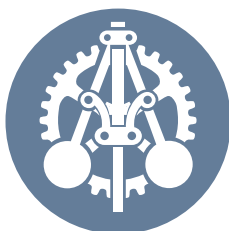




M Ű E G Y E T E M 1 7 8 2

BUDAPESTI MŰSZAKI ÉS GAZDASÁGTUDOMÁNYI EGYETEM
GÉPÉSZMÉRNÖKI KAR
MŰSZAKI MECHANIKAI TANSZÉK



KAMMERER MÁRTON

TDK Dolgozat

3D nyomtatott polimer habok mechanikai modellezése és a
nyomtatási technológia optimalizálása

Konzulens:

Dr. Kossa Attila

egyetemi docens, tanszékvezető helyettes

BUDAPEST, 2023

Köszönetnyilvánítás

Felettébb nagy köszönetemet szeretném kifejezni Kossa Attila konzulensem felé, akitől mindig pontos és precíz iránymutatást kaptam a dolgozat készítése során. Elhivatottságával, a munkához való hozzáállásával a dolgozaton jelentősen túlmutató értékeket adott át számomra, amelyek úgy érzem, mérnöki gondolkodásomat maradandóan átformálták. Köszönetet szeretnék még mondani a Műszaki Mechanikai Tanszéknek, amiért megteremtette a lehetőséget a tudomány minőségi műveléséhez, továbbá, hogy az oktatás felé tanúsított precízséggel és szervezettséggel minőségi munkára ösztönöztek engem, és számos más hallgatót.

Utólag is szeretnék köszönetet mondani kiváló középiskolai szakmai tanárainknak, akik elindítottak a gépészet útján. Kiváló pedagógiai és ösztönző erejüknek hála, hogy ma a Műegyetemen tanulhatok.

Köszönöm szüleimnek, hogy a jelentősen megsűrűsödött időbeosztásom mellett elnézőek voltak velem szemben, továbbá, hogy szüntelenül támogattak, mind az oktatás, mint jelen dolgozat készítése során.

Ez a dolgozat az Innovációs és Technológiai Minisztérium Nemzeti Kutatási Fejlesztési és Innovációs Alapból nyújtott támogatásával, az FK 142457 pályázati program finanszírozásában valósult meg.

Tartalomjegyzék

Absztrakt	1
1. Célkitűzés	2
2. Habok 3D nyomtatása	3
2.1. Bevezetés	3
2.2. 3D nyomtatott habok gyártása	3
2.3. Alkalmazott anyagok	5
2.3.1. LW-PLA	5
2.3.2. Varishore TPU	6
3. A nyomtatás optimalizálása	7
3.1. A technológia és különleges kihívásai	7
3.2. Kalibrálás	10
3.3. Postprocesszálás	14
3.4. Alkalmazhatóság	16
4. Mechanikai modellezés	17
4.1. A mechanikai modellalkotás	17
4.2. Elvégzett mérések	18
4.3. Mérési adatok feldolgozása	20
4.4. Illesztés	24
5. A vizsgált anyagok modellezése	27
5.1. LW-PLA modellezése	27
5.1.1. Gibson modell	27
5.1.2. Liu modell	31
5.2. Varioshore TPU modellezése	34
5.2.1. Rusch modell	34
5.2.2. Liu modell	38
5.3. Összegzés, összehasonlítás	41

5.4. Alkalmazási példa	41
6. Poisson-tényező becslése nyomóvizsgálat segítségével	44
6.1. Motion-tracking segítségével	44
6.2. Binarizált felvétel segítségével	45
7. Összefoglalás	48

Absztrakt

Műszaki problémák megoldására számos területen a polimer habok alkalmazása bizonyult kifizetődőnek, immáron közel egy évszázada. Napjaink korszerű megoldásai előszeretettel alkalmaznának komplex formájú sejtszerkezetű alkatrészeket, ám ezek gyakran gyártási nehézségekbe ütköznek. Az elmúlt években számos új additív habgyártási technológia jelent meg a vázolt probléma orvoslására [1]. Jelen dolgozat egy fiatal FDM (fused deposition modeling) in situ foaming technológia optimalizálásával és az itt alkalmazható CBA (chemical blowing agent) tartalmú alapanyagok mechanikai modellezésével foglalkozik. Ilyen típusú anyagból egy rideg-képlékeny viselkedésű PLA és egy elasztikus viselkedésű TPU anyag lett vizsgálva. A technológiának jelentős előnye, hogy nem igényel speciális eszközöket, továbbá a feldolgozott anyag morfológiailag gyakorlatilag elhanyagolható inhomogenitásokat mutat.

A technológia könnyebb alkalmazását egy saját, Python környezetben készített post-processzorral értem el. A program a habosodási folyamatot befolyásoló technológiai paramétereket a munkadarabtól megkívánt relatív sűrűséghez igazítja. A mérési eredmények alapján a munkadarabok relatív sűrűsége megbízhatóan beállítható a kívánt értékre.

Ahhoz, hogy az alkatrészek tönkremenetele tervezhető legyen, szükséges anyagi viselkedést leíró modellt rendelni az anyagokhoz. Az anyagmintákból különböző relatív sűrűséggel próbatesteket készítettem, majd rajtuk nyomóméréseket és feszültség-relaxációs méréseket végezve az anyagokat leíró modellt mérési pontokra való illesztéssel kalibráltam. Az alkalmazott modellek [2, 3] segítségével az anyagokról energiaelnyelési hatékonyság ábrákat készítettem, amelyekkel egyszerűbb feladatok elvégzésre a megfelelő anyagtulajdonság könnyedén kiválasztható.

1. Célkitűzés

A dolgozat célkitűzése, hogy habosítható FDM 3D nyomtató alapanyagok felhasználására általános irányelvet mutasson, továbbá erre az irányelvre rácsatlakozva mechanikai modellt alkosson két, népszerű habosodó alapanyagról. Eszerint a dolgozatot két fő csoportra lehet osztani, melyeknek célkitűzése különbözik, azonban ketten egy egészt alkotnak:

1. Habosítható FDM 3D nyomtató anyagok nyomtatásának leegyszerűsítése. A megoldandó probléma emberi tapasztalatokra támaszkodó technológiai paramétermeghatározásból ered (a módszer nem egzakt). Ennek megoldására posztprocesszálo program készítése, amely ezt a feladatot pontosan, megbízhatóan és egyszerűen elvégzi.
2. A két vizsgált anyag szilárdsági méretezéseket és szimulációkat lehetővé tevő mechanikai modellezése mérések alapján. Cél ezt a lehetőséget olyan módon megteremteni, hogy az így kapott eredmények a gyártás technológiáját meghatározzák.

2. Habok 3D nyomtatása

2.1. Bevezetés

Az alacsony tömegük és költséghatékonyságuk miatt a polimer alapú cellás szerkezetű anyagok hosszú idő óta fontos mérnöki anyagok. Felhasználásukkal olyan különleges problémák oldhatók meg hatékonyan, mint például a hőszigetelés, energiaelnyelés (főként kinetikus), rezgésszigetelés és hangszigetelés. Ezen tulajdonságaikat döntő részben a porózus, "levegős" szerkezetüknek köszönhetik. Speciális tulajdonságaik mellett a szigorú értelemben vett, alacsony relatív sűrűségű $(\frac{\rho^*}{\rho_s})^1$ habokkal - a többi szerkezeti anyaghoz képest - jelentősen különböző fizikai és mechanikai tulajdonságok érhetőek el. Számos ilyen tulajdonságok mérőszáma szélsőségesnek tekinthető más szerkezeti anyagokhoz képest. Jelentősen kisebb értéket vesz fel más szerkezeti anyagokhoz képest rugalmassági modulusok (2.1 ábra). Egyre növekvő figyelmet kapnak különféle fejlesztések terén, amely a termelés optimalizálása végett egyre több, új gyártási technológiát eredményez.

Polimer habokból készített alkatrészek gyártására számos, széles körben alkalmazott eljárás létezik. Tömbformázás, extrudálás, szórás, öntés, stb. Előfordul, hogy az expandált habok nem egyből a végső formájukat nyerik el, további feldolgozásuk szükségeszerű. Komplex geometriák készítése habokból rendszerint nehézkes, bizonyos esetekben alapanyag pazarlással jár. Ilyen jellegű problémákra a megoldását az additív gyártástechnológiák rendszeresítése jelentette az ipar számára. Egy pár példát említve, így tudták az űriparban továbbfejleszteni a rakéta hajtómű injektorokat [4], az autóiparban pedig előszeretettel alkalmazzák generatív tervezett alkatrészek gyártására [5]. Az utóbbi években számos új technológia jelent meg, amely a habok 3D nyomtatását próbálja elérhetővé tenni [1].

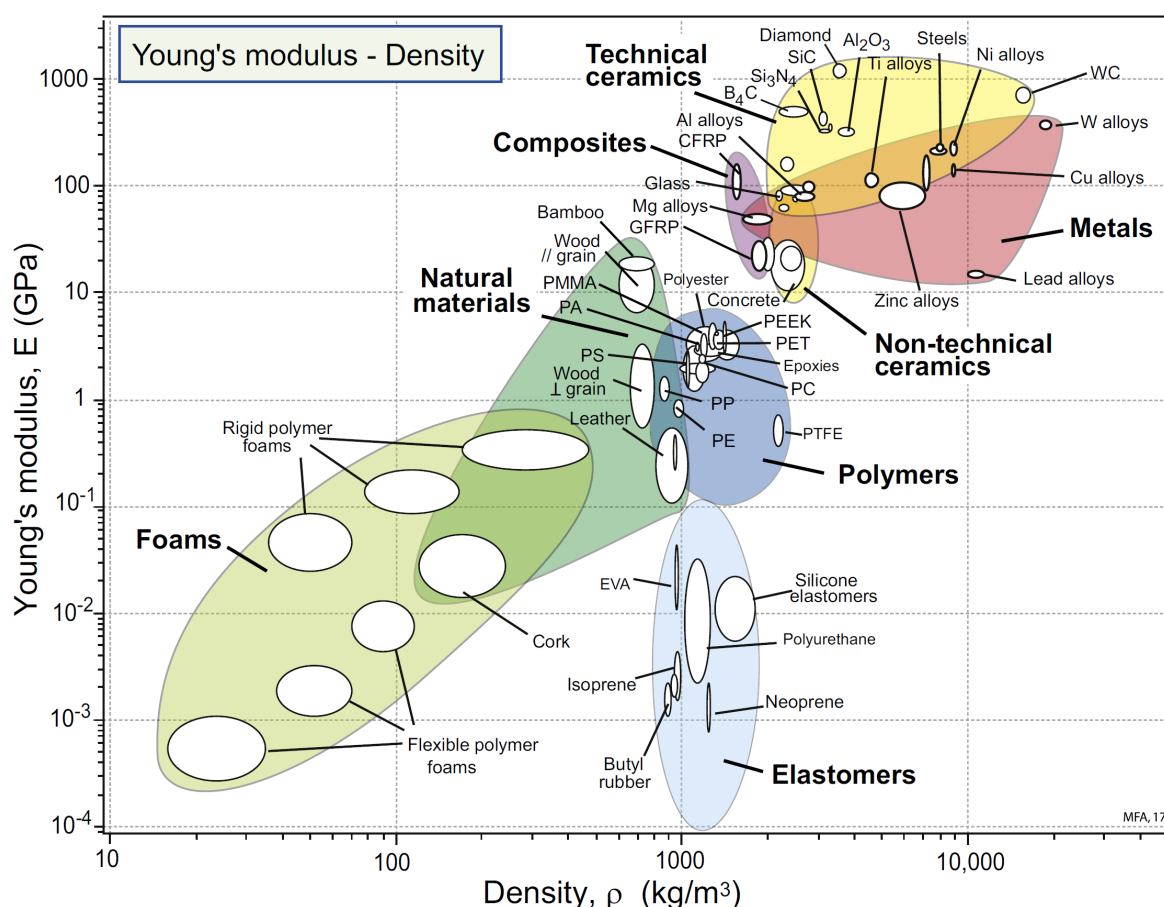
2.2. 3D nyomtatott habok gyártása

Amennyiben a 3D nyomtatást tág értelemben vesszük, additív módon több évtizede készítenek tárgyakat habokból. Ilyenkor a még nem térhálósodott alapanyagot szórással viszik fel egy felületre, ahol az expandál, így elérve végleges szerkezetét. Jellemzően hőszigetelésként alkalmazzák (például épületekben), mivel precíz alakadásra nincs lehetőség.

Digital ink writing (DIW) [7] technológia a habszerkezetek nyomtatásának egyik úttörője. Egy sűrűn folyó, jelentősen módosított szilikon alapanyag van rétegekben egymásra felvive, majd több lépésben kikészítve.

Jelentős teret nyertek sokáig, az általánosan ismert 3D nyomtatási technológiák (FDM, SLA, DLP, SLS, polyjet, stb.) cellás szerkezetű (kitöltéssel rendelkező) nyomtatásai. Je-

¹A dolgozatban a habok tulajdonságainak jelölésére - a szakirodalommal összhangban - * felső indexet, míg az alapanyag jelölésére _s alsó indexet használok.



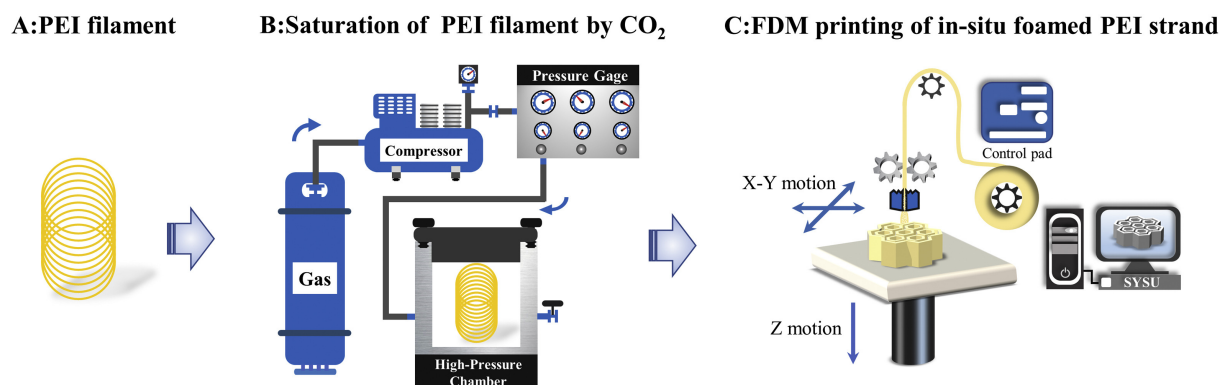
2.1. ábra. Rugalmassági modulus a sűrűség függvényében. Habok esetén E^* van ábrázolva. Forrás: [6] Figure 4.8

lentős előnye az eljárásnak, hogy közel szabadon megválasztható a kitöltés elemi cellájának geometriája. Alkalmazása jellemzően a nyomtatott tárgyak tömegének csökkentésére irányul. Jelentős hátránya viszont - és emiatt jelentek meg új technológiák - hogy nem lehet vele kis cellaméreteket létrehozni.

Az elmúlt években indult fejlődésnek az FDM technológiával gyártott habok nyomtatása [1, 8]. A mátrixanyag mikroadalékokat (például üreges gömböket) vagy habképző anyagot tartalmaz. Kisebb relatív sűrűséget az utóbbi módszerrel lehet elérni, a dolgozat is egy ilyen módszerrel foglalkozik. Jelentős előnye, hogy az anyagokat speciális 3D nyomtató nélkül lehet feldolgozni. Célja, hogy hő hatására a mátrixanyag megolvadjon, a habképző anyag pedig gázt fejlesztve habosítsa azt. Ezeket a habképző anyagokat két fő csoportra lehet osztani:

1. CBA (Chemical blowing agent). Szilárd részecskék, amelyek hő hatására kémiai reakció során fejlesztenek gázokat. Ez általában N_2 vagy CO_2 gáz.
2. PBA (Physical blowing agent). Hatásmechanizmusában különböznek. A szilárd vagy olvadék mátrixanyagban vannak oldva általában gáz vagy folyadék halmazál-

lapotban. Termodinamikai instabilitásokat előidézve nukleáció indul meg az olvadéban, amely végső soron habosodáshoz vezet (2.2 ábra).



2.2. ábra. Filament szaturálásának PBA-val való elvi vázlata. Forrás: [8] Fig.1.

2.3. Alkalmazott anyagok

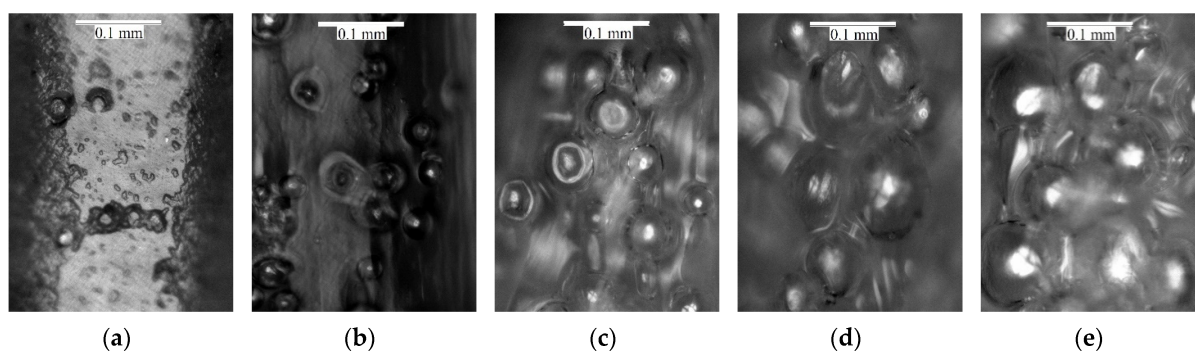
A dolgozatban két különböző anyag lett vizsgálva. Mindkét anyag ColorFabb gyártmányú, kereskedelmi forgalomban beszerezhető alapanyag. CBA tartalmú alapanyag, így a habosodását a nyomtatás hőmérsékletével tudjuk kontrollálni (2.3 ábra). Általánosságban elmondható az ilyen típusú 3D nyomtató alapanyagokról, hogy zárt cellás habokat fognak létrehozni.

2.3.1. LW-PLA

Az első LW-PLA (lightweight PLA), amely PLA (politejsav) alapú, merev anyag.

Az alapanyag manapság jelentős figyelmet kap, melynek egyik fő oka, hogy hatékonyan újrahasznosítható és ipari körülmények között komposztálható [9]. Széles körben alkalmazható alapanyag. Alacsony üvegesedési hőmérséklete következtében ($\approx 55^\circ\text{C}$) a nyitott FDM 3D nyomtatókon egyszerűen feldolgozható alapanyag. Gazdaságos megoldás továbbá energiaehtelési problémák megoldása esetén [10], tehát megfelelő alapanyag 3D nyomtatás tekintetében. Így egyszerre lehet kiemelni energiaehtelő képességét kifinomult geometriák gyártásával.

Az anyag habosítva jelentős mértékben képes képlékeny alakváltozásra, viszont habosítatlan állapotában képlékeny tulajdonságai háttérbe szorúlnak, rideg viselkedésű. Ezen tulajdonságai alapjaiban befolyásolják a várható tönkremeneteli módokat gyakorlati alkalmazás során.



2.3. ábra. LW-PLA. Mikroszkópi felvételek egyre növekvő nyomtatási hőmérsékleten: (a) 215 °C, (b) 220 °C, (c) 225 °C, (d) 230 °C, (e) 250 °C. Forrás: [11] Figure 1.

2.3.2. Varishore TPU

A második anyag egy elasztikus tulajdonságú, TPU (thermoplastic polyurethane) alapú anyag. Shore 92A keménységű, amely a habosodás függvényében jelentősen változik (innen az elnevezése). Amikor elasztikus viselkedésű tárgyak 3D nyomtatására van szükség, TPU az első választás. Előnyös anyag ebből a szempontból, mivel tulajdonságai széles körben ismertek. TPU alapanyagok 3D nyomtatása habosítás nélkül is gyakorta problémás feladat. Lényegében nem különbözik a nyomtatószál extrudálása a kötéltolásának feladatától. Emiatt fellépő problémáktól (kihajlás) minőségi gép esetében el lehet tekinteni. További bonyolító tényező a filament kúszása az extruder kerekeken. Ezzel a problémával részletesebben a következő fejezetben foglalkozom.

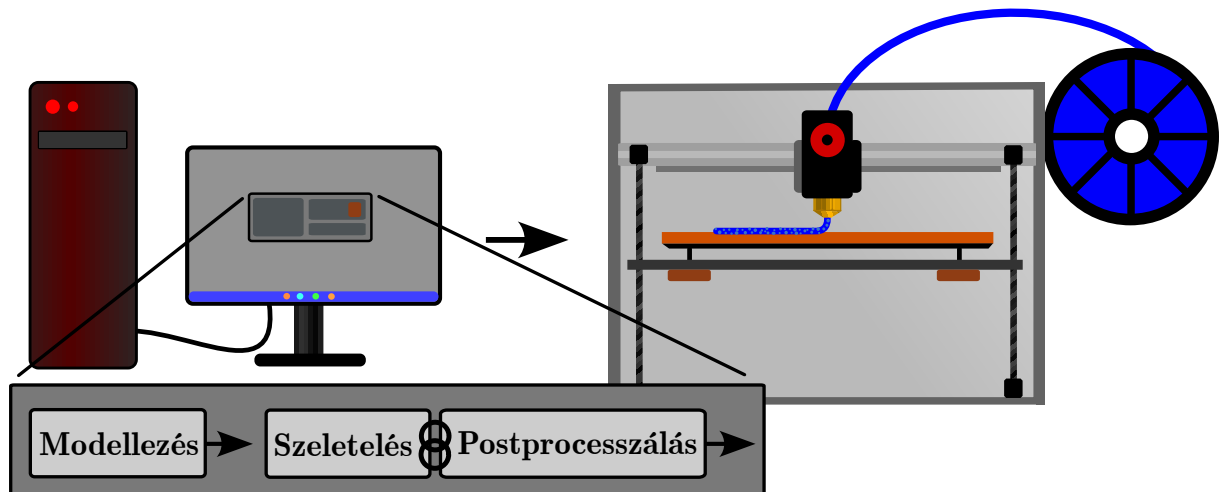
Az alapanyagok esetén a relatív sűrűségnek létezik egy határértéke, amikor az anyagban lévő habosító adalék egésze kifejtette hatását. Ez gyártói információ és tapasztalat szerint mindkét anyagra:

$$\frac{\rho^*}{\rho_{s\max}} = 1.0, \quad \frac{\rho^*}{\rho_{s\min}} = 0.45. \quad (2.1)$$

3. A nyomtatás optimalizálása

3.1. A technológia és különleges kihívásai

A nyomtatás felé támasztott legfontosabb követelmény a pontosan és megbízhatóan beállítható relatív sűrűség. Ennek elérése érdekében a gyártói javaslat, miszerint válasszunk egy magas hőmérsékletet, majd módosítsuk a térfogatáramot addig, amíg a végeredmény a kívánt hibahatáron belül esik, nem megfelelő. Pontos eredmény elérhető vele, viszont tetszőleges relatív sűrűség nem. Szükséges tehát a gázfejlődési folyamatot befolyásoló paraméterek beazonosítása, majd ezek kapcsolatát meghatározni a gázfejlődés folyamatára. Ezen összefüggések ismeretében egy posztprocesszálo program készítése válik kézenfekvővé, amely megkívánt relatív sűrűség eléréséhez igazítja a függő paramétereket. Eszerint a gyártási munkamenet a 3.1 folyamatábrán szemléltethető.



3.1. ábra. FDM hab nyomtatás munkamenetének folyamatábrája

Geometriai megfontolásból adódik [2], hogy a relatív sűrűség arányos a fejlesztett gáz mennyiségével. A CBA adalékok által fejlesztett gáz továbbá arányos a közölt hővel. Ennek tudatában mérési adatok nélkül belátható, hogy a gázfejlesztés mértéke függni fog a 3D nyomtató nyomtatófejének geometriai adottságaitól, annak hőmérsékletétől és az anyagnak abban eltöltött idejétől. A nyomtatófej geometria adottságaiba számos apró tényezőt lehetne sorolni (hossz, felületi érdesség, bevonat, stb.), viszont ezeknek paraméterezése nem volna kifizetődő. Adott gépen a nyomtatófej geometriai adottságai nem változnak, ennek értéke konstansnak vehető. Ezek után tehát:

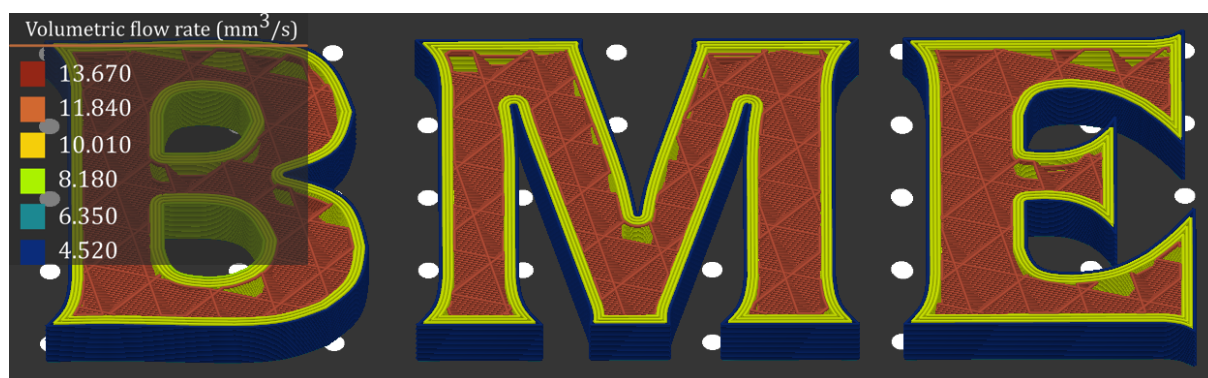
$$Q(T, v_o(t)) \propto V_{gáz}(T, v_o(t)) \propto \frac{\rho^*}{\rho_s}(T, v_o(t)), \quad (3.1)$$

ahol Q a bevitt hőenergia, $V_{gáz}$ a fejlődő gáz térfogata, T a nyomtatófej hőmérséklete, $v_o(t)$ az olvadék nyomtatófejben való áramlási sebessége, amely a gyorsulások miatt időfüggő.

Az olvadék nyomtatófejben való áramlási sebessége arányos továbbá az olvadék térfogat-áramával, amely a szeletelőprogramokban rendszerint maximalizálható érték (volumetric flow rate). Az olvadék térfogatárama ezen kívül számos paraméter függvénye:

- nyomtatási sebesség,
- vonalvastagság,
- rétegmagasság,
- flow rate²,
- speed override³.

Azért is szükséges az olvadék térfogatáramának maximalizálása, ugyanis a szeletelőprogramokban gyakorta szokás az elkészülő tárgyak méretpontossága, teherbírósága és nyomtatási ideje közötti kompromisszum megkötéséhez a nyomtatási vonalvastagságot és sebességet különböző értékekre állítani különböző alakelemek (feature) nyomtatásához. Ezeknek a hatását térfogatáram lekorlátozás nélkül a 3.2 ábra mutatja. A lekorlátozás után elmé-



3.2. ábra. Különböző alakelemek változó sebességgel és vonalvastagsággal való nyomtatásának kihatása az olvadék térfogatáramára

letileg az olvadék állandó térfogatárammal (és ennek következtében az olvadék sebessége a nyomtatófejben is az) áramlik ki a nyomtatófej fúvókáján. A valóságban viszont nyomtatás közben irányváltásoknál a nyomtatófej lelassít, majd újra felgyorsít (3.1 összefüggésben emiatt szerepel időfüggés). Ennek időtartamát - a lehetőségekhez képest - minimalizálni kell, azaz a gyorsulásokat növelni érdemes. Az esetleges túlextrudálásokat, amelyek ennek ellenére megmaradnak a sarkoknál ún. pressure advance algoritmusok [12] alkalmazásával kompenzálni érdemes. Ezek figyelembevételével, adott értéken maximalizált olvadék

²A 3D nyomtatón állítható paraméter, amely a térfogatáram módosítását teszi lehetővé, százalékban kifejezve.

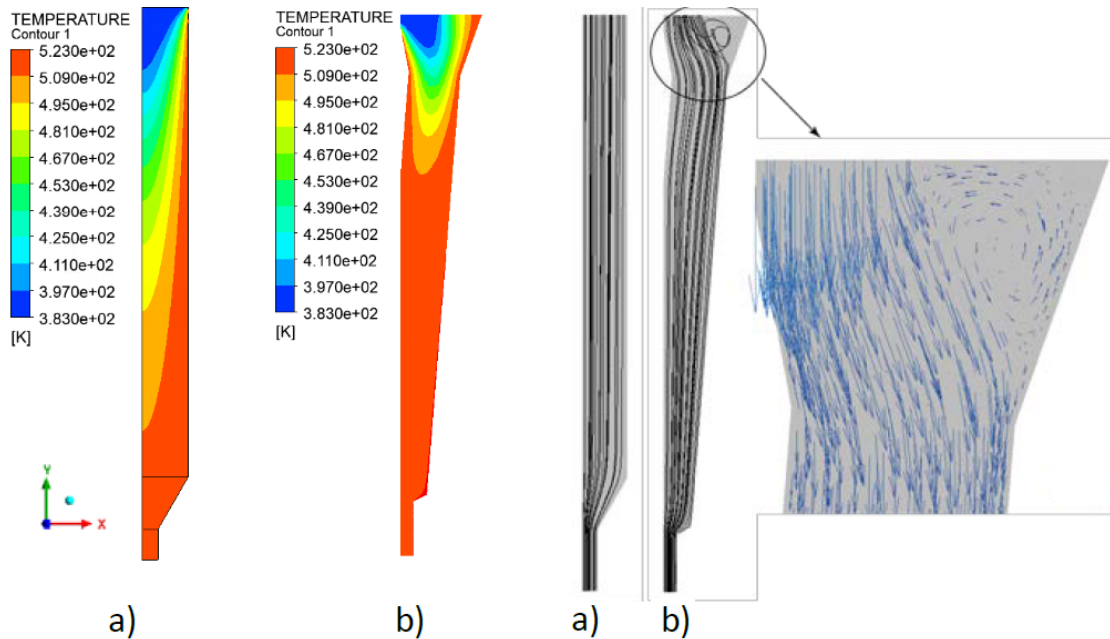
³A 3D nyomtatón állítható paraméter, amely a sebesség módosítását teszi lehetővé, százalékban kifejezve.

térfogatáramon jó közelítéssel az időfüggés elhanyagolható, 3.1 összefüggés a következőre egyszerűsödik:

$$Q_1(T) \propto V_{gáz_1}(T) \propto \frac{\rho^*}{\rho_{s_1}}(T), \quad (3.2)$$

ahol az 1-es alsó index egy konkrét olvadék térfogatáramot jelöl.

Érdekes jelenség és fontos figyelembe venni az olvadékot keresztmetszete mentén relatív sűrűségében megváltoztató tényezőket. Ilyen jelenség előfordulhat magasabb térfogatáramok alkalmazásakor, amikor az anyag nem olvad meg teljes keresztmetszetében és egy hidegebb, belső "tű" alakul ki nyomtatás közben (cool center effect). Ez negatív hatással van a megbízhatóságra. Kisebb térfogatáramok alkalmazásával és/vagy Bondtech core heating technology alkalmazásával kikerülhető. A technológia nagyobb felületen, tehát gyorsabban adja át a hőt az anyagnak, továbbá turbulens áramlást előidézve homogénebb hőmérséklet-eloszlást eredményez [13]. Szimulációs összehasonlítást a legnépszerűbb fúvóka geometriával a 3.3 ábra mutatja. További keresztmetszet menti sűrűségbeli változáshoz



3.3. ábra. "Cool center effect" szimuláción. a) E3D V6, b) Bondtech CHT. Forrás: [13] Figure 4, Figure 5.

vezet a tárgyak hűtése. A tárgyhűtő ventilátort mindenféleképpen ki kell kapcsolni és zárt építőterű nyomtatóban célszerű felhasználni a habosítható anyagokat. Ezzel a hatást csak minimalizálni lehet, de jó közelítéssel el lehet tőle tekinteni.

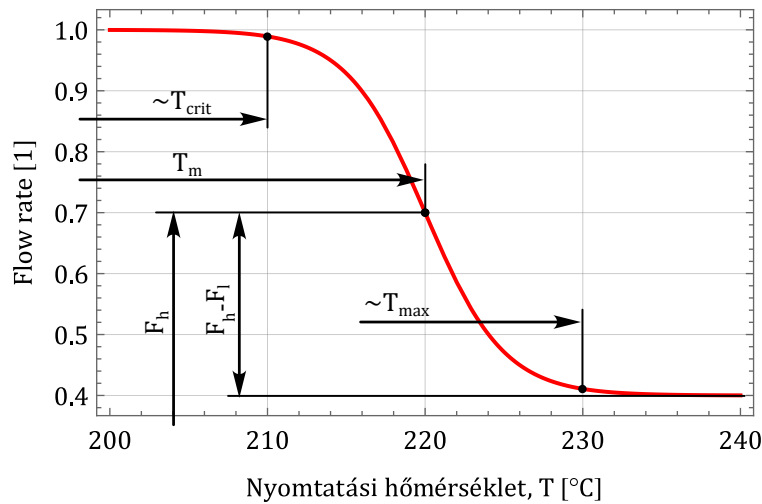
Különös figyelmet kell továbbá fordítani - más polimer feldolgozási technológiákhoz hasonlóan - az alapanyag nedvességtartalmára. Kifejezetten a TPU anyagok hajlamosak a légköri nedvesség felvételére, amely a feldolgozás során - a párolgáshő jelentőségéből adódóan - nagymértékben eltorzítja a megvalósuló relatív sűrűséget. Erősen javasolt az alapanyagok céleszközzel történő szárítása, továbbá szárítódobozban történő tárolása.

3.2. Kalibrálás

A kalibrálás alatt a 3.2 egyenlet $\frac{\rho^*}{\rho_{s1}}(T)$ függvénykapcsolatának meghatározását kell érteni. Tapasztalatok szerint [11] ez a kapcsolat szigmoid-függvény alakú ("S görbe"). Egy konkrét kritikus hőmérsékleten (T_{crit}) a gázfejlődés elindul, majd egy maximális hőmérsékleten (T_{max}) befejeződik. Olyan függvény illesztése lesz továbbá szükséges, amelyik invertálható, mivel alkalmazás szempontjából $T(\frac{\rho^*}{\rho_s})$ függvény használata a kézenfekvő, a megkívánt relatív sűrűséggel fogunk a gyártás felé fordulni. Ezután az illesztendő függvény:

$$F(T) = F_h + (F_h - F_l) \tanh(\gamma(T_m - T)), \quad (3.3)$$

ahol F_h jelöli a közepes flow rate-et, $F_h - F_l$ a maximális flow rate megváltozás nagyságának felét (flow rate amplitúdó), T_m a közepes hőmérsékletet ($T_m = \frac{1}{2}(T_{crit} + T_{max})$), γ pedig illesztési paraméter (3.4 ábra).



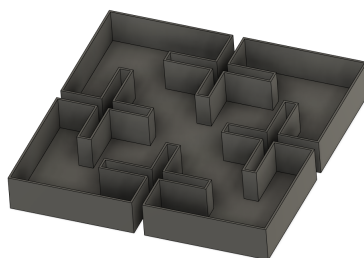
3.4. ábra. Sigmoid függvény illesztési paramétereinek jelentése

Mérési pontok felvétele lesz szükséges a függvénykapcsolat meghatározásához $T \in [T_{crit}, T_{max}]$ intervallumban. A tapasztalatok szerint az illesztéshez minimum 4 pont felvételére van szükség. A módszer 1 vonal falvastagságú munkadarabok nyomtatásán alapul különböző $T \in [T_{crit}, T_{max}]$ hőmérsékleten, majd az elkészített munkadarabok (3.5 ábra) falvastagságának mérésén. A mérések elvégzése során a flow rate változtatásával meg lehet találni az egyes hőmérsékleten előálló relatív sűrűséget. Fontos megjegyezni, hogy ebben az esetben a flow rate egy teljesen azonos fogalom a habokra használt relatív sűrűséggel. Mindkettő a végleges termék mátrixanyag-hányadát jelöli⁴. A mérési eredményeket táblázatosan rögzítve meghatározható a különböző T értékekhez tartozó flow rate (A melléklet).

A méréseket lineáris közelítés miatt többször meg kell ismételni (iterálni kell), ugyanis magas $\frac{w}{d_f}$ arány esetében⁵ (3.6 ábra) a fejlődő gáz nem képes "felfújni" a szilárduló

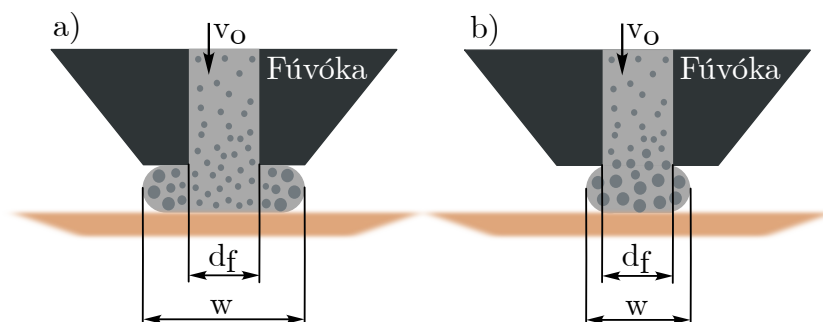
⁴Ezért lesz alkalmas paraméter a posztprocesszáls során a flow rate változtatása!

⁵a kalibrálás első iterációi során magas $\frac{w}{d_f}$ arány előállása gyakorlatilag kiküszöbölhetetlen



3.5. ábra. Kalibrációs munkadarab

olvadékok, a kapcsolat a falvastagság és a relatív sűrűség között nem lineáris. A tapasztalatok azt mutatják, hogy $\frac{w}{d_f} \approx 1-1.25$ esetén, viszont jó közelítéssel lineárisnak vehető a kapcsolat.

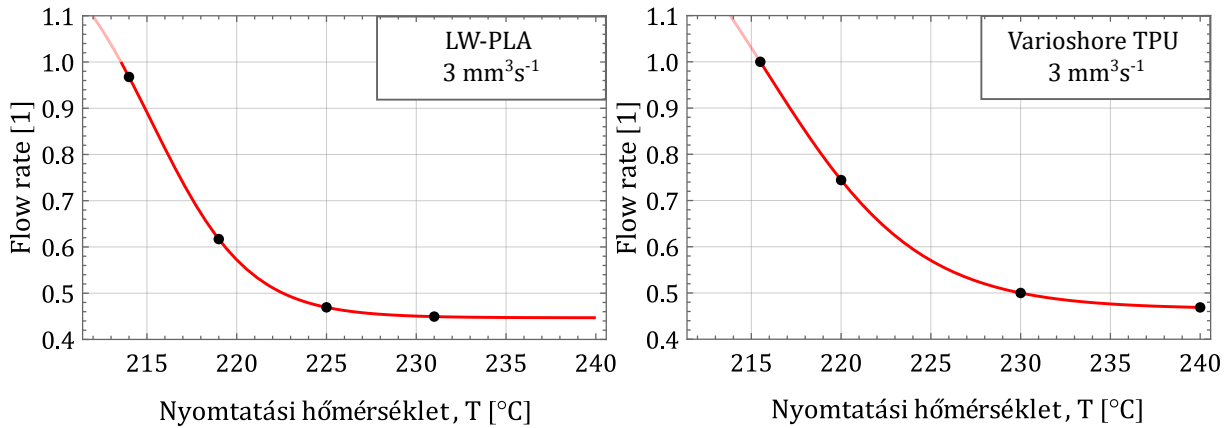
3.6. ábra. a) $\frac{w}{d_f} \approx 2$, b) $\frac{w}{d_f} \approx 1.2$

A mérést elvégezve mindkét anyagra (LW-PLA, Varioshore TPU), az adatokat három iteráció után a 3.1 táblázat mutatja. Fontos megjegyezni, hogy a két anyag két különböző 3D nyomtatón lett kalibrálva, úgyhogy adataik - ezért sem - hasonlíthatók össze.

3.1. táblázat. Hőmérséklet-flow rate kapcsolatának mérési pontjai

	LW-PLA @ $3 \text{ mm}^3 \text{ s}^{-1}$		Varioshore TPU @ $3 \text{ mm}^3 \text{ s}^{-1}$	
$w d_f^{-1} [1]$	T [°C]	flow rate [1]	T [°C]	flow rate [1]
1.25	212	1.0000	215	1.0000
	220	0.6415	220	0.7442
	228	0.4981	230	0.5000
	236	0.4317	240	0.4688

A mérési adatokra való illesztést Wolfram Mathematica programban végeztem. A programban megtalálható *NonlinearModelFit[]* függvényt alkalmaztam, amelyhez az illesztendő 3.3 modellt definiálni lehet. Az illesztés programja a B mellékletben található. Az így illesztett függvény paramétereinek értékei a 3.2 táblázatban találhatóak, továbbá ezen függvények kirajzolva a 3.7 ábrán láthatóak.



3.7. ábra. LW-PLA és Varioshore TPU hőmérséklet-flow rate összefüggés meghatározása illesztés segítségével.

3.2. táblázat. Hőmérséklet-flow rate összefüggés paramétereinek értékei

LW-PLA @ 3 mm³s⁻¹				Varioshore TPU @ 3 mm³s⁻¹			
F_h [1]	F_l [1]	γ [°C⁻¹]	T_m [°C]	F_h [1]	F_l [1]	γ [°C⁻¹]	T_m [°C]
0.8697	1.293	0.1851	215.3	0.9796	1.494	0.1187	215.8

Jelentős befolyásoló tényező nyomtatás során a lágy filamentek kúszása az extruder kereken. Általános esetben ezt tapasztalat szerinti flow rate növeléssel kompenzálják, viszont jelen esetben, amikor a flow rate-et a relatív sűrűségnek szeretnénk megfeleltetni, nem lehet. Ennek érdekében extruder kalibráláshoz [14] azonos módszerrel méréseket végeztem Varioshore TPU filamenttel. Fontos, hogy a mérés elvégzéséhez pontosan kalibrált eszközre van szükség. A mérések segítségével meg lehet határozni a relatív csúszást a két elem között:

$$s = \frac{x_0}{x}, \quad (3.4)$$

ahol x_0 a kért extrudálási hossz, x pedig a kapott extrudálási hossz. s paramterrel módosítva a szeletelőprogram által kért extrudálási hosszokat (posztprocesszor szubrutin), a jelenség kioltható a flow rate paraméter sértetlenségét megtartva.

Kiterjesztés hőmérséklet és térfogatáram függvényeként

Szükséges lehet kisebb tárgyak nyomtatása esetén (a rétegidő növelése érdekében) bevezetni változónak az olvadék térfogatáramát (q), azaz 3.2 egyenlet a következőképp módosul:

$$F(T, q) = F_h(q) + (F_h(q) - F_l(q)) \tanh(\gamma(q)(T_m(q) - T)). \quad (3.5)$$

Kis tartományban ($\approx \pm 3 \text{ mm}^3 \text{s}^{-1}$) feltételezhető, hogy a kapcsolata a paramétereknek a térfogatárammal lineáris:

$$F_h(q) = m_h q + b_h, \quad (3.6)$$

$$F_l(q) = m_l q + b_l, \quad (3.7)$$

$$\gamma(q) = m_\gamma q + b_\gamma, \quad (3.8)$$

$$T_m(q) = m_m q + b_m. \quad (3.9)$$

A további mérési pontok felvételét a 3.3 táblázat mutatja. Görbét illesztve 3.3 összefüggés alapján az újonnan felvett mérési pontokra, ennek illesztési paramétereinek segítségével 3.6-3.9 lineáris egyenletek megoldhatóak. Jelen esetben a megoldások 3.4 táblázatban találhatóak. Két változó esetén a függvény grafikonja egy felület, így 3D-ben szemléltet-

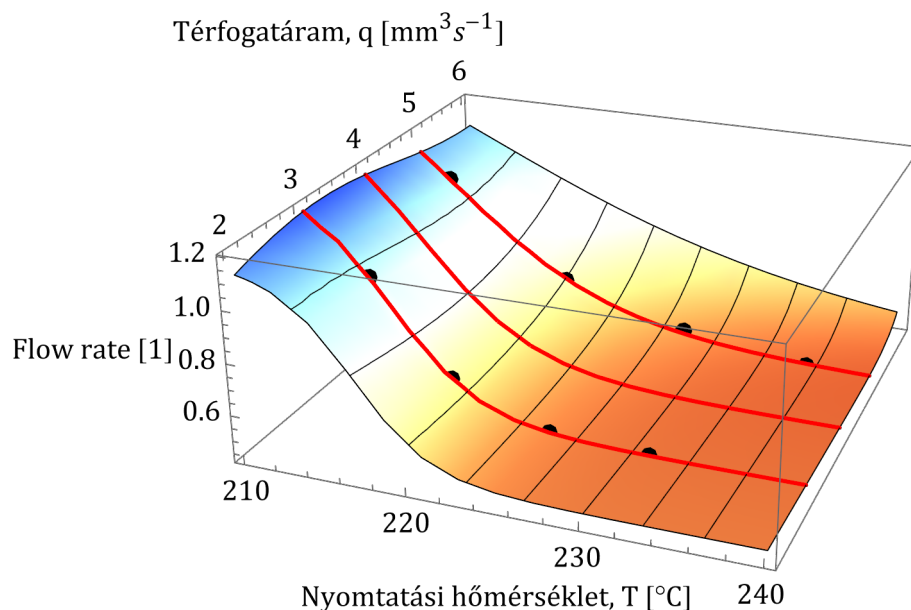
3.3. táblázat. Hőmérséklet-flow rate kapcsolatának mérési pontjai különböző térfogatáramok esetén LW-PLA anyaggal

	LW-PLA @ $3 \text{ mm}^3 \text{s}^{-1}$		LW-PLA @ $5 \text{ mm}^3 \text{s}^{-1}$	
$w d_f^{-1}$ [1]	T [°C]	flow rate [1]	T [°C]	flow rate [1]
1.25	214	0.9677	212	1.0100
	219	0.6170	220	0.6415
	225	0.4694	228	0.4981
	231	0.4494	236	0.4317

3.4. táblázat. Illesztési paraméterek térfogatáram-függésének paraméterei

	LW-PLA @ $3 - 5 \text{ mm}^3 \text{s}^{-1}$			
	$F_h(q)$ [1]	$F_l(q)$ [1]	$\gamma(q)$ [°C ⁻¹]	$T_m(q)$ [°C]
m	0.06506	0.1414	-0.04716	-1.557
b	0.6745	0.8681	0.3267	220.0

hető (3.8 ábra). A függvény továbbra is invertálható, tehát a későbbiekben megfelelően alkalmazható. Figyeljük meg, hogy amint a térfogatáram nő, a hőmérséklet-flow rate görbék (piros görbék 3.8 ábrán) egyre laposabbak lesznek. Ennek nagy szerepe lehet alkalmazás szempontjából, ugyanis némelyik 3D nyomtató firmware a hőmérsékletet csak egész értékekre tudja szabályozni (például Marlin: 1°C, Klipper: 0.1°C). Alacsony térfogatáramoknál a szabályozhatóság kedvezőtlen lehet, erre megoldás nagyobb térfogatáram alkalmazása.



3.8. ábra. LW-PLA beállítandó flow érték a hőmérséklet és térfogatáram függvényében.

3.3. Postprocesszálás

A posztprocesszálás 3.1 ábra szerint illik a munkamenetbe. Az erre alkalmazott programot Python környezetben készítettem. A posztprocesszor kódja a C-E mellékletekben található. Lényege, hogy szeletelő által elkészített G-kódot⁶ úgy módosítsuk, hogy a 3D nyomtatás a relatív sűrűség igényeinknek megfelelő alkatrészt eredményezzen. A program jelenleg három módszert tartalmaz, ezek közül választani lehet.

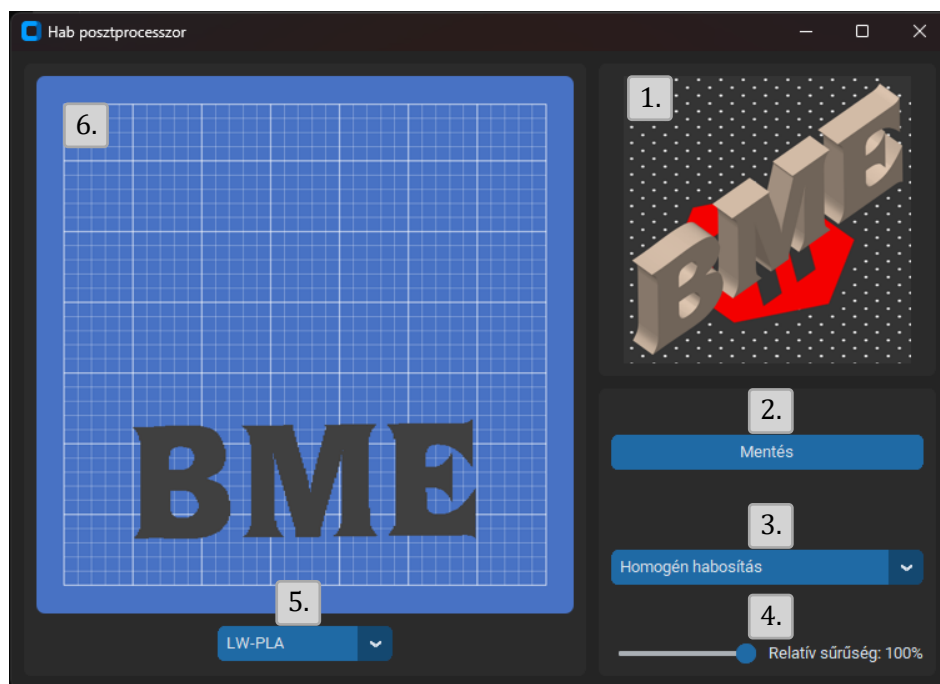
1. Homogén habosítás. Ilyenkor a tárgy egy bizonyos, a felhasználó által, a határértékek (2.1 egyenlet) között kiválasztható relatív sűrűséggel készül.
2. Gradiens habosítás. Ilyenkor az első rétegtől az utolsó rétegig relatív sűrűség átmenettel készül a tárgy. Az átmenet két szélső értéke a felhasználó által (határok között) megadható adat.
3. Homogén, lépcsőzetes habosítás. Ilyenkor a felhasználó "Z" értékeket és hozzájuk tartozó relatív sűrűséget tud definiálni. Alkalmas lehet szendvicspanelek gyártására.

A program folyamatábráját a 3.10 ábra mutatja. A programhoz továbbá az egyszerűbb felhasználás végett grafikus felhasználói interfész készült (3.9 ábra).

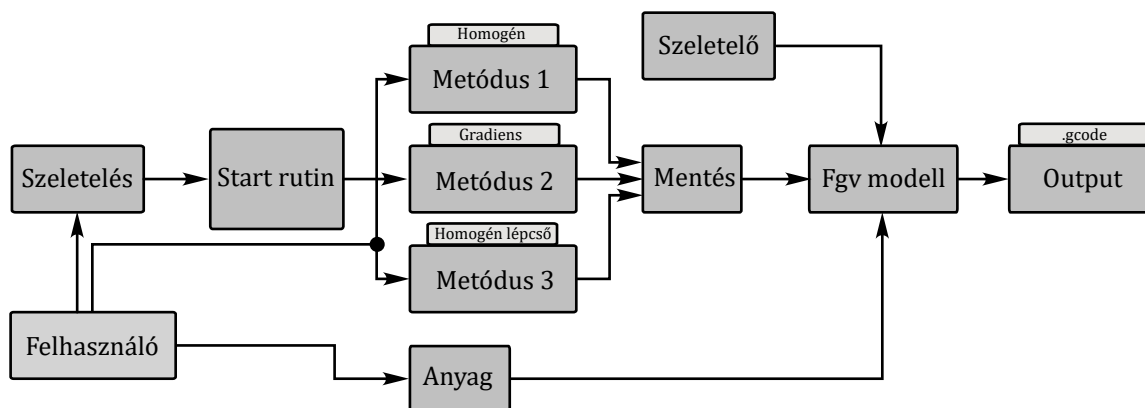
További képek a posztprocesszorról az F mellékletben találhatóak.

Fontos szempont volt számomra, hogy a posztprocesszor ne különálló program legyen, hanem integrálva legyen a szeletelő programba, így a munkamenet nem igényeli egy további szoftver használatát. Ennek következtében a posztprocesszort egy bizonyos szeletelőhöz, a *Prusa Slicer* programhoz készítettem. Ez a program a nyílt forráskódú *Slic3r*

⁶A 3D nyomtató firmware-e számára érthető és egyértelmű utasítások pontos sorozata



3.9. ábra. A posztprocesszor felépítése. 1) Az alkatrész izometrikus nézete, 2) mentés gomb, 3) módszer választó menü, 4) beállított relatív sűrűség 5) anyagválasztó menü, 6) az alkatrész (X,Z) síkon vett vetülete (támasztékokkal együtt).



3.10. ábra. A program folyamatábrája

szoftver egy változata, magjában azonos vele. Ennek következtében az elkészített posztprocesszor használható más, hasonló szeletelő programokban is (*Slic3r*, *SuperSlicer*). A program ennek az integrálásnak köszönhetően képes átvenni adatokat a szeletelő programból. Így történik a 3.2 fejezetben változóként használt térfogatáram átemelése a posztprocesszorba. A szeletelőprogramban a szeletelést elvégezve, az elkészített G-kódra automatikusan meghívódik a posztprocesszor, ahol a technológiai paraméterek megadása után a mentés gombra kattintva lehet elmenteni a G-kódot. A program továbbra is szeletelőben kiválasztott módszer szerint ment (akár helyi tárhelyre, akár hálózaton található 3D nyomtatóra). Így tehát a beállítási lehetőségek gyakorlati szempontból nézve egy felugró ablakból érhetőek el.

3.4. Alkalmazhatóság

A technológia a habok széles körben való elterjedésének köszönhetően számos területen alkalmazható. Elsősorban rövid sorozatok és egyedi alkatrészek gyártására kifizetődő, ugyanis az additív megmunkálások költségei a darabszámmal egyenes arányosan nőnek, szemben más, tömeggyártásra alkalmazott eljárással. Ennek ellenére alkalmazása kifizetődő lehet nagyobb darabszámú, prémium kategóriájú termékek gyártásánál, ahol a gyárthatóság szempontjából a kompromisszumkötésre esetleg nincs lehetőség.

A posztprocesszorban található metódusok felhasználás szempontjából a következő csoportokra alkalmazhatók:

1. Homogén habosítás általános esetekben alkalmazható, jellemzően komplex geometriák készítésére. Példák erre olyan "crash box" mikrostruktúrájú alkatrészek nyomtatása, amelyek egyszerre alkalmazzák a habok és a különleges geometriák [15] energiaelnyelő képességeit.
2. Gradiens opció. Amennyiben kísérletekkel vagy végeselem-szimulációval egy adott alkalmazásra meghatározható egy optimális keresztmetszetbeli relatív sűrűség-eloszlás [16], akkor ez az opció annak elkészítését hivatott elősegíteni. Jelenleg lineáris kapcsolat elkészítésére van lehetőség. A jövőben tetszőleges függvénykapcsolat megadására lehetőséget fogok teremteni a programban.
3. Homogén, lépcsőzetes habosítás jellemzően relatív sűrűségében hirtelen változó tárgyak nyomtatására alkalmas. Segítségével készíthetők tetszőleges rétegezésű alkatrészek, szendvicspanelek, fedőlapjain "kérgesített" alkatrészek. Jelentős előnye más gyártásokhoz képest, hogy az alkatrészek egy azon anyagból készülnek, ragasztásra nincs szükség.

4. Mechanikai modellezés

4.1. A mechanikai modellalkotás

A mechanikai modellezés célja, hogy olyan összefüggéseket határozzunk meg az anyagra, amely segítségével mechanikai értelemben vett viselkedése előrejelezhető és számítható ismert kezdeti feltételek vagy zavarások hatására. Ezen viselkedések közül a feszültség-alakváltozási viselkedés leírása jellemzően az elsődleges szempont műszaki jellegű problémák megoldása során. Segítségével határozható meg egy alkatrész tönkremenetele és deformációja. Alkalmazhatóak továbbá az anyagot leíró összefüggések végelem-szimulációkhoz is.

Habok esetén a feszültség-alakváltozást leíró modelleket származtatásuk alapján két nagy csoportba lehet sorolni:

- Fenomenológiai modellek. Az anyagi viselkedést ilyenkor tapasztalatok alapján, matematikai eszközökkel írjuk le. Rendszerint előfordul, hogy az így alkotott modell illesztési paraméterei fizikai tartalommal nem rendelkeznek, ugyanakkor vezethetők be fenomenológiai modellek úgy is, hogy azok paraméterei a feszültség-alakváltozási görbén egy bizonyos, fizikai értelemben megfogható jelenséget írjanak le.
- Mikromechanikai modellek. Ilyenkor az elemi cella morfológiai adottságait és a mátrixanyag tulajdonságait figyelembe véve, jellemzően számos megfontolással és egyszerűsítéssel élve jutunk el a makroszkopikus anyagot leíró modellhez. Általában úgy írják le az ilyen modellek az anyagokat, hogy kiválasztott, kis elemi egységekre alkalmaznak más elméleteket (például gerenda elmélet), majd őket geometriai kényszerekkel egymáshoz rendelve, a makroszkopikus anyagara kivetíthető tulajdonságokat határoznak meg.

A modellek, amennyiben függvényei a relatív sűrűségnek (és az elkövetkezőkben változt modellekben legalább egy paraméter függvénye), akkor a nyomtatási technológia és a szilárdsági méretezés közötti kapcsolat meghatározható. Ennek köszönhetően egyedi, mechanikai értelemben meghatározott igények *gyorsan* és *olcsón* elégíthetők ki. Az eddig ismertetett hab nyomtatási technológia legnagyobb erényének ez tekinthető.

Fenomenológiai modelleknél magától értetődő okból, mikromechanikai modellnél az egyszerűsítések, elhanyagolások (például anizotrópia) miatt illesztési paraméterek jelennek meg a modellekben. Ezeket az illesztési paramétereket egy bizonyos anyagra mérési eredményekre való illesztéssel lehet meghatározni.

4.2. Elvégzett mérések

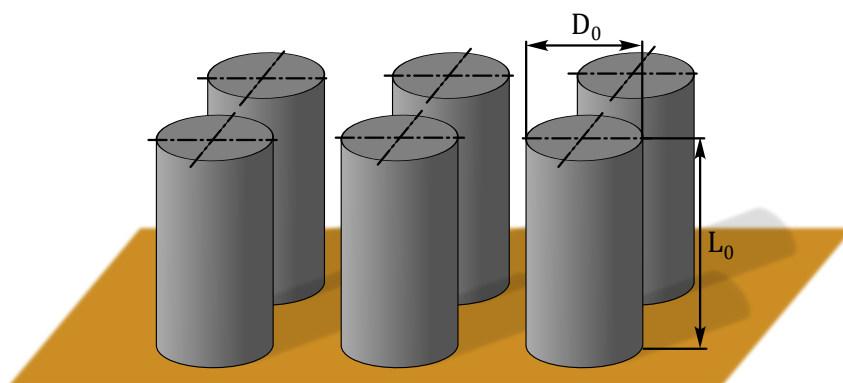
A modell illesztéshez feszültség-alakváltozási görbéket kell meghatározni az anyagra. Annak következtében, hogy a jellemző igénybevétele a haboknak nyomás, a feszültség-alakváltozási görbéket nyomóvizsgálattal célszerű meghatározni. Amennyiben a modellt nem csak egy bizonyos relatív sűrűségre szeretnénk meghatározni, hanem az attól való függést a modellbe be szeretnénk építeni, akkor az anyagi viselkedésről információt kell szerezni számos különböző relatív sűrűségnél is.

A választott mérési eljárás egytengelyű nyomómérés, melyhez hengeres próbatesteket gyártottam LW-PLA-ból és Varioshore TPU-ból egyaránt. A nyomtatott próbatesteket a 4.1 ábra, míg paramétereit a 4.2 táblázat mutatja. A próbatestek terhelése állandó nyomó mérnöki alakváltozási sebességgel történt. A dolgozat folyamán nyomó alakváltozást, nyomó erőt és nyomó feszültséget alkalmazok. Ilyen értelemben az alakváltozás akkor pozitív előjelű, ha a próbatest fizikai mérete csökken, a feszültség nyomás esetén pozitív előjelű, továbbá egy erő akkor pozitív előjelű, ha pozitív nyomó feszültséget hoz létre. Ezeknek értelmében az alakváltozási sebesség számítása a következőképp történik:

$$\dot{\epsilon} = \frac{v_k}{L_0}, \quad (4.1)$$

ahol v_k a vizsgálat közben a keresztfej sebessége.

A próbatestek 100% kitöltéssel készültek, azaz nem tartalmaznak 3.2 ábrán látható geometriai kitöltési elemeket. A próbatestek nyomtatásánál a 3. fejezetben leírtak szerint jártam el, tehát a nyomtatás zárt, kontrollált kabinhőmérsékletben zajlott (33°C). Az elkészült próbadarabok relatív sűrűségét továbbá ellenőriztem a próbadarabok súlya (precíziós, Domo DO9096W mérleg segítségével) és geometriai méretei alapján. A nyomómérés paramétereit a 4.1 táblázat foglalja össze. A méréseket INSTRON 3345



4.1. ábra. A nyomtatott próbatestek alakja, méretei

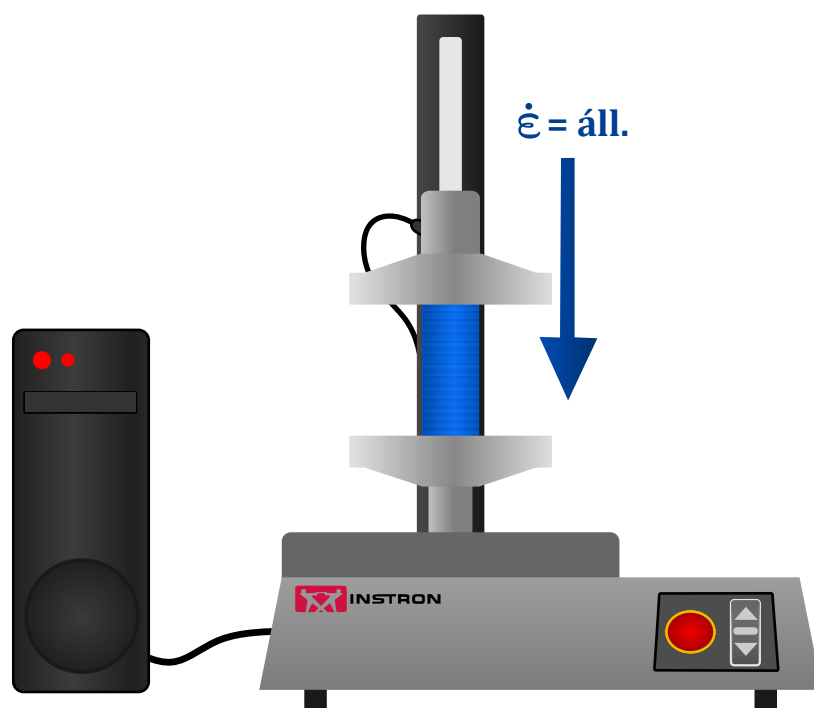
mérőrendszeren végeztem, amely erőmérő cellájának maximális terhelhetősége 5 kN. A mérés elrendezését a 4.2 ábra mutatja. A mérés minden relatív sűrűséghez három próbatesten lett elvégezve, továbbá egy próbatesten mérés egyszer lett elvégezve. Szükséges

4.1. táblázat. Nyomóvizsgálat paramétereit

$\dot{\epsilon}$ [min^{-1}]	F_{max} [N]	ΔL_{max} [mm]
$\frac{1}{3}$	4800	26

4.2. táblázat. Nyomó próbatestek paramétereit

LW-PLA				Varioshore TPU			
$\frac{\rho^*}{\rho_s}$ [1]	L_0 [mm]	D_0 [mm]	m [g]	$\frac{\rho^*}{\rho_s}$ [1]	L_0 [mm]	D_0 [mm]	m [g]
1	30	15	6.29	1	30	15	6.27
0.9			5.69	0.9			5.71
0.8			5.08	0.8			5.12
0.7			4.41	0.7			4.44
0.6			3.80	0.6			3.80
0.5			3.19	0.5			3.18
0.45			2.85	0.45			2.86

**4.2. ábra.** INSTRON mérőrendszer és a nyomómérés elrendezése

volt továbbá elvégezni LW-PLA esetén a mérést kisebb keresztmetszetű próbatestekkel is, ugyanis a gép maximális terhelését több esetben is elérték a vizsgálatok, így a valós viselkedésről nem adott képet a mérés ($\frac{\rho^*}{\rho_s} \geq 0.7$ esetén). Ezen próbatestek paramétereit a 4.3 táblázat mutatja.

4.3. táblázat. LW-PLA másodlagos próbatestek paraméterei

LW-PLA			
$\frac{\rho^*}{\rho_s}$ [1]	L_0 [mm]	D_0 [mm]	m [g]
1	20	10	1.86
0.9			1.74
0.8			1.53
0.7			1.35
0.6			1.13
0.5			0.94
0.45			0.88

4.3. Mérési adatok feldolgozása

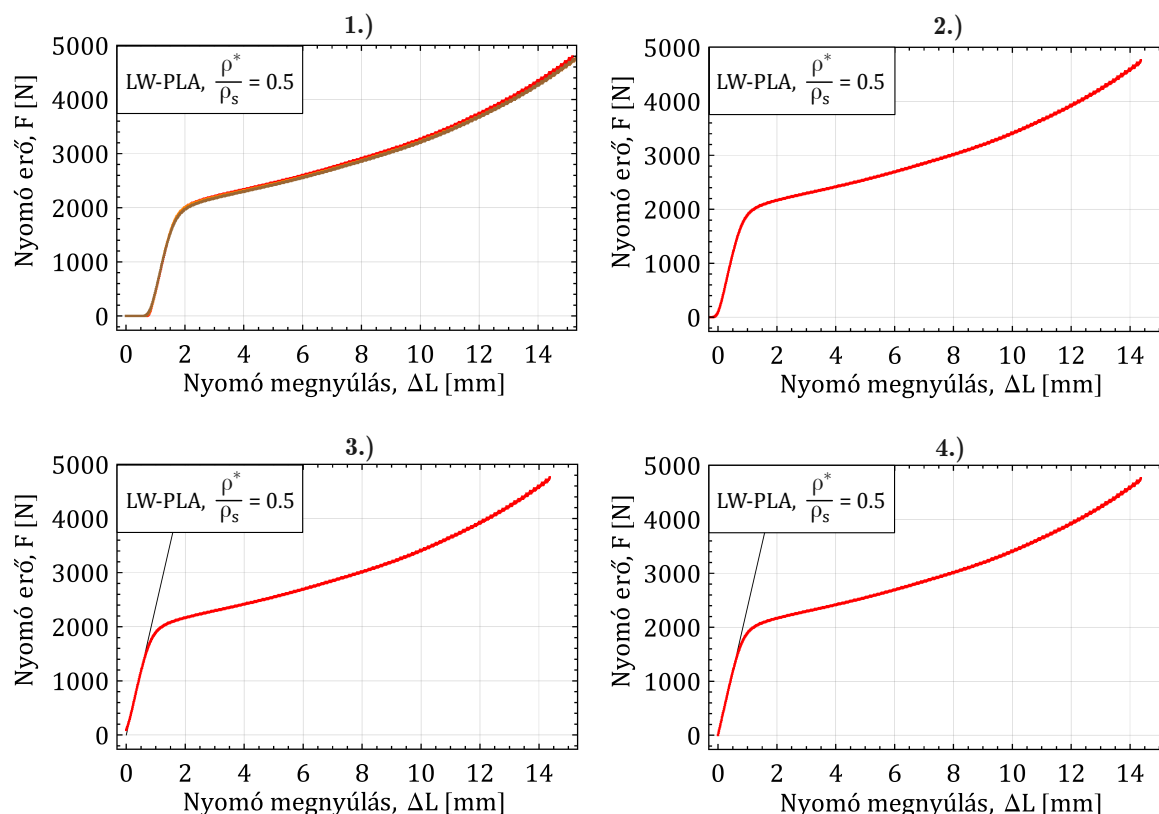
A mérések elvégzése után kapott nyers mérési adatok további feldolgozást igényelnek. Ennek oka a kezdeti felfutás eltávolítása, a hibás mérések (szembetűnően kiugró értékek) elhanyagolása és a mérési eredmények átlagolása. Ezt a feladatot Wolfram Mathematicában algoritmizáltam. A feldolgozás Wolfram Mathematica kódja a G mellékletben található. A felfutást - a kezdeti, lineárisan rugalmas tulajdonságok feltételezésével - egyenes illesztésével távolítottam el. A feldolgozásnak a folyamatát a 4.3 ábra mutatja. Az így kapott adathalmaz sűrűségét továbbá célszerű ritkítani, ugyanis a mérés mintavételezési sűrűsége a későbbiekben az illesztést jelentősen meghosszabbítaná.

