

OTDK-dolgozat

2025



A piaci verseny hatása a vállalat pénzügyi döntéseire és a csődkockázatra

**The impact of competition on a company's financial decisions and
bankruptcy risk**

Babotán Márk László

Konzulens: Dr. Száz János

Kézirat lezárásának dátuma: 2023. 04. 17.



KULTURÁLIS ÉS INNOVÁCIÓS
MINISZTERIUM

Ulkp Új Nemzeti
Kiválóság Program

A dolgozat a Kulturális és Innovációs Minisztérium támogatásával, a Nemzeti Kutatási, Fejlesztési és Innovációs Alapból finanszírozott Új Nemzeti Kiválóság Program keretében készült.

Tartalomjegyzék

1. Bevezetés	1
2. Szakirodalmi áttekintés	3
2.1. Az oligopóliumról általában	3
2.2. A vállalati tőkeszerkezetről általában	6
2.3. A bizonytalanság szerepe egy mikroökonómiai modellben	8
2.4. Tőkeszerkezet és csődkockázat egy bizonytalan oligopol piacon	9
2.5. A piaci verseny intenzitásának a hatása	11
2.6. Beruházások egy bizonytalan oligopol piacon	13
2.7. Vállalatértékelés	15
3. A modell bemutatása	17
3.1. A vállalatok interakciója: a piac keresleti oldala	19
3.2. A bevételből származó nyereségkimutatás	20
3.3. Beruházás, hitelfelvétel és hiteltörlesztés	20
3.4. A cash flow kimutatás, csőd	22
3.5. Csődvalószínűség, feltételes várható keresleti szint	23
3.6. A tulajdonosi vagyónmaximalizálás és a Nash-egyensúly	26
3.7. Egyéb technikai megjegyzések	27
3.8. Egy szám példa a modell működésére	29
4. A szimulációs módszertan	31
4.1. Egyszerűsítő feltevések	31
4.2. A modell algoritmus	33
4.3. A paraméterek megválasztása	34
5. Eredmények	39
5.1. A Monte Carlo szimuláció eredményei	40
5.2. Egy-egy specifikus realizáció	44
5.3. Komparatív statika	53
6. Összefoglalás	57
Irodalomjegyzék	60
Függelék	63

Táblázatok jegyzéke

1.	A modell működését szemléltető számpélda első fele	30
2.	A modell működését szemléltető számpélda második fele	31
3.	A modell kezdeti paraméterei	39
4.	Csődök a szimulációk során	42
5.	Eredmények a paraméterek megváltozása esetén	54

Ábrák jegyzéke

1.	A dolgozatban bemutatott modell folyamatábrája	18
2.	Egy egyszerű trinomialis fa	24
3.	Termelések az alapesetben	41
4.	Realizált cash flow-k az alapesetben	43
5.	Eladósodottság és csődvalószínűség az alapesetben	43
6.	Az adópajzs nagysága az FCFF-hez képest az alapesetben	45
7.	Termelések a növekvő, majd csökkenő piacon	46
8.	Realizált cash flow-k a növekvő, majd csökkenő piacon	47
9.	Eladósodottság a növekvő, majd csökkenő piacon	48
10.	A tervezett küszöbszint és a realizált keresleti szint aránya a növekvő, majd csökkenő piacon	49
11.	Az adópajzs nagysága az FCFF-hez képest a növekvő, majd csökkenő piacon	50
12.	Termelések a csökkenő, majd növekvő piacon	50
13.	Realizált cash flow-k a csökkenő, majd növekvő piacon	51
14.	Eladósodottság a csökkenő, majd növekvő piacon	52
15.	A tervezett küszöbszint és a realizált keresleti szint aránya a csökkenő, majd növekvő piacon	52

1. Bevezetés

A neoklasszikus közgazdaságtan legtöbb modelljének az a célja, hogy leírja a piacon kialakult egyensúlyt, annak feltételeit, stabilitását, alapvetően erősen formalizált keretek között. A modellek központjában a hasznosságmaximalizáló emberek állnak, aki szűkös erőforrások mellett optimalizálnak. Ezen emberek egyes modellekben vállalatokat is alapítanak és azon keresztül maximalizálják hasznosságukat a vállalati profitmaximalizálás által. A mikroökonómia nagy részletességgel és pontosan levezeti, hogy tulajdonképpen minden gazdasági jelenség (például termékek egymáshoz viszonyított ára, keresleti, kínálati függvény) mögött az emberek haszonmaximalizáló viselkedése áll. A részletesség általában a vállalati működés terén kezd elhalványulni. Szokásos feltevés, hogy a vállalati technológia egy fekete doboz és termékek "valahogyan lesznek", valamint, hogy a maximalizálandó érték az a *profit*, amely a termelésből származó termék eladásából keletkező bevétel és a termeléshez kapcsolódó költségek különbsége. Dolgozatunkban egy olyan modellt mutatunk be, amely ezen részletességek hiányát a vállalati pénzügyekből pótolja. A vállalatoknak a termeléshez beruházást kell eszközölniük és megválasztaniuk az ezen beruházás mögött álló tőkeszerkezetet. A profitmaximalizálás fogalmát pontosítjuk és a középpontba a tulajdonosi vagyonmaximalizálás kerül, amelyet a gyakorlatban alkalmazott vállalatértékelési módszerekkel definiálunk.

A dolgozat bevezetését a másik irányból is el lehetett volna kezdeni és az alábbi módon is hangozhatna. A sztenderd vállalati pénzügyek irodalma igen szerteágazó és számos kérdéskört felölel. Ha például a Brealey és Myers (2005)-féle tankönyvet vesszük alapul, találhatunk benne fejezetet beruházások értékeléséről, részvényekről, kötvényekről, finanszírozásról és kockázatokról is. Jelen dolgozat középpontjában olyan vállalatok állnak, amiknek beruházásokról és azok finanszírozásáról kell döntenie. A legegyszerűbb modellekben szoktak felsorolni beruházásokat, amelyeknek megadják a jövőbeli cash flow-ját. A szofisztikáltabb modellek a cash flow-t már különböző események alakulásához, esetleg a véletlenhez kötik. A leggyakoribb eset az, hogy a cash flow attól függ, hogy a vállalat hogyan teljesít. Ez alapján szokás különböző vállalati teljesítmény-mérő mutatókról beszélni, valamint arról, hogy a vállalat hogyan befolyásolhatja saját teljesítményét (például mi legyen a visszaforgatott nyereség mértéke). Kevesebbszer jelenik meg azonban a versenytársak szerepe az egyes beruházások nyújtotta cash flow-k nagyságában. A vállalatoknak a gyakorlatban kifelé is kell figyelniük, és döntéseiket nemcsak egy saját maguk által alkotott modellben

meghozni, hanem a piac egészét, az ott kialakuló dinamikákat is számításba kell venniük. Ezen a ponton kapcsolódik be a kérdéskörbe a játékelmélet, amely a játékosok (jelen esetben a vállalatok) interakcióját, az ez alapján kialakítható stratégiákat vizsgálja. A dolgozatban egy olyan vállalati modellt szeretnék bemutatni, amely erősen épít a játékelméletre és a mikroökonómiára a vállalatok egymásra való hatása kapcsán. A versenytársak döntései közvetlenül befolyásolják a vállalat teljesítményét, így a beruházási és finanszírozási stratégiák megalkotásánál figyelembe kell venni azt is, hogy vajon a többiek milyen lépéseket fognak tenni.

Összefoglalva tehát, a mikroökonómián és játékelméleten alapuló neoklasszikus közgazdaságtant, és a vállalati pénzügyeket szeretnék ötvözni a dolgozatban bemutatott modellben. A modellt arra használjuk, hogy megválaszoljunk olyan kérdéseket, amelyek a két terület összekapcsolódása nélkül nem kerülnének elő. Nevezetesen a piaci verseny intenzitásának a hatását szeretnék vizsgálni az optimális tőkeáttételi szintre és a csődkockázatra.

A vállalati tőkeszerkezet megválasztása központi kérdés a vállalati működés során. A csőd, mint a vállalati működés végét jelentő esemény szintén egy fontos gyakorlati elem, amelyet a legtöbben szeretnének elkerülni. Ezen témákat szeretnék beemelni egy piacszerkezeti környezetbe, azon belül is egy oligopol piacra. Az oligopólium olyan piacszerkezet, ahol egynél több vállalat van jelen a piac kínálati oldalán, de még nem olyan sokan, hogy az egymásra való marginális hatás elenyésző legyen. Ez a struktúra ideális a játékelméleti kérdések megjelenítésére a vállalati pénzügyi döntésekben.

Az oligopol piacok közül minden bizonnyal a légiközlekedési ipar a legkutatottabb. Az oligopóliumok általános igazsága, hogy nem a szociálisan optimális (Pareto-hatékony) szinten működnek, amelynek a hatása a például tetten érhető a járatkésésekben. A légitársaságok az optimálisnál magasabb tőkeáttéllal dolgoznak, az optimálisnál több kapacitást építenek ki, több járatot indítanak, amely a minőség romlásához vezet (Oum, Zhang és Zhang, 2000). A versenytársakat árazási stratégiáiknál veszik figyelembe. Például egy-egy esetleges új belépő esetén a jobban eladósodott légitársaságoknak jobban csökkenteni kell áraikat a csődkockázat csökkentése érdekében, hogy egy alacsonyabb, de biztosabb bevételt realizálni tudjanak (Ma, 2019). A magasabb tőkeáttétel magasabb kockázattal is jár, amely kifejezetten igaz a légiközlekedésre. A kereslet oldali sokkot több tényező is okozhatja. Az elmúlt években például sok légitársaságnak kellett csődöt jelentenie a COVID-19 pandémia okozta keresleti visszaesés hatására (Buckley, 2023).

Magyarországon a telekommunikációs- és a bankszektor szokatlanul gyakran emlegetni, mint oligopol piacok. Érdekes kutatási időszak például a rendszerváltást követő évek, amikor a külföldi bankok megjelentek a magyar piacon és az addig meglévő piacszerkezetet átstruktúrálták (lásd például Ábel és Szakadát, 1997; Várhegyi, 2003). Megfigyelhető volt, a közép-európai térségben jellemző laza szabályozásoknak is köszönhetően, a kisebb hazai bankok pénzügyi nehézségekbe való sodródása vagy csődje (Mérő és Endrész Valentinyi, 2003).

Jelen dolgozatban iparágtól függetlenül keressük a választ arra a kérdésre, hogy hogyan változtatja meg a piaci verseny a vállalat finanszírozási döntéseit és ez milyen hatással van a csőd-kockázatára. Ehhez először megalkotjuk az elméleti modellkeretet, majd Monte Carlo szimulációs módszertannal vizsgáljuk a piac működését különböző vállalatszámok mellett.

A dolgozat további felépítése a következő. A 2. fejezetben áttekintjük a témához kapcsolódó legfontosabb, főként elméleti irodalmat. Itt mind piacszerkezeti, mind vállalati pénzügyi modelleket bemutatunk, valamint a kettő ötvözeit is. A fejezetet egy vállalatértékelő elméleti szekcióval zárjuk, ahol a modellben használt vállalatértékelési módszertant mutatjuk be. A 3. fejezetben a dolgozat modelljét vezetjük be. Külön alfejezetenként foglalkozunk a modell egyes részleteivel, bemutatva a vállalatok közötti interakciót, a beruházások szerkezetét, a pénzügyi eredmények értékelését, a csődök végbemenetelét, valamint, hogy mindezekből hogyan áll össze a piacon az egyensúly. A 4. fejezetben a használt szimulációs módszertannal és annak a specialitásaival foglalkozunk. Kitérünk a választott paraméterek bemutatására és azok racionalizálására. Az 5. fejezetben a szimulációs eredményeket tárgyaljuk. Külön vizsgáljuk a fentebb említett Monte Carlo szimulációt, valamint egy-egy speciális gazdasági szituációt. A paraméterek megválasztásával kapcsolatos komparatív statikát is bemutatunk, azaz hogy mi történik a modellben, ha máshogy választjuk meg a paramétereket. A 6. fejezetben összefoglaljuk a dolgozat eredményeit.

2. Szakirodalmi áttekintés

2.1. Az oligopóliumról általában

A piacszerkezetek érdekes és izgalmas területe az oligopóliumok világa. Az oligopólium egy olyan piacszerkezet, ahol csak néhány (általában nagyobb) vállalat van jelen a kínálati oldalon. Leg-

főbb jellemzője, hogy egyrészt a szereplő vállalatok képesek befolyásolni a piacon kialakuló árat és mennyiséget, másrészt azonban figyelniük kell a többiek lépéseire, ugyanis minden vállalat jelentős hatással van a többiek pénzügyi eredményére. Piacszerkezeti szempontból az oligopólium a monopólium és a tökéletes verseny között helyezkedik el. A néhány vállalat tudja formálni a piacot, akár csak egy monopol vállalat, azonban nem kizárólag saját maguk formálják azt. Ezzel szemben egy tökéletes versenyzői piacon olyan sok vállalat van jelen, hogy egy-egy vállalat (marginális) döntése nincs hatással a piac egészére és így árelfogadó módon viselkednek, mondván, hogy azt megváltoztatni úgy se tudják.

Az első formális oligopol modell Cournot (1838) úttörő munkájához kötődik. Ebben a modellben Cournot egy olyan piacot írt le, amelyen 2 vállalat van jelen (duopólium) és szoros interakcióban vannak egymással. A modell lényege, hogy a vállalatok egyszerre hozzák meg azt a döntést, hogy mennyi terméket vigyenek a piacra, ahol egy (inverz) keresleti függvény alapján kialakul az ár és a vállalatoknak bevétele keletkezik. Ebből levonva a termeléshez kapcsolódó költségeket megkapjuk a profitot, amit a vállalatok maximalizálni szeretnének, mindezt persze külön-külön. A vállalatok az inverz keresleti függvényen keresztül kerülnek kapcsolatba. Ez a szokásos feltevés szerint egy negatív meredekségű görbe a piacra vitt összes termék és a piacon kialakuló ár között. Ha az egyik vállalat megnöveli a kibocsátását, az csökkenti a piacon az árat, ami csökkenti a másik vállalat bevételeit, anélkül, hogy ő változtatna termelési döntésén. Azaz a vállalat profitja függ a saját és a versenytárs termelésétől is. Ez alapján a vállalat fel tudja írni a profitfüggvényét és azt a versenytárs minden lehetséges kibocsátása mellett maximalizálni tudja. Fel tud írni egy olyan függvényt, ami megadja, hogy a másik döntésének függvényében neki mi az optimális döntés. Ezt nevezzük reakciófüggvénynek vagy legjobbválasz-függvénynek. Ebben a szituációban a játékelméletből ismert Nash-egyensúlyt keressük: olyan kibocsátási értékeket (kibocsátás-vektort), ahol minden vállalat kibocsátása a többiek kibocsátására legjobb válasz. Ebben a helyzetben egyik vállalat sem szeretne változtatni döntésén, így a rendszer egyensúlyba kerül. Az oligopol piacok egy fontos jellemzője, ami igazán érdekessé teszi vizsgálatukat, hogy *a legáltalánosabb feltételek fennállása esetén* (a keresleti függvény csökkenő, a változó-költségfüggvény növekvő) *a Nash-egyensúly nem Pareto-hatékony*. Ez azt jelenti, hogy léteznek olyan (nem Nash-egyensúlyi) kibocsátások, amely mellett mindegyik vállalat több profitot tudna elérni, mint az egyensúlyi helyzetben. Szemléltessük ezt a következő nagyon egyszerű példával:

1. példa. Legyen egy duopol piacon az inverz keresleti függvény $p = 100 - Q$ alakú, ahol $Q = q_1 + q_2$. A vállalatok határkölsége egységesen $c = 40$, azaz egységnyi terméket mindketten 40-ért tudnak legyártani. Ekkor az első vállalat profitfüggvénye $\pi_1(q_1, q_2) = p \cdot q_1 - c \cdot q_1 = (100 - (q_1 + q_2)) \cdot q_1 - 40 \cdot q_1$. Ezt q_1 szerint parciálisan deriválva, és a deriváltat 0-val egyenlővé téve kapjuk a legjobbválasz-függvényt: $100 - 2 \cdot q_1 - q_2 - 40 = 0$, amelyből $q_1^* = BR_1(q_2) = 30 - 0,5 \cdot q_2$. Hasonlóan a második vállalatra $BR_2(q_1) = 30 - 0,5 \cdot q_1$. A rendszer ott van egyensúlyban, ahol a legjobbválasz-függvények metszik egymást, azaz ahol j döntésére i legjobb válasza éppen az, amit játszik, és fordítva. Az egyenletrendszer megoldva kapjuk, hogy $q_1^* = q_2^* = 20$. Azaz, ha i 20-at termel, arra j legjobb válasza, hogy 20-at termel, amelyre pedig i legjobb válasza az, hogy 20-at termel, és így tovább. Ilyenkor a piacon kialakuló ár $p = 60$ és a vállalatok profitja $\pi_1 = \pi_2 = 400$. Mi van akkor azonban, ha a vállalatok összejátszanak és azt mondják, hogy nem szeretnék külön-külön profitot maximalizálni, hanem a közös profitot szeretnék a lehető legnagyobbra? Ekkor a közös profitfüggvény $\Pi = p \cdot (q_1 + q_2) - c \cdot (q_1 + q_2) = (100 - (q_1 + q_2)) \cdot (q_1 + q_2) - 40 \cdot (q_1 + q_2)$ alakú és $q_1 + q_2$ helyére Q -t írva, a profitfüggvényt Q szerint maximalizálva $Q = 30$ -at kapunk, amely mellett $p = 70$ és $\Pi = 900$. Ha például $q_1 = q_2 = 15$ -öt termelnének a vállalatok, akkor mindketten egységesen 450 profitot kapnának, azaz mindketten jobban járnának. Térjünk vissza egy pillanatra a legjobbválasz-függvényekre. Ha például az első vállalat azt gondolja, hogy a második az előbb kiszámolt 15-öt szeretné játszani, akkor neki a legjobb, ha $BR_1(15) = 22,5$ -et játszik. Hiszen így a kialakuló ár $p = 62,5$ és $\pi_1 = 506,25$. Emellett továbbá $\pi_2 = 337,5$, azaz nemhogy az első vállalat jobban jár, de egyben a második rosszabbul. Ezt végiggondolván, a második vállalat sem szeretne többé 15-öt termelni, azaz a Pareto-optimális termelési szint nem tartható. Végeredményben (összejátszás nélkül) a Nash-egyensúlyi kibocsátásokat választják a vállalatok.

Mint a fenti példában is látható volt, a Pareto-hatékony állapotot összejátszással érhetik el a vállalatok, amikor profitjaik összegét maximalizálják. Ekkor a vállalatok alkotta kartell monopóliumként viselkedik a piacon, ami azonban az általános keretek között nem fenntartható, ugyanis az ettől való pozitív eltéréssel a deviáns szereplő „lefölözheti” a piacot, az egyéni profitját megnövelve, míg a többiekét lecsökkentve. Az általános feltételezés az oligopol piacon az, hogy *a vállalatok túltermelnek a Pareto-hatékony állapothoz képest, amely egyben alacsonyabb árat is eredményez.*

A fenti eredmények az egyperiódusú állapotra vonatkoznak. Lényegében az egy periódusban a

vállalatok össze is játszhatnának (kartellezhetnének) és termelhetnének a Pareto-optimális monopol szinten, de az ettől való eltérés pozitív többlettel jár a deviáns vállalatnak. A játékelmélet egy külön kérdése, hogy mi van, ha több időszak van és a vállalatok a következő évben is találkoznak. Deviáns viselkedés esetén a vállalatok nem bíznának meg többé egymásban és nem termelnének ismét az össz-töbletet maximalizáló Pareto-hatékony szinten. Azonban, ha nem térnek el ettől és minden évben a Pareto-hatékony szintet termelik, akkor végeredményben kijöhet, hogy a teljes időszakra számított profitok jelenértéke magasabb, mint abban az esetben, ha a vállalat egy évben eltér ettől (ebben az egy évben egy magasabb profitot realizálva) és utána az alacsonyabb Nash-egyensúlyi termelésből származó profitra számíthat. Ez a diszkontfaktor mértékétől függ. Ha ez kellően magas (azaz a vállalat kellően magasra értékeli a jövőbeli kifizetést), akkor megvalósulhat, hogy nem éri meg eltérni. Az ismételt Cournot-játékról lásd részletesebben például Schmalensee (1988). Tekintve, hogy a legtöbb országban az ilyesfajta összejátszás (kartellezés) tiltott, így mi sem vittük bele modellünkbe. Később bemutatjuk, hogy ez modellezési szempontból sem illeszkedik jelen a keretekhez. Az oligopol piaci termelést össze tudjuk majd hasonlítani a monopol piaccal, ami azt mutatja meg, hogy mi történt volna, ha összejátszanak. Érdeemes megjegyezni, hogy alacsony kamatkörnyezet mellett (azaz amikor a diszkontfaktor magas és a vállalatok nagyobb súllyal számolnak a jövőbeli kifizetésekkel), releváns lehet a kartellezés lehetőségének vizsgálata is.

2.2. A vállalati tőkeszerkezetről általában

A dolgozat fő hozzáadott értéke, hogy a mikroökonómiai modelleket szeretné a vállalati pénzügyi modellekkel ötvözni. Az utóbbi témakörből a tőkeszerkezetek elméletét szeretném bevezetni, ugyanis ez tekinthető a legjelentősebb újításnak a hagyományos modellekhez képest és fontos szerepet fog játszani a vállalati működésben.

Egy vállalat alapvetően két irányból tudja finanszírozni beruházásait: saját tőkéből és hitelből. Azt, hogy ezeket milyen arányban használja egy-egy vállalat, összefoglalóan tőkeszerkezeti döntésnek nevezzük. Széles irodalma van a tőkeszerkezet vállalati értékre gyakorolt hatásának. Az úttörő munka ebben a témában Modigliani és Miller (1958) nevéhez köthető. Fő megállapítása dolgozatuknak, hogy *tökéletes tőkepiacon a vállalati tőkeszerkezetnek nincs hatása a vállalat értékére*. Ezt szokás Modigliani és Miller I. tételének is nevezni. A valóságban természetesen igen nagy szerepe van a finanszírozás összetételének, így a tétel kulcsszava a tökéletes tőkepiac. Tökéletes tőkepiac-

nak nevezzük az olyan piacot, ahol

- a piacon *tökéletes verseny* zajlik,
- nem merülnek fel tranzakciós költségek,
- nincsenek *adók*,
- a hitelpiacon a kamatláb állandó és minden szereplő számára azonos,
- a *pénzügyi nehézségeknek nincs költsége*,
- a szereplők *tökéletes információval* rendelkeznek és
- a szereplők racionálisak.

