



**SZÉCHENYI  
EGYETEM**  
UNIVERSITY OF GYŐR

## **TMDK DOLGOZAT**

**Kálmán-szűrő algoritmusok alkalmazása  
akkumulátor cellák állapot megfigyelésre**

**Horváth Tamás**  
Villamosmérnöki MSc

**Konzulens:  
Dr.Fodor Dénes**

**2024**

## *Kivonat*

Az elmúlt évtizedekben a fenntartható energiaforrások használatára irányuló törekvéseknek köszönhetően az akkumulátortechnológiák ugrásszerű fejlődésen mentek keresztül, és használatuk széles körben elterjedt, különösen az elektromos autók népszerűvé válásával a közlekedésben és a különféle megújuló energiaforrások által előállított energia tárolásában. Ezen akkumulátoros rendszerek megbízható és hatékony működésének biztosítására akkumulátor felügyeleti rendszerek (BMS) alkalmazása szükséges

A BMS rendszer működésének kulcsa az állapotmegfigyelő algoritmus, amely első sorban a cella töltöttségi (SoC), és egészségi (SoH) állapotát becsli. Az akkumulátor dinamikájának nