



Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem

Építőmérnöki Kar

Tartószerkezetek Mechanikája Tanszék



Országos Tudományos Diákköri Konferencia

**Emberi vázizomzat mechanikai modelljeinek végeselemes
összehasonlítása**

Miski Gergő

Konzulensek:
Dr. Bojtár Imre
Danka Dávid

1.) Tartalom

1.) Tartalom	2
2.) Rövid összefoglaló	Hiba! A könyvjelző nem létezik.
2.1.) Absztrakt – magyar nyelvű	Hiba! A könyvjelző nem létezik.
2.2.) Abstract - English	Hiba! A könyvjelző nem létezik.
3.) Bevezetés	4
3.1.) Geometria	6
3.2.) Valóság és modell összehasonlítása	7
4.) Anatómiai háttér	11
5.) Vázizom tulajdonságai	13
6.) Kontrakció az izom hosszváltozás függvényében	14
6.1.) Kontrakció típusai	15
6.2.) Harántcsíkolt vázizom energiaellátása	16
7.) Mechanikai modellek alkalmazása az izom modellezésére	19
7.1.) Hiperelasztikus anyagmodellek	19
7.1.1.) Saint Venant-Kirchhoff-modell	22
7.1.2.) Módosított Saint Venant-Kirchhoff-modell	22
7.1.3.) Neo-Hooke anyagmodell	23
7.1.4.) Mooney-Rivlin-modell	23
7.1.5.) Ogden-modell	25
7.1.6.) Yeoh modell	26
7.2.) Viskoelasztikus modellek	26
7.2.1.) Maxwell-féle modell	27
7.2.2.) Kelvin-Voigt-féle modell	29
7.2.3.) A Hill-féle modell	31
8.) A kutatás lépései	35
8.1.) Feladataim	35
8.1.1.) Többféle anyagmodell alkalmazása Ansys specifikációkkal	35
8.1.2.) Geometria megválasztása	36
8.1.3.) Elem-modell megválasztása	36

9.) Anyagmodellek paraméterei	37
9.1.) Hiperelasztikus anyagmodellek.....	37
9.1.1.) Saint Venant-Kirchhoff-modell	37
9.1.2.) Módosított Saint Venant-Kirchhoff-modell	38
9.1.3.) Neo-Hooke modell	38
9.1.4.) Mooney-Rivlin modell	40
9.1.5.) Ogden-modell	44
9.2.) Viszkoelasztikus modellek.....	46
9.2.1.) Maxwell-féle modell.....	46
9.2.2.) Kelvin-Voigt-féle modell	47
9.2.3.) Hill-féle modell.....	47
10.) Szimulációt meghatározó előzmények.....	48
10.1.) Mooney-Rivlin modell	52
10.1.1.) Elemi modellben használt anyagállandók	54
10.2.) Ogden modell	54
10.2.1.) Elemi modellben használt anyagparaméterek:	55
11.) Eredmények felhasználása a fej-nyak modellben	56
12.) Összegzés	59
13.) Ábrajegyzék	Hiba! A könyvjelző nem létezik.
14.) Felhasznált irodalmak	Hiba! A könyvjelző nem létezik.

2.) Bevezetés

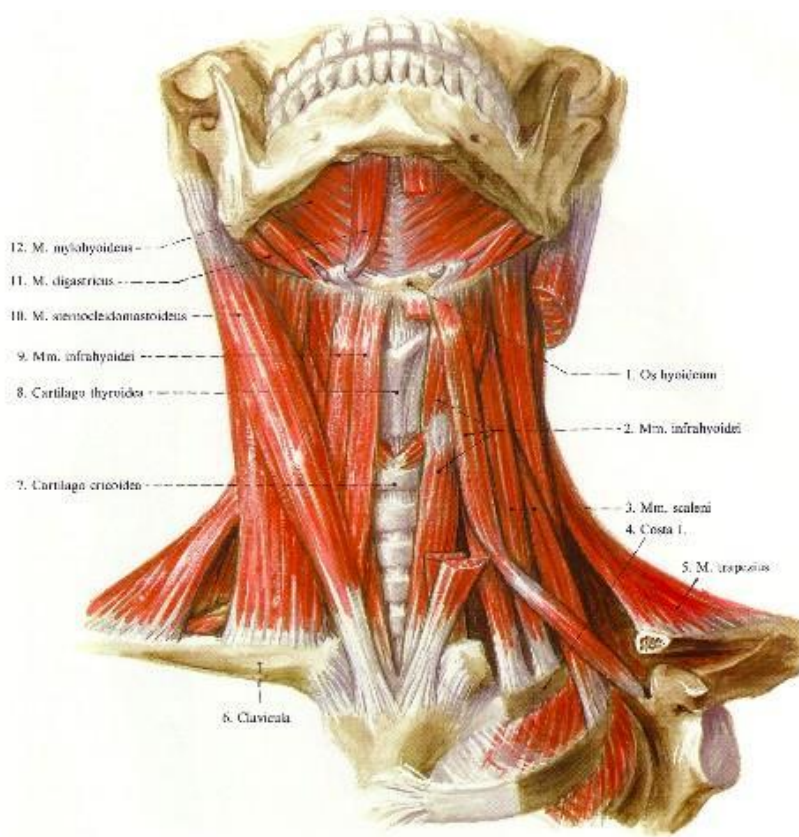
Napjainkban a digitalizáció hatalmas léptékben kezdi behálózni a mérnöki tudományterületek és alkalmazások minden területét. A számítógépek segítségével lehetőség nyílt egyre komolyabb szintű geometriai modellek digitális térben való felépítésére. A részletesebb és megbízhatóbb geometriai modellezés mellett napról napra pontosabb ismeretekkel rendelkezünk a minket körülvevő anyagok mechanikai viselkedéséről és numerikus modellezhetőségéről is. Személyes célkitűzésem mindezen lehetőségek figyelembevételével az, hogy az építőmérnöki alapképzés keretein belül elsajátított ismereteket egy számomra újszerű munkakörnyezetben, tudományágban felhasználjam, szerteágazóbb ismeretekre és kompetenciákra szert téve.

Az eddig elsajátított szakismeretek segítségével a biomechanika területén is lehetőségem van olyan feladatok megoldására, amelyek segíthetik például az orvostudományt. Mind egyes diagnózisok előzetes felállítása, mind a gyógyászati beavatkozások esetén szükség lehet olyan kiegészítő numerikus modellekre, amelyekkel következetesebb döntéseket hozhatunk, és segíthetünk például egy balesetet elszenvedett személy kezelésében. Az emberi testet nagyon gyakran dinamikus terhelések vehetik igénybe, amelyek az egészségben kárt okozhatnak, a kisebb sérülésektől a részleges/teljes mozgássérülésen keresztül akár a halálhoz vezethetnek. Az ilyen jellegű dinamikus terhelések hatalmas veszélyt jelentek a fej-nyaki tartományra is, testünk egyik kritikusan sérülékeny területére.

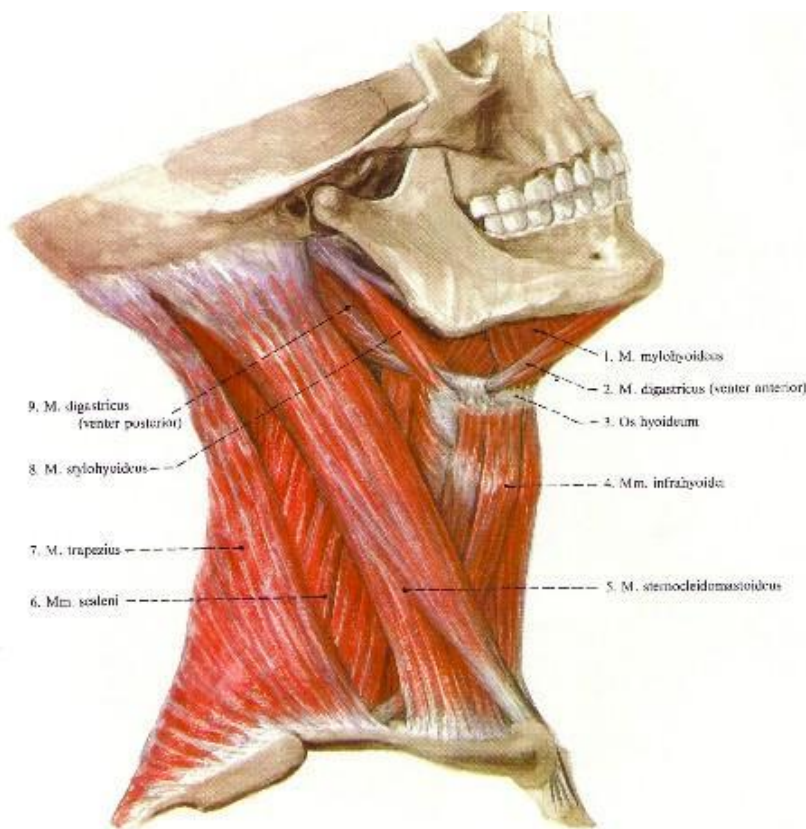
Munkám során az ember harántcsíkolt izomszövetének megértésével és mechanikai modellezésének sokrétű elemzésével igyekszem segíteni egy, a fej-nyak komplexumról készített végeselem modell fejlesztését, hogy az a vizsgált élettani rendszer valóságos viselkedését jobban tudja követni dinamikus terhelések esetén. A rendelkezésre álló időm alatt a céloom minél több olyan releváns mechanikai anyagmodell megismerése, amellyel egy a közelmúltban létrehozott fej-nyaki modell valósághűbb viselkedését segíthetem elő.

Az élettan és az anatómia tudománya bebizonyította, hogy a koponyát érő terhelések élettanilag biztonságos csillapítását, elnyelődését a nyak izmai végzik. A nyak izmait modellezve hatalmas szerepet kap a valós anatómiai geometria kialakítása. A modell bázisát adó csontvázat ruházzuk

fel anatómiailag is helyt álló pozíciójú, irányú izommodellekkel. Az izmok pozíciója a valóságoshoz mérten jól beazonosítható az egyes nyaki izomcsoportok szerint. A három csoport a **felületes** nyakizom, a **nyelvcsonti** izom és a **mély** nyakizom, ezek közül a mély nyakizmok kaptak kiemelt szerepet a modellben. A mély nyakizmok elülső és oldalsó típusai, a felületes nyakizom csoportból pedig a fejbiccentő izom hivatottak a terhelések izom általi felvételére. A 3.1. és 3.2. ábrákon kivehető a m. sternocleidomastoideus, azaz fejbiccentő izom, m. trapezius, azaz a trapézizom, amelyek esetünkben kiemelt szerepet kapnak nagy keresztmetszetük miatt, ezért a modellben is a 3.3. ábra szerint sűrűbben is helyezték el a numerikus modell alkotói. A nagyobb keresztmetszet nagyban összefügg az erőkifejtés, az igénybevétellel szembeni ellenállás mértékével.



3.1. ábra: Nyaki izmok előlnézetben (Szilágyi Géza 2020)

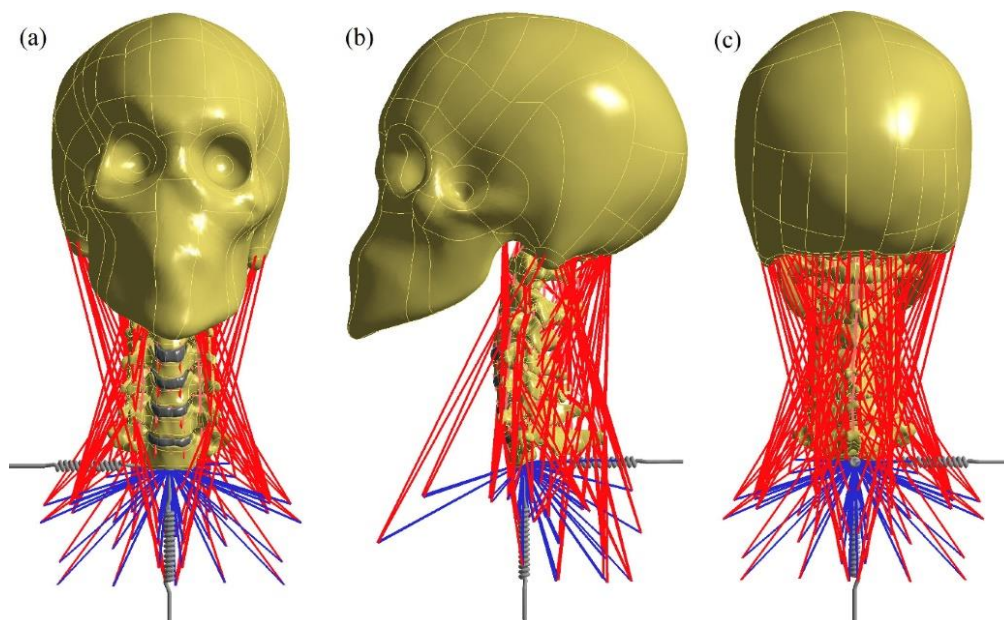


3.2. ábra: Nyaki izmok oldalnézetben (Szilágyi Géza 2020)

3.1.) Geometria

A 3.3. ábrán láthatjuk az Ansys Mechanical (USA, 19-es verzió) szoftverben kifejlesztett fej-nyak komplexum háromdimenziós végelem modelljét. A modell alapja a Szent János Kórház által rendelkezésre bocsátott (21 éves, nyaki gerinc patológiás betegségben nem szenvedő) férfi CT (computed tomography) felvétele. A CT vizsgálat során röntgensugárral történő számítógépes rétegvizsgálatot végeztek, melynek eredményeként kétdimenziós felvételeket nyerhetünk ki az alany testének szöveteiről. A 21 éves férfi kétdimenziós CT felvételeinek adathalmazát Slicer 3D (4.10.2-es verzió) programkörnyezetben háromdimenziós objektumokká illesztették össze, majd a Slicer 3D-ből STL fájl-formátumként exportálták azt. Ezen módszerrel a CT eredményei eljuttathatók egy olyan szoftverhez, amellyel végelemes számítások végezhetők, speciálisan az érintett személy testi adottságaival. A röntgensugarak a test különböző szöveteiben különböző mértékben nyelődnek el, ezért a

csontszövet (koponya, csigolyák) geometriai adatai jól kezelhetően vehetők ki a CT felvételeiből.



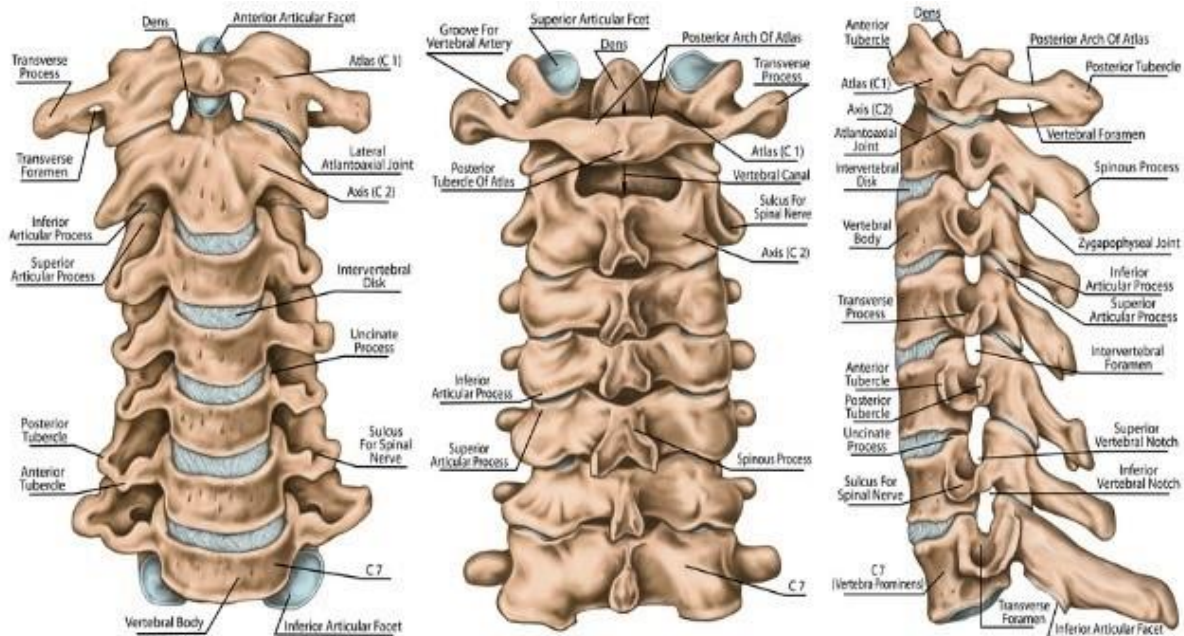
3.3 ábra: Fej-nyak modell (a) elülső, (b) oldalsó és (c) hátulnézetben. (Danka és mtsai. 2022)

3.2.) Valóság és modell összehasonlítása

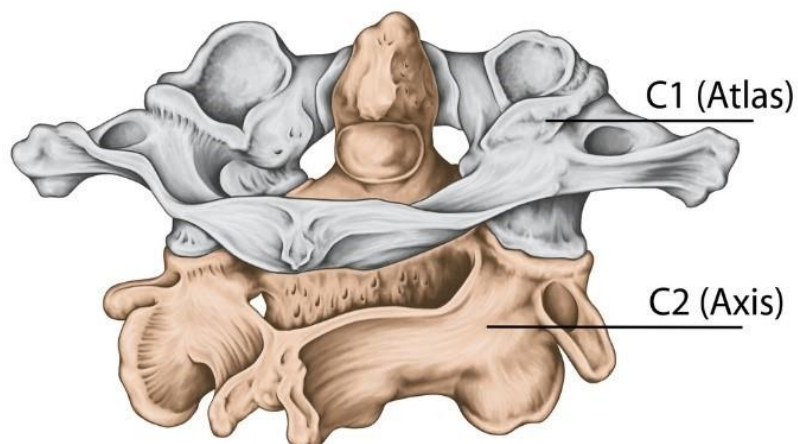
Az Ansys SpaceClaim-be importált modell részletes geometriai leírással tartalmazza a koponyát (C0) és a hét nyaki csigolyát (C1-C7). A lágy szöveteket piros színnel láthatjuk a 3.3. ábrán, ezek a kezdeti numerikus modellben prizmatikusak, azaz hossz tengelyük mentén állandó keresztmetszettel rendelkeznek. A dolgozatomban is hasonló módon kezeljük a keresztmetszetet, az izom nemlineáris viselkedését igyekszünk az anyagtulajdonságokkal követni. A lágy szövetek hossz tengelyei ebben modellben egyenesek, ebből adódóan egyenes tengelyű testként modellezhetők. Ezek a testek képviselik a felső és alsó nyaki gerinc szalagjait, továbbá a fejet stabilizáló és mozgató izmokat.

A lágy szöveteken kívül a csigolyák közötti porckorongokat is figyelembe vesszük (3.4. ábra és 3.5. ábra (a): szürke színnel jelölve a csigolyák között), 3D testként modellezve. A porckorongok és csigolyák felületük mentén csatlakoznak egymáshoz. A valóságban ezek a

felületek kissé elcsúszhatnak, elválhatnak egymástól. Jelen dolgozatban az izmokra fókuszálva nem tesszük lehetővé az ezen felületek közötti elmozdulásokat.

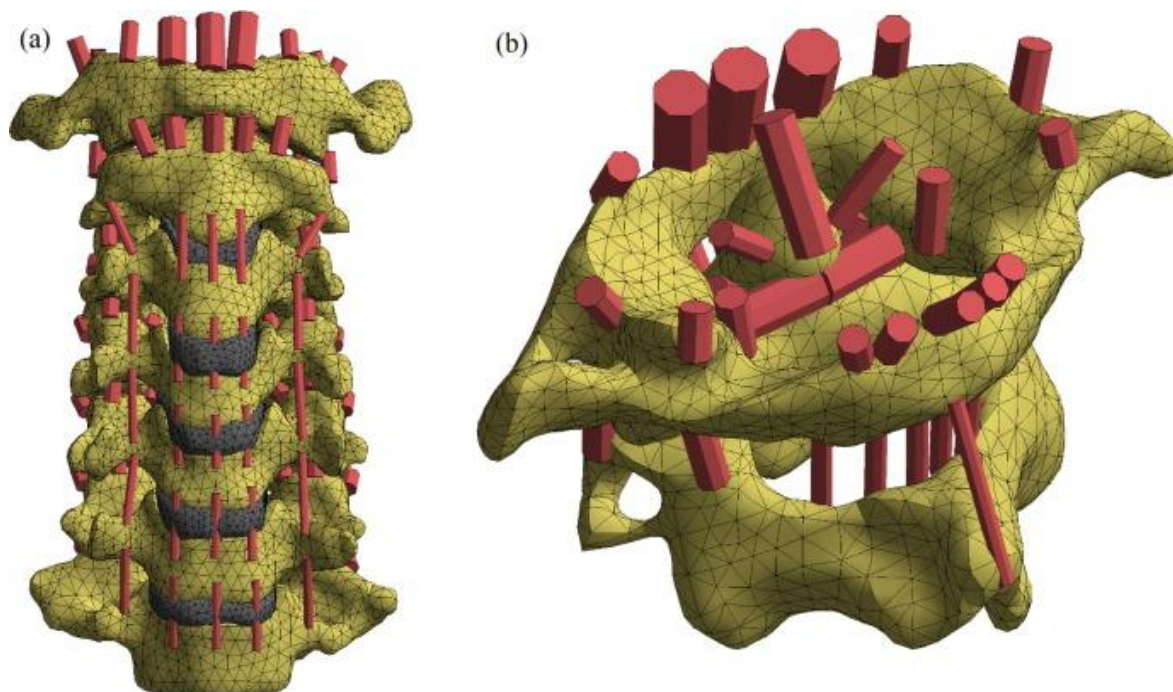


3.4. ábra: Az emberi nyaki gerinc anatómiája izmok nélkül (Kalmár László 2018)



3.5. ábra: C1 (Atlas) és C2 (Axis) csigolyák (Kalmár László 2018)

A valós anatómiai geometria és a modellbe importált geometria összehasonlítható a 3.4.-3.5. ábra és a 3.6. ábra (a), (b) segítségével.

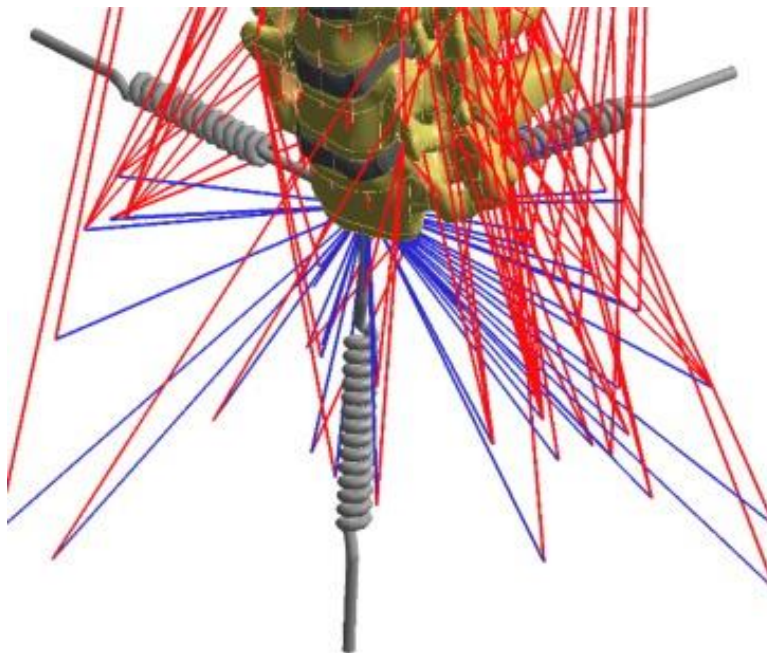


3.6. ábra: (a) A nyaki gerinc végeelem modellje, (b) C1 (Atlas) és C2 (Axis) csigolyák ínszalagokkal (Danka és mtsai. 2022)

A mellkas csatlakozását Danka modelljében rugalmas támaszokkal oldották meg, ezek-szintén kulcsfontosságúak az eredmények szempontjából. A mellkas, mint rugalmas megtámasztás a nyak és a törzs csatlakozásának véges merevségét hivatott modellezni. A véges merevség a mechanikai modellben bizonyos elmozdulásokat tesz lehetővé, a valóságos viselkedéshez közelítve. A valós viselkedés összetettségét a nyak és mellkas között kapcsolódó izmok, ínszalagok adják, melyek természetesen minden egyén esetében mások, így más változó merevségi viszonyokat eredményeznek.

Dinamikus terhelésnél a rugalmas támasz elmozdulásai a mellkas támaszreakcióit nagy mértékben befolyásolják. Megjegyzem, hogy a rugalmas támasz megfelelő konfigurálásával figyelembe vehetővé válnak olyan tényezők is, mint például autóbaleset során bekötött biztonsági öv, vagy légzsák csillapító hatása.

Kék színnel az úgynevezett kapcsológerendákat azonosíthatjuk. A kapcsológerendák feladata az izmok egyébként szabad végeinek egyetlen pontba való bekötésével a megfelelő peremfeltételek biztosítása. A jelen modellben használt egyetlen bekötési pont a C7 csigolyatest alsó oldalán található.



3.7. ábra: Rugalmas megtámasztások, szabad izomvégek (piros) kapcsológerendákkal (kék) történő bekötése a C7 csigolyához (Danka és mtsai. 2022)

Az izmok és szalagok modellezésére jelen esetben kizárólag olyan rúdelemeket alkalmaztak, melyek mechanikai értelemben a szimuláció során csak húzóerő felvételére képesek. Nyomóerő esetén nem fejtenek ki semmiféle ellenállást.

Dolgozatomban az izmokra alkalmazott modellek és anyagegyenletek azon tartományát keresem, amellyel közelebb kerülhetünk a végeselemes szimulációban a fej-nyak komplexum valóságos viselkedéséhez.

3.) Anatómiai háttér

Jóllehet dolgozatomban – a rendelkezésemre álló idő adta korlátok miatt – nem volt lehetőségem a mechanikai jelenségek mikroszerkezeti elemzésére, de a teljesség kedvéért most röviden összefoglalom azokat az alapismereteket is, amelyek egy esetleges későbbi kutatásban felhasználhatók az izom szerkezetének pontosabb megértésére, illetve pontosabb numerikus modellezésére.

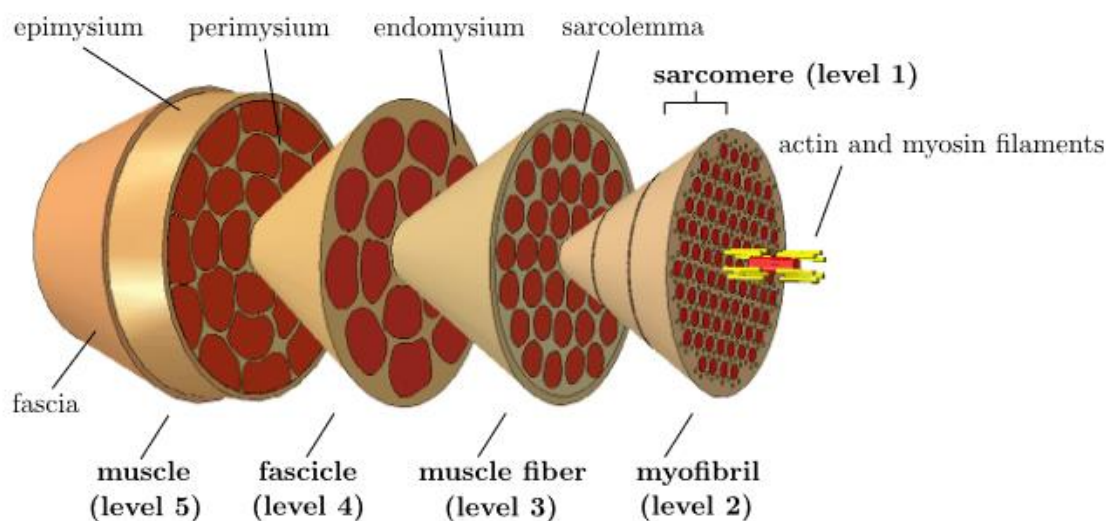
A szervezetben előforduló izmok több altípusát ismerjük: ezek a **harántcsíkolt (váz)izomszövet**, **simaizomszövet** és **szívizomszövet**. Mindhárom típus kémiai energiából állítja elő a mechanikai energiát. Az izomsejtek általában megnyúlt sejtek, amelyek párhuzamos kötegekbe rendeződnek. Ez a morfológia és elrendeződés segíti az izomsejtek hatékony együttműködését. A sejteket általánosan citoplazma tölti ki, amely ásványi sókból, vízből, cukrokból, fehérjékből felépülő összetett anyag. Az izomsejtek citoplazmájának túlnyomó részét pedig kétféle úgynevezett filamentum alkotja:

- Vékony filamentum: aktin fehérjéből épül fel:
 - Átmérője: ~6-8nm
 - hossza: 1,0 μ m
- Vastag filamentum: miozin fehérjéből épül fel:
 - átmérője ~15nm
 - hossza: ~1,5 μ m

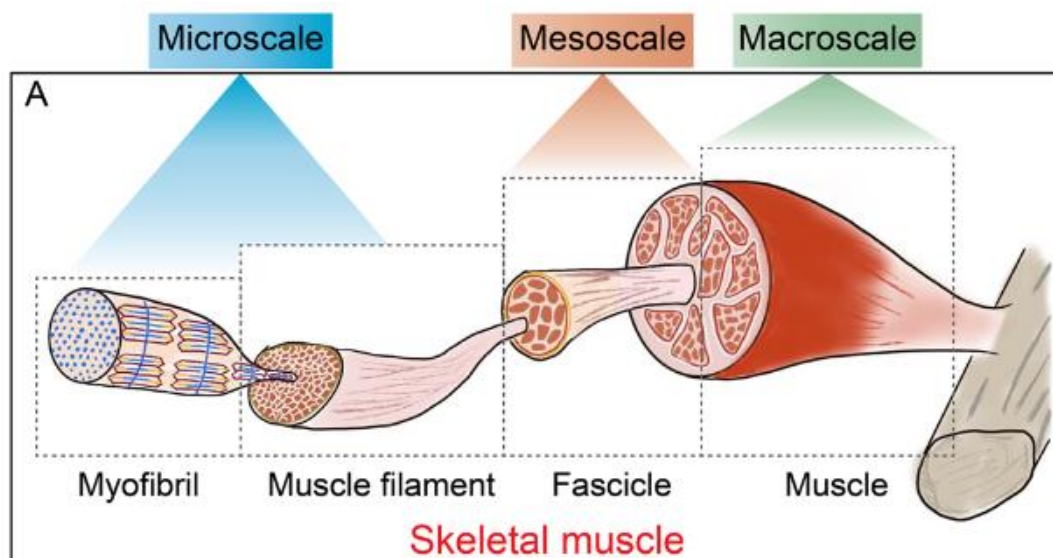
Az izomsejtek és izomrostok kontrakcióra és relaxációra képes filamentumokból épülnek fel, melyek a sejt méretét és alakját változtatják meg azáltal, hogy elmozdulnak egymás mellett* (ezeket a továbbiakban kontraktilis filamentumoknak hívom). Mindezt a szomatikus idegrendszer irányításával, tehát akaratunktól függően kivitelezhetjük az egyes vázizmok által végzett mozgásokat. Jelen esetben egyértelműen a **harántcsíkolt izom**, azon belül pedig a **vázizom** jöhet csak szóba, mint a nyaki területen stabilitást és mozgást biztosító izomszövet.

Az egyszerűbb leírás érdekében bevezetünk különböző vizsgálati szinteket a 4.1. ábra szerint (Lamsfuss és Bargmann 2022). A 4.2. ábra a mérettartományok azonosításához szükséges

léptékeket tartalmazza (Wang és mtsai. 2022). A kontraktilis filamentumok (aktin és miozin) rendezett sokasága alkotja a szarkomereket, amelyek nyugalmi hossza $\sim 2,2\mu\text{m}$ (továbbiakban: 1.szint). A mikrotartományon belül az aktin és miozin filamentumok között létesült kereszthidak biztosítják a filamentumok egymáso való elcsúszását, ezáltal létrehozva az izom rövidülést, a kontrakciót (erről részletesebben a Kontrakció az izom hosszváltozás függvényében című fejezetben lesz szó). Több szarkomer sorbarendeződésével épül fel az izomrost 1-2 μm átmérőjű, összehúzódásra képes, szerkezeti és funkcionális alapegysége, a miofibrillum (2.szint). Egyéntől, izomcsoporttól (és persze számos más tényezőtől függően, amelyekről későbbi fejezetekben tárgyalok) függően néhány, vagy akár néhány száz miofibrillum is alkothatja az izomrostok egységét (3. szint). Minden izomrostot a legkisebb kötőszöveti egység, az endomízium vesz körbe. A jól szervezett szerkezetű izomrostok egy átlagos felnőtt ember esetében 20-100 μm átmérőjűek és körülbelül 12 cm hosszúak. (Feher 2017). A kezdeti geometriát Fehér József feltevése alapján **ismertetem**. Az izomrostok 100-1000 μm átmérőjű rostkötegekbe (4. szint) rendeződnek, amelyeket perimízium (kötőszövet) határol, így együttesen alkotva az izmot (5. szint). A teljes izomcsoportot epimízium borítja, mint legvastagabb kötőszövet.



4.1. ábra: A harántcsíkolt izomszövet hierarchikus felépítése. (Lamsfuss és Bargmann 2022)



4.2. ábra: Vázizom felépítése mikro-, mezo-, és makrotartományban. (Wang és mtsai. 2022)

4.) Vázizom tulajdonságai

Jelen dolgozatban szükséges volt olyan egyszerűsítéseket tenni, amelyekkel a végeselemes számításokat futtatni tudjuk egy „hétköznapi” számítógépen, komolyabb informatikai háttér nélkül. A végeselemes modell felépítését is ezen alapelvek megfontolásával végezzük. A szimuláció validálása esetén a jövőben további cél lesz a bevezetett egyszerűsítések fokozatos, prioritás szerinti feloldása lesz.

Fontos tudnunk, hogy a vázizom olyan összetett szövet, amely hozzávetőlegesen 90%-ban áll összehúzódó izomrostokból és 10%-ban kötőszöveti tartószerkezetekből (Meyer és Lieber 2012). Az izom kötőszövelei (endomysium, perimysium, epimysium) komoly passzív mechanikai tulajdonságokért felelnek. E szerepek közé tartozik az erő *oldalirányú átvitele* az izomrostok között, a szarkomerek *összehangolása* az izomrostok belsejében és között, az *energiatárolás* a mozgás hatékonyságának javítása érdekében, a *hosszváltozások puffere*lése a sérülések megelőzése érdekében, valamint a *működési tartomány megváltoztatása* azáltal, hogy lehetővé teszi szarkomerek rövidülését (Binder-Markey, Sychowski, és Lieber 2021). A vizsgálat kezdeti túlbonyolításának elkerülésére, a kötőszöveti viselkedést elhagyjuk ebben a tanulmányban.

Lényeges figyelembe venni például egy autós ütközés vizsgálata esetén azt is, hogy az elszenvedő személy nem tudott felkészülni, vagy esetleg ellenkezőleg, milyen mértékben sikerült felkészülnie a várható dinamikus hatásokra. Természetesen, ha időben észleli, már tudat alatt is olyan testtartással, izomaktivitással reagálhat, amely segíthet hatékonyabban elnyelni a káros erőbehatásokat. A kutatás során fontos lesz majd elkülöníteni az egyes izomkontrakció típusokat annak érdekében, hogy a alkotóelemenként tudjuk feltérképezni a dinamikus hatások elnyelődését, az izmokban keletkező erőket, és ezekből következtetni tudjunk a szervezetre gyakorolt élettani hatásokra.

Az izmok passzív mechanikai tulajdonságait izommintákkal végzett kompressziós tesztekkel tanulmányozták. Ezen kísérletek többnyire állati izommintákon lettek elvégezve. Mindazonáltal a vizsgálathoz szükséges minták beszerzéséhez az izom egy részének műtéti eltávolítása szükséges, ami csupán az izom lokális válaszának vizsgálatát jelenti. Az *in vitro*¹ (másképpen: IVD) kísérletek többsége a szerkezeti mechanikai tulajdonságokra (merevség, tönkremeneteli energia, maximális terhelés) vonatkozik. A feszültség-energia sűrűség függvényből származó konstitutív törvények alkalmazásának egy másik módja az izom passzív terhelés-hossz válaszáinak modellezése. Ilyen például a későbbi fejezetekben részletesen bemutatott Mooney-Rivlin-modell, vagy az Ogden-modell. Ezeket a konstitutív modelleket főleg végeeselemes modelleknél alkalmazzák.

5.) Kontrakció az izom hosszváltozás függvényében

Mi is az izomkontrakció pontos eredménye? Az izom munkája során kémiai erőforrásokból táplálkozik. Ezzel a kémiai folyamattal a 6.2 fejezetben részletesebben is foglalkoztam. A kémiai folyamatból felszabaduló energia az energiamegmaradás törvénye² alapján nemvész el, hanem átalakul, mint azt jól megismertük a mérnöki tudományok során. Az átalakult energia csupán töredéke az, amelyet mechanikai energia formájában hasznosítani tudnak az izmok. A

¹ *In vitro* (IVD) orvostechikai kísérlet: olyan kísérletek összessége, amelyek emberi szervezetből származó minták vizsgálatára szolgálnak elsősorban információgyűjtés céljából (fiziológiai/patológiai állapot, rendellenességek, stb.).

² Energia megmaradás: Julius Robert von Mayer (1814-1878), James Prescott Joule (1818-1889), Hermann von Helmholtz (1821-1894) neves tudósok által vizsgált és felismert fizikai szabály.

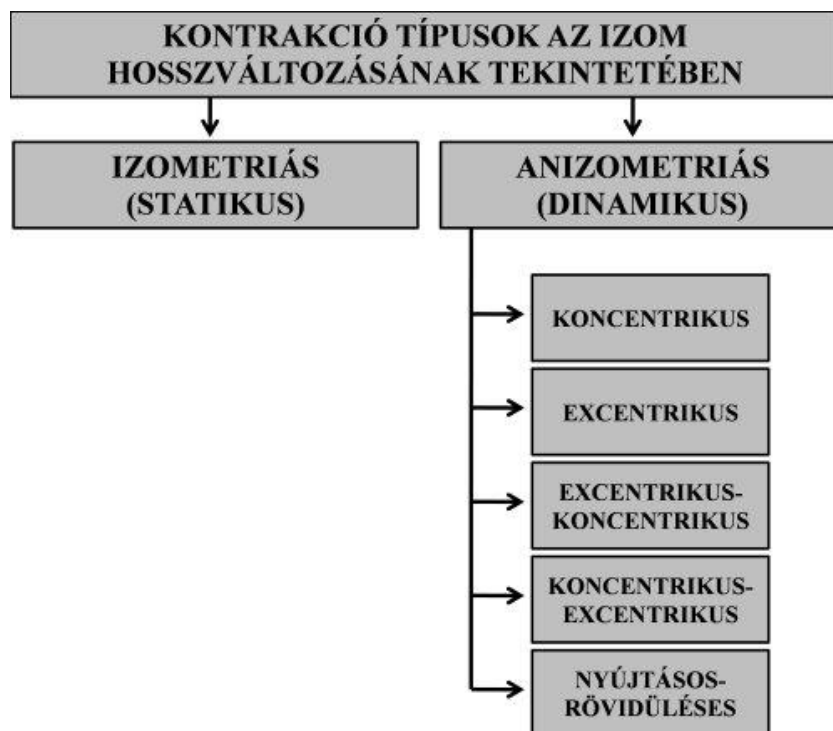
teljes felszabaduló energia mintegy negyed részéből lesz mechanikai munka, a maradék háromnegyed része hő formájában (testhőmérséklet fenntartása) hat.

Röviden összefoglalva az izom a kémiai energiát mechanikai energiává alakítva kontrakciót végez. A kontrakció eredményeképpen az izmok munkát végeznek, miközben a hosszukat az idő függvényében megváltoztatják. A helyzeti és mozgási energiáját az izom feszülése és annak hosszmegváltozása kontrolálja. Végző soron tehát az adott környezetben az izom kifejti az erőt.

6.1.) Kontrakció típusai

Abban az esetben, ha egy izom aktív, akkor a külső ellenállás mértéke határozza meg annak hosszváltozását. Ha ennek a külső ellenállásnak a nagysága egyenlő az izom által kifejtett erő nagyságával, akkor **statikus** kontrakció történik (továbbiakban: *izometriás kontrakció*). Elsősorban a különböző testtartások sorolhatók ide, például amikor állunk, vagy ülünk. Ellenkező esetben, ha az izom változtatja a hosszát, akkor **dinamikus** kontrakció jön létre. (továbbiakban: *anizometriás kontrakció*).

Számunkra az anizometriás kontrakción belül az excentrikus típusra kell komoly figyelmet fordítani, amikor is az izom erő kifejtés mellett nyúlik. Egyszerű példával élve ez történik, ha egy súlyzót kézzel magunk elé emelve ellenőrizetten leengedjük. Ha ugyanebben a testhelyzetben egy olyan súlyzót emelünk magunk elé, amelyet már nem tudunk ellenőrizetten leengedni, szinte leejtjük azt. Ekkor a keletkező erők hatványozottan meghaladják azt az izomerőt, amelyet az adott izom ki tud fejteni, de mindeközben tudatosan próbálunk elegendő ellenérőt biztosítani. A tevékenység során szintén excentrikus kontrakció valósul meg. Ha egy autóbaleset előtt lehetőségünk adódik „felkészülni” (védekező testtartás, kapaszkodás, izmok megfeszítése a fej-nyak területen), akkor ugyancsak excentrikus a kontrakció típusa, tehát az izom erő kifejtés közben nyúlik. Az izomkontrakció típusokat a 6.1.1. ábra szerint csoportosíthatjuk.



6.1.1. ábra: Kontrakció típusok az izom hosszváltozásának függvényében

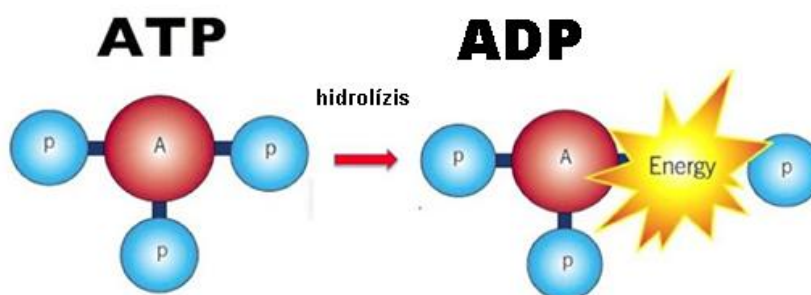
(Dr Váczai Márk 2015)

Az izmok maximális erő kifejtési képessége a kor előrehaladtával hanyatlik, elsősorban az izomkeresztmetszet csökkenése miatt. Ennek megfelelően fontos tényező az eredmények értékelésében az egyén életkora, és a vizsgált izomrostok száma, azok keresztmetszeti területe. Lényeges tényező az is, hogy ugyanakkora erőt egy öregedő izom kisebb sebesség mellett képes kifejteni, ez pedig a mechanikai teljesítményt szintén meghatározza az erő és sebesség szorzataként. (Thom és mtsai. 2005)

6.2.) Harántcsíkolt vázizom energiaellátása

Fontosnak tartom megemlíteni a dolgozatban az izomműködés anatómiai összetettségét, hogy a kutatás későbbi előrehaladott eredményeit még teljesebben láthassuk. Egy-egy sérülés feltérképezése során jelentősége lehet a sérülés pillanatában kifejtett izomenergiának. Nem mindegy, hogy a külső teher mekkora mértékét képesek az izmok izometriás kontrakció alatt sérülés nélkül felvenni, de ugyanez igaz az anizometriás kontrakcióra gyakorolt hatásokra is.

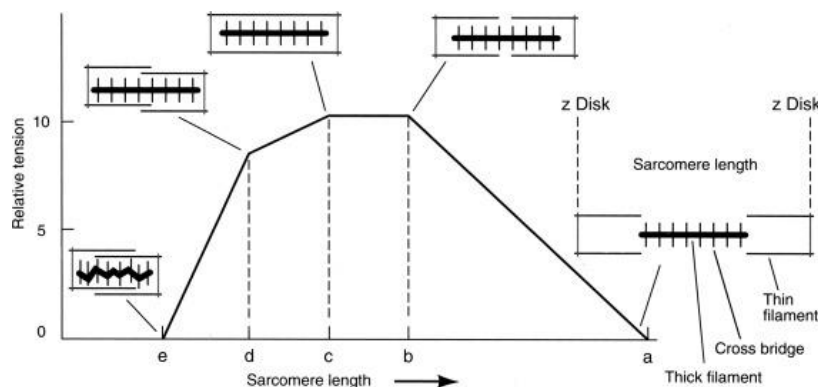
A lehető legnagyobb izomerő kifejtésének feltétele az izmok optimális tápanyagellátása. Az izomműködés rendkívül energiaigényes folyamat, melynek során az izom a kémiai energiát mechanikai energiává alakítja. Az energiafelhasználásból kevesebb, mint 50% az, ami a kontrakció mechanikai energiaszükségletét fedezi, a többi hő formájában szabadul fel. Az élő sejtek alapvető energiaforrása (jelen esetben az izomműködés közvetlen energiaszolgáltatója) mindig az adenozin-trifoszfát (továbbiakban: ATP) molekula. Az egyes tápanyagok, vagyis a szénhidrátok, zsírok, fehérjék az ATP termelésén keresztül látják el energiaszolgáltató feladatukat, sohasem közvetlenül. Az ATP hidrolízise (vízzel való reakció hatására bekövetkező bomlása), ADP-vé alakulása energiafelszabadulással jár, mint azt a 6.2.1. ábrán is szemlélteti, (a foszfátcsoportok közötti kötések nagy energiájúak), mely hasznos izommunkára fordítható.



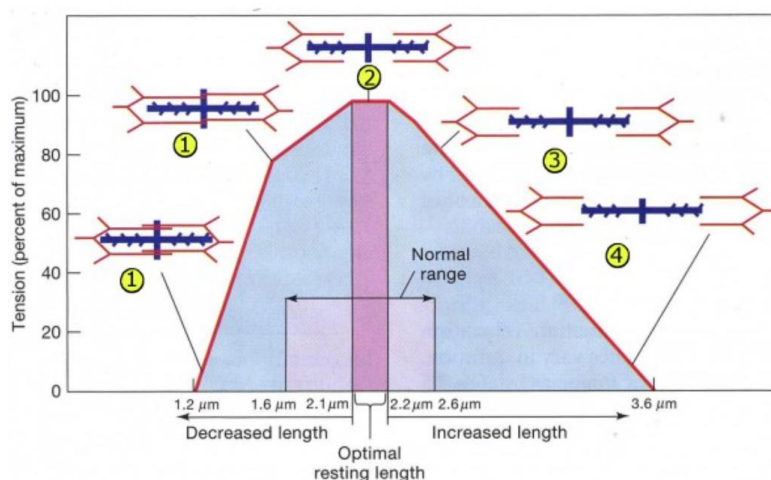
6.2.1. ábra: ATP molekulák hidrolízise során ADP molekulává és energiára bomlanak
(Wang és mtsai. 2015)

Az izmok feszültsége számos miozin és aktin filamentum egymáson való elcsúszása (kereszthídképződmény) által generált erőkből tevődik össze. Ez a feszültség az aktinokat a miozinféjeket egymás felé húzzák. A feszültség nagysága függ a stimuláció gyakoriságától és az izomrostok kezdeti nyugalmi hosszától. A szarkomerek hossza határozza meg az izomrost teljes hosszát. A 2019-es kiadású Muscle and Exercise Physiology 7. fejezetében szereplő 6.2.2. ábra jól szemlélteti a különböző szarkomerhosszokat és a hozzájuk tartozó maximális feszültséget % dimenzióban. Az enciklopédia pontosan említi öt jellemző és több irodalomban is elfogadott tartományt a görbén az izomkontrakció különböző állapotaival. A 6.2.3. ábra az enciklopédiában szereplő diagramm bővített változata, 1-4 szakaszokat és szarkomerhosszakokat

jelölve azon. Az ábrával igyekszem szemléltetni a vizsgálandó mechanikai rendszer összetettségét, és különböző állapotait, szélsőséges eseteit, hogy azt egyes sérülések szempontjából is a lehető legpontosabban tudjuk feltérképezni.



6.2.2. ábra: Izom szarkomrek hosszúság-feszültség diagrammja (Jerzy 2019)



6.2.3. ábra: Izom szarkomrek hosszúság-feszültség diagrammja pontosítva (S. Saladin 2023)

Az 1-es szakasznál a szarkomerek túlságosan összehúzódtott nyugalmi állapotban vannak. A vékony és vastag filamentumok között túl nagy az átfedés. Az izomösszehúzódás hatására az aktinszálak egymáson és a miozinszálak végein csúsznak. A további izomösszehúzódást leállítja a miozin filamentumok ütközése a Z-szálakkal. A feszültség csökken a kereszthíd ciklusok és a formáció ezen kapcsolatbontásának köszönhetően. Ahogy a nyugalmi izom

hossza növekszik, egyre több keresztídciklus történik, amelyek az izmokat összehúzódnásra serkentik. A keletkező feszültség nő. A maximális feszültség akkor jön létre, amikor a szarkomerek körülbelül $2,1-2,2 \mu\text{m}$ hosszúak, amint az a 2. szakasznál látható. Ez az optimális hosszúság a maximális feszültség megteremtéséhez. Az izomhossznak az optimum feletti növelésével az aktin filamentumok elhúzódnak a miozin filamentumoktól és egymástól. A 3-as jelű szakasznál csekély kölcsönhatás van a filamentumok között. Nagyon kevés keresztídciklus tud kialakulni. Jóval kevesebb feszültség keletkezik. Ha a szálakat túlságosan távolra húzzák egymástól, amint az a 4. szakasznál látható, többé nem lépnek kölcsönhatásba, és nem alakulnak ki keresztídciklusok, nem keletkezik értelmezhető feszültség. Ez az elv a hossz-feszültség összefüggést igyekszik bemutatni. Ekkor maximális feszültség keletkezik a szervezetben, mivel a központi idegrendszer a nyugalmi izomhosszt az optimális közelében tartja. Ezt úgy teszi, hogy fenntartja a feszültséget az izmokban, olyan módon, hogy az izmok részben összehúzódnak. A myofilamentumok is rugalmasak. Pontosan elegendő átfedést tartanak fenn az izomösszehúzódnáshoz.

6.) Mechanikai modellek alkalmazása az izom modellezésére

A biológiai lágy szövetek a legtöbb esetben magas fokú nemlineáris mechanikai viselkedést mutatnak a hozzájuk kapcsolódó passzív elemekkel együtt. Ezek szimulálására alkalmasak például a hiperelasztikus és viszkoelasztikus anyagmodellek.

A következőkben (összefoglaló jelleggel) Bojtár Imre „*Mechanikai anyagmodellek*” és „*Nemlineáris mechanika*” [2020] kurzusokhoz készített jegyzeteire támaszkodva áttekintjük a két modellcsalád legfontosabb mechanikai jellemzőit.

7.1.) Hiperelasztikus anyagmodellek

Ez a modellcsalád a tökéletesen reverzibilis anyagi viselkedés leírásának legismertebb és leggyakrabban használt módja. Nagyon sokféle változatuk van, mi ebben a dolgozatban szűkítjük alkalmazásuk körét az *időfüggetlen, állandó hőmérsékletű és kis alakváltozású* feladatok csoportjára. Legfontosabb jellemzőjük, hogy egy $\Pi_b(\epsilon_{ij})$ alakváltozási energiafüggvény ismeretében a feszültségek és alakváltozások közötti kapcsolat (vagyis maga

az anyagmodell) egyértelműen megadható az alábbi 7.1.1. képlet alapján (indexes jelölést használva a feszültség- és alakváltozástenzor megadásánál):

$$\sigma_{ij} = \frac{\partial \Pi_b}{\partial \varepsilon_{ij}}. \quad (7.1.1.)$$

A feszültségek és az alakváltozások közötti kapcsolat matematikai jellege az energiafüggvény fokszámától függ. *Kvadrátikus* függvény esetén például a közismert Hooke-modellhez, vagyis lineáris kapcsolathoz jutunk a deriválások elvégzése után (bár a mérnökök többsége ezt a modellt nem sorolja a „hiperelasztikus” családba, de elméletileg ez is ide tartozik, ha megfelelő energiafüggvényből indulunk ki).

Ha a Π_b energiafüggvény *magasabb* fokú, akkor természetesen már *nemlineárisan* rugalmas viselkedést leíró modelleket kapunk. Példaként említünk egy olyan változatot, ahol nemlineárisan rugalmas izotróp anyagok esetében az alakváltozási energiát az alakváltozástenzor bármely *három független invariánsának* függvényeként írják fel. Legyen például

$$\Pi_b = \Pi_b(\bar{I}'_1, \bar{I}'_2, \bar{I}'_3). \quad (7.1.2.)$$

ahol a három invariáns az alábbi képletekkel számítható:

$$\bar{I}'_1 = e_{kk}, \quad \bar{I}'_2 = \frac{1}{2} e_{km} e_{km}, \quad \bar{I}'_3 = \frac{1}{3} e_{km} e_{kn} e_{mn}. \quad (7.1.3.)$$

A hiperelasztikus anyagok modelljének meghatározása alapján:

$$\sigma_{ij} = \frac{\partial \Pi_b}{\partial \bar{I}'_1} \frac{\partial \bar{I}'_1}{\partial \varepsilon_{ij}} + \frac{\partial \Pi_b}{\partial \bar{I}'_2} \frac{\partial \bar{I}'_2}{\partial \varepsilon_{ij}} + \frac{\partial \Pi_b}{\partial \bar{I}'_3} \frac{\partial \bar{I}'_3}{\partial \varepsilon_{ij}}. \quad (7.1.4.)$$

Ha behelyettesítjük ide az invariánsokra az előzőekben felírt definíciós képleteket, akkor az összefüggést az alábbi formában írhatjuk fel:

$$\sigma_{ij} = \alpha_1 \delta_{ij} + \alpha_2 \varepsilon_{ij} + \alpha_3 \varepsilon_{ik} \varepsilon_{jk}, \quad (7.1.5.)$$

ahol

$$\alpha_i = \alpha_i(\bar{I}_i') = \frac{\partial \Pi_b}{\partial \bar{I}_i'}. \quad (7.1.6.)$$

Ez az anyagmodell már nemlineáris kapcsolatot ad meg a feszültségek és az alakváltozások között.

Megjegyezzük, hogy a kis alakváltozásokat figyelembe vevő hiperelasztikus modellek mellett a gyakorlati számítások sokszor igénylik a *nagy nyúlások* és/vagy *nagy szögtorzulások* figyelembevételét is. Az anyagban tárolt rugalmas energia felhasználására épülő modellek ilyen jellegű vizsgálatokra is alkalmasak, de ebben az esetben az energiafüggvényt is a *nagy alakváltozások jellemzésére szolgáló tenzorok* segítségével kell megadni. Mivel a kontinuummechanika sokféle ilyen alakváltozástenzort ismer, a segítségükkel előállítható energiafüggvények is sokfélék. Munkám során a későbbiekben röviden foglalkozom majd ilyen változatokkal is, hiszen az Ansys szoftver képes ezek használatára is.

A tetszőleges alakváltozások leírására képes nemlineáris rugalmas anyagmodellek példaként említjük az egyik leggyakrabban használt változatot, a *Green-Lagrange-féle alakváltozástenzor* segítségével felírt energiafüggvényt, amelyhez megfelelő párként a *második Piola-Kirchhoff-feszültségtenzor* csatlakozik³:

$$S = \frac{\partial \Pi_b(E)}{\partial E}, \quad (7.1.7.)$$

vagy ennek a *jobb Cauchy-Green deformációs tenzorral* felírt változata:

$$S = 2 \frac{\partial \Pi_b(C)}{\partial C}, \Leftrightarrow E = \frac{1}{2}(C - I). \quad (7.1.8.)$$

³ Ahogy a tárgy bevezető fejezeteiben már említettük, nem foglalkozunk hőmérsékleti hatásokkal, tehát a „*Nemlineáris Mechanika*” ötödik fejezetében tárgyalt általános termoelasztikus modellcsalád egyszerűsített változatait tárgyaljuk.

A továbbiakban bemutatunk néhány olyan ismertebb energiafüggvény változatot, melyek a gyakorlatban beváltak a *nagy alakváltozások* leírására alkalmas hiperelasztikus modellek előállításánál:

7.1.1.) Saint Venant-Kirchhoff-modell

Az energiafüggvény két változata és a belőlük kapott feszültség-alakváltozás kapcsolat:

$$\Pi_b(E) = \frac{\lambda}{2} (tr E)^2 + \mu tr E^2 ; \Pi_b(C) = \frac{\lambda}{2} \left[\frac{tr(C-I)}{2} \right]^2 + \mu tr \left(\frac{(C-I)}{2} \right)^2, \quad (7.1.1.1.)$$

$$S = \lambda (tr E) I + 2\mu E = \lambda \left[tr \left\{ \frac{(C-I)}{2} \right\} \right]^2 + \mu (C - I). \quad (7.1.1.2.)$$

Ez a modell lényegében a lineárisan rugalmas izotrop viselkedés kiterjesztése véges alakváltozásokra. Gyakran használják kompozit/polimer alkotórészek modellezésére. Olyan esetekben is alkalmazzák, amikor a kis alakváltozásokhoz *nagy elfordulások* társulnak (jellemző szerkezeti példája ennek egy horgászbót viselkedése). A képletekben szereplő λ és μ a *Lamé-állandókat* jelentik.