Elméleti és gyakorlati szempontból is jelentős kérdés, hogy mi történik, ha a tökéletes tőkepiac feltételei nem állnak fent, mint jelen dolgozat esetén például az oligopólium, a sztochasztikus keresletből következő információs bizonytalanság, az adó és a csődkockázat. Az adó általánosságban azért van hatással a tőkeszerkezeti döntésre, mert a legtöbb országban a pénzügyi műveletek eredménye (jelen esetben a kamatfizetés) nem számít bele az adóalapba, azaz a hitel és az abból származó kamatfizetési kötelezettség csökkenti az adóalapot. Ezt nevezzük adópajzs hatásnak, ami így az eladósodottságra ösztökéli a vállalatokat a nagyobb adómegaárítás következtében. A másik oldalról ez a nagy kitettség sebezhetővé teszi a vállalatot és a potenciális pénzügyi nehézségek költséggel járnak. Az ezt leíró elmélet az úgynevezett választásos elmélet (*trade-off theory*), amely szerint a *finanszírozási döntés az adómegaárításból származó nyereség és a lehetséges pénzügyi nehézségekből adódó költségek közötti választás* (Kraus és Litzenberger, 1973). Az elméletet empirikus oldalról számos tanulmány megkérdőjelezte már (pl. Fama és French, 1998), azonban a mai napig meghatározó kiindulási alap a tőkeszerkezeti döntés vizsgálata során. Jelen dolgozat modelljében szintén megjelenik az adópajzs hatás. A másik oldalról a pénzügyi nehézségek költsége a csődkockázattal és csőd esetén a jövőbeli cash flow-k elmaradásával jelenik meg.

A csődkockázat kérdését tovább boncolgatva érdekes viselkedési formákat találhatunk és emelhetünk ki. A problémát onnan érdemes megfogni, hogy mi történik, ha a vállalat csődbe megy: a tulajdonosok nem tudják kifizetni a hitelezőket. Ebben az esetben a tulajdonosok tulajdonképpen (a való életben jelentős jogi és adminisztratív terheket leszámítva) elsétálhatnak, míg a hitelezők ott maradnak a pénzük nélkül, a vállalat költségterheit viselve. Azaz a tulajdonosi érték (a saját tőke

belső értéke) egy call opciónak feleltethető meg (Merton, 1974). Csődközelben válik érdekessé a helyzet és éleződik ki a részvényesi és kötvényesi érdek közötti ellentét. Ezt a szituációt Brealey és Myers *játszmáknak* nevezi és aként írja le (Brealey és Myers, 2005, pp. 459–463.). Ennek a lényege, hogy *csődközelben a részvényesek (akik a döntéshozók) olyan kockázatos, magas tőkeáttétellel járó beruházásokat is eszközölnek, amelyeket egyébként nem tennének*. Pozitív kimenetel esetén a call opció pozitív kifizetést biztosít számukra, negatív kimenetel esetén pedig 0-t, a költségeket a kötvényesek viselik. Ekkor a részvényesek hajlamosabbak inkább kockáztatni, mondván, hogy ha bejön, akkor jöjjön be nagyon, ha nem jön be, akkor pedig megtehetik, hogy nem hívják le opciójukat¹. Ez a viselkedés jelen dolgozat modelljében is megjelenik, ugyanis csőd esetén a vállalati cash flow-k 0-k lesznek, így csődközelben a vállalatnak az optimalizálás során nem kell félnie a negatív cash flow-tól.

2.3. A bizonytalanság szerepe egy mikroökonómiai modellben

Az alább bemutatott irodalmakkal elkezdünk abba az irányba haladni, hogy a közgazdaságtan fent említett két területe összeérjen. Ahhoz, hogy egy vállalat csődbe mehessen mindenképpen valamifajta bizonytalanságnak jelen kell lennie a piacon, hiszen különben a vállalat nem hozna olyan döntést, amivel csődbe menne (itt persze végig racionális döntéshozókat feltételezünk). Eleinte csak a bizonytalanság szerepét mutatom be, azaz hogy hogyan változik az optimális döntés egy olyan piacon, ahol a döntéshozók nem rendelkeznek tökéletes információval. Dolgozatunkban specifikusan a kereslet oldali bizonytalanság jelenik meg. Ez alapján a vállalatok a stratégiai döntés meghozatalakor még nem tudják, hogy milyen kereslet várható termékeikre, erről csak egy vélekedésük van.

Az, hogy a bizonytalanságnak milyen hatása van az optimális stratégiára, az szinte teljes mértékben a modell felírásától függ. Egy klasszikus piacszerkezeti modellben általában nem foglalkozunk a vállalat finanszírozási kérdésével és a csődnek a lehetősége sem jelenik meg. Egy vállalat esetén ilyenkor lehet úgy modellezni, hogy a termék ára a termelési döntés meghozatalának pillanatában egy valószínűségi változó (például McCall, 1967; Sandmo, 1971; Leland 1972). Ahhoz, hogy a bizonytalansághoz való hozzáállást és például a variancia és az optimális kibocsátás kap-

¹A gyakorlatban az ilyen szituációk elkerülése végett a hitelezők korlátozásokat, úgynevezett kovenánsokat (*covenants*) építenek bele a szerződésekbe. Ezen szerződések újabb költségeket generálnak, hiszen ez korlátozza a szabad döntéshozatalt. Erről lásd bővebben Smith és Warner (1979).

csolatát vizsgálni lehessen, valami feltevessel kell élni a vállalat kockázatvállalási hajlandóságával kapcsolatban. A szokásos életszerű feltevés szerint a vállalatokra inkább a kockázatkerülő magatartás a jellemző, amit egy konkáv hasznosságfüggvénnyel lehet modellezni. McCall (1967) speciális alakú hasznosságfüggvényekre, míg Sandmo (1971) általános növekvő konkáv hasznosságfüggvényre adott formális bizonyítást, miszerint *a variancia és az optimális kibocsátás között negatív a kapcsolat, ami összhangban van a feltételezett kockázatkerülő magatartással*. Leland (1972) modelljében nem konkrétan az ár a valószínűségi változó, hanem a keresleti függvény, amelynek piacán a vállalat monopóliumként viselkedik. Megállapításai hasonlóak, azaz a bizonytalanabb piacon a kibocsátás csökken. Mindez igaz marad akkor is, ha több vállalatot tételezünk fel, ahol egy adott vállalat hasznosságára hatással van a többi vállalat döntése is (Gradstein, Nitzan és Slutsky, 1992). Összességében, amennyiben egy konkáv hasznosságfüggvénnyel írjuk le a vállalat (pontosabban a döntéshozók) preferenciáit, akkor visszakaphatjuk a kockázatkerülő magatartást.

2.4. Tőkeszerkezet és csődkockázat egy bizonytalan oligopol piacon

Az előző, 2.3 alfejezetben bemutatott eredmények megváltozhatnak, ha a tőkeszerkezeti megfontolásokat és az ebből fakadó csődkockázatot is belevisszük a modellbe. Sőt, mint látni fogjuk, az alábbi modellekben a hitelnek egy új stratégiai jelentősége is lesz. Azaz a tőkeszerkezeteket bevezető részben bemutatott két hatást (az adópajzs és pénzügyi nehézségekből fakadó költségek) kiegészíti egy harmadik, miszerint egy vállalat azért is választhat magasabb tőkeáttételt, hogy az abból fakadó pénzügyi nehézségek ellensúlyozása végett többet termeljen, amely végeredményben várható értékben pozitív többlettel szolgál számára.

Az, hogy a vállalat nem tudja teljesíteni a hiteltörlesztési és kamatfizetési kötelezettségeket, az valójában a hitelező kockázata. A korábban bemutatott, saját tőke call opcióként való megfeleltetés jegyében sztenderd megfontolás, hogy tulajdonosi oldalról a maximalizálandó „értéket” (amit nevezhetünk profitnak, cash flow-nak, diszkontált cash flow-k összegének) nemnegatívnak vegyük, ugyanis a negatív rész már a hitelező vesztesége (korlátolt felelősség - *limited liability*, Brander és Lewis (1986)). Brander és Lewis (1986) úttörő munkájukban a bizonytalanságot úgy jelenítik meg Cournot-típusú modelljükben, hogy a vállalat által generált profit $R_i(q_i, q_{-i}, z)$ alakú, ahol z a véletlen tényező (q_i és q_{-i} rendre az i vállalat és a többi vállalat kibocsátása). Feltételezik, hogy z a $[-\bar{z}, \bar{z}]$ intervallumon vesz fel értéket, így a volatilitás növekedése megfeleltethető ezen

intervallum növekedésével. Ekkor létezik egy $\hat{z}$ érték, amely alatt a vállalat nem tudja törleszteni adósságát és csődbe megy. Abból, hogy a tulajdonos, csak a z -k azon részén optimalizál, ahol a profit pozitív, az következik, hogy az eladósodott vállalat agresszívakabban fog viselkedni és többet termel, ami versenyelőnnyel is járhat számára. A fenti modellel a szerzők *a hitelfelvétel stratégiai jelentőségét* szerették volna szemléltetni: textittha egy vállalat magasabb tőkeáttételt lát vagy vél a versenytársainál, akkor racionális módon következtet arra, hogy többet fog termelni, amely az ő optimális termelését csökkenti. Ezt persze a többi vállalat is végiggondolja és összességében a paraméterektől függ a végső hatás.

Azóta számos egyéb dolgozat született, amely az előbbi modellből indul ki. A bizonytalanság fokának hatását például mind analitikusan (Franck és Le Pape, 2008), mind numerikusan (Haan és Toolsema, 2008) vizsgálták és megmutatták, hogy *a volatilitás növekedése tovább növeli az optimális kibocsátás nagyságát*. Mindez összeegyeztethető a korlátolt felelősségből következő nagyobb kockázatvállalási hajlandósággal. Az intuícióval talán ellentétes módon mind Franck és Le Pape (2008), mind Haan és Toolsema (2008) azt találta, hogy *a volatilitás növekedése egyben csökkenti a csődkockázatot* a vállalati működésben. Ez azzal magyarázható, hogy nagyobb volatilitás esetén már kisebb hitelnagyság is elegendő a korlátolt felelősségből való előnyök kihasználásához és összességében a csökkenő hitelnagyság csődkockázat-csökkentő hatása dominálja a volatilitás csődkockázat-növelő hatását.

Ehhez képest ellentétes eredményekre jutott Showalter (1999) empirikus kutatása. A szerző a bizonytalanság és a tőkeáttétel kapcsolatának feltárására tett kísérletet. A forrásoldalon megjelenő hitel arányát regresszálta számos változóval, köztük egy egyfajta keresleti- és költség-bizonytalansággal. Ezen proxykat a bevételre és átlagos termelési költségre felírt regressziók hibatagjainak volatilitásával kapta. Eredményei alapján *a keresleti bizonytalanság pozitív hatással van a tőkeáttételre*, míg a költség oldali bizonytalanság negatív hatással. Eredményeit azzal magyarázza, hogy a gyakorlatban a vállalatok inkább Bertrand-típusú versenyben vannak egymással (melyben a vállalatok nem a kibocsátott mennyiségről, hanem az árról döntenek), ahol elméleti oldalról is magyarázható az ilyen típusú viselkedés (Showalter, 1995).

Az elméleti síkra visszatérve, játékelméleti szempontból érdekes kérdés lehet, hogy mi történik, ha többidőszakossá tesszük a fenti Brander és Lewis (1986) által felvezetett problémát, amelyben így már az összejátszás is megjelenhet. Glazer (1994) például egy kétidőszakos modellben azt

vizsgálta, mi történik, ha a hitel felvétele és visszafizetése között a vállalatok tudnak módosítani termelésükön (azaz a hitel tekinthető egyfajta hosszú lejáratú kötelezettségnek). A hitelnagyságot exogén változónak feltételezve (modelljében erről nem döntenek a vállalatok) megmutatja, hogy előfordulhat olyan állapot, amikor az eladósodottság agresszivitás helyett összejátszásra ösztökéli a vállalatokat. Eladósodottság esetén ugyanis, ha a vállalatok eltérnek a kartell kibocsátástól, akkor a bemutatott agresszivitás miatt nagyobb mértékben térnek el tőle, mint a hitel nélküli esetben. Ez a nagyobb eltérés pedig jobban csökkenti profitjukat, így inkább ösztönözve lehetnek az összejátszásra. Maksimovic (1988) egy végtelen időszakos, ámde bizonytalanság nélküli Cournot-játékot vizsgál, ahol a vállalatok a játék legelején döntenek a hitelnagyságról és az abból fakadó (kamat)kötelezettségeket fizetik minden időszakban. A szerző azt vizsgálja, hogy az ilyesfajta hitel milyen hatással van a kartellezésre. Megmutatja, hogy adott diszkontfaktorhoz (amely mellett alapesetben az összejátszás fenntartható lenne), létezik a hitelnagyságnak egy maximális értéke, amely fölött a kartellezés nem fenntartható és a vállalatok az egyidőszakos Nash-egyensúlyi akcióból álló stratégiát játsszák. Ez (az adott modellben) nem kívánatos, így a szerző következtetése, hogy a hitelnagyságnak létezik egy felső korlátja, amelyet a vállalatok nem lépnek át annak érdekében, hogy az összejátszás fenntartható legyen. Jelen dolgozat modelljében az összejátszás, mint opció nem jelenik meg. Ennek oka, azon felül, hogy jogilag tiltott, hogy az összetettebb stratégiák kiértékeléséhez, amelyek számításba veszik az összejátszást és az attól való eltérést, egy relatíve leegyszerűsített és jól kezelhető modell szükséges. Glazer (1994) modellje például két időszak után véget ér és a hitelnagyság exogén változóként jelenik meg. Maksimovic (1988) modelljében pedig az elérhető profit nem függ a hitelnagyságtól és a bizonytalanság sem jelenik meg. Mi azonban egy dinamikus és sztochasztikus modellben szeretnénk vizsgálni egy kompetitív piacot, amelyben az összejátszás lehetősége túl sok paramétertől és azok viszonyától függ. Jelen elemzésben nem erre szeretnénk fókuszálni, azonban érdemes megjegyezni, hogy ez egy érdekes kutatási irányvonalat is kijelöl egyben.

2.5. A piaci verseny intenzitásának a hatása

Brander és Lewis (1986) dolgozata már bevezette, hogy a versenytársaknak és a velük való interakciónak fontos szerepe van az optimális eladósodottság megválasztásában. Az interakció szintjének a hatását vizsgálta Lyandres (2006), mind elméleti, mind empirikus szinten. Elméleti oldalról egy

duopóliumot vizsgált, ahol egy exogén paraméter határozza meg a két vállalat döntésének egymásra való hatását. Modelljében a vállalatok szekvenciálisan hoznak döntést: előbb döntenek a felvett hitelről, majd (tudván minden vállalat hitelfelvételi döntését) a kibocsátásról. A hitel megnöveli annak a valószínűségét, hogy a vállalat fizetésképtelen lesz, amely egyben viszont arra ösztönzi a tulajdonosokat, hogy magasabb legyen a kibocsátás, ami a nem csődös esetekben magasabb cash flow-t eredményez (korlátozott felelősség hatás). Az exogén interakció paraméter szabályozza azt, hogy a másik vállalat döntése milyen mértékben hat az adott vállalat csődkockázatára. A szerző megmutatja, hogy modelljében az interakció paraméter növekedése pozitív hatással van a vállalat tőkeáttételére, azaz *a magasabb szintű interakció növeli az eladósodottság mértékét*. Ekkor ugyanis a hitel stratégiai előnye megnő: a vállalat a kibocsátását növeli, a másik vállalatét csökkentésre ösztönzi, ami nagyobb interakció mellett jobban csökkenti a vállalat csődbemeneteli valószínűségét. A szerző továbbá empirikus kutatást is végzett a témában. Egyik megközelítésében a vállalati interakciót az iparágban tevékenykedő vállalatok számával számszerűsíti. Az interakció mértéke csökken a vállalatszám növekedésével: duopóliumban a versenytárs döntése nagyban meghatározza a vállalat teljesítményét, míg a másik végletben, tökéletes versenyben a vállalatok árelfogadó módon viselkednek és más vállalatok döntése nincs hatással az adott vállalat cash flow-jára. Az elemzésben a szerző az adott évi tőkeáttételt regresszálta az interakció mértékére, valamint számos kontroll-változóra. Eredményei alátámasztják elméleti megállapításait: a (log-)vállalatszám szignifikáns negatív előjele mutatja, hogy a vállalatszám növekedése csökkenti a tőkeáttételt.

Ezen a ponton fontos kiemelni, hogy a fenti modellek (Brander és Lewis, 1986; Lyandres, 2006) nem számolnak a tőkeszerkezetből eredő adópajzs hatással. A hitel pozitív hatása a leírt stratégiai megfontolásból ered, azaz, hogy eladósodottság esetén a vállalat hajlamos agresszívabban viselkedni, amellyel piaci részesedést szerezhet. Jelen dolgozat modelljében szeretnénk megjeleníteni a hagyományos *trade-off* elmélet mindkét "serpenyőjét", azaz, hogy a vállalat a csődkockázat és az adópajzs hatás mértéke között egyensúlyozzon. Itt jön ismét képbe a 2.1 alfejezetben bemutatott általános eredmény: *a vállalatszám növekedésével a piacon megszerezhető profit csökken, ezáltal az adópajzs hatásnak relatíve egyre nagyobb szerepe lesz a cash flow-ban*. Így olyan hatás is megjelenhet, hogy a vállalatok az abszolút profit csökkenésével egyre inkább növelni szeretnék tőkeáttételüket, egyre nagyobb kockázatot vállalva.

A koncentráció és a csődvalószínűség kapcsolatának feltárására Evrensel (2008) empirikus ku-

tatása egy jó példa. A szerző több országban vizsgált bankcsődöket és próbálta beazonosítani a csődre ható változókat. Nagy hangsúlyt fektet a koncentráció kérdésére, amelynek kapcsán azt találja, hogy a koncentráció növekedése (azaz a vállalatszám csökkenése) csökkenti a csődkockázatot. Bankspecifikus magyarázatok mellett (too-big-to-fail hatás, bankfelügyelet) a szerző azt a hatást is kiemeli, hogy több bank esetén a szereplők hajlamosabbak kockázatosabb ügyletekbe belemenni.

2.6. Beruházások egy bizonytalan oligopol piacon

A vállalati pénzügyek egy másik megjelenő eleme a modellben a beruházások. Ahhoz, hogy a vállalatok termelni tudjanak, beruházásra van szükségük, amellyel kapacitást alakítanak ki. A kapacitásuk méretétől függ, hogy maximum mennyit tudnak termelni. Persze a kapacitás kialakításának költsége van, így azt is meg kell tervezni. A modellben végig feltételezem, hogy a vállalat nem tart több kapacitást annál, mint ami szükséges, így lényegében a termelési döntésnél a beruházásról döntenek. A sztochasztikusan változó kereslet érdekes kérdést vet fel, hogy adott időszakban mekkora beruházást érdemest eszközölnie egy vállalatnak. Egy adott időszaki nagyobb beruházásnak hátulütője lehet, ha a következő időszakban alacsonyabb lesz a kereslet és ezt a nagyobb kapacitást a vállalat nem tudja kihasználni.

A bizonytalanság melletti befektetések értékelésének talán legjelentősebb könyve Dixit és Pindyck (1994) nevéhez fűződik. A szerzők az úgynevezett reál opciós módszert mutatják be, miszerint egy befektetési projektet a pénzügyi piacokon ismert opcióárazási módszerekkel is lehet értékelni a szokások nettó jelenérték számítás helyett, különösen, ha a jövőbeli pénzáramlások bizonytalanok. A klasszikus példa erre a gyógyszerfejlesztési projektek értékelése, ahol a kifejlesztés után a szabadalom lejártáig a gyógyszerfejlesztő cég bármikor lehívhatja az opcióját és piacra dobhatja a gyógyszert (Trigeorgis, 1996, 2. fejezet, 5. példa, pp. 58-65). Egy másik egyszerű példa a Magna Charter esete. A példában egy légitársaságnak kell arról döntenie, hogy milyen repülőgépet vegyen: egy kisebb, de olcsóbbat, ami kisebb keresletet képes kielégíteni, vagy egy nagyobb, de drágábbat, ami a nagyobb kereslet kielégítésére alkalmas. A keresletnek két állapota lehet: alacsony vagy magas. A példa lényege az, hogy Mrs. Magna (a tulajdonos) akkor jár a legjobban, ha eleinte csak egy kisebb gépet vesz, ugyanis akkor a második évben megvan az az opciója, hogy magas kereslet esetén terjeszkedjen. Ezzel szemben, ha rögtön a nagy gépet veszi meg, akkor alacsony

kereslet esetén nem tehet semmit (Brealey és Myers, 2005, pp. 251-255). Az általános igazság a bizonytalanság melletti befektetésekkel kapcsolatban az, hogy *a várakozásnak értéke van*, azaz érdemes minél több információ ismeretében meghozni a befektetési döntést. Ehhez kapcsolódóan érdekes vizsgálati alap az ilyen befektetések elemzése versenyzői piacon, ahol viszont a várakozásnak negatív hozománya is van, mégpedig, hogy egy másik vállalat hamarabb belép a piacra, ezzel elvéve a monopol profitszerzés lehetőségét (Dixit és Pindyck, 1994, 9. fejezet). Jelen dolgozat modelljében mindez nem a belépéssel, hanem a termelés nagyságával kapcsolatban fog megjelenni. A vállalatoknak érdemesebb lenne várni a nagyobb beruházással mindaddig, amíg a kereslet kellően nagy lesz, azonban a verseny arra ösztökéli őket, hogy ezt minél hamarabb lépják meg.

Dixit és Pindyck (1994) a fenti kérdés vizsgálatára olyan modellt alkotott, ahol a vállalatnak egy egyszeri I beruházást kell tennie a piacra való belépéshez. A piacon a profitja pedig egy $\pi = Y \cdot D(N)$ függvény szerint alakul, ahol N a vállalatok száma, D egyfajta profitabilitási függvény, amely a vállalatok számának növekedésével csökken, Y pedig egy véletlen tag. Ebben a modellben Nielsen (2002) vizsgálta azt a kérdést, hogy hogyan viselkedik egy vállalat, ha tudja, hogy amennyiben belép a piacra ott monopol helyzetben lesz, azzal szemben, ha azt tudja, hogy egy második vállalat is beléphet a piacra őt követve. Megmutatja, hogy az Y változónak az a küszöbszintje, amely mellett egy vállalat hajlandó beruházást eszközölni alacsonyabb versenyszituációban, mint monopol helyzetben, azaz a verseny valóban „sietteti” a beruházást és a várakozás lehetőségéből eredő reálopció korábbi lehívását eredményezi. Érdekes eredményre juthatunk akkor, ha a problémát általánosítjuk n vállalat potenciális belépésére, ahogyan ezt tette Bouis, Huisman és Kort (2009). A szerzők modelljében a vállalatszám növekedésével a beruházási küszöbszint nem monoton csökken, hanem egyfajta harmonika-hatás figyelhető meg: három vállalat esetén például a harmadik vállalat fenyegetése sietteti a második vállalatot, ami viszont késleltetésre ösztönzi az első vállalatot. Ekkor ugyanis a harmadik vállalat miatt az első vállalatnak csökken az az ideje (pontosabban az Y változónak az az intervalluma), amelyet potenciálisan monopóliumként tölthet a piacon és ekkor jobban jár ha egy későbbi magasabb kereslet mellett lép be, mintsem tovább csökkentse a belépési küszöbét. Megmutatható, hogy 3-vállalatos esetben az első vállalat belépési küszöbszintje a monopol és a duopol piac belépési küszöbszintjei között van, 4 vállalat esetén hasonló logika mentén a küszöbszint a duopol és a 3-vállalatos küszöbszintek között, és így tovább (Bouis, Huisman és Kort, 2009). A fenti modellel szemben Grenadier (2002) egy másik, az

általunk bevezetett modellhez jobban hasonlított mutat be. A piacon a vállalatok száma fix és az árat egy inverz keresleti függvény adja meg, amely függ a vállalatok termelésétől és egy véletlen tényezőtől. Ahhoz, hogy a vállalatok egységnyi tudjanak termelni, K értékben kell beruházást eszközölniük (egységnyi termeléshez K kapacitás szükséges). Ilyen beállítások mellett a szerző megmutatja, hogy a verseny növekedésével a monopolisztikus helyzetben meglévő várakozási opció értéke lecsökken. Megmutatja továbbá, hogy a vállalatok számának növekedésével nő annak a valószínűsége, hogy az egységnyi beruházásból eredő nyereség az egységnyi beruházás költsége alá esik. A szerző modelljében nem jelenik meg a csődbemenetel lehetősége, azonban eredményei alapján arra számítottunk, hogy a mi modellünkben a vállalatok számának, és ezzel együtt a verseny növekedésével a siettetett beruházások következtében megnövekszik a csődkockázat.

2.7. Vállalatértékelés

A korábbiakban többször előkerültek az *optimális stratégia*, *optimális kibocsátás*, *optimális tőkeáttétel* kifejezések. A fenti modellekben, és általában a mikroökonómiában, optimális alatt mindig a profitmaximalizáló tevékenységet értjük, ahol a profit az valamifajta bevétel mínusz valamilyen költség. Jelen modell egyik fontos hozzáadott értéke, hogy a mikroökonómiai, játékelméleti működést szeretné egy vállalati pénzügyi kontextusba helyezni. A vállalati pénzügyekben pedig alapvetően nehezen értelmezhető, vagy nem egyértelmű fogalom a profit. A szó hallatán valamifajta cash flow-ra gondolhatunk, azonban a vállalati pénzügyekben szokás többek között megkülönböztetni *operatív cash flow*-t, *free cash flow*-t, *free cash flow to firm*-öt és *free cash flow to equity*-t is. Az alábbiakban az általunk is használt vállalatértékelési módszertant szeretnénk bemutatni Copeland, Koller és Murrin (2000) alapján.

Lényegében egy vállalatnak azért van értéke, mivel a befektetett tőkéből ő pénzáramlást tud generálni a vállalati működés során. Az, hogy ez az érték mennyi az attól függ, hogy a befektetett tőkéhez képest mekkora a pénzáramlás (azaz mekkora a megtérülés), valamint, hogy ez milyen gyorsan növekszik. A pénzáramlás nagysága függ egy olyan fontos tényezőtől, amelyet a hagyományos mikroökonómiai modellekben gyakran nem vesznek figyelembe: az *adóterhelés hatásától*, amely az a megtakarított adó, amely a finanszírozási szerkezetből következik. A legtöbb országban a kamatfizetési kötelezettség levonható az adóalapból, azaz két ugyanolyan vállalat közül (ugyanolyan bevételekkel és operatív költségekkel) az fog kevesebb adót fizetni, amelyik magasabb tőkeáttétel-

lel dolgozik, mivel kisebb lesz az adóalapja. Az úgynevezett *adjusted present value (APV)* módszer ez alapján két komponensre bontja a vállalati működésből származó értéket: arra a cash flow-ra, ami akkor keletkezne, ha a vállalat tisztán saját tőkéből finanszírozná magát, valamint a finanszírozási szerkezetből adódó adómegtakarításra. Azaz a módszer különválasztja a hagyományos működésből, termelésből adódó értéket és a tőkeszerkezetből adódó értéket (Copeland, Koller és Murrin, 2000, 8. fejezet).

Ahhoz, hogy az adóalapot megkapjuk, a bevételekből le kell vonni az eladott áruk beszerzési, termelési költségét, valamint az egyéb eladáshoz köthető kiadásokat (*EBITDA*), majd az amortizációt (*EBIT*), végül a kamatkidadásokat (*EBT*). Az adó levonása után kapjuk a nettó bevételt (*net income*), amelyhez vissza kell adni azon pénzmozgással nem járó tételeket, amelyekkel számoltunk az adóalap kiszámolásához (például számunkra jelen modellhez az egyetlen releváns ilyen tényező az amortizáció). Végezetül le kell vonni a beruházásból adódó kiadásokat. Tömören így kapjuk meg az úgynevezett *free cash flow*-t (*FCF*). Ahogy fentebb említettük, az APV módszerhez ezzel szemben arra a cash flow-ra vagyunk kíváncsiak, amelyet akkor kapnánk, ha tisztán saját tőkéből lenne finanszírozva a vállalat. Ehhez az EBIT-ből nem kell levonni a kamatkidást, és ez alapján kell számolni, hogy „mi lenne, ha” ebből vonnák le a megfelelő mértékű adót. Így kapjuk meg a NOPAT-ot (*Net Operating Profit After Tax*), amely egy olyan pénzügyi mutató, amelyet a nettó bevétellel lehet összeegyeztetni. Előnye vele szemben, hogy jobban kifejezi a vállalat termelésből adódó pénzügyi eredményét, ugyanis nem kalkulál a tőkeszerkezetből adódó előnyökkel. Éppen ez az, amire most szükségünk van. Innen a cash flow számítás már hasonlóan történik: korrigálni kell a pénzmozgással nem járó tételekkel és levonni a beruházási kiadásokat. Így kapjuk meg a *free cash flow to firm (FCFF)* mutatót, amely megmutatja, hogy a vállalat milyen cash flow generálásra lenne képes a tőkeszerkezeti adottságok figyelembevétele nélkül.

Az értékelés másik részét a tőkeszerkezetből adódó előnyök számszerűsítése adja. Ehhez az előző logikát követve, ki kell számolni, hogy mekkora az adó, amit a vállalat fizet, továbbá, hogy mekkora lenne, ha tisztán saját tőkéből lenne finanszírozva. A valójában fizetett adó biztosan kisebb (legalábbis nem nagyobb), hiszen ott a kamatkidadásokat is levonjuk és így kisebb adóalapot kapunk. Ennek a fiktív, EBIT-ből számolt adónak, és a tényleges adónak a különbségét hívjuk *adópapjznak*. Ez tekinthető egyfajta adómegtakarításnak, amelyet a tőkeszerkezetből adódóan ért el a vállalat.

A fenti két komponenset a jövőre megbecsülve kapunk egy olyan cash flow-t, amelyet disz-

kontálva megkapjuk a vállalat belső értékét. Ez reflektál a vállalat jövőbeli pénzáramlás-generáló képességére, amely a vállalat értékét adja. Ezt a cash flow-t kell a piacon elvárt hozammal diszkontálni, hogy a diszkontált értékek összegeként megkapjuk a vállalati értéket.

Az egyetlen fennmaradó probléma, amellyel kalkulálnunk kell, hogy a numerikus példában (és a gyakorlatban se) nem számolunk végtelen hosszú cash flow vektort. Így azzal a feltételezéssel élünk, hogy az utolsó évi $FCFF + \text{adópapírs}$ érték egy növekvő örökjáradékként fog viselkedni, ahol a növekedés ütemét a piaci adottságokból számoljuk.

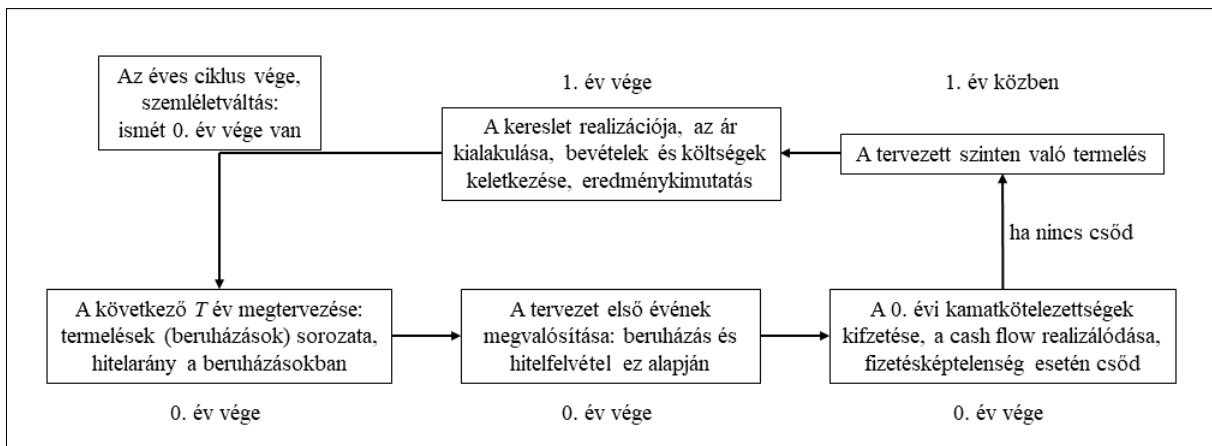
A fenti számítással egyelőre a vállalat belső értékét kapjuk meg, azonban mi alapvetően a saját tőke belső értékére vagyunk kíváncsiak. Ahhoz, hogy ezt megkapjuk, még le kell vonnunk a hitelek piaci értékét, amely a hitelezők felé áramló pénzösszegek (kamatfizetések és tőketörlesztések) diszkontált jelenértéke, ahol a diszkontfaktort a hitelek piaci kamatlábából kapjuk. (Copeland, Koller és Murrin, 2000, 8. fejezet)

Most kanyarodunk vissza az optimalizálás kérdéskörére. Mit szeretne a tulajdonos maximalizálni? Nyilvánvalóan a saját tőke belső értékét. Azonban azt is érdemes figyelembe vennie, hogy ez a belső érték mekkora kezdő tőkéből generálódik. Azt lehet mondani, hogy szeretne minél kevesebb pénzből minél többet csinálni. Valami hasonló intuíción alapszik a piaci hozzáadott érték (*market value added – MVA*) mérőszám, amely a vállalat belső értékének és a befektetett tőkének a különbsége (avagy ezzel ekvivalens módon, a saját tőke belső és könyv szerinti értékének a különbsége) (Copeland, Koller és Murrin, 2000, 4. fejezet). Ez a gyakorlatban is egy igen bevett mutató, a jelen modellben is ezt fogjuk alkalmazni. A feladatban a vállalat (annak döntéshozója) a klasszikus profitmaximalizálás helyett a *tulajdonosi hozzáadott értéket* szeretné maximalizálni.

3. A modell bemutatása

Kellően leegyszerűsítve, a vállalati pénzügyekben egy vállalatot úgy képzelünk el, mint ami beruház, ehhez valamekkora hitelt vesz fel, fizeti a kamatokat és a törlesztőtőket, valamint termel, amiből bevétele származik. A mikroökonómiában ezt szokás még tovább egyszerűsíteni, miszerint a vállalat termel és profitja keletkezik. Ezt a további egyszerűsítést szeretnénk kihagyni modellünkéből, és az alapvető vállalati lépéseket megtartani. A másik irányból pedig szeretnénk beemelni a játékelmélethez a vállalatok egymással való interakcióját, amelyet a piaci keresleti függvényen keresztül

1. ábra. A dolgozatban bemutatott modell folyamatábrája



Forrás: Saját szerkesztés

fogunk megtenni.

A beruházásokat a vállalat gépbszerzések formájában eszközöli. Ezen gépeket a könyvelők lineárisan amortizálják életidejük alatt. A beruházási döntéssel párhuzamosan a vállalat dönt arról is, hogy ehhez a beruházáshoz mekkora hitelt vesz fel, amellyel egyben a kamatfizetési kötelezettséget is vállalja. A vállalatok ezután a „piacon találkoznak”, ahol az árat egy lineáris inverz keresleti függvény (a továbbiakban *árfüggvény*) határozza meg. A vállalatok Cournot-típusú játékot játszanak, azaz a piacra vitt mennyiségről döntenek, amelyek függvényében kialakul az ár és a vállalatok bevétele. A vállalatok döntése mellett a véletlen is szerepet játszik, ugyanis az árfüggvény szintje egy trinomiális fán sztochasztikusan változó paraméter. A bevételekből a 2.7 alfejezetben leírt módon számolódik a cash flow (FCFF) és a tőkeszerkezetből eredő adópajzs hatás. A tervezési fázisban a vállalat a következő T év működését (beruházás-termelés és finanszírozás) tervezi meg, majd ebből az első évi tervet meg is valósítja. A kereslet realizációja után eldől, hogy csődbe megy-e. Ha életben marad, akkor a folyamat kezdődik előről: megtervezi az akkori következő T évet, abból az első évi terv szerint beruház, a kereslet realizálódik és a kamatokat fizeti. Az eddig leírtakat foglalja össze az 1. ábra.

Vizsgálódásunk tehát legalább két szempontból is általánosítja a Cournot-féle problémát:

- több időszak is van, a modell dinamikus: nemcsak a termelésre, hanem a beruházások sorozatára is döntést kell hozni a várható kereslet szem előtt tartásával;
- a kereslet bizonytalansága miatt a modell sztochasztikus is.

Egy harmadik szempontból is eltér a megközelítésünk a szokásos mikroökonómiai egyperiódusos profitmaximalizálási megfogalmazástól. Figyelembe vesszük az adókat, a hitelfelvétel nyújtotta hatásokat (adópaijs, csődkockázat), és a számviteli részletek (mérleg, nyereségkimutatás, cash flow) megjelenítésével a tulajdonosi vagyónmaximálizálás válik az optimalizálási kritériummá.

Nem szokványos dolog a vállalatértékelési módszereket és a mikroökonómiai optimalizálási eljárásokat kombinálni. A dolog összetettsége miatt kézenfekvő a Monte Carlo szimuláció használata. A különböző szimulációs technikák bemutatása általában a matematikai technikai részletekre fókuszál, például hatékony véletlenszámgenerálási módozatok, szóráscsökkentő eljárások, stb. Mi most inkább a pénzügyi részletek kidolgozásával, egy kompakt modell megfogalmazásával, az abban megjelenő paraméterek elemzésével igyekszünk az olvasó segítségére lenni esetleges további saját vizsgálódásaiban.

A továbbiakban egyesével bemutatjuk a modell egyes részleteit, majd a darabkákat összetéve adunk átfogó képet a modell működéséről.

3.1. A vállalatok interakciója: a piac keresleti oldala

A bemutatást a modell központjában kezdjük: az interakció helyszínén. Miután a vállalatok megvalósítottak egy adott évi beruházást és az alapján termeltek, termékeiket a piacra viszik. Az i vállalat termelését (egyelőre időindex nélkül) jelölje q_i . A piacon kialakuló árat a $p = A - B \cdot Q$ alakú ár-függvény határozza meg, ahol $Q = \sum q_i$. Az ár-függvény A paramétere sztochasztikusan változik, így a beruházási döntés meghozatalának pillanatában a vállalat nem tudja biztosan milyen szintű keresletre számíthat, arról csak egy vélekedése van. A vélekedés alapján a vállalat egy feltételes várható értékkel számol, ahol a feltétel az, hogy a vállalat életben van. Azon eseteket, amikor a vállalat csődbe menne a döntéshozók figyelmen kívül hagyják. Itt jelenik meg a korábban bemutatott korlátolt felelősség hatás. A döntéskor figyelembe vett A feltételes várható értéke mindig nemkisebb, mint a valós várható érték, azaz a vállalat egy nagyobb (nemkisebb) keresleti szint mellett optimalizál. A modellben a vállalat jól ismeri a piacot, a sztochasztikus folyamatról (a trinomiális fáról) való vélekedése megegyezik a valós folyamattal. Egy külön kutatást megérdemelne az a kérdés, hogy mi történik, ha ez a vélekedés nem egyezik meg a valós folyamattal és például a vállalatnak költséggel jár a valós folyamat minél jobbani feltárása. Az interakció lezárásaképp a vállalatok megkapják a saját és a többiek termelésének a függvényében a (feltételes várható) bevé-

telüket: $Inc_i = p \cdot q_i$.

3.2. A bevételből származó nyereségkimutatás

Ebben az alfejeztben feltesszük, hogy a q_i és az ebből, valamint a többiek termeléséből számolt (akár realizált, akár tervezett) Inc_i adott. Ebből a vállalat megkapja az adott évi eredményét:

1. A bevételből a költségeket levonva megkapja az adott évi $EBITDA$ -t. A költségek jelen esetben kizárólag a termelésből adódnak, méghozzá egy konstans c határköltség mellett, amelyről feltételezzük, hogy minden vállalatnak azonos: $EBITDA_i = Inc_i - c \cdot q_i$.
2. Az $EBITDA$ -ból az amortizációt levonva kapja az $EBIT$ -et. Az amortizáció a korábbi évek beruházásaiból adódik. $EBIT_i = EBITDA_i - Amort_i$
3. Az $EBIT$ -ből továbbá levonva az adott évi kamatkötelezettségeket kapja a vállalat az adóalapot (EBT). Kamatokat egy változó r_D kamatláb mellett fizet, amelyet szintén azonosnak tekintünk minden vállalat számára. Azaz $Interest_i = r_D \cdot Debt_i$, ahol $Debt_i$ az adott év eleji (avagy az előző év végi) hitelnagyság a forrásoldalon. Tehát $EBT_i = EBIT_i - Interest_i$ A modellben a további egyszerűség kedvéért az r_D -t konstansnak vesszük, így lényegében nincs jelentősége a fix vagy változó kamatlábnak. A változó kamatláb feltételezése általános körülmények között biztosítja, hogy a hitel könyv szerinti és piaci értéke megegyezzen, ami nagyban megkönnyíti a vállalatértékelést. Érdekes irány lehet a modellt olyan szinten továbbfejleszteni, hogy a kamatláb is sztochasztikusan változzon és annak a hatását vizsgálni a működésre.
4. A fizetendő adó egy TR nagyságú adókulcs mellett számolódik. A vállalatnak adót csak akkor kell fizetnie, ha az adóalap pozitív, azaz $Tax_i = (EBT_i \cdot TR)^+$.
5. Az adó befizetése után megkapjuk az adózott eredményt (*net income* - NI). $NI_i = EBT_i - Tax_i$.

3.3. Beruházás, hitelfelvétel és hiteltörlesztés

Az előzőekben feltettük, hogy az adott évi q_i adott. A kereslet és a bevétel realizációja után a vállalat felkészül a következő évre és az ahhoz szükséges beruházást eszközöli. Itt is feltételezzük, hogy

a vállalatok ugyanolyan feltételek mellett tehetik meg mindezt. Ezen a ponton elkerülhetetlenné válik az időindexek használata. A modell feltevése az, hogy az adott évi termeléshez az előző év végén kellett a szükséges beruházást megejteni. Tegyük fel, hogy a vállalat a következő évben $q_{i,t+1}$ -et szeretne termelni. Egy gép kapacitása k , így a következő év elején (amikor a termelés zajlik) $[q_{i,t+1}/k]$ gépre van szüksége, ahol $[\cdot]$ operátor jelöli a következő egész számra való felfelé kerekítést. A beruházást az előző (t .) év végén eszközöli a vállalat, így a szükséges gépek száma is t indexet kap: $M_{i,t}^N = [q_{i,t+1}/k]$. Tegyük fel továbbá, hogy a t . év végén a vállalatnak $M_{i,t}^0$ gépe van, amiből $M_{i,t}^D$ gépet selejtezni kell. Így összességében a t . év végén vásárolandó gépek száma: $M_{i,t} = \left(M_{i,t}^N - \left(M_{i,t}^0 - M_{i,t}^D \right) \right)^+$ (hiszen ha már a selejtezések után is marad elegendő gép, akkor 0 gépet szükséges vásárolni). Ha egy gép ára p_M , akkor az $M_{i,t}$ gépvásárlás $I_{i,t} = M_{i,t} \cdot p_M$ beruházást jelent.

A modellben a vállalat a $q_{i,t+1}$ -gyel egyidejűleg dönt a szükséges beruházáshoz kapcsolódó hitelarányról is. Azaz, ha ezt a döntést $d_{i,t+1}$ -gyel jelöljük, akkor a beruházással egyidejűleg $D_{i,t}^{borr} = I_{i,t} \cdot d_{i,t+1}$ nagyságú hitelfelvétel is történik. Emellett továbbá jelöljük $D_{i,t}^{repay}$ -jel a korábbi évekből adódó, idén esedékes hiteltörlesztés nagyságát.

A "korábbi évekből adódó" szóhasználat mögötti dinamika felírásához tegyük fel, hogy egy gép élettartama és egyben a hitel futamideje is m év. Az $M_{i,t}$ gépvásárlásnak két hatása van: egyrészt a következő évi összes gép száma $M_{i,t+1}^0 = M_{i,t}^0 - M_{i,t}^D + M_{i,t}$ módon fog alakulni, másrészt az m év múltai selejtezendő gépek száma pedig $M_{i,t+m}^D = M_{i,t}$ módon. Hasonló logikával az m év múltai hiteltörlesztés pedig $D_{i,t+m}^{repay} = D_{i,t}^{borr}$ lesz. A gépek lineáris amortizációja alapján a t . évi amortizáció az előző m év beruházásaiból tevődik össze, méghozzá az $Amort_{i,t} = \sum_{j=t-m}^{t-1} I_{i,j} / m$ dinamika alapján.

A beruházási, amortizációs, hitelfelvételi és hiteltörlesztési vektorokból a vállalat mérlegének az alakulását is fel tudjuk írni. Az eszközoldal nagyságát *Asset*-tel, a hitelek nagyságát *Debt*-tel és a saját tőkét *Equity*-vel jelölve kapjuk, hogy $Asset_{i,t+1} = Asset_{i,t} - Amort_{i,t} + I_{i,t}$, $Debt_{i,t+1} = Debt_{i,t} - D_{i,t}^{repay} + D_{i,t}^{borr}$, és persze $Equity_{i,t} = Asset_{i,t} - Debt_{i,t}$. A fenti jelölésekben a t indexek a t . év végi mérlegre utalnak.

3.4. A cash flow kimutatás, csőd

Az adott évi eredmény, beruházás és a hitelek változása alapján már felírható az adott évi cash flow kimutatás. Mindezt a 2.7 alfejezetben bemutatott módon írjuk fel, valamint annál tovább is megyünk a csődhelyzet bemutatásához. A következőkben az időindexet ismét elhagyjuk, mivel mindenhová t kerülne.

1. Először a vállalat a tőkeszerkezeti hatások nélküli cash flow-ra ($FCFF$) kíváncsi:
 - 1.1. Az adópajzs nélküli "eredményt", a $NOPAT$ -ot, az EBIT-et adóalapként használva kapja a vállalat: $NOPAT_i = EBIT_i - (EBIT_i \cdot TR)^+$.
 - 1.2. Ehhez vissza kell adni a pénzmozgással nem járó, eredményre hatással lévő tételeket (jelen esetben az amortizációt) és levonni a beruházási kiadást: $FCFF_i = NOPAT_i + Amort_i - I_i$
2. Az adópajzsot a tisztán saját tőke finanszírozás melletti fizetendő adó és a ténylegesen fizetendő adó különbségeként kapja: $TS_i = (EBIT_i \cdot TR)^+ - (EBT_i \cdot TR)^+$. Amennyiben az EBT nemnegatív, akkor $TS_i = Interest_i \cdot TR$.
3. A vállalat kiszámolja továbbá az úgynevezett *free cash flow to equity*-t ($FCFE$) is, amely a közvetlenül a tulajdonosok számára elérhető cash flow az év végén a kötelezettségek teljesítése után. Ehhez már ismét kalkulálni kell a tőkeszerkezeti hatásokkal: az $FCFF$ -hez vissza kell adni az adópajzsot, levonni a kamatfizetést, valamint kalkulálni a hitelek változásával: $FCFE_i = FCFF_i + TS_i - Interest_i + D_i^{borr} - D_i^{repay}$.

Az $FCFE$ egyenletéből látszik, hogy adott év végén a vállalat akkor tudja teljesíteni kötelezettségeit, ha a beruházási kiadás és hitelfelvétel után még elegendő "profitja" marad a pénzügyi eredményéből. Azt tételezzük fel, hogy a megmaradt pénzüsszeget a tulajdonosok osztalékként kifizetik ($Div_i = FCFE_i$). Ez alapján a forrás-felhasználás egyenlet:

$$NOPAT_i + Amort_i + TS_i + D_i^{borr} = I_i + D_i^{repay} + Interest_i + Div_i$$

A modell feltevése szerint az osztalék nem lehet negatív (azaz újabb saját tőke forrás már nem

vonható be), így azt mondjuk, ha mégis arra lenne szükség, akkor a vállalat csődbe megy². Ez ekvivalens azzal a feltétellel, hogy negatív FCFE esetén megy csődbe a vállalat.

3.5. Csődvalószínűség, feltételes várható keresleti szint

Eddig arra fókuszáltunk, hogy mi történik egy adott évben. A fenti számítások zajlanak le egyrészt a termelés és kereslet realizációjakor, másrészt a tervezési fázisban is T ilyen évből tevődik össze a terv. A különbség a kettő között, hogy realizációkor, a kiszámolt cash flow valóban realizálódik, aminek az adja az alapját, hogy az árfüggvény A paramétere is egy már realizált érték. A tervezési fázisban ezzel szemben a vállalat nem tudja még, hogy milyen A fog realizálódni. A sztochasztikus folyamatot ismeri (vélekedése megegyezik a valós folyamattal), ebből tud számolni egy várható értéket. A tervezési fázisnak ezen részét és az A paraméter alakulását tekintjük át a következőkben.

Kezdjük az A paraméterrel, amely egy trinomiális fán mozog. Ezt három paraméter írja le:

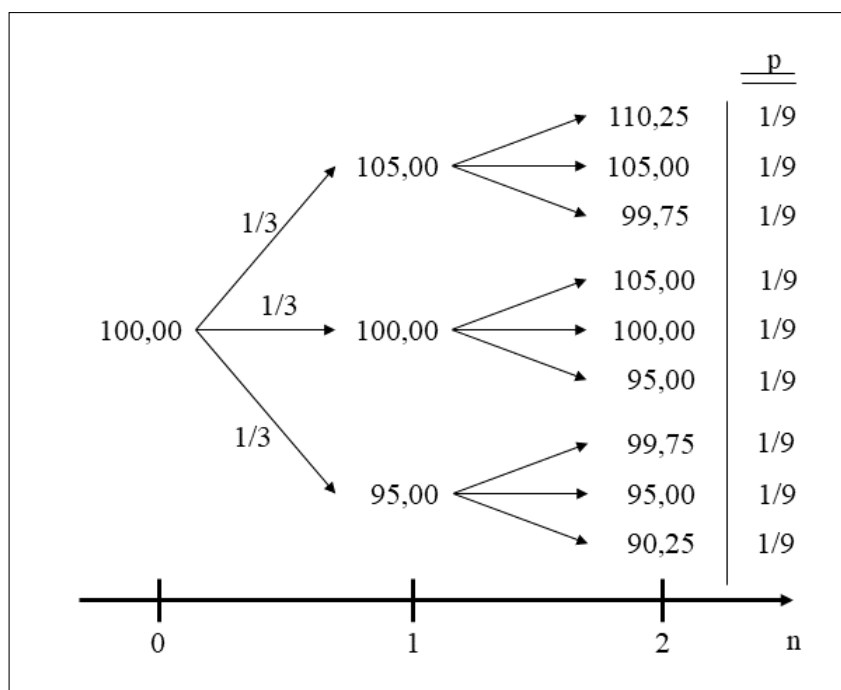
- A_0 : a fa kezdeti értéke. Ez a tervezés évében (év közben) realizálódott érték, ezt a vállalat tervezéskor (év végén) ismeri.
- $[a_u, a_m, a_d]$: a fa értékének lehetséges multiplikatív változásai. Azaz egy év múlva a lehetséges értékek: $[a_u \cdot A_0, a_m \cdot A_0, a_d \cdot A_0]$.
- $[p_u, p_m, p_d]$: a fenti kimenetek valószínűségei.

A modellben a változás-vektort két paraméterrel írjuk le: egy trend ($Trend$) és egy eltérés (Dev) paraméterrel. Ezek mellett $a_m = 1 + Trend$, $a_u = 1 + Trend + Dev$ és $a_d = 1 + Trend - Dev$. Egy $T = 2$ időszakra felírt, $A_0 = 100$, $Trend = 0\%$, $Dev = 5\%$, $p_u = p_m = p_d = 1/3$ paraméterekkel rendelkező trinomiális fát szemléltet a 2 ábra. A paraméterek ismeretében tervezéskor a vállalat is felrajzolja magának a trinomiális fát T évre.

Áttérve a csődvalószínűségekre, minden évre létezik az A paraméternek egy olyan küszöbszintje, amely alatt a vállalat csődbe menne. Ennek kiszámolására a tervezés folyamán a vállalat a következő gondolatmenetet folytatja le. Tegyük fel, hogy az első évben q_1 -et termel a vállalat, ami

²Persze a valóságban ennél jóval összetettebb egy csődfolyamat. Jelen modellben a vállalat strapabíróbbá tételének legkézenfekvőbb módja egy pénzügyi tartalék fenntartása, amely persze költséggel járna. A mostani vizsgálódást ez azonban csak feleslegesen bonyolítaná.

2. ábra. Egy egyszerű trinomiális fa



Forrás: Saját szerkesztés

biztosan $c \cdot q_1$ változó költséggel jár számára. Szintén az első évben az előző évekből $Amort_1$ mértékű amortizációt kell leírnia, D_1^{repay} mértékű hitelt kell visszafizetnie és $Interest_1$ kamatot kell fizetnie. A második évben q_2 -t szeretne termelni, amelyhez még az első év végén I_1 beruházást kell tennie. Tegyük fel, hogy d_1 hitelarányt szeretne a beruházásban, így D_1^{borr} hitel felvétele szükséges, szintén még az első évben. Összességében az eddigi döntési változók a q_1 , q_2 és a d_1 . A fenti változókból (amelyek biztosak q_1 , q_2 és d_1 mellett) már fel tudja írni az eredménykimutatás "költség oldalát", valamint ismeri a tényezőket a cash flow számoláshoz. Az egyetlen kérdés, hogy mennyi lesz a vállalat bevétele. A kérdést viszont inkább úgy tegyük fel, hogy legalább mennyinek kell lennie a vállalat jövedelmének, ahhoz, hogy ne menjen csődbe. Ezt Inc_1^{min} -nel jelölve fel tudjuk írni az FCFE egyenletét és azt 0-val egyenlővé tenni (az amortizáció levonását és visszaadását itt

összevontam):

$$\begin{aligned}
& Inc_1^{min} - c \cdot q_1 - && (EBITDA) \\
& - ((Inc_1^{min} - c \cdot q_1 - Amort_1 - Interest_1) \cdot TR)^+ - && (Adó) \\
& - I_1 - && (Beruházás) \\
& - D_1^{repay} + D_1^{borr} - && (Hitel-vált.) \\
& - Interest_1 = && (Kamatfizetés) \\
& = 0.
\end{aligned}$$

Az egyenletet megoldva és az Inc_1^{min} -t a bevételi egyenletbe beírva:

$$Inc_1^{min} = (\hat{A}_1 - B \cdot (q_1 + Q_{-1})) \cdot q_1 \quad (1)$$

ahol Q_{-1} a többi vállalat össztermelése és $\hat{A}_1$ az A első évi küszöbszintje. Ezt az egyenletet is megoldva és a felírt trinomiális fa első évét tekintve a vállalat megkapja, hogy mekkora valószínűséggel lesz a paraméter a küszöbszint alatt, azaz mekkora a csődvalószínűsége az első évben. Látható, hogy ez a többiek döntésétől is függ, így majd a 2.1. alfejezetben bemutatott logikával felírt reakciófüggvénynek ez az egyenlet is része lesz. Ha a 2. ábra trinomiális fáját vesszük alapul, és a vállalat kiszámolja, hogy például $\hat{A}_1 = 98$, akkor a csődvalószínűség $1/3$. Amikor számol a különböző esetekkel, akkor az $A_1 = 95$ mellett csődbe menne, így arra az eshetőségre nem optimalizál (továbbra is, feltéve, hogy q_1 , q_2 és d_1 a döntési változók, egyéb felosztás mellett, például kisebb hitelarány vagy kisebb termelés mellett, lehet olyan küszöbszint jönne ki, hogy mindhárom eshetőséggel számol). Ekkor az A -ra kapott feltételes várható érték $A_1^E = ((1/3) \cdot 105 + (1/3) \cdot 100) / (2/3) = 102,5$, ami láthatóan magasabb, mint a feltétel nélküli várható érték, 100 . A példa jól szemlélteti az elméleti bevezetőnél bemutatott hitel stratégiai hatását. A magasabb hitelarány alacsonyabb küszöbszintet eredményez, amelynek következtében a vállalat magasabb keresleti szinttel számol és magasabb lesz az optimális termelése. Mindez a többi vállalatot termelésének visszaszorítására készítheti, főleg, hogy mint az az (1) egyenletből is látszik, a magasabb termelés csökkenti a versenytársak küszöbszintjét. Persze, mint írtuk, ez a küszöbszint a termelési döntéstől is függ, így lényegében a vállalat magának választja meg, hogy milyen csődkockázattal szeretne dolgozni és milyen ag-

resszív szeretne lenni a piacon. A példában bemutatott $1/3$ valószínűségű csődkockázat minden bizonnyal nagyon magas és nem hozna a vállalat olyan döntést, hogy ilyen közel kerüljön a csődhez. A csődkockázattal való "játék" inkább a későbbi periódusok megtervezésénél lehet érdekes, ahol a szerteágazó trinomiálisan fán kis valószínűsége lesz a küszöbszint alá kerülésnek.

Vizsgáljuk meg, mi történik a második évben a trinomiális fán! Tegyük fel, hogy a vállalat a második évre is kiszámolja a küszöbértéket: $\hat{A}_2 = 98$. Ahogyan a 2. ábrán látszik, a második évben három olyan scenárió van, amikor a paraméter 98 alá kerül. Azonban, ha az első évben $A_1 = 95$ realizálódik, akkor a vállalat már csődbe ment, így az alsó három scenárióval nem számolhat a vállalat. Ezeken felül akkor is csődbe megy, ha $A_1 = 100$ után $A_2 = 95$ realizálódik, így összesen négy olyan eset van, amikor a vállalat a második év végén már csődben van. Ez alapján a csődvalószínűség $4/9$, a feltételes várható érték pedig 104^3 .

3.6. A tulajdonosi vagyonmaximalizálás és a Nash-egyensúly

Az előző alfejezetben láttuk, hogy a $q_{i,t}$, $q_{i,t+1}$ és $d_{i,t}$ döntések függvényében megkapható az $A_{i,t}^E$ feltételes várható érték. Azt is láttuk, hogy ez a többi vállalat döntésétől is függ, amit összefoglalóan $Q_{-i,t}$ -vel jelölünk. Azaz a pontos jelölés: $A_{i,t}^E(q_{i,t}, q_{i,t+1}, d_{i,t}, Q_{-i,t})$. Ez alapján a várható jövedelem is ezen paraméterek függvénye: $Inc_{i,t}^E(q_{i,t}, q_{i,t+1}, d_{i,t}, Q_{-i,t})$. Láttuk továbbá, hogy a $q_{i,t}$, $q_{i,t+1}$ és $d_{i,t}$ változókból a bevételen kívül minden más 1 valószínűséggel megkapható, így a 3.2.-3.4. alfejezetben levezetett számításokat elvégezve megkapjuk az $FCFF_{i,t}^E(q_{i,t}, q_{i,t+1}, d_{i,t}, Q_{-i,t})$ és $TS_{i,t}^E(q_{i,t}, q_{i,t+1}, d_{i,t}, Q_{-i,t})$ vektorokat, amelyek a 2.7. alfejezetben bemutatott APV módszerhez szükségesek a vállalat belső értékének meghatározásához. Fontos kiemelni, hogy az $A_{i,t}^E$ feltételes várható érték volta miatt a cash flow is egy feltételes várható érték. A várható vállalatérték meghatározásához ezeket be kell szorozni a feltétel felvétel várható értékével, ami az életben maradás valószínűsége a t . év végén ($Surv_t$). A várható jelenértékhez ezeket még diszkontálni kell az iparági elvárt hozammal (r_A) és szummázni a vektor elemeit. Tekintve, hogy a vállalat csak T évre tervez előre, az T utáni éveket egy növekvő örökjáradéknak tekintjük. Kezdőértéke az T . évi

³Ha tovább szeretnénk általánosítani a modellt, akkor az A paraméter sztochasztikus folyamatát felírhatjuk egy drifttel rendelkező Wiener-folyamatként, amelynek a $t = 1, 2, \dots, T$ pontjaiban $\hat{A}_t$ korlátai vannak. A korlát átlépésekor a folyamat megáll. Mindez igencsak megnehezíti a feltételes várható értékek számolását, de előnnyel is jár: a döntési változók változásának marginális hatását folytonossá teszi. Így érdekes kísérlet lehet a modell ilyen szinten való továbbfejlesztése.

$FCFF + TS$ várható értéke, a növekedési tagnak pedig az A paraméter várható növekedését (g_p) vettük. Azaz mindezt egy kifejezésben összefoglalva és a belső értéket IV -vel jelölve:

$$IV_i^E = \sum_{t=0}^T \frac{(FCFF_{i,t}^E + TS_{i,t}^E) \cdot Surv_t}{(1+r_A)^t} + \frac{(1+g_p) \cdot (FCFF_{i,T}^E + TS_{i,T}^E) \cdot Surv_T}{(r_A - g_p) \cdot (1+r_A)^T}$$

Az MVA alapján számított hozzáadott érték (AV) pedig:

$$AV_i^E = IV_i^E - Asset_{i,0} \quad (2)$$

Az utóbbi két egyenletben az IV és AV függvények argumentumait elhagytuk, azonban a korábbiak alapján világos, hogy a $q_{i,t}$, $d_{i,t}$ és $Q_{-i,t}$ ($t = 1 \dots T$) változóktól függnék.

A korábban már bemutatott logikával innen felírható $Q_{-i,t}$ függvényében az i vállalat reakció-, avagy legjobbválasz-függvénye, amely azon $q_{i,t}$ és $d_{i,t}$ értékeket adja meg, amelyek mellett AV_i^E maximális (feltéve, hogy a többi termelés $Q_{-i,t}$):

$$BR_i(Q_{-i,t}) := \operatorname{argmax}_{q_{i,t}, d_{i,t}} AV_i^E(q_{i,t}, d_{i,t}, Q_{-i,t})$$

Nash-egyensúly pedig ott fog kialakulni, ahol minden vállalatnak éppen az a legjobb válasza a többiek lépésére, amit játszik. Formálisan, ha a vállalatok számát L -lel jelöljük és a q , d döntések alkotta mátrixot $[q_{i,t}, d_{i,t}]_{i=1..L}^{t=1..T}$ -vel, akkor Nash egyensúly ott van, ahol

$$[q_{i,t}, d_{i,t}]_{i=1..L}^{t=1..T} = [BR_i(Q_{-i,t})]_{i=1..L}$$

3.7. Egyéb technikai megjegyzések

Az olvasó számára maradhatott még néhány nyitott kérdés, amelyre nem feltétlenül adott még választ az eddigi modell-leírás.

A modellben meghúzódik egy differenciálegyenlet rendszer, amelynek nem adtuk még meg a kezdeti értékeit. A legszembevetőbb módon ez a hozzáadott érték kiszámításánál jelenik meg az $Asset_{i,0}$ változóban. Világos, hogy, ha már "egy ideje" működik a piac, akkor a (tervezés pillanatában vett) nulladik év végi eszköz nagyságát a korábbi évek működéséből kapjuk, de mi történik

például az első tervezés során? Erre az a feltételezés, hogy amennyiben a vállalat az első évben q_1 -et szeretne termelni, akkor az ahhoz szükséges M_1^N gépet az előző m évben egyenletesen szerezte be, ahol m egy gép élettartama. Ezzel elérjük, hogy az első évi géppark egyenletesen álljon a különböző korú gépekből. Ekkor a nulladik évben még M_1^N/m gép hiányzik a q_1 termeléshez és így ez lesz a nulladik évi gépvásárlás. További feltétel, hogy ha a vállalat d_1 hitelaránnyal szeretne beruházni, akkor az előző években is így tett. Ezek alapján az első évet megelőző m évre felírva a beruházások és hitelfelvételek sorozatát, fokozatosan "felépíthető" a nulladik év végére kialakuló mérleg.

Akad még további kezdeti érték, amelynek a meghatározását tisztázni kell. Láttuk, hogy egy adott évi beruházás hatással van arra a cash flow-ra, amelyhez a bevétel még az azt megelőző évi beruházásból ered (a NOPAT-ot az adott évi eredményből kapjuk, azonban az FCFF-hez már azt a beruházást kell levonni, amelyet a következő évi termelés érdekében eszközöl a vállalat). A legelső tervezésnél még nincs előző évből származó eredmény. Itt azzal a feltételezéssel élünk, hogy a vállalat már évek óta stabilan úgy működik, mint ahogy az első évben tervez. Továbbá a versenytársak is úgy működtek már a nulladik évben, mint ahogyan a működésükről a vállalat az első évben vélekedik (azaz a kezdeti FCFF érték sem kapható meg egzakt módon q_1 és d_1 -ből, hanem függ Q_{-1} -től is). A feltételezéseket formalizálva kapjuk, hogy

$$FCFF_0 = \left((A_0 - B \cdot (q_1 + Q_{-1}) - c) \cdot q_1 - \frac{Asset_0}{m} \right) \cdot (1 - TR) + \frac{Asset_0}{m} - I_0.$$

A kezdeti adópajzsot már ennél jóval egyszerűbben kapjuk a 3.4. alfejezet 2. pontja alapján: $TS_0 = Debt_0 \cdot r_D \cdot TR$.

Az utolsó fennmaradó kérdés szintén a cash flow kimutatás elkészítéséhez kapcsolódik, azonban nem az időszak elejéről, hanem a végéről. Láttuk, hogy a t . évi cash flow-hoz szükség van az év végi beruházás és hitelfelvétel mértékére, amik a $t + 1$. évi tervezett termelés alapján számolódnak. Mivel a vállalat csak T évre tervez előre, így a $T + 1$. évi termelés explicite nem jelenik meg. Ennek a megoldásához az egyik később bemutatott egyszerűsítő feltevést használjuk fel, miszerint a vállalat nem konkrétan a $q_1, q_2, \dots, q_T$ termelést tervezi meg, hanem csupán a q_1 -et, és úgy számol tovább, hogy ez lineárisan évi $g\%$ -kal növekedni fog. Ez alapján már a q_{T+1} is megkapható $q_T \cdot (1 + g)$ módon.

3.8. Egy számpélda a modell működésére

A modell átlátásának segítségeként tekintsünk meg egy példát. Legyen a gép élettartama és a hitel futamideje $m = 2$, a trinomiális fa pedig a 2. ábrán is bemutatott fa (ahol $A_0 = 100$, $Trend = 0$, $Dev = 5\%$, $p_u = p_m = p_d = 1/3$). A modell működését az 1. és 2. táblázatok mutatják be $q_i = 700$, $g_i = 10\%$ (ami még egyszer, a termelés éves lineáris növekménye), $d_i = 50\%$, valamint $Q_{-i,1} = 1400$ és $Q_{-i,2} = 1540$ döntési változók mellett. A modell többi paraméterét a táblázatok megfelelői sorai tartalmazzák.

Miután az 1. és 2. táblázat alapján megkaptuk az FCFF és adópajzs vektorokat, kiszámolhatjuk a vállalat belső értékét. Tegyük fel, hogy az iparági elvárt hozam 15% , ekkor:

$$IV_i^E = \frac{(3640 + 140) \cdot 1}{1,15^0} + \frac{(2440 + 280) \cdot 0,67}{1,15^1} + \frac{(4234 + 320) \cdot 0,56}{1,15^2} + \frac{(1 + 0\%) \cdot (4234 + 320) \cdot 0,56}{1,15^2 \cdot (15\% - 0\%)} = 20025$$

és

$$AV_i^E = 20025 - 14000 = 6025$$

azaz a vállalat 14000 nagyságú befektett saját tőkéje 20025 -öt ér ilyen működések feltételezése mellett. Ami szembeűnő a fenti példában, hogy az első évi FCFF jóval alacsonyabb a nulladik évinél. Ez a magasabb beruházás következménye, amely ahhoz szükséges, hogy a tervezett termelési szintet tartani tudja a vállalat. Látható, hogy a beruházás 4000 -rel lett magasabb, az FCFF viszont csak 1200 -zal alacsonyabb. Ez a pozitív csődvalószínűségnek köszönhető. Mint látható, a vállalat $A_1^E = 102,5$ -lel számol, ami magasabb, mint a nulladik évi $A_0 = 100$, és ami magasabb (feltételes várható) árbevételt is eredményez. Lényegében a vállalatnak az ilyesfajta trade-offot kell figyelembe vennie a döntése meghozatalakor, és egyben kalkulálni a többiek lépésével.