A mérési adatokból számos megállapítást lehet tenni. Elsődlegesen Gibson által bevezetett [2], három, habokra jellemző tartományt lehet felismerni rajtuk (4.4 ábra).

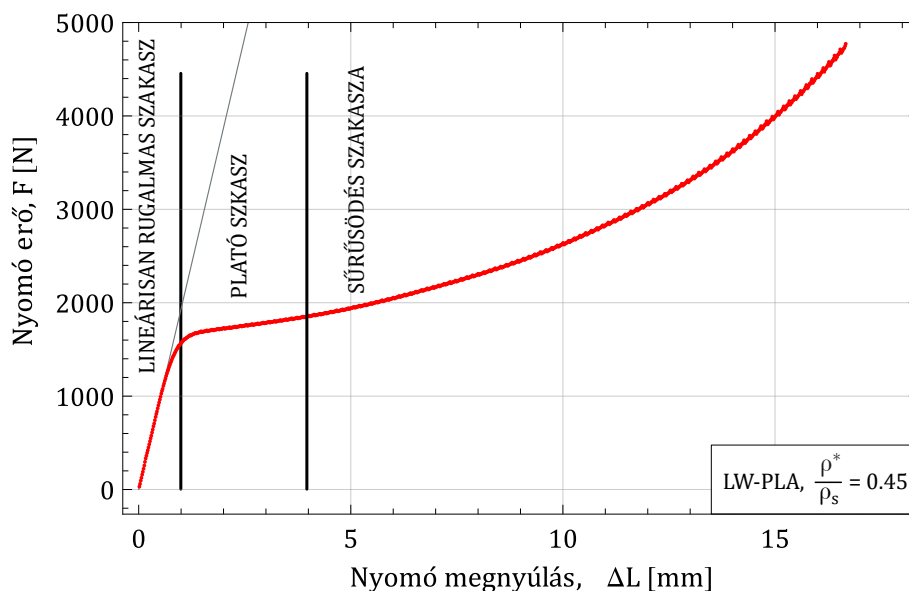
1. Lineárisan rugalmas szakasz (domain of linear elasticity). Az anyag ebben a tartományban a Hooke-törvény szerint viselkedik.
2. Plató szakasz (plateau region). A mátrixanyagtól függően az cellafalak kihajlanak, képlékenyen alakváltoznak, vagy összetörnek. Különböző tényezőktől függően (morfológia, anyag, nyomás) ez a szakasz konstans feszültség értékű.
3. Sűrűsödési szakasz (densification). A különböző tönkremeneteli módok miatt a cellafalak összeérnek, a hab sűrűsödni kezd, így egy keményedő folyamat érzékelhető makroszkopikusan.

Fontos megjegyezni, hogy a plató és a sűrűsödést szakaszát csak a dolgozatban szereplő haboknál jóval kisebb relatív sűrűségnél lehet könnyen, szemmel láthatóan elhatárolni. A pontos helyét a modell illesztése során kapott értékekből lehet majd meghatározni.

Érdekes jelenséget lehet továbbá látni LW-PLA esetén, ha ráközelítünk a plató és a sűrűsödés szakaszára (4.5 ábra). A feszültség-alakváltozási görbe an előforduló csúcso-



4.3. ábra. A feldolgozás menete. 1.) Három mérés nyers adata, 2.) Mérési pontok seregének átlagolása, origóba illesztése, 3.) Egyenes illesztése, segítségével a felfutás el-tüntetése, 4.) Felfutás helyettesítése az illesztett egyenes segítségével



4.4. ábra. Gibson által bevezetett, habokra értelmezett szakaszok

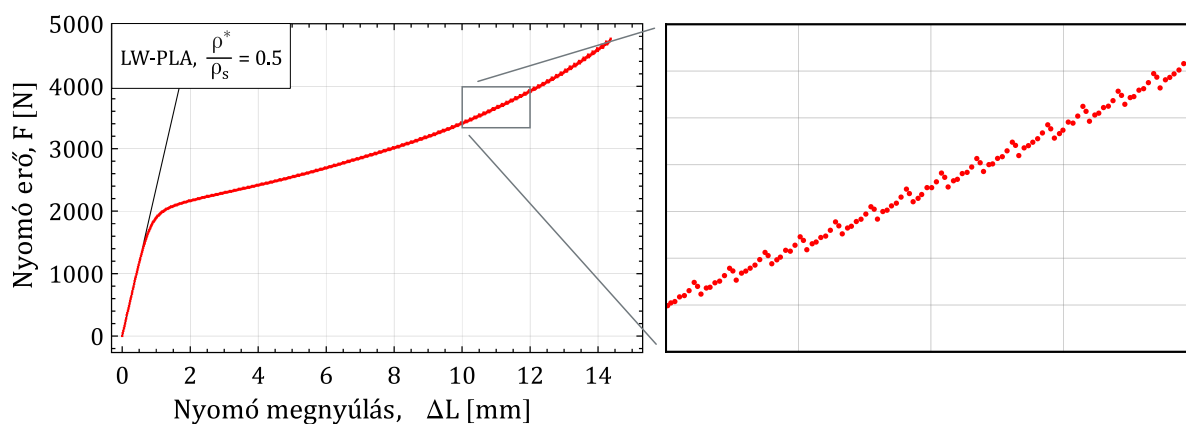
kat tartalmaz. Ez a jelenség kizárólag ennél a vizsgált anyagnál áll fenn, tehát mérési pontatlanságtól el lehet tekinteni. A jelenség a cellák falainak képlékeny és/vagy - ahogy az anyag húzóvizsgálatnál megfigyelhető - rideg, egymás utáni tönkremeneteléből adódik.

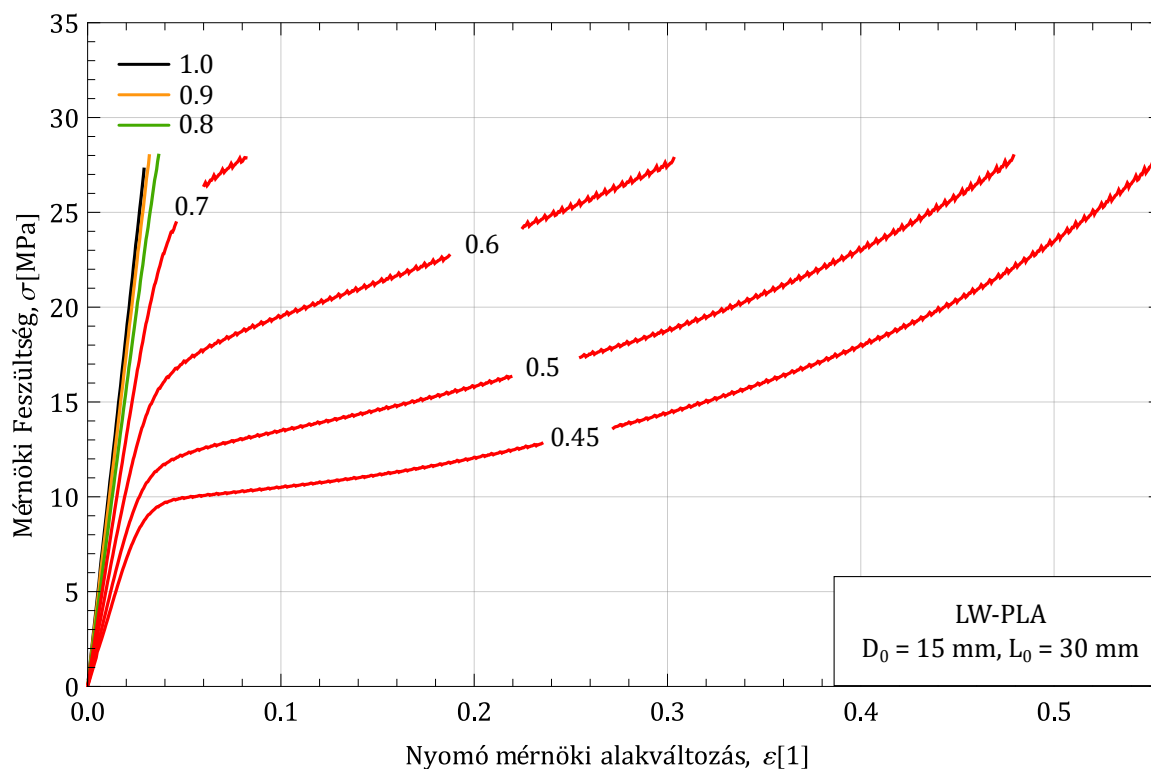
4.4. táblázat. Maradó alakváltozás nyomó próbatesteken 24 óra eltelével

Próbatest: $D_0 = 15$ mm, $L_0 = 30$ mm					
LW-PLA			Varioshore TPU		
$\frac{\rho^*}{\rho_s}$ [1]	L_0 [mm]	L_{u24h} [mm]	$\frac{\rho^*}{\rho_s}$ [1]	L_0 [mm]	L_{u24h} [mm]
1	30	30	1	30	28.40
0.9		29.88	0.9		28.19
0.8		29.84	0.8		27.45
0.7		28.85	0.7		26.54
0.6		22.45	0.6		26.20
0.5		17.70	0.5		22.85
0.45		15.48	0.45		21.15

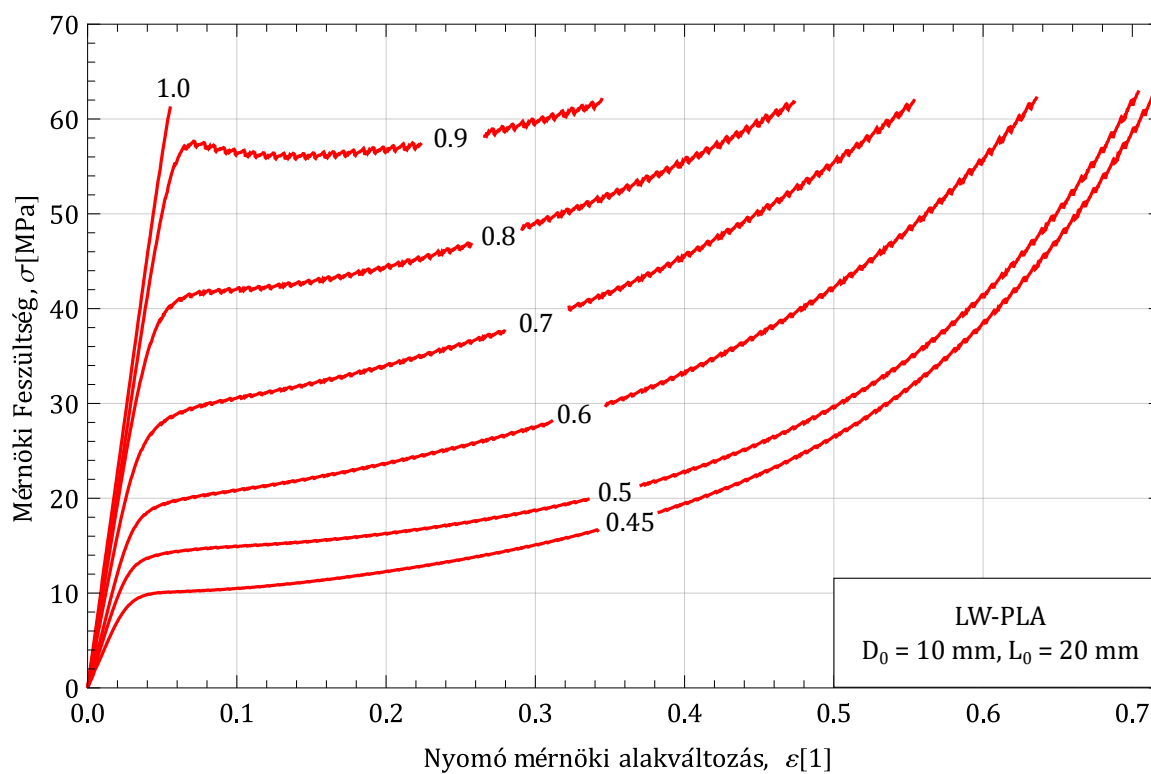
Alátámasztja ezt az elméletet a nagymértékű maradó alakváltozás (4.4 táblázat).

A feldolgozott mérési adatok diagramon ábrázolva, anyagonként és próbatest méreténként különvéve, a 4.6 - 4.8 ábrákon láthatóak. A modellek illesztésére ezen adatsorok segítségével kerül sor.

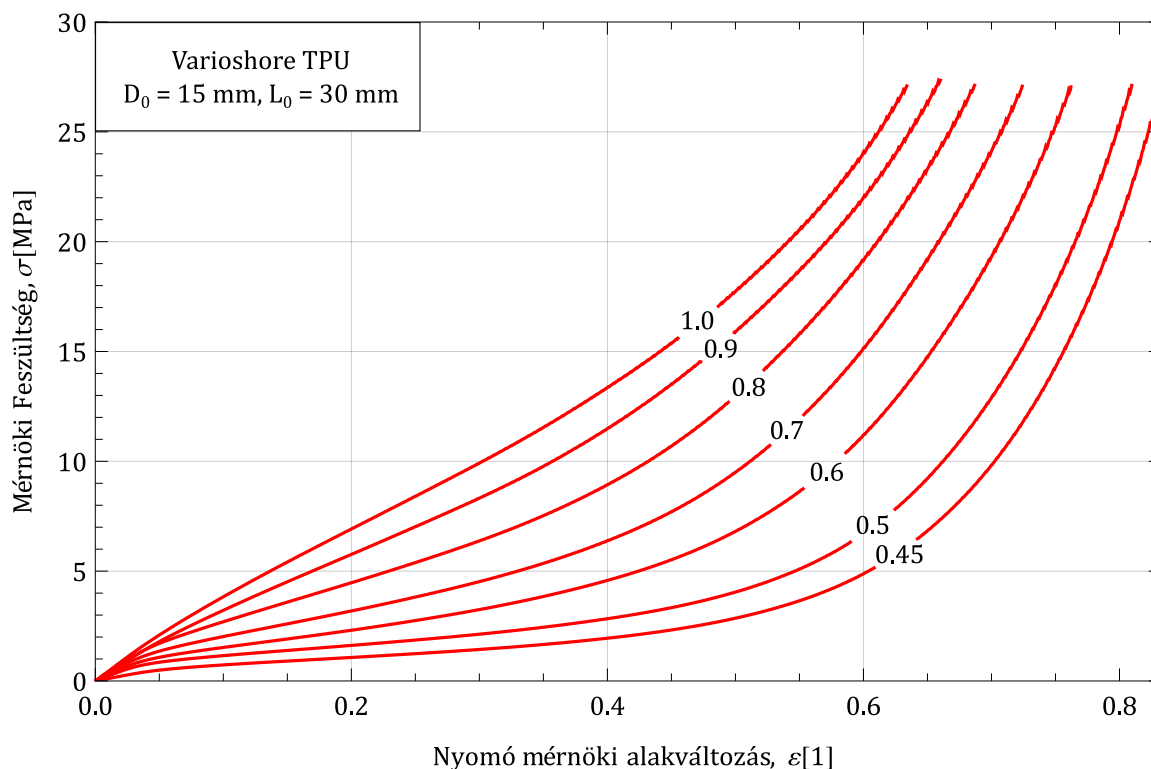
**4.5. ábra.** LW-PLA periodikus csúcsok



4.6. ábra. LW-PLA feszültség-alakváltozási görbék mérési eredmények alapján. A görbék jelölései: $\frac{\rho^*}{\rho_s}$



4.7. ábra. LW-PLA feszültség-alakváltozási görbék mérési eredmények alapján. A görbék jelölései: $\frac{\rho^*}{\rho_s}$



4.8. ábra. Varioshore TPU feszültség-alakváltozási görbék mérési eredmények alapján. A görbék jelölései: $\frac{\rho^*}{\rho_s}$

4.4. Illesztés

A modellek (tágabb értelemben véve görbék) illesztésének célja, hogy a meglévő mérési pontokra a kiválasztott modellt úgy illesszük, hogy az a céljainknak legjobban megfeleljen. Számos modellel kellő pontosság elérhető a vizsgált tartományban, így általánosan egy adathalmazra nem lehet definiálni "legjobban" illeszkedő modellt, de még meghatározott követelmények mellett is nehéz "legjobbat" meghatározni. Célszerű a modellezés során meghatározni egy tartományt, ahol a modelltől a legnagyobb pontosságot várjuk el. Ilyenkor az alkalmazás szempontjából irreleváns részekben a modell ugyan pontatlan lehet, viszont kellő pontosság elérhető a vizsgált tartományban. Ennek eszköze a hibafüggvény tudatos megválasztása. Szükségszerű továbbá, hogy a modellezés olyan mérési eredmények alapján történjen, ahol az alkalmazástól várható feszültségi állapot közel esik a méréséhez. A terhelésekre adott valós anyagi válasz jelentősen különbözhet a mechanikai modell által előrejelzettől, amennyiben a feszültségi állapot jelentősen eltér a modellezés során alkalmazott mérésétől. Ennek következtében az illesztett modellek egytengelyű nyomáshoz hasonló feszültségi állapot esetén alkalmazhatóak kellő biztonsággal.

A modellek illesztése egy skalárértékű hibafüggvény definiálásból és annak minimalizálásából áll. A hibafüggvény kiválasztása a modelltől elvárt követelmények szerint történik. A dolgozatban a következő általánosan alkalmazott hibafüggvények lesznek felhasználva:

HIBÁK NÉGYZETÖSSZEGE (SSD):

$$E_{SSD} = \sum_{i=1}^n (\sigma_i^{\text{mért}} - \sigma^{fgv}(\varepsilon_i^{\text{mért}}))^2, \quad (4.2)$$

NORMALIZÁLT HIBÁK NÉGYZETÖSSZEGE (NSSD):

$$E_{NSSD} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\sigma_i^{\text{mért}} - \sigma^{fgv}(\varepsilon_i^{\text{mért}}))^2, \quad (4.3)$$

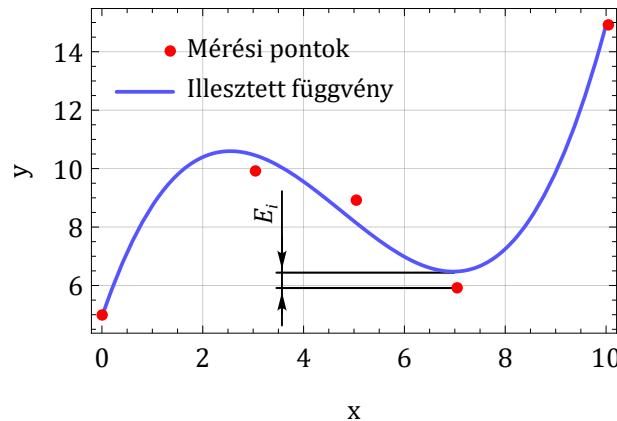
RELATÍV HIBÁK NÉGYZETÖSSZEGE (SSRD):

$$E_{SSRD} = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\sigma_i^{\text{mért}} - \sigma^{fgv}(\varepsilon_i^{\text{mért}})}{\sigma_i^{\text{mért}}} \right)^2, \quad (4.4)$$

NORMALIZÁLT RELATÍV HIBÁK NÉGYZETÖSSZEGE (NSSRD):

$$E_{NSSRD} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left(\frac{\sigma_i^{\text{mért}} - \sigma^{fgv}(\varepsilon_i^{\text{mért}})}{\sigma_i^{\text{mért}}} \right)^2, \quad (4.5)$$

ahol E a hibafüggvényt jelöli és n a mérési pontok számát.



4.9. ábra. A görbeillesztés elemi hibájának értelmezése

Nagyon fontos jelentőséggel bír, különösen ennek a technológiának az esetében, hogy a modellek alkalmazásánál a relatív sűrűséget figyelembe tudjuk venni. Ennek következtében a modellekre úgy kell definiálni a hibafüggvényeket, hogy azok a mérés során készített valamennyi relatív sűrűség értéknél felvett adathalmazra való illést reprezentálják. Ennek a módszernek az alkalmazásához célszerű normalizált hibafüggvényeket alkalmazni különböző hosszúságú adatsorok esetén, mivel a rövidebb adatsorok (pl.: 4.7 ábra, $\frac{\rho^*}{\rho_s} = 1$ és 0.45 ponthalmaz egymáshoz vett nagysága) így egyenlő súlyozással lesznek figyelembe véve. Amennyiben egy modellt egyszerre egy mérési ponthalmazra szeretnénk illeszteni, a normalizált hibafüggvény alkalmazásának nincs jelentősége.

