



M Ű E G Y E T E M 1 7 8 2

Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem
Természettudományi Kar

Szintetikus diagnosztika-alapú eljárás a HESEL turbulenciakód validációjához

OTDK melléklet

2025. 04. 22-25.

Témavezető

Dr. Asztalos Örs

Egyetemi adjunktus

Nukleáris Technikai Intézet

Hallgató

Andorfi István

Fizikus MSc 2. évfolyam

Kutatófizikus specializáció



Tartalomjegyzék

A. Kvalitatív paraméterek vizsgálata	1
A.1. Magasabb momentumok	1
A.2. Spektrumok	4
B. AUG29307 tulajdonságai	6
C. AUG29308 tulajdonságai	7

A. függelék

Kvalitatív paraméterek vizsgálata

A dolgozat 2. fejezetben bemutatam a jelanalizáló eljárásunk főbb vizsgált mennyiségeinek alakulását az AUG 29302-es kisülésére. A vizsgálat ezen szakaszát az irodalomban számszerű (kvantitatív) analízisnek nevezik, ugyanis itt az egyes blobok számszerű tulajdonságait vettük sorra, és ezeken végeztünk statisztikai vizsgálatokat. Ezek a paraméterek a blobfrekvencia, az amplitúdó-eloszlás, a várakozási-idő eloszlás, a sebességeloszlás és a méreteloszlás voltak. A különféle jelek azonban nem csupán számszerűleg, hanem minőségileg (kvalitatíve) is vizsgálhatók. Ekkor nem csak a blobokat tekintjük, hanem a jel egészéről igyekszünk átfogó képet adni. Ide tartoznak a jelek magasabb momentumainak és spektrális felépítésének vizsgálata. Tekintsük át röviden ezeket a fogalmakat, majd vizsgáljuk meg ezek alakulását az AUG29302-n!

A.1. Magasabb momentumok

A statisztikai nomenklatúrában a jel várható értékét (átlagát) nevezzük első, a variáciát pedig második momentumnak. A jel harmadik momentuma a *ferdeség* (skewness), negyedik momentuma pedig a *lapultság* (kurtosis). A ferdeség (standard jelöléssel β_1) az eloszlás szimmetrikusságáról árul el információt. Ha a sűrűségfüggvény a szimmetrikushoz képest jobbra „nyúlik” el, akkor a ferdeség pozitív, ha balra akkor negatív, szimmetrikus eloszlás esetén 0. X ferdesége [1]:

$$\beta_1 = \frac{\mathbf{E}[(X - \mathbf{E}(X))^3]}{(\mathbf{E}[(X - \mathbf{E}(X))^2])^{\frac{3}{2}}}. \quad (\text{A.1})$$

Ferdeség definíciója diszkrét idősorra:

$$\beta_1 = \frac{\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N (x_n - \bar{x})^3}{\sigma^3}. \quad (\text{A.2})$$

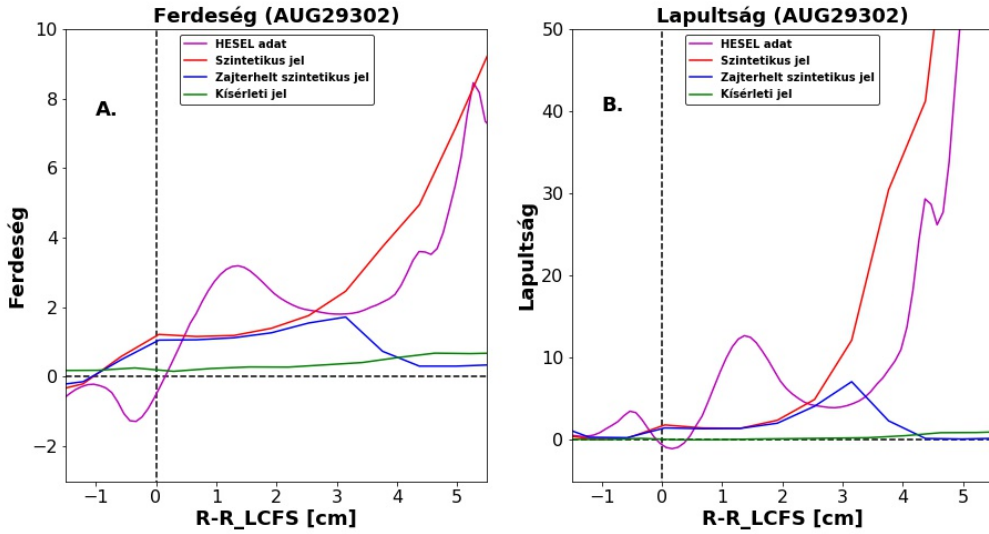
A lapultság (standard jelöléssel β_2) az eloszlás csúcsosságáról ad információt, melyben a nullérték a normál eloszlás sűrűségfüggvénye, az ettől csúcsosabb sűrűségfüggvénnyel rendelkező eloszlások lapultsága pozitív, a laposabbaké negatív. X lapultsága [1]:

$$\beta_2 = \frac{\mathbf{E}[(X - \mathbf{E}(X))^4]}{(\mathbf{E}[(X - \mathbf{E}(X))^2])^2} - 3. \quad (\text{A.3})$$

Lapultság definíciója diszkrét idősorra:

$$\beta_2 = \frac{\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N (x_n - \bar{x})^4}{\sigma^4} - 3. \quad (\text{A.4})$$

Vizsgáljuk meg ezeket a jelzett kisülés jelei esetén! A négy jel ferdesége és lapultsága a különböző radiális pozíciókban az A.1. ábrán látható.



A.1. ábra. A vizsgált jelek ferdesége (A. ábra) és lapultsága (B. ábra) különböző radiális pozíciókban az AUG 29302-es kisülésében.

Vizsgáljuk elsőként a ferdeséget! Az ábrán egyértelműen látszik, hogy az LCFS-től 3 cm-nél nagyobb távolságra (a *távoli SOL*-ban) mind a HESEL adatok, mind pedig a szintetikus jel esetén nullától szignifikánsan eltérő ferdeség és lapultségértékek tapasztalhatók. Az LCFS környékén ($R - R_{LCFS} < 3$ cm, a *közeli SOL*-ban) az értékek nullához közelítenek. Egyrészt látható az, hogy a szintetikus jel sokkal simább, mint a HESEL adatsor, illetve a kettő között tapasztalható egy kb. 0.5 cm-es eltolás. Ennek oka a BES diagnosztika általános tulajdonságaként megjelenő térbeli eltérés.

Összehasonlítva a determinisztikus szintetikus, illetve zajterhelt szintetikus jeleket a zaj momentumokat csökkentő hatása egyértelműen látszik. A távoli SOL-ban a plazmasűrűség, és így az innen emittált fotonok mennyisége is igen alacsony, azaz a zaj hatása itt válik szignifikánssá. Itt a két jel határozottan elválik egymástól. A közeli SOL-ban, ahol már nagy fotonfluxusok vannak, a két jel által szolgáltatott értékek igen közel vannak egymáshoz.

A zajterhelt szintetikus jelben kb. $LCFS + 3.5$ cm-en tapasztalható egy éles levágás. Ennél távolabbi értékekre a kísérleti jellel összevetve a zajterhelt jel alacsonyabb értékeket produkál, de általánosságban mindkét jelről elmondható, hogy nulla körüli értékek jellemzőek. Az említett levágásnál alacsonyabb radiális koordinátákon elhelyezkedő pontokon ($\sim$ a közeli SOL-ban) a két jel szignifikánsan elválik egymástól, pl. az említett letörés előtt ($R - R_{LCFS} = 3.5$ cm) a kísérleti jel ferdesége kb. 0.3, míg ugyanezen érték a zajterhelt szintetikus jel esetén 2.8. Ennek egyik lehetséges magyarázata természetesen

az, hogy a zajmodellező módszerünk nem tökéletes, és nem adja vissza megfelelően a kísérletben tapasztalható zaj mértékét. Látni kell ugyanakkor azt is, hogy a ferdeség, mint paraméter nagyban függ az egyes blobok térbeli alakjától, ebben pedig van egy hibalehetőség, mégpedig az, hogy a HESEL sem feltétlenül modellezi helyesen a valóságot. Elképzelhető, hogy a kód által alkalmazott közelítések olyan hibákat visznek a kiértékelő rendszerünkbe, melyek megváltoztatják a valós értékeket.

Nagyon hasonló viselkedés tapasztalható a B. ábrán a lapultság esetén, így ezt külön nem részletezem.

Az elméleti modellek jóslatai alapján egy intermittens filamentáris struktúrában tapasztalható plazmasűrűség-értékek gamma-eloszlást követnek [2]. X egy p -edrendű, λ paraméterű gamma-eloszlású valószínűségi változó, ha sűrűségfüggvénye:

$$f(x) = \frac{\lambda^p x^{p-1} e^{-\lambda x}}{\Gamma(x)}, \quad (\text{A.5})$$

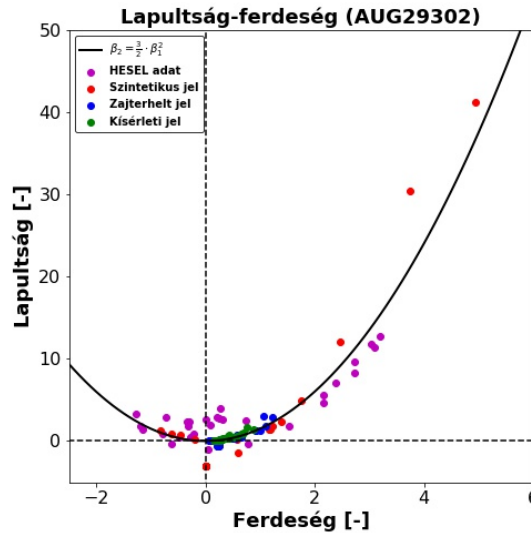
ahol $\Gamma(x)$ a gamma-függvény. Gamma-eloszlásra

$$\beta_1(X) = \frac{2}{\sqrt{p}}; \quad \beta_2(X) = \frac{6}{p}.$$

Látható, hogy gamma-eloszlás esetén:

$$\beta_2 = \frac{3}{2}\beta_1^2. \quad (\text{A.6})$$

Így a gamma-eloszlás jelenléte egyszerűen ellenőrizhető a (A.6) összefüggés vizsgálatával, azaz a lapultságot a ferdeség függvényében ábrázolva, majd egy $\beta_2 = 3/2\beta_1^2$ alakú függvényt feltüntetve ellenőrizhető az elmélet helyessége [2]. Ez az A.2. ábrán látható.



A.2. ábra. Lapultság a ferdeség függvényében ábrázolva $\beta_2 = 3/2\beta_1^2$ függvénnyel az AUG29302 esetén.

Az ábrán látható, hogy a kísérleti jel esetén a pontok szinte tökéletesen illeszkednek erre a görbére (a korábban ismertetett effektusok miatt ezek a nulla környékén találhatók).

Ugyanez igaz a zajterhelt szintetikus jelre, bár korábban láttuk, hogy a kettő között vannak eltérések. Itt is megfigyelhető, hogy az ehhez tartozó pontok tágabb értéktartományban helyezkednek el.

Megvizsgálva a HESEL adatok és a determinisztikus szintetikus jel által adott értékeket látható, hogy a zaj által előidézett sztochasztikus effektusok hiánya miatt ezek igen széles tartományban mozognak a görbe mentén.

A determinisztikus és zajterhelt szintetikus jelek összevetéséből itt is jól érzékelhető a zaj hatása, a magasabb momentumok értékei rendre nulla környékére kerülnek.

A.2. Spektrumok

A jelfeldolgozás egyik legfontosabb művelete a Fourier-transzformáció. A jel Fourier-transzformáltja:

$$\mathcal{F}[f(t)] = \tilde{f}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-i\omega t} dt \quad (\text{A.7})$$

A Fourier-transzformáció az időtérből a frekvenciaterbe helyezi a jelünket, így leolvasható, hogy milyen frekvenciájú komponensek milyen amplitúdóval és fázissal szerepelnek a jelben. A Fourier-transzformáció eredménye általános esetben egy komplex érték. Autospektrumnak nevezzük a Fourier-transzformált abszolút értékét (a szakirodalomban néhol abszolút érték négyzetét):

$$\text{APSD}(\omega) = |\tilde{f}(\omega)|^2 \quad (\text{A.8})$$

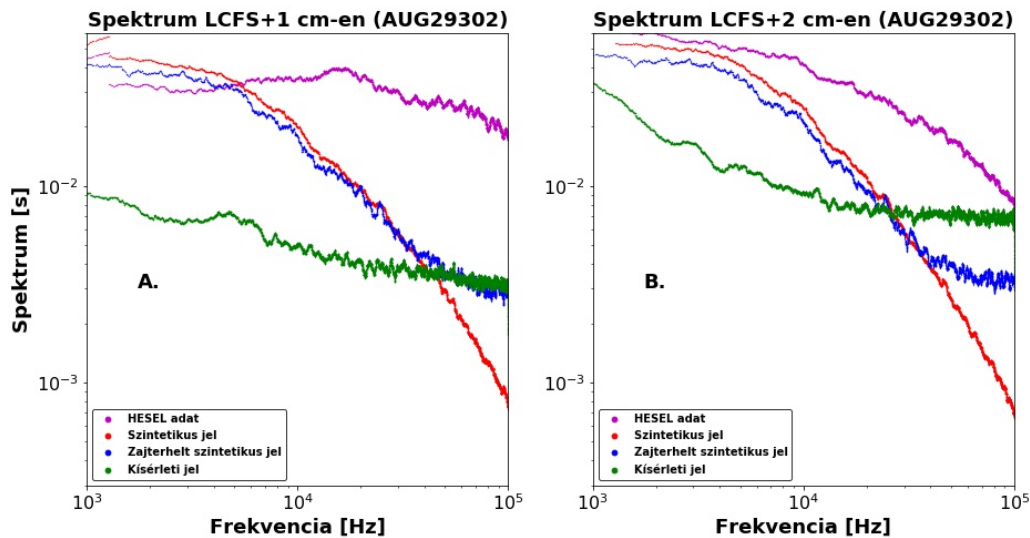
Diszkrét mintavételezés esetén a Fourier-transzformált kiszámítására a diszkrét-Fourier-transzformáció (DFT) ad lehetőséget (tényleges spektrumanalizátorok a legtöbb esetben ennek egyszerűsített változatát a gyors Fourier-transzformációt, azaz FFT-t alkalmazák): legyen n db mért adatunk, $f(k\Delta t)$, melyek Δt időközönként kerültek rögzítésre, ekkor ezek diszkrét Fourier-transzformáltja:

$$\tilde{f}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \sum_{j=0}^{n-1} f(j\Delta t) e^{-i\omega j\Delta t} \Delta t. \quad (\text{A.9})$$

A spektrális analízis végrehajtásához kiválasztottam két detektorcsatornát, ezek az LCFS+1 cm-en, és LCFS+2 cm-en elhelyezkedők voltak. Ezekre fft algoritmus használatával kiszámítottam a Fourier-transzformáltakat, majd vettem ezek abszolút értékét ((A.8)-nak megfelelően), és ezt ábrázoltam a frekvenciák függvényében. Ez látható az A.3. ábrán.

Az ábrázolás 1 – 100 kHz-es tartományban látható. A spektrumokról azonnal látható, hogy a zaj másként terheli a különböző frekvenciájú jelkomponenseket.

Az A. ábra az LCFS-hez közelebb készült. Itt a blobok száma nagyobb, mint a B. ábrán látható távolabbi helyen. Ennek oka, hogy a blobok a radiális propagáció közben fogynak. A HESEL adatok esetén egy csúcs látható a spektrumban nagyjából 10 kHz környékén. Ez azt jelenti, hogy a jel relatíve ebben a tartományban tartalmazza a legtöbb energiát (ugyanis a Fourier-transzformált abszolút érték-négyzete a komponens energiatartalmával van kapcsolatban, azaz az ábrán látható értékek az energia négyzetgyökével arányosak). Ebből arra lehet következtetni, hogy egy ilyen karakterisztikus frekvenciájú folyamat zajlik le a modellezett fizikai folyamatban. A szintetikus jelet a HESEL adatokkal összevetve



A.3. ábra. A vizsgált jelek spektruma LCFS+1 cm-en (A. ábra), illetve LCFS+2 cm-en (B. ábra)

azt tapasztaljuk, hogy a szintetikus jelben észlelhető egy erős spektrális levágás (ne feledjük, hogy az ábra logaritmikus) a magasabb frekvenciák felé, míg a HESEL adatok a korábban ismertetett csúcstól eltekintve nagyjából konstans viselkedést mutatnak. Ennek oka, hogy a detektorrendszer térbeli átlagolása erősen szűri a magas frekvenciás komponenseket.

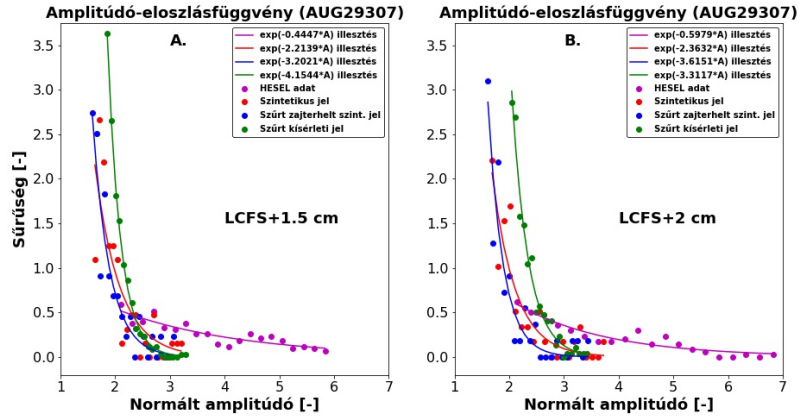
A szintetikus jel és a zajterhelt jel összevetéséből azt láthatjuk, hogy alacsony frekvenciákon jól illeszkednek egymásra, majd magasabb frekvenciák felé haladva egy meghatározott töréspontot (~ 40 kHz) követően elválnak egymástól. Ebben a frekvenciatartományban a zajterhelt jel igen jó illeszkedést mutat a kísérleti jellel.

A kísérleti jel frekvenciaeloszlása nagyjából egyenletes, enyhe csökkenést mutat a magasabb frekvenciák felé haladva. Alapvető különbség a kísérleti és szimulált jelek között, hogy a kísérleti jel spektruma konvex (második deriváltja pozitív), míg a szimulált adatok spektruma konkáv görbe.

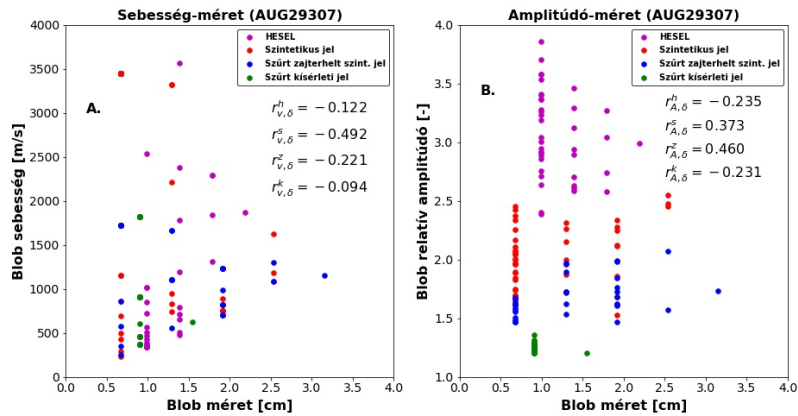
A B. ábra egy radiálisan kijebbi lévő csatornán készült jelcsoport. Itt a fotonfluxus a korábban ismertetteknek megfelelően alacsonyabb, azaz a zaj hatása erőteljesebb. A HESEL adatokból a csúcs eltűnt, határozott levágás tapasztalható. A szintetikus jelek esetén ez a levágás erőteljesebb, alacsony frekvenciákon a két jel ismételen jól illeszkedik, ugyanakkor egymástól való elválásuk is detektálható, de ebben az esetben alacsonyabb frekvencián következik be (~ 30 kHz-en). Határozottabb különbség mutatkozik a kísérleti jel és a szintetikus jelek konvexitásában. Érdekes, hogy magas frekvenciákon a zajterhelt jel alacsonyabb amplitúdót mutat, mint a kísérleti jel. Ezzel további eltérést kaptunk a modell egésze (fizikai modell+szintetikus diagnosztika+zajmodell) és a valós mérés között.

B. függelék

AUG29307 tulajdonságai



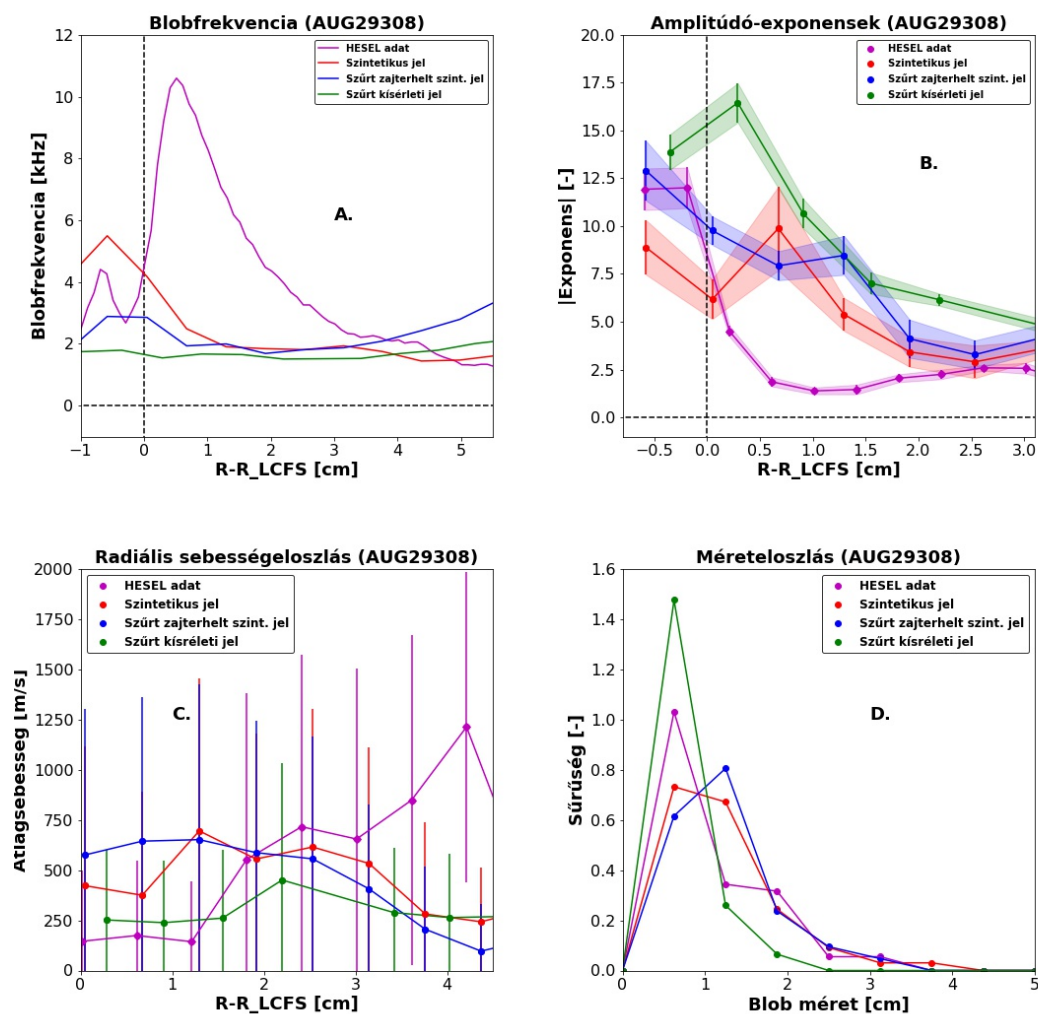
B.1. ábra. Amplitúdó-eloszlásfüggvény az AUG29307 esetén LCFS+1.5 cm-en (A. ábra) és LCFS+2 cm-en (B. ábra).



B.2. ábra. Sebesség-méret (A. ábra) és amplitúdó-méret (B. ábra) korreláció az AUG29307 esetén.

C. függelék

AUG29308 tulajdonságai



C.1. ábra. Blobfrekvencia (A. ábra), amplitúdó-exponensek (B. ábra), átlagsebesség (C. ábra) és méreteloszlás (D. ábra) az AUG 29308-as kisülése esetén.

Irodalomjegyzék

- [1] D. N. Joanes and C. A. Gill. Comparing Measures of Sample Skewness and Kurtosis. *Journal of the Royal Statistical Society. Series D (The Statistician)*, **47**(1):183–189, (1998).
- [2] D. A. D’Ippolito, J. R. Myra, and S. J. Zweben. Convective transport by intermittent blob-filaments: Comparison of theory and experiment. *Physics of Plasmas*, **18**(6):060501, (2011).