7.1.2.) Módosított Saint Venant-Kirchhoff-modell

Wallin és Ristinmaa javasolta (Wallin és Ristinmaa 2005) a „klasszikus” Saint Venant-Kirchhoff-modell módosítását az alábbi formára:

$$\Pi_b(C) = \frac{1}{2} K (\ln J)^2 + 2GJ_2, \quad (7.1.2.1.)$$

ahol K és G a (kis alakváltozású állapothoz tartozó állandó) térfogatváltozási- és nyírási rugalmassági modulusok, illetve:

$$\ln J = \ln \sqrt{|C|}, J_2 = \frac{1}{2} \left[tr \left(\ln C^{\frac{1}{2}} \right) \right]^2. \quad (7.1.2.2.)$$

A második tagnál a szögletes zárójelben lévő vessző a $\mathbf{C}$ tenzor szerint deriválásra utal. A módosított energiafüggvényből kapott anyagmodell:

$$\mathbf{S} = K(\ln J)\mathbf{C}^{-1} + 2G \left(\ln C^{\frac{1}{2}} \right)' \mathbf{C}^{-1}. \quad (7.1.2.3.)$$

7.1.3.) Neo-Hooke anyagmodell

Ez a modell a *klasszikus Hooke-egyenletek* kiterjesztése nagy deformációkra. Az energiafüggvény:

$$\Pi_b(C) = \frac{1}{2}\lambda(\ln J)^2 - \mu \ln J + \frac{1}{2}\mu(\text{tr } C - 3), \quad (7.1.3.1.)$$

ahol λ és μ a kezdeti állapothoz tartozó *Lamé-állandók*. A második Piola-Kirchhoff feszültségtenzor és a jobb Cauchy deformációs tenzor kapcsolata:

$$\mathbf{S} = \lambda(\ln J)\mathbf{C}^{-1} + \mu(\mathbf{I} - \mathbf{C}^{-1}). \quad (7.1.3.2.)$$

A pillanatnyi bázisban használt változókkal:

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{F}\mathbf{S}\mathbf{F}^T = \mathbf{F}[\lambda(\ln J)\mathbf{C}^{-1} + \mu(\mathbf{I} - \mathbf{C}^{-1})]\mathbf{F}^T = \quad (7.1.3.3.)$$

$$= \mathbf{F}[\lambda(\ln J)\mathbf{F}^{-1}\mathbf{F}^{-T} + \mu(\mathbf{I} - \mathbf{F}^{-1}\mathbf{F}^{-T})]\mathbf{F}^T = \quad (7.1.3.4.)$$

$$= \lambda(\ln J)\mathbf{I} + \mu(b - \mathbf{I}). \quad (7.1.3.5.)$$

7.1.4.) Mooney-Rivlin-modell

Mooney⁴ és Ronald S. Rivlin⁵ amerikai matematikusok az 1940-es években közölték ezt a gyakorlati célokra – főleg polimereknél – jól bevált modellcsoportot (Mooney 1940; Rivlin

⁴ *Melvin Mooney* (1893-1968) amerikai fizikus, főleg reológiai kutatásairól és a gumikkal kapcsolatos vizsgálatairól ismert.

⁵ *Ronald Samuel Rivlin* (1915–2005) amerikai fizikus, ő is elsősorban polimerek vizsgálatával foglalkozott.

1948). 2, 3, 5 és 9 paraméteres változatait szokás használni, inkább az alacsonyabb paraméterű modelljei népszerűek.

Megjegyezzük, hogy $d = \frac{2}{K}$ összenyomhatatlansági változó mindegyik esetben része a modelleknek, de ezt nem számítják be a paraméterszámba. Az energiafüggvényekben feltüntetett invariánsok a *jobb Cauchy-Green* deformációs tenzorból számíthatók.

Kétparaméteres változat energiafüggvénye:

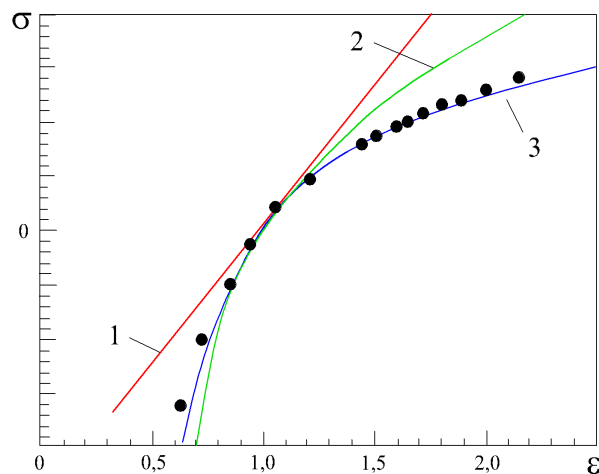
$$\Pi_b = c_1(\bar{I}_1 - 3) + c_2(\bar{I}_2 - 3) + \frac{1}{d}(J - 1)^2. \quad (7.1.4.1.)$$

Háromparaméteres változat energiafüggvénye:

$$\Pi_b = c_1(\bar{I}_1 - 3) + c_2(\bar{I}_2 - 3) + c_3(\bar{I}_1 - 3)(\bar{I}_2 - 3) + \frac{1}{d}(J - 1)^2. \quad (7.1.4.2.)$$

A 7.1.4.1. ábrán 1D *Neo-Hooke-modell*t („2” görbe) hasonlítottunk össze háromparaméteres *Mooney-Rivlin-változattal* („3” görbe).

Az „1” jelű függvény a lineárisan rugalmas modellt jelöli, a fekete pontok pedig természetes gumiból készült 1D mintadarab húzási tesztjét jelentik.



7.1.4.1. ábra: Neo-Hooke és Mooney-Rivlin modellek

Ötparaméteres változat:

$$\begin{aligned} \Pi_b = & c_1(\bar{I}_1 - 3) + c_2(\bar{I}_2 - 3) + c_3(\bar{I}_1 - 3)^3 + c_4(\bar{I}_1 - 3)(\bar{I}_2 - 3) + \\ & + c_5(\bar{I}_1 - 3)^2 + \frac{1}{d}(J - 1)^2. \end{aligned} \quad (7.1.4.3.)$$

Kilencparaméteres változat:

$$\begin{aligned} \Pi_b = & c_1(\bar{I}_1 - 3) + c_2(\bar{I}_2 - 3) + c_3(\bar{I}_1 - 3)^3 + c_4(\bar{I}_1 - 3)(\bar{I}_2 - 3) + c_5(\bar{I}_1 - 3)^2 + \\ & + c_6(\bar{I}_2 - 3)^3 + c_7(\bar{I}_1 - 3)^2(\bar{I}_2 - 3) + c_8(\bar{I}_1 - 3)(\bar{I}_2 - 3)^2 + c_9(\bar{I}_2 - 3)^3 + \frac{1}{d}(J - 1)^2 \end{aligned} \quad (7.1.4.4.)$$

A kezdeti nyírási modulust valamennyi esetben $\mu = 2(c_1 + c_2)$ módon kapcsolják a többi paraméterhez.

7.1.5.) Ogden-modell

R. W. Ogden ⁶ a főnyúlások segítségével felépített energiafüggvényt javasolt (Ogden és Hill 1997):

$$\Pi_b = \sum_{i=1}^N \frac{\mu_i}{\alpha_i} (\bar{\lambda}_1^{\alpha_i} + \bar{\lambda}_2^{\alpha_i} + \bar{\lambda}_3^{\alpha_i} - 3) + \sum_{k=1}^N \frac{1}{d_k} (J - 1)^{2k}, \quad (7.1.5.1.)$$

ahol az α_i, μ_i és d_k változók anyagi paraméterek, N nagyságára elvileg nincs korlát (háromnál nagyobb értéket viszonylag ritkán használnak). Az $N = 1$ és $\alpha_1 = 2$ eset a *Neo-Hooke*, míg az $N = 2, \alpha_1 = 2, \alpha_2 = -2$ változat a kétparaméteres *Mooney-Rivlin-modell*hez vezet. A kezdeti térfogatváltozási modulus $K = \frac{2}{d_1}$ értékkel vehető figyelembe.

A lineáris modellek μ nyírási rugalmassági modulusa és az itt használt paraméterek között Ogden az alábbi kapcsolatot mutatta ki:

⁶ Raymond William Ogden (1943 -) angol matematikus professzor (Cambridge)

$$\mu = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \alpha_i \mu_i. \quad (7.1.5.2.)$$

$N = 3$ értéke esetén Ogden – saját méréseire hivatkozva gumik esetén – ad egy jellemzőnek tekinthető adatbázist:

$$\alpha_1 = 1,3\mu_1 = 6,3 \cdot 10^5 \frac{N^2}{m},$$

$$\alpha_2 = 5,0\mu_2 = 0,012 \cdot 10^5 \frac{N^2}{m},$$

$$\alpha_3 = -2,0\mu_3 = -0,1 \cdot 10^5 \frac{N^2}{m}.$$

7.1.6.) Yeoh modell

A Yeoh modell egy polinomiális modell, csak az első alakváltozási invariánsra épülő változat. Közel összenyomhatatlan nemlineárisan rugalmas anyagok modellezésére alkalmazzák, pl. guminál. Általában az $N=3$ értékkel használatos, amivel jól modellezhetők a nagy alakváltozások.

$$\Pi = \sum_{i=1}^N C_{i0} (\bar{I}_1 - 3)^i + \sum_{k=1}^N \frac{1}{d_k} (J - 1)^{2k}. \quad (7.1.6.1.)$$

A képletben a $\mu = 2 \cdot C_{10}$ az anyagmodell nyírómodulusának kezdeti értéke

Megjegyzem, hogy az Ansys-ban (amennyiben kísérleti eredmények állnak rendelkezésre) kétféle görbeillesztési megoldással állíthatunk fel anyagmodelleket. A Yeoh modell esetében a nyaki izmok különböző irányú terhelésénél hibás eredményeket, sikertelen futtatásokat okozhatnak a Neo-Hooke-modellhez hasonlóan az összenyomhatatlansági korlátok miatt.

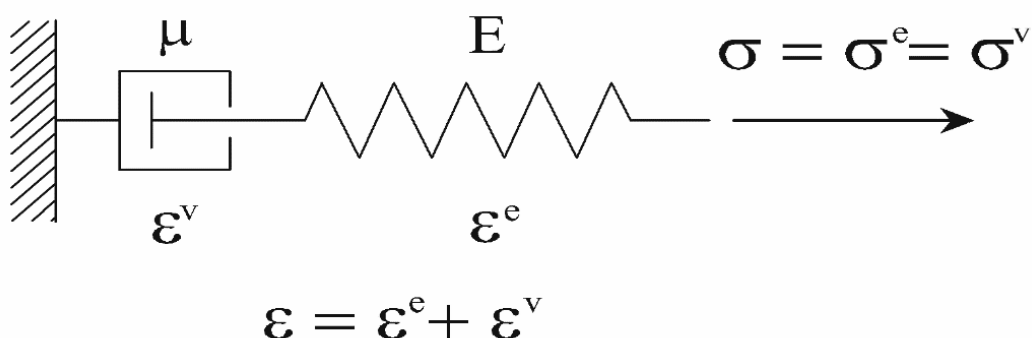
7.2.) Viszkoelasztikus modellek

Az anyagot *rugalmas* és *viszkózus* hatások *együttese* építi fel, képlékeny jelenségek nincsenek. Az egyes modellekben a rugalmas hatást a „*rugó*”, az időfüggő (viszkózus) hatást pedig a „*dugattyú*” jellemzi. Az összetettebb modellek megértéséhez először a viszkozitástan két

legegyszerűbb, de alapvető egydimenziós modelljével, a sorba kapcsolt Maxwell-moddal, illetve a párhuzamosan kötött Kelvin-Voigt-moddal ismerkedünk meg.

7.2.1.) Maxwell⁷-féle modell

A Maxwell-modell az F erő hatására a testet azonnal meghosszabbítja bizonyos hosszúsággal, majd ezt követően lassan változtatja a kapott hosszt. A minta kezdeti megnyúlása csak a rugó nagy meghúzásának eredménye, mivel időbe telik a feszültség megváltoztatása. Ennek a rugónak az előző állapotába való visszatérésére törekvő hatására a modell erős (az ábrán „balra” irányuló) reaktív erővel hat a rögzítés pontjára. Idővel a rugó hajlamos visszatérni eredeti állapotába, míg a dugattyú hajlamos tovább nyúlni. Pontosabban, a rugó normál feszültsége (pontosabban a nyúlása) addig csökken, amíg el nem éri a kezdeti hosszt. Azt az időt, ameddig a Maxwell-modell eléri kezdeti hosszát, azaz feszültsége eléri a nulla értéket, relaxációs időnek nevezzük.



7.2.1.1. ábra: Maxwell féle anyagmodell (Kaliszky, Kurutzné Kovács, és Szilágyi 2000)

$$\sigma = \sigma^{rug} = \sigma^v; \varepsilon = \varepsilon^{rug} + \varepsilon^v \Rightarrow \varepsilon^{rug} = \frac{\sigma}{E}, \varepsilon^v = \frac{\sigma}{\mu}. \quad (7.2.1.1.)$$

A viszkózus alakváltozásra felírt képletet *Newton* javasolta. A nevezőben szereplő μ paraméter neve viszkozitási állandó, dimenziója $[\text{Ns/m}^2]$. A teljes és a rugalmas alakváltozásokat idő szerint deriválva kapjuk a végleges *Maxwell*-modellt:

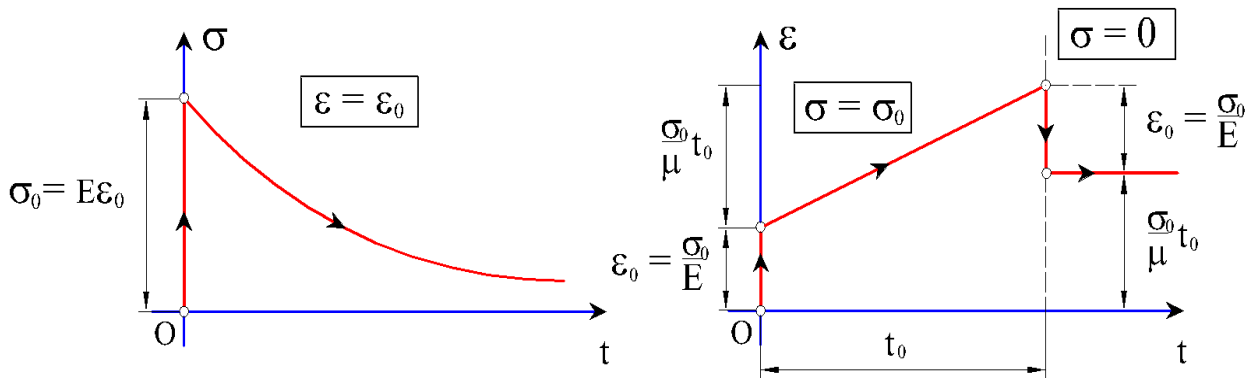
⁷ *James Clerk Maxwell* (1831 – 1879) világhírű skót matematikus és fizikus.

$$\dot{\varepsilon} = \frac{\dot{\sigma}}{E} + \frac{\sigma}{\mu}. \quad (7.2.1.2.)$$

Relaxáció vizsgálata esetén $\varepsilon = \varepsilon_0$ és $\dot{\varepsilon} = 0$, így a modell:

$$\frac{d\sigma}{dt} + \frac{E}{\mu}\sigma = 0. \quad (7.2.1.3.)$$

A sorba kapcsolt modellnél $t = 0$ pillanatban $\sigma = \sigma_0 = E\varepsilon_0$. Ennek a kezdeti feltételnek a figyelembevételével a feszültség értéke (7.2.1.2. ábra):



7.2.1.2. ábra: Relaxáció és kúszás hatása a Maxwell féle anyagra (Kaliszky és mtsai. 2000)

$$\sigma = \sigma_0 e^{-\frac{E}{\mu}t}. \quad (7.2.1.4.)$$

Kúszásnál $t = 0$ pillanatban $\sigma = \sigma_0$ kezdeti feszültséget alkalmazunk és feltételezzük, hogy ez a továbbiakban nem változik: $\dot{\sigma} = 0$. Így az egyenlet:

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{\sigma_0}{\mu}. \quad (7.2.1.4.)$$

Figyelembe véve a $t = 0, \sigma = \sigma_0, \varepsilon = \varepsilon_0 = \frac{\sigma_0}{E}$ kezdeti feltételt, a differenciálegyenlet megoldása (lásd ezt is az előző ábrán):

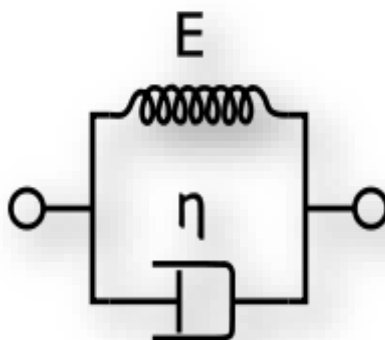
$$\varepsilon = \varepsilon_0 + \frac{\sigma_0}{\mu}t = \varepsilon_0 \left(1 + \frac{E}{\mu}t\right). \quad (7.2.1.5.)$$

Tehermentesítéskor a fajlagos nyúlás értéke ε_0 -al csökken, a $\frac{\sigma_0}{\mu} t_0$ tag viszont változatlanul megmarad.

Megjegyezzük, hogy már sokan javasoltak olyan kapcsolati egyenletet, amely a Maxwell-modell egyszerű továbbfejlesztése, az állandó együtthatójú differenciálegyenletből a rugalmassági modulus és a viszkozitási állandó időfüggő paraméterré tételével változó együtthatójú differenciálegyenletet állítanak elő:

$$\dot{\varepsilon} = \frac{\dot{\sigma}}{E(t)} + \frac{\sigma}{\mu(t)}. \quad (7.2.1.6.)$$

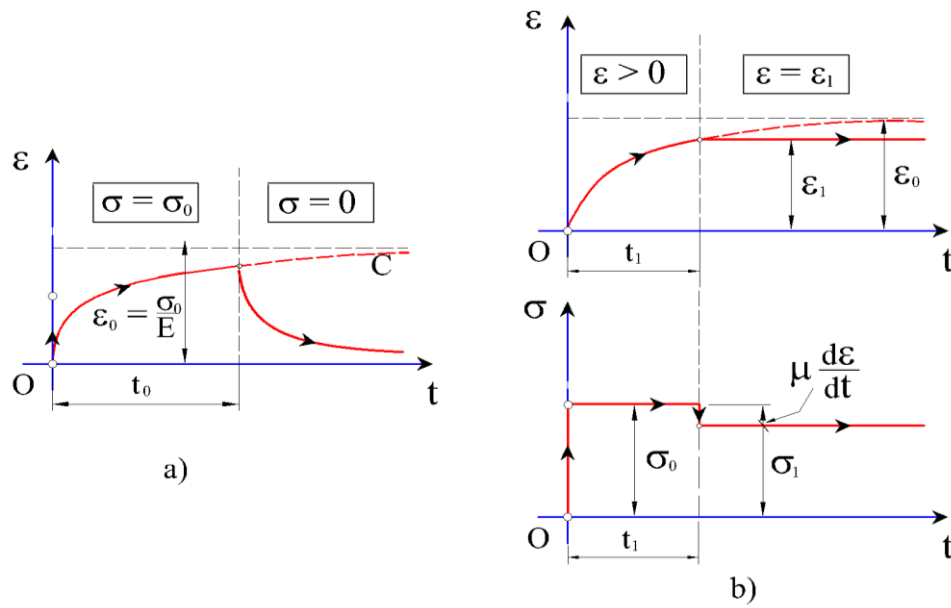
7.2.2.) Kelvin⁸-Voigt-féle modell



7.2.2.1. ábra: Kelvin-Voigt-féle anyagmodell (Kaliszky és mtsai. 2000)

Ennél a modellnél a rugalmas viselkedést jellemző rugót és a viszkózus hatást modellező dugattyút nem sorban, hanem párhuzamosan kapcsoljuk. Ennek megfelelően természetesen az anyagmodell viselkedése is változik:

⁸ William Thomson, ismertebb nevén Lord Kelvin (1824 – 1907) kiváló író matematikus, fizikus és mérnök.