Relatív hibafüggvények alkalmazása különösen akkor fontos, amikor alacsony feszültség értékeknél fontos a modell pontossága és/vagy magas feszültség értékeknél a feszültség

jelentős ütemben nő. Ilyenkor relatív hibafüggvények előnyösebb illesztést tehetnek lehetővé.

Amennyiben egy bizonyos hibafüggvényt alkalmazunk azonos elemszámú adatsorokra történő illesztéshez, a hibafüggvény megtalált minimum értéke alkalmas az illesztések minőségének összehasonlítására. Amennyiben az adatsorok hossza vagy az illesztés hibafüggvénye különbözik, egy egységes mérőszámra van szükség, amely megmutatja az illesztés minőségét. Erre a célra a determinációs együtthatót (R^2) alkalmazom, amely a következőképpen van definiálva:

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n \left(\sigma_i^{\text{mért}} - \sigma^{fgv}(\varepsilon_i) \right)^2}{\sum_{i=1}^n \left(\sigma_i^{\text{mért}} - \bar{\sigma}^{\text{mért}} \right)^2}. \quad (4.6)$$

Mindezek után egy tetszőleges függvényre elvégezhető az illesztés, melynek lényege az alkalmazott hibafüggvény minimalizálása. Ilyenkor a modell paramétereitől függő hibafüggvény globális minimumának való megkeresése a cél. Annak következtében, hogy az így kapott függvények rendkívül bonyolultak és instabilak tudnak lenni, analitikus megoldása rendszerint nem lehetséges. Különböző szélsőérték keresési algoritmusok [17] alkalmazása a kézenfekvő módszer. Wolfram Mathematica *NMinimize[]* függvényét alkalmaztam, amely dinamikusan, problémától függően a rendelkezésre álló algoritmusok közül az optimálisat alkalmazza. Az algoritmusnak rendszerint "*RandomSearch*" volt kiválasztva, így elkerülve a minimalizálás lokális szélsőértékeken történő "megakadását". (Különböző illesztési programok a I mellékletben találhatóak.) A függvény lehetőséget ad feltételes szélsőérték keresésre, így fizikai tartalommal bíró paraméterek fizikailag lehetséges tartományra szűkíthetők. Például jelölje χ paraméter egy elemi cella falában található mátrixanyag térfogatának és az elemi cella térfogatának hányadosát. Ekkor $\forall \chi \in (0, 1]^7$.

⁷alulról zárt halmaz, mivel amennyiben a hab nem tartalmaz mátrixanyagot, értelmezésem szerint nem beszélhetünk habról.

5. A vizsgált anyagok modellezése

5.1. LW-PLA modellezése

5.1.1. Gibson modell

L. J. Gibson és M. F. Ashby újszerű módszereit, eredményeit [2] a habok terén széles körben alkalmazzák, a tudományterület alapművének tekinthető. Ezért szükségesnek gondoltam a modell illesztését a mérési adatokhoz. A modell származtatása elméleti úton történik, ahol számos lépésben, mérésekkel támasztotta alá eredményeit. A modell mikro-mechanikai modell, tehát a kapott összefüggéseket alkotó paraméterek fizikai tartalommal rendelkeznek. A modell alapfelvetését, elemi celláját az 5.1 ábra mutatja. A modell az elemi cellát köbös szerkezetűnek feltételezi, zárt cella esetén pedig a falait hártáival modellezi. A cella méretét nyílt cellájú habra t , míg zárt cellájú habra t_e élvastagsággal, t_f falvastagsággal és l cellamérettel paraméterezi. A cellák paraméterei a relatív sűrűséggel zárt cella esetén a következőképp hozhatók összefüggésbe:

$$\frac{\rho^*}{\rho_s} = \frac{f}{C_4} \left(\frac{\bar{n}}{2Z_f} \frac{t_e^2}{l^2} + \frac{1}{2} \frac{t_f}{l} \right), \quad (5.1)$$

ahol Z_f , f és $\bar{n}$ cella geometriára jellemző paraméterek ([2], Chapter 2), C_4 paraméter, továbbá a legtöbb habra: $Z_f = 3$, $\bar{n} \approx 5$, $f \approx 14$, $C_4 \approx 10$, tehát jó becsléssel:

$$\frac{\rho^*}{\rho_s} = 1.2 \left(\frac{t_e^2}{l^2} + 0.7 \frac{t_f}{l} \right). \quad (5.2)$$

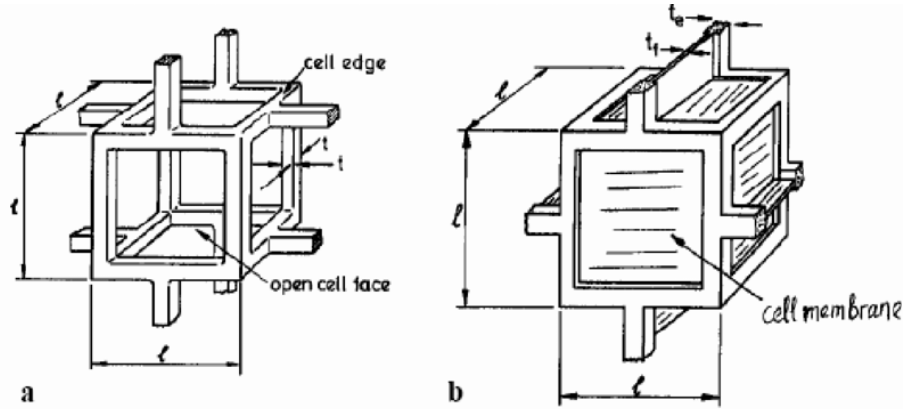
Továbbá:

$$\frac{t_f}{l} = 1.4(1 - \phi) \frac{\rho^*}{\rho_s}, \quad (5.3)$$

ahol ϕ a cella élében és a falaiban található mátrixanyag mennyiségének hányadosa (ebből következően $\phi \in (0, 1]$):

$$\phi = \frac{t_e^2}{t_e^2 + \frac{Z_f}{\bar{n}} t_f l}. \quad (5.4)$$

t_e , t_f és l paraméter meghatározása a cella geometriájának vizsgálatával lehetséges, viszont ez rendkívül bonyolult volna magas relatív sűrűségekre, így pontos értéke az illesztés során lesz meghatározva. F. Saint-Michel munkájában[18], ahol magas relatív sűrűségű poliuretán habok mechanikai tulajdonságait vizsgálta, ϕ paraméter értékére $\frac{\rho^*}{\rho_s} = 0.33 - 0.85$ tartományban, 0.79 és 0.89 közötti értékeket kapott, így jelen dolgozat illesztésétől is hasonló eredmények lesznek elvárhatóak morfológiai hasonlóságra hivatkozva. Az eddigi összefüggések pontos kapcsolatot teremtenek egy bizonyos hab relatív sűrűsége és a geometriája között. Fontos továbbá megjegyezni, hogy ezeket a kapcsolatot biztosító paramétereket (például ϕ) nem befolyásolja a relatív sűrűség (legalábbis a jelen vizsgált tartományban).



5.1. ábra. A gibson modell elemi cellája a) nyitott cellájú hab, b) zárt cellájú hab esetére.
Forrás: [2]

Amint az a 4.4 ábra szemlélteti, Gibson a feszültség-alakváltozási viselkedést 3 szakaszra bontotta. Ennek fényében a feszültség-alakváltozást 3 különböző összefüggés írja le [19]:

$$\sigma^*(\varepsilon) = E^* \varepsilon, \quad \varepsilon < \varepsilon_y, \quad (5.5)$$

$$\sigma^*(\varepsilon) = \sigma_y, \quad \varepsilon_y \leq \varepsilon \leq \varepsilon_D \left(1 - \frac{1}{\sqrt[m]{D}}\right), \quad (5.6)$$

$$\sigma^*(\varepsilon) = \frac{\sigma_y}{D} \left(\frac{\varepsilon_D}{\varepsilon_D - \varepsilon}\right)^m, \quad \varepsilon_D \left(1 - \frac{1}{\sqrt[m]{D}}\right) < \varepsilon, \quad (5.7)$$

ahol E^* a hab látszólagos rugalmassági modulusa, σ_y a platófeszültség, ε_D a sűrűsödésre jellemző alakváltozás, továbbá D és m anyagjellemző paraméterek. Érdeemes hangsúlyozni, hogy a modell szerint a plató konstans feszültségérték. Ezt a teljesen azonos méretű cellák feltételezéséből van származtatva, azaz a kihajlás vagy képlékeny alakváltozás éppen ugyan akkor, σ_y feszültségen megy végbe az összes cellában. E^* , σ_y és ε_D sűrűségfüggő paraméterek. Az egyszerűség érdekében $\frac{\rho^*}{\rho_s} \equiv \rho_r$ jelöléssel élve:

$$E^*(\rho_r) = E_s \left(C_1 \phi^2 \rho_r^2 + C_2 (1 - \phi) \rho_r \right) + \frac{p_0 (1 - 2\nu^*)}{1 - \rho_r}, \quad (5.8)$$

ahol C_1 és C_2 illesztési paraméterek, p_0 a cellákban uralkodó nyomás, ν^* pedig a hab látszólagos Poisson-tényezője. Mivel a cellák nyomása - a technológia során alkalmazott lassú hűtés miatt - a légköri nyomást megközelíti, hatása elenyésző, így biztonsággal elhanyagolható, azaz:

$$E^*(\rho_r) = E_s \left(C_1 \phi^2 \rho_r^2 + C_2 (1 - \phi) \rho_r \right). \quad (5.9)$$

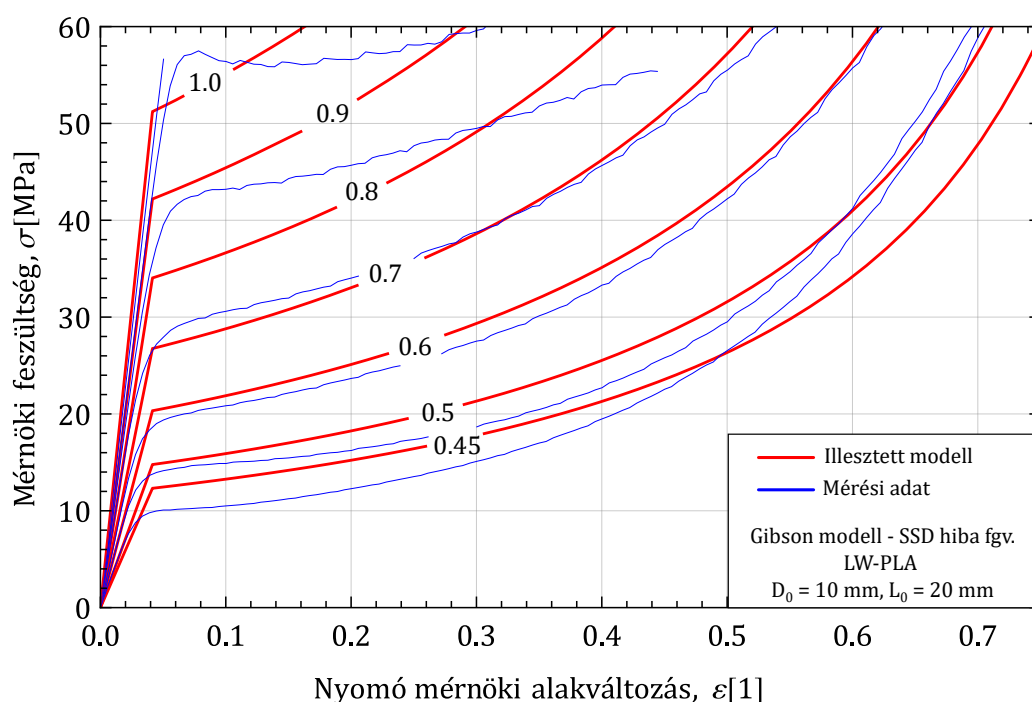
Továbbá:

$$\sigma_y(\rho_r) = C_3 (\phi \rho_r)^{3/2} + C_4 (1 - \phi) \rho_r, \quad (5.10)$$

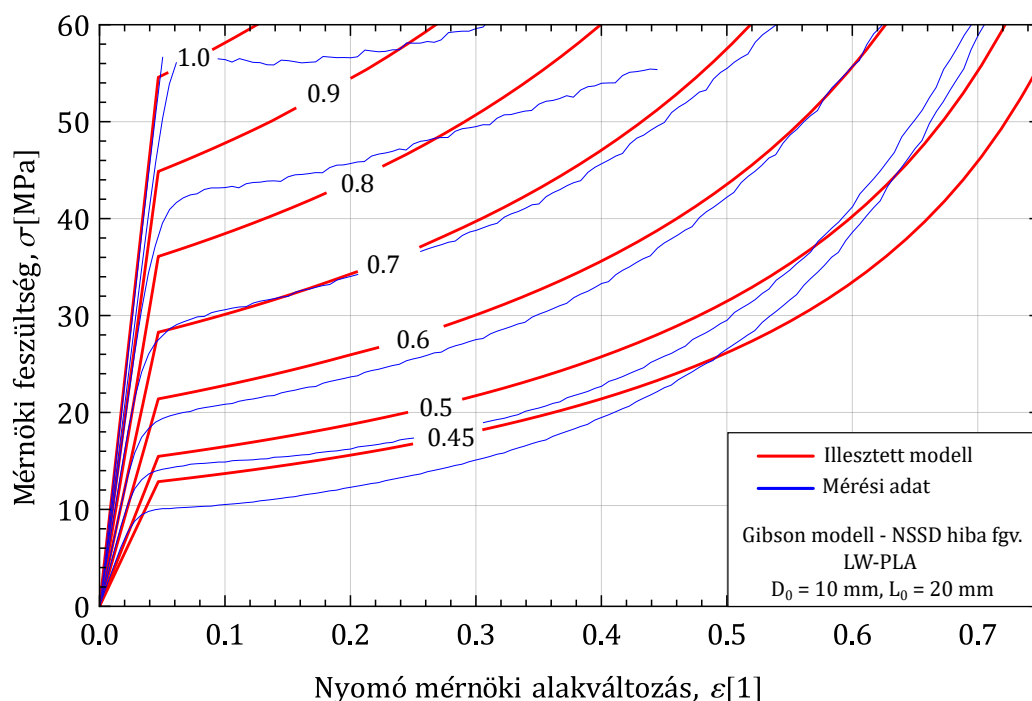
$$\varepsilon_D(\rho_r) = 1 - C_D \rho_r, \quad (5.11)$$

ahol C_3 , C_4 és C_D illesztési paraméterek. Gibson C_D paraméter helyett általánosságban 1.4 értéket javasol, azonban ennek származtatása nem tisztán a mikroszerkezetből levont

következtetésekből ered. Empirikus meghatározása révén helyettesíthető C_D illesztési paraméterrel.



5.2. ábra. Gibson modell illesztése SSD (Hibák négyzetösszege) hibafüggvénnyel



5.3. ábra. Gibson modell illesztése NSSD (Hibák négyzetösszege) hibafüggvénnyel

Abból a megfontolásból, hogy a mért eredményeken nem fedezhető fel a plató szakasz,

a modellből eltávolítható a plató szakasz:

$$\sigma^*(\varepsilon) = E^* \varepsilon, \quad \varepsilon \leq \varepsilon_y, \quad (5.12)$$

$$\sigma^*(\varepsilon) = \frac{\sigma_y}{D} \left(\frac{\varepsilon_D}{\varepsilon_D - \varepsilon} \right)^m, \quad \varepsilon_y < \varepsilon, \quad (5.13)$$

ahol ε_y a képlékeny alakváltozás kezdetét jelző alakváltozási érték, ami kifejezhető a két görbe metszéspontjából:

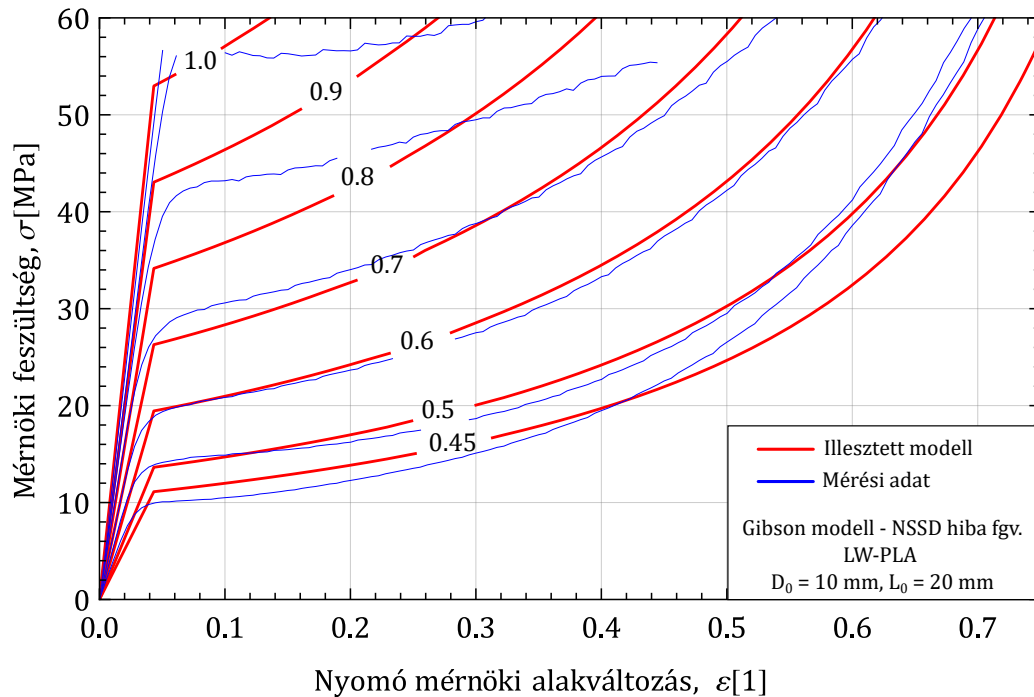
$$\varepsilon_y = \varepsilon_D \left(1 - \frac{1}{\sqrt[m]{D}} \right). \quad (5.14)$$

Ennek az egyszerűsítésnek következtében az illesztendő paraméterek száma lecsökken: C_1 , C_2 , C_D , D , m és ϕ paraméterek illesztésére van szükség. Az így illesztett modell az 5.2 - 5.4 ábrákon látható.

Az illesztés Wolfram Mathematica kódját a H melléklet tartalmazza.

5.1. táblázat. Gibson modell illesztési paraméterei

Gibson modell, LW-PLA							
Próbatest: $D_0 = 10$ mm, $L_0 = 20$ mm							
E	C_1	C_2	C_D	D	m	ϕ	$\overline{R^2}$
SSD	1.35091	1.58241	-0.223722	1.04956	1.4	0.872892	0.927576
NSSD	1.31617	1.16037	-0.299051	1.05539	1.4	0.798892	0.93567
NSSRD	1.19803	1.17961	-0.189049	1.05616	1.4	0.932895	0.927003



5.4. ábra. Gibson modell illesztése NSSRD (Hibák négyzetösszege) hibafüggvénnyel

Fontos megjegyezni, hogy a plató szakasza olyan illesztés során is eltűnik, amelyben a plató is illesztve van. Ez jellemző viselkedés magasabb relatív sűrűségű habokra. Általánosan elmondható, hogy a modell nem illik jól a mérési adatokra (ld. átlagos determinációs együttható, 5.1 táblázat). Amíg egyes relatív sűrűségeknél a modell jól illeszthető a mérési pontokra, addig a relatív sűrűséggel fellépő kapcsolatot ebben az esetben helytelenül - vagy legalábbis kielégítő pontosság nélkül - írja le.

5.1.2. Liu modell

A modellt Q. Liu, G. Subhash és X.-L. Gao javasolta polimer habok leírására [20]. Egy fenomenológiai modell, amely a teljes alakváltozási tartományt egyetlen függvénnyel írja le:

$$\sigma^*(\varepsilon) = A \frac{e^{\alpha\varepsilon} - 1}{B + e^{\beta\varepsilon}} + e^C (e^{\gamma\varepsilon} - 1), \quad (5.15)$$

ahol A , B , α , β , C és γ illesztési paraméterek. Fontos megjegyezni, hogy Q. Liu munkájában térfogati alakváltozás függvényében ábrázolja a feszültséget és a modellt is térfogati alakváltozásra alkalmazza. Erre, a haboknak (kifejezetten alacsony relatív sűrűségűeknek) nyomó terhelésre a fokozott kihajlásra való hajlama az ok, amelyet zárt térben való nyomóvizsgálattal véd ki [21]. Mivel a vizsgált próbadarabok nem hajlottak ki, ennek bevezetése bizonytalanságokat vitt volna a mérésbe⁸. A modell fenomenológiai származtatása lehetőséget ad mérnöki alakváltozás függvényében való vizsgálatra.

A modell jelentős előnye, hogy a paraméterek fizikailag megfogható változásokat idéznek elő a modellben. A paraméter a plató feszültség nagyságát fejezi ki, B paraméter a húzó folyáshatárt fejezi ki. A szerző ennek értékét 1-nek javasolja. $\alpha > \beta$ a plató szakasz keményedő jellegére utal, míg $\alpha < \beta$ lágyuló jelleget mutat. C és γ paraméter a sűrűsödés jellegét írja le.

