása és többszöri elisméltése helyett, a Dienes Zoltán módszeréhez hasonlóan kis tárgyakat adtam a tanulóknak, amelyek csoportosításával maguk alkották meg a szorzótábla elemeit. Párosával kaptak egy-egy számot, annyi négyes csoportot kellett alkotniuk. A párok így egy szorzást kaptak, a kockák megszámlálásával pedig az eredményeiket. Ezeket felírták maguknak, majd sorban haladva megbeszéltük az egyes szorzásokat. Eközben minden páros az éppen aktuális szorzatot rakta ki maga előtt, és minden következő szorzásnál újabb négy elemet adtak hozzá. Ezzel a tanulók saját maguk alkották meg a szorzásokat és szorzatokat.

Korábban is használtam már ehhez hasonló tárgyi manipulációt az egyetem gyakorlóiskolájában végzett gyakorlatom alatt. A tananyag a maradékos osztás volt. A tanulók megadott számú tárgyakat, fakockákat helyeztek maguk elé. Egy adott számon végeztünk el több osztást. Így megtapasztalhatták a maradék nélküli és a maradékos osztást egyaránt. Megértették mit jelent az, hogy maradék.

Dienes professzor hat szakaszok tanítási módszerét nem volt alkalmam kipróbálni, azonban az általa megalkotott logikai készletet több alkalommal is használtam a tanításom során. Első osztályban kezdetben szabad játék formájában képeket alkothattak a tanulók a készlet elemeiből. Ezekkel az alkotásokkal telefonos játékot játszottunk. A tanulók megalkottak egy képet és a készlet elemeinek pontos leírásával, valamint az alá, fölé, mellé irányok segítségével elmagyarázták a társuknak, akik nem látták ezt a képet, és a magyarázat alapján kellett kirakniuk.

Szarkajáték során a tanulók párban dolgoztak, és egy logikai készletet használtak. A készlet elemei rendezetlen formában voltak az asztalon. Az egyikőjük elvett egy elemet, a másik feladata volt kitálcálni a többi elem elrendezését és csoportosítását követően. Ez a játék a komplementer halmazra irányítja a figyelmet.

Később sorozatokat alkottunk belőlük, amelyeket a megfelelő elemekkel kellett folytatni. Valamint egy adott sorból megkerestük a kakukktójást, a sor minden eleme egy kivétellel rendelkezett egy adott tulajdonsággal. Például egy sort alkotott öt kör, és egy háromszög; vagy öt lyukas és egy sima elem.

Barkózáztunk is a készlet elemeivel. Egy tanuló gondolt egy elemére, a többiek feladata volt ezt kitálcázni jól feltett kérdések segítségével. Az aki gondolt, csak igennel és nemmel válaszolhat.

Dienes Zoltán színes sarkú kockával végzett játékát is kipróbáltam a tanulókkal harmadik évfolyamon. Ennek leírását a Dienes-játékok részben részletesen kifejtettem. A tanulóknak nagy sikert aratott a színes sarkú kockával végzett páros játék.

6.3 Hibázás

A gyakorlatom során azt tapasztaltam, főleg az első két évfolyamon, hogy a tanulók nagyon rosszul élik meg, amikor egy feladatot nem hibátlanul teljesítenek. Alkalmanként ezt sírás kíséri. Elmondásaik alapján ilyenkor csalódnak saját magukban, azt érzik, hogy nem tudnak semmit, hiszen a többiek náluk sokkal okosabbak. Az általam megtartott órákon igyekeztem a tanulóknak ezt a fajta gondolkodását átformálni. Ilyen esetekben megnyugtattam őket, és hangsúlyoztam, ahogy a Montessori pedagógia is tartja, hogy a hibák a barátaink, és azért vannak, hogy segítsenek nekünk a tananyag megtanulásában. A tanítási gyakorlatom végére már nem voltak az órán a hibák miatt elkeseredett tanulók. Hiszen a hibák a barátaik lettek.

6.4 Tanító – tanuló viszonya

A tanulókat partnerként kezeltem. A kölcsönös tisztelet és bizalom alakult ki közöttünk, amely az eredményes tanuláshoz elengedhetetlen. Nem fegyelmezéssel és szigorral, hanem szeretettel és megértéssel értem el ezt náluk.

Dienes Zoltán ajánlása, hogy konfliktusok esetén az asszertív kommunikációt és az én-üzeneteket ajánlja alkalmazni. Ezeket rendszeresen használtam, és megtapasztaltam, hogy ezekkel valóban elérhetjük a célunkat.

7 VIZSGÁLAT MÓDSZEREI

A szakirodalmakból tanult, a gyakorlatban kipróbált módszereken és a saját tapasztalataimon túl kíváncsi voltam arra, hogy más tanítók hogyan alkalmazzák azokat a módszereket, és ötleteket, amelyet az előző évszázad matematikatanítást kutatók javasoltak, és kísérletekkel támasztottak alá.

A kérdőíves kutatásom célja az volt, hogy megvizsgáljam a mai kor tanítói milyen eszközöket használnak az előzőekben kifejtett 20. századi matematikatanítási reform eszköztárából. Eszközök alatt a módszertant, tanuló-tanító viszonyt, motivációs tényezőket, és a matematika órán használt szemléltető és tárgyi tevékenységhez szükséges eszközöket értem. A kérdőívemet a Google Űrlapok segítségével készítettem el. A kérdőívem öt nagy szakaszra osztható. Amelyek a következők: Általános információk, Matematikatanítás sikeressége, Módszerek és munkaformák, Értékelés, Tárgyi tevékenység. Azért a tanítókat választottam a kutatásom alanyául, mert ők tapasztalják meg közvetlenül azt, hogy mely általuk használt módszer hatásos a tanításuk során. A kérdőívemben igyekeztem a reformok minél több részére kitérni. A kérdőívemet 40 alsós tanító töltötte ki.

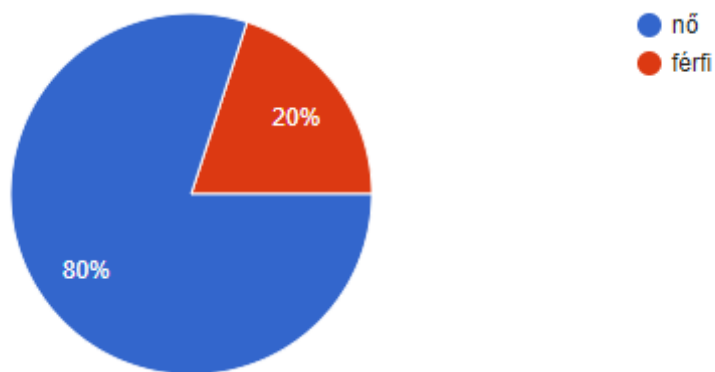
A hipotéziseim a következők voltak: A motivációs eszköztárak többnyire külső motivációt erősítő módszer. A hibázást problémának tartják a tanítók, negatív irányba minősítik miatta a tanulókat. Az alsós tanítók többsége kevés tárgyi tevékenységet alkalmaz a tanóráin.

A kérdőív teljes egészében a dolgozatom végén, a mellékletekben található. (1. melléklet)

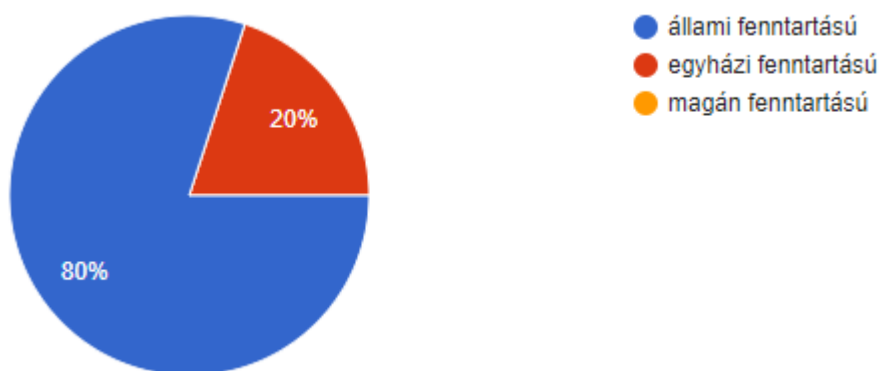
7.1 A kérdőív eredményei

Az első részben általános információkat gyűjtöttem a kitöltőkről.

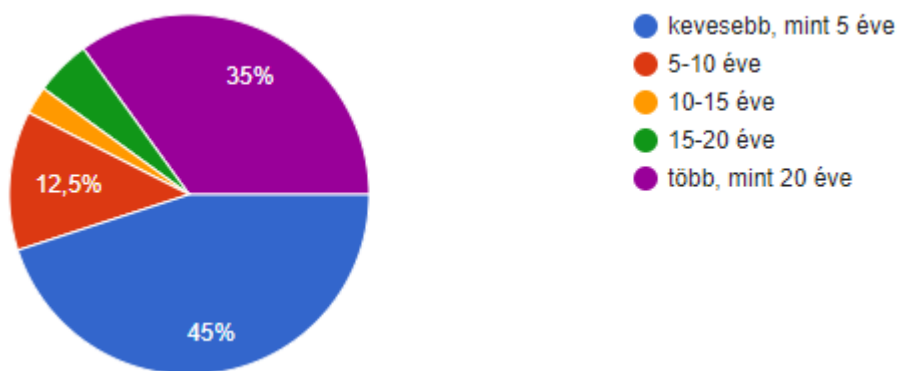
A kitöltő neme: A kérdőívet 40 pedagógus töltötte ki, melyből 32 válaszadó volt nő, és 8 válaszadó férfi. Tehát a kitöltők többsége nő.



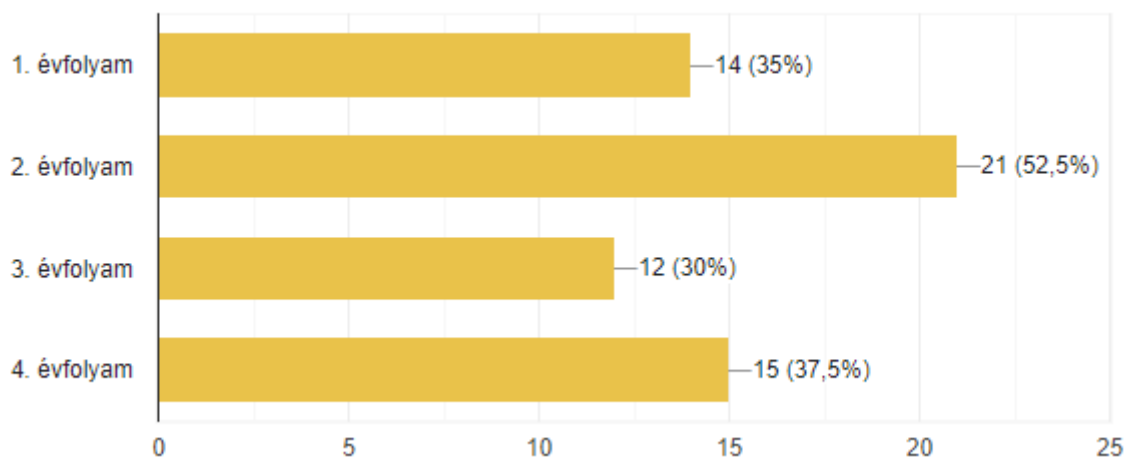
A második kérdésben arra kérdeztem rá, hogy milyen fenntartású az intézmény, ahol a kitöltő dolgozik. A kitöltők 80%-a, azaz 32 tanító válaszolta azt, hogy állami fenntartású, és 8-an azt, hogy egyházi fenntartású intézményben dolgozik. A kitöltőim között nem szerepelt olyan, aki magán fenntartású intézményben dolgozik.



A következő kérdésben arra voltam kíváncsi, hogy a kitöltők hány éve tanítanak matematikát. A kitöltők legnagyobb része, 18 fő kevesebb, mint öt éve tanít. A második legnagyobb részt 14 fővel a több, mint 20 éve tanítók teszik ki. 5-en 5-10 éve, egy ember 10-15 éve, és 2-en 15-20 éve tanítanak matematikát. Tehát a kutatásomban résztvevő tanítók köznevelésben töltött ideje igencsak megoszlik.



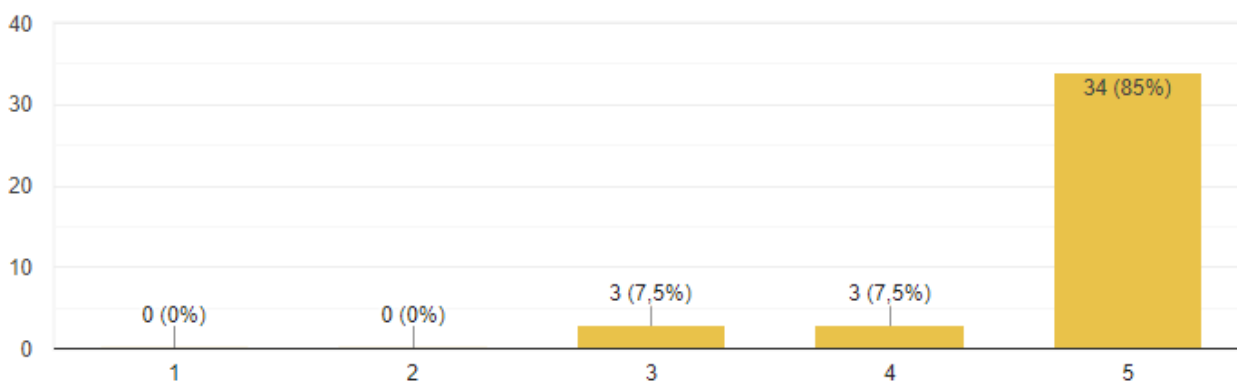
A kitöltők az alsó tagozat mind a négy évfolyamán oktató pedagógusok voltak. A válaszok száma azt mutatja, hogy többen több évfolyamon is tanítanak, nem csak egyen.



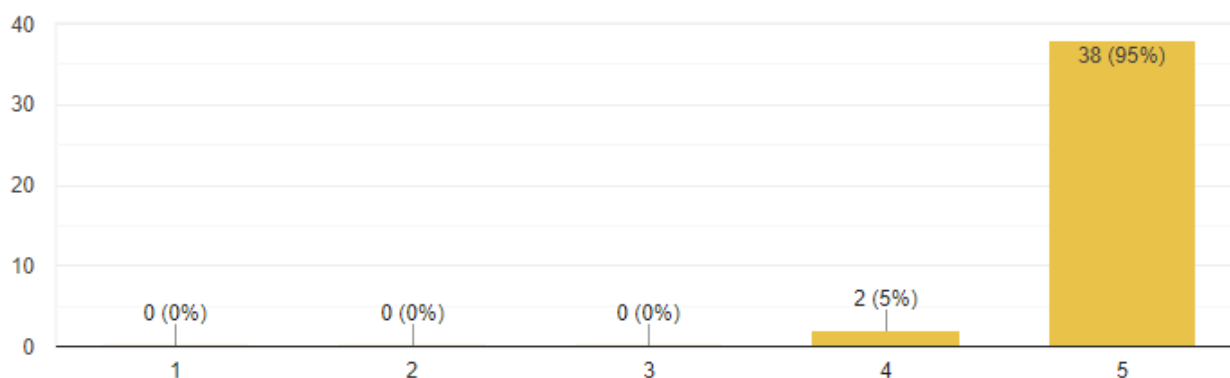
A második részben azt vizsgáltam, hogy mennyire tartják fontosnak a matematikatanítás sikerességéhez a következőket: gyakorlati élethez kapcsolódó példák, gyermekközeli példák, többféle megoldás.

dási lehetőség bemutatása, pedagógus személyisége, osztályzás, partneri viszony a tanulókkal, aszszertív kommunikáció, büntetés, szeretettel és érdeklődéssel közelítő attitűd. Az egyes összetevőket 1-től 5-ig terjedő Likert-skálán értékelték a tanítók, ahol az 1 az egyáltalán nem fontos, az 5 a nagyon fontos jelentette. Azt gondolom, hogy a pedagógusok aszerint alkalmazzák az egyes módszereket, munkaformákat, hogy azok hatását mennyire tartják fontosnak. A kérdéseim alatt a matematikatanítás sikerességeként a tananyag elsajátítását értem.

Gyakorlati élethez kapcsolódó példák. A válaszok megmutatták, hogy a kitöltők legnagyobb része, 34-en nagyon fontosnak tartják, hozzájuk hasonlóan magas pontszámot, négyest adtak 3-an, és 3 közepes válasz érkezett. Ez azt mutatja, hogy a pedagógusok többsége fontosnak tartja a gyakorlati élethez kapcsolódó példákat. Ezek fontosságát több szakirodalom is igazolja.

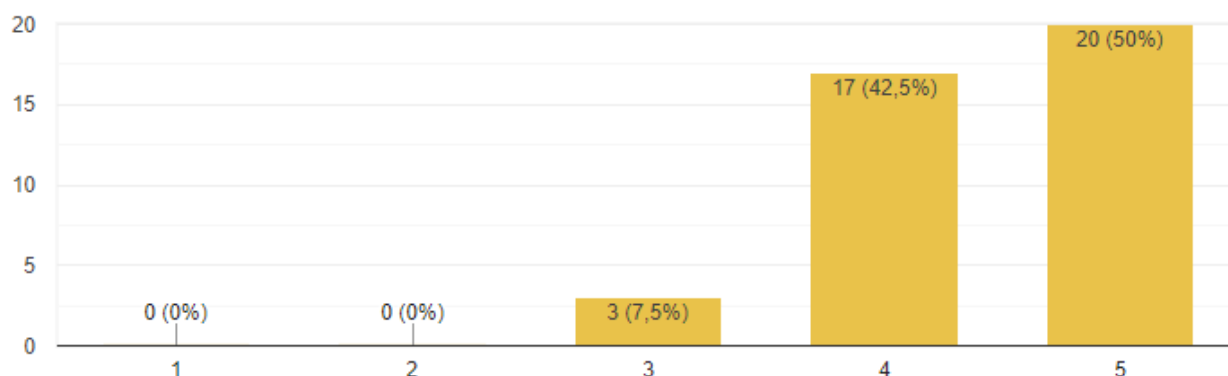


A következő grafikonról leolvasható, hogy a kitöltők mindegyike nagyon fontosnak tartja, hogy a tanítás során gyermekközeli példákat alkalmazzunk. A gyermek közeli példák elengedhetetlenek ahhoz, hogy a tanulók be tudják fogadni a tananyagot.

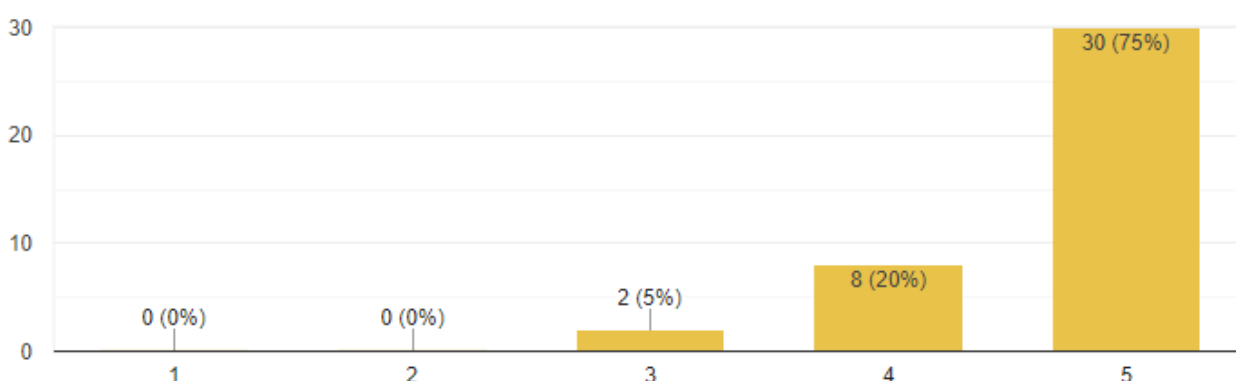


Többféle megoldási lehetőség bemutatásának kérdésében a kitöltők többsége az előzőekhez hasonlóan magas pontszámot adott meg, azonban már nem olyan nagy számban tartják nagyon fontosnak. Az 1-től 5-ig terjedő skálán, ahol az 5 a nagyon fontos jelenti, 20-an ötösre, 17-en négyesre, és 3-an

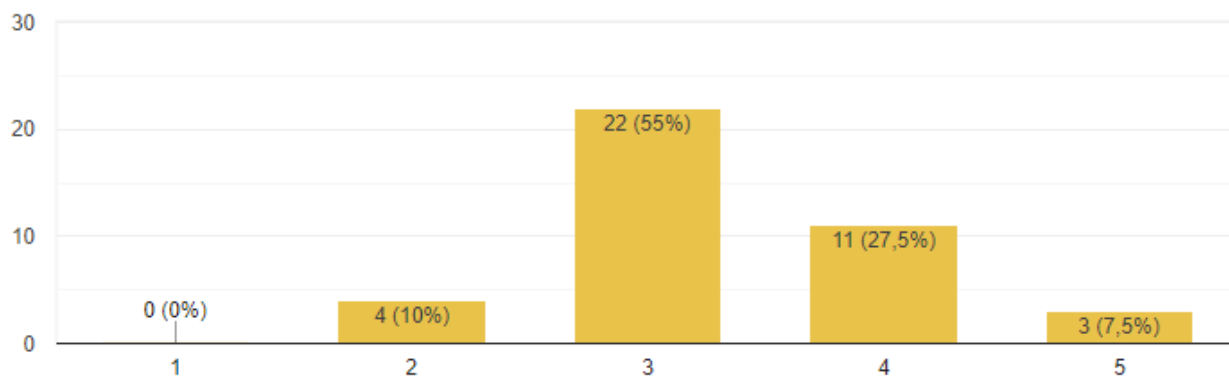
hármásra értékelték a többféle megoldási lehetőség bemutatását. A kitöltők legnagyobb része a skála pozitív oldalán értékelték, ami egy jó tartomány, hiszen a többféle megoldási lehetőség bemutatása elengedhetetlen ahhoz, hogy minden tanuló megtalálja azt a gondolatmenetet, feladat levezetési módszert, amellyel az ő gondolkodási struktúrái segítségével az adott feladatot megérti, és a számára legkönnyebb módon meg tudja oldani.