Egyébként ilyen környezetben a Nash-egyensúlyi döntés ($L = 3$ vállalattal számolva) $q_i = 740$, $g_i = 0\%$ és $d_i = 52\%$ ($\forall i$), amely mellett egy vállalat hozzáadott értéke 13335 . Mindezt numerikusan kaptuk meg a következő fejezetben bemutatott módszertan alapján.

1. táblázat. A modell működését szemléltető számpélda első fele

<i>Paraméter</i>		<i>Döntési változók</i>			
		<i>q_i</i>	<i>g_i</i>	<i>d_i</i>	
		700	10%	50%	
		2019	2020	2021	2022
	Termelés		350	700	770
	<i>Többi vállalat termelés</i>			1400	1540
<i>k</i> = 50	<i>Szükséges gépek száma</i> (jövő évi termeléshez)	7	14	16	17
	<i>Előző évből meglévő</i> <i>gépek száma</i>	0	7	14	16
	<i>Selejtezés</i>	0	0	7	7
	<i>Gépvásárlás</i>	7	7	9	8
<i>p_M</i> = 2000	<i>Beruházás</i>	14000	14000	18000	18000
	<i>Amortizáció</i>			14000	16000
	<i>Hitelfelvétel</i>		7000	9000	9000
	<i>Hiteltörlesztés</i>			7000	7000
	<i>Év végi mérleg</i>				
	<i>Befektetett tőke (összes eszköz)</i>		14000	18000	20000
	<i>Sajáttőke</i>		7000	9000	9000
	<i>Hitel</i>		7000	9000	11000
	<i>Költségek, ráfordítások</i>				
<i>c</i> = 50	<i>Változó költség</i>			35000	38500
<i>r_D</i> = 10%	<i>Kamatfizetés</i>			1400	1600
	<i>Minimális szükséges árbevétel</i>			52900	56100
	<i>Küszöb A (A_{min})</i>			96,57	95,96
	<i>Csődvalószínűség</i>			0.33	0.44
	<i>Túlélési valószínűség</i>			0.67	0.56
	<i>(Feltételes) várható A</i>			102,5	104,0
<i>B</i> = 0,01	<i>(Feltételes) várható ár</i>			81,5	80,9

Forrás: Saját számítás és szerkesztés

2. táblázat. A modell működését szemléltető számpélda második fele

<i>Paraméter</i>	<i>2019</i>	<i>2020</i>	<i>2021</i>	<i>2022</i>
<i>(Feltételes várható) eredménykimutatás</i>				
<i>TR = 20%</i>	<i>Árbevétel</i>		57050	62293
	<i>EBITDA</i>		22050	23793
	<i>EBIT</i>		8050	7793
	<i>EBT</i>		6650	6193
	<i>Adó</i>		1330	1293
	<i>Adózott eredmény</i>		5320	4954
<i>(Feltételes várható) cash flow kimutatás</i>				
	<i>NOPAT</i>		6440	6234
	<i>FCFF</i>	3640	2440	4234
	<i>Adópajzs</i>	140	280	320
	<i>FCFE</i>		3320	4954

Forrás: Saját számítás és szerkesztés

4. A szimulációs módszertan

Az alábbiakban a szimulációs algoritmus egy-egy specialitását, és az ahhoz köthető egyszerűsítéseket mutatjuk be, valamint összefoglaljuk a választott paramétereinket. A teljes kódot a függelékben található forrásról lehet elérni.

4.1. Egyszerűsítő feltevések

Annak érdekében, hogy a szimulációk relatíve gyorsan lefuthassanak két egyszerűsítő lépést tettünk. Az egyik ilyen a már említett g_i döntési változó bevezetése, és ezzel együtt a $q_{i,1}$ -en felüli explicit döntések elhagyása. Ennek oka a dimenziócsökkentés, amely robosztusabbá és gyorsabbá teszi a szimulációt. Tekintve, hogy a véletlen tagban, a trinomiális fában, nincsenek kiugró folyamatok, amelyre külön akciót kéne tervezni, így ez az egyszerűsítés nem okoz jelentős minőségbeli romlást. További egyszerűsítés, hogy a hitelarány-döntés is csak egy skalár, vektor helyett. A vállalat a T évre konstans hitelaránnyal számol, amely racionalizálása szintén a letisztult trinomiális fában keresendő. Így összességében egy vállalat három változóról dönt minden év végén: q_i , g_i és

d_i (ebből q_i és d_i alapján realizálja is a megfelelő beruházást és hitelfelvételt a következő évre). Ezzel jelentős dimenziócsökkenést lehet elérni a hatékonyság megtartása mellett.

Még egy további egyszerűsítésre tettünk már utalást korábban, ez pedig a véges időtávra való tervezés. Numerikusan végtelen időtávra valóban lehetetlen tervezni, habár lehetne azt mondani, hogy kellően magas T mellett az azt követő időszakok súlya a diszkontálás miatt már elhanyagolható. Mint látni fogjuk, jelen esetben nincs erről szó, ugyanis a T relatíve alacsony értéket kap. Ennek oka a trinomiális fa és annak a kiértékelése. A vállalatnak egy T hosszú trinomiális fát kell felírnia, amelyet az algoritmus rekurzív módon tesz meg, azaz az új réteget az előzőből építi. Ez $\mathcal{O}(n^3)$ komplexitású, így a minél hosszabb távra való tervezés gyorsan belassíthatja a számolást. A legnagyobb torzítást az alacsony T ott okozza, hogy a T év utáni végső érték kiszámításánál (amelynek ráadásul így relatíve nagy jelentősége van) feltételezzük, hogy a vállalat a T . évi életben maradási valószínűséggel fog tovább élni. Ez persze nem igaz, ugyanis az életben maradási vektor monoton csökkenő elemekből áll. A másik oldalról viszont a vállalat minden évben újratervez, így egy-egy "precíz" tervezésnek az értéke nem jelentős, hiszen ahhoz nem kell magát tartania a vállalatnak. Tekintve, hogy a későbbi évek termelése az elsőnek a növekményei, nagyon precíz tervezés már úgy se készíthető, így úgy ítéljük meg, hogy a végeredmény szempontjából jelentős torzítást ez nem okoz.

Továbbá elmondható, hogy sok egyszerűsítés olyan téren jelenik meg, hogy sok szempont nem került bele a modellbe, amelynek lehetne akár gyakorlati relevanciája is. Ilyen például a gépek kopása, a raktározás vagy az infláció. Ez egy örök modellezői kérdés, hogy mit érdemes beépíteni és mit nem, hogy a modell még meg tudja fogni a vizsgált problémát, de azt egyben ne is bonyolítsa túl. Úgy gondoljuk, hogy jelen modell egy kiindulási alapnak megfelelő, amely kellően meg is fogja a valóságot, de nem is túlságosan komplex. Például a kopás és a raktározás véleményünk szerint felesleges plusz komplexitást hozna a modellbe (noha a raktározás egy több részjátékból álló játékban kifejezetten érdekessé is válhat), az infláció (amelyhez az alapot egyébként tökéletesen megadtuk a reál és nominál változók egyaránti szerepeltetésével) hatása pedig túlságosan függene attól, hogy az árfüggvényt irányító sztochasztikus folyamat és az infláció alakulása miként függ össze. Kézenfekvő azon kritika is, hogy a vállalatok egyformák. Általános keretek között, mint látni fogjuk, sok függ a paraméterek beállításától. Cél nélkül nincs jelentősége ad-hoc módon megváltoztatni egy-egy vállalat valamilyen paraméterét, a kimenet úgy is attól függ, hogy mit és

mennyire változtattunk. Konkrét kérdés esetén azonban a modell lehetőséget nyújt a piacon való egyenlőtlenségek, és azok hatásainak vizsgálatára is.

4.2. A modell algoritmusa

Ahogy az 1. ábra szemlélteti, a vállalatnak először meg kell tervezni a következő T évet, úgy hogy a tulajdonosi értéket maximalizálja a versenytársak figyelembevétele mellett. Az előző fejezetben leírtak alapján létezik egy függvény, amely az összes vállalat döntési változójának (és a további exogén paraméterek) függvényében kiszámolja a hozzáadott értéket. Ez lényegében az AV_i^E függvény (2. egyenlet). Az érdekes rész innen következik.

A legjobbválasz-függvényt a hozzáadott érték függvény maximalizálásával kapjuk meg, ahol a többi vállalat döntését adottnak vesszük. Azaz a legjobbválasz-függvény a versenytársak minden döntése mellett megmondja a számunkra legjobb döntést. Láttuk, hogy ez főként a trinomiális fa diszkrét volta miatt törésekkel rendelkezik⁴, így a hagyományos gradiens-ereszkedés alapú módszerek nem lennének hatékonyak. Több deriváltmentes algoritmus kipróbálása után az úgynevezett *differential evolution* bizonyult a leghatékonyabbnak. Ez egy evolúciós algoritmus, amely egy kezdeti populációból kiindulva újabb és újabb egyedeket hoz létre. Az új egyedek létrehozására is több algoritmus létezik, lényegük, hogy minden iterációban a legjobban teljesítőket használják fel, hogy az új populáció létrejöhessen. Így folyamatosan egyre jobb és jobb megoldások születnek. Amikor a javulás kellően lelassult, az algoritmus megáll (Storn és Price, 1997). Ezen evolúciós algoritmust implementálva megkapjuk a legjobbválasz-függvényt ($BR_i(Q_{-i,t})$). Ez potenciálisan, az egyedi költségtényezőktől függően, minden vállalatnak különböző lehet, jelen dolgozatban ez minden vállalatnak egyező.

Numerikus szemszögből a másik érdekes kérdés a Nash-egyensúly kiszámolása. Nash-egyensúly ott van, ahol mindenki legjobb válasza a többiek lépésére éppen az, amit játszik. Ha a legjobbválasz-függvényeket egy legjobbválasz-vektorba rendezzük, akkor formálisan ott van Nash-egyensúly, ahol ennek a legjobbválasz-függvényekből álló vektornak (ami szintén egy függvény) fixpontja van. A korábbi formalizmust kicsit átalakítva az egyszerűsítések figyelembevételével ez

⁴Plusz a gépvásárlások is csak nemnegatív egész számok lehetnek, valamint az adó kiszámításához is *max* függvényt kell használni.

azt jelenti, hogy

$$[q_i, g_i, d_i]_{i=1..L} = [BR_i(q_{-i}, g_{-i}, d_{-i})]_{i=1..L}$$

ahol L a vállalatok száma. Ekkor q_i, g_i, d_i ($\forall i$) függvényében felírható a $[q_i, g_i, d_i]_{i=1..L} - [BR_i(q_{-i}, g_{-i}, d_{-i})]_{i=1..L}$ függvény, amelynek a zérushelyét keressük. Ehhez már szintén számos algoritmus közül válogathatunk. Az előző optimalizálási kérdésnél tett megfontolások miatt itt is egy deriváltmentes algoritmust preferálunk. Szintén néhány próbálkozás után a DF-SANE (*Derivative-Free Spectral Algorithm for Nonlinear Equations*) bizonyult a leghatékonyabbnak. A módszer a direkt keresési algoritmusok osztályába tartozik, és iteratív módon keresi a megoldást a célfüggvény értékeinek kiértékelésével. Egy úgynevezett spektrális transzformációval a problémát egy optimalizációs alproblémára alakítja át, amelyet a direkt keresési algoritmussal megold (La Cruz, Martínez és Raydan, 2006). A zérushely megtalálásával megkapjuk a Nash-egyensúlyi akciókat.

Ez alapján a vállalat megvalósítja az első évre szükséges beruházást és hitelfelvételt, majd a tervezet alapján termel az első évben. Az árfüggvény A paramétere realizálódik, amellyel egyidejűleg az ár, a bevétel és a cash flow is. Amennyiben a vállalat képes fizetni a kamatokat, akkor életben marad és a folyamat kezdődik előről. Ezt az iterációt néhányszor megismételjük, így néhány évnyi működést meg tudunk figyelni. A sztochasztikus kereslet miatt az általános következtetések levonásához Monte Carlo szimuláció szükséges, azaz ezt a néhány évnyi működést többször leszimuláljuk és vesszük ezen szimulációk átlagát.

4.3. A paraméterek megválasztása

A kutatás legkritikusabb pontja a paraméterek megválasztása. A kapott eredmények nagyban függenek ezektől. Ennek tükrében három szempontot tartottunk szem előtt a kalibrálás során:

- A modell legyen "izgalmas" olyan szinten, hogy a csődkockázat egy reális fenyegetettség legyen;
- A paraméterek és a kapott eredmények értékei legyenek relatíve alacsonyak;
- A paraméterek egymáshoz való viszonya legyen reális.

A kalibrálást szinte tetszőleges helyről el lehet kezdeni és a többi paramétert fokozatosan az

előzőekhez igazítani. A mi gondolatmenetünk a következő volt:

1. Már tettünk utalást rá, hogy hatékonysági okok következtében a tervezendő időszakok számát alacsonynak választottuk. Konkrétan a vállalat $T = 6$ évre tervez előre. Ezen paraméter megválasztásának még nincs köze az előbb felsorolt elvekhez, hanem a futtatások gyorsaságának tesztelése során találtuk azt, hogy ez az az érték, amely mellett még elfogadható időn belül lefut egy kiértékelés. A továbbiakban már a fenti elvek szerinti választásokat mutatjuk be.
2. Az árfüggvény B paraméterének több szempontból is komoly jelentősége van. Ez megadja, hogy egységnyi plusz termék a piacon mennyivel csökkenti a termék árát. Szerettük volna, ha egyik évről a másikra a termék ára nem ugrál nagyokat, hogy ilyen szempontból is érdemben lehessen elemezni az eredményeket. Játékelméleti szempontból a B megadja, hogy a versenytársak mennyire tudnak hatással lenni a vállalatra. Nagy B esetén nagyon meg tudják változtatni az árat, ami kihatással van minden vállalatra. Végezetül nemcsak a versenytársak, de a vállalat saját maga is nagyon meg tudja változtatni az árat, ha úgy szeretné. A nagy (továbbra is feltételes várható) árváltozás pedig nagy bevétel-változással és a küszöb A nagy változásával is jár. Itt jön a képbe az izgalmasság kérdése. Nagy B esetén a vállalatok kvázi "el tudnak menekülni" a csődkockázat elől, és szinte mindig tudnak anélkül operálni. Összességében nem szeretnénk túl nagy számokkal dolgozni, az árat is kétszámjegyűként szeretnénk tartani, így végül $B = 0,01$ mellett döntöttünk.
3. A B -vel szorosan együtt jár az árfüggvény másik paraméterének, az A_0 -nak a kalibrálása. Ez adja meg a piac egyfajta nagyságát. A piacon a lehető megmagasabb ár mindig az aktuális A értéke. Amennyiben egy monopólium példájában gondolkozunk és biztosra tudjuk az A értékét, akkor a maximális árbevétel a $p = A/2$ -nél van, amikor a termelés $\frac{A}{2B}$. Az 1. példához hasonló egyszerű esetben, amikor van egy konstans c határköltség, akkor ez $\frac{A-c}{2B}$ -re változik⁵, az ár pedig $\frac{A+c}{2}$ -re. Jelen modell ennél jóval összetettebb, de ez alapján a kialakuló árat mi is $A/2$ és A közé várjuk. Azaz a túl nagy A_0 túl magas árakat eredményez, a túl kicsi A_0 pedig egy kis intervallumra csökkenti a valóban kialakuló árak halmazát és a különbséget csak

⁵A $\pi = (A - B \cdot q) \cdot q - c \cdot q$ függvényt kell maximalizálni q szerint. Könnyen megmutatható továbbá az is, hogy amennyiben n ugyanolyan vállalat van a piacon, akkor $q^* = \frac{A-c}{(n+1)B}$.

a tizedesjegyek mögött kereshetnénk. Tesztelések után végül $A_0 = 120$ mellett döntöttünk, amely jó köztes állapotnak tűnt az előbb felsorolt két véglet között.

4. A piac nagyságához ezután hozzá kellett kalibrálni a megjelenő költségeket is. A fenti levezésben és az 1. példában is csak a c határköltséggel számoltunk. Jelen modellben a vállalatoknak a termeléshez kapacitást is szükséges kiépítenie. Így külön exogén paraméternek megadtunk egyfajta "kapacitás egységköltség" paramétert is, amelyet később kifejtünk, hogyan kell értelmezni. Ha ezt c_k -val jelöljük, akkor a változó határköltségeinket közelíthetjük $c + c_k$ -val. Ez azt írja le, hogy egységnyi termékért a termelés folyamán kell fizetni c -t, plusz c_k -t a hozzá szükséges kapacitásért. Ez nyilvánvalóan így nem pontos, ugyanis egységnyi kapacitást nem tudunk vásárolni, hanem gépeket tudunk, amelyek ráadásul több évig üzemelnek. Továbbá, ha ez a torzítás nem jelenne meg, akkor sem lenne leírható az optimális termelés pontosan az $\frac{A-c}{2B}$ jellegű formában a tőkeszerkezetből eredő adópajzs és csődkockázat miatt⁶. Nem is célunk, hogy pontosan leírható legyen ilyen formában, hiszen ettől a nagyon egyszerű modelltől el szeretnénk térni. A paraméterek beállításához azonban jó alapot ad az ilyesfajta gondolatmenet. Visszatérve a c és c_k kérdésére, értéküket (először az összegüket) úgy szertettük volna megválasztani, hogy az azokból kijövő küszöb A közel legyen A_0 -hoz, azaz a csődkockázat megjelenhessen. Ha azzal számolunk, hogy a termelés $\frac{A-c-c_k}{2B}$, akkor a költség (ami biztos) $\frac{A-c-c_k}{2B} \cdot (c + c_k)$. Ebben az egyszerűsített gondolatmenetben a vállalat akkor megy csődbe, ha a profit negatív, ami alapján kiszámolható, hogy milyen A érték mellett lesz a bevétel egyenlő a költséggel. A túlzott formalizmus helyett a választásunk szerinti példát nézzük meg inkább. Választásunk $c + c_k = 85$ -re esett, amikor a termelés $\frac{120-85}{0,02} = 1750$, a költség pedig $1750 \cdot 85 = 148750$. Ekkor az $(A_{min} - 0,01 \cdot 1750) \cdot 1750 = 148750$ egyenlet megoldásával $A_{min} = 102,5$ adódik. Ez az eredeti $A_0 = 120$ 85,4%-a. Hogy ez mit jelent a csődkockázatra nézve, nyilván a trinomiális fától függ. Tekintve, hogy oligopóliumban a profitok csökkennek a monopol állapothoz képest, ez az arány több vállalat esetén magasabb lesz. Így a monopóliumhoz ezt megfelelő értéknek találtuk, a feladat ezután a trinomiális fa olyan bekalibrálása, hogy a küszöbértéket néhány éven belül elérni ne legyen lehetetlen, azonban ne is legyenek irreálisan nagy csődvalószínűségek.

⁶Ezen felül maga a hitelfelvétel, hiteltörlesztés és az amortizáció is visz torzítást a nagyon egyszerű modellbe.

5. Tudván az A_0 , B és $c + c_k$ paramétereket, térjünk rá a trinomiális fa kalibrálására. A könnyebb kérdés a valószínűségek, ahol azt tettük fel, hogy mindhárom irányba egyenlő valószínűséggel tudjon elmozdulni a kiinduló állapotból. A *Trend* paramétert (amely így egyenlő valószínűségek mellett az A várható növekménye) szintén gyorsan 0-nak választottuk. Azt szeretttük volna elérni, hogy a trinomiális fa "egyetlen" karakterisztikáját a *Dev* paraméter adja, amely a trendtől való lehetséges eltérés mértékét adja meg. Ez így jó proxyként szolgál a piacon megjelenő bizonytalanság mértékére is. Ezt igazítottuk hozzá az előző pontban végigvezetett számításhoz. A lefelé irányra koncentráltunk: rossz évben az A az előző érték d -szerese lesz, ahol $d = 1 - Dev$. A formalizmus helyett ismét inkább az eredményre fókuszálva, $d = 0,95$ mellett $d^3 = 0,857$. Ezt összehasonlítva az előző pontban kijött 85,4%-kal, azt kapjuk, hogy $Dev = 5\%$ mellett a csőd lehetősége valahol a harmadik év környékén jelenik meg a monopóliumnak (itt mindent továbbra is körülbelüli értékeként kell nézni, az eszmefuttatás a nagyságrendek megítéléséhez kell). Ha például a harmadik évben jelenik meg először a csőd-lehetőség, akkor a csődvalószínűség az első két évben 0, a harmadikban pedig $1/3^3 = 1/27$. Ezt úgy ítéltük meg, hogy reális lehet és egyben "izgalmas" marad a modell.
6. Nézzük meg következőnek a beruházáshoz kapcsolódó paramétereket! A gépek fizikai paramétereit tekintve, meg kell határozni, hogy egy gép mekkora kapacitást ad, valamint, hogy hány évig tud üzemelni. A kapacitást k -val jelölve az adott évi szükséges gépek számát q/k felfelé egészre kerekített értéke adja meg. A k egyfajta rugalmasságot határoz meg, egy gép nagyobb kapacitása mellett a vállalatnak nagyobb elköteleződést kell vállalnia, hogy a jövőben is fog annyit termelni, mint idén (különben feleslegesen ruházott be). Ezt mi kezdetben $k = 100$ -nak választottuk, ami relatíve nagyinak számít a (feltételezett) $q = 1750$ -hez képest. Ennek oka, hogy szeretttük volna elérni, hogy a beruházásnak valóban legyen jelentősége és hatása. Kis k esetén a beruházás egyfajta változó költséghez közelít, amelyet a nagyvonalú gondolatmenet során is feltételeztünk. Az élettartam szintén a beruházási döntések rugalmasságához kapcsolódik: alacsony élettartam esetén, ha sokat is ruházott be a vállalat, néhány éven belül úgy is selejteznie kell gépeit. Ezt a nagy k -val ellentétben alacsonynak választottuk, $m = 3$ -nak. Ezzel együtt a hitel futamideje is 3 év, azt szeretnénk, hogy a vállalat addig fizessen kamatot, amíg a hitelből finanszírozott beruházás értéket teremt. Az alacsony élettartam oka a szintén alacsony tervezendő időszakok száma. Szerettük volna elérni, hogy a

későbbi időszakok beruházásainak nagy jelentősége legyen a későbbi időszakok összkapacitásában. A korábbi beállítások alapján a csőd lehetősége és a pozitív csődvalószínűség a későbbi időszakok tervezeténél jelenik meg. Alacsony élettartam esetén sokat számít, hogy mi a későbbi időszakok beruházása, így a q_i és g_i változók megválasztásánál megnő a szerepe a jövő éveknek. Hosszú élettartam esetén évente csak a gépek egy kis része selejteződik és a jövő évi termelésekre nagyobb hatással van a mai beruházás. Így összességében az mondható el a kapacitás és élettartam paraméterek megválasztásáról, hogy ezek mellett a vállalatoknak rövid távra nagy elköteleződést kell vállalalniuk.