Megállapította továbbá Q. Liu a paraméterek relatív sűrűség-függését, amely a következőképp néz ki:

$$A(\rho_r) = k\rho_r^m, \quad (5.16)$$

$$\alpha(\rho_r) = \frac{a_\alpha}{1 + b_\alpha \rho_r^{c_\alpha}}, \quad (5.17)$$

$$\beta(\rho_r) = \frac{a_\beta}{1 + b_\beta \rho_r^{c_\beta}}, \quad (5.18)$$

$$C(\rho_r) = k_1 + k_2 \rho_r, \quad (5.19)$$

$$\gamma(\rho_r) = n(1 - \rho_r/\rho_{max}), \quad (5.20)$$

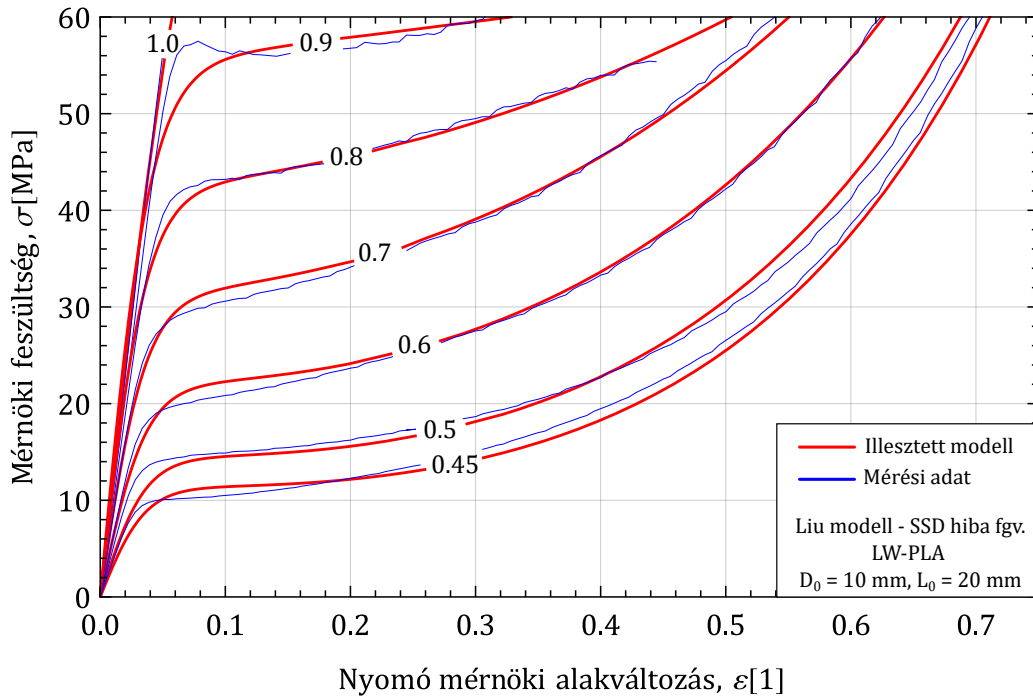
ahol k , m , a_i , b_i , c_i , k_1 , k_2 , n paraméter, ρ_{max} pedig az a maximális relatív sűrűség, ahol a hab a jellemző plató-sűrűsödés szakaszt még éppen mutatja. A tapasztaltok és a szerző

⁸a hengeres próbatesteket hengeres furatban terhelte nyomásra, így a henger palástfelületén - a kenőanyagok ellenére- jelentős súrlódás ébredt

ajánlása alapján $\rho_{max} = 0.9$. Ezek után 5.15 egyenlet a relatív sűrűség függvényében a következőképp írható fel:

$$\sigma^*(\varepsilon, \rho_r) = A(\rho_r) \frac{e^{\alpha(\rho_r)\varepsilon} - 1}{1 + e^{\beta(\rho_r)\varepsilon}} + e^{C(\rho_r)}(e^{\gamma(\rho_r)\varepsilon} - 1), \quad (5.21)$$

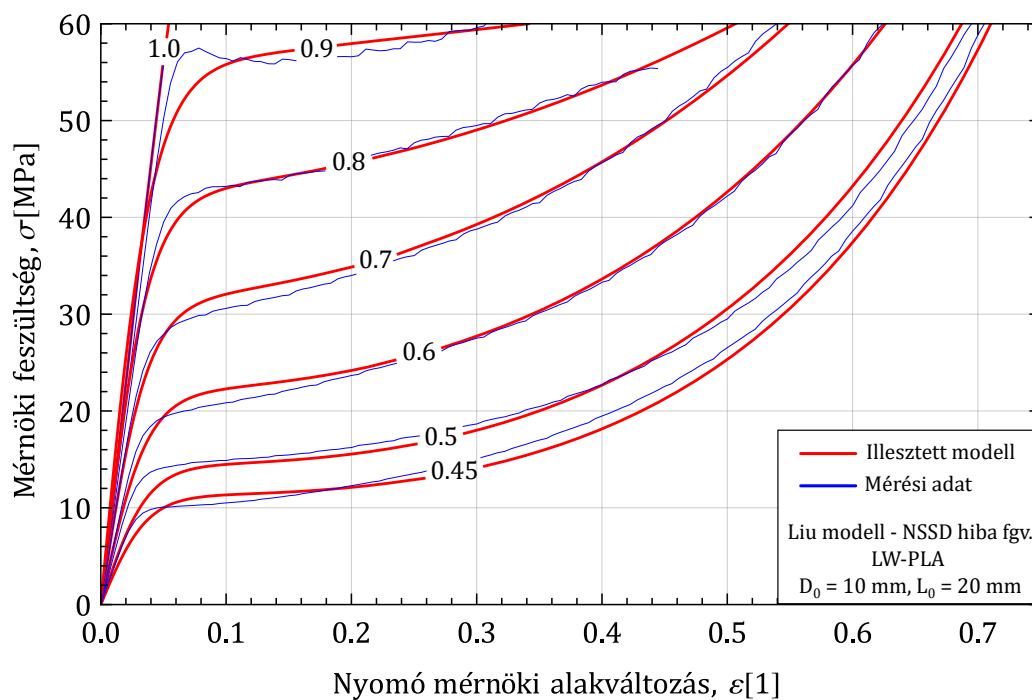
A modell illesztési paramétereinek száma - amennyiben a relatív sűrűség függést figyelembe szeretnénk venni - 11-re nő. Az illesztés Wolfram Mathematica kódját az I melléklet tartalmazza. 5.5-5.7 ábrákon látható az illesztett modell három különböző hibafüggvény esetére, továbbá paramétereik értékét a 5.2 táblázat tartalmazza.



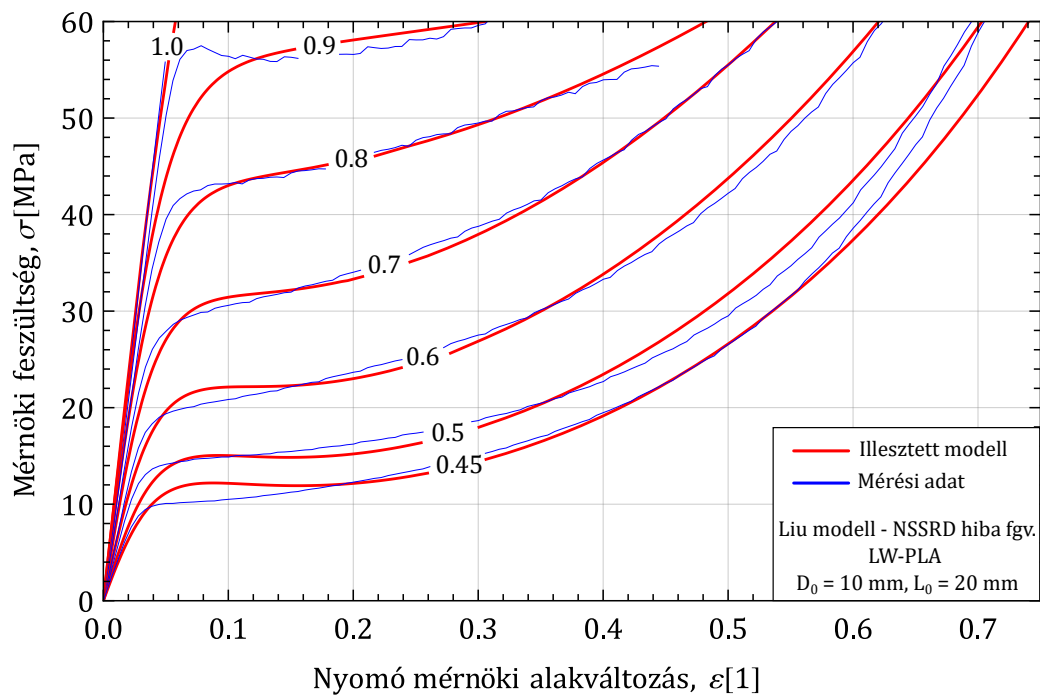
5.5. ábra. Liu modell illesztése SSD (Hibák négyzetösszege) hibafüggvénnyel

5.2. táblázat. Liu modell illesztési paramétere különböző hibafüggvényekkel

Liu modell, LW-PLA, illesztési paraméterek						
Próbatest: $D_0 = 10$ mm, $L_0 = 20$ mm						
E	a_α	b_α	c_α	a_β	b_β	c_β
SSD	52.9419	0.204395	15.3221	54.3682	0.423311	16.4764
NSSD	51.8321	0.260749	18.5653	53.1824	0.562882	19.9065
NSSRD	42.7686	-0.0604137	184.613	47.3612	0.21645	5.98011
E	k	m	k_1	k_2	n	$\bar{R}^2$
SSD	69.1658	2.21754	-3.35034	9.1937	9.20139	0.992879
NSSD	69.8876	2.23983	-3.47701	9.31353	9.39832	0.993215
NSSRD	66.2256	1.811519	-1.63658	7.95121	6.08887	0.98776



5.6. ábra. Liu modell illesztése NSSD (Normalizált hibák négyzetösszege) hibafüggvénnyel



5.7. ábra. Liu modell illesztése NSSRD (Normalizált relatív hibák négyzetösszege) hibafüggvénnyel

5.2. Varioshore TPU modellezése

5.2.1. Rusch modell

K. C. Rusch fenomenológia modelljét 1970-ben [22, 23] javasolta polimer habok leírására. Az egyszerű Hooke-törvényt módosítja egy függvénnyel, így éri el a a habokra jellemző viselkedés leírását.

$$\sigma^*(\varepsilon) = \varepsilon E^* \psi(\varepsilon). \quad (5.22)$$

$\psi(\varepsilon)$ függvényre a következőt javasolja:

$$\psi(\varepsilon) = m\varepsilon^{-h} + r\varepsilon^s, \quad (5.23)$$

ahol m , h , r és s illesztési paraméterek. Visszahelyettesítve 5.22 egyenletbe:

$$\sigma^*(\varepsilon) = \varepsilon E^* m \varepsilon^{-h} + r \varepsilon^s = E^* m \varepsilon^{1-h} + E^* r \varepsilon^{s+1}. \quad (5.24)$$

A paraméterek pontos jelentése fizikai tartalomhoz nincs kötve, így a következő egyszerűsítéseket lehet bevezetni:

$$A := E^* m \quad (5.25)$$

$$B := E^* r \quad (5.26)$$

$$n := 1 - h \quad (5.27)$$

$$m := s + 1 \quad (5.28)$$

Ezek után az illesztendő függvény:

$$\sigma^*(\varepsilon) = A\varepsilon^n + B\varepsilon^m, \quad (5.29)$$

ahol az első tag magas alakváltozások esetén írja le a viselkedést, míg a második alacsony alakváltozások esetén, így $n \in [0, 1]$ és $m \in [1, \infty)$.

A paraméterek relatív sűrűség-függését meghatározni kézenfekvő alkalmazást tesz lehetővé a technológia szempontjából. Az összefüggés jellege nem ismert, így a különböző mérési adatsorokra külön-külön illesztettem 5.29 összefüggést, majd a paraméterek és relatív sűrűség között meghatároztam az összefüggést. M. Avalle [19] n és m paramétereket nem tekinti relatív sűrűség-függőnek, ám ebben az esetben ez nem tehető meg. A paraméterek relatív sűrűségtől való függése a következőképp írható le:

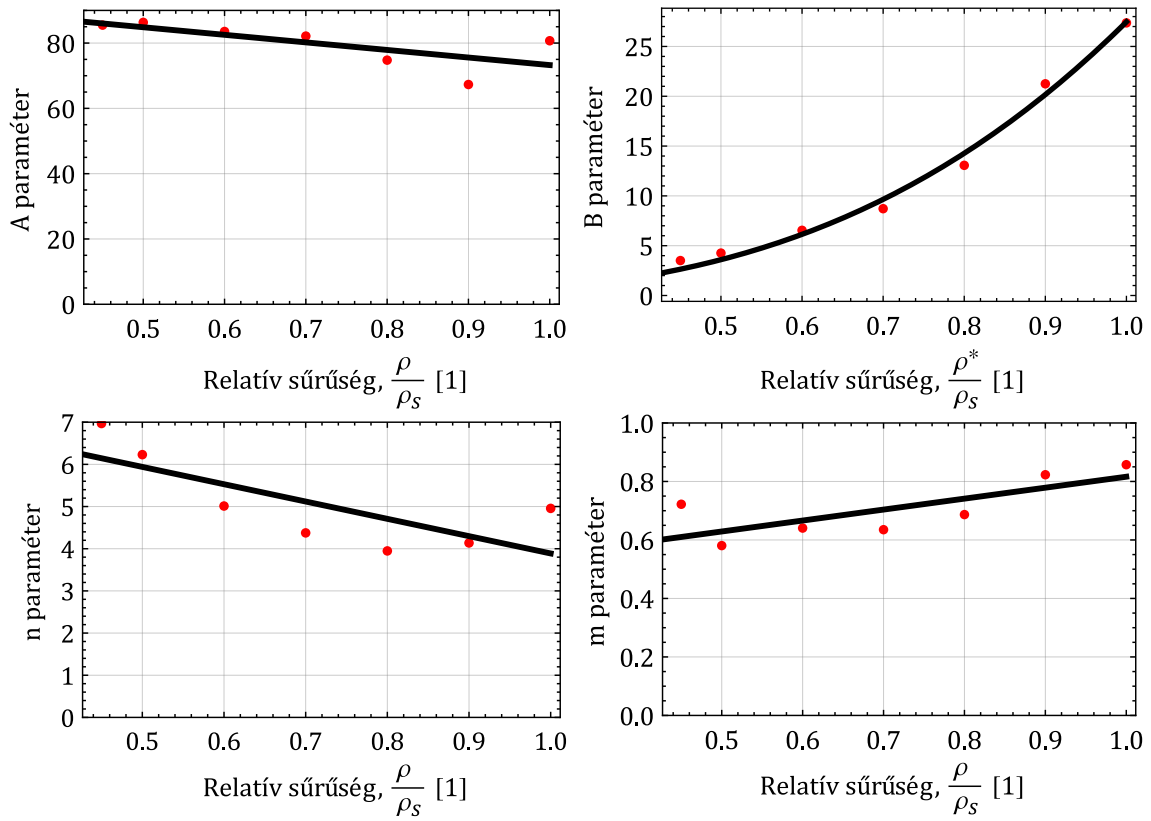
$$A(\rho_r) = m_A \rho_r + b_A, \quad (5.30)$$

$$B(\rho_r) = c_B \rho_r^{k_B}, \quad (5.31)$$

$$n(\rho_r) = m_n \rho_r + b_n, \quad (5.32)$$

$$m(\rho_r) = m_m \rho_r + b_m. \quad (5.33)$$

A különböző relatív sűrűségeken vett adatsorokra illesztett 5.29 modell paraméterire megállapított értékek és a trendvonalak az 5.8 ábrán láthatóak. M. Avalle A paraméter



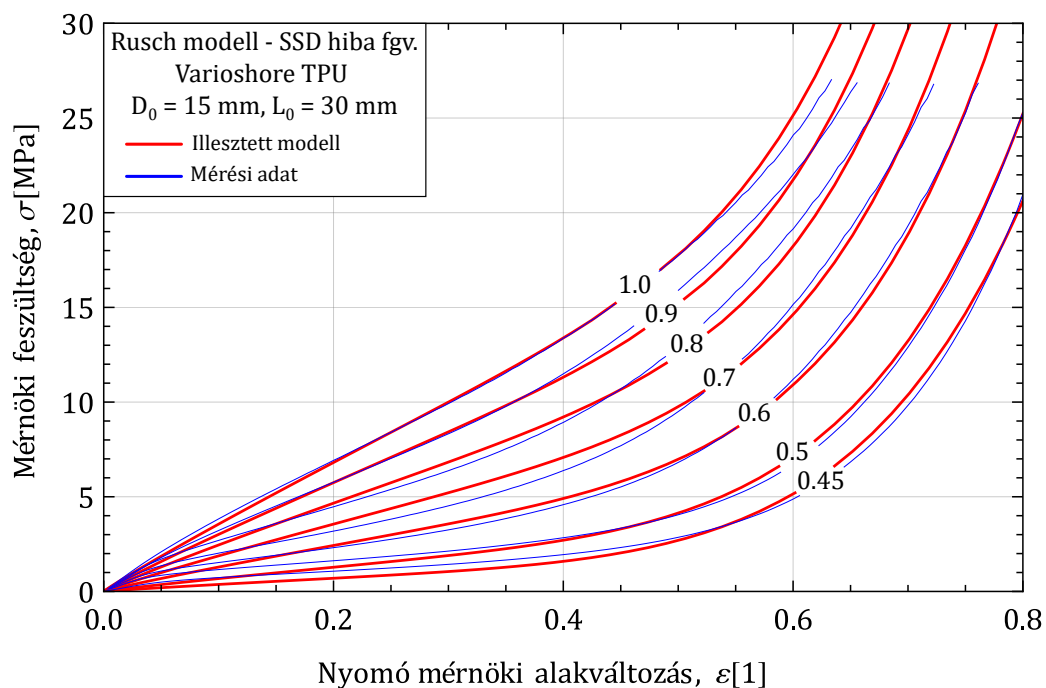
5.8. ábra. Rusch paramétereinek relatív sűrűség-függése

sűrűségtől való függését a B paraméterhez hasonlóan, $c\rho_r^k$ formában modellezi, ám ebben az esetben a kapcsolat eltérő jelleget mutat.

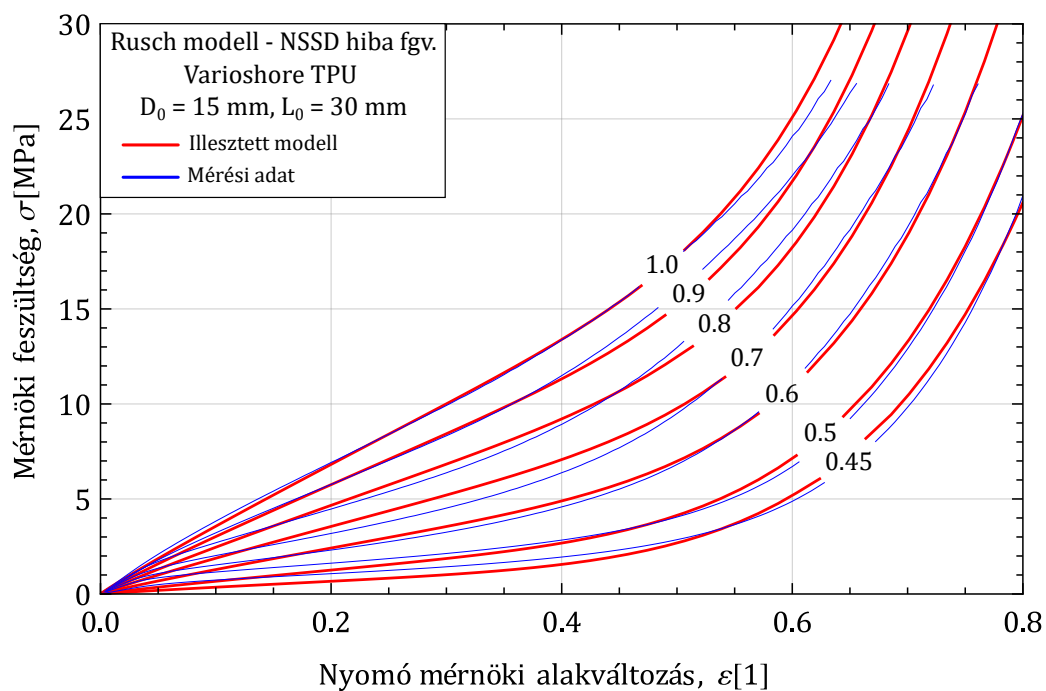
A relatív sűrűség-függés jellegének ismeretében a modell kiegészíthető:

$$\sigma^*(\varepsilon, \rho_r) = A(\rho_r)\varepsilon^n(\rho_r) + B(\rho_r)\varepsilon^m(\rho_r), \quad (5.34)$$

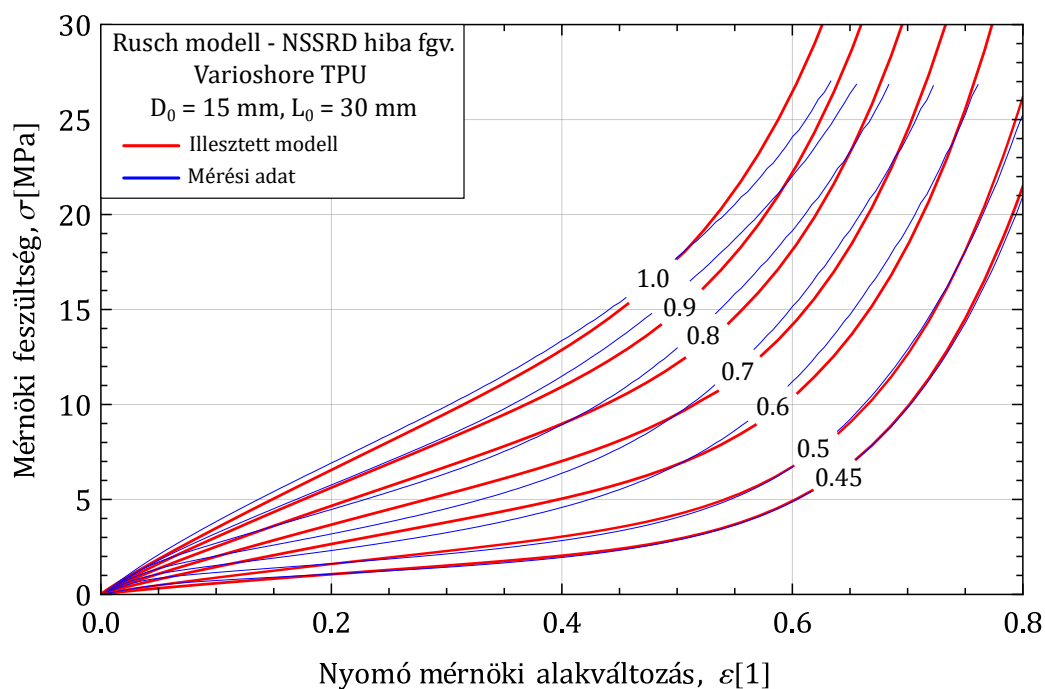
majd LW-PLA illesztésre alkalmazott módszerekkel, hiba függvényekkel illeszthető a modell több relatív sűrűséghez egyszerre. A modell illesztést az 5.9-5.11 ábrák mutatják, a meghatározott paramétereket a 5.3 táblázat tartalmazza.