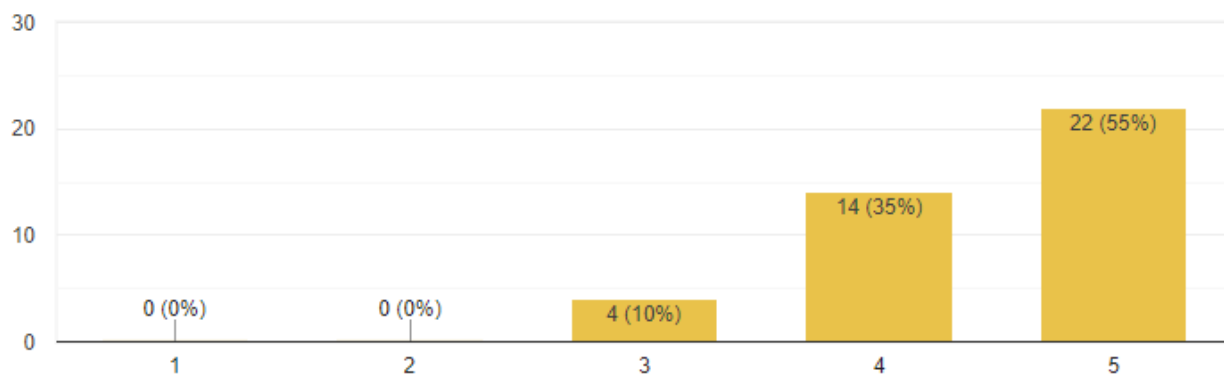
A tantárgyat tanító pedagógus személyiségét a kitöltők zöme nagyon fontosnak tartja. Egy jó pedagógus, aki személyiségével is motiválja a tanulókat, ezalatt a tanulókhoz és a tananyaghoz való hozzáállását értem, elengedhetetlen a tanulók sikerélményhez jutásához. Meghatározó egy matematikát tanuló gyermek életében az, hogy ki, milyen attitűdű személy tanítja meg számára a matematika tananyagot. Lehet a matematikát szárazan és unalmasan tanítani, úgy, hogy a gyermekeknek ne legyen pozitív élmény a matematika tanulása, és lehet úgy, hogy a tanulók játékként fogják fel a matematikát, és örömeiket leljék a matematika rejtélyeinek felfedezésében és megoldásában.



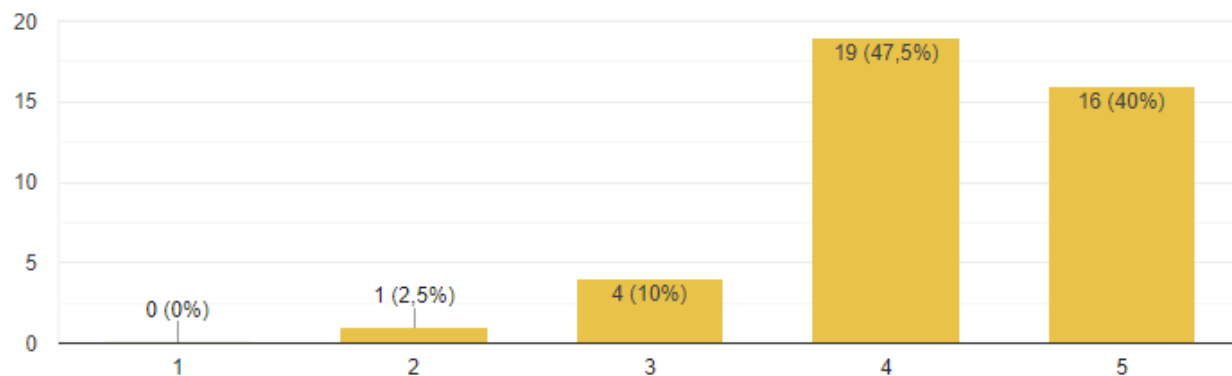
Az osztályzás kérdésében az egyáltalán nem fontos és a nagyon fontos 1-től 5-ig terjedő skálán a kitöltők 55%-a semleges, hármast választ adott. 14-en ettől nagyobb szerepet, 4-en ettől kisebb szerepet tulajdonítanak az osztályzatoknak a matematikatanítás sikeressége szempontjából. Következéseim szerint a skála két felső értékét megadó 14 fő motivációs tényezőként tekint az osztályzatokra.



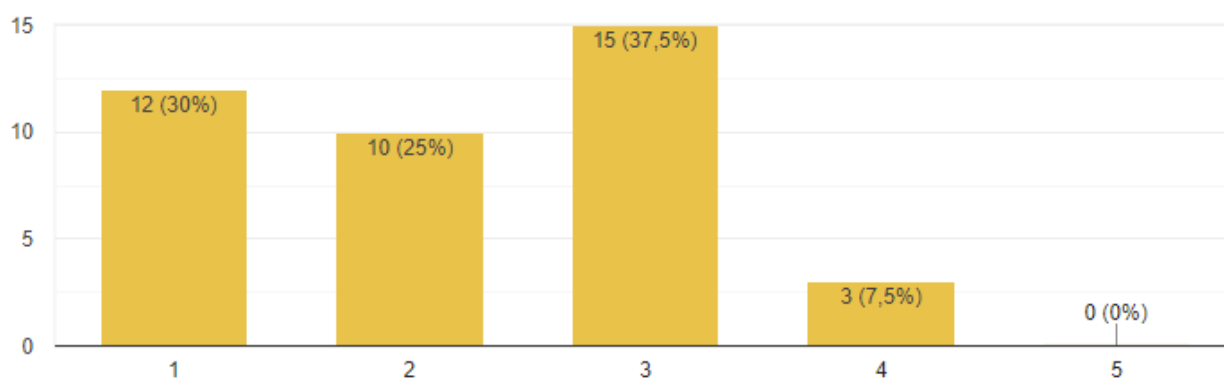
A tanulókkal kialakított partneri viszonyt a kitöltők túlnyomó többsége, 90%-a fontosnak tartja a sikeres tanuláshoz. Ezt az előző évszázad kutatói ennek fontosságát kísérletek bebizonyították. Mindenképpen pozitív az, hogy a kitöltők nagy része fontosnak tartja ezt, és ebből arra következtetek, hogy a gyakorlatuk során is erre törekednek.



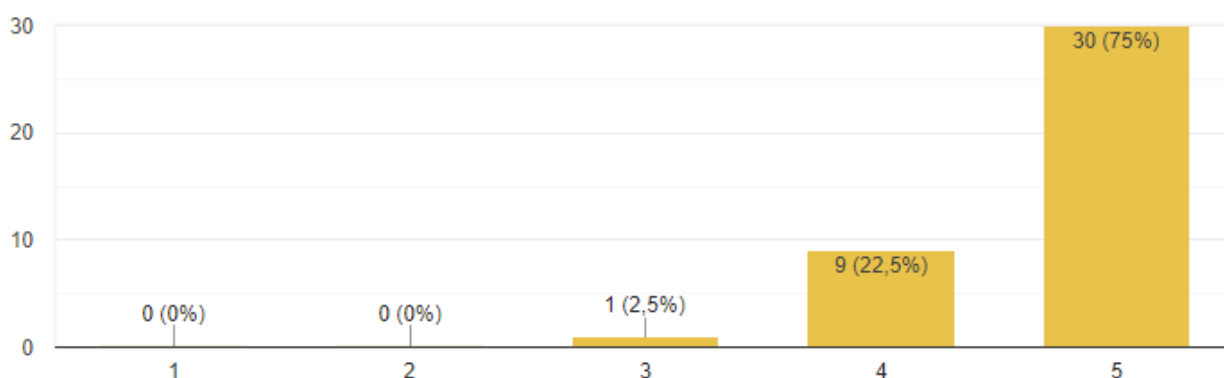
Az asszertív kommunikáció elengedhetetlen a tanítás sikeressége szempontjából. A kitöltők közül 35-en a fontossági skála felső értékeivel válaszoltak, tehát mérvadónak találtál az asszertív kommunikációt.



A büntetésről a kitöltők 30%-a tartja azt, hogy egyáltalán nem fontos. Azt gondolom, hogy a többi válaszadó valamilyen formában és körülmények esetén alkalmaz valamilyen büntetési formát a tanulóknál. Tehát a kitöltők 70%-a él a büntetés módszerével. Ezt akkor alkalmazzák a pedagógusok, ha a tanulók egy nem kívánt tevékenységét szeretnék megszüntetni, megelőzni a jövőbeni előfordulását. A szakirodalmak azt mondják, hogy a büntetéssel rövid távon tudjuk elérni a célt. Hosszútávon a pozitív hatásuk nem érzékelhető. Dienes Zoltán a pedagógiai nézetei szerint nem célravezető a büntetés, ehelyett a szeretettel és érdeklődéssel közelítő attitűdöt javasolja a tanítóknak. Fontosnak tartom, hogy amennyiben valamiféle büntetési formát alkalmazunk, mindenképpen értessük meg a tanulóval, hogy mi az oka annak, amiért kapta. Ne azt ismételgessük neki, hogy mit nem szabad többet csinálnia, hanem magyarázzuk el neki, hogy miért nem jó az amit cselekedett.

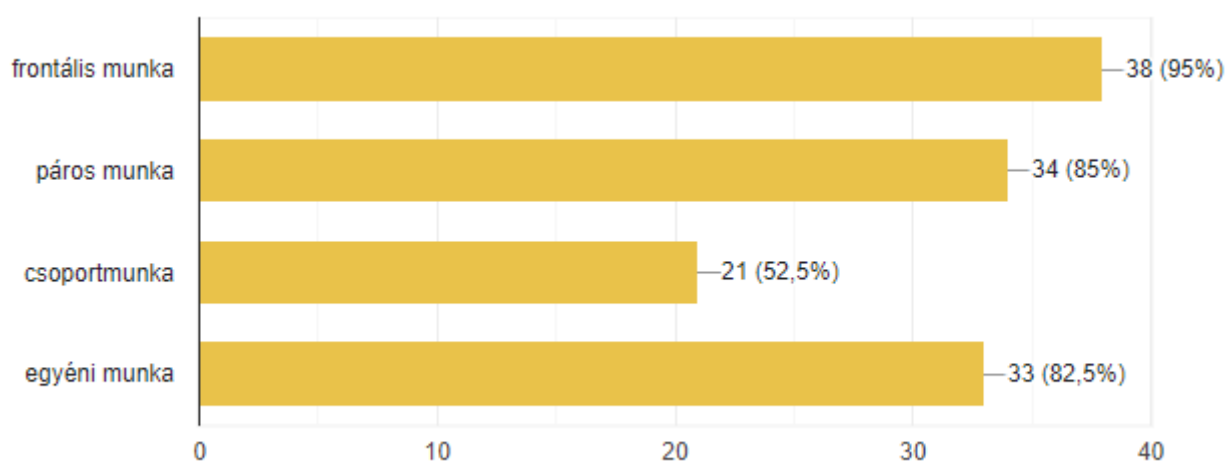


A szeretettel és érdeklődéssel közelítő attitűdöt a kitöltők 97.5%-a fontosnak tartja. Ez azt mutatja, hogy az előző kérdésben adott válaszokból leszűrt következtetések mellett, tehát amellet, hogy a büntetés jelen van a matematikaórákon, a pedagógusok nagy hangsúlyt fektetnek ennek ellensúlyozására is a szeretettel és érdeklődéssel közelítő attitűddel.



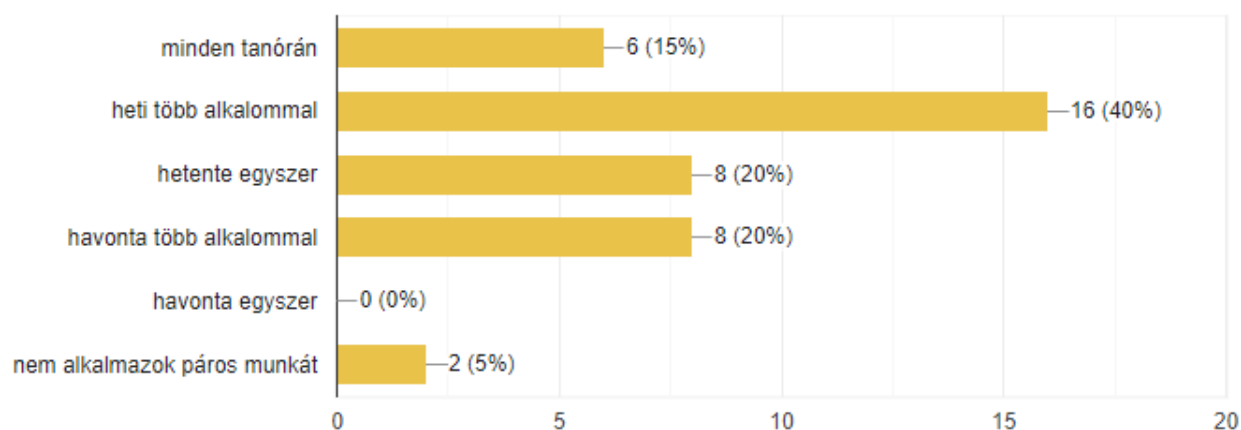
A kérdőívem harmadik szegmensében a tanórákon alkalmazott módszerekre és munkaformákra tértem ki. Hiszen ezek változatos alkalmazása fontos motivációs bázis a tanórákon.

Milyen munkaformákat alkalmaz egy átlagos matematika órán? A kérdésre adott válaszok alapján azt láthatjuk, hogy egy átlagos matematika órán a tanítók zöme a frontális oktatás és egyéni munka mellett alkalmaz páros munkát is (34 fő). A kitöltők kicsivel több mint fele, 21 fő csoportmunkát is alkalmaz egy mindennapi tanórán.

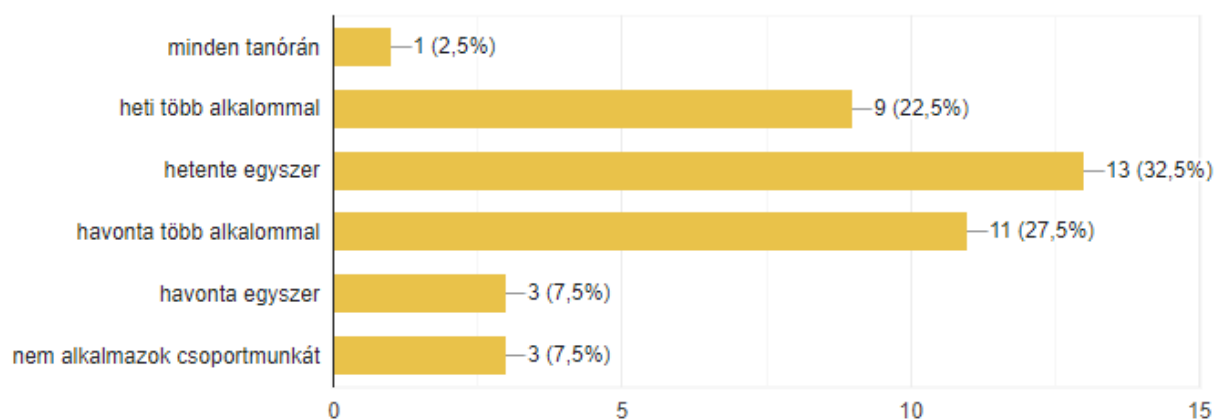


A következő kérdésekben a különböző munkaformák alkalmazásának gyakoriságára kérdeztem rá. Úgy gondolom, a tanórák megtartása szinte lehetetlen frontális és egyéni munka nélkül, így ezek gyakoriságára nem tértem ki.

Páros munka – 6-an minden tanórán, 16-an heti több alkalommal, 8-an hetente egyszer, szintén 8-an havonta több alkalommal alkalmazza a munkaformát. 2-en nem alkalmazzák.

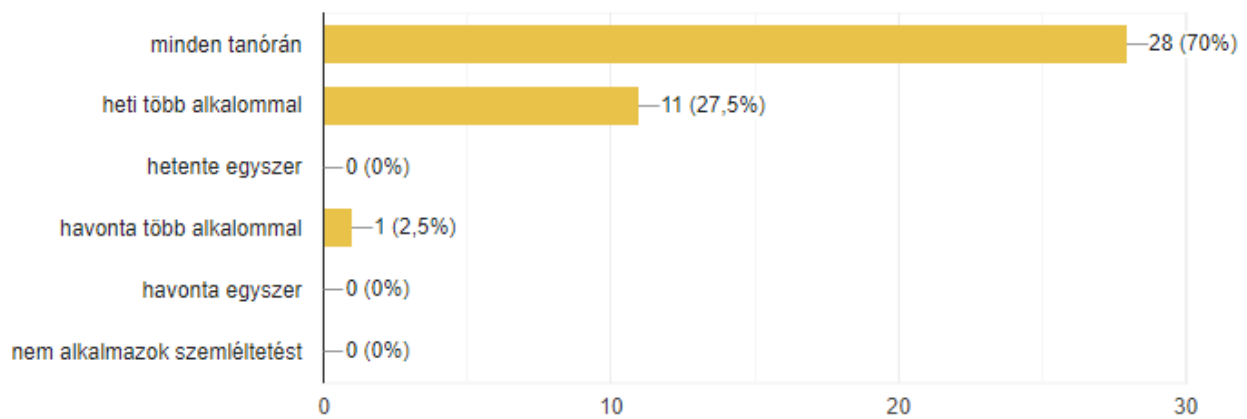


Csoportmunka – A kitöltők közül minden tanórán csupán 1 fő, heti több alkalommal 9 fő, heti egy alkalommal 13 fő, havonta több alkalommal 11 fő, havonta egyszer 3 fő alkalmazza ezt a munkaformát. 3-an nem alkalmaznak csoportmunkát.

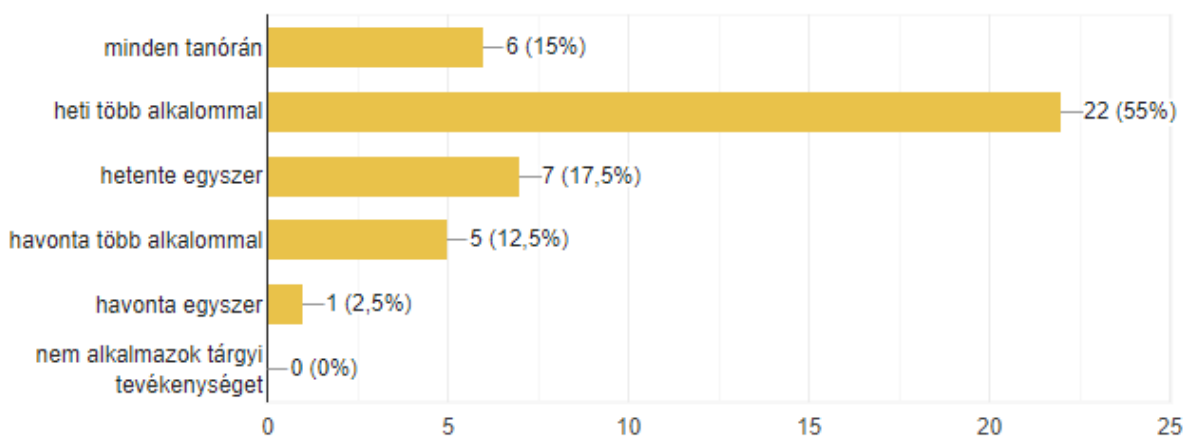


A következőkben különböző módszerek alkalmazásának gyakoriságára tértem ki, amely módszereknek a 20. század gondolkodói is nagy jelentőséget tulajdonítottak.