7. Ezen a ponton visszatérhetünk a költségek kérdésére. A 4. pontban úgy döntöttünk, hogy legyen $c + c_k = 85$. Arról, hogy a gyakorlatban mennyi a termelésből és a kapacitás-kiépítésből adódó egységköltségek aránya általánosságban nem lehet semmit sem mondani, ez teljesen iparág függő. Így a kérdést inkább az előző pontban tett megállapítások felől közelítettük meg. Összességében ösztönözni szeretnénk a vállalatokat a nagyobb elkötelezettségre, ezzel is további jelentőséget adva a beruházások szerepének. Így a c -hez képest alacsony c_k -n gondolkoztunk és végül, több páros tesztelése után, a $c = 75$, $c_k = 10$ mellett döntöttünk. Azt találtuk, hogy ilyen paraméterek mellett a vállalatot (vállalatokat) még nem "riasztjuk" el a beruházástól, de egyben jelentős elkötelezettséget és beruházási kiadást jelent. Mint említettük, a c_k egyfajta egységnyi kapacitás költséget jelent. Tekintve, hogy egy gép 3 éven keresztül minden évben 100 kapacitást ad, így a gép árának $p_M = 3 \cdot 100 \cdot 10 = 3000$ adódik.
8. A százalékos paraméterek közül talán a hitelkamatláb tér el leginkább a gyakorlatban megszokott szinttől (normál inflációs környezet mellett). A modellben ezt $r_D = 10\%$ -nak választottuk, amivel a tőkeszerkezeti döntésnek szeretnénk volna nagyobb jelentőséget adni. A nagyobb hitelkamatláb (ceteris paribus) növeli a csődkockázatot. Persze az is előfordulhat, hogy a nagyobb hitelkamatláb alacsonyabb tőkeáttételi döntést implikál, ami összességében csökkenti a csődkockázatot. Ami biztos, hogy a magas érték mellett ezen döntés jelentősége megnő.
9. Az adókulcsot (TR) 15%-nak választottuk, ami nem kiugró egyik irányba se. A magasabb adókulcs az A paraméter küszöbértékének megnövelésével növeli a csődkockázatot, csökkenti a cash flow-t, de egyben nagyobb jelentőséget ad az adópajzs hatásnak.

10. Az iparági elvárt hozamot alapvetően minél kisebbre szeretnénk volna választani, hogy a tervezeten belül a későbbi évek, amikor már potenciálisan csődkockázat is van, relatíve nagyobb súlyt kapjanak. Persze, a hitelkamatláb nál nagyobbba kellett venni⁷, és így végül az $r_A = 12\%$ mellett döntöttünk.

Az előző pontokban leírtakat a 3. táblázat foglalja össze.

3. táblázat. A modell kezdeti paraméterei

<i>Paraméter</i>	<i>Érték</i>
Tervezendő időszakok száma (T)	6
Az árfüggvény kezdeti szintje (A_0)	120
Az árfüggvény meredeksége (B)	0,01
A trinomiális fa trendje ($Trend$)*	0%
A trinomiális fa "kilengése" (Dev)*	5%
Termelés egységkölsége (c)	75
Kapacitás egységkölsége (c_k)**	10
Egy gép kapacitása (k)**	100
Egy gép élettartama években (m)**	3
Hitelkamatláb (r_D)	10%
Iparági elvárt hozam (r_A)	12%
Adókulcs (TR)	15%

* Ezekből $[a_u; a_m; a_d] = [1, 05; 0; 0, 95]$

** Ezekből a gép ára $p_M = 3000$ és a hitel futamideje $n=3$

Forrás: Saját szerkesztés

5. Eredmények

A szimulációkat 1, 2 és 3 vállalatra futtattuk le. Ezáltal több hatást is vizsgálni tudunk egyszerre. Egyrészt, hogy mi történik a monopol szituációhoz képest, ha versenytárs jelenik meg a piacon.

⁷Az iparági elvárt hozam a saját tőke és a hitel tőkekölségének a súlyozott átlaga. A részvényesek nagyobb kockázatot vállalnak, mint a kötvényesek, így a saját tőke költsége magasabb. Az iparági hozamon osztoznak a részvényesek és kötvényesek, így a súlyozott átlagot kell venni, ami magasabb, mint a hitel tőkekölsége (a kamatláb).

Másrészt, hogy hogyan változik az oligopol piac, a vállalatszám növekszik. Ezáltal a verseny növekszik, a vállalatok egymásra való marginális hatása pedig csökken. Minden vállalatszám mellett 15 évet szimuláltunk le. Mindezt 100-szor ismételtük meg és az évenkénti átlagokat vizsgáljuk.

A Monte Carlo szimuláció hátránya, hogy csak egy átlagos képet nyújt számunkra a működésről. Sokszor azonban pont, hogy egy-egy speciális esetre lenne kíváncsi az elemző. Jelen dolgozatban két ilyen speciális eset szimulációját mutatjuk be. Az első esetben makrogazdasági fellendülést történik, majd abból történő hanyatlás. A második ennek az ellentéte: előbb recessziót élnek át a vállalatok, majd a gazdaság ismételten fellendül.

Végezetül egy komparatív statikát is bemutatunk. Mint említettük, az eredményeket nagyon nagyban a paraméterek megválasztása irányítja. A paraméterek megválasztását részletesen indokoltuk a 4.3. alfejezetben, kifejezve, hogy egyszerre szeretnénk volna elérni vele, hogy a modell reális és izgalmas maradjon. A komparatív statika során bemutatjuk, hogy hogyan változik a két fő vizsgált változónk, az átlagos hitelarány és az átlagos csődbemeneteli időpont az egyes változók más értékei mellett.

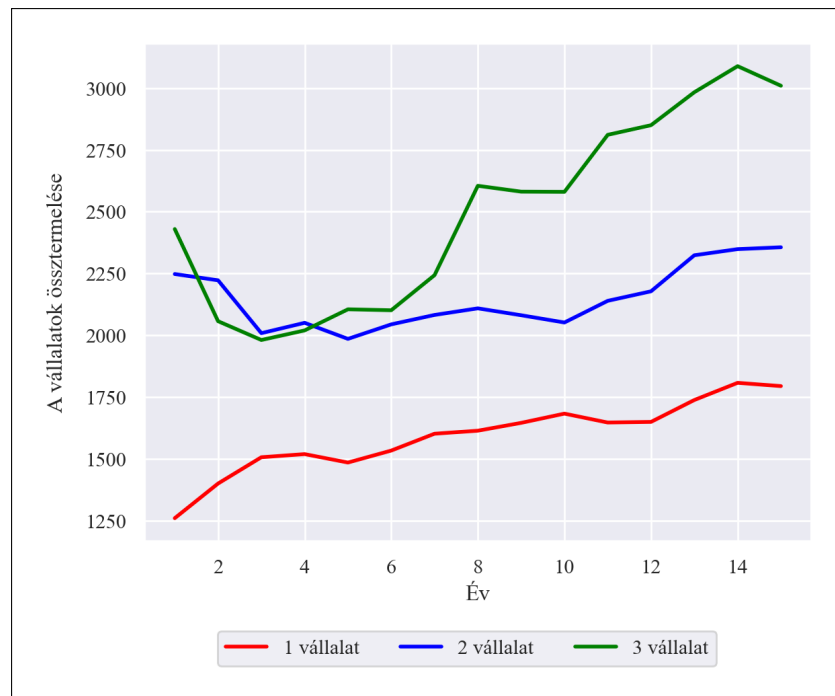
5.1. A Monte Carlo szimuláció eredményei

Az évenkénti átlagos összkibocsátást mutatja a 3. ábra. Az elméleti eredményekkel összehangban, a vállalatszámmal a piacon lévő termékek száma növekszik. Ez a modell alapvető helyes működésére utal.

Egyedül a szimulált évek elején a két és három vállalat közötti különbség nem egyértelmű. Mint látni fogjuk, ez több változó esetén is jellemző, hogy egy kezdeti "akklimalizálódás" után a modell valamilyen egyensúlyba beáll. A technikai megjegyzések 3.7. alfejezetben bemutattuk, hogy a modell mögött lévő differenciálegyenlet-rendszernek milyen kezdeti értékeket adtunk. Ehhez olyan feltevessel éltünk, hogy a vállalat mindig is úgy működött, ahogy a jövőben tervez. Kell $m = 3$ (egy gép élettartama) év, amíg a kezdetben feltételezett összes gépet leselejtezi a vállalat és az adott év végi tervezések során már csak a saját döntéseinek az eredményeit kell figyelembe vennie.

A termelésekben egy növekvő trend figyelhető meg. Ez azzal magyarázható, hogy az egyes szimulációk során bekövetkezhetnek csődök, amikor a piac "megáll". Így az átlagokból kiesnek azon évek, amikor már csődbe mentek a vállalatok (mivel minden vállalat azonos, Nash-egyensúlyi döntésük azonos, így ha csőd van, akkor mindenki egyszerre megy csődbe). Azon szimulációk

3. ábra. Termelések az alapesetben



Forrás: Saját számítás és szerkesztés

maradnak bent, ahol a gazdaság volt olyan jó helyzetben, hogy ne legyen csőd, így ez az átlagot időben felfelé torzítja. Egészen pontosan a 4. táblázat mutatja, hogy a 100 szimulációból mennyiben voltak még életben a vállalatok az adott években. Az látható, hogy az 1 és 2 vállalatos piac sokáig együtt mozog, míg a 3 vállalatos piacon hamarabb elkezdődnek a csődös esetek.

Szintén a modell helyes működéséről árulkodik a 4. ábra, amely a vállalatok által átlagosan realizált cash flow-kat (pontosabban FCFE-ket) mutatja. Az oligopóliumok általános igazsága, hogy a Nash-egyensúlyi állapot nem Pareto-hatékony. Ezt láthatjuk a 4. ábrán is (legalábbis az első felén), hogy a piacon megtermelt összes cash flow a vállalatok számával csökken. Az ábrán az 1 vállalatos esetet hozzá lehet hasonlítani a másik kettőhöz olyan szemmel, hogy az történt volna az oligopol piacon is, ha a vállalatok kartelleznek. Ekkor ugyanis egy monopóliumként viselkedik az egész piac és úgy optimalizálnak, hogy a közös profit a lehető legnagyobb legyen. A 3 vállalatos eset az időszak vége felé egy ezzel ellentétes eredményt mutat, miszerint versenyzéssel magasabb profit érhető el, mint összejátszással. Ez ismételtelen a csődbe ment vállalatok miatti torzítással magyarázható. Mint az a 4. táblázatból látható, a periódus végére a 3 vállalatos piacok "kevesen maradnak", így az átlagszámításba csak a jó kimenetelű esetek kerülnek bele, amik felfelé torzítják a cash flow-t

4. táblázat. Csődök a szimulációk során

Év	Szimulációk száma, amelyekben a piac még működik		
	1 vállalat	2 vállalat	3 vállalat
1	100	100	100
2	100	100	100
3	100	100	100
4	100	98	91
5	98	98	91
6	93	91	79
7	90	90	66
8	89	88	62
9	84	84	58
10	82	75	50
11	78	69	46
12	75	62	43
13	72	60	41
14	71	57	37
15	66	55	37

Forrás: Saját számítás és szerkesztés

is. Ez a nagyjából 20-szal kevesebb 3 vállalatos piacnál már jelentős torzítást jelent az 1 és 2 vállalatos piachoz képest. Az 1 és 2 vállalatos piacok között is megvan a különbség, azonban ez még nem eredményez látványos torzítást.

Az alapvető tulajdonságok leellenőrzése után tekintsük a kérdéses változókat, a hitelarány és a csődvalószínűség alakulását. Mindezt mutatja az 5. ábra. Az ábráról több hatás is leolvasható. Egyrészt, amit már a 4. táblázat is mutat, a 3 vállalatos piacon az átlagos csődbemeneteli év jóval alacsonyabb (szaggatott vonal). A piac "növelésével" (például A_0 növelése) a különbség csökkenthető lenne, azonban ami a lényeg, hogy *a csődvalószínűség nő a piacon szereplő vállalatok számával*. Másrészt, ami szintén látható, hogy ez nincs egyértelmű kapcsolatban a tőkeszerkezettel.

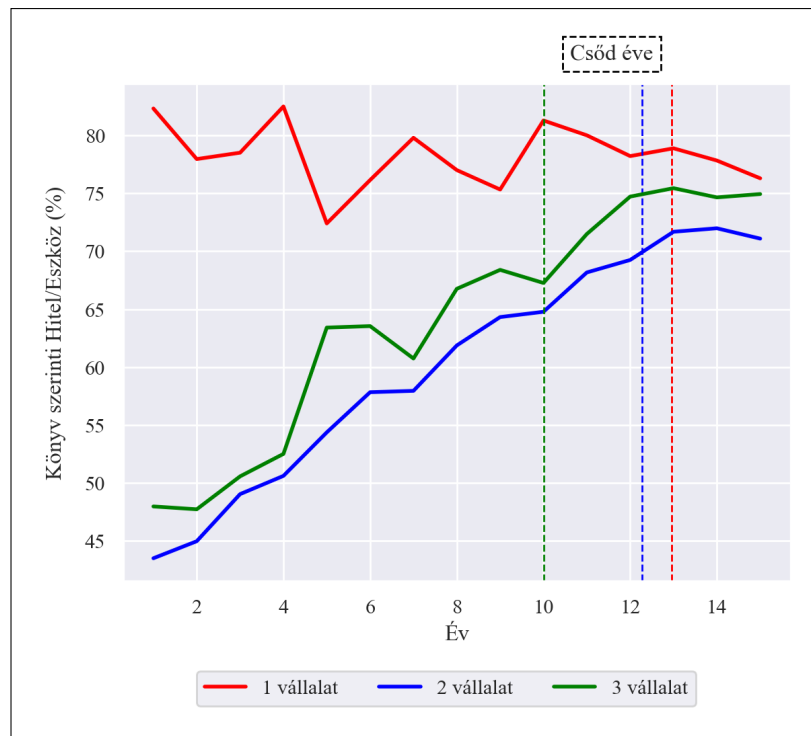
Ahogy azt korábban összefoglaltuk, a tőkeszerkezet megválasztásánál a vállalat a csődkockázat és az adópajzs nyújtotta adómegetakarítás arányáról hoz döntést (a tőkeszerkezet választásos elmélete). Az, hogy ezek milyen mértékűek, függ a termeléstől is. Az adópajzs oldaláról ez viszonylag egyértelmű: a nagyobb termeléshez biztosan nagyobb beruházás szükséges, ami biztosan

4. ábra. Realizált cash flow-k az alapesetben



Forrás: Saját számítás és szerkesztés

5. ábra. Eladósodottság és csődvalószínűség az alapesetben



Forrás: Saját számítás és szerkesztés

több hitelfelvételt és több kamatot eredményez, amivel nő az adópajzs. Csődkockázati oldalról már érdekesebb a helyzet. A nagyobb termelés hatása a cash-flow-ra függ az adott termelés "keresleti függvényen való elhelyezkedésétől". Láttuk, hogy a vállalat annál messzebb helyezkedik el az optimális szinttől, minél több vállalattal kell versenyeznie (a Nash-egyensúly nem Pareto-hatékony). Azaz egy oligopol piacon egy magasabb tőkeáttétel jóval nagyobb kockázatot hordoz magában, hiszen a vállalatok már tőkeáttétel nélkül is az optimális termelési szint felett termelnek. Összességében a termelési és a tőkeáttételi döntés szorosan összefügg és például egy alacsonyabb termelési szint mellett már "megengedhető" a több hitel, ha éppen az így keletkező cash flow kiesést pótolja a marginális adópajzs hatás.

Az optimális tőkeáttétel konkrét értéke természetesen már teljesen a paraméterektől függ, inkább két megállapítást érdemes tenni a hitelarányokról. Az egyik, hogy *nagy jelentősége van, hogy jelen van-e versenytárs a piacon*. A monopólium képes a Pareto-optimális szinten termelni, így ehhez tudja igazítani a magasabb tőkeáttételt is. Oligopol piacon azonban a vállalatok "belehajszolják egymást" a magasabb termelésbe, alacsonyabb a cash flow-juk, amely mellett a magas tőkeáttétel már túl nagy csődkockázattal járna. Érdekes azonban, hogy, amint az már adott, hogy nincs optimális termelés (oligopóliumok esetén), egy másik viselkedést látunk. 3 vállalat esetén magasabb tőkeáttételt látunk, mint 2 vállalat esetén. Itt a választásos elmélet másik oldala kerül képbe. A magasabb termelés (adott tőkeáttétel mellett) növeli az adópajzs hatást. Az oligopol versenyben a vállalatok ösztönözve vannak a magasabb termelésre, hiszen ha ők nem termelnének többet, akkor a többiek igen. Ez nagyobb beruházással jár, amelyben minél nagyobb a hitel aránya, annál jelentősebb az adópajzs hatás. A nem optimális kibocsátás miatt a cash flow (FCFF) csökken, így relatíve is egyre nagyobb jelentősége lesz az adópajzsnek. Ezt szemlélteti a 6. ábra. Látható, hogy ahogy nő a vállalatok száma, egyre inkább operálnak az adópajzs nyújtotta előnyökkel a kisebb cash flow következtében. Mindez magasabb tőkeáttételt és nagyobb csődkockázatot jelent, amit láttunk is szintén az 5. ábrán.

5.2. Egy-egy specifikus realizáció

Az előző alfejezet alkalmas volt arra, hogy egy általános képet kapjunk a vállalati működésekről a különböző piacszerkezetekben. Most szeretnénk kiemelni két speciális esetet, amelyek mentén további betekintést nyerhetünk a működés részleteibe.

6. ábra. Az adópajzs nagysága az FCFF-hez képest az alapesetben



Forrás: Saját számítás és szerkesztés

Két kézenfekvő esetet vizsgálunk ilyen módon:

1. A szimuláció első felében a gazdaság fellendülésben van, majd recesszióba süllyed;
2. A szimuláció első felében a gazdaság hanyatlásnak indul, majd fokozatosan elkezd ismét növekedni.

Jelen esetben a gazdasági növekedést és csökkenést az A paraméter változásával tudjuk meghatározni.

Láttuk, hogy az első években egyfajta akklimalizálódás történik, amikor a vállalatok a kezdeti értékeken lendülnek túl. Így végül három részre osztottuk a szimulálandó periódusainkat. Az első öt évben az A paraméter a trinomiális fa közepén mozog, nem nő és nem is csökken. Persze, a vállalatok nem tudják, hogy ez lesz a realizáció és ugyanúgy optimalizálnak, mintha bármely három eshetőség bekövetkezhetne. Az első scenárióban a bemelegítő szakasz után az A paraméter növekedésnek indul és öt évig növekszik (pontosabban felváltva megy felfelé és középre a trinomiális fán). Ezután az utolsó öt évben pedig fokozatosan visszacsökken az eredeti értékére. A második scenárió pontosan az első ellentéte.

7. ábra. Termelések a növekvő, majd csökkenő piacon



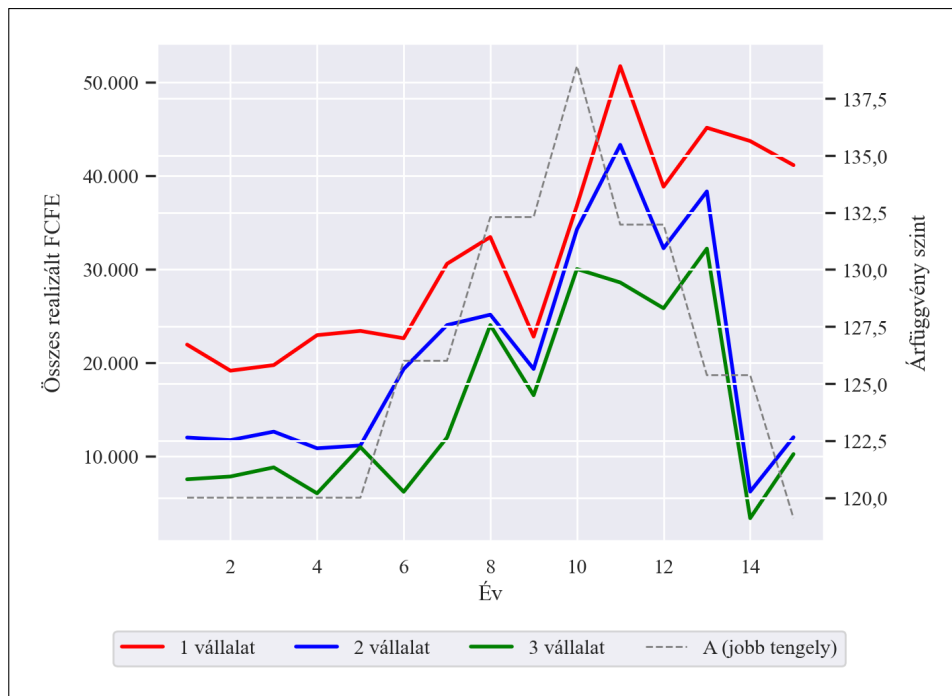
Forrás: Saját számítás és szerkesztés

Vizsgáljuk meg először, hogy milyen hatással van a növekedés a vállalatok működésére. A 7. ábrán a termelések alakulását láthatjuk, kiegészítve az A paraméter alakulásával (jobb tengely). Ezek a várakozásnak megfelelően alakulnak. A vállalatok szám növekedésével az össztermelés nő és a nagyságok is lekövetik a kereslet alakulását. A vállalatok mindig az előző évi keresletből kiindulva tervezik meg a következő évi termelésüket, ezért figyelhető meg az ábrán egy egyéves elcsúszás.

A 8. ábrán az ugyanebben a szimulációban realizált cash flow-kat láthatjuk. Ez is az elvárt módon viselkedik. Az emelhető ki az ábráról, hogy a cash flow szintje erősen függ a realizált árszint nagyságától. Ez a példa szemlélteti, hogy mi történhetett a Monte Carlo szimuláció során és miért mentek csődbe hamarabb az oligopol piacok, kifejezetten a 3 vállalatos piac.

A forrásoldali hitelarányt tekintve a 9. ábrán, már megfigyelhetjük a modell egy érdekességét. Hasonlóan a Monte Carlo szimulációnál látottaknál, a 3 vállalatos piacon nagyobb eladósodottságot figyelhetünk meg, mint a 2 vállalatoson, ugyanolyan okokból. Ezen szimuláció azonban azt is megmutatja, hogy miért *nem érdemes egy monopol- és oligopol piacot ilyen szemszögből összehasonlítani*, avagy ugyanúgy megpróbálni modellezni. Látható, hogy a monopol piacon már kezdetben is igen magas hitelaránnyal tudtak működni, a csődkockázat alacsony volt. Amint a ke-

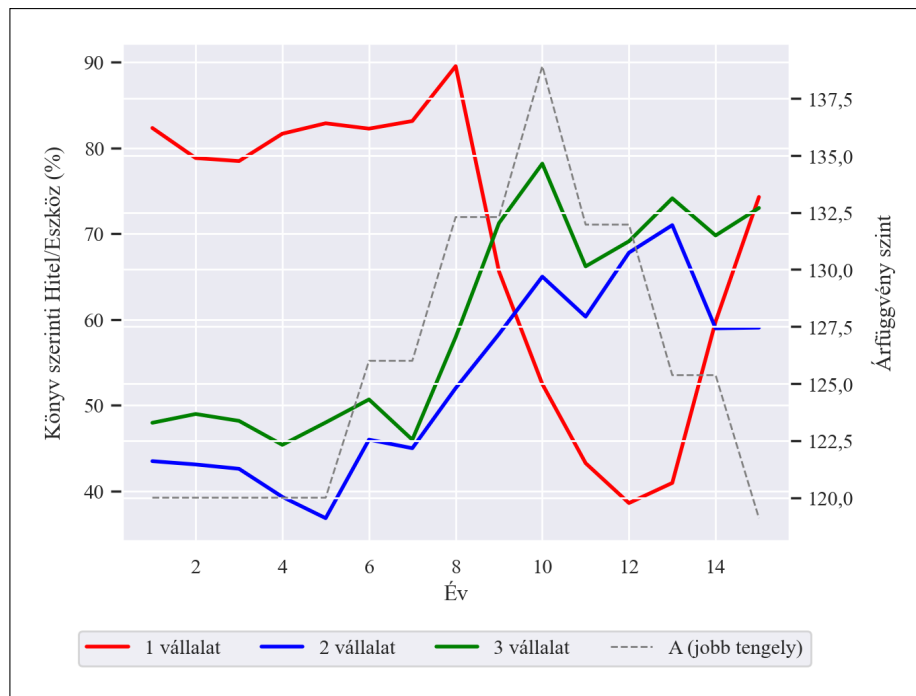
8. ábra. Realizált cash flow-k a növekvő, majd csökkenő piacon



Forrás: Saját számítás és szerkesztés

reslet egy bizonyos szint fölé ért, a monopol vállalat elkezdte csökkenteni eladásodottságát. Ezt a rövid gép életidő és hitel futamidő következtében gyorsan meg tudja tenni, ezért látunk ilyen gyors csökkenést. Itt egyfajta *stratégia-váltás* következett be. Ismételten a 7. ábrán látható termeléseket nézve, látjuk, hogy a termelés a nyolcadikról a kilencedik évre egy nagyobb ugrott. Az ilyen magas termelés mellé a vállalat már alacsonyabb hitelarányral ruház be, ekkor már jelentősen megnőtt a csődkockázat. Ez látható a 10. ábrán is, amely a tervezés során kalkulált küszöb A és a realizált A értékeinek az arányát mutatja. A monopol vállalat folytathatta volna előző stratégiáját, azonban várható jelenértékben ez a magasabb termeléssel és beruházással járó működés már magasabb volt a kialakult magas keresleti szint mellett. A 9. évtől érdemes 3 éves ciklusokban nézni az ábrát, ugyanis ekkor kell leselejteznie a vállalatnak az akkora beruházott nagyobb kapacitását. A 12. évben (pontosabban a 11. év végén, a 12.-re készülve) továbbra is fenntartja magas termelését a vállalat, miközben a hitelarány tovább csökken a forrásoldalon. Persze, hiszen a kereslet ebben az időszakban még magas és eddig folyamatosan alacsony hitelarányú beruházásokat eszközölt a vállalat. A 13. évre még továbbra is magas termelést tervez és valósít meg a monopólium, hiszen a 12. évben a kereslet stagnált. A 14. és 15. évben láthatjuk, hogy a termelés elkezdett visszaesni

9. ábra. Eladósodottság a növekvő, majd csökkenő piacon

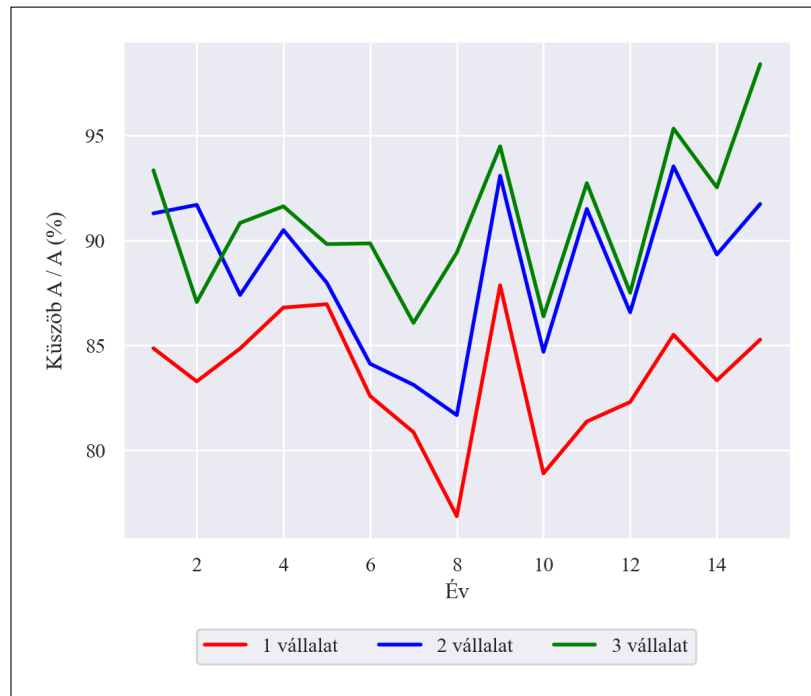


Forrás: Saját számítás és szerkesztés

a recesszió hatására és ezzel párhuzamosan a tőkeáttétel ismét nőtt, a vállalat visszaállt az eredeti stratégiájára.

Az oligopol vállalatok is ugyanezen piaci körülményeket éltek meg, azzal a különbséggel, hogy ők nem saját kedvük szerint alakíthatják a piacot, hanem figyelembe kell venni a versenytársakat. Továbbra is él az a megállapítás, hogy ha nem én termelek sokat, akkor a többiek fognak. A 7. ábrán látszik is, hogy a keresleti szint ugrásaira reagálnak és növelik termelésüket. De miért nem csökkentik a hitelarányukat, mint azt a monopólium tette? Vizsgáljuk meg a kérdést onnan, hogy mi lehet a célja a csökkentésnek: a csődkockázat csökkentése. Azaz esetükben a saját tőkéből való intenzívebb finanszírozás nem csökkentette volna kellően a csődkockázatot a trade-off másik oldalával szemben, az adópajzzsal. A nem Pareto-hatékony, optimálisnál magasabb termelés velejárója a magasabb beruházás, amelyből potenciálisan, nagy tőkeáttétel mellett nagy adómegetakarítás származhat. Esetükben az történt, hogy a nagy beruházást nem szerették volna kevesebb hitelből finanszírozni, mivel az az adópajzst túlságosan csökkentette volna a relatíve kis csődkockázat-csökkenéshez képest. Ismételten fontos hangsúlyozni, hogy ez csupán egy példa, más paraméterek és más realizáció mellett elképzelhető, hogy ez nem következett volna be. A példa tanulsága az,

10. ábra. A tervezett küszöbszint és a realizált keresleti szint aránya a növekvő, majd csökkenő piacon



Forrás: Saját számítás és szerkesztés

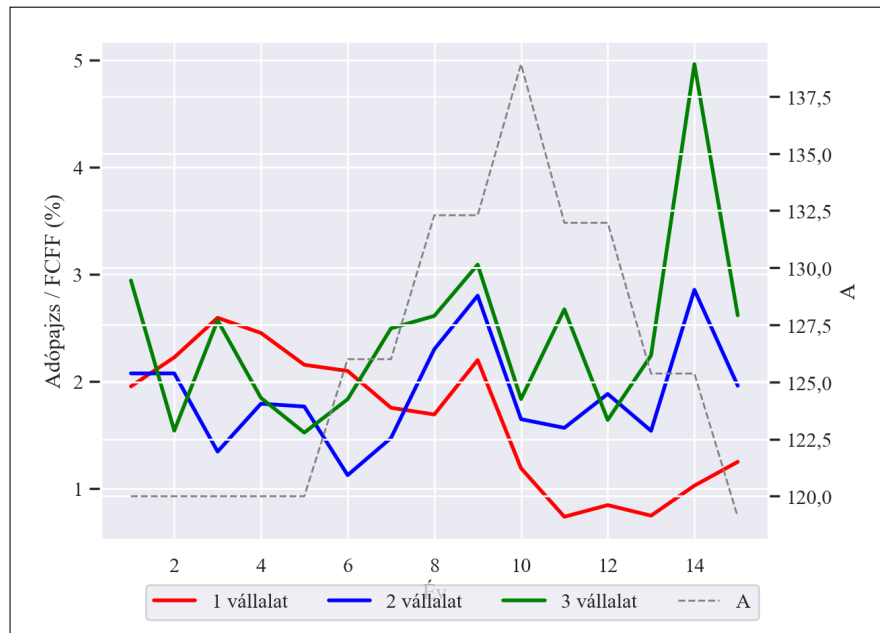
hogy létezik, azaz, hogy ilyen szituáció egyáltalán előfordulhat. Ez rávilágít a piacszerkezet fontosságára a különböző pénzügyi mutatók vizsgálatakor.

A fenti példán érdekes megnézni az adópajzs és az FCFF arányát a különböző vállalatszámok mellett. Ezt mutatja a 11. ábra. Jól látható a monopólium stratégia-váltásának a hatása az adópajzs arányának a lecsökkenésével.

Vizsgáljuk meg mi történik a másik esetben, ha a gazdaság fellendülés helyett előbb recessziót él át és utána kezd el növekedni. A 12. ábra mutatja az össztermeléseket. Ami szembetűnő, hogy ebben a scenárióban a 3 vállalatos piac csődbe megy, ilyen nagy keresleti esést már nem bír ki. A monopólium és duopólium esetén a termelések fokozatosan lekövetik a kereslet változását. A realizált cash flow-k is az elvártak megfelelően alakulnak (13. ábra).

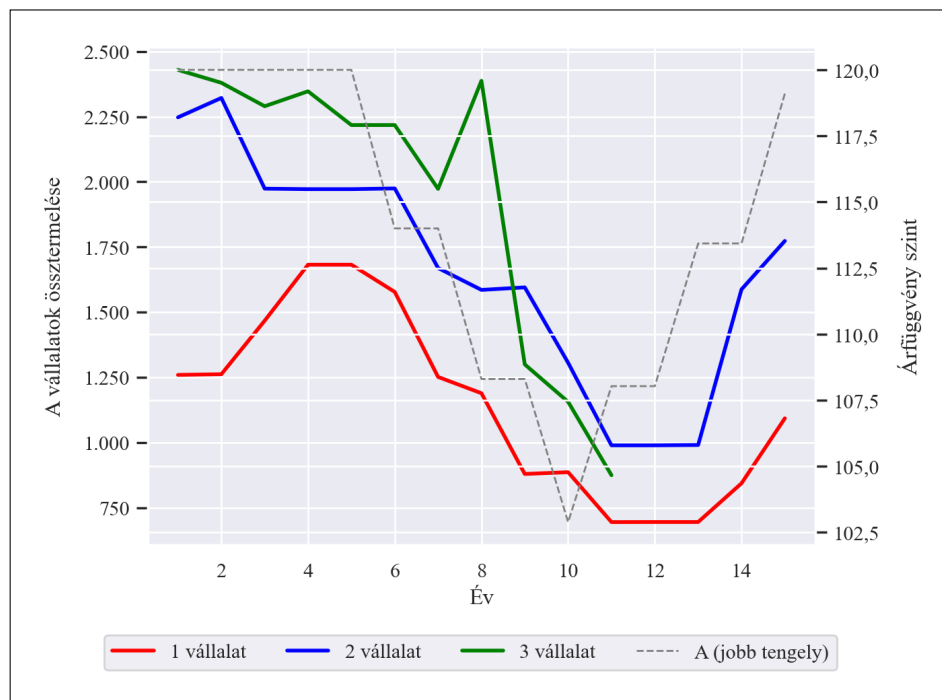
Láttuk, hogy a vállalatok a kereslet csökkenésével elkezdik csökkenteni kibocsátásukat. Ez azt jelenti, hogy évről évre kevesebbet ruháznak be, kérdés, hogy ezeket milyen hitelaránnyal teszik. A 14. ábrán azt látjuk, hogy eleinte, amikor a kereslet még kevésbé csökkent le, a monopólium szinten tartja a hitelarányát, míg a duopólium elkezd növelni. Amikor a kereslet a mélypontjára süllyed, mindkét piacon kisebb hitelaránnyal kezdenek el beruházni. A duopólimnál (és persze a 3

11. ábra. Az adópajzs nagysága az FCFF-hez képest
a növekvő, majd csökkenő piacon



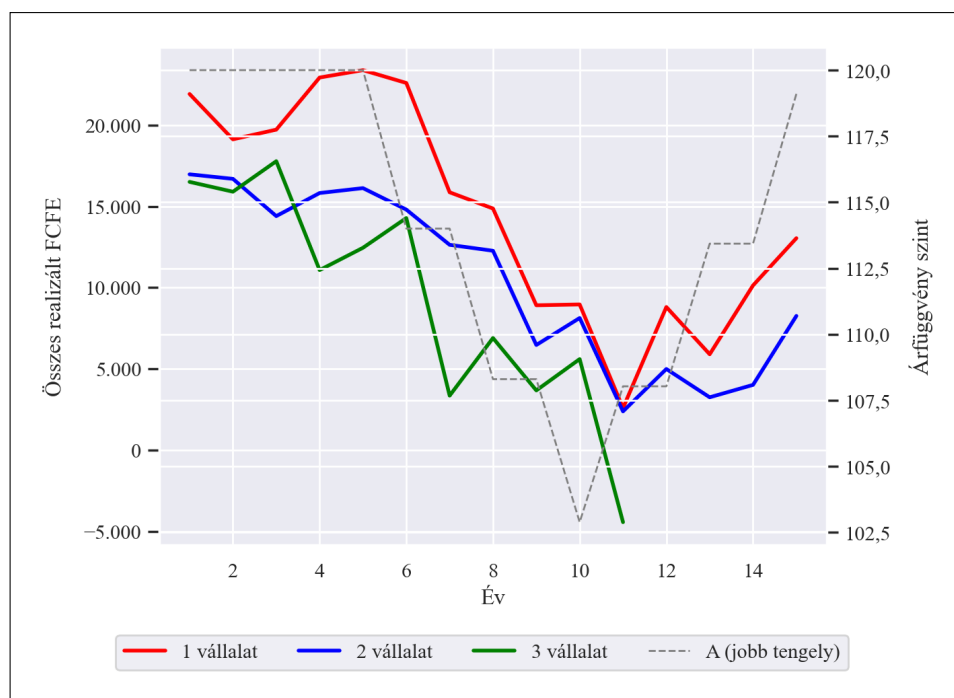
Forrás: Saját számítás és szerkesztés

12. ábra. Termelések a csökkenő, majd növekvő piacon



Forrás: Saját számítás és szerkesztés

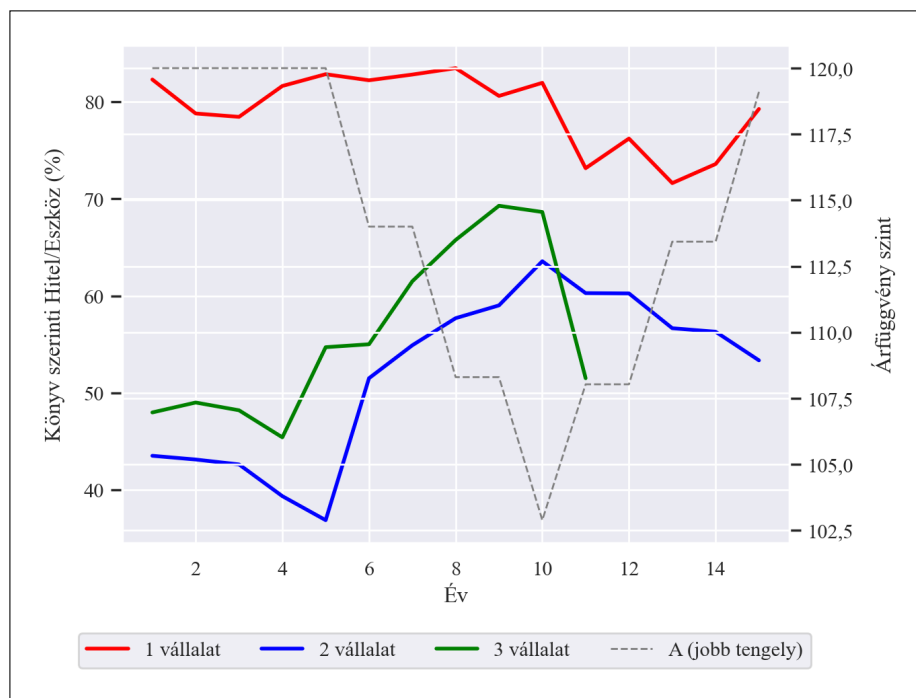
13. ábra. **Realizált cash flow-k a csökkenő, majd növekvő piacon**



Forrás: Saját számítás és szerkesztés

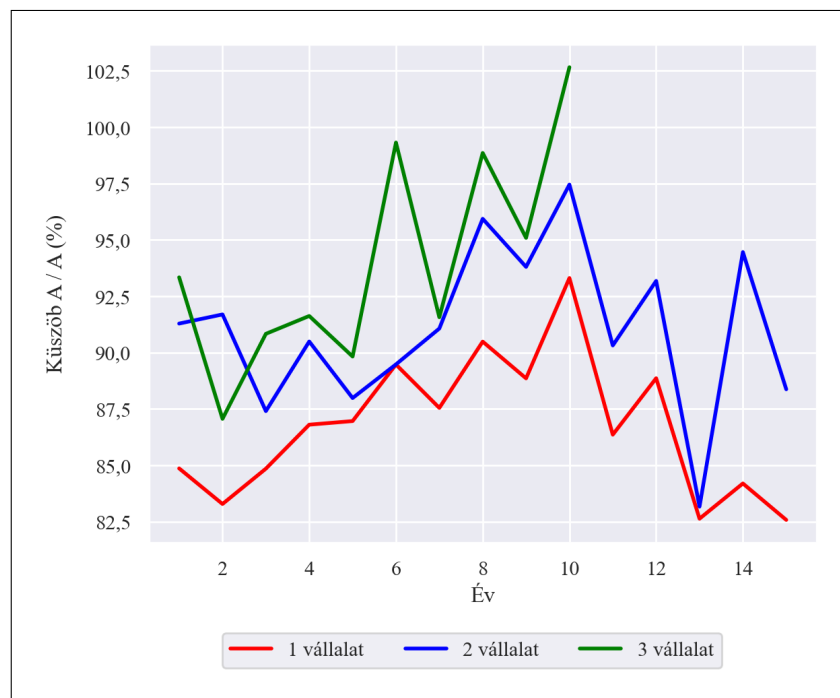
vállalatos piacon is) *megfigyelhető növekedés a korlátozott felelősség hatása*. Ahogy azt kifejtettük az elméleti összefoglalóban, csődközelben a vállalatok agresszívabbá válnak. Ez jelen modellben úgy jelenik meg, hogy a küszöbszint alatti realizációkkal a vállalat "nem törődik" és arra az eshetőségre optimalizál, ha életben marad. A hitelarány növelésével a küszöbszint növelhető, azaz a vállalatnak a magasabb realizációjú scenáriók maradnak meg, amelyre optimalizál. Mindezt korrigálnia kell a túlélés valószínűségével, de a rossz esetek "kiszűrésével" a korrigálással együtt is magasabb lesz a cash flow-k várható jelenértéke. Ezt bizonyítja a 15. ábra is, amely a tervezett küszöbszint és realizált keresleti szint (A paraméter) arányát mutatja. Amint elkezdi csökkeni a kereslet, az arány előbb 90%, majd 95% fölé is kerül az oligopóliumok esetén. Ezek azért érdekes szintek, mivel az A paraméter egy évben 5%-ot csökkenhet, azaz látható, hogy az oligopol vállalatok úgy választottak hitelarányt, hogy először kettő, majd egy éven belül legyen realitása a csődbemenetelnek. A küszöbszintre hatással van a termelés megválasztása is, de azon a téren meg van kötve a kezük a verseny miatt (ismét: ha én nem termelek, akkor a többiek fognak).

14. ábra. Eladósodottság a csökkenő, majd növekvő piacon



Forrás: Saját számítás és szerkesztés

15. ábra. A tervezett küszöbszint és a realizált keresleti szint aránya a csökkenő, majd növekvő piacon



Forrás: Saját számítás és szerkesztés

5.3. Komparatív statika

Tudatában, hogy az eredmények nagyban függenek a paraméterek megválasztásától, a konkrét értékekről nem érdemes megállapításokat tenni. Az előző alfejezet célja is inkább egy általános kép adására szolgált, azaz hogy általánosságban mi történik a piacokon.

Szeretnénk bemutatni, hogy az egyes paraméterek megváltozása milyen hatással van a működésre. Itt sem a konkrét értékekre vagyunk kíváncsiak, inkább a változás irányát szeretnénk kiemelni minden esetben. A Monte Carlo szimulációkat többször lefuttatok, egy-egy paraméter ceteris paribus megváltoztatásával. Lefuttattunk egy olyan szimulációt, amikor az adott paraméter alacsonyabb értéket vesz fel, valamint egy olyat, amikor magasabbat. Ezen esetekben néztük meg, hogy hogyan változik a két fő vizsgálati változónk, a hitelarány és a csődbemeneteli év a megváltozott körülmények között. Az eredményeket összefoglalja az 5. táblázat.

A trinomiális fa várható növekedésének (*Trend* paraméter) a változása az ésszerű eredményt hozza: ha a piac várhatóan csökken, akkor a vállalatok óvatosabbá válnak, kevesebb hitelt vesznek fel, de összességében hamarabb mennek csődbe. Várható növekedés esetén a fordított folyamatok játszódnak le.

A trinomiális fa kilengése már több érdekességet tartalmaz. Ahogy a modell bemutatása során utaltunk rá, ez a piaci kereslet volatilitásának egy proxyja. Az első esetben a kereslet, ha változott, akkor 2%-kal változott, a másodikban pedig 8%-kal. A csődkockázat a volatilitás növekedésével együtt növekszik (később mennek csődbe a vállalatok). A tőkeszerkezeti oldalon ismét különbséget vehetünk észre a monopólium és oligopólium között. Monopólium esetén történik az, amit intuitíve is várhatunk, hogy egy bizonytalanabb piacon kevesebb hitelt vesz fel a vállalat. Ezzel szemben, ha verseny van, akkor a tőkeáttétel megnő a volatilitás növekedésével. Ez ismételten a korlátozott felelősség hatással magyarázható. A Pareto-optimalisnál magasabb termelés adott a vállalatoknak, a hitelarányukkal tudnak alakítani a tulajdonosi érték várható jelenértékén. Nagyobb volatilitás mellett a trinomiális fán van való lefelé menetelkor jobban csökken a cash flow. Így a vállalatok tudnak olyan tőkeáttételi szintet választani, hogy ezekben az esetekben inkább legyen csőd és a trinomiális fa jobb kimeneteleire optimalizálnak. Ennek jele lehet, hogy a várható csődbemeneteli év a monopóliumhoz képest relatíve jobban csökken az oligopóliumok esetén (-12,35% a monopóliumnál, -26,16% a duopóliumnál és -32,70% a 3 vállalatos piacon). Ezen eredmények szembemennek a Franck és Le Pape (2008), valamint a Haan és Toolsema (2008) által közölt ered-

5. táblázat. **Eredmények a paraméterek megváltozása esetén**

Paraméter változás (zárójelben az eredeti érték)		Hitelarány a forrásoldalon			Csőd éve		
		1 vállalat	2 vállalat	3 vállalat	1 vállalat	2 vállalat	3 vállalat
Alapeset		0,7830	0,6009	0,6400	12,96	12,27	10,01
Trinomiális fa trendje (0)	$Trend = -0,02$	-26,92%	-14,98%	-11,61%	-29,78%	-37,16%	-33,06%
	$Trend = 0,02$	+15,57%	+31,85%	+23,78%	+9,95%	+8,15%	+15,35%
Trinomiális fa kilengése (0,05)	$Dev = 0,02$	+11,35%	-17,76%	-10,74%	+14,97%	+19,89%	+28,70%
	$Dev = 0,08$	-19,99%	+18,03%	+20,89%	-12,35%	-26,16%	-32,70%
Árfüggvény kezdőpontja (120)	$A_0 = 100$	+1,68%	+21,13%	+3,50%	-34,10%	-56,97%	-67,67%
	$A_0 = 140$	-18,40%	-15,24%	-11,53%	+13,27%	+11,65%	+24,25%
Árfüggvény meredeksége (0,01)	$B = 0,001$	-2,04%	-0,91%	-0,78%	+5,02%	+10,43%	+10,45%
	$B = 0,1$	-17,00%	+9,77%	+14,06%	-21,99%	-91,85%	-90,92%
Termelés egységköltsége (75)	$c = 60$	-3,81%	-10,67%	-8,10%	+13,19%	+6,52%	+23,25%
	$c = 90$	-17,57%	+9,32%	+3,62%	-26,31%	-39,28%	-66,94%
Gép élettartam (3)	$m = 1$	-28,14%	-5,06%	-3,95%	+14,35%	+13,69%	+10,72%
	$m = 5$	-27,13%	+3,99%	+3,37%	-11,27%	-10,43%	-17,98%
Gépkapacitás (100)	$k = 50$	+2,59%	-2,65%	-0,18%	+1,54%	+2,93%	+4,45%
	$k = 200$	+2,19%	+3,54%	-4,35%	-1,70%	-1,40%	-2,63%
Egységnyi kapacitás ára (10)	$c_k = 8$	+1,92%	+0,69%	-4,39%	+5,63%	+7,33%	+10,54%
	$c_k = 12$	+1,32%	+12,03%	+22,40%	-13,19%	-12,80%	-11,90%
Hitelkamatláb (10%)	$r_D = 5\%$	+3,64%	+8,55%	+23,55%	+3,47%	+4,16%	+9,63%
	$r_D = 15\%$	+2,30%	-0,42%	-14,12%	-4,55%	-2,36%	-13,71%
Adókulcs (15%)	$TR = 10\%$	-13,82%	-12,31%	-8,71%	+7,02%	+1,63%	+5,90%
	$TR = 20\%$	+8,45%	+3,26%	+7,66%	-3,16%	-8,72%	-9,17%

Forrás: Saját számítás és szerkesztés

ményekkel. Ennek oka lehet a különböző modellezési keret. Az említett szerzők modelljeiben a keresleti szint folytonosan változhatott, a bizonytalanságot ezen változás lehetséges maximumával definiálták. Jelen modellben diszkrét módon változik a keresleti szint, így az optimális döntésekben ugrálások jelenhetnek meg. Ha a vállalat nem lenne biztos benne, hogy rossz évben a keresleti szint 8%-kal csökken, hanem a $[-8\%, +8\%]$ intervallumon számolhatna, akkor jelen dolgozatban is elképzelhető lenne a szerzők eredménye.

Az árfüggvény kezdőpontjának hatására kapott konkrét eredmények nehezen értelmezhetőek. A konklúzió, amit ebből érdemes leszűrni, hogy a piac nagysága alapvetően határozza meg a működést. Látjuk, hogy kisebb piacon a csődök nagyon hamar következnek be, míg nagyobb piacon szinte nincs is csőd. Ceteris paribus módon nem érdemes megváltoztatni az A_0 paramétert, csak úgy, ha vele együtt megváltoznak a költségtényezők is a 4.3. alfejezet 4. pontjához hasonló módon.

Az árfüggvény meredeksége azt adja meg, hogy plusz egy termék a piacon mennyivel csökkenti az árat. A meredekség növekedésével a termelési döntések jelentősége olyan téren nő meg, hogy a vállalatok komoly hatással tudnak lenni a piacon kialakult árra, és így a bevételekre. Sőt, a versenytársak is jelentősen tudják változtatni az adott vállalat bevételeit döntéseikkel. Jelen példában azt látjuk, hogy a $B = 0,1$ -re növekedett meredekség esetén az oligopol piacok szinte nem is tudnak életben maradni. A többi paraméter szinten tartása mellett nincs olyan Nash-egyensúlyi szint, amely ne vinné azonnal csődbe a vállalatokat. A monopólium esetén szintén megnövekedik a csődkockázat, azonban egy óvatosabb stratégiával (kevesebb hitellel) ő még életben tud maradni a piacon. Az alacsonyabb meredekség egy kiegyensúlyozottabb piacot eredményez, ahol a vállalatok egymásra való hatása kisebb. Ez a tőkeszerkezeten jelentősen nem változtat, a csődkockázatot pedig kissé csökkenti.

A termelés egységköltségéről hasonló mondható el, mint a piac nagyságáról, hogy ceteris paribus változtatása értelmetlenné teheti az egész modellt. Magas költségek esetén például az oligopol piacok nagyon hamar csődbe mennek. Amit a konkrét példából ki lehet emelni, hogy ez egy olyan beállítás, hogy a monopólium relatíve sok szimuláció során sokáig működni tudott egy óvatosabb stratégiával.

A gép élettartama érdekes és nem egyértelmű hatással van a működésre. Az élettartam a vállalatok rugalmasságára van hatással. Az 1 éves élettartam esetén a sztenderd mikroökonómiai feladathoz hasonlót kapunk vissza, ahol a vállalatnak nem kell beruháznia. Mivel ekkor a gép 1 év

után leselejteződik, ez sem tekinthető igazi beruházásnak, hanem inkább ez is egy változó költségnek (azzal a különbséggel, hogy ez mindig még az előző évi cash flow-ba számít bele, ugyanis akkor kell felkészülni a következő évre). Ezzel a vállalat minden év végén pontosan hozzá tudja igazítani gépparkját a következő évi termeléshez. 5 éves élettartamnál ezzel szemben egy nagyobb elköteleződést tesz a vállalat a beruházás során, hiszen az akkor megvásárolt gépek még 5 év múlva is nála lesznek. A táblázatból azt látjuk, hogy a flexibilitás alapvetően csökkenti a csődkockázatot, ami intuitíve is logikusnak hangzik. A modellben az történik, hogy a vállalat a beruházási döntések meghozatala során bátrabb lehet, hiszen tudja, hogy egy esetleges rosszabb év után ezt teljesen újra tudja formálni. Ez magasabb beruházásokat jelent, amely a monopólium esetén jelentős tőkeáttétel csökkenéssel, azaz egy stratégia váltással jár. Oligopólium esetén is csökkenést látunk, azonban ennek mértéke igen alacsony ($-5,06\%$ és $-3,95\%$), amit inkább a kevesebb csőddel magyarázunk. Ebben a scenárióban nagyobb számban maradnak életben a vállalatok egy-egy rosszabb kimenetelű szimulációban, ahol év végére alapvetően csökkennek a hitelarányok. Az, hogy ezek az esetek megmaradnak, csökkenti az átlagot. Hosszabb élettartamot feltételezve hasonló logikával a csődvalószínűség megnő. Azt látjuk, hogy a monopólium ebben az esetben is csökkenti hitelarányát. A nehezebb körülmények között nem a korábban megfigyelt stratégia-váltás következett be, hanem egy egyszerű óvatosabb működés.

A gépkapacitás szintén a flexibilitásra van hatással, kisebb kapacitás esetén a vállalat pontosabban meg tudja választani kapacitását, amely az effektív termelési lehetőségek nagyobb halmazát eredményezi. Azt látjuk, hogy jelen paraméterek mellett a vállalatok a nagyobb gépkapacitáshoz is jól tudnak alkalmazkodni, jelentős hatása nincs a változásnak.

Az egyséyi kapacitás árának a csődkockázatra az elvárt hatása van: a drágább kapacitás mellett hamarabb mennek csődbe a vállalatok. Érdekes megjegyezni a drágább kapacitás melletti magasabb hitelarányt az oligopóliumok esetén. A drágább kapacitás drágább beruházást jelent egyséyi termelésre. A magasabb oligopol termelés hatására a beruházási kiadások is az optimális szint fellett vannak, az ebből származó cash flow-k pedig az optimálisan elérhető szint alatt. Ekkor megnő az adópajzs szerepe, amelyet ceteris paribus növel az amúgy is magasabb beruházási szint és még tovább növelhető több hitel felvételével.

A hitelkamatláb változásának egyedül a 3 vállalatos piacon van jelentős hatása, ahol a vállalatok átlagban közelebb vannak a csődhöz. Nem meglepő, hogy a kisebb kamatkötelezettség csökkenti a

csődkockázatot. Jelen beállítások mellett az jött ki a modellből, hogy a vállalatok (oligopóliumban) magasabb kamatláb mellett csökkentik a hitelarányukat a kockázat csökkentése érdekében. Fontos azonban megjegyezni, hogy a másik irány mellett is lehet érvelni: magasabb kamatláb mellett az adópajzs jelentősége is megnő, így a vállalatok abban is érdekelték lehetnének, hogy növeljék tőkeáttételüket. Erre látunk jeleket a monopólium megnövekedett hitelarányánál (+2,30%). Ez a változás igen alacsony, de az elmondható, hogy a hitelarány ceteris paribus megváltoztatásának nincs egyértelmű hatása, ez függ a modell paramétereitől.

Az adókulcs változásának a hatásai szintén jól magyarázhatók intuitíve. Magasabb adókulcs mellett megnő a jelentősége az adópajzs hatásnak, így a vállalatok növelik hitelarányukat. Ezzel párhuzamosan a megnövekedett terhek megnövelik a csődkockázatot és átlagban hamarabb mennek csődbe.

Összességében az intuícióval és/vagy korábbi eredményekkel ellentétes hatásokat három változónál láttunk. A bizonytalanság megítélésénél sokat számít, hogy monopóliumról vagy oligopóliumról beszélünk. A monopólium a megnövekedett bizonytalanság hatására csökkenti tőkeáttételét, az oligopólium a verseny hatására azonban növeli. A gép élettartam és az ezzel járó flexibilitás nincs egyértelmű hatással az eladósodottságra. A vállalatok inkább a termelésüket (a beruházásaik nagyságát) igazítják ehhez és emellé választanak egy megfelelő hitelarányt. A beruházások költségeinek növekedése oligopol piacon megnöveli az eladósodottságot az adópajzs hatások jobb kihasználása miatt.

6. Összefoglalás

A dolgozatban egy olyan *dinamikus és sztochasztikus szimulációs modellt* mutattunk be, amely ötvözi a neoklasszikus közgazdaságtan és a vállalati pénzügyek szokványos elemeit. Vállalati pénzügyi oldalról azon tulajdonságok jelennek meg, hogy a vállalatoknak a termeléshez beruházásra van szüksége, amelyhez a tőkeszerkezetet is meg kell határozniuk. Továbbá a mikroökonómiában használatos profitmaximalizálás fogalmát pontosítjuk és a vállalatértékelésben alkalmazott piaci hozzáadott érték (MVA) lesz a vállalat számára az optimalizálandó érték. A neoklasszikus közgazdaságtani oldalról a modellben megjelenik egy keresleti függvény, amelyen keresztül a vállalatok közvetlenül kapcsolatba kerülnek egymással a piacon. Játékelméleti megfontolások alapján a pia-

con a Nash-egyensúly fog kialakulni. Ebben az egyensúlyi a helyzetben a vállalatok olyan döntést hoznak, hogy egyik szereplő sem szeretne eltérni döntésétől a többi szereplő döntése melletti szituációban.

A modellben az elméleti eredmények azon a szinten visszaköszönnek, hogy *a vállalatszám növekedésével a kibocsátás növekszik, a realizált cash flow pedig csökken*. Jelen keretek is között is visszakaptuk azt az általános igazságot, hogy a Nash-egyensúly nem Pareto-hatékony. Azt találtuk, hogy *a vállalatszám növekedésével a csődkockázat megnő*, amelynek okai mind a Pareto-hatékony működéstől való eltérésekből erednek.

Több szituációban is azt találtuk, hogy a versenytárs jelenléte alapvetően változtatja meg a működést: a monopol vállalatok magasabb tőkeáttétellel dolgoznak és könnyebben tudnak beruházási-finanszírozási stratégiát váltani. Ennek oka, hogy az oligopóliumban a verseny "megköti a vállalatok kezét" és mindenképpen sokat kell termelniük. Ha nem termelnek, akkor a versenytárs fog és az nagyobb piaci részesedéshez jut. Ennek következtében az optimálisnál alacsonyabb cash flow-szint is adott nekik. Ez magasabb csődkockázattal jár, így általánosságban *az oligopol vállalat kisebb tőkeáttétellel fog dolgozni, mint a monopólium*.

A vállalatszám növekedésével egyre inkább távolodik a piac a Pareto-hatékony működéstől. Az ebből adódó alacsonyabb cash flow következtében *relatíve nagyobb jelentősége lesz a tőkeszerkezetből szerezhető nyereségnek*, az adópajzsaknak. Így, amennyiben van versenytárs a piacon, tehát nem monopóliumról beszélünk, a vállalatszám növekedésével a vállalatok egyre nagyobb hitelarányal fognak működni ezen hatás minél nagyobb kihasználása érdekében. Ez persze növeli a csődkockázatukat, amivel visszajutunk az első megállapításunkhoz.

A modell paramétereinek közül kiemelendő a bizonytalanság hatása. *A bizonytalanság növekedésével együtt a csődkockázat is nő*, monopólium esetén pedig csökken az eladósodottság. *Oligopólium esetén viszont nő az eladósodottság*, ami a korlátolt felelősség hatással magyarázható: csőd esetén a negatív cash flow-val a tulajdonosnak nem kell számolnia, az a hitelező kockázata. Nagyobb volatilitás esetén megnő a csődkockázat, az oligopol vállalatoknak viszont adott a magas termelés. Ekkor a hitelarány igazításával tud úgy számolni a vállalat, hogy rosszabb szcenáriókban menjen csődbe és csak a nem csődös, magasabb keresleti szintekre optimalizál. Azaz a vállalat kockázatosabban működik csődközelben.

A szimulációnk által kapott eredmények nem tekinthetők általános igazságnak, más paramé-

terek mellett elképzelhetők más eredmények. Az elemzés lényege inkább az, hogy ilyen szituációk előfordulhatnak, ezzel bemutatva a piacszerkezet figyelembevételének fontosságát a különböző pénzügyi elemzések és modellezések során.

A modellt természetesen számos irányba lehet továbbfejleszteni. Modellezési szempontból a működés dinamikáját megváltoztathatja a folytonos sztochasztikus folyamatok megjelenítése a kereslet változásában. Elméleti oldalról korábbi dolgozatokban születtek a mieinkkel ellentétes eredmények a bizonytalanság és a tőkeáttétel kapcsolatában. Úgy gondoljuk, hogy ezek forrása a különböző sztochasztikus folyamatok alkalmazása lehet. Játékelméleti szempontból érdekes lehet a tervezési fázist egy több részjátékból álló játékként felírni. Itt plusz változóként megjelenhet a készletezés, miszerint a vállalatok a versenytársak beruházásait és termeléseit látva még az adott évben dönthetnek a piacra vitt mennyiségről, amely az árat fogja alakítani. Továbbá a tökéletes informáltság feltételét is fel lehet oldani. Érdekes eredményeket adhat egy olyan modell, amelyben a vállalatok nem ismerik 1 valószínűséggel a kereslet mögötti sztochasztikus folyamatot, hanem arról csak egy vélekedésük van, amit költség fejében javíthatnak. Ezek mellett a kartellezés, mint potenciális stratégia megjelenítése is egy kézenfekvő továbbfejlesztési lehetőség. Vállalati pénzügyi oldalról finomítani lehet a hitelkamatlábra tett feltételeket. Pontosabb képet kapunk például, ha egy hozamfelárral számolunk, amelynek értelmében a jobban eladósodott vállalat hiteleit egy magasabb diszkontfaktorról értékeljük. Fő javaslatunk az inflációs hatások megjelenítése, amelyhez a modellben különváló reál- és nominál változók szerepeltetése ideális alapot ad. Az infláció modellezésénél kulcsszerepet játszhat az inflációs és a keresleti dinamika kapcsolata.

Irodalomjegyzék

- Ábel, I. és Szakadát, L. (1997). A bankrendszer alakulása Magyarországon 1987–1996 között. *Közgazdasági Szemle*, 44(7–8), 635–652.
- Bouis, R., Huisman, K. J. és Kort, P. M. (2009). Investment in oligopoly under uncertainty: The accordion effect. *International Journal of Industrial Organization*, 27(2), 320-331.
- Brander, J. A. és Lewis, T. R. (1986). Oligopoly and Financial Structure: The Limited Liability Effect. *The American Economic Review*, 76(5), 956-970.
- Brealey, A. R. és Myers, S. C. (2005). *Modern vállalati pénzügyek*. Budapest: Panem Könyvkiadó.
- Buckley, J. (2023. február 11.). "How the pandemic killed off 64 airlines". CNN. <https://edition.cnn.com/travel/article/pandemic-airline-bankruptcies/index.html>. Letöltés dátuma: 2023. április 16.
- Copeland, T., Koller, T. és Murrin, J. (2000). *Valuation: Measuring and Managing the Values of Companies*. New York: John Wiley Sons.
- Cournot, A. A. (1838). *Recherches sur les Principes Mathematiques de la Theorie des Richesses*. Paris: Hachette.
- Dixit, A. K. és Pindyck, R. S. (1994). *Investment Under Uncertainty*. Princeton: Princeton University Press.
- Evrensel, A. Y. (2008). Banking crisis and financial structure: A survival-time analysis. *International Review of Economics & Finance*, 17(4), 589-602.
- Fama, E. F. és French, K. R. (1998). Taxes, Financing Decisions, and Firm Value. *The Journal of Finance*, 53(3), 819-843.
- Franck, B. és Le Pape, N. (2008). The Commitment Value of the Debt: A Reappraisal. *International Journal of Industrial Organization*, 26(2), 607-615.

- Glazer, J. (1994). The Strategic Effects of Long-Term Debt in Imperfect Competition. *Journal of Economic Theory*, 62(2), 428-443.
- Gradstein, M., Nitzan, S. és Slutsky, S. (1992). The Effect of Uncertainty on Interactive Behaviour. *The Economic Journal*, 102(412), 554-561.
- Grenadier, S. R. (2002). Option Exercise Games: An Application to the Equilibrium Investment Strategies of Firms. *The Review of Financial Studies*, 15(3), 691-721.
- Haan, M. A. és Toolsema, L. A. (2008). The Strategic Use of Debt Reconsidered. *International Journal of Industrial Organization*, 26(2), 616-624.
- Kraus, A. és Litzenberger, R. H. (1973). A State-preference Model of Optimal Financial Leverage. *The Journal of Finance*, 28(4), 911-922.
- La Cruz, W., Martínez, J. M. és Raydan, M. (2006). Spectral Residual Method without Gradient Information for Solving Large-Scale Nonlinear Systems of Equations. *Mathematics of Computation*, 75(255), 1429-1448.
- Leland, H. E. (1972). Theory of the Firm Facing Uncertain Demand. *The American Economic Review*, 62(3), 278-291.
- Lyandres, E. (2006). Capital Structure and Interaction among Firms in Output Markets: Theory and Evidence. *The Journal of Business*, 79(5), 2381-2421.
- Ma, C. (2019). Does capital structure differently affect incumbents' responses to entry threat and actual entry? *Journal of Economics & Management Strategy*, 28(4), 585-613.
- Maksimovic, V. (1988). Capital Structure in Repeated Oligopolies. *The RAND Journal of Economics*, 19(3), 389-407.
- McCall, J. J. (1967). Competitive Production for Constant Risk Utility Functions. *The Review of Economic Studies*, 34(4), 417-420.
- Mérő, K. és Endrész Valentinyi, M. (2003). The Role of Foreign Banks in Five Central and Eastern European Countries. *MNB Working Papers*, 10.

- Merton, R. C. (1974). On the pricing of corporate debt: The risk structure of interest rates. *The Journal of Finance*, 29(2), 449-470.
- Modigliani, F. és Miller, M. H. (1958). The Cost of Capital, Corporation Finance and the Theory of Investment. *The American Economic Review*, 48(3), 261-297.
- Nielsen, M. J. (2002). Competition and irreversible investments. *International Journal of Industrial Organization*, 20(5), 731-743.
- Oum, T. H., Zhang, A. és Zhang, Y. (2000). Socially Optimal Capacity and Capital Structure in Oligopoly: The Case of the Airline Industry. *Journal of Transport Economics and Policy*, 34(1), 55-68.
- Sandmo, A. (1971). On the Theory of the Competitive Firm Under Price Uncertainty. *The American Economic Review*, 61(1), 65-73.
- Schmalensee, R. (1988). Industrial economics: An overview. *The Economic Journal*, 98(392), 643-681.
- Showalter, D. (1995). Oligopoly and Financial Structure: Comment. *The American Economic Review*, 85(3), 647-653.
- Showalter, D. (1999). Strategic Debt: Evidence in Manufacturing. *International Journal of Industrial Organization*, 17(3), 319-333.
- Smith Jr, C. W. és Warner, J. B. (1979). On Financial Contracting: An Analysis of Bond Covenants. *Journal of Financial Economics*, 7(2), 117-161.
- Storn, R. és Price, K. (1997). Differential Evolution – A Simple and Efficient Heuristic for Global Optimization over Continuous Spaces. *Journal of Global Optimization*, 11, 341-359.
- Trigeorgis, L. (1996). *Real Options: Managerial Flexibility and Strategy in Resource Allocation*. Cambridge: The MIT Press.
- Várhegyi, É. (2003). Bankverseny Magyarországon. *Közgazdasági Szemle*, 50(12), 1027-1048.

Függelék

A szimulációkhoz használt Python kód: https://github.com/babotanmark/oligopoly-capital_structure