



EÖTVÖS LORÁND TUDOMÁNYEGYETEM

INFORMATIKAI KAR

SAVARIA MŰSZAKI INTÉZET



TUDOMÁNYOS DIÁKKÖRI DOLGOZAT

Újrakristályosodási folyamatok elemzése numerikus és kísérleti módszerekkel

Szerző: Dobosi Bence

Témavezetők:

Prof. Dr. Sidor Jurij

Eötvös Loránd
Tudományegyetem, Informatikai
Kar, Savaria Műszaki Intézet,
egyetemi tanár

Bátorfi János György

Eötvös Loránd
Tudományegyetem, Informatikai
Kar, Savaria Műszaki Intézet,
egyetemi tanársegéd

Szombathely 2023.

Tartalomjegyzék:

1.	Absztrakt:	5
2.	Bevezetés	6
2.1.	Célkitűzések	6
2.2.	Áttekintés	6
3.	Szakirodalmi áttekintés	7
3.1.	Képlékeny alakítás:.....	7
3.2.	Hengerlés:.....	8
3.3.	Alakítási szilárdság:.....	10
3.4.	Al 1050 alapanyag:.....	12
3.5.	Hőkezelés:	13
3.6.	Az újrakristályosodás folyamatának modellezése	13
4.	Módszerek:	16
4.1.	Hengerlés és hőkezelés:	16
4.2.	Mintaelőkészítés:	18
4.3.	Keménységmérés	19
4.4.	Mikroszkópia:.....	22
5.	Eredmények:.....	27
5.1.	Mérési eredmények:.....	27
5.2.	Számolt eredmények:.....	30
6.	Összefoglalás:	36
7.	Források:.....	37

Jelölések jegyzéke:

Szakirodalmi áttekintés:

Jelölés	Megnevezés, megjegyzés, érték	Mértékegység
h_0	lemez vastagság hengerlés előtt,	mm
h_1	lemezvastagság hengerlés után	mm
Δh	lemezvastagság megváltozása	mm
L_d	nyomott ív vízszintes vetülete	mm
R	sugár	mm
α	befogási szög	rad
φ	magasságcsökkenési szög	rad
ε	alakváltozás nagysága	1
μ	súrlódási tényező	1
k_f	alakítási szilárdság	N/mm ²
σ	belső feszültség	N/mm ²
$\bar{\varphi}$	egyenértékű alakváltozás	1
φ	főnyúlás	1
$R_{p0,2}$	az egyezményes folyáshatár	N/mm ²
B	anyagfüggő állandó	MPa
n	keményedési kitevő	1
C	anyagfüggő állandó	MPa
X_{rx}	a szövetszerkezet újrakristályosodott hányada	1
t	lágylási idő	s
n	Avrami-exponens	1
B	konstans	-
N	csíra képződési sebesség	$m^{-3}s^{-1}$
G_v	csírák növekedési sebessége	ms^{-1}
f	csírák alakjától függő érték	1
h	indentálási mélység	μm
b	lenyomat oldaléle	μm
d	lenyomat átló hossza	μm
HV	Vickers keménység	1 v. MPa

F	terhelő erő	kgF v. N
S	felület	μm^2

Számolt eredmények:

Jelölés	Megnevezés, megjegyzés, érték	Mértékegység
E_D	tárolt deformációs energia	Jm^{-3}
α	alakváltozásfüggő geometriai állandó	1
G	nyírási modulus	Pa
ρ	diszlokáció sűrűség	m^{-2}
b	Burgers-vektor	nm
ν	poisson tényező	1
ρ_0	diszlokációmentes anyag diszlokáció sűrűsége	m^{-2}
C_1	1050 alumínium ötvözetre vonatkozó konstans	m^{-2}
C_2	1050 alumínium ötvözetre vonatkozó konstans	1
M_{GB}	A szemcsehatár mobilitása	m^4/Js
M_0	anyagfüggő konstans	m^4/Js
Q_G	nagyszögű szemcsehatárok vándorlásához szükséges energia	J
T	lágýtási hőmérséklet	K
k_B	Boltzmann-állandó	J/K
N	csíráképződési sebesség	$\text{m}^{-3}\text{s}^{-1}$
N_0	hőmérséklettől független preexponenciális tényező	$\text{m}^{-3}\text{s}^{-1}$

1. ABSZTRAKT:

A tudományos diákköri munkában hidegen hengerelt technikai tisztaságú alumínium lemezekben a keményedési és lágyulási folyamatokat vizsgáljuk. A hengerlésre és hőkezelés közbeni újrakristályosodásra vonatkozó irodalmi ismeretek összefoglalását követően a keménységmérésre és a mikroszkópos vizsgálatokra vonatkozó ismereteket tekintjük át. A keményedés leírására különböző numerikus módszereket alkalmazunk, majd a meghatározott paramétereket a hőkezelés közben lágyulásra használt modell bemeneti paramétereként használjuk. Az alkalmazott hőkezelési-lágyulási modell a széles körben alkalmazott Johnson-Mehl-Avrami-Kolmogorov (JMAK) modellen alapul. A meghatározott modell paraméterek ötvözetlen alumínium szövetszerkezeti és technológiai modellezésére használható. Az így megalkotott modell alkalmazható a tömeggyártási körülmények közötti, hatékony technológiai folyamat tervezésére. A keményedési és újrakristályosodási folyamatokat kísérleti vizsgálata Vickers mikrokeménység-méréssel és elektrolitos polírozás után készített mikroszkópos felvételekkel történik, a modellek paramétereit a mérési eredmények alapján validáljuk.

2. BEVEZETÉS

2.1. Célkitűzések

A vizsgálat célja egy olyan hőkezelési-lágyulási modell létrehozása, a meghatározott paraméterekkel, ami az ötvözetlen alumínium szövetszerkezeti és technológiai folyamatainak modellezésére használható. Az így megalkotott modell tömeggyártási körülmények között is alkalmazható lesz, alkalmas hatékony technológiai folyamatok tervezésére.

A keményedési és újrakristályosodási folyamatok kísérleti vizsgálata: Vickers mikrokeménység méréssel a polírozott, majd elektrolitos polírozással előkészített minta mikroszkópos vizsgálata történik és a modellek paramétereit a mérési eredmények alapján validáljuk.

2.2. Áttekintés

A dolgozat korábbi szakirodalmi eredményeken alapul[1], [2], legfontosabb témái: az alapanyag (Al-1050) mechanikai tulajdonságai, a hengerlés által bevitt deformációk, és ezek hatása az alapanyagra (keményedés), illetve felhasználjuk még az újrakristályosodásról tanultakat és a JMAK modellt.

Ezeket követően részletezem az általam végzett kísérleteket és ezek hasznosságát az ipari felhasználásban.

3. SZAKIRODALMI ÁTTEKINTÉS

A szakirodalomi áttekintés fejezetben a feldolgozott témákhoz kapcsolódó alapvető ismeretek rövid összefoglalása található meg.

3.1. Képlékeny alakítás:

A képlékeny alakításnak azt nevezzük, amikor az alkalmazott terhelés hatására az anyag maradandó alakváltozást szenved, tehát a terhelés megszűnése után az anyag nem nyeri vissza az eredeti alakját. Ez a jelenség akkor következik be, ha az anyagra ható feszültség meghaladja az úgynevezett folyáshatárt. A képlékeny alakítás során megfigyelhető, hogy az alakításhoz szükséges erő növekszik. Ezt a folyamatot ún. alakítási keményedésnek nevezzük, ami fontos az anyagok szilárdságának növelésekor. Az anyagok alakadásának vizsgálata fontos terület, bizonyos eljárások alkalmazásával az anyagot a számunkra kedvező tulajdonságúvá lehet alakítani.

Képlékeny alakadó eljárások sokfélék lehetnek pl.[3]:

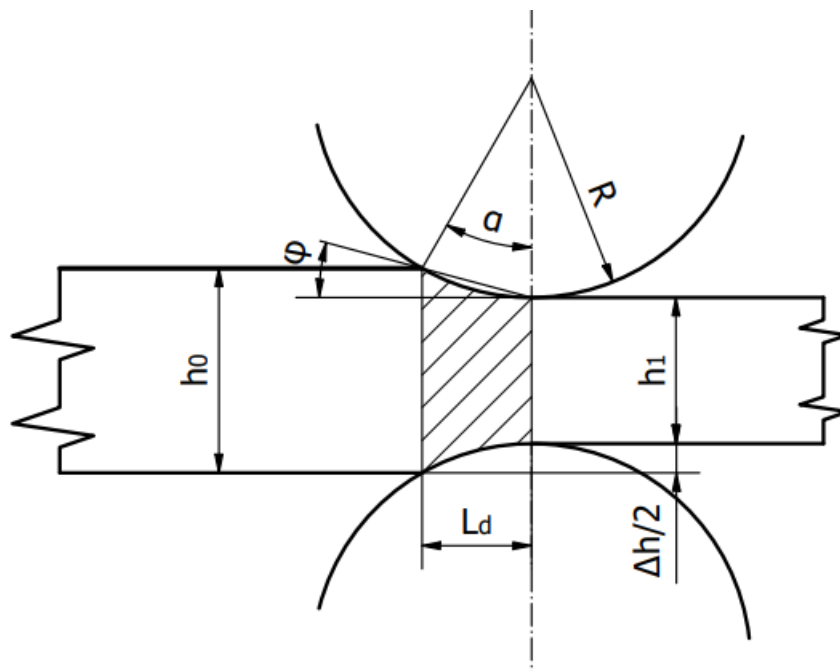
- hengerlés,
- mángorlás,
- sajtolás,
- kovácsolás,
- húzás,
- egyéb eljárások.

A képlékeny alakadás több fontos tényező befolyásolja, mint pl. a hőmérséklet, a feszültségi állapot és a deformáció értéke és sebessége. Az alakítás fajtájától függően háromfélet különböztetünk meg: hideg-, félmeleg- és melegalakítást. A hidegalakítás során nem lépünk túl az adott anyagra jellemző újrakristályosodási hőmérsékletet. Jelen esetben hideghengerlést fogunk

alkalmazni, hogy deformációt hozzunk létre az anyagban. Hideghengerlés esetén az alakváltozás következtében diszlokációk jönnek létre, akadályozva egymás mozgását, ezzel növelve a darab keménységét, szakítószilárdságát, folyáshatárát. Ezt hívjuk alakítási keménységnek. Minél nagyobb alakváltozást éri a lemez, ez a hatás annál nagyobb. A felkeményedett alumínium ötvözet a további alakítással szemben ellenállóbbá, nehezen kezelhetővé válik.

3.2. Hengerlés:

A hengerlés folyamata közben az anyag deformációt szenved úgy, hogy magassági, hosszúsági és szélességi mérete is változik. A deformáció miatt nő a diszlokáció sűrűség és ezzel egyidőben megváltozik az anyag tulajdonsága és szerkezete is. Hengerlési folyamattal megmunkálhatunk lemezeket, létrehozhatunk különböző állandó keresztmetszetű szelvényeket, rudakat, illetve varrat nélküli csöveket is. A mi esetünkben az elsővel fogunk részletesebben foglalkozni. [4]



1. ábra Hengerlési folyamat geometriai modellje

Az ábrán látható jelölések:

- h_0 : lemez vastagság hengerlés előtt,
- h_1 : lemezvastagság hengerlés után,
- Δh : lemezvastagság megváltozása (csökkenése),
- L_d : a nyomott ív vízszintes vetülete,
- R : a henger sugara,
- α : befogási szög,
- φ : magasságcsökkenési szög.

A hengerlésre használható legfőbb jellemző a vastagság megváltozásából számítható alakváltozás nagysága, amelyet a következőképpen számolunk:

$$\varepsilon = \frac{\Delta h}{h_0} = \frac{h_0 - h_1}{h_0} \quad (1)$$

A nyomott ívnek is nagy szerepe van a hengerlés folyamatában. Ez az ív a hengerek palástja és a munkadarab közötti érintkezési ív. Ennek számítása egy egyszerű képlettel történik:

$$L_d = \sqrt{R * \Delta h} \quad (2)$$

Hengerlésnél még ügyelnünk kell, hogy egy adott henger átmérőnél nem tudunk bármekkora magasságcsökkentést létrehozni. Ennek ugyanis határt szab a munkadarab és a hengerek között fellépő súrlódási tényező. A hengerelendő alapanyagokat csak akkor képes behúzni a henger, ha a befogási szög tangense kisebb, mint a súrlódási tényező. Ezt nevezik a befogás feltételének:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{2L_d}{2R - \Delta h} < \mu, \quad (3)$$

ahol: – μ : súrlódási tényező.

Illetve a másik feltétel, hogy képesek legyünk átjuttatni a darabot a hengerek között, ez az áthúzás feltétele. A magasságcsökkenési szög (φ) tangense kisebb legyen, mint a súrlódási tényező:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\Delta h}{2L_d} < \mu \quad (4)$$

A μ függvényében 3 eset lehetséges:

- $\mu < \operatorname{tg} \alpha$: A hengerlés nem lehetséges.
- $\operatorname{tg} \alpha < \mu < \operatorname{tg} \varphi$: A hengerlés elkezdéséhez külső erő alkalmazása szükséges.
- $\operatorname{tg} \varphi < \mu$: A hengerlés külső erő segítségével is elvégezhető, a hengerek behúzzák a lemezt.

3.3. Alakítási szilárdság:

Az alakítási szilárdság az egytengelyű feszültségállapothoz tartozó folyáshatár, vagyis a darabot csak egy irányba terhelve mért folyáshatár. Egy szobahőmérsékletű anyag szilárdságát a többtengelyű feszültségállapotból több módszerrel is definiálták. A legelterjedtebb összefüggések a következők[1]:

Huber-Mises-Hencky:

$$k_f = \sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]} \left(\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \right), \quad (5)$$

Mohr-Tresca:

$$k_f = \sigma_1 - \sigma_3 \left(\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \right), \quad (6)$$

ahol:

- k_f : az alakítási szilárdság,
- σ_1 : legnagyobb főfeszültség,
- σ_2 : közepes főfeszültség,
- σ_3 : legkisebb főfeszültség.

Az egyenértékű alakváltozás ($\bar{\varphi}$) Huber-Mises-Hencky elmélet szerint a következő összefüggéssel számolható, amire a későbbi számítások során szükség lesz:

$$\bar{\varphi} = \frac{2}{\sqrt{3}} * \sqrt{(\varphi_1 - \varphi_2)^2 + (\varphi_2 - \varphi_3)^2 + (\varphi_3 - \varphi_1)^2}, \quad (7)$$

ahol:

- φ_1 : legnagyobb főnyúlás,
- φ_2 : közepes főnyúlás,
- φ_3 : legkisebb főnyúlás,

Az alakítási szilárdság a következő képletekkel számítható, mivel több forrás szerint a hidegalakítás során az alakítási szilárdság nem függ sem a hőmérséklettől, sem a deformáció sebességtől:

$$k_f = R_{p0,2} + B * \bar{\varphi}^n, \quad (8)$$

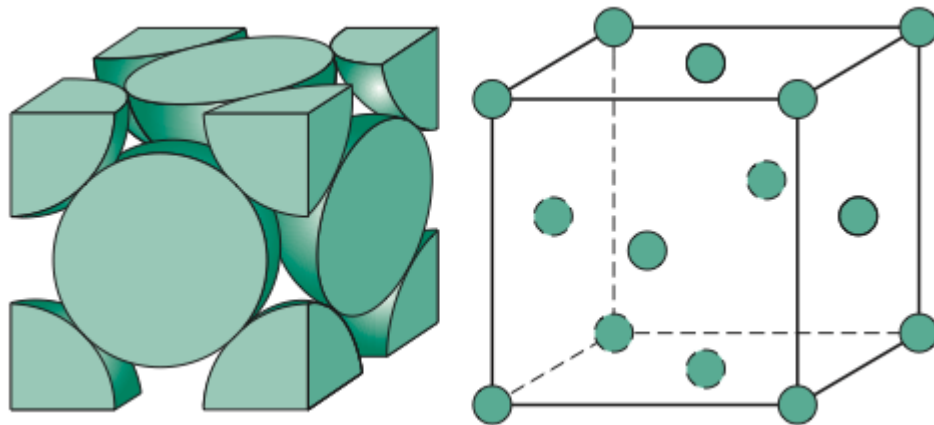
$$k_f = C * \bar{\varphi}, \quad (9)$$

ahol:

- $R_{p0,2}$: az egyezményes folyáshatár,
- B, C : anyagfüggő állandó,
- n : keményedési kitevő

3.4. Al 1050 alapanyag:

Az alumínium puha, vágható, ezüstfehér, porrá törve szürke színű fém. A földkéreg harmadik leggyakrabban előforduló eleme. A földkéreg 7,5%-a alumínium és csak 5%-a vas. A levegő oxigénjével gyorsan reakcióba lép, és a felületén alumínium-oxid (Al_2O_3) réteg alakul ki. Ezen védőréteg miatt nevezhető jó korrózióállóknak. Az alacsony sűrűsége miatt a könnyűfémek közé soroljuk. A fajlagos ellenállása kicsi, ebből kifolyólag jó vezetőképességgel rendelkezik. Az atomokat fémes kötés tartja össze. A hőtágulási együtthatója nagy. Az alumínium képlékeny alakváltozása könnyen végbe tud menni, mivel az alumínium kristály rácsában térben lapközéppontos köbös, (LKK rács) 12 db csúszási rendszere van, viszont rosszul önthető.[5]



2. ábra LKK rácsszerkezet[5]

Az Al 1050 egy nagy tisztaságú alumínium (99,5%), amelyet a méréseink során alkalmaztunk.

Általános fizikai tulajdonságai:

- olvadáspontja: 660 °C
- sűrűsége: 2710 kg/m³
- rugalmassági modulusa: 71 GPa

3.5. Hőkezelés:

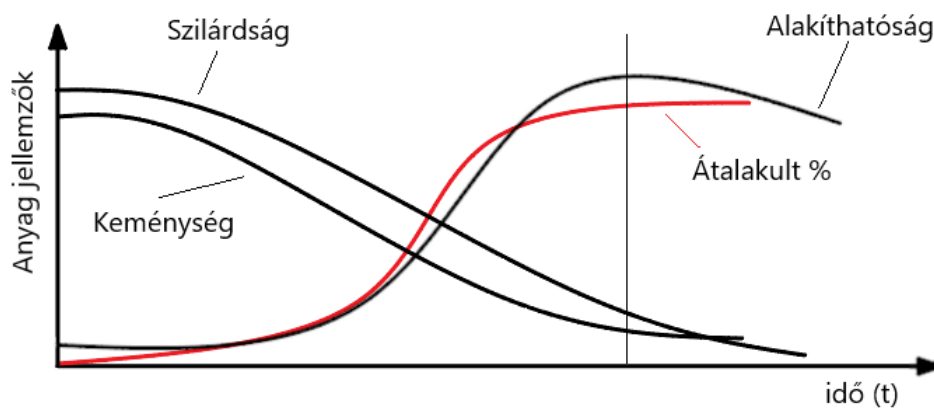
A hőkezelés egy anyag egészének vagy részének hevítése, hőntartása, majd lehűtése pontosan meghatározott paraméterek szerint. A hőkezelés az adott fémes tulajdonságú anyagoknál, azt a célt szolgálja, hogy a számunkra kedvező fizikai, mechanikai, illetve kémiai anyagtulajdonságokat elő tudjuk állítani. Hőkezelési eljárások során változhat az anyag szerkezete, homogenitása, diszlokációsűrűsége, keménysége, textúrája és még sok más tulajdonsága. A hőkezelési eljárásokat több csoportba soroljuk hőmérsékleti tartományok, időtartamuk és lehűlési sebességük függvényében.

A hőkezelés fajtájától függően a hőmérsékleti tartomány változhat az újrakristályosodási hőmérséklet alatttól egészen az olvadáspont alatti hőmérsékletig. Hőntartás és lehűlés időtartamát tekintve pedig terjedhet, pár perctől, akár több óráig, napig.

Egy adott mértékű alakváltozás során az anyag alakváltozó képessége kimerül. Ha ennél vékonyabb lemezt szeretnénk előállítani, akkor a lemezt hőkezelni kell. A lágyító hőkezelés közben, az alakítással szemben fellépő mechanikai tulajdonságok csökkennek, míg a képlékenységi tulajdonságok nőnek. Lágyítás után további megmunkálások végezhetők.

3.6. Az újrakristályosodás folyamatának modellezése

Az újrakristályosító hőkezelést (lágyítást) hideghengerlést követően, képlékenységi jellemzők növelésének céljából végzik. Az eljárás alatt a hevítés hatására a deformálódott szemcseszerkezetet új szemcsék cserélik fel. A folyamatot addig érdemes fenntartani, amíg az általunk kívánt anyagtulajdonságokat nem kapjuk eredményül, további hőntartás a szemcseszerkezet durvulásához, az ún. szekunder újrakristályosodáshoz vezet. A fizikai tulajdonságok és a szemcseszerkezet változását az idő függvényében a következő ábrán szemléltettem[2]:



3. ábra A mechanikai tulajdonságok változása az idő függvényében újrakristályosodás során

Az újrakristályosodás kinetikáját hagyományosan a Johnson-Mehl-Avrami-Kolmogorov (JMAK) módszerrel vizsgálják[6]:

$$X_{rx} = 1 - e^{-Bt^n}, \quad (10)$$

ahol:

- X_{rx} : a szövetszerkezet újrakristályosodott hányada,
- t : a lágyulási idő,
- n : az Avrami-exponens,
- B : konstans.

A B tényező az anyag tulajdonságait tükrözi egy bizonyos T hőkezelési hőmérsékleten, míg az n a hőkezelési időnek az újrakristályosodási kinematikára gyakorolt hatását fejei ki. Mivel a lágyítási hőmérséklet változásai nagyban befolyásolják a B állandó nagyságát, ezért a B -t a következőképpen számolhatjuk:

$$B = \frac{fNG_v^3}{4}, \quad (11)$$

ahol:

- N : az új csírák képződési sebessége,
- G_v : a csírák növekedési sebessége,

- f : a csírák alakjától függő érték (gömbalakú szemcséket feltételezve $\sim 4\pi/3$).

Az n értéknek kettő határesetje van, amik befolyásolják az n Avrami-exponens számszerű értékét:

- Az első eset, amikor csíráképződési sebessége a szövetszerkezeti átalakulás során állandó marad ($n=4$).
- A másik eset amikor a csíráképződési folyamatok nagy része az újrakristályosodás elején mennek végbe, ahol az n érték vélhetően 4 alatt van. A gyakorlatban megfigyelt újrakristályosodás kinetikája esetén n 1.8 és 3 közötti[6].

Az újrakristályosodásos átalakulás N csíráképződés rátája a csírák számából származtatható a lágyítási eljárás megkezdésekor a térfogategységenként keletkező csíráképződési magok számából származtatható.

A csíráképződés leggyakoribb kiindulóhelyei:

- szemcsehatárok,
- deformálódott zónák a nem deformálódó részecskék/kiválások körül, azaz a részecske által indukált csíráképződésnek (PSN) nevezett folyamat,
- egyéb csíráképződési helyek, például: nyírási sávok, deformációs sávok, nagy deformációs inhomogenitású területek.

4. MÓDSZEREK:

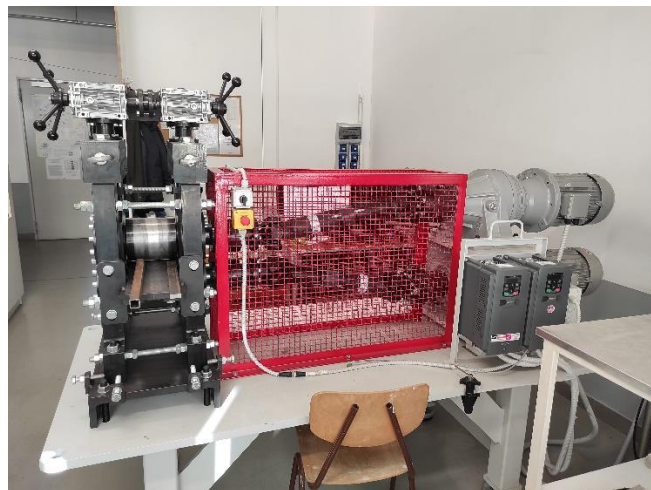
4.1. Hengerlés és hőkezelés:

A vizsgált anyagunk az Al 1050, ami nem más, mint egy nagy tisztaságú (99,5%) alumínium. Ahhoz, hogy a kísérleteinkhez alkalmazott minták (2 mm vastagságú lemezek) újrakristályosodott állapotban legyenek, minden egyes mintát 550°C-on 10 percig hőkezeltünk. Ezzel biztosítottuk az anyag teljesen újrakristályosodott szerkezetét.

Ezt követően deformációt vittünk be a mintákba, különböző mértékben hengereltük azokat. A deformáció keltést szimmetrikus hengerlés segítségével végeztük. A méréseink során több mint 40 mintát készítettünk és ezeken kétféle arányú deformációt hajtottunk végre:

- 36%-os vastagságcsökkenést,
- 54%-os vastagságcsökkenést,
- illetve volt amibe nem vittünk be deformációt.

A deformációból adódóan különböző hibákat vittünk bele a mintákba, ezek a szövetszerkezetet, és keménységet is befolyásolják.



4. ábra Szimmetrikus hengerlésre felhasznált gép

Miután deformáltuk a kristályszerkezetet egy újabb hőkezelésnek vetettük alá a mintákat. Itt azonban figyeltünk, hogy lehetőleg ne menjen teljesen végbe az újrakristályosodás. Ezt a legkönnyebben az idő és a hőmérséklet paraméterek változtatásával értük el. A kétféleképpen deformált mintákat, egyesével ismét két csoportra osztottuk, mégpedig a második hőkezelés hőmérséklete szerint:

- 350°C-on hőkezelt,
- 450°C-on hőkezelt,



5. ábra Hőkezeléshez felhasznált kemence

A hőkezelési idő a hőmérsékletek függvényében más- más értékek között mozgott. A 350°C-on újrakristályosított anyagok 11 perc és 2,5 óra közötti időintervallumú hőkezelést kaptak. A 450°C-on újrakristályosított anyagok 1 perctől 25 percig terjedő hőkezelést kaptak. Az előzetes elméleti háttér miatt arra számítottunk, hogy a nagyobb mértékben deformált minták kisebb szemcsemérettel fognak rendelkezni, mint a kevésbé deformáltak. Ugyanis minél több hiba keletkezik a munkadarabban annál több helyen tud megindulni az újrakristályosodás, másnéven a csíráképződés.

1. Táblázat: Vizsgálat során használt minták adatai

Minta	Vastagság változás (ε), %	T, °C
A	36	350
B	36	450
C	54	350
D	54	450

Ezen elkészített minták segítségével, a deformáció és az utólagos hőkezelések függvényében elég széles spektrumon vizsgálhatjuk a mintáink keménységét.

4.2. Mintaelőkészítés:

A mintaelőkészítés azért került bele a lépések közé mivel mikroszkópos vizsgálatok egyik elengedhetetlen előkészítő lépése.

Első lépésként több csiszolópapír koronggal (különböző szemcseméretű) elkezdtünk egy sima felületet kialakítani. Azért van szükség durvább és finomabb csiszolópapírokra is, mivel a nagyobb szemcsés csiszolópapírokkal a nagyobb felületi hibákat tüntetjük el, míg az egyre kisebb szemcseméretűvel a kisebb felületi hibákat és az előző csiszolás által bevitt hibákat távolítjuk el a felületről. A különböző szemcseméretű papíroknál különböző erőt alkalmazunk és a csiszolás ideje is változik, ahogy egyre finomabb papírokra váltunk. Általában ahogyan egyre finomabb felülettel dolgozunk annál több időre és erőre van szükség a csiszoláshoz, de ezek is függenek az alapanyagtól és a minta keménységétől. A csiszolás közben folyamatosan adagoltuk a hűtő vizet, ami segít elvezetni a felesleges hőt és a leválasztott por állagú szemcséket a papírról.

A lecsiszolt darabokat ezután polírozással tettük még finomabbá, karcmentessé és deformációktól mentessé. A polírozáshoz már mikron finomságú kendőket és szuszpenziókat alkalmaztunk, a szinte tükör sima felület elérése érdekében.

A polírozott darabokat további felület finomítás érdekében, utolsó lépésként elektrolitosan políroztuk. Ezt a lépést követően a minták készen álltak a mikroszkópos képek elkészítésére.



6. ábra Kézi csiszológép



7. ábra Elektrolitos polírozógép

4.3. Keménységmérés

A keménységmérés az egyik legelterjedtebb roncsolásos ellenőrzési, mérési eljárás a fémiparban. A keménységméréssel nagyon gyorsan szerezhethetünk információt az adott fém mechanikai tulajdonságairól, azonban az anyag szívósságáról nem ad információt.

A mechanikai anyagvizsgálatban a keménység fogalma alatt a szilárd anyagok azon ellenállását értjük, amelyet a szilárd anyagok kifejtenek a beléjük hatoló, illetve velük kölcsönhatásba kerülő keményebb vizsgálószerszámmal szemben.

Az anyagoknak egy másik anyag behatolásával szembeni kifejtett ellenállásáról beszélünk, azonban ez függ a behatoló test alakjától formájától, nagyságától, sebességétől és erejétől is. Attól függetlenül, hogy a keménységet a lenyomat területéből és az erő nagyságából származtatjuk, nem alakult ki egy egységes keménységi mértékegység. Ebből adódik, hogy több keménységmérési eljárást különböztetünk meg, amik különböző keménységi skálákkal rendelkeznek.

Manapság, a gyakorlatban a legelterjedtebbek a szűrő keménységmérési eljárások. Ezeket alkalmazzák különböző alakú és méretű indenterrek segítségével, amiket meghatározott nagyságú erővel a megvizsgálandó anyagba nyomnak. A legáltalánosabban használt szűrő keménységmérési vizsgálatok a Brinell-, Rockwell- és Vickers-féle keménységmérési folyamatok. Azonban léteznek speciálisak is mint a Knoop- és a Berkovich féle keménységmérés.

Az eltérő eljárásokból adódik, hogy mindegyik más-más helyzetben alkalmazható optimálisan:

- Makro szinten: $F \approx 1\text{kgF}-100\text{kgF}$ ($\sim 10 - 1000\text{N}$), erre alkalmas pl.: Brinell, Rockwell, Vickers, és a Knoop
- Mikro szinten: $F \approx 10\text{gF}-1\text{kgF}$ ($\sim 0,1 - 10\text{N}$), erre alkalmas pl.: Vickers vagy a Knoop
- Nano szinten: $F \approx \mu\text{N}-\text{mN}$, amire az említettek közül a Berkovich vagy a Vickers a megfelelő.

A mi vizsgálatunk során a Vickers keménységmérést alkalmaztuk, ezért ezt vizsgáljuk meg részletesebben. A Vickers keménységmérést egy gyémántból készült gúla alakú indenterrel végezzük. Mivel a szerszám gyémántból készül, ezért a keményebb anyagok mérésére is alkalmas. Az alkalmazott terhelés olyan kis mértékű, hogy alig észrevehető nyomot hagy, így akár a kész munkadarab felületén, szinte károsodás nélkül elvégezhető. Vékony munkadarabok mérésére

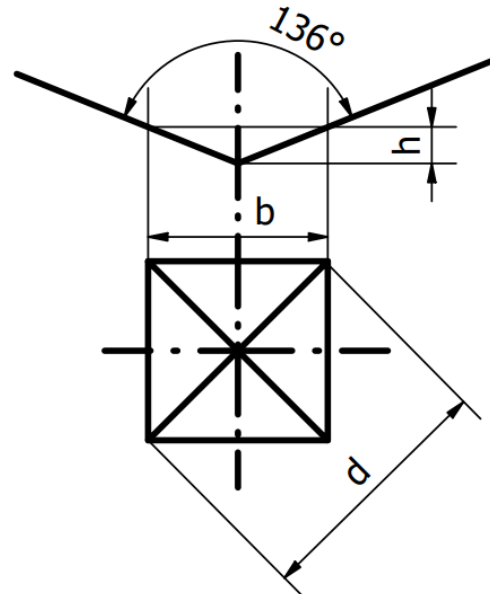
is használható. Mikro, makro és nano szinten is alkalmazható. A kis alkalmazott terhelés miatt nem töri át a felület edzett munkadarabok kérgét. [7]

A Vickers keménységmérés szúrószerszáma egy olyan négyzet alapú, egyenes gyémánt gúla, amelynek lapszöge 136° .

A Vickers keménységen a terhelőerő és a gúla alakú lenyomat felületének viszonyát értjük.

$$HV = \frac{F}{S} \quad (12)$$

A felület (S) kiszámolásához az átlók (d) átlagával szoktunk számolni mivel a lenyomatot vizsgálva az átlók végződési pontja könnyebben meghatározhatók, mint a lenyomat oldalélei (b). Azért, hogy az anyag anizotrópiája a legkevésbé befolyásolja a mérést, az átlók átlagával szoktunk számolni.



8. ábra Vickers indenter lenyomata

$$S = \frac{d_{\text{átl}}^2}{2 \cdot \sin 68^\circ} = \frac{d_{\text{átl}}^2}{1,854} \quad (13)$$

$$HV = \frac{F}{S} = \frac{1,854 \cdot F}{d_{\text{átl}}^2} \quad (14)$$

A keménységmérést egy speciális géppel végeztük el, aminek a revolveres fején optikai mikroszkóp lencserendszerek (objektívek) és keménységmérő szerszámok voltak beszerelve. A számítógépes rendszerrel mozgathatjuk a tárgyasztalt és így kiválasztottuk a mérésre legmegfelelőbb részét a felületnek. Ezt követően elvégeztük az indentálást, Vickers mikrokeménységméréssel, 10 másodpercig 100gal terheltük a mintákat. A lenyomat mintáját a szoftver automatikusan felismeri és kiértékeli azonban, ha nem megfelelő a felület, nem

mindig sikerül felismernie a lenyomat pontos méreteit. Természetesen kézzel is megadhatjuk a lenyomat méreteit, ezzel elkerülve a szoftver hibáját. A gépnek megadhatjuk azt is, hogy hány mérést végezzen el egy x vagy y irány mentén meghatározott távolságra egymástól. Jelen esetünkben ezt ki is használtuk és a több mért keménység által meghatároztuk ezek átlagát és szórását.



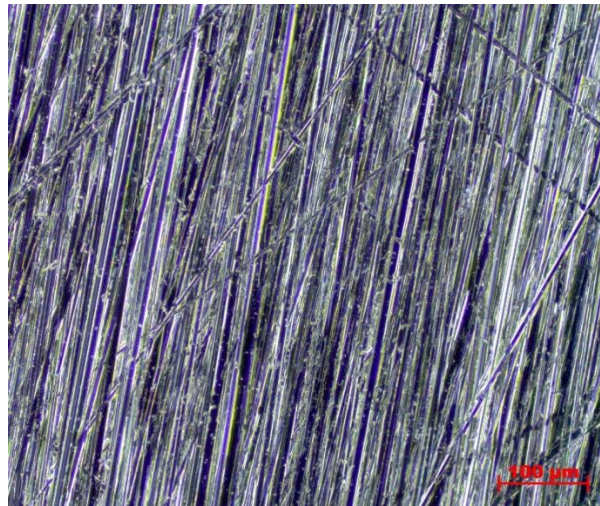
9. ábra Keménységmérő gép

4.4. Mikroszkópia:

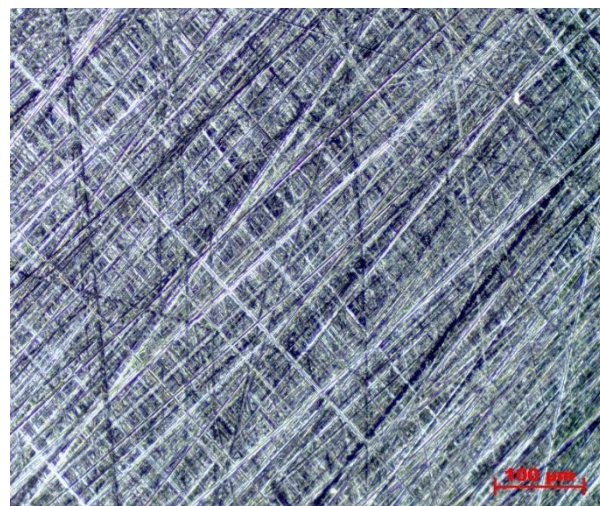
A keletkezett minták szövetszerkezetének alakulását optikai fénymikroszkópia segítségével vizsgáltam. A fénymikroszkópia nem átlátszó minták (pl.: fémek, polimerek, kerámiák) felületének vizsgálata visszavert fényben. Ahhoz, hogy az optikai mikroszkópos vizsgálatnál minél tisztább képet kapjunk, a mintánkat több eljárással elő kell készítenünk.

Első lépésben kis darabokra vágjuk a mintákat (ügyelünk, hogy a minta szerkezetét ne változtassuk meg), a könnyebb kezelhetőség érdekében és elhelyezzük egy számunkra megfelelő mintatartóban. Ezt követően törekedni fogunk a vizsgálandó felületünk minél simábbra munkálásán. Ezt általában kézi- vagy automata csiszológépek használatával kezdjük meg. Ennél a lépésnél különböző durvaságú (egyre kisebb szemcséjű) csiszolópapírokhoz nyomjuk a

munkadarabunkat, egy bizonyos erővel, egy bizonyos ideig úgy, hogy az folyamatosan mozgásban legyen és ne egy irányból vigyük be a diszlokációkat (karcokat). Közben folyadékot, szuszpenziót adagolunk. A csiszolási erő és idő általában az anyag tulajdonságaitól függ.



10. ábra Csiszolás P320-as csiszolópapírral



11. ábra Csiszolás P1000-es csiszolópapírral

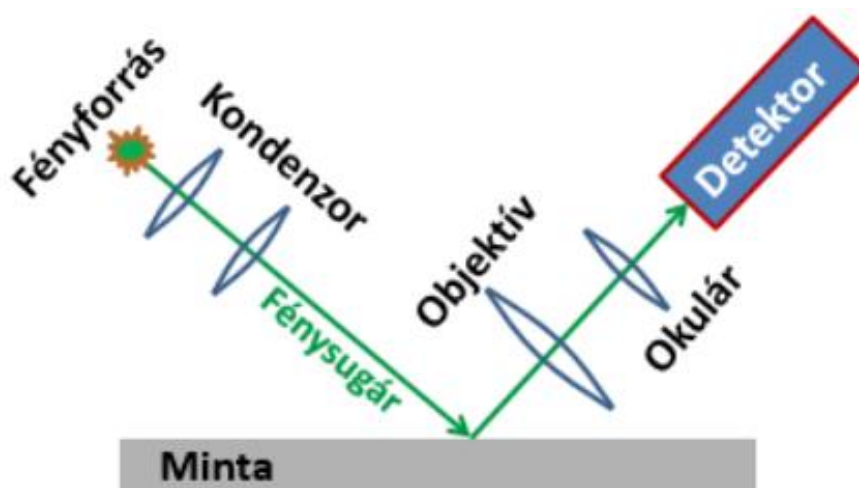
A még finomabb felület eléréséhez polírozást alkalmaznak, ennek a lényege, hogy a finom karcmentes felületet kapjunk a kész mintánkra. Itt is szuszpenziókat alkalmazunk és a polírkendők már csak 9-1μm nagyságú szemcsékkel dolgozik.

Ezekkel az eljárásokkal már jól vizsgálható felületet kapunk. A mi esetünkben azonban még alkalmaztunk elektrolitos polírozást is. Ez segíti a szövetszerkezet, illetve a krisztalitok szerkezetének vizsgálatát is. Az elektrolitos polírozás folyamatában a munkadarabunkat egy polírozó elektrolitba tesszük, amiben egy katód is található. ilyenkor a munkadarabunk lesz anódként kapcsolva. Az áram megindulásával az anódikus oldás megkezdődik, az áram által az elektrolit reakcióba lép a fémmel. A felület fokozatosan kisimul mivel az áram a felület kiemelkedő csúcsain koncentrálódik, mivel ezek a legreakcióképesebbek.

A fénymikroszkóp felépítése:

- Fényforrás: LED, halogénizzó vagy xenonnal töltöttlámpa, mely széles spektrumú fehér fényt szolgáltat. Fontos szempontok, hogy erős fényű legyen és hogy a fényforrásból lehetőleg egyenletes eloszlású, állandó színhőmérsékletű fényt bocsásson ki.
- Kondenzor és kollektor lencsék: A fényforrásból jövő fényt gyűjtik össze és párhuzamosítják, a lehető legnagyobb fénysűrűséget létrehozva ezzel.
- Objektív: A mikroszkóp objektív rendszerint összetett, korrigált lencserendszer. Ezek közül 2 fajtát különböztetünk meg:
 - Száraz rendszerű objektívek: amelyeknél a preparátum fedőlemeze és az objektív frontlencséje közötti közeg maga a levegő.
 - Immerziós rendszerű objektívek: amelyeknél a preparátum fedőlemeze és az objektív frontlencséje közötti közeg egy ismert törésmutatójú folyadék (pl. cédrus olaj). A kitöltő közeg valamilyen folyadékra való cseréjével az objektív numerikus apertúrájának növekedése érhető el, amely a mikroszkóp felbontóképességét nagymértékben megnöveli. Az objektívvel elérhető nagyítás 2,5x-100x.

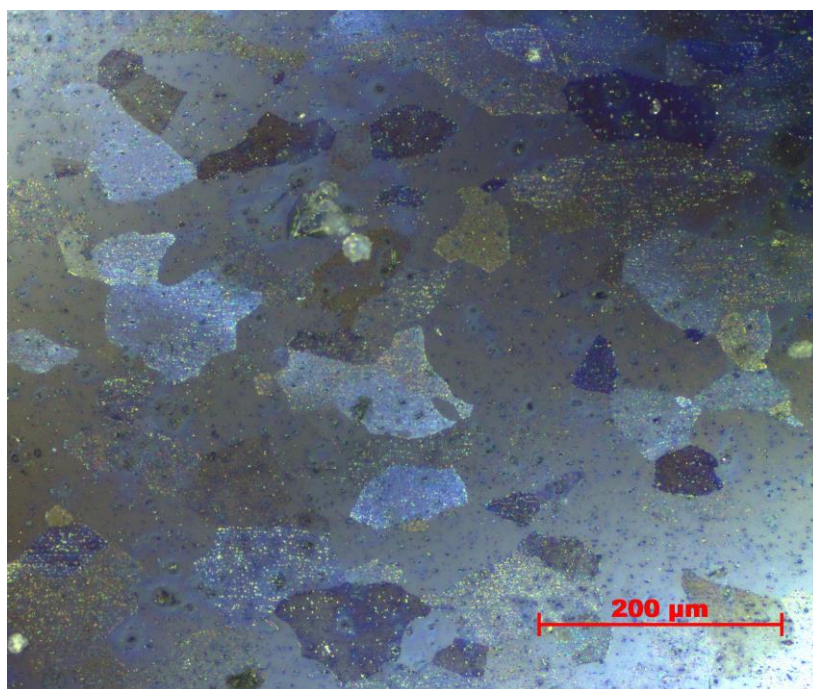
- Okulár: Az okulár az objektív által nagyított képet nagyítja tovább (10x). Köztes lencse segítségével további 1,5-2x-es nagyítás érhető el. A maximális nagyítás száraz objektív esetén 2000x-es, immerziós objektívnél pedig 4000x-es.
- Detektor (fényképező rendszer): A detektor lehet az emberi szem, vagy digitálisan csatlakoztatott fényképezőgép, videókamera. Ezek a kamerák képesek folyamatos képet biztosítani a számítógépre, ahol ezekből képet lehet készíteni dokumentálás vagy szemléltetés céljából [5-6. ábra].
- Tárgyasztal: Lehetővé teszi számunkra a minta rögzítését. Az újabb mikroszkópoknál az asztal már mozgatható x és y irányokban is.
- Váz és állvány szerkezet: Megfelelő védelmet biztosít az elektromos és mechanikus alkatrészeknek. Legfontosabb feladata a rezgésmentesség biztosítása.



12. ábra Fénymikroszkóp felépítése

Ahhoz, hogy megállapítsuk a mintáink újrakristályosodásának mértékét kísérleti módon, több kép készült egy bizonyos csiszolatról. Itt már nem minden egyes minta lett feldolgozva, ugyanis túl sok időt vett volna igénybe. Az újrakristályosodás mértékét még numerikus módszer segítségével is vizsgálni

fogjuk. A megfelelő kép elkészítéséhez beállítottuk a nagyítás mértékét, megkerestük a hozzá tartozó megfelelő fényintenzitást és beállítottuk a fókusztávolságot. A fényerősséget úgy kell megválasztani, hogy a kapott képről lehetőleg ne veszítsünk semmilyen információt. A számítógépes alkalmazásban nagyon sok értéket lehet még testre szabni, mint például, mint például fekete-fehér vagy színes képet készítenk. Mérethű skálával láthatjuk el a kész képet, aminek segítségével a szemcsék és a repedések méretét könnyen meg tudjuk határozni.



13. ábra 332-es minta



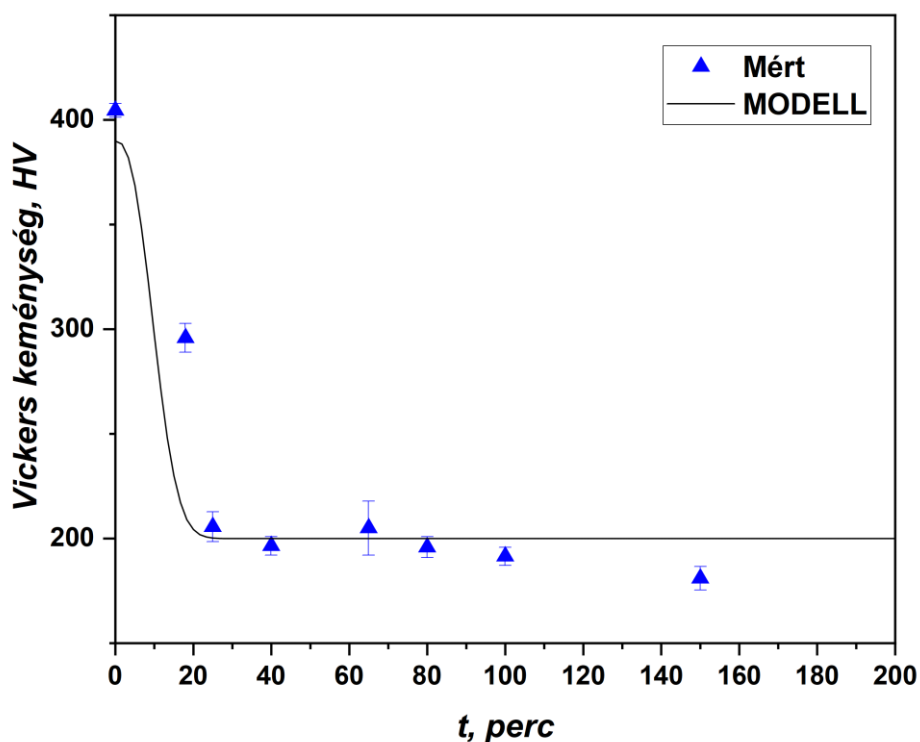
14. ábra Zeiss Axio Imager.A2m mikroszkóp

5. EREDMÉNYEK:

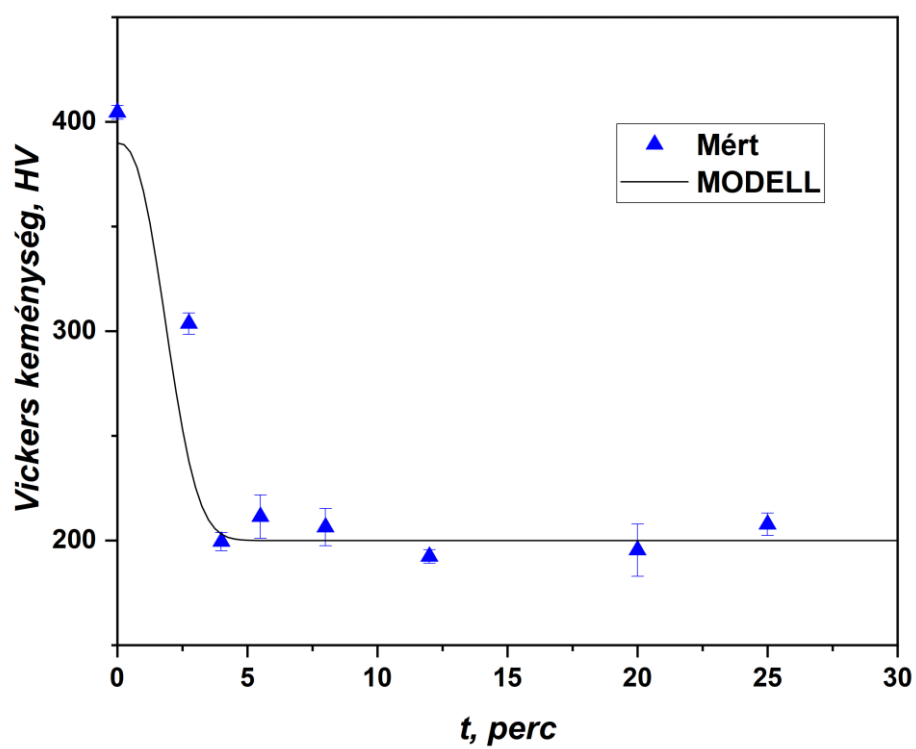
Az eredményeim előző kutatási eredmények folytatásának, kiegészítésének céljával jött létre.

5.1. Mérési eredmények:

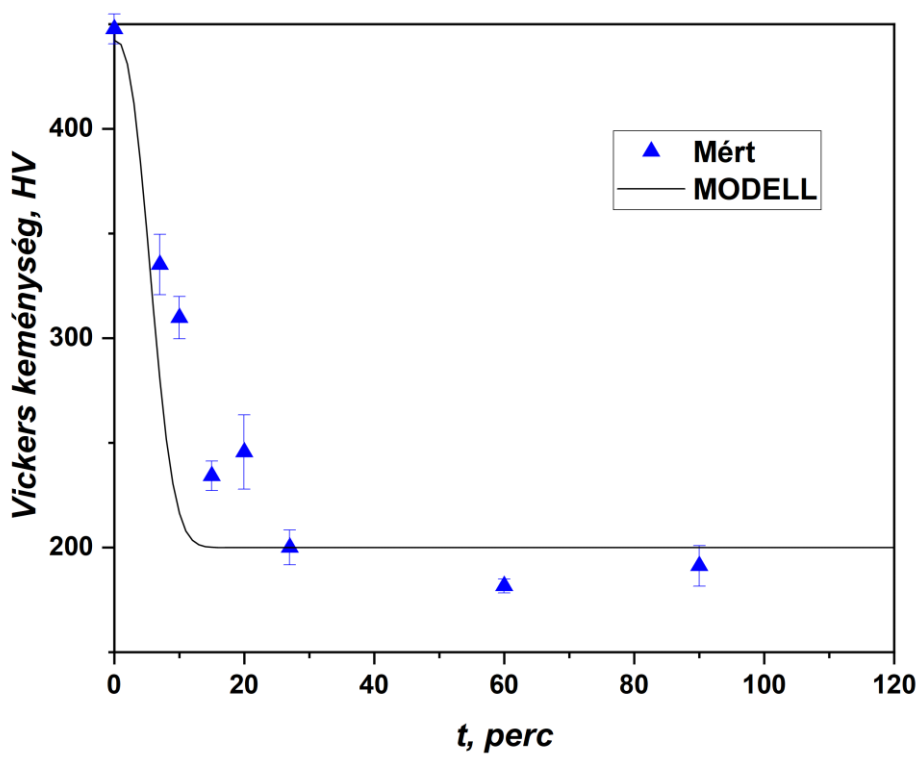
A keménységmérések alapján grafikonokon szemléltetem, hogy a bevitt deformáció és a másodlagos hőkezelés hatására milyen mértékben változott a minta keménységi értéke. A grafikonok az 1. táblázat alapján értelmezendő.



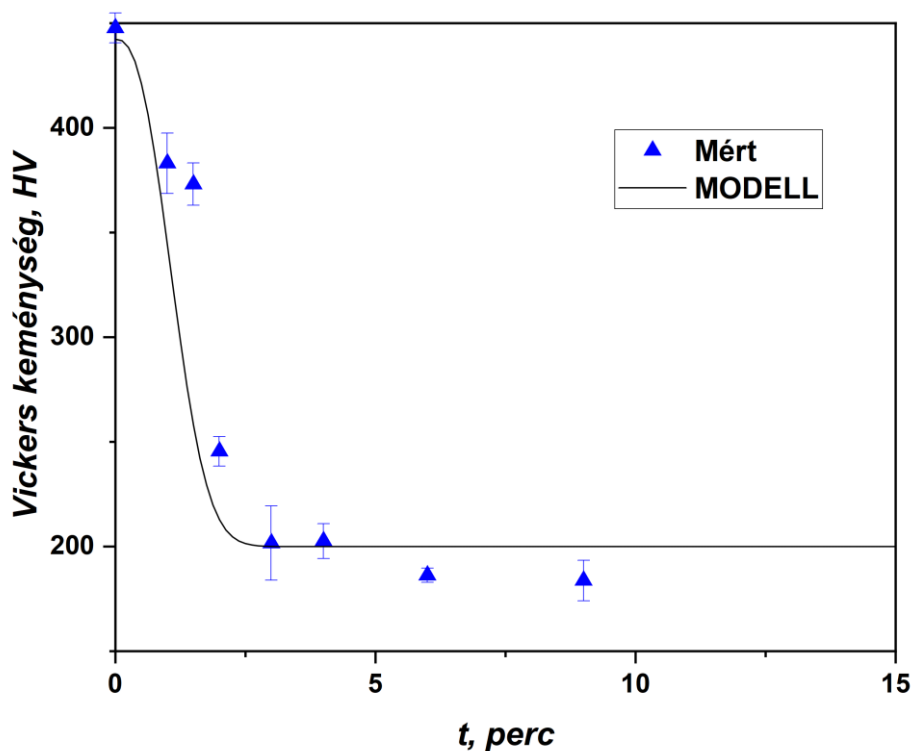
15. ábra Keménységi értékek A minta esetén



16. ábra Keménységi értékek B minta esetén



17. ábra Keménységi értékek C minta esetén



18. ábra Keménységi értékek D minta esetén

Ezen diagrammok alapján több dolog is egyértelművé vált. Minden egyes minta esetében ugyan azt a tendenciát tapasztaljuk. A keménység egyenesen arányosan nő a bevitt deformációval. Míg ahogyan azt vártuk is az újrakristályosodással fordítottan arányosan csökken a keménység mértéke. Alacsonyabb hőmérsékletű utólagos hőkezelés során (350°C) több időt vesz igénybe az anyagnak az újrakristályosodása mint ugyan akkora deformáció mellett magasabb (450°C) hőmérsékleten. Az is egyértelművé vált, hogy minél nagyobb deformációt viszünk be az anyagba annál kevesebb idő szükséges az újrakristályosodás lejátszódásához. Ez a jelenség annak köszönhető, hogy a nagyobb deformációs foknál sokkal több helyen fog megindulni a csíráképződés. Ebből arra is következtethetünk, hogy a nagyobb deformációval rendelkező mintáink szemcseméretei sokkal kisebbek lesznek.

5.2. Újrakristályosodási folyamat modellezése:

A tárolt deformációs energia E_D felszabadult hőkezelés során és az újrakristályosodási folyamatnak ez a fő hajtóereje[2], [8]:

$$E_D = \alpha \rho G b^2 \quad (15)$$

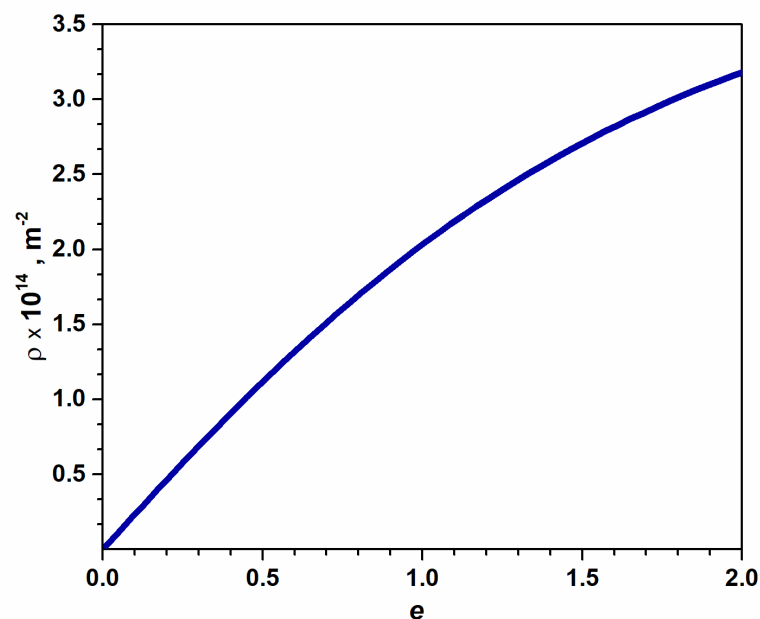
ahol:

- α : egy alakváltozásfüggő geometriai állandó,
- G : a nyírási modulus ($G=26,5\text{GPa}$)
- ρ : a diszlokáció sűrűség,
- b : pedig a Burgers-vektor ($b=0,2863\text{ nm}$)

A diszlokáció sűrűséget pedig a következő modell alapján számolhatjuk[9]:

$$\rho = \frac{2C_1}{C_2} - \left(\frac{2C_1}{C_2} - \rho_0 \right) \left(1 + \frac{C_2 e}{2} \right) \exp(-C_2 e) \quad (16)$$

A 16 képlet arra utal, hogy a ρ jelentősen növekszik az alakváltozás során (ld. [10]ábra). Az adott modell jó egyezést biztosít a mért és szimulált értékek között [9]–[11]. A kiszámolt érték alapján meghatározható a tárolt deformációs energia értéke.



19. ábra Diszlokáció sűrűség változása az alkalmazott deformáció érték függvényében

Az α geometriai állandóról általában azt feltételezik, hogy független az alakváltozástól ($\alpha \sim 0,5$), azonban ez a mennyiség a diszlokációk átlagos szabad útjától, ami fordítottan arányos a diszlokáció sűrűséggel és a következőképpen számolható [6], [10]:

$$\alpha \cong \frac{(1-0.5\nu)}{4\pi(1-\nu)} \ln\left(\frac{\rho^{-0.5}}{b}\right) \quad (17)$$

ahol: ν : a poisson tényező ($\nu=0,35$).

A fenti kifejezésben a deformációmentes anyag diszlokációsűrűségét ρ_0 $10^{10} m^{-2}$ -nak feltételezzük, míg az alumíniumra vonatkozó C_1 és C_2 konstansok a következők: $C_1 = 10^{14} m^{-2}$ és $C_2 = 1,15$. Nyilván való, hogy akár kis mértékű deformáció is hajlamos a diszlokációsűrűség drasztikus növekedését előidézni. A diszlokációk keletkezése a deformáció előrehaladtával lelassulnak a diszlokációs kölcsönhatások és azok csapdába esése miatt. Ugyan ez a fejlődési mintázat jellemző a tárolt deformációs energiára is, mivel $E_D \sim \rho$.

A következő két képlet, a korábban említett (11) egyenlettel való számoláshoz szükséges. A deformációs energia felhalmozódása közvetlen hatással van az újrakristályosodásra, mivel a nagy szögű szemcsehatár (az újrakristályosodott és a deformált szemcsék között) növekedési sebessége a tárolt energia függvénye. A növekedés folyamata a nagy szögű szemcsehatárok mozgékonyásával is összefügg, ezért növekedési sebességet a következőképpen fejezzük ki [6], [12]:

$$G_v = M_{GB} E_D \quad (18)$$

Ahol a mobilitás M_{GB} :

$$M_{GB} = M_0 \exp\left(-\frac{Q_G}{k_B T}\right) \quad (19)$$

ahol:

- M_0 : egy anyagfüggő konstans ($M_0 = 3,1 * 10^{-9} m^4/Js$),

- Q_G : a nagyszögű szemcsehatárok vándolásához szükséges aktiválási energia ($Q_G = 8,01 * 10^{-20} J$),
- T : a lágyítási hőmérséklet,
- k_B : Boltzmann-állandó.

Úgyszintén a (11) es egyenlethez még szükséges az N csíráképződési sebesség meghatározása. Általában az N csíráképződési ráta azt a gyakoriságot jelenti, amellyel a magok hajlamosak kialakulni a deformált mátrixból. Az N értékét számos tényező befolyásolja, többek között az alakváltozási szint és a hőmérséklet. A térfogategységenként egy bizonyos időn belül keletkező magok száma a következőképpen fejezhető ki:

$$N = N_0 e \exp \left(- \frac{\gamma_g b^2}{k_B T} \right) \quad (20)$$

ahol:

- N_0 : egy hőmérséklettől független preexponenciális tényező ($N_0 = 2,87 * 10^{15} m^{-3} s^{-1}$)
- γ_g : a szemcsehatárok felületi energiája

A γ_g értékét a Read és Shockley egyenlet segítségével lehet megbecsülni.

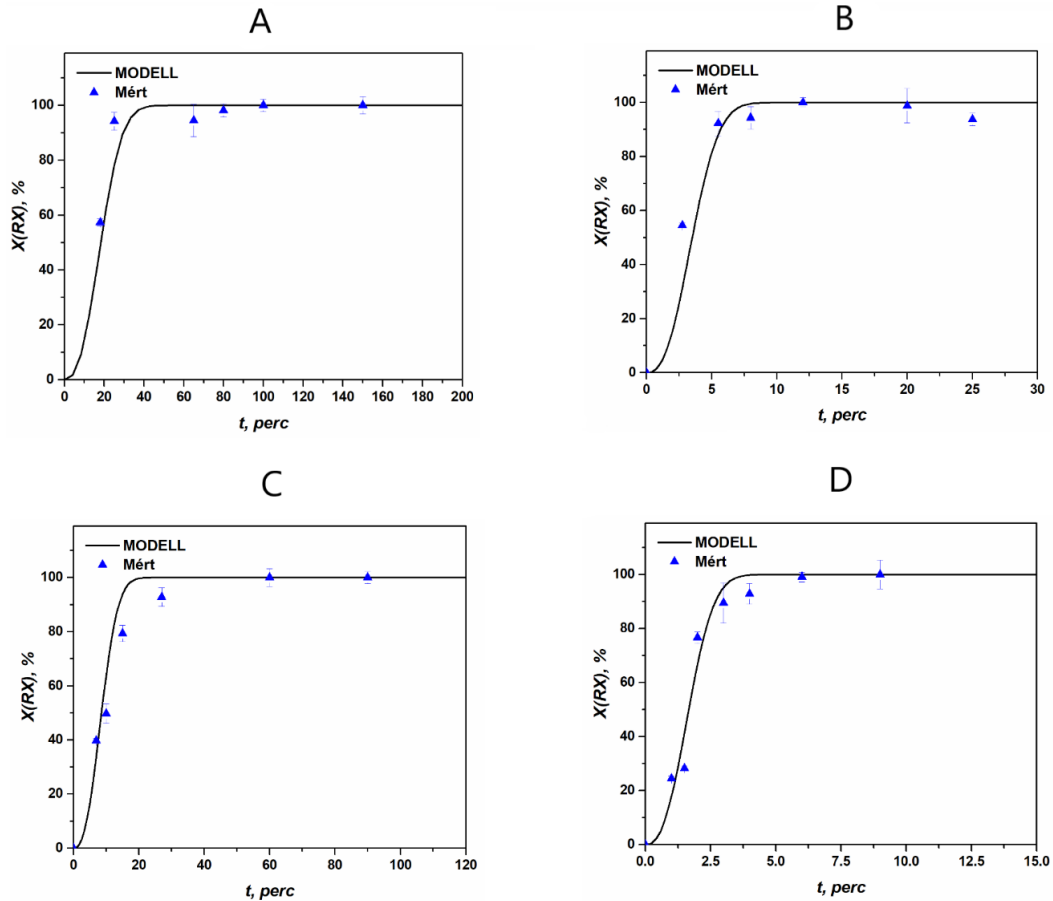
A becsült értéke $0,192 Jm^{-2}$ [13]

A lágyulás kinetikájának kísérleti vizsgálatára számos módszer létezik, mint például az optikai mikroszkópia, az elektron-visszaszórásos diffrakció vagy az indentálási technikák. Jelen tanulmányban az újrakristályosodás alakulását Vickers-féle mikroindentációval követjük nyomon. A következő képletekben feltételezzük, hogy a mért keménység H_i tartalmazza a deformációs komponenst (H_d) és az újrakristályosodottat (H_{rx}), az újrakristályosodott térfogat aránya X_{rx} és a deformált térfogat aránya X_d [14]:

$$H_i = H_d X_d + H_{rx} X_{rx} = H_d (1 - X_{rx}) + H_{rx} X_{rx} \quad (21)$$

Ha átrendezzük a 21 es képletet az újrakristályosodott térfogatra X_{rx} :

$$X_{rx} = \frac{H_d - H_i}{H_d - H_{rx}} \quad (22)$$

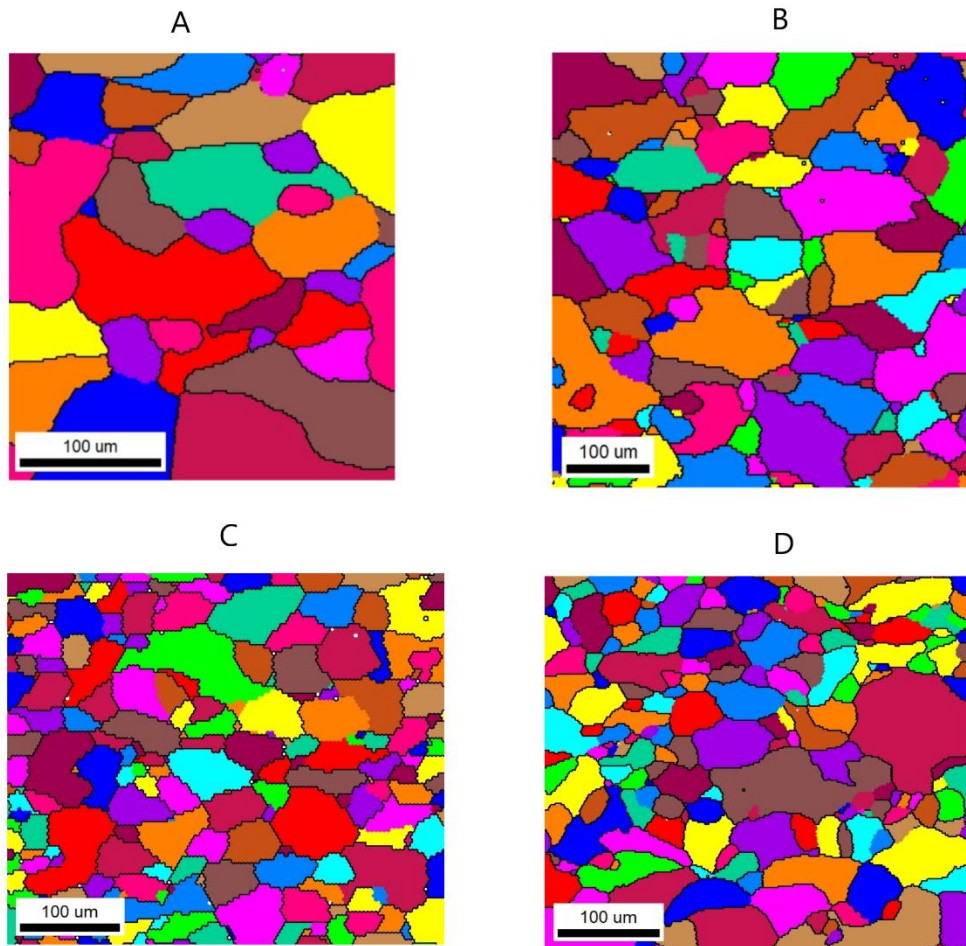


20. ábra Az újrakristályosodott szemcsék hányada az idő függvényében¹

Az ábrákat az 1. táblázat alapján készült. Azt meg tudjuk állapítani, hogy minél nagyobb deformációt vittünk be a mintának és minél nagyobb hőmérsékleten lágyítottuk annál gyorsabban lezajlott a folyamat. Ez annak köszönhető, hogy egy adott hőmérséklet esetében minél nagyobb a deformáció annál nagyobb lesz az újrakristályosodás hajtó ereje. Ugyanis nagyobb deformáció sűrűségből, nagyobb tárolt deformációs energia következik. Ez az energia növeli a csíráképződés sebességét. A JMAK modellből nem derül ki, hogy milyen szemcsemérettel rendelkezik az újrakristályosodott anyagunk.

¹ Megjegyzés: A program alapértelmezett beállítása miatt pontot használ tizedesvessző helyett.

Az általunk vizsgált 4 mintát részletesebb vizsgálatok alá vetettünk és felvételt készítettünk róluk pásztázó elektronmikroszkóp segítségével:



21. ábra Elektronmikroszkópos képek a szemcseméretekről

A vártaknak megfelelően már szemmel is látható, hogy a nagyobb deformációt szenvedett minta, finomabb szemcseszerkezetű lett. Mind a 4 minta esetében teljesen újrakristályosodott a szerkezet. A következő értékeket több ezer szemcse méretéből állapítottuk meg.

2. Táblázat: Elektronmikroszkóppal vizsgált minták adatai:

Minta	Hőkezelés időtartama, perc	Átlagos szemcseméret, μm	Szemcseméret szórása, μm
A	150	87,9	31,2
B	4	70,7	25,2
C	60	41,2	13,8
D	3	47,2	15,9

A modell által kiszámolt csíráképződési sebességek jó egyezést mutatnak a szövetszerkezeti jellemzőkkel. Az eredményekből egyértelműen látható, hogy a nagyobb deformáció értéke, mely magasabb értékű tárolt energiával jár, finomabb szemcseméretet biztosít a lágyulási folyamatok végén. Ennek az a magyarázata, hogy nagyobb deformációk több csíráképződési helyeket okoznak és eredményként több helyen indul el az újrakristályosodás.

Az újrakristályosodás kinematikájának vizsgálata különböző deformációs szinteknél azt mutatja, hogy a JMAK elméletével egyszerűen leírható. Az alkalmazott modell paramétereit használtuk a szimulációhoz, melyeket numerikus megközelítésekből származtattunk. Kísérleti úton és numerikus megközelítéssel egyaránt kimutattuk, hogy az újrakristályosodási kinematikát nagyban befolyásolja az alakváltozás mértéke.

Az eltérés a modellezett és szimulált példák között a következőkre vezethető vissza. A deformáció heterogén jellege a textúrált mátrixban, a lágyítás során bekövetkező felépülés és az hogy a hajtóerő nem állandó az újrakristályosodás során. Bár ezeket figyelmen kívül hagytuk, így is képesek voltunk reprodukálni számításokkal a kísérletileg megfigyelt kinematikát.

6. ÖSSZEFOGLALÁS:

A dolgozatomban összefoglaltam a vizsgálathoz kapcsolódó szakirodalmi ismereteket, ahol szóba került a hengerlés, mint képlékeny alakítás, szó esett az alakítási szilárdságról és az alapanyagról, a hőkezelésről, mint eljárásról és a JMAK modellről. Bemutattam milyen különböző mérési módszereket alkalmaztunk a kutatás során és milyen paramétereket alkalmaztunk az egyes módszerek alkalmazásakor. Ismertettem a számolásokat melyeket alkalmaztunk a méréseket követően. Diagramokban összefoglaltam a keménység és a lágyítás kölcsönhatását különböző esetekben. Majd ezekből meg tudjuk állapítani az újrakristályosodás sebességét, újabb egyenleteket mutattam be. Ezen egyenletek segítségével meghatároztuk az újrakristályosodott hányad idő függvényét különböző deformáció és lágyítási hőmérsékletek esetében. Annak érdekében, hogy biztosan jól számoltunk-e, ellenőrzésképpen 4 kiválasztott mintáról elektronmikroszkóp segítségével felvételt készítettünk a szemcseméretekről.

Az indentálási technikák által meghatároztuk az újrakristályosodási folyamat kinematikáját az Al 1050 ötvözet esetén. Az alkalmazott numerikus algoritmus alapján sikeresen lemodelleztük az újrakristályosodási folyamat kinematikáját. A kiszámolt és mért eredmények kiváló egyezést mutatnak, arra utalva, hogy az alkalmazott algoritmus használható ipari körülmények között is.

A szórásokból és a minimális eltérésekből, amiket tapasztaltunk a vizsgálat során arra következtetünk, hogy további kutatásra van szükség.

7.FORRÁSOK:

- [1] Bátorfi J. G. és Sidor J., „Alumínium lemez aszimmetrikus hengerlése közben fellépő deformációjának vizsgálata”, *Mérnöki És Inform. Megoldások*, sz. I., o. 5–14, márc. 2020, doi: 10.37775/EIS.2020.1.1.
- [2] P. Chakravarty, J. G. Bátorfi, és J. J. Sidor, „Investigation of Recrystallization Kinetics in 1050 Al Alloy by Experimental Evidence and Modeling Approach”, *Materials*, köt. 16, sz. 17, o. 5760, aug. 2023, doi: 10.3390/ma16175760.
- [3] Tisza M., „Lemezek Térfogat Alakítása”, *Multidiszcip. Tudományok*, köt. 3, sz. 2, o. 163–172, 2013.
- [4] Gulyás J., Horváth Á., Illés P., és Farkas P., „Acélok Hengerlése”. Miskolci Egyetem, 2013. Elérés: 2023. október 25. [Online]. Elérhető: <http://metont.uni-miskolc.hu/wp-content/uploads/2014/03/11-Acélok-hengerlése.pdf>
- [5] W. D. Callister és D. G. Rethwisch, *Materials science and engineering: an introduction*, 10th edition. Australia custom edition. Milton, Qld: Wiley, 2018.
- [6] F. J. Humphreys, G. S. Rohrer, és A. D. Rollett, *Recrystallization and related annealing phenomena*, Third edition. Amsterdam Oxford Cambridge, MA: Elsevier, 2017.
- [7] I. Pogonyi, *Roncsolásos anyagvizsgálatok 2. Keménységmérések*, 2008. kiad. Budapest: Nemzeti Szakképzési és Felnőttképzési Intézet, 2008. Elérés: 2023. október 27. [Online]. Elérhető: https://www.nive.hu/Downloads/Szakkepzesi_dokumentumok/Bemeneti_kompetenciak_meresi_ertekelesi_eszkozrendszerenek_kialakitasa/5_0225_009_101215.pdf
- [8] Chakravarty P., Gyula P., Gy B. J., és Sidor J. J., „A diszlokációeloszlás becslése a minta középpontjában 1050-es alumíniumötvözet esetén”, 2022.
- [9] T. Csanádi, N. Q. Chinh, J. Gubicza, G. Vörös, és T. G. Langdon, „Characterization of stress–strain relationships in Al over a wide range of testing temperatures”, *Int. J. Plast.*, köt. 54, o. 178–192, márc. 2014, doi: 10.1016/j.ijplas.2013.08.014.
- [10] J. J. Sidor, P. Chakravarty, J. Gy. Bátorfi, P. Nagy, Q. Xie, és J. Gubicza, „Assessment of Dislocation Density by Various Techniques in Cold Rolled 1050 Aluminum Alloy”, *Metals*, köt. 11, sz. 10, o. 1571, szept. 2021, doi: 10.3390/met11101571.
- [11] P. Chakravarty, G. Pál, és J. J. Sidor, „The dependency of work hardening on dislocation statistics in cold rolled 1050 aluminum alloy”, *Mater. Charact.*, köt. 191, o. 112166, szept. 2022, doi: 10.1016/j.matchar.2022.112166.

- [12] C. Poletti, R. Bureau, P. Loidolt, P. Simon, S. Mitsche, és M. Spuller, „Microstructure Evolution in a 6082 Aluminium Alloy during Thermomechanical Treatment”, *Materials*, köt. 11, sz. 8, o. 1319, júl. 2018, doi: 10.3390/ma11081319.
- [13] W. T. Read és W. Shockley, „Dislocation Models of Crystal Grain Boundaries”, *Phys. Rev.*, köt. 78, sz. 3, o. 275–289, máj. 1950, doi: 10.1103/PhysRev.78.275.
- [14] P. N. Kalu és D. R. Waryoba, „A JMAK-microhardness model for quantifying the kinetics of restoration mechanisms in inhomogeneous microstructure”, *Mater. Sci. Eng. A*, köt. 464, sz. 1–2, o. 68–75, aug. 2007, doi: 10.1016/j.msea.2007.01.124.