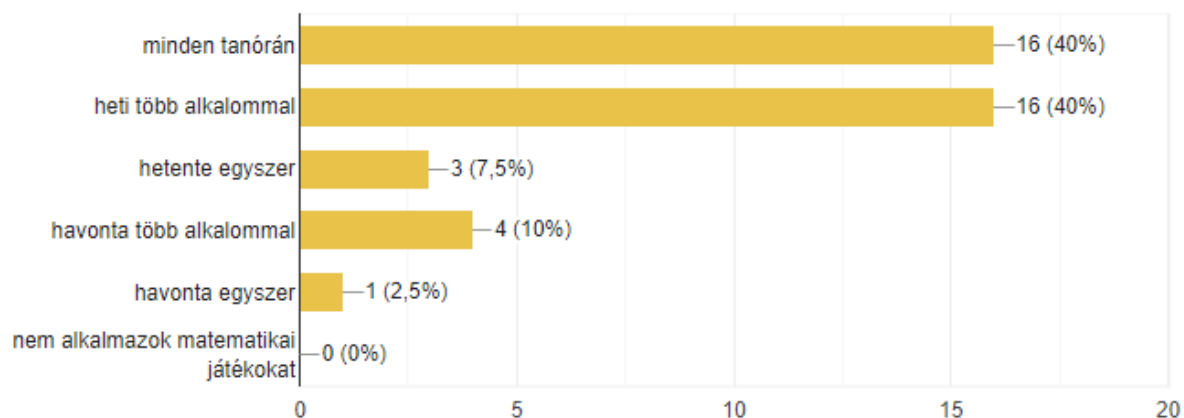
Szemléltetés – Elengedhetetlen a tananyagok könnyebb elsajátításában, azonban nem keverendő össze a tanulók által végzett tárgyi tevékenységgel. A kitöltők 70%-a minden tanórán, 27,5%-uk pedig heti több alkalommal alkalmaz szemléltetést.



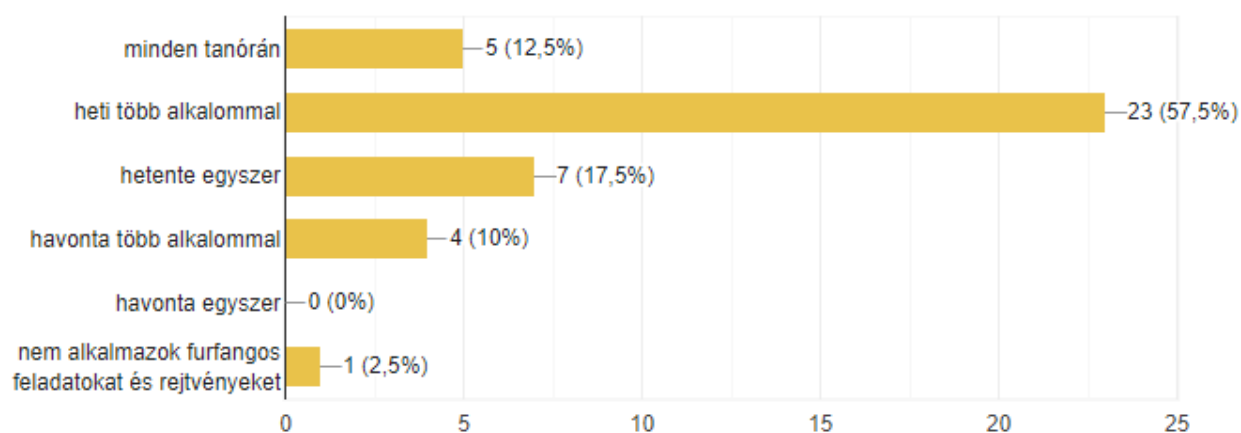
A tárgyi tevékenység a szemléltetésnél valamivel ritkábban jelenik meg. Minden tanórán 6-an, heti több alkalommal 22-en, hetente egyszer 7-en, havonta több alkalommal 5-en, havonta egyszer pedig 1 fő alkalmazza. Ez azt mutatja, hogy minden kitöltő alkalmaz tárgyi tevékenységet, azonban annak gyakorisága eltérő. Legtöbbször hetente több tanórán is használják.



A matematikai játékok fontosságát és hasznát bizonyították be az előző évszázad kutatásai. A kérdésre adott válaszok alapján minden kitöltő visz matematikai játékokat a tanórákra. 40%-uk minden tanórán, szintén 40%-uk heti több alkalommal, 7,5%-uk heti egy alkalommal alkalmaz matematikai játékokat. Ez az eredmény azt mutatja, hogy a matematikai játékoknak ma is van létjogosultsága, hiszen a tantárgyat tanító pedagógusok rendszerint alkalmazzák őket az oktatás során. A pedagógus pedig olyan módszereket használ, amelyek célravezetők, a tanulók motivációját fenntartják, sikeres óra lebonyolításához hozzájárulnak.

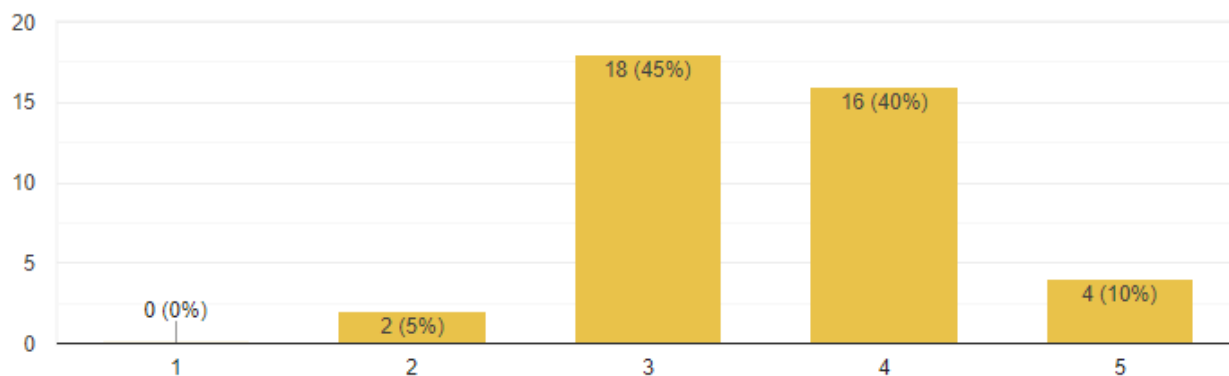


A furfangos feladatok, rejtvények a logikai gondolkodást fejlesztik. A tanulók élvezik az általuk történő fejtörést, és ezek megoldása sikerélménnyel tölti el őket. Személyes általános iskolás tapasztalatom, hogy egy óra eleji fejtörő feladat mennyire sokat jelent a tantárgy iránti motiváció kérdésében. A kitöltők közül 28-an minden tanórán, vagy heti több alkalommal alkalmaznak ilyen típusú feladatokat. 7-en hetente egyszer, 4-en havonta több alkalommal. Majdnem minden kitöltő látja a furfangos feladatok hasznát, hiszen ezért alkalmazzák.

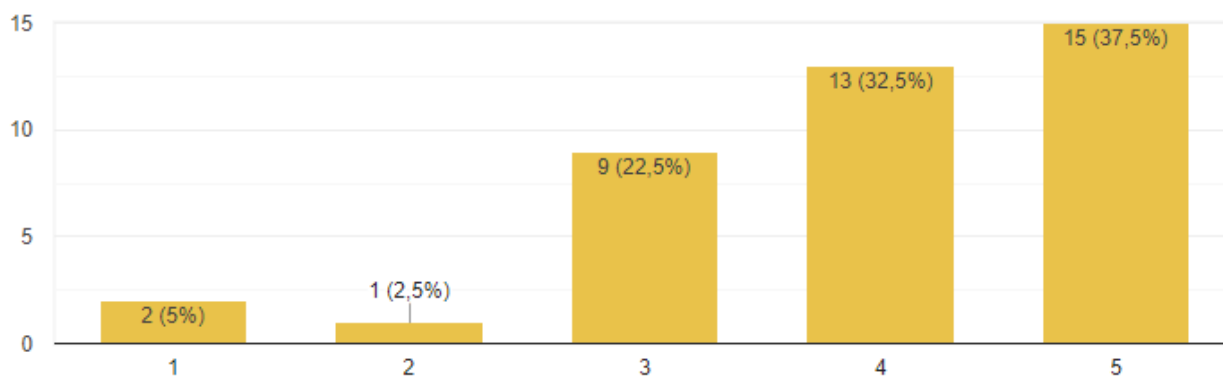


A negyedik egységben az értékelés és motiváció kapcsolatáról kérdeztem a tanítókat. Az előzőekhez hasonlóan Likert skálán értékelték az adott értékelési forma fontosságát.

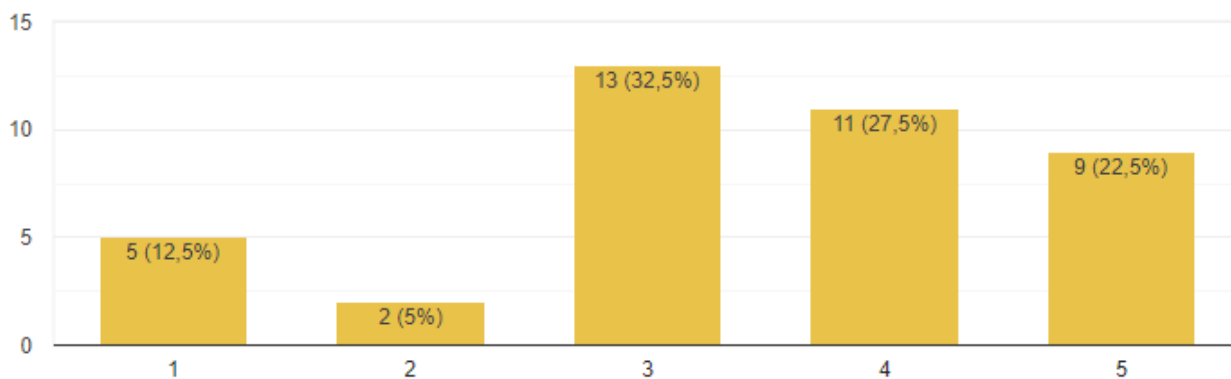
Osztályzás – A kitöltők közel fele, 45%-a adott semleges választ a kérdésre. 2-en ennél kevésbé fontosnak tartják, 16-an ennél fontosabbnak, 4-en pedig nagyon fontosnak a motiváció szempontjából. Az osztályzás egy külső motivációs forrás, a tanuló azért tanul, hogy jó jegyet kapjon, és azért, hogy ne kapjon rossz jegyet.



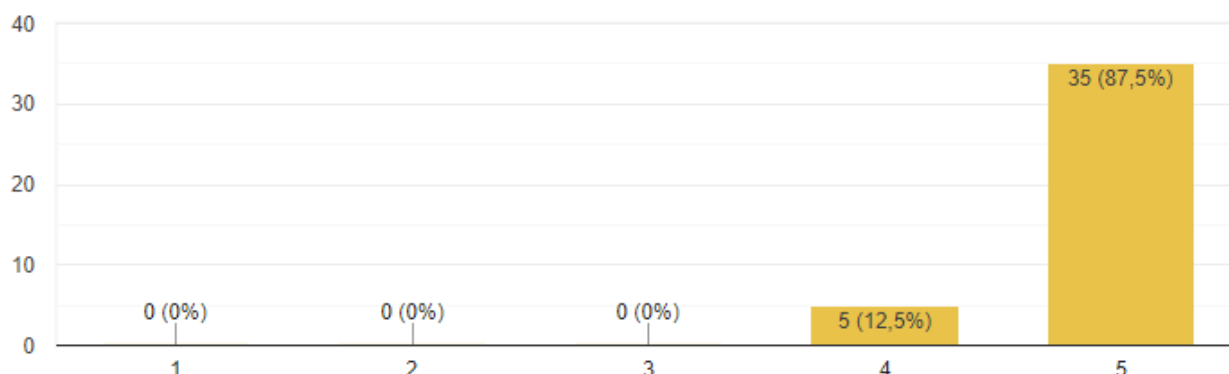
Piros pont rendszer – A kitöltők 70%-a, 28 fő fontos motivációs forrásnak tartja a piros pont rendszert. 9-en semleges választ adtak. 3-an válaszoltak úgy, hogy nem tartják fontosnak.