5.9. ábra. Rusch modell illesztése SSD (Hibák négyzetösszege) hibafüggvénnyel



5.10. ábra. Rusch modell illesztése NSSD (Normalizált hibák négyzetösszege) hibafüggvénnyel



5.11. ábra. Rusch modell illesztése NSSRD (Normalizált relatív hibák négyzetösszege) hibafüggvénnyel

5.3. táblázat. Rusch modell, megállapított paraméterek relatív sűrűség-függés esetén

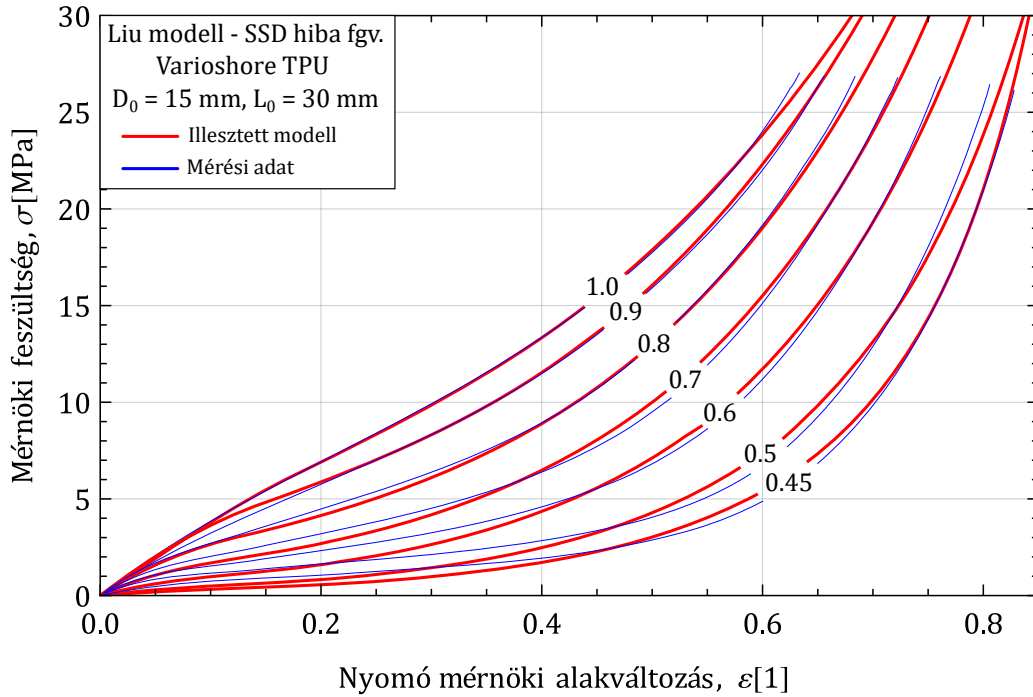
Rusch modell, Varioshore TPU					
Próbatest: $D_0 = 15 \text{ mm}$, $L_0 = 30 \text{ mm}$					
E	m_A	k_B	m_n	m_m	$\overline{R^2}$
SSD	50.4935	1.43846	0.0588057	1.90432	0.9965
NSSD	50.6818	1.42921	0.0648631	2.02316	0.9964
NSSRD	43.6353	1.29175	0.0928227	-1.23783	0.9927
E	b_A	c	b_n	b_m	
SSD	-19.7616	216.539	0.877791	5.09003	
NSSD	-19.9893	211.077	0.870081	4.93535	
NSSRD	-15.4190	258.798	0.814930	7.88055	

5.2.2. Liu modell

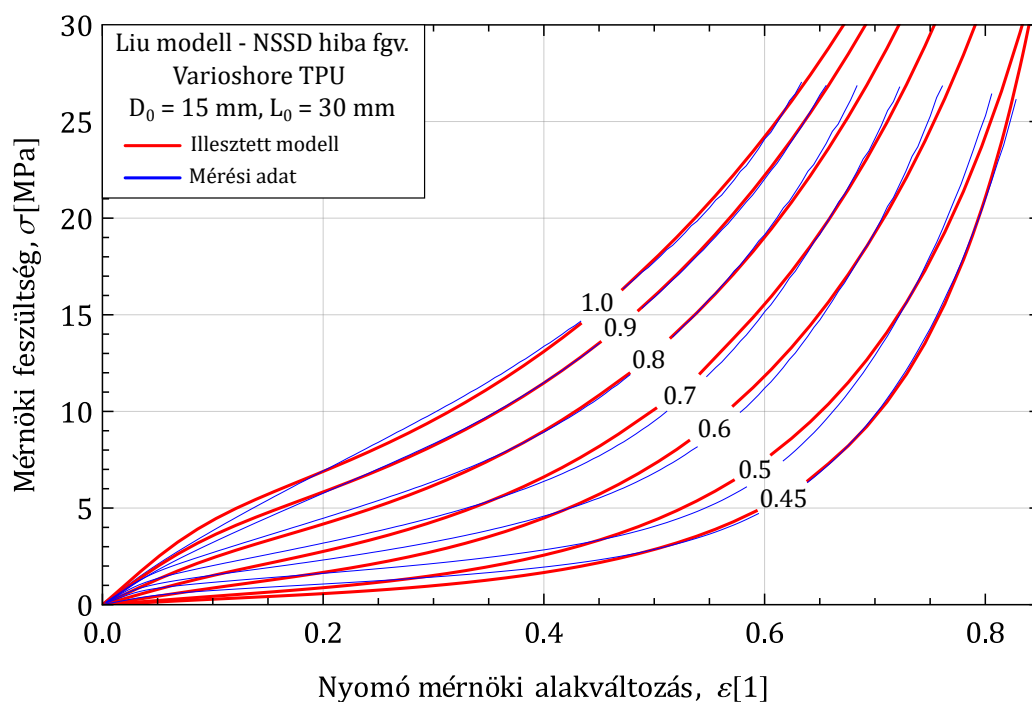
A modell illesztése 5.1.2 fejezetben leírtakkal azonos módon történik. Az alkalmazott modell 5.21 modell, míg 5.20 egyenletben szereplő ρ_{max} értéke megválasztva az anyagra való tekintettel: $\rho_{max} = 0.8$. Az illesztést SSD, NSSD, NSSRD és egy egyedileg alkalmazott hibafüggvénnyel illesztettem. Míg az SSD és NSSD illesztés az anyagi viselkedés progresszív merevsége miatt jellemzően magas feszültség értékekhez illeszt, addig NSSRD, a feszültséggel való normálás miatt szigorúan alacsony feszültség értékekhez illeszt. Az új, SSMRD névre keresztelt függvény ezt a normálást a feszültség négyzetgyökével végzi, tehát NSSRD-nél magasabb feszültséghez illeszt szigorúan:

$$E_{SSMRD} = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\sigma_i^{mért} - \sigma^{fgv}(\varepsilon_i^{mért})}{\sqrt{\sigma_i^{mért}}} \right)^2. \quad (5.35)$$

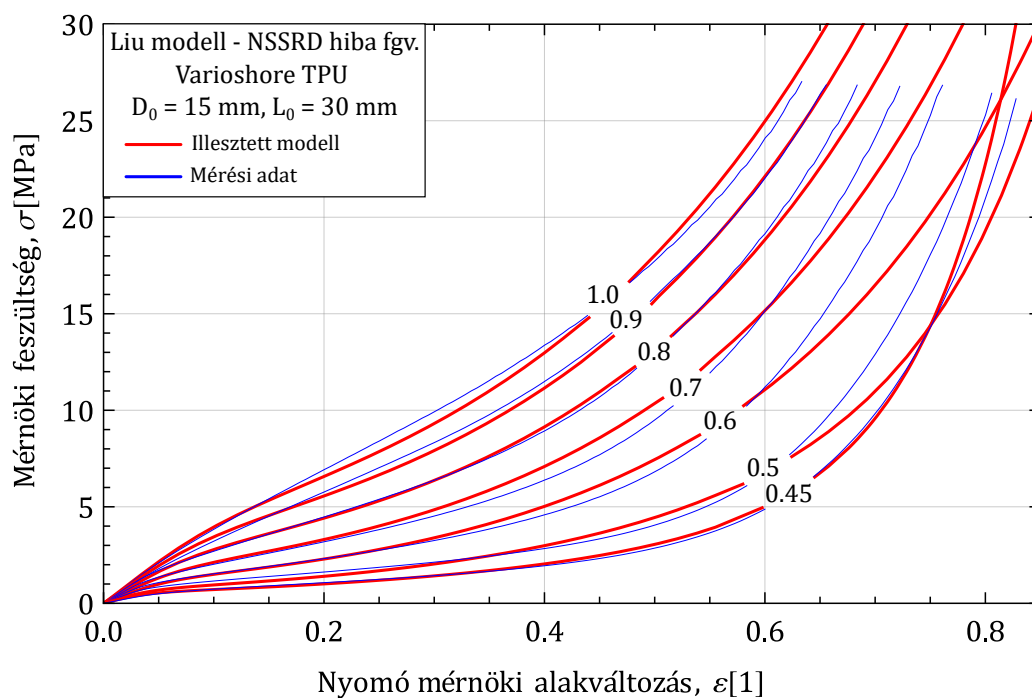
Az illesztés általános alkalmazásához kézenfekvőnek bizonyult. NSSD és NSSRD hibafüggvényekkel végzett illesztések közötti értékekre illik szorosabban az SSMRD hibafüggvénnyel illesztett modell. Az illesztett modellek az 5.12 - 5.15 ábrán, illesztési paramétereik pedig az 5.4 táblázatban találhatók.



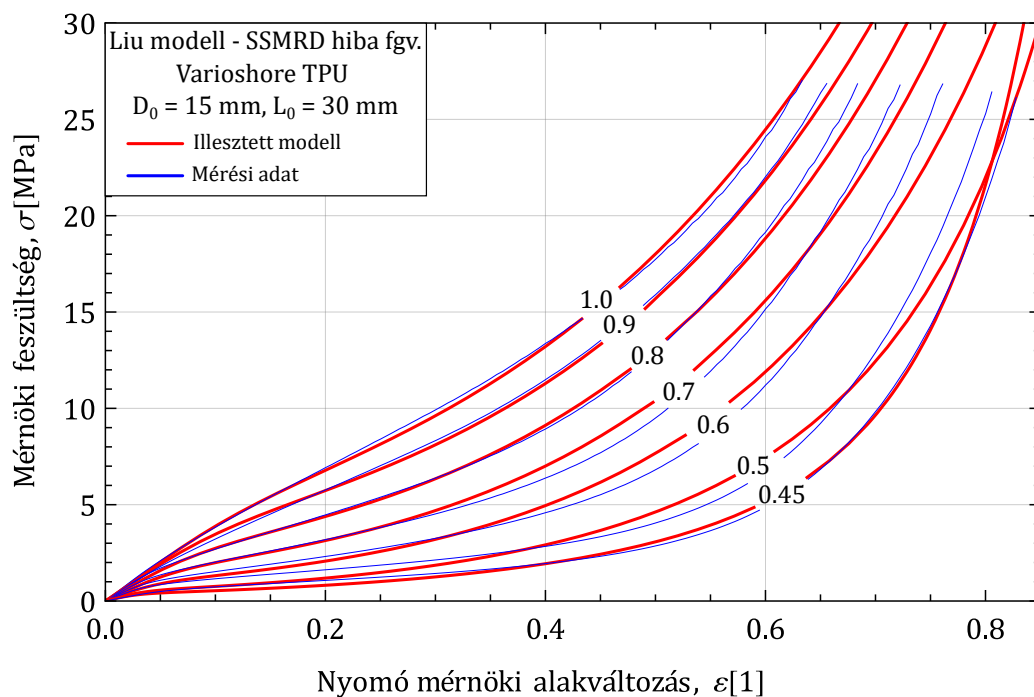
5.12. ábra. Liu modell illesztése SSD (Hibák négyzetösszege) hibafüggvénnyel



5.13. ábra. Liu modell illesztése NSSD (Normalizált hibák négyzetösszege) hibafüggvénnyel



5.14. ábra. Liu modell illesztése NSSRD (Normalizált relatív hibák négyzetösszege) hibafüggvénnyel



5.15. ábra. Liu modell illesztése SSMRD (Gyökös relatív hibák négyzetösszege) hiba-függvénnyel

5.4. táblázat. Liu modell Varioshore TPU esetén, megállapított illesztési paraméterek

Liu modell, Varioshore TPU						
Próbatest: $D_0 = 15 \text{ mm}$, $L_0 = 30 \text{ mm}$						
E	a_α	b_α	c_α	a_β	b_β	c_β
SSD	52.7353	1.84132	5.64262	46.8995	1.96159	5.94106
NSSD	25.6162	0.000322577	-6.13422	57.6242	1.52744	-0.314783
NSSRD	502.71	19.5846	1.19943	2567.04	119.897	1.22461
SSMRD	1714.98	81.4977	1.72935	2799.35	155.924	1.83526
E	k	m	k_1	k_2	n	$\overline{R^2}$
SSD	4.8680	4.1042	-20.327	20.442	36.494	0.9964
NSSD	4.8192	3.9200	-16.499	17.085	31.283	0.9962
NSSRD	3.7596	2.4978	-13.079	12.400	29.225	0.9795
SSMRD	4.3126	3.1402	-14.850	14.686	30.533	0.9936

5.3. Összegzés, összehasonlítás

LW-PLA esetén a Liu-féle modell jobban teljesít, mint a Gibbson-féle modell (5.5, 5.6 táblázat), tehát a legtöbb feladatra Liu modellje rendszerint alkalmasabb. A feladat típusától függően megválasztott hibafüggvénnyel jól leírható, mind a teljes alakváltozási, mind a teljes relatív sűrűség tartományban. Vannak viszont egyedi esetek, ahol a Gibson modell alkalmazása célszerű, ilyen például az, amikor kizárólag a rugalmas tartományban marad az alkatrész. Gibbson-féle összefüggés erre a tartományra sokkal egyszerűbb összefüggést ad.

Varioshore TPU esetén a választás nem egyértelmű. Rusch és Liu modellje egyaránt alkalmazhatónak bizonyult a legtöbb esetben, mivel az illesztések determinációs együtthatója (R^2) közel található egymáshoz mindkét modellre (5.7, 5.8 táblázat). Alkalmazástól függően célszerű megválasztani mind a modellt, mind a hibafüggvényt.

5.5. táblázat. Gibson modell, R^2 értéke a különböző hibafüggvényeknél. Próbatétel: $D_0 = 10$ mm, $L_0 = 20$ mm

Determinációs együttható, R^2							
	Relatív sűrűség, $\frac{\rho^*}{\rho_s}$						
	1	0.9	0.8	0.7	0.6	0.5	0.45
SSD	0.9443	0.8516	0.8455	0.9852	0.9798	0.9657	0.9207
NSSD	0.9990	0.8763	0.8680	0.9865	0.9700	0.9480	0.9016
NSSRD	0.9887	0.8350	0.8268	0.9845	0.9939	0.9694	0.8904

5.6. táblázat. Liu modell, R^2 értéke a különböző hibafüggvényeknél. Próbatétel: $D_0 = 10$ mm, $L_0 = 20$ mm, LW-PLA

Determinációs együttható, R^2							
	Relatív sűrűség, $\frac{\rho^*}{\rho_s}$						
	1	0.9	0.8	0.7	0.6	0.5	0.45
SSD	0.9966	0.9772	0.9948	0.9954	0.9976	0.9925	0.9958
NSSD	0.9998	0.9778	0.9948	0.9948	0.9974	0.9924	0.9952
NSSRD	0.9969	0.9651	0.9892	0.9962	0.9942	0.9893	0.9831

5.4. Alkalmazási példa

Alkalmazás szempontjából fontos paramétert, az energiaelnyelési hatékonyság paraméterét lehet bevezetni [19]:

$$\eta = \frac{\int_0^{\varepsilon(\sigma_{max})} \sigma^*(\varepsilon, \rho_r) d\varepsilon}{\sigma_{max}}, \quad (5.36)$$

5.7. táblázat. Rusch modell, R^2 értéke a különböző hibafüggvényeknél. Próbatétel: $D_0 = 10$ mm, $L_0 = 20$ mm

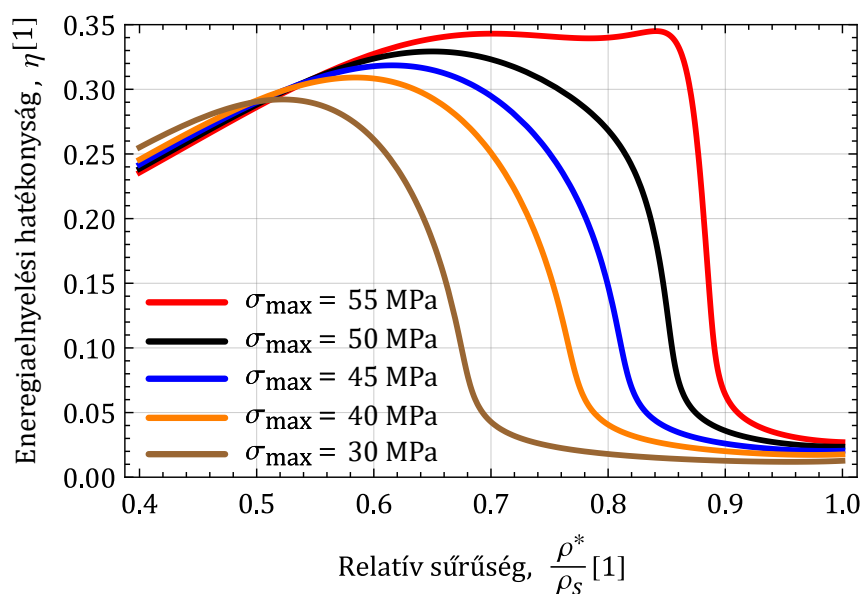
Determinációs együttható, R^2							
	Relatív sűrűség, $\frac{\rho^*}{\rho_s}$						
	1	0.9	0.8	0.7	0.6	0.5	0.45
SSD	0.9961	0.9970	0.9953	0.9951	0.9981	0.9974	0.9959
NSSD	0.9964	0.9971	0.9954	0.9953	0.9982	0.9970	0.9952
NSSRD	0.9786	0.9918	0.9941	0.9930	0.9935	0.9987	0.9991

5.8. táblázat. Liu modell, R^2 értéke a különböző hibafüggvényeknél. Próbatétel: $D_0 = 10$ mm, $L_0 = 20$ mm, Varishore TPU

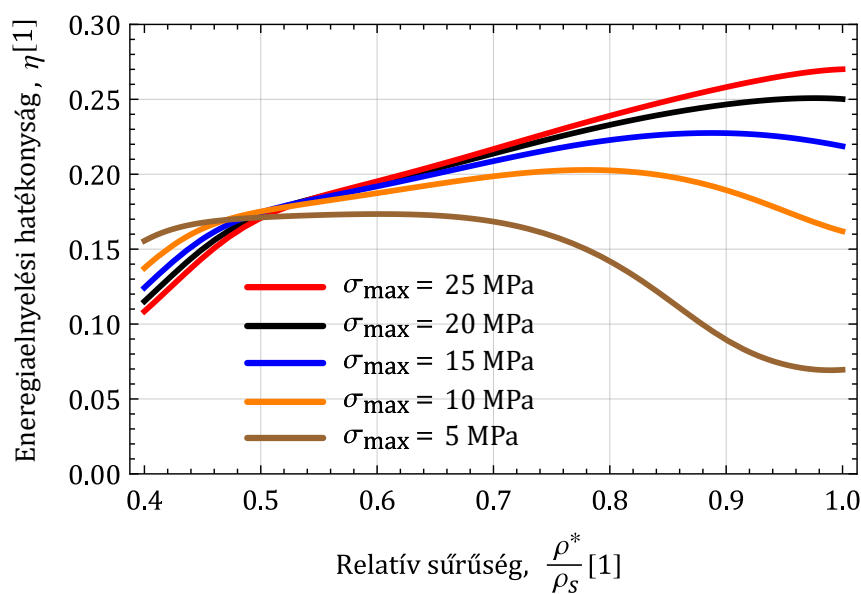
Determinációs együttható, R^2							
	Relatív sűrűség, $\frac{\rho^*}{\rho_s}$						
	1	0.9	0.8	0.7	0.6	0.5	0.45
SSD	0.9995	0.9991	0.9989	0.9972	0.9947	0.9896	0.9961
NSSD	0.9983	0.9995	0.9986	0.9962	0.9941	0.9905	0.9968
NSSRD	0.9956	0.9987	0.9979	0.9882	0.9547	0.9327	0.9889
SSMRD	0.9988	0.9991	0.9980	0.9938	0.9894	0.9798	0.9969

amely egy σ_{max} megadott határfeszültségig vett fajlagos alakváltozási munkának az értéke, osztva a határfeszültséggel. Határfeszültség egy adott alkalmazás során megengedhető legnagyobb mérnöki feszültség. Ábrázolását Wolfram Mathematica programban végeztem, különböző, $\rho_r \in [0.45, 1]$ intervallumon értelmezett relatív sűrűségekkel, az 5.36 összefüggés kiszámításával. Az így kapott görbéket az 5.16 és 5.17 ábra mutatja. Relatív sűrűség meghatározási feladat esetén ezen ábrák alapján célszerű lehet interpolációt végezni köztes határfeszültségek esetén, mintsem kiszámítani annak a görbéjét. Minden egyes görbe minden egyes pontja egy nem triviális egyenlet megoldásából és egy - szintén nem triviális - integrál kiszámításából áll. A generálási kódot a J melléklet tartalmazza.

Segítségével energiaelnyelési alkalmazásra meghatározható az optimális relatív sűrűség (adott maximális feszültség érték görbéjének szélső értéke). Az 5.36 egyenlet fajlagos energia mennyiségű tagjának (integrálnak) meghatározása tisztán elméleti módszerrel, az illesztett Liu-féle modell alapján történik. M. Avalle [19] munkája szerint az így számított értékek nagyon jó kapcsolatban állnak a mérési eredményekkel.



5.16. ábra. Energiaelnyelési hatékonyság a relatív sűrűség függvényében, LW-PLA, SSD hibafüggvénnyel illesztett Liu modell esetén

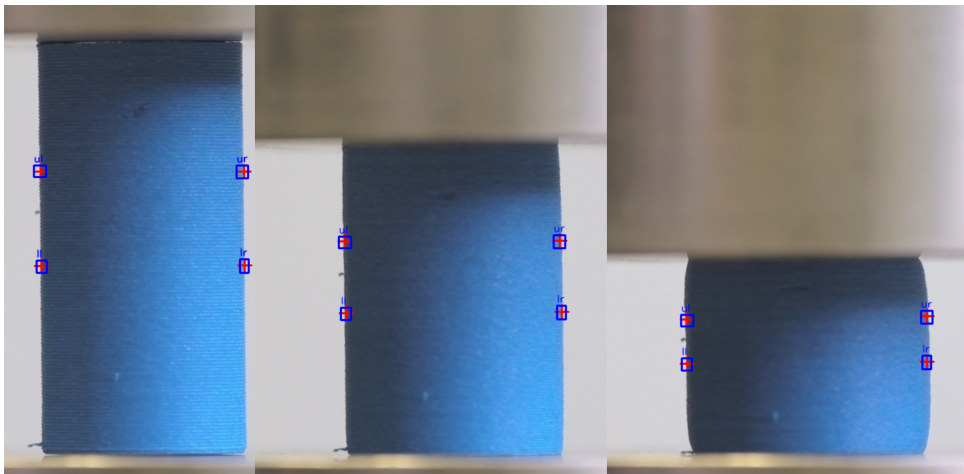


5.17. ábra. Energiaelnyelési hatékonyság a relatív sűrűség függvényében, Varioshore TPU, SSD hibafüggvénnyel illesztett Liu modell esetén

6. Poisson-tényező becslése nyomóvizsgálat segítségével

6.1. Motion-tracking segítségével

A Poisson tényező becslését a nyomómérés során készített videók alapján végeztem el. A módszer, mivel videófeldolgozásra támaszkodik, kis elmozdulások megállapítására nem alkalmas, így a vizsgálatot Varioshore-TPU anyagra végeztem el, LW-PLA-ra nem. Videofelvételt minden vizsgált relatív sűrűség esetén készítettem a nyomómérés során. A videók FujiFilm X-H2, 8k (7680 x 4320 pixel) felbontású videokamerával és Fujinon Lens XF16-80mm F4 R OIS objektívvel készültek. A nyers felvételeket *VirtualDub 2* program segítségével vágtam meg. Floch Kristóf által készített [24] *Motion Tracking Beta* programot használtam a videofelvételek kiértékelésére. A programban mindegyik próbadarabon felvettem 4-4 pontot (6.1 ábra), majd ezeket a pontokat az alakváltozás során lekövetve, a Poisson-tényező becslést a generált adathalmazból végeztem el. Mindegyik ponthoz két



6.1. ábra. Motion tracking felvételek 3 különböző időpillanatban, LW-PLA nyomómérése közben

koordináta érték tartozik (6.2 ábra), amelyek mértékegysége - a programban elvégezhető skálázásnak köszönhetően - milliméter. A *Motion Tracker Beta* program által generált koordináta-adathalmazt Wolfram Mathematica programban dolgoztam fel. A feldolgozás kódja a K mellékletben található. Véges elmozdulások esetén a Poisson-tényező definíció szerinti differenciális kifejezése nem ad helyes megoldást. Véges elmozdulások esetén a Poisson-tényezőt az alakváltozás függvényének kell tekinteni, valódi alakváltozás alkalmazása szükséges.

$$\varepsilon = \int_{L_0}^L \frac{1}{l} dl = \ln \frac{L}{L_0} = \ln \lambda, \quad (6.1)$$

ahol $\lambda = \varepsilon + 1$, fajlagos megnyúlás ("strech"). Ezután a valódi (vagy Hencky) alakváltozáshoz tartozó Poisson-függvény:

$$\nu_{t,n}^{\text{Hencky}}(\varepsilon_t) = -\frac{\ln(\lambda_n)}{\ln(\lambda_t)}, \quad (6.2)$$

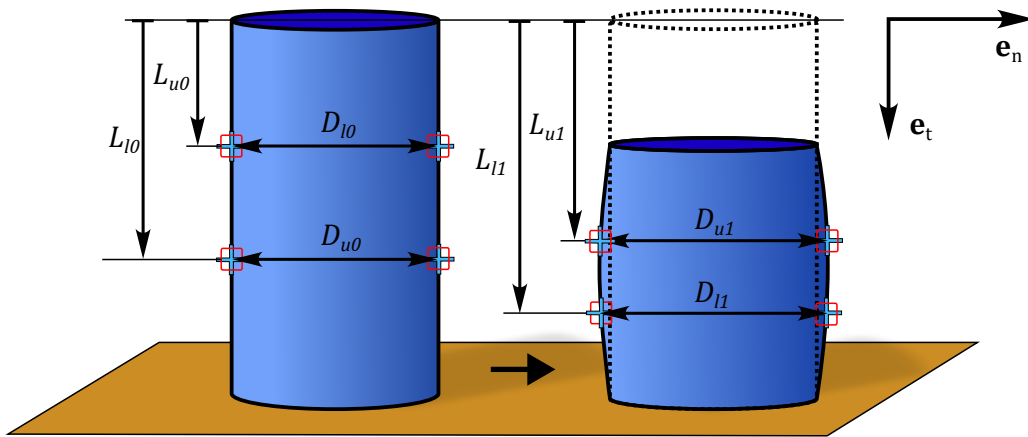
amely függvénye az alakváltozásnak, ugyanis:

$$\lambda_t = 1 + \varepsilon_t. \quad (6.3)$$

n és t alsó index 6.2 ábra alapján értelmezhető.

Motion tracking segítségével a keresztirányú ($\mathbf{e}_n$ irányú) fajlagos megnyúlást számítottam, a hosszirányú fajlagos megnyúlást a nyomóvizsgálat adatsorából származtattam.

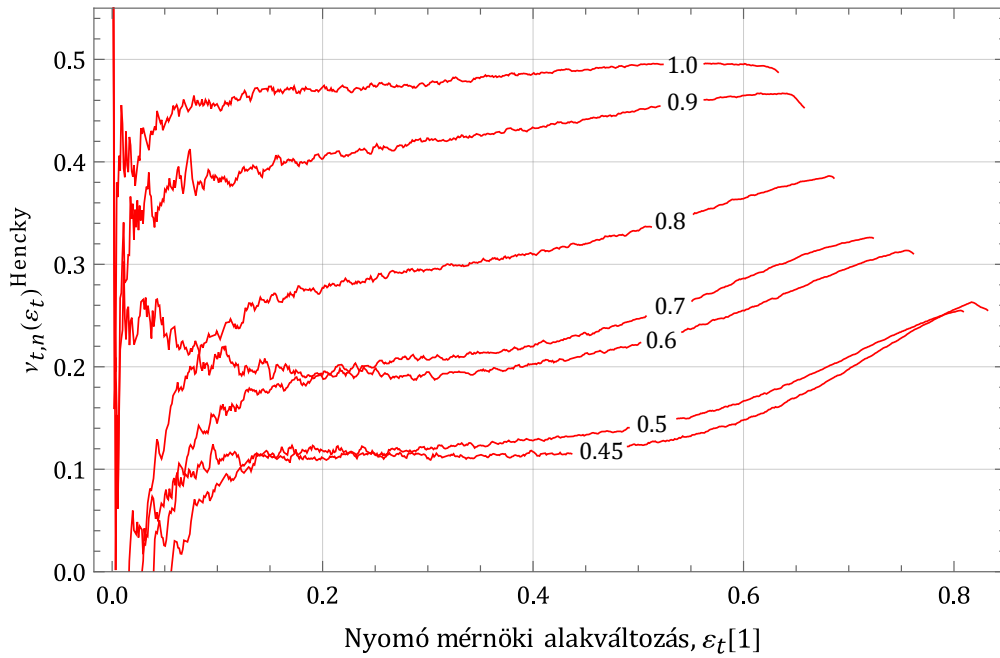
A feldolgozás után kapott függvényeket a 6.3 ábra tartalmazza. Mint az jól látszik rajta, alacsony alakváltozások esetén a módszer nem megbízható. A videó-feldolgozásból adódó hiba, továbbá a motion tracking zaja kis alakváltozások esetén (amikor kis számot osztunk kis számmal) jelentős befolyással van a Poisson-tényező értékére. Olykor, például $\frac{\rho^*}{\rho_s} = 0.6$ esetén a trendszerű viselkedése is meg tud változni, akár kis zaj esetén is. A módszer ennek ellenére magasabb alakváltozásoknál megbízható eredményeket ad. $\frac{\rho^*}{\rho_s} = 1.0$ esetén, értéke 0.5-hez közelít, ami a gumyszerű anyagokra jellemző térfogati összenyomhatatlanságot jelenti.



6.2. ábra. A motion tracking során felvett pontok koordinátázása feldolgozás után

6.2. Binarizált felvétel segítségével

A mérések során készített felvételekből binarizált (fekete-fehér) képsorozatot (6.4 ábra) készítettem, majd ezeknek a képeknek a tulajdonságaiból következtettem a Poisson-tényezőre. A képek feldolgozásával a próbatestek téglalap alakú vetületének területe számítható. A próbatestek alakváltozás során felvett alakját téglalapnak feltételezem, továbbá D szélességgel (a próbatest átmérője) és állandó h magassággal paraméterezem.



6.3. ábra. A Poisson-tényező értéke motion tracking esetén az alakváltozás függvényében különböző relatív sűrűségek esetében, Varioshore TPU anyaggal.

Amennyiben a próbatestek vetülete az alakváltozás során "hordósra" változik, a számított téglalap a "hordós" próbatest területével megegyező lesz. A feldolgozást Wolfram Mathematica programban végeztem (a kód az L mellékletben található) a következő összefüggések segítségével:

$$\frac{A_w}{A} = 1 - \frac{A_b}{A}, \quad (6.4)$$

ahol A_w a fehér területeket, A_b a fekete területeket, A pedig a kép területét jelöli (6.4 ábra). Élve azzal, hogy

$$A_b = Dh, \quad (6.5)$$

az átmérő pixel mértékegységben kifejezhető:

$$D_{\text{px}} = \frac{A}{h} \left(1 - \frac{A_w}{A} \right), \quad (6.6)$$

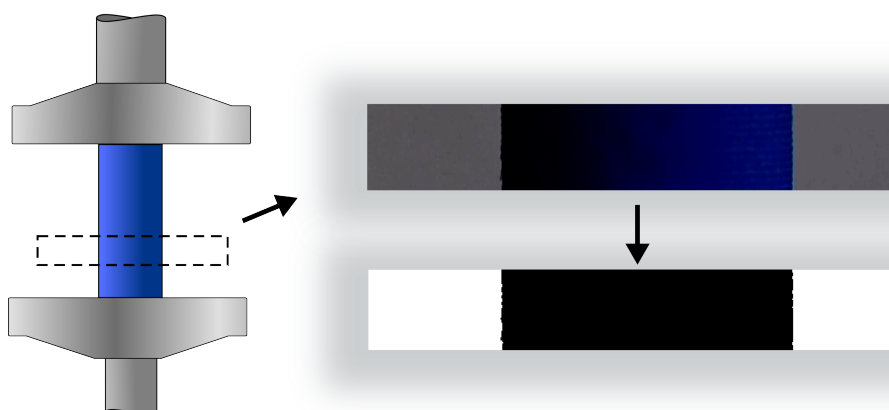
ahol $\frac{A_b}{A}$ arány Wolfram Mathematica programban meghatározható. Milliméter mértékegységben vett átmérő 1 milliméter pixelszáma közötti összefüggés meghatározásával számítható:

$$D_{\text{mm}} = \frac{A}{h} \left(1 - \frac{A_w}{A} \right) s. \quad (6.7)$$

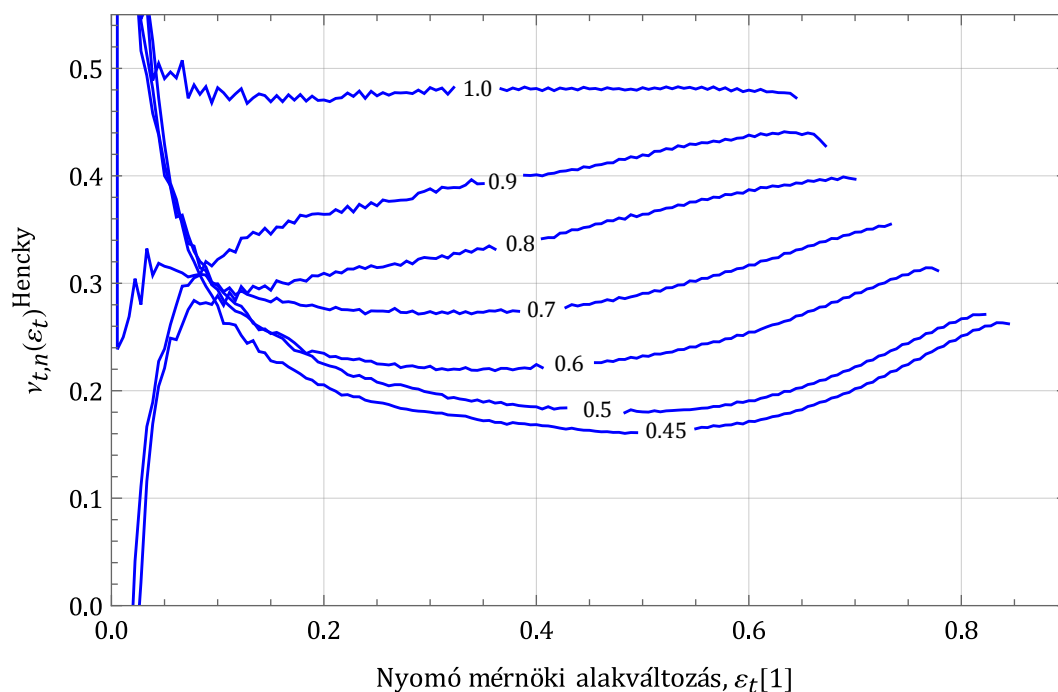
Az így kapott átmérő értékeket szinkronizálva a mérés során rögzített elmozdulásokkal a Poisson tényező az előző fejezettel megegyező módon becsülhető:

$$\nu_{t,n}^{\text{Hencky}}(\varepsilon_t) = -\frac{\ln(\lambda_n)}{\ln(\lambda_t)}, \quad (6.8)$$

ahol n és t alsó indexet 6.2 ábra alapján kell értelmezni. A feldolgozás utáni függvényeket a 6.5 ábra mutatja. A módszer kis alakváltozások esetén - a motion tracking módszerhez hasonlóan - instabil.



6.4. ábra. A binarizált felvételek készítése



6.5. ábra. A Poisson-tényező értéke binarizáció esetén az alakváltozás függvényében különböző relatív sűrűségek esetében, Varioshore TPU anyaggal.

Összevetve a két módszer eredményeit, nagy alakváltozások esetén nagyon hasonló viselkedést mutatnak. A józan ész szerint, kisebb relatív sűrűségeknél a Poisson-tényező értéke kisebb, majd ahogyan az alakváltozás során a darab egyre kevésbé porózus, a mátrixanyag tulajdonsága felé tart az övé is. Visszaautalva továbbá az 5.1.2 fejezetre, ahol Q. Liu a próbatesteket térfogati alakváltozás szerint vizsgálta, ennek a módszernek az átvétele magas relatív sűrűségeknél eltorzította volna, de 1-es relatív sűrűségnél lehetetlenné tette volna az anyagtulajdonságok meghatározását. Ez a módszer térfogatilag összenyomhatatlan, nem porózus szerkezetű anyagok vizsgálatát nem teszi lehetővé.

7. Összefoglalás

A dolgozat bemutatja a 3D nyomtatható habosodó alapanyagok alkalmazásra vonatkozó módszertanát és a nyomtatást befolyásoló tényezőket. Ezen tényezők (hőmérséklet, relatív sűrűség, flow rate, nyomtatási sebesség) kapcsolatának meghatározására módszert ajánl, mely segítségével tetszőleges 3D nyomtatóra kalibrálhatóak az anyagok. Ez a módszer merev anyag esetén a hőmérséklet-flow rate kapcsolat meghatározásából áll, míg rugalmas anyagok esetén ez kiegészül a nyomtatószál extruder kerekeken történő csúszásának meghatározásával. Ezen kapcsolatok beépítésre kerülnek egy egyedileg készített posztprocesszorba, amely egy szeletelő programba való integrálás útján módosítja a technológiai paramétereket a kívánt eredmény elérése érdekében. Jelentős előnye a posztprocesszornak kényelmi szempontból, hogy a szeletelő programba történő integrálásnak köszönhetően nem igényel a munkamenet egy következő program elkülönített használatát.

A dolgozat kifejti, hogy a modellezés hogyan járul hozzá az adott témakör megértéséhez. A technológia szem előtt tartásával lettek mechanikai modellek illesztve két vizsgált anyag mérési adataira. A dolgozat részletesen kitér a modellek illesztésének lépéseire, megfontolásaira, továbbá több hibafüggvény alkalmazásával illeszt modelleket egytengelyű nyomóméréssel mért adatokra. Két fő mechanikai modelltípus lett a dolgozat során illesztve: fenomenológiai és mikromechanikai modellek. Míg a fenomenológiai modellek tapasztalati alapú matematikai leírást nyújtanak, addig a mikromechanikai modellek az anyagok mikrostruktúráját veszik alapul. Fenomenológiai modellből K. C. Rusch által javasolt, továbbá Q. Liu által javasolt modell, mikromechanikai modellből pedig L. J. Gibson által javasolt modell lett illesztve a mérési adatokra. A dolgozat részletesen kitér a modellek illesztésének minősítésére és a különböző hibafüggvénnyel illesztett modellek összehasonlítására. A dolgozat Q. Liu illesztett modelljét felhasználva kitér egy lehetséges alkalmazási területre az energia elnyelés témaköréből. A módszer segítségével meghatározott feladatra kiválasztható az optimális relatív sűrűségű anyag. Ilyen igények esetén pontos módszert ír le mind elméleti, mind gyakorlati problémák megoldására, amely a célalkatrész elkészültéig felmerülhet.

További vizsgálatként az anyagok terhelésre keresztirányú viselkedése, Poisson-függvénye lett megvizsgálva nyomómérés alapján. A jellemzőt két külön módszer segítségével is vizsgálta a dolgozat, melyek nagyon hasonló eredménnyel szolgáltak. A hőmérsékletfüggés, a viszkoelasztikus viselkedés és a nyomtatási anizotrópia további hatásainak mélyreható elemzése elengedhetetlen ahhoz, hogy teljes körű megértést szerezzünk az anyag viselkedéséről. Jövőbeli célom az említett tényezők alapos tanulmányozása és részletes leírása.

Hivatkozások

- [1] Mohammadreza Nofar, Julia Utz, Nico Geis, Volker Altstädt, and Holger Ruckdäschel. Foam 3d printing of thermoplastics: A symbiosis of additive manufacturing and foaming technology. *Advanced Science*, 9(11):2105701, 2022.
- [2] Lorna J. Gibson and Michael F. Ashby. *Cellular Solids: Structure and Properties*. Cambridge Solid State Science Series. Cambridge University Press, 2 edition, 1997.
- [3] N. Mills. *Polymer Foams Handbook*. Elsevier, 01 2007.
- [4] Sebastian Soller, R Behr, S Beyer, F Laithier, M Lehmann, A Preuss, and R Salapete. Design and testing of liquid propellant injectors for additive manufacturing. In *7th European Conference for Aeronautics and Aerospace Sciences, EUCASS), Milano, Italy*, 2017.
- [5] Joel C Vasco. Additive manufacturing for the automotive industry. In *Additive Manufacturing*, pages 505–530. Elsevier, 2021.
- [6] Michael F Ashby, Hugh Shercliff, and David Cebon. *Materials: engineering, science, processing and design*. Butterworth-Heinemann, 2018.
- [7] Qiyi Chen, Jiayu Zhao, Jingbo Ren, Lihan Rong, Peng-Fei Cao, and Rigoberto C Advincula. 3d printed multifunctional, hyperelastic silicone rubber foam. *Advanced Functional Materials*, 29(23):1900469, 2019.
- [8] Mengya Li, Junjie Jiang, Bin Hu, and Wentao Zhai. Fused deposition modeling of hierarchical porous polyetherimide assisted by an in-situ co2 foaming technology. *Composites Science and Technology*, 200:108454, 2020.
- [9] Marina F Cosate de Andrade, Patrícia MS Souza, Otávio Cavalett, and Ana R Morales. Life cycle assessment of poly (lactic acid)(pla): Comparison between chemical recycling, mechanical recycling and composting. *Journal of Polymers and the Environment*, 24:372–384, 2016.
- [10] Mohammadreza Nofar and Chul B Park. *Polylactide foams: fundamentals, manufacturing, and applications*. William Andrew, 2017.
- [11] AR Damanpack, André Sousa, and M Bodaghi. Porous plas with controllable density by fdm 3d printing and chemical foaming agent. *Micromachines*, 12(8):866, 2021.
- [12] Sigmund Arntson Tronvoll, Sebastian Popp, Christer Westum Elverum, and Torgeir Welo. Investigating pressure advance algorithms for filament-based melt extrusion additive manufacturing: theory, practice and simulations. *Rapid Prototyping Journal*, 25(5):830–839, 2019.

- [13] Tom Van Waelegheem, Ludwig Cardon, and Dagmar R D'hooge. Simulation based determination of the maximum flow rate in fused filament fabrication. In *2nd International Conference on Polymer Process Innovation*, page 91, 2022.
- [14] Kevin O'Connor. *Klipper documentation, Configuration reference, Rotation Distance calibration*, 2016.
- [15] Gary L Farley. Effect of specimen geometry on the energy absorption capability of composite materials. *Journal of Composite Materials*, 20(4):390–400, 1986.
- [16] Marton Tomin, Attila Kossa, Szabolcs Berezvai, and Ákos Kmetty. Investigating the impact behavior of wrestling mats via finite element simulation and falling weight impact tests. *Polymer Testing*, 108:107521, 2022.
- [17] Thomas Weise. Global optimization algorithms-theory and application. *Self-Published Thomas Weise*, 361, 2009.
- [18] Fabrice Saint-Michel, Laurent Chazeau, Jean-Yves Cavaillé, and Emanuelle Chabert. Mechanical properties of high density polyurethane foams: I. effect of the density. *Composites Science and Technology*, 66(15):2700–2708, 2006.
- [19] Massimiliano Avalle, Giovanni Belingardi, and Andrea Ibba. Mechanical models of cellular solids: Parameters identification from experimental tests. *International Journal of Impact Engineering*, 34(1):3–27, 2007.
- [20] Qunli Liu, Ghatu Subhash, and Xin-Lin Gao. A parametric study on crushability of open-cell structural polymeric foams. *Journal of Porous Materials*, 12:233–248, 2005.
- [21] G Subhash and Q Liu. Crushability maps for structural polymeric foams in uniaxial loading under rigid confinement. *Experimental mechanics*, 44:289–294, 2004.
- [22] KC Rusch. Load–compression behavior of flexible foams. *Journal of Applied Polymer Science*, 13(11):2297–2311, 1969.
- [23] KC Rusch. Energy-absorbing characteristics of foamed polymers. *Journal of Applied Polymer Science*, 14(6):1433–1447, 1970.
- [24] Kristóf Floch and Attila Kossa. Motion tracker beta: A gui based open-source motion tracking application. *SoftwareX*, 23:101424, 2023.