7.2.2.2. ábra: Kelvin-Voigt-féle anyag kúszása és relaxációja (Kaliszky és mtsai. 2000)

Kelvin-Voigt-modell:

$$\varepsilon = \varepsilon^{rug} = \varepsilon^v, \sigma = \sigma^{rug} + \sigma^v \Rightarrow \sigma^{rug} = E\varepsilon, \sigma^v = \mu \dot{\varepsilon}, \quad (7.2.2.1.)$$

így maga a modell:

$$\sigma = E\varepsilon + \mu \dot{\varepsilon}. \quad (7.2.2.2.)$$

Kúszás esetén ($t = 0, \sigma = \sigma_0, \dot{\sigma} = 0$, lásd az „a” ábrát) a differenciálegyenlet $\frac{d\varepsilon}{dt} + \frac{E}{\mu}\varepsilon = \frac{\sigma_0}{\mu}$ alakú lesz. A kezdeti feltételeket ($t = 0, \varepsilon = \varepsilon^v = 0$ alakban) figyelembe véve a differenciálegyenlet megoldása:

$$\varepsilon = \frac{\sigma_0}{E} \left(1 - e^{-\frac{E}{\mu}t} \right). \quad (7.2.2.3.)$$

Ha t_0 idő után a σ_0 állandó feszültséget megszüntetjük, akkor a $t > t_0$ időhöz tartozó differenciálegyenlet: $\frac{d\varepsilon}{dt} + \frac{E}{\mu}\varepsilon = 0$. Ennek megoldása:

$$\varepsilon = K e^{-\frac{E}{\mu}t}. \quad (7.2.2.4.)$$

A K állandót abból a feltételből lehet meghatározni, hogy az alakváltozás kétféle képletből számított értéke a $t = t_0$ pillanatban megegyezik. A tehermentesítés után ε értéke exponenciálisan csökken.

Relaxáció vizsgálatánál $t = t_1$ ideig működtessünk $\sigma = \sigma_0$ állandó feszültséget. Ennek hatására

$$= \frac{\sigma_0}{E} \left(1 - e^{-\frac{E}{\mu}t} \right) \quad (7.2.2.5.)$$

alakváltozás jön létre. Rögzítsük ennek értékét és vizsgáljuk a feszültség változását. Mivel $t > t_1$ esetben $\dot{\varepsilon} = 0$, a feszültség hirtelen csökken, majd megőrzi

$$\sigma_1 = E\varepsilon_1 = \sigma_0 \left(1 - e^{-\frac{E}{\mu}t_1} \right) \text{ értékét.} \quad (7.2.2.6.)$$

Összegezve: a két alapmodell közül a *Maxwell-féle* a relaxáció, a *Kelvin-Voigt-féle* pedig a kúszás leírására alkalmas elsősorban. Bonyolultabb modellek a kétféle alapváltozat különböző típusú kombinációiból – illetve egyes változatoknál az időfüggő anyagi paraméterek bevezetésével – hozhatók létre. Megjegyezzük, hogy a Kelvin-modellben a képlékeny deformáció közelítőleg szimulálható. Ez a modell egyszerre alkalmas nagy viszkozitású és ridegebb tulajdonságú anyagok modellezésére

7.2.3.) A Hill-féle modell

A biomechanika területén sokszor használt (7.2.3.1. ábra) Hill⁹-féle izommodellt a tetanizált, azaz tartós izomösszehúzódás pontosabb megértésére és modellezésére hozták létre.

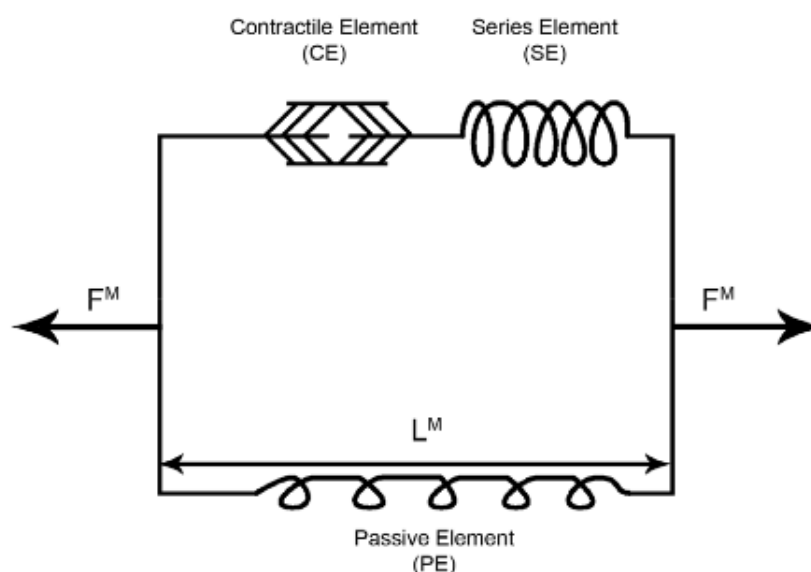
Az irodalmak három elemből álló modellre (7.2.3.1. ábra) utalnak Hill-féle modell alatt. Ezek mechanikailag mind ugyanazon elven működnek, különbségük az elemek sorrendjéből és

⁹ Archibald Vivian Hill (1886-1977) kiváló angol biokémiai kutató

helyéből adódik. Megjegyezzük, hogy ezek a modellek bizonyos módosításokkal teljesen más feltételrendszert és alkalmazási lehetőségeket kínálhatnak számunkra. Több párhuzamos elem bevezetésével akár anatómiai hatásokat is szerepeltethetünk a számításban, például az ínszalagok szilárdságát is, vagyis a 7.2.3.3. ábrán látható modellek lényegében mind Hill-modellnek tekinthetők. A Hill-modell segítségével az izom passzív tulajdonságait lineáris rugóval, a viszkoelasztikus tulajdonságait pedig lineáris rugó és viszkózus dugattyú („dashpot”) segítségével modellezhetjük.

A 3 elemből álló modell részletei (izommodellezés feltételezése esetén): 7.2.3.1. ábra

- Összehúzódo elem (CE): inaktív állapotban széthúzható, aktív állapotban lerövidíthető.
- Sorozatelem (SE): nemlineáris rugó: gyors aktív/inaktív változtatásért felel.
- Párhuzamos elem (PE): az izom nyugalmi rugalmasságáért felel, tehát a passzív viselkedését írja le.

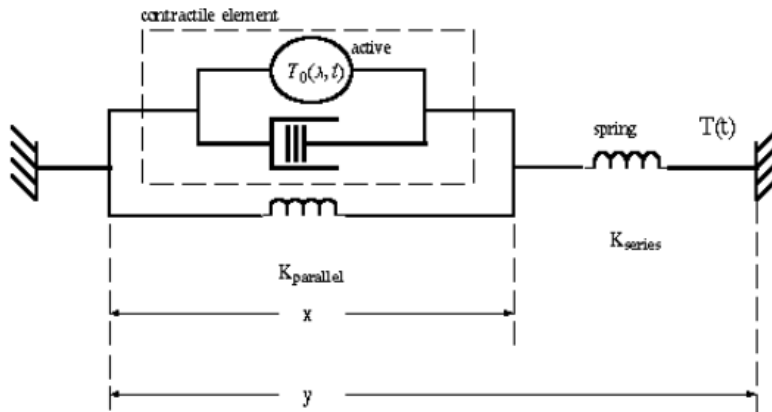


7.2.3.1. ábra: Hill féle három elemből összetevődő modell (Ford 2013)

A Hill féle modell másképp:

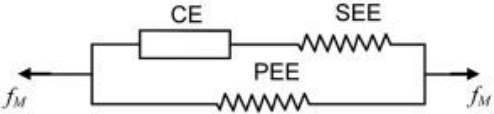
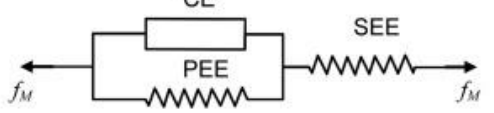
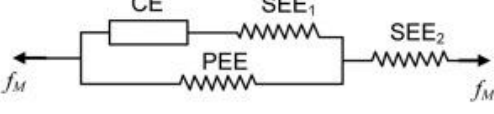
Ha az előző Hill-modellbe beépítünk olyan elemeket is, amelyek szintén befolyásolják a szarkomerek viselkedését, akkor az 7.2.3.2. ábrán látható modellt kaphatjuk. Ebben az esetben külön paraméterekkel jellemezhetjük az előző fejezetben említett összehúzódo elemet. Az izom

viszkózus viselkedésű elemeit dugattyú segítségével modellezhetjük, ez az elem a hosszirányú erőkkel szembeni ellenállásban vesz részt.



7.2.3.2. ábra: Hill féle modell elmélete (Ghosh, Srivastava, és Roy 2023)

- $K_{parallel}$: belső rugó - izomban levő, nem összehúzódó kötőszövet
- Kontraktív elem:
 - Viszkózus dugattyú: hosszirányú erőkkel szembeni ellenállást biztosítja, az izom viszkózus elemeit képviseli,
 - T_0 : aktív feszültség helyei. Megmutatja, hogy mekkora az időben állandó, tartósan aktív feszültség értéke a miozin és aktin filamentumokban. A K_{series} paraméter a külső rugó – ín viselkedését írja le.

Model	Force interactions between model components	Muscle force components
	$f_{CE} = f_{CE}(e, v, l_{CE})$ $f_{SEE} = f_{SEE}(l_{SEE})$ $f_{PEE} = f_{PEE}(l_{PEE})$	$f_M = f_{CE} + f_{PEE}$ $(f_{CE} = f_{SEE})$
	$f_{CE} = f_{CE}(e, v, l_{CE})$ $f_{SEE} = f_{SEE}(l_{SEE})$ $f_{PEE} = f_{PEE}(l_{PEE})$	$f_M = f_{CE} + f_{PEE}$ $(f_{SEE} = f_{CE} + f_{PEE})$
	$f_{CE} = f_{CE}(e, v, l_{CE})$ $f_{SEE_1} = f_{SEE_1}(l_{SEE_1})$ $f_{SEE_2} = f_{SEE_2}(l_{SEE_2})$ $f_{PEE} = f_{PEE}(l_{PEE})$	$f_M = f_{CE} + f_{PEE} = f_{SEE_2}$
	$f_{CE} = f_{CE}(e, v, l_{CE})$ $f_{SEE} = f_{SEE}(l_{SEE})$ $f_{PEE} = f_{PEE}(l_{PEE})$ $f_K = f_K(v)$	$f_M = f_{CE} + f_{PEE} + f_K$ $(f_{CE} = f_{SEE})$

7.2.3.3. ábra: Hill típusú izommodellek (Arslan és mtsai. 2019)

Jelölések:

- f_M – izomerő,
- f_{CE} – összehúzódnó elem ereje,
- f_{SEE} – soros rugalmas elem ereje,
- f_{PEE} – párhuzamos rugalmas elem ereje,
- f_K csillapító elem mentén ható erő,
- l_{CE} – összehúzódnó elem hossza,
- l_{SEE} – soros rugalmas elem hossza,
- l_{PEE} – párhuzamos rugalmas elem hossza,
- e – izom aktivációs szintje,
- v – izom összehúzódnási sebessége.

A Hill-típusú izommodellek 7.2.3.3. ábra szerinti fajtáival találkozhatunk a témánkhoz kapcsolódó legtöbb kutatásban.

7.) A kutatás lépései

A koponya/gerinc együttes numerikus szimulációiban szereplő izommodelleket igyekszem validálni, tehát a valós viselkedést minél jobban követni az eddig elkészült végeselemes modell segítségével. Ehhez az egyszerűbb irányból kezdünk közelíteni a bonyolultabb modellek felé. Megfontolást igényel az **anyagmodell**, a felhasznált **végeselem típusa**, és a **geometria** megválasztása. Az anyagmodellek tesztelését Ansys 2023-ban végezzük, a szoftver korlátainak függvényében. A 7. fejezetben felsorolt anyagmodellek mindegyike nem szerepel az Ansys-ban. A viszkoelasztikus modelleket a Static Structural Ansys környezet nem tartalmazza, mint direkt beállítható anyagmodellt, erre a célra az LS DYNA környezetet javasolják az Ansys alkalmazástechnikusai.

A felhasznált végeselem típusa szintén fontos a vizsgálatok során. Ha az izmokat rúdelemekkel modellezzük, akkor azok csak húzó- és nyomóerőt lesznek képesek felvenni, hajlítással szemben már kevésbé lesz valóságkövető a modell. Héj modellt alkalmazva egy-egy izomköteg helyettesítésére várhatóan pontosabb eredményt kaphatunk, de bonyolultabb is lesz általa a számítási folyamat. A héj modellt a dolgozatban a futtatások túlzott időbeli megnyújtása miatt nem alkalmaztuk, helyette a nagyobb figyelmet az anyagmodellek megfelelő beállítására és megválasztására fordítottuk. Figyelembe kell venni, hogy természetesen a nemlineáris anyagmodellek is növelik a szimulációk futtatásának idejét. Ha ezt párosítjuk egy bonyolult geometriával, könnyen lehet, hogy kifejezetten hosszú futtatásokra volna szükség, amely a teszteredmények kiértékelése szempontjából meglehetősen nehézkes.

8.1.) Feladataim

8.1.1.) Többféle anyagmodell alkalmazása Ansys specifikációkkal

- Lineárisan rugalmas modell.
- Nemlineáris modellek:
 - Hiperelasztikus anyagmodellek:
 - Saint Venant-Kirchoff-modell.
 - Módosított Saint Venant-Kirchoff-modell.

- Neo-Hooke anyagmodell.
- Mooney-Rivlin modell.
- Ogden-modell.
- Viszkoelasztikus anyagmodellek:
 - Maxwell-féle modell.
 - Kelvin-Voigt-féle modell.
 - Hill-féle modell.

8.1.2.) Geometria megválasztása

A mechanikai modell létrehozása során kétféle elmélettel érdemes dolgozni:

vagy az izomra működtetett *statikus és dinamikus hatások hatásvonalában* ábrázoljuk a különböző elemeket (CLOA-central line of action), vagy pedig az *izom irányát jellemző sorozatban*, amely spline görbe segítségével közelíthető egy valós izomfelépítés konstruálásában. Esetünkben az időbeli korlátok miatt csak a CLOA erőbevezetéssel végezzük a szimulációt, de egy pontosabb kutatásban feltétlenül érdemes megvizsgálni a másik lehetőséget is. A geometriát elemi szinten egy egyenes tengelyű modellen teszteljük, különböző anyagmodelleket rendelve hozzájuk.

Az eredmények alapján alkalmazhatónak választott modelleket a globális fej-nyak komplexum végeelem modelljébe építve folytattam a szimulációt. A geometria részeként tömör testelemek esetében kör keresztmetszetet alkalmazunk:

8.1.3.) Elem-modell megválasztása

Az elem-modellt véges számítógépes kapacitás figyelembevételével választottuk meg későbbi fejezetekben kifejtett megfontolások miatt.

- Rúdelem:
 - Vonalelemként modellezve (hossztengely mentén definiáljuk a megtámasztásokat). Ansys 2023R2-ben a hiperelasztikus anyagmodellek VE számítása akadályokba ütközik.

- Testelemként modellezve: hiperelasztikus anyagmodellek alkalmazása lehetséges
- Másféle elemtípus nem került kiválasztásra a koponya-gerinc modell véges számítógépes kapacitása miatt.

8.) Anyagmodellek paramétereit

Az alábbiakban a 7. fejezetben felsorolt modellek Ansys-ban szükséges paramétereit mutatom be a különböző tudományos fórumokon megtalálható irodalmak szerint. A szimuláció előkészítésénél ezen táblázatok alapján definiáltam manuálisan Ansys-ban az egyes mechanikai anyagi jellemzőket.

9.1.) Hiperelasztikus anyagmodellek

9.1.1.) Saint Venant-Kirchhoff-modell

Young-modulus (rugalmassági modulus)

A humán izmok Young modulusa izomcsoportonként specifikus. Értékét hozzávetőlegesen 0,1-100 MPa közötti tartományban veendő figyelembe a szimuláció során, kezdetben 5Mpa kezdeti értékkel.

Poisson-tényező

A Poisson-tényező az anyag transzverzális (oldalirányú) összenyomhatóságának mértékét jelzi. Az izmok esetében a biomechanikában 0,4 – 0,499 közötti értékek jellemzőek, mivel az izmokban kevés oldalirányú terjedés tapasztalható (úgynevezett „rugalmasan összenyomhatatlan anyagok” ezek), ezért a tényező értékét a szimulációban kezdetben 0,45-tel vettem figyelembe.

Ezek az értékek általánosan elfogadott becslések, de különböző izmok és egyéb szövetek eltérő értékeket mutathatnak, továbbá az izmok és szövetek viselkedése anyagfüggő és személyenként is változhat. Az adott humán izomcsoportra vonatkozó pontos értékek meghatározásához

célkísérleti adatokra vagy irodalmi forrásokra van szükség, amelyek részletesebb információkat nyújtanak, de ennek hiányában csak közelítő értéket tudok alkalmazni.

9.1.2.) Módosított Saint Venant-Kirchhoff-modell

A nemlineáris viselkedés figyelembevehetőségéhez finomítva a klasszikus Saint Venant-Kirchhoff-modellt jobban illeszkedővé tehetjük azt bizonyos anyagok vagy viselkedések modellezéséhez. Ezzel plusz paraméterek kerülnek a számításba, mint például a Green-Lagrange-nyúlás, amely a nagy deformációk hatását is figyelembe tudja venni. Egyéb igények felmerülése során lehetőség van Hencky-féle (más néven logaritmikus) nyúlással is leírni a deformációs mértéket. A Hencky-nyúlás logaritmikus formában van kifejezve, és a deformációs gradiens tenzor sajátértékeinek természetes logaritmusait használja. A két nyúlás tenzor közötti különbség a matematikai kifejezésben és az anyagi deformáció jellemzésében rejlik.

Mindkét tenzort használhatjuk a nemlineáris deformáció leírására, de például a Hencky-nyúlás népszerűbb a kifejezetten nagy deformációk esetén, míg a Green-Lagrange-nyúlás népszerűbb általánosabb anyagmodellekben és viszonylag kisebb deformációk esetén.

9.1.3.) Neo-Hooke modell

Nyírási modulus

Az izom nyírási modulusának értéke a konkrét izomtípusoktól, összetételüktől függően változhat, és azon is múlik, hogy milyen irányú a nyíró igénybevétel. Általánosságban azonban az izom nyírási modulusa 0,1 és 0,7 kPa között változik.

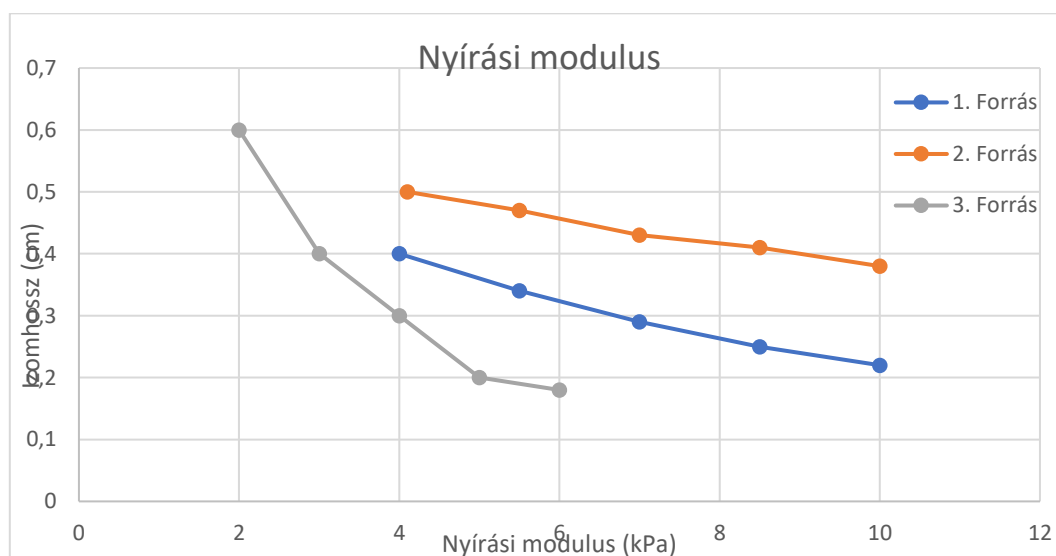
A következő tapasztalati függvényt több szakirodalomban is alkalmazták, jól jellemezheti a humán nyaki izmok nyírási modulusát a hosszúságuk függvényében (Yucesoy és mtsai. 2016):

$$G(l) = a \times l^{-b}$$

ahol

- $G(l)$ az izom nyírási modulusa a l hosszúságú izomrészre vonatkoztatva,
- l az izomhossz,
- a és b pedig a függvény paraméterei, amelyeket kísérleti adatok illesztésével lehet meghatározni.

Három forrás alapján a nyaki izmok tájékoztató jellegű nyírási modulusai a 9.1.3.1. diagram szerint értelmezhetőek. Ebben a dolgozatban a nyírási modulus értékét Yucesoy és mtsai. 2016-os adatai alapján vesszük figyelembe a szimuláció során. A megfontolás alapjául a következőt vettem: Yucesoy mérési adatai a nyírási modulus értékére hozzávetőlegesen Lima és mtsai. 2014 és Gennisson és mtsai. 2008 tanulmányai alapján vett szélső értékek között mozognak.



9.1.3.1. ábra: Nyaki izomzat nyírási modulusának tájékoztató értéke több forrás alapján

1. forrás:(Yucesoy és mtsai. 2016) ; 2. forrás: (Lima és mtsai. 2014);

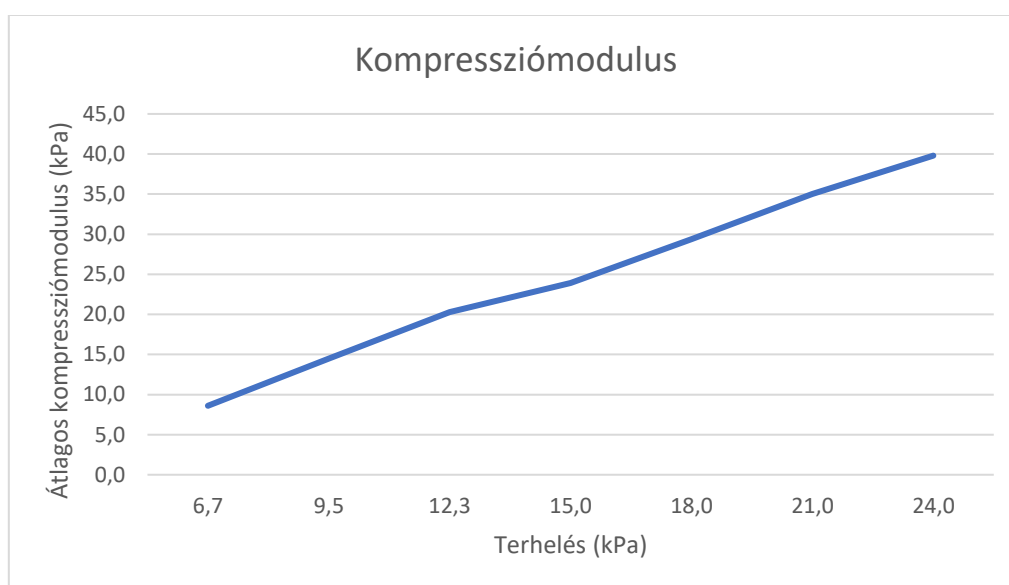
3. forrás: (Gennisson és mtsai. 2008)

Kompressziómodulus (Bulk modulus) - összenyomhatatlansági változó

A humán izomzat kompressziómodulusának értéke nagymértékben függ az izom típusától, az izomrostok elrendeződésétől és a mérési módszertől. Az izomzat kompressziómodulusa azt mutatja meg, hogy az izom hogyan viselkedik, amikor nyomás éri, és mennyire képes ellenállni

ennek a nyomásnak. Értéke a különféle lágy szövettípusokat összehasonlítva csak néhány, 1-2%-os eltérést mutat.

Shin és mtsai. 2009 tanulmányában a szerzők in vivo méréseket végeztek az emberi gastrocnemius izomzatának (lábban található) kompressziómodulusára és nyújtómodulusára vonatkozóan. Sajnos a nyaki izomzat kompressziómodulusáról nyílt forráskódú más irodalmat nem találtam, így pillanatnyilag az elérhető legjobb közelítés a 9.1.3.2. ábra értékeinek használata.



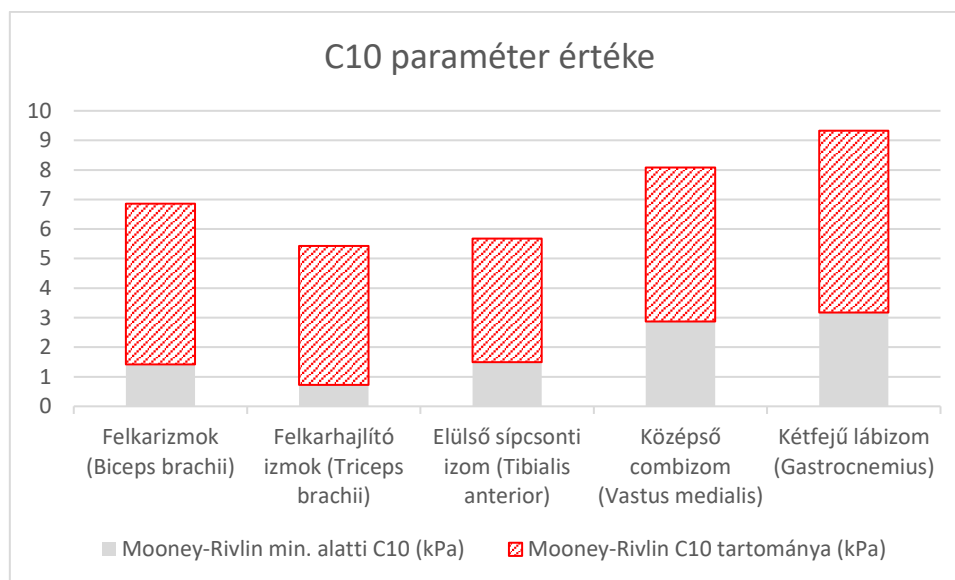
9.1.3.2. ábra: Gastrocnemius lábizomzat kompressziómodulusának értéke a terhelés függvényében (Shin és mtsai. 2009)

9.1.4.) Mooney-Rivlin modell

C10 paraméter (anyag típusától függő állandó)

A Mooney-Rivlin C10 paramétere az anyag merevségét jellemzi. Értéke függ az anyag tulajdonságaitól és az alkalmazási területtől is. Mivel a humán nyaki izomzat specifikus anyagtulajdonságai eltérhetnek egyénenként, illetve szöveteinek heterogén felépítéséből adódóan, ezért elvileg nem lehet egyetlen értékkel megadni úgy, hogy minden esetben alkalmazható legyen.

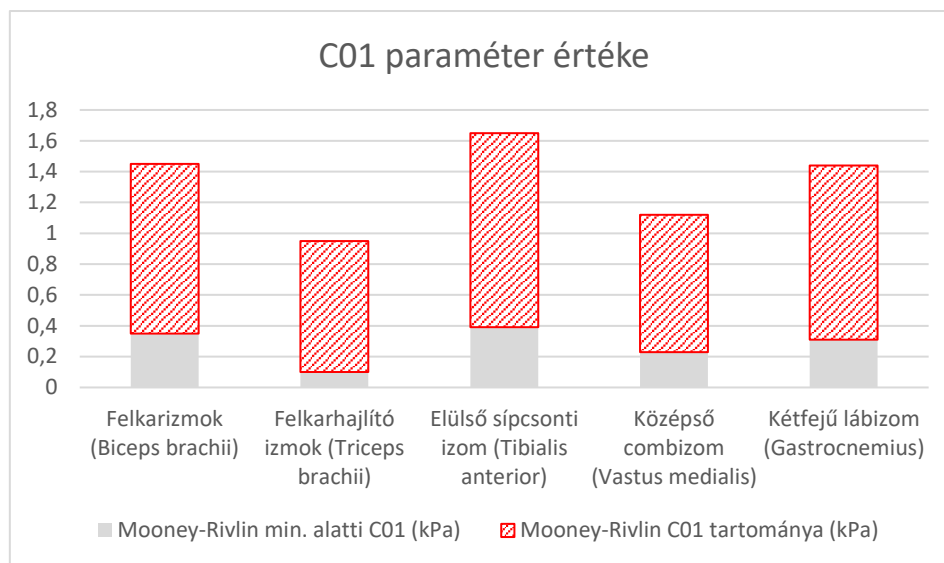
A szimulációkhoz szükséges adatokat a 9.1.4.1. ábra vörösen sraffozott tartományaiból származtatjuk, ez a hivatkozott irodalom szerinti adatsor C10 paramétereinek tapasztalati értéktartományát mutatja:



9.1.4.1. ábra: C10 anyagállandó értéke (Suijker és mtsai. 2016)

C01 paraméter

A Mooney-Rivlin anyagmodell C01 paramétere az anyag alacsony feszültség szinteken jelentkező nemlineáris deformációs tulajdonságait jellemzi. Értéke nagyban függ az anyagtól, az alkalmazási területtől, vizsgálati módszertől. A szimuláció adatait a 9.1.4.2. ábra vörösen sraffozott tartományaiból származtatjuk. A vörösen sraffozott diagrammterület azokat az értéktartományokat jelöli, amelyeket szövettani vizsgálatok alapján feltételez a tudomány az egyes izomcsoportokra.



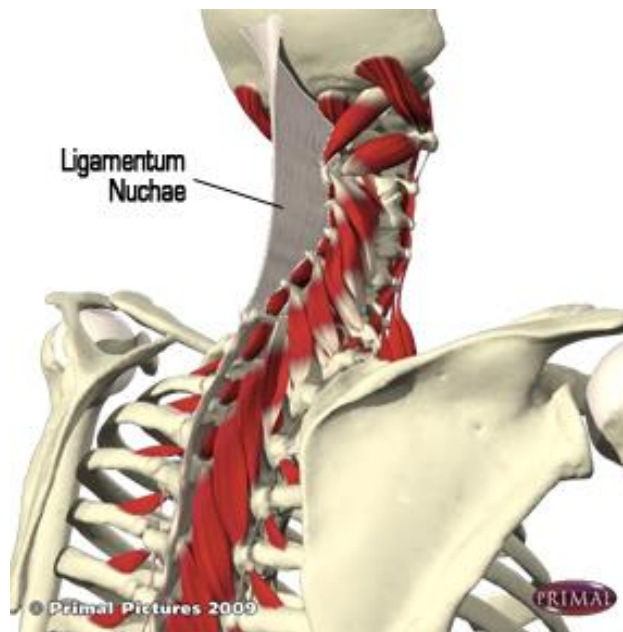
9.1.4.2. ábra: C01 anyagállandó értéke (Sjödín és mtsai. 2016)

D1 paraméter (kompressziómodulus)

A Mooney-Rivlin anyagmodell D1 paramétere szintén az anyag merevségét írja le. Értéke az izom típusától, az izomrostok irányától, a testrégióktól, az életkortól és az egészségi állapottól függően változhat. Az emberi nyaki izmok esetében nagyon kevés kutatás tesz említést a Mooney-Rivlin D1 paraméteréről, még kevesebb esetben publikáltak hozzá konkrét értéket, vagy értéktartományt. Több irodalom (többek között Bazrgari, Shirazi-Adl, és Arjmand 2007-es kutatásai) kezeskedik arról, hogy az emberi nyaki izmok és szalagok között nem mutatkozik jelentős különbség a D1 paraméter tekintetében. Ily módon becsülhetők tehát olyan adatok is, amelyekkel valósághűbb Mooney-Rivlin anyagmodellt állíthatunk fel.

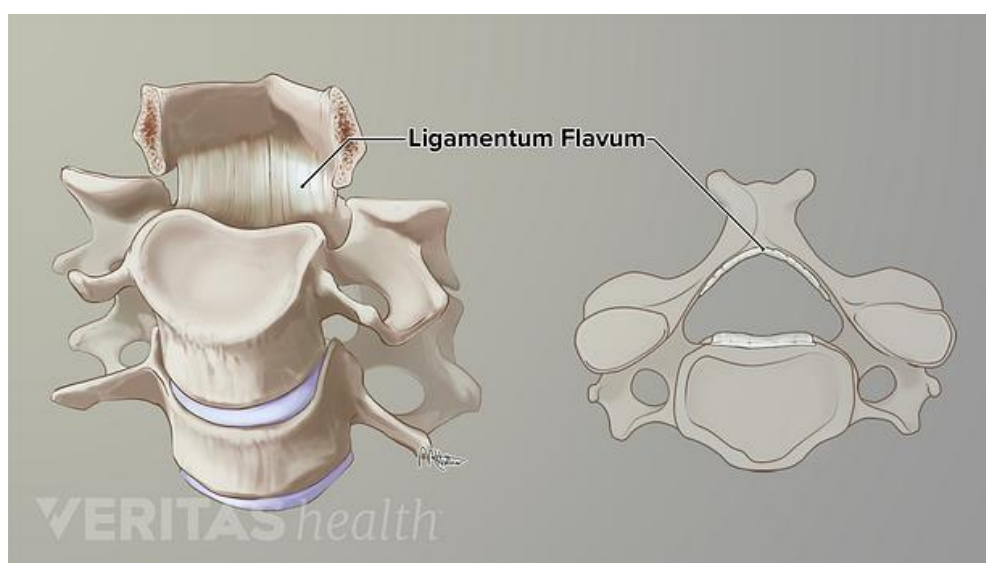
Naser és Gholamreza 2015-ben az „International Journal of Applied Mechanics and Engineering” c. folyóiratban publikált cikkéből az említett humán nyaki szalagok D1 paraméterét három szalagtípusra vonatkozóan becsülhetjük a következő intervallumokban:

Nyaki szalag	Magyar nevek	Mooney-Rivlin D1 (kPa)
Ligamentum nuchae	Nyakizom-kötőszövet	14,8 - 22,7
Ligamentum flavum	Sárga szalag	12,8 - 25,9
Ligamentum interspinale	Csigolyaív szalag	8,7 - 13,5



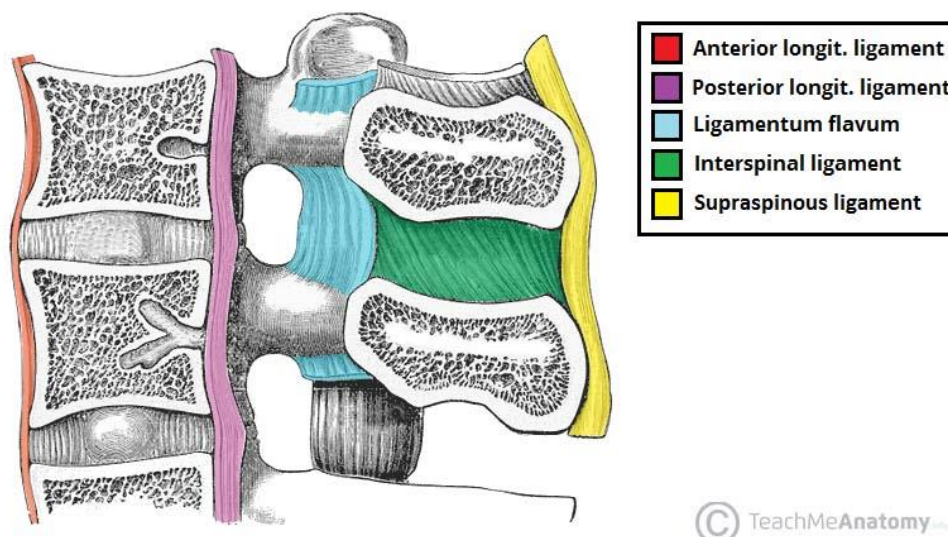
9.1.4.3. ábra: Ligamentum nuchae/nyakizom-kötőszövet (Dean és Mitchell 2002)

A szimulációban a számunkra releváns Ligamentum nuchae, azaz nyakizom-kötőszövet (9.1.4.3. ábra) tartománya alapján határozzuk meg a D1 paramétert, a tartomány középértékével. A teljesség igényével és a tanulmány későbbi fázisait segítve a 9.1.4.4. ábra szemlélteti a „sárga”szalag helyzetét a nyaki csigolyában, keresztmetszetben pedig ugyanezen szalagot a 9.1.4.5. ábra illusztrálja világoskék színnel kiemelve.



9.1.4.4. ábra: Filamentum Flavum/sárga szalag (Stephanie és Peter F. 2018)

A 9.1.4.5. ábra zöld színű kiemeléssel tartalmazza a csigolyaív szalagokat a nyaki gerinc keresztmetszeti rajzán, egyéb nyaki szalagokat is szemléltetve.



9.1.4.5. ábra: Ligamentum interspinale/csigolyaív szalag (Jake és Malte 2016)

A sárga szalag és csigolyaív szalag kisebb mennyiségben és kevesebb területeken vannak jelen a fej-nyak komplexumban, mint a nyakizom kötőszövet, ezért a globális modellben D1 paraméternek kezdetben 18,75 kPa-t veszünk fel. A későbbiekben megfontolandó a sárga szalag és csigolyaív szalag alapján is külön D1 értéket hozzárendelni az egyes nyaki izomcsoportokhoz.

9.1.5.) Ogden-modell

MU1 konstans anyagjellemző

Az Ogden anyagmodellben a MU1 paraméter a hiperelasztikus anyagmerevséget írja le az első alakváltozási invariáns függvényében. Mivel a humán nyaki izom Ogden anyagmodellje nem egy általánosan elfogadott modell, továbbá az anyag tulajdonságai is változóak lehetnek, az MU1 paraméter konkrét értékét nehéz megadni, általánosságban azonban elmondható, hogy értéke jelentősen változhat a vizsgált anyag típusától és az anyagminták előkészítési módszerétől függően.

A humán nyaki izom Ogden anyagmodelljének MU1 paraméterét klinikai vizsgálatok alapján határozzák meg. A 9.1.5.1. táblázatban néhány humán izomcsoport MU1 anyagjellemzőjét különböző irodalmak alapján összegeztem, az emberi test további kiegészítő izomcsoportjaival kiegészítve. A szimuláció szempontjából értelemszerűen a fej-nyak izmainak MU1 tartományát alkalmazzuk.

Izomcsoport	Magyar név	Latin név	MU1 érték (kPa)	Forrás
Atlantoaxialis izmok	Feji nyakizmok	Musculi suboccipitales	0,8 - 1,2	[1]
Intertransversariális izmok	Ágyéki szalagizmok	Musculi intertransversarii	0,8 - 1,3	[1]
Trapezius izomzat	Trapézizom	Musculus trapezius	0,8-1,3	[2], [3]
Sternocleidomastoideus izomzat	Szegycsont-nyakcsigolyaizom	Musculus sternocleidomastoideus	2,2 - 7,2	[2], [3], [4]

9.1.5.1. tábla: Ogden anyagmodell MU1 paramétertartománya összefoglalva

A1 paraméter értéke

Az A1 paraméter értékei az általam elért szakirodalomban sajnos többnyire mértékegység nélkül vannak kifejezve. Jellemzően nagyon nagy értékeket vesznek fel azokban a szövetekben, amelyek merevek és nehezen nyújthatók, például a csontokban. A lágyabb szövetek, mint például az izmok, kisebb A1 értékekkel rendelkeznek, ilyenkor ez az adat általában néhány tized körül mozog. Azonban az A1 paraméternél is fontos megjegyezni, hogy az egyes izmok és szövetek A1 paramétere nagyban függ az életkor, az egészségi állapot, az aktivitási szint és más individuális tényezők változásaitól is.

Az A_1 paraméter értéke számos szöveti vizsgálat és modellkészítés segítségével lenne meghatározható pontosan. A vizsgálat alatt a megfelelően előkészített szövetet különböző terhelési, megtámasztási körülmények között húzzák, megnyújtják. Konkrét, szűk értéktartomány pillanatnyilag nem létezik a nyaki izom Ogden-féle A_1 paraméterére, azonban lehatárolható egy olyan tartományra, amely segít a modellezés során a valóságos viselkedést megközelíteni.

Green és Sinkus 2005 szerint az A_1 paraméter értéke az egyes lágyszövetekben 0,1-10,0 kPa tartományban mozog, a szimuláció adatainak bevitele során is ebben a tartományban választottuk meg az A_1 értékét.

D1 paraméter (kompressziómodulus)

Ogden anyagmodell D1 paramétere az előzőektől nem különböző módon az anyag merevségét írja le az izom típusától, az izomrostok irányától, a testrégióktól, az életkortól és az egészségi állapottól függően változtatva értékét. Az Ansysban a D1 paraméter az Ogden anyagmodell bemeneti értékéből számítják:

$$D1 = 2 \times \alpha_1 \quad (9.1.5.1.)$$

9.2.) Viszkoelasztikus modellek

9.2.1.) Maxwell-féle modell

A Maxwell-féle anyagmodellt az Ansys speciális menüpontjában lehet definiálni. A Maxwell-modell esetében importálható Excel táblázatból, illetve közvetlenül betáplálva az adatokat definiálhatjuk a diagramot, amelyre a szoftver a szimuláció során az illesztést végzi. Bej 2012-es tanulmánya egyébként rendkívül hasznos lehet a későbbiekben egyéb biomechanikai vizsgálatokhoz, segít megérteni, hogyan viselkednek a különböző szövetek az egyes terhelések alatt.

9.2.2.) Kelvin-Voigt-féle modell

A humán nyaki izomzatra vonatkozóan jelen esetben nem áll rendelkezésre olyan szakirodalom, kutatás, amely akár csak az emberi lágyszövetről is tartalmazna pontosabb adatokat Kelvin-Voigt féle anyagmodellen alapuló szimulációt alkalmazva. A későbbi kutatómunkát segítve a végesselemes szimuláció a következő paramétereket követeli meg a Kelvin -Voigt modell bevezetéséhez:

A rugóállandó és csillapítási tényező értékét egyéb lehetőségek és szakirodalmak hiányában az OpenAI által kifejlesztett ChatGPT-3.5 mesterséges intelligenciával működő, öntanuló rendszer segítségével határoltam le a szoftver által használt globális adatbázisok alapján. Természetesen ezek a számok fenntartásokkal kezelendők, a jövőbeni kutatásokat felhasználva pontosabb határok közé helyezhetők.

- **Rugóállandó értéke** (spring constant):
Open AI közelítésével kapott, tájékoztató jellegű rugóállandó értéke az emberi lágyszövetekre: 100-10.000 N/m
- **Csillapítási tényező** (damping coefficient):
Open AI közelítésével kapott, tájékoztató jellegű csillapítási tényező értéke az emberi lágyszövetekre: 0,05-0,20
- **Terhelés és geometria:** az összehasonlíthatóság és optimális anyagmodell kiválasztásához a többi modellével azonosan megválasztva.

Fontos megjegyezni, hogy – akárcsak a többi anyagmodell paramétere esetében – a rugóállandó és csillapítási tényező intervallumának meghatározása számos tényezőtől függ, például az adott izom típusától, méretétől, alkalmazott terheléstől és az alkalmazott mérés technikától. Az értékek meghatározásához általában a biomechanikai kutatásokban végzett olyan kísérletekre és mérésekre támaszkodnak, amelyek az adott izomra és az adott populációra vonatkoznak.

9.2.3.) Hill-féle modell

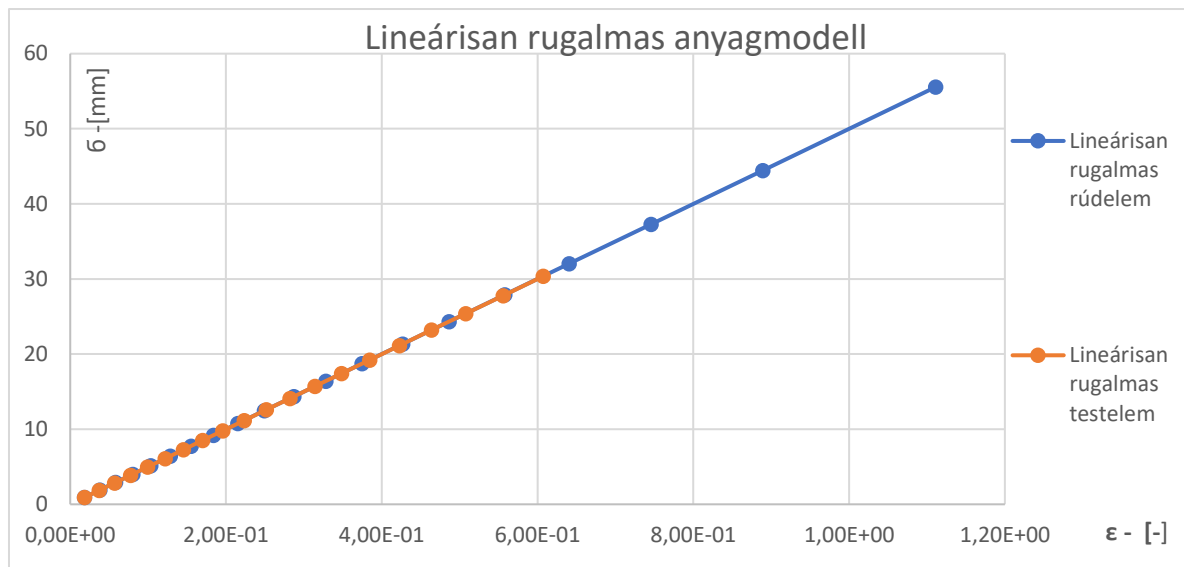
Ansys 2023R2 szoftver alkalmazása esetén az általam használt Static Structural környezetben Hill-féle anyagmodell direkt alkalmazása nem lehetséges. Az Ansys ehhez az anyagmodellhez

az LS DYNA környezetet ajánlja, ahol a könyvtárban már S16 material néven Hill-modellezett izom is szerepel. Jelen kutatásban az LS DYNA-t számítógépes korlátaim miatt sajnos nem tudtam alkalmazni.

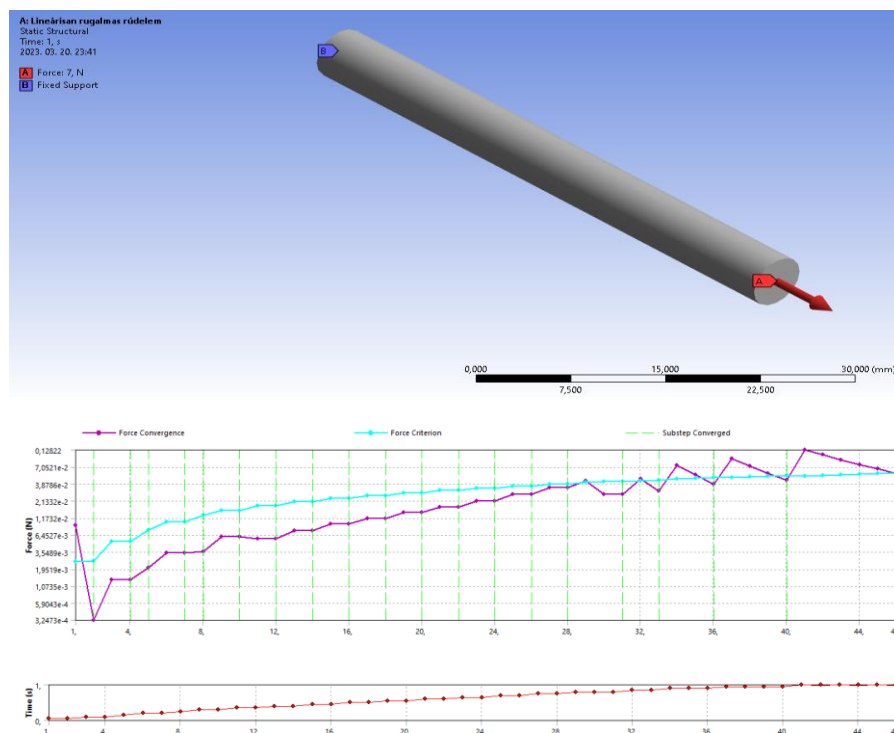
9.) Szimulációt meghatározó előzmények

Első lépésben két rúdelem összehasonlítását végeztem Ansys környezetben. Az előzőekben említett vonalelemet és testeletet lineárisan rugalmas anyagtulajdonságokkal láttam el. Mindkettő esetben az egyik végponton befogást definiáltunk, a másik végponton pedig egy reális nagyságú, tengelyirányú húzóerőt vezettem be. A futtatás után feszültség-alakváltozás (σ - ϵ) diagrammokat állítottam elő szintén Ansys-ban, majd az eredmény táblázatban kapott feszültség-alakváltozás eredményeket Excel táblázatban egy diagramon összehasonlítottam, ennek eredménye a 10.1. ábrán látható. A két σ - ϵ diagram azt tanúsítja, hogy az eredmény szempontjából egyenlő a rúdelem és testelet beállítása. Az elkövetkezendő vizsgálatok **futási ideje viszont csökkenthető, ha a testeletet választjuk**, mivel a megoldási konvergencia iterációs számítása 33 másodperc alatt, míg a rúdelem esetén 46 másodperc alatt tudott eredményt adni.

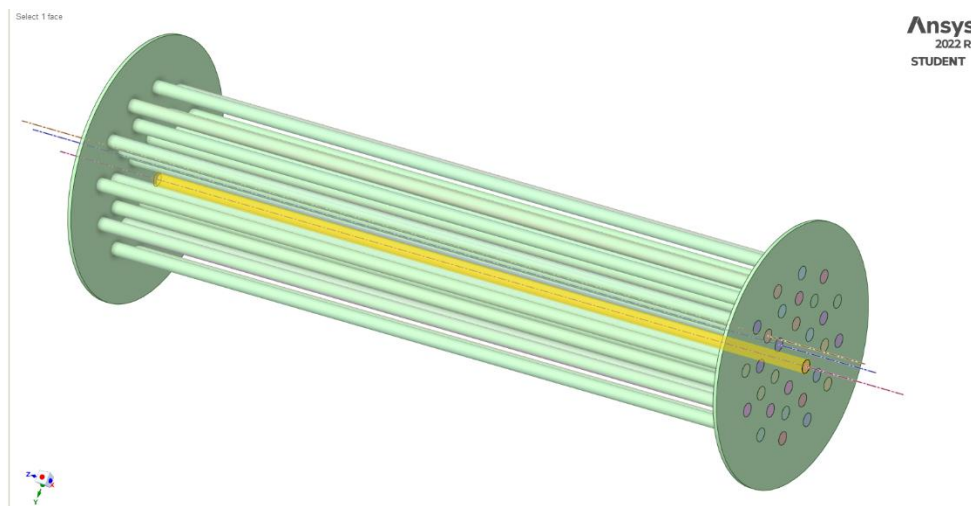
A numerikus számításokat sikerült több anyagmodell esetében is futtatni, ezek közül a 10.1. és 10.2. fejezetben leírt Mooney-Rivlin és Ogden féle anyagmodellek bizonyítottak effektív nemlineáris eredményeket.



10.1. ábra: Lineárisan rugalmas rúdelem és testelem összehasonlítása



10.2. ábra: Lineárisan rugalmas rúdelem Ansys modellje és az erőkonvergencia vizsgálat eredménydiagrammja



10.4. ábra: Sűrű szálkiosztással helyettesített izomrost

Megjegyezzük, hogy a későbbiekben az izomzat vizsgálatához felhasználhatjuk a 10.4. ábrán látható geometriát is, amely bizonyos mértékben jól jellemzi az egy izomrost-kötegben található izomrostokat (az izomrost 100 mikrométer átmérőjű tartományában). A globális izomrost vizsgálatához, a számítási folyamat és annak eredményeinek elemzéséhez elegendő egy egyszerűbb, 6 db izomrost elhelyezése is, ezek helyettesítik a valóságban jellemző, 20-tól néhány száz darab szarkomerből felépülő izomrostot.

Egy ilyen későbbi, pontosabb és mélyebb vizsgálat érdekében elvégeztem egy előzetes teszt sorozatot. Fehér József 2017-es adatai alapján olyan geometria modellt készítettem, amely az izomstruktúra 4. szintjén kezeli az izomrostokat szálanként. Geometriailag két lehetséges esetet hasonlítottam össze: egy szálból készített és 6 db szálból felépített modellt. További számítások elvégzése előtt fontos adatokkal rendelkezni arról, hogy milyen különbséget eredményez a számításban, ha egy rostköteget teljes vastagságában egy kör alakú keresztmetszettel modellezünk, vagy ugyanezen sugarú keresztmetszetet kiváltunk több, vékonyabb szállal, amelyek együttes területe a rostköteg vastagságú szálával közel azonos.

Fehér József 2017 és számos irodalom alapján egy-egy izomrost, vagy izomrost-köteg vastagsága legfőbbképpen függ attól, hogy mely izomcsoportról, milyen életmódú és korú egyénről beszélünk. Tehát pontos és állandó értéket nem ismerünk a keresztmetszeti területhez,

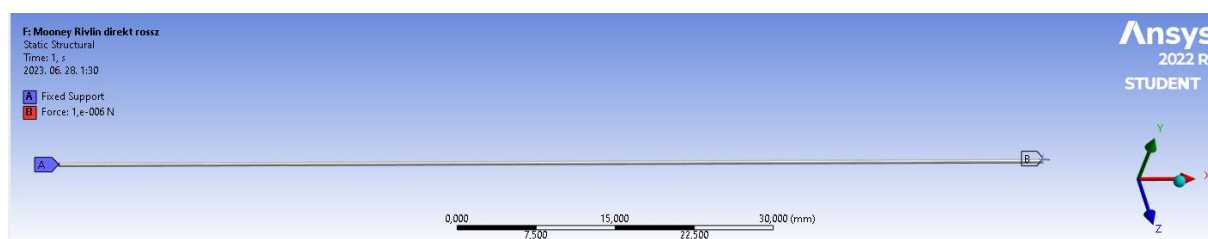
de egy bizonyos intervallumon belül felvehetünk úgy, hogy a lokális modell számítása során releváns eredményeket nyerhessünk ki a szimulációból.

Az izomrostok keresztmetszete – jól szervezett szerkezetű izomrostokat feltételezve egy átlagos felnőtt ember esetében – 20-100 μm átmérőjűek, hosszúságuk felső határértéke 12 cm-ig terjedhet, az alsó határa néhány mikrométerig. Az izomrostok átmérője pedig 100-1000 μm intervallumon belül változhat.

A lokális modellek előállításához a rostköteget helyettesítő szál átmérőjét 1000 μm -re ($0,785\text{mm}^2$), hosszát pedig 100 000 μm -re vettem fel. A rostköteget szintén 100 000 μm hosszúsággal 6 szálból készítve a $0,785\text{mm}^2$ keresztmetszeti területtel azonosan szálanként

$$d = \left(\frac{4 \times 0,785}{6\pi} \right)^{-\frac{1}{2}} \text{ mm} = 0,4081 \text{ mm} \text{ átmérőjű szálakat alkalmaztunk.}$$

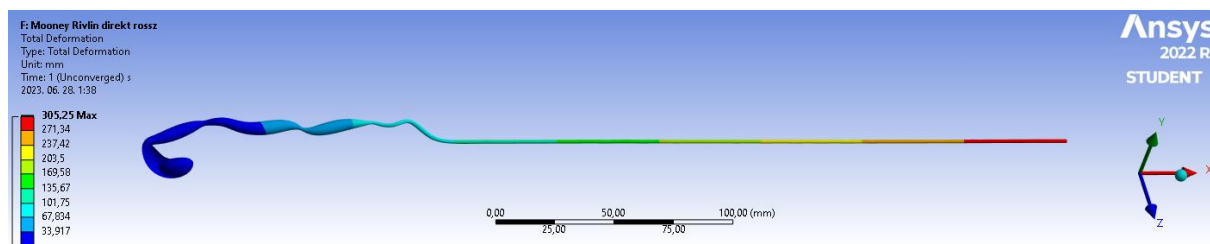
A 10.4 ábrán látható lokális izomrost modellt léptékben nagyobb és mikrotartományban pontosabb méreteivel a 10.5. ábrán helyettesítettem. A 10.5 ábrán az előző fejezetekben tett megfontolások alapján készítettem el sokadik lépésben.



10.5. ábra: Rostköteg mechanikai modellje Ansys 2022-ben: A-befogás; B-előírt elmozdulás

A következő alapfuttatások során a mechanikai modell egy egyszerű, egyik végén befogott testem. A testem keresztmetszete kör alakú, a befogás a hengeres test egyik alaplapjának felületére került. Első körben a „rostkötegekre” nem koncentrált erőt, hanem a befogással ellenkező oldali fedőlappára előírt 10 mm-es elmozdulást írtam elő. Az elmozdulás előírása azért került az erőbevezetés elé időrendben, mert a nemlineáris viselkedés és viszonylag alacsony méretek és erők újdonsága nehézségeket okozhat a futtatásokban. Az Ansysban végzett futtatások sikeressége, kiértékelése a Newton-Raphson módszer érintőkonvergencia-vizsgálatának eredményében nyilvánul meg.

Amennyiben egy túl „lágy” anyagra nagyobb erőt helyezünk rá, a szerkezetünkben számos helyen numerikus hibák jöhetnek létre, a számítás során nem talál egyensúlyi állapotot a szoftver, ami alapján az eredményünk hibaüzenetekkel lesz tele. Egy mérsékelt hibás deformációs ábrát láthatunk a 10.6 ábrán. Ez a számítás még lefutottnak feltételezhető, ahol a bevezetett koncentrált erő mérete 1×10^{-6} N.



10.6. ábra: Teljes deformációs ábra Mooney Rivlin tesztmodelre túl nagy erőbevezetés esetén

Amennyiben ezt az 1×10^{-6} N erőt a háromszorosára, azaz 3×10^{-6} N-ra növeljük, az eredmény már a futásképtelenséghez közeli állapotba kerül a 10.8. ábra szerint, számos pontatlan és fel nem használható eredménnyel. Az erőbevezetést 1×10^{-5} N-ra növelve már le sem fut a szimuláció. Tehát, ha erőbevezetéssel kísérleteznénk minden egyes anyagmodellnél, ahhoz rengeteg iteráció és minden iteráció próbafuttatása volna szükséges. Ezen megfontolásból kezdtem az elemi futtatásokat előírt elmozdulások bevezetésével. Az előírt elmozdulást a szerkezet befogott támasza a merevségi tulajdonságainak függvényében egyensúlyozza ki. Az egyensúlyhoz szükséges erőket a futtatás után `solution>force reaction` paranccsal már nagyságrendileg beazonosíthatjuk a későbbi iterációs folyamatokat nagyban felgyorsítva. Tehát a későbbiekben kulcsfontosságú erőbevezetési futtatásoknál így csökkenthetem az esélyét a hibás, sikertelen futtatásoknak, ezzel időt és erőforrásokat kiváltva.

10.1.) Mooney-Rivlin modell

Kuthe és Uddanwadiker 2016-os tanulmánya az általam is célul kitűzött vázizomszövet megismerésével foglalkozott. A kutatók részletekbe menően vizsgálták a vázizomszövetet rostorientáción alapuló anyagtulajdonságok szempontjából. A végeselemes számítási modell pontosságának biztosítása érdekében a szálorientáció in vitro vizsgálatát végezték az anyagállandók meghatározásához 5 kecskéből származó vázizom mintán. A mintákon

szakítóvizsgálatot végeztek a rostok szálirányában és 45° dőlésszöggel a rost irányához képest. Az *in vitro* teszteredményeket végeselemes futtatásokkal validálták a kísérletsorozat végén. Az irodalmak feldolgozása során szerzett ismeretekkel felvértelve a kecskék izomzatától a humán izom mechanikai és fizikai tulajdonságai között drasztikus eltérések nem várhatóak a közös gerincesek (vertebrata) törzsén belül az emlősök (mammalia) osztályában.

Eredményeik szerint a szálirányban végzett maximális nyújtásnál a feszültség 1973,2 kPa, a 45° dőlésszögben végzett húzófeszültség maximuma 1172 kPa és 430 kPa feszültség pedig a rostok keresztirányában. A vázizomzat szakítószilárdsága szálirányú húzás esetében 0,44 MPa, 45° dőlésszögben végzett húzás esetében 0,234 MPa értéket mutatott. Az izomszövet rugalmassági modulusa 1,59 MPa volt a rostirányban, 0,621 MPa a 45° -os irányban és 0,43 MPa a szálkeresztirányra merőleges irányban. Az izomminta elmozdulása a maximális terheléshez képest kicsi volt a rost irányában. A Kuthe és Uddanwadiker vizsgálati eredményei azt mutatták, hogy az izomszövet a rostok irányában merevebb volt, mint a rostok keresztirányában. Lényeges következtetés, hogy az vázizomzat merevsége megváltozik, ahogy a vázizomszövet rostorientációja is megváltozik.

Ebben a fejezetben összefoglaltam a hivatkozott forrásban kísérleti úton meghatározott anyagállandókat a későbbi kísérletek és végeselemes futtatások kiindulását és beállításait elősegítve. A fej-nyak komplexumon végzett számítás során a száliránnyal párhuzamos anyagállandókat vettük számításba a fejtetőn bevezetett egységerő és egységnyomaték kiegyensúlyozására. Várhatóan a fej előre-hátra és oldalirányban végzett biccentését, vagy extrém baleseti helyzetben az izmok veszik fel húzás formájában a terheket, így ezzel dolgoztunk tovább.

10.1.1.) Elemi modellben használt anyagállandók

Anyagállandó	Hosszanti szárirány (felhasznált)	45°-os dőlésszög a szál irányához képest	Keresztszal irány
Poisson tényező	0,499000	0,499000	0,499000
Sűrűség (kg/cm ³)	0,001073	0,001073	0,001073
C10 (MPa)	0,746390	0,274860	0,078742
C01 (MPa)	- 0,749000	- 0,214864	- 0,082404
C20 (MPa)	- 0,250710	- 0,105200	- 0,025000
C11 (MPa)	0,772790	0,310000	0,094650
C02 (MPa)	- 0,840410	- 0,429280	- 0,082404
D1	-	-	-

10.1.1.1. tábla: Mooney-Rivlin anyagállandók (Kuthe és Uddanwadiker 2016)

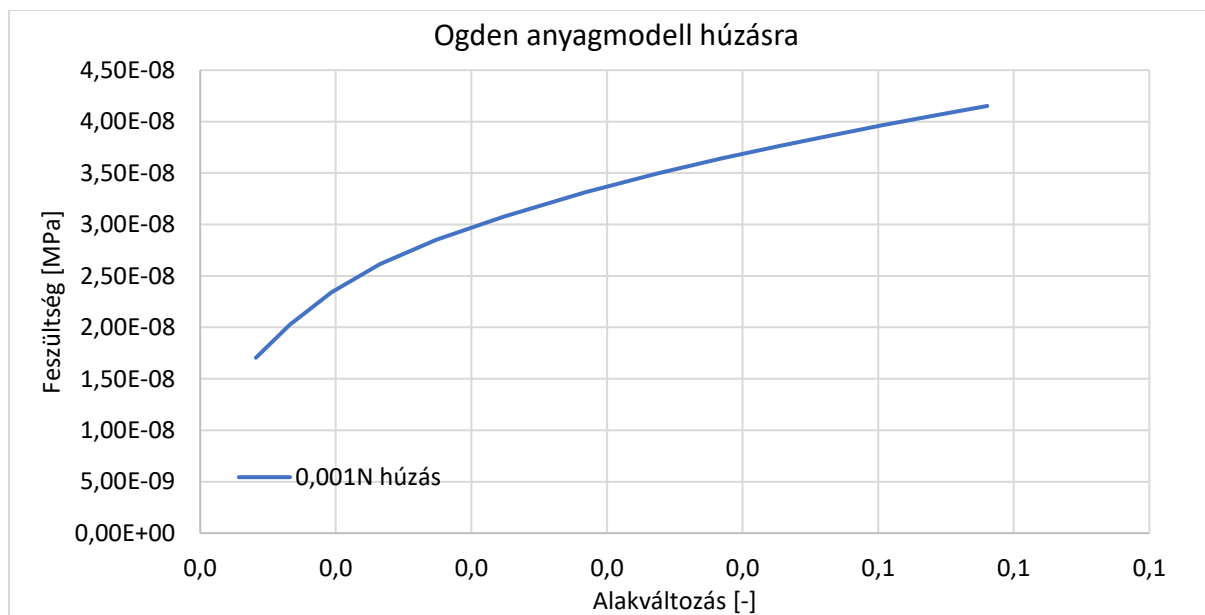
10.2.) Ogden modell

A modellt teszteltem különböző mechanikai terhekkkel, a húzás esetében adott olyan eredményt, amelyet értékelhetőnek nevezhetek. Nyomásra a modell közel lineárisan rugalmasan viselkedik. A 10.2.1.1. táblázatban foglaltam össze a 9.1.5. fejezetben jelölt irodalmakból és kísérleti eredményekből összegyűjtött és a leírtak szerint átgondolandó anyagállandók számításához javasolt értékét. Az elemi modellen végzett húzóerőre elvégzett tesztfuttatást pedig a 10.2.1.1. ábrán jelenítettem meg. Látható, hogy lágyuló anyag esetén volna érdemes alkalmazni az Ogden modellt, továbbá csekély nyomóerők esetében.

10.2.1.) Elemi modellben használt anyagparaméterek:

Anyagállandó	Érték
MU1 paraméter (MPa)	0,69
A1 paraméter	1,3
MU2 paraméter (MPa)	0,00000001
A2 paraméter	4,00
MU3 paraméter (MPa)	0,00000122
A3 paraméter	-2,00
Incompressibility D1 (MPa ⁻¹)	100000 MPa ⁻¹
Incompressibility D2 (MPa ⁻¹)	100000 MPa ⁻¹
Incompressibility D2 (MPa ⁻¹)	100000 MPa ⁻¹

10.2.1.1. tábla: Ogden modell anyagállandók



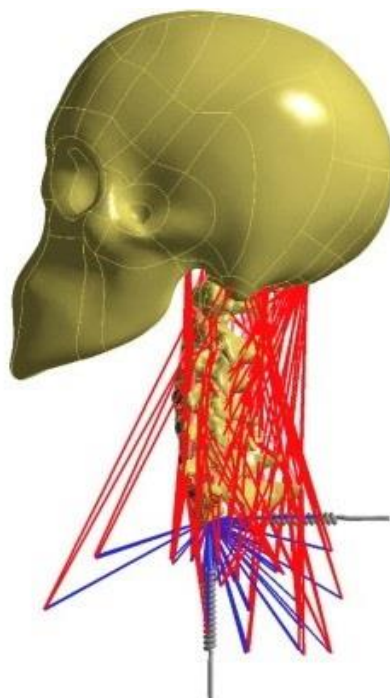
10.3.1.1. ábra: Ogden modell viselkedése húzó erőre.

10.) Eredmények felhasználása a fej-nyak modellben

A rendelkezésre álló idő alatt elvégzett lehető irodalomfeldolgozások eredményeivel igyekszem támogatni a jövőben elvégzendő numerikus izommodellezési feladatokat. Ehhez a nyílt és elérhető forrásokat kerestem és dolgoztam fel. A szakirodalmak nagyon szűk rétege rendelkezik konkrét számadatokkal, iránymutatásokkal, hogy mikor és milyen megfontolással állítsuk be az anyagállandók értékeit. Továbbá az egyik hiperelasztikus modellekről semmilyen elérhető összefoglalót, bemutatóanyagot nem találtam, ahol a nemlineáris viselkedés korlátait bemutatnák a gerincesek, emlősök lágyszövetei esetében.

Danka és mtsai. 2022 tanulmányának keretein belül a már bemutatott fej-nyak komplexum numerikus modellben az eredetileg lineáris rácsrúd vonalelemek néhány darabját kicseréltük testelemekre, ugyanis, mint arról már szó esett, az Ansys 2023R2 még nem tud hiperelasztikus rácsrúd vonalelemekre végeselemes futtatásokat végezni.

A 11.1. ábrán látható modellen végeztük a számításokat.



11.1. ábra: Létező emberi koponya alapján készült fej-nyak komplexum VE modell

(Danka és mtsai. 2022)

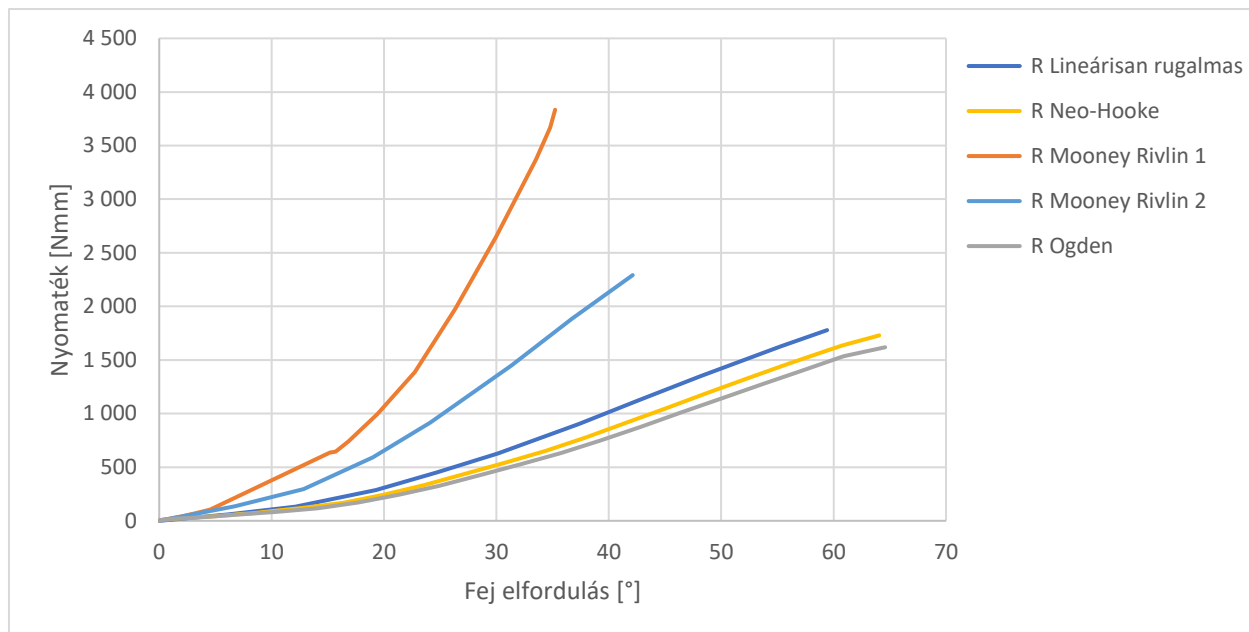
Az első nagyobb futtatássorozatot (a későbbiekben ezt további szimulációk követik) a 11.2. ábrán szemléltetett fejtetőre működtetett egységnyomatékkal végeztük. Az eredményeket a 11.1. táblázatban összegeztük.



11.2. ábra: Fejtetőre működtetett nyomaték, amely alapján a fej elfordulásmérését végeztük
(Danka és mtsai. 2022)

M Lineárisan rugalmas	R Lineárisan rugalmas	M Neo-Hooke	R Neo-Hooke	M Mooney Rivlin 1	R Mooney Rivlin 1	M Mooney Rivlin 2	R Mooney Rivlin 2	M Ogden	R Ogden
1,95E-07	1,32E-09	1,94E-07	1,32E-09	1,94E-07	1,32E-09	1,95E-07	1,31E-09	1,94E-07	1,32E-09
61,329	6,199	10,272	0,315	5,040	0,063	135,430	6,687	9,578	0,360
132,760	12,099	13,809	0,653	7,219	0,142	295,180	12,838	14,922	0,900
286,230	19,299	18,491	1,260	9,445	0,260	591,220	18,989	20,253	1,575
452,340	24,699	21,126	1,620	13,640	0,526	916,200	24,127	28,518	2,790
628,840	30,099	24,192	2,070	23,979	1,124	1 449,800	31,326	39,979	4,613
903,310	37,299	30,941	3,083	42,300	2,021	1 883,300	36,726	56,159	6,891
1 126,800	42,699	43,669	4,905	71,871	3,281	2 291,800	42,126	84,699	10,491
1 347,700	48,099	58,161	6,632	104,690	4,541			117,650	14,091
1 628,200	55,299	62,367	7,172	637,830	15,178			169,580	17,691
1 778,400	59,423	70,474	8,184	645,570	15,684			240,830	21,291
		89,260	10,007	739,420	16,823			327,190	24,891
		118,870	12,741	994,750	19,386			423,880	28,490
		168,370	16,341	1 387,000	22,724			525,510	32,090
		243,130	19,941	1 973,800	26,324			630,920	35,690
		332,920	23,541	2 642,300	29,924			749,750	39,290
		435,230	27,140	3 371,000	33,523			879,740	42,890
		541,170	30,740	3 668,200	34,783			1 011,500	46,490
		651,480	34,340	3 834,100	35,224			1 144,700	50,090
		777,310	37,940					1 275,400	53,690
		914,110	41,540					1 405,200	57,290
		1 051,700	45,140					1 535,700	60,890
		1 190,900	48,740					1 618,700	64,585
		1 328,800	52,340						
		1 463,400	55,940						
		1 593,200	59,540						
		1 637,200	60,800						
		1 729,200	64,057						

11.1. tábla: Fejtetőre működtetett nyomaték alapján elvégzett számítások eredményei
különféle anyagmodellek esetén

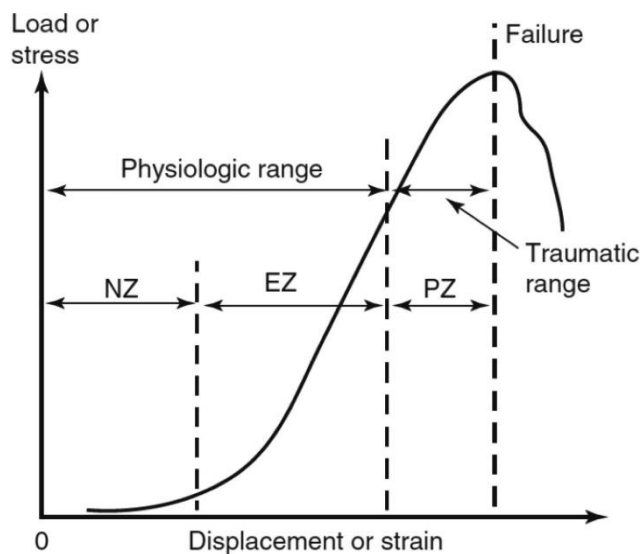


11.3. ábra: Egységnyomatékkal elvégzett futtatások eredményei különböző anyagmodellekre

Megjegyzem, hogy bár terveim között szerepelt, de az időbeli- és a számítógépes korlátok miatt már nem volt lehetőségem az Ansys-Dyna alkalmazásával a viszkoelasztikus tesztek elvégzésére, ez a jövőben megoldandó feladatok közé került.

11.) Összegzés

A modellezéshez alaposan értelmezett és felhasznált anyagmodellek közül a Mooney-Rivlin és Ogden-féle anyagmodell viselkedését tudom a legjobban hasonlítani a normál nyaki gerinc kvalitatív terhelés-elmozdulás görbéjéhez. A semleges zóna (NZ-Neutral Zone) és a rugalmas zóna (EZ-Elastic Zone) egyértelműen azonosítható. A plasztikus zóna (PZ-Plastic Zone) a meghibásodásig már nem szimulálható. Több a tönkremenetel utáni, 12.1. ábrához hasonló eredményt is hoztak a futtatások, de az ilyen mértékű „szakadó nyúlás” modellezésére komolyabb függvénykombináció szükséges.



12.1. ábra: A nyaki gerinc kvalitatív terhelés-elmozdulás görbéje (Danka és mtsai. 2022)

Összességében a sokrétű célkitűzés egyike az izommodellezéshez lehetséges anyagmodellek összegyűjtése, alkalmazhatóságuk tesztelése és kiértékelése volt, mivel publikus szakirodalom sajnálatosan rendkívül csekély mértékben áll rendelkezésre az elérhető platformokon, ahogy ezt saját munkám során is tapasztaltam. Rengeteg irodalom említi az izmok modellezését, az azokkal folytatott kísérleteket, vagy VE számításokat, de csak töredékük tartalmazza numerikusan is az anyagállandók értékeit, amelyeket alkalmaztak.

Dolgozatomat egy tanulási folyamat részének tekintem, segített megismerni az anyagmodellek egy meglehetősen széleskörű családját, megtanított a numerikus modellek egy hatékony változatának kezelésére (és természetesen az alkalmazhatóság korlátaira), de legfőképpen – ha csak egy csekély mértékben is – hozzájárulhattam egy biomechanikai kutatás fontos részletének fejlesztéséhez.