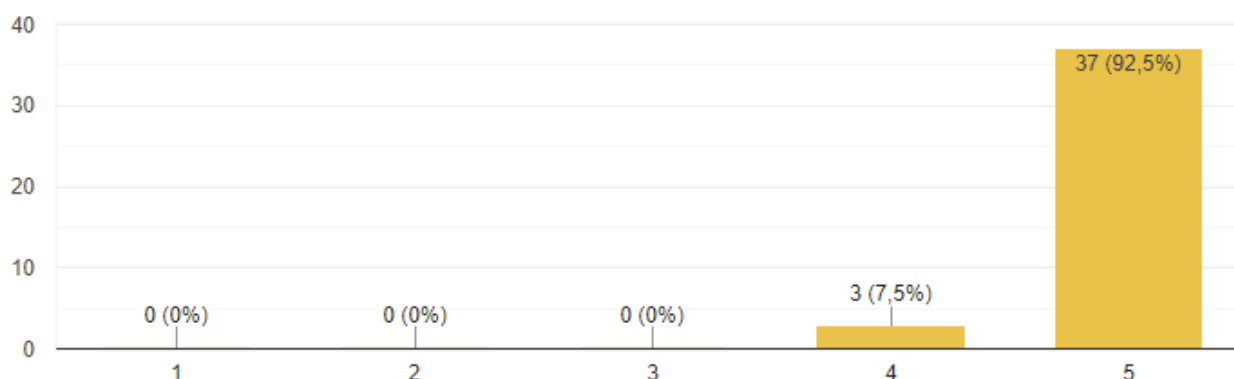
Matrica – A tanulók szeretnek különleges matricákat kapni és ezeket gyűjteni. Ez szintén egy külső motivációs forrás, amely nincs pozitív hatással a tanulás örömeiből fakadó belső motivációra. 13-an semleges választ adtak, 7-en nem tartják fontosnak, ebből arra következtettek, hogy nem is alkalmazzák a tanítás során, 20-an, a kitöltők fele pedig fontos motivációs bázisnak tartja és ennek megfelelően használja a tanóráin a tanulók motiválására.



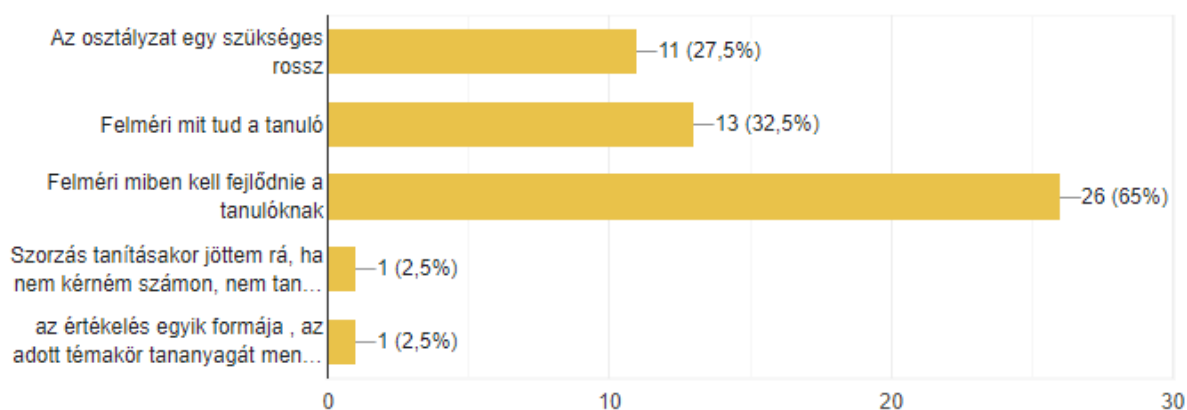
Elismerő szavak – Az oszlopdiagramról egyértelműen leolvasható, hogy minden pedagógus nélkülözhetetlennek tartja a tanulók felé irányított elismerő szavakat. Ezek fontossága valóban óriási.



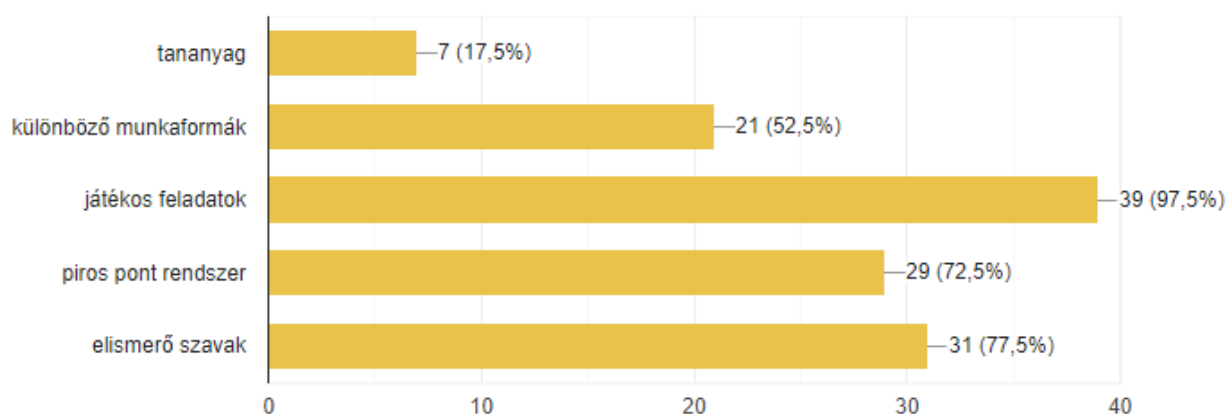
Sikerélmény biztosítása – Az előzőhöz hasonlóan ezt is egyértelműen leolvasható. A kitöltők mindegyike kulcsfontosságúnak tartja a sikerélmény biztosítását.



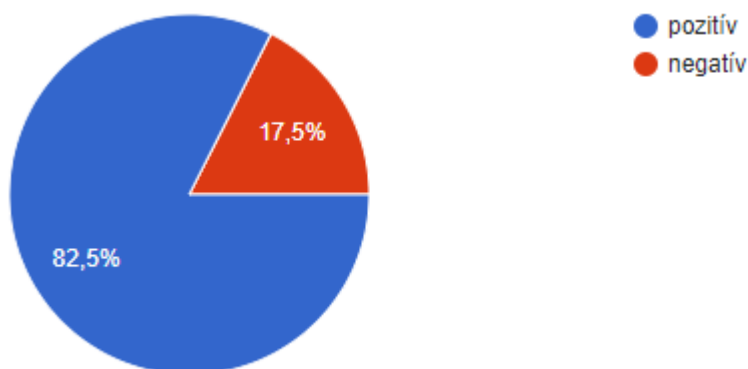
Mi a célja az osztályzásnak? A kitöltők közül a legtöbben, 26-an azt a választ adták, hogy az dolgozatok célja, hogy felmérje azt, miben kell a tanulónak fejlődnie. 13-an a jelenlegi tudásuk felmérése érdekében tartja fontosnak. 11-en az osztályzatokat szükséges rossznak tartják. Ők 11-en gondolják ugyanúgy, mint a Varga Tamás által vezetett komplex matematikatanítási reform résztvevői.



Mivel motiválja tanulóit? A válaszadók felsorolásból választhattak, és egyéb válasz megadására is lehetőségük volt, azonban senki nem egészítette ki a válaszokat. Az általam felsorolt öt lehetőség közül a legtöbben a játékos feladatokkal történő motiválást választották. A második legnépszerűbb motiválási mód az elismerő szavak, majd harmadik a piros pont rendszer. Ezek a számok közel meg-egyeznek az előző kérdésekben adott válaszokkal. A tanítók kicsivel több, mint fele, 52,5%-uk használja a különböző munkaformákat motivációként. A válaszadók közül csupán 7-en tartják a tananya- got motivációs tényezőnek. Véleményem szerint a pedagógusok a tananyag alatt a száraz tananyagot értik, amit meg kell tanítaniuk a tanulóknak, ezért érkezett viszonylag kevés válasz erre a lehetősé- gre. Fontosnak tartom, hogy a tananyagot élvezetessé tegyük, és olyan módszereket és munkaformákat alkalmazzunk, amelyek megmutatják a tanulóknak, hogy a tananyag nem egy unalmas valami, amit meg kell tanulni, annak elsajátítása lehet szórakoztató, sikerélményekkel teli.



A hibázás negatív vagy pozitív dolog? Nagyon kíváncsi voltam arra, hogy a tanítók hogyan gondol- kodnak a hibázásról. A gyakorlataim során azt tapasztaltam, hogy a tanulók kudarcként élik meg, ha valamiben hibát vétene. Rosszkedvűek lesznek tőle, sírnak. Ennek a szemléletnek az átfomálása- ban nagy feladata van a pedagógusnak. A válaszadók 82,5%-a pozitívnek, 17,5%-uk negatívnek tart- ja a hibázást.



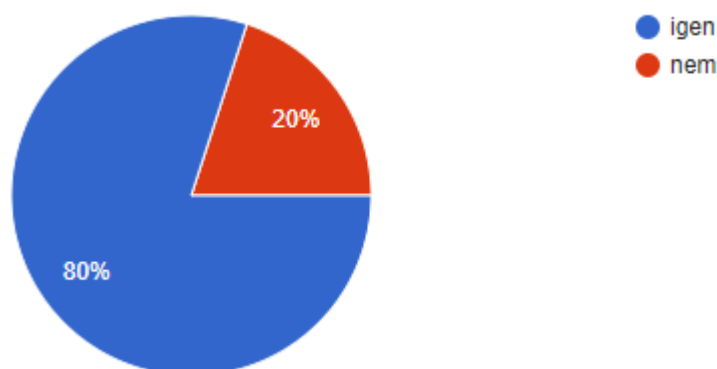
A következő kérdésben megkértem a kitöltőket, hogy fejtssék ki, miért adták az előző kérdésre az adott választ. A kifejtett válaszok legtöbbször arra utal, hogy hibák segítségével tudjuk meg, miben kell még fejlődni a tanulónak. A hibák megjelenésével tudjuk segíteni a tanulót abban, hogy ki tudja javítani a gondolkodásmenete hibáit.

A válaszok túlnyomó többségében megjelenik az a gondolat is, hogy nem szabad teljes mértékben a tanulókat felelősségül vonni a hibázásért. Nem mondható az, hogy lusta volt és nem tanulta meg a tananyagot. A tanító által alkalmazott módszer változtatását és a magyarázat átgondolását javasolják.

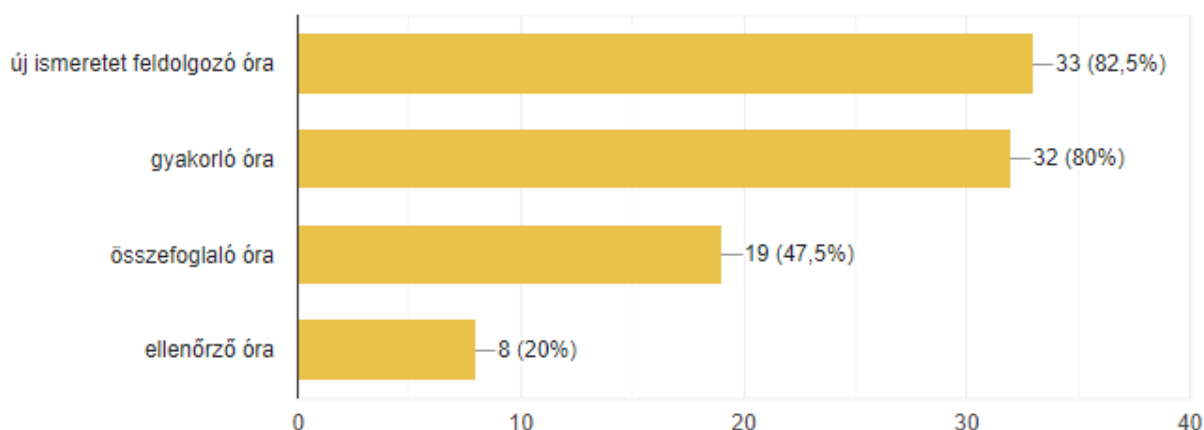
A negatív választ adók egy része, 6 fő a tanulók szemszögéből válaszolt az előző kérdésre. A tanulók negatív tapasztalatként élik meg, ha hibáznak. Ennek a szemléletnek az átformálásában több válaszadó is igyekszik segíteni a tanulóknak. Egy válaszban szintén a pedagógus felelőssége jelenik meg, mégpedig úgy, hogy számára azt jelzi, ha a tanulók hibáznak, hogy nem megfelelőképpen adta át a tananyagot.

A kérdőív utolsó szakaszában a tárgyi tevékenység megjelenésére tértem ki.

Hallott már Dienes Zoltánról? - A válaszadók 80%-a hallott már róla, 20%-uk nem.



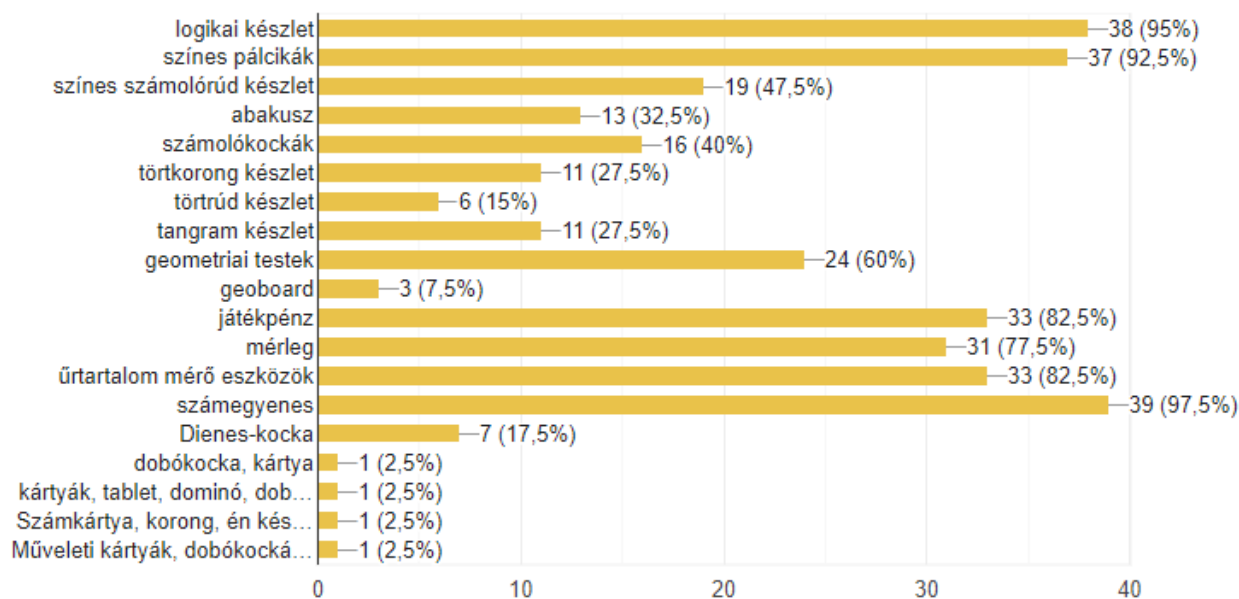
Milyen típusú órán alkalmaz tárgyi tevékenységet? A válaszadók közül 33-an új ismeretet feldolgozó órán, 32-en gyakorló órák alkalmával alkalmaz tárgyi tevékenységet. Összefoglaló órán a válaszadók kicsivel kevesebb, mint fele, 19-en alkalmazzák. A legkevesebben az ellenőrző órák alkalmával adnak a tanulók kezébe tárgyakat.



Milyen eszközöket alkalmaz matematika órán? A három legnépszerűbb eszköz a számegegyenes, a logikai készlet, és a színes pálcikák. Ezeket szinte az összes megkérdezett tanító használja. A logikai készlet nagyon népszerű a tanítók körében, szeretik használni a tanórákon. A Dienes Zoltánnak kapcsolatos kérdéssel összefüggésbe hozva azt mondhatjuk, hogy az általa megálmodott eszközt alkalmazzák, de nem tudják, kinek a nevéhez köthető. A következő legnépszerűbb válasz 33 fővel a játékpénz és az úrtartalom mérő eszköz, valamint 31 fővel a mérleg. A geometriai testek szemléltetésére 24-en visznek térbeli eszközöket. A tanítók kevesebb, mint fele, 19-en használják a színes számolórúd készletet. Azt gondoltam, ennek száma magasabb lesz, hiszen egy eléggé elterjedt eszköz, az iskolák rendelkeznek általában ilyen készletekkel. 16-an használnak számolókokkákat. Körülbelül egyharmaduk alkalmazza az abakuszt az óráin. Ennél a szemléltetőeszköznél is magasabb számra számítottam. Törtkorong készletet, tangram készletet 1-en, törtrúd készletet 6-an, geoboardot mindössze 3-an alkalmazznak.

A Dienes kockát a kitöltők 17,5%-a használ.

Egyéb válasz megadására is lehetőségük volt a tanítóknak. Többek között a következőkkel egészítették ki a felsorolásom: kártyák, dominó, dobókockák, számkártyák, műveleti kártyák, korongok, saját készítésű eszközök, tojásos doboz, babszemek



7.2 Kutatás eredményeinek összefoglalása

A hipotéziseim a k vetkez s voltak: A motivációs eszk zt r k többnyire külső motivációt erősítő módszer. A hibázást problémának tartják a tanítók, negatív  r nyba minősítik miatta a tan l kat. Az alsós tanítók többsége kevés tárgyi tevékenységet alkalmaz a tanóráin.

A tanítók a matematikatan l s sikeressége szempontjából nagyon fontosnak tartják a gyakorlati élethez kapcsolódó, valamint a gyermekközeli feladatok megoldását. A kitöltők legnagyobb része többféle megoldási lehetőséget is bemutat a tan l knak.

A jutalmazás-büntetés kérdéskörében az a következtetést vonom le, hogy a tanítók többsége előnyben részesíti a jutalmazási formákat, legyen ez egy piros pont, egy matrica, vagy egy kedves sz . Szeretettel és  r dekl d ssel közelítenek a tan l khoz, azonban megjelenik a büntetés kultúrája is a tanításuk során, amennyiben a helyzet megkívánja. Azonban a pozitív visszacsatolások kerülnek előtérbe, ha értékeléséről van szó.

Az általuk alkalmazott munkaformák tekintetében azt gondolom, hogy legnagyobb r sz k rendszerint alkalmaz a frontális és egyéni munkán t l páros, és csoportmunkát egy r nt.

A hipotézisemmel ellentétben, miszerint a tankönyv-munkafüzet feladatain túl, nem színesítik az órát a pedagógusok azt az eredményt kaptam, hogy rendszerint alkalmaznak szemléltetést, tárgyi tevékenységet, matematikai játékokat, rejtvényeket.

A motiválás tekintetében bebizonyosodott, hogy a legtöbb tanító sok külső motivációt erősítő eszközt alkalmaz a tanulás sikeressége érdekében. A tananyag megtanulása iránti belső motiváció felébresztésére és megtartására szűkebb az eszköztáruk.

A hibázás kultúráját tekintve szintén nem bizonyosodott be a hipotézisem, hiszen a tanítók többsége igyekszik a tanulóknál erősíteni azt a tudatot, hogy hibázni lehet, és a hasznunkra tudjuk fordítani, ha utána fektetünk bele energiát. A válaszokból kiderült, hogy a legtöbb tanító találkozik azzal a problémával, hogy a tanulókat rosszul érinti, ha nem hibátlan egy feladatuk. Ez egy általános jelenség.

8 ÖSSZEGZÉS

Kutatásom során bebizonyosodott, hogy a dolgozatom elején megfogalmazott, problémának vélt jelenségek pszichológiai szempontból az előző évszázadban alátámasztottak. A tanulók motivációs bázisa nagyon sokrétűen kielégítendő ahhoz, hogy az eredményes matematikatanítás megtörténjen. Nem elég az óra elején ráhangolódásként motiválni a tanulókat. Nem elég felszólítani őket a munkára. Sok összetevőnek egyszerre teljesülni kell ahhoz, hogy a tanulóban a matematikatanulás iránti motiváció felébredjen. Ezt a tanítási gyakorlataim során megtapasztaltam, és igyekeztem a tanulók motivációs igényeit figyelembe venni.

Ennek egyik a jelenben is meglévő problémája a külső motivációként jelenlévő osztályzás. Az ehhez való tanítói és tanulói hozzáállás megváltoztatása szükséges ahhoz, hogy ezt belső motiváció váltsa fel. A hibákkal meg kell barátkoznunk, hiszen nem szégyellnivaló rossz, hanem a tananyagok megtanulásakor fellépő hiányosságokra hívják fel a figyelmet, ezáltal hasznosak.

Az előző évszázadban egymáshoz kapcsolódó törekvések voltak a matematikaoktatás gyökeres megváltoztatására. Az első lendületet Montessori módszere adta meg, hiszen ő hívta fel a figyelmet az eszközökkel történő ismeretszerzés fontosságára. Dienes professzor a játék alapú matematikaoktatás elkötelezett megálmodója és művelőjeként törekedett az akkori kor matematikaoktatásának pozitív irányba történő változására. Ezt felhasználva alakította ki Varga Tamás a matematikatanításának alapelveit, amelyek a mai korra is hatással vannak. Tantervet alkotott, amely a most érvényben lévő tanterv alapját is képezi. A nevéhez kapcsolódik a spirálítás elve, amely nélkül már elképzelhetetlen az oktatás. A dolgozatomban bemutatott pedagógiák mindegyike tartalmaz olyan elemeket, amely használatával sikeresebbé tehetjük a mai kor gyermekei számára is a matematika tanulását.

A kérdőíves kutatásom során több hipotézisem nem igazolódott be a jelenkorban alsó tagozaton matematikát tanítókkal kapcsolatban. A tanítók legnagyobb része rendszerint szemléltet, alkalmaz tárgyi tevékenységet. Különböző munkaformák jelennek meg a tanóráin. A tanulók hibázással kapcsolatos negatív gondolkodásmódját igyekeznek megváltoztatni, és segíteni őket ennek helyes felfogásában.

A tanító tanuló viszonyával kapcsolatban az előző évszázadban is hangsúlyozták a kettejük közötti partneri, egyenrangú viszony fontosságát. Ezzel kapcsolatban a saját tapasztalatom is az, és a tanítók által adott válaszokból is arra következtetek, hogy elengedhetetlen a sikeres közös munkához. A tanulókhöz szeretett kell fordulni, hiszen így tudunk együttműködni, ez az alapja a közös munkának.

Én személy szerint nagyon sokat tanultam a kutatásom során, amelyből bizonyos elemeket már volt alkalmam kipróbálni, és ezekkel sikereket értem el a tanításban. Ezek apróságok, amelyekre odafigyelve jobbá tehetjük a tanulók matematikához fűződő viszonyát.

9 IRODALOMJEGYZÉK

- Bálint, Á. (2015.). A játéktól a struktúrákig - Dienes Zoltán sejtései nyomában. *Autonómia és felelősség*, 7-18.
- Barkóczy, I., & Putnoky, J. (1967). *Tanulás és motiváció*. Budapest: Tankönyvkiadó.
- Czeplédy, I. (1994.). A tárgyi tevékenység helye, szerepe a matematikai ismeretelsajátításban. In I. Czeplédy, G. Orosz, T. Szalontai, & A. Szilák, *Matematikai tantárgypedagógia I.* (old.: 36-41.). Budapest: Calibra Kiadó.
- Czeplédy, I., & Hajdu, S. (1984.). A tárgyi tevékenység szerepe a matematikai készségek, képességek fejlesztésében. *Módszertani Közlemények*, 2.
- Dancs, G. (2021.). A matematikus abszolút pedagógusról, Varga Tamásról. In F. Judit (Szerk.), *Abszolút Pedagógusok* (old.: 238-252.). Budapest: Magyar Pedagógiai Társaság.
- Dienes, Z. (1999.). *Építsük fel a matematikát*. Budapest: SHL Hungary Kft.
- Kántor, S. (2016.. szeptember). A matematikatanítás nagy mágusa. *A természet világa melléklete*, 129-132.
- Klein, S. (1980). *A komplex matematikatanítási módszer pszichológiai hatásvizsgálata*. Budapest: Akadémiai Kiadó.
- Kozéki, B. (2005.). A motiválás dimenziói. In L. Balogh, & L. Tóth (szerk.), *Fejezetek a pedagógiai pszichológia köréből*. Budapest: Neumann Kht.
- Lénárd, F. (1984). Pedagógiai pszichológia. In F. Lénárd (Szerk.), *Alkalmazott pszichológia* (negyedik. kiad., old.: 19-71.). Budapest: Gondolat.
- Nemzeti Alaptanterv. (2020.). *Magyar Közlöny*, 17., 328-343.
- Orosz, G. (1994.). Motiváció a matematikaórán. In I. Czeplédy, G. Orosz, T. Szalontai, & A. Szilák, *Matematika tantárgypedagógia I.* (old.: 42-48.). Budapest: Calibra Kiadó.
- Stein, B. (2015.). *A Montessori általános iskola elméletben és gyakorlatban*. (E. Brydl, Ford.) Budapest: SAXUM Könyvkiadó.
- Varga, T. (2018.). Előszó az első kiadáshoz. In Z. Dienes, *Agykalandok* (old.: 7-8.). Budapest: Edge 2000 Kiadó.

10 MELLÉKLETEK

1. melléklet

Kérdőív

1. Általános kérdések

Neme

- nő
- férfi

Milyen fenntartású iskolában tanít?

- állami fenntartású
- egyházi fenntartású
- magán fenntartású

Hány éve tanít matematikát?

- kevesebb, mint 5 éve
- 5-10 éve
- 10-15 éve
- 15-20 éve
- több, mint 20 éve

Milyen évfolyamokon tanít most matematikát az alsó tagozaton? Több választ is megjelölhet.

- 1. évfolyam
- 2. évfolyam
- 3. évfolyam
- 4. évfolyam

2. Sikeres matematikatanítás

Mennyire tartja fontosnak a következőket a sikeres matematikatanításhoz? Likert-skála 1-5

1- egyáltalán nem fontos 5 – nagyon fontos

- Gyakorlati élethez kapcsolódó példák
egyáltalán nem fontos 1 2 3 4 5 nagyon fontos
- Gyermekközeli példák
egyáltalán nem fontos 1 2 3 4 5 nagyon fontos
- Többféle megoldási lehetőség bemutatása
egyáltalán nem fontos 1 2 3 4 5 nagyon fontos
- Pedagógus személyisége
egyáltalán nem fontos 1 2 3 4 5 nagyon fontos
- Osztályzás
egyáltalán nem fontos 1 2 3 4 5 nagyon fontos
- Partneri viszony a tanulókkal
egyáltalán nem fontos 1 2 3 4 5 nagyon fontos
- Asszertív kommunikáció
egyáltalán nem fontos 1 2 3 4 5 nagyon fontos
- Büntetés
egyáltalán nem fontos 1 2 3 4 5 nagyon fontos
- Szeretettel és érdeklődéssel közelítő attitűd
egyáltalán nem fontos 1 2 3 4 5 nagyon fontos

3. Módszerek és munkaformák

Milyen munkaformákat alkalmaz egy átlagos matematika órán?

- Frontális munka
- Páros munka
- Csoportmunka
- Egyéni munka

Milyen gyakran alkalmazza a következő munkaformákat?

- Páros munka
 - minden tanórán

- heti több alkalommal
- hetente egyszer
- havonta több alkalommal
- havonta egyszer
- nem alkalmazok páros munkát
- Csoportmunka
 - minden tanórán
 - heti több alkalommal
 - hetente egyszer
 - havonta több alkalommal
 - havonta egyszer
 - nem alkalmazok csoportmunkát
- Szemléltetés
 - minden tanórán
 - heti több alkalommal
 - hetente egyszer
 - havonta több alkalommal
 - havonta egyszer
 - nem alkalmazok szemléltetést
- Tárgyi tevékenység
 - minden tanórán
 - heti több alkalommal
 - hetente egyszer
 - havonta több alkalommal
 - havonta egyszer
 - nem alkalmazok tárgyi tevékenységet
- Matematikai játékok
 - minden tanórán
 - heti több alkalommal
 - hetente egyszer
 - havonta több alkalommal
 - havonta egyszer
 - nem alkalmazok matematikai játékokat
- Furfangos feladatok, rejtvények

- minden tanórán
- heti több alkalommal
- hetente egyszer
- havonta több alkalommal
- havonta egyszer
- nem alkalmazok furfangos feladatokat, rejtvényeket

4. Értékelés

A következő kérdésekben jelölje 1-től 5-ig terjedő skálán, melyik értékelési formát mennyire tartja fontosnak a tanulók motiválása szempontjából! Likert-skála 1-5

egyáltalán nem fontos 1 2 3 4 5 nagyon fontos

- Osztályzás
egyáltalán nem fontos 1 2 3 4 5 nagyon fontos
- Piros pont rendszer
egyáltalán nem fontos 1 2 3 4 5 nagyon fontos
- Matrica
egyáltalán nem fontos 1 2 3 4 5 nagyon fontos
- Elismerő szavak
egyáltalán nem fontos 1 2 3 4 5 nagyon fontos
- Sikerélmény biztosítása
egyáltalán nem fontos 1 2 3 4 5 nagyon fontos

Ön szerint mi a célja a dolgozatok osztályzásának?

- Az osztályzat szükséges rossz.
- Felméri, mit tud a tanuló.
- Felméri, miben kell fejlődnie a tanulónak.
- Egyéb

Mivel motiválja a tanulóit a matematikaórán?

- tananyag
- különböző munkaformák

- játékos feladatok
- piros pont rendszer
- elismerő szavak
- egyéb

Ön szerint a hibázás egy pozitív vagy egy negatív dolog?

- Pozitív
- Negatív

Kérem, fejtse ki egy-két mondatban az előző kérdésére adott válaszát! rövid választ igénylő kérdés

5. Tárgyi tevékenység

Hallott már Dienes Zoltánról?

- igen
- nem

Milyen típusú órán alkalmaz tárgyi tevékenységet?

- új ismeretet feldolgozó óra
- gyakorló óra
- összefoglaló óra
- ellenőrző óra

Milyen eszközöket alkalmaz a matematika órán? Több választ is megjelölhet.

- logikai készlet
- színes pálcikák
- színes számolórúd készlet
- abakusz
- számolóköcek
- törtkorong készlet
- törtrúd készlet
- tangram készlet
- geometriai testek

- geoboard
- játékpénz
- mérleg
- űrtartalom mérő eszközök
- számegyenes
- Dienes-kocka
- egyéb

11 NYILATKOZAT

NYILATKOZAT

Alulírott Tóth Lili, büntetőjogi felelősségem tudatában kijelentem, hogy az általam benyújtott, A 20. századi matematika-tanítási reformok hatása a jelenkor című szakdolgozat (diplomamunka) önálló szellemi termékem. Amennyiben mások munkáját felhasználtam, azokra megfelelően hivatkozom, beleértve a nyomtatott és az internetes forrásokat is.

Tudomásul veszem, hogy a szakdolgozat elektronikus példánya a védés után az Eszterházy Károly Katolikus Egyetem könyvtárába kerül elhelyezésre, ahol a könyvtár olvasói hozzájuthatnak.

Kelt: Nyélkládkára, 2023 év április hó 17. nap.

Tóth Lili

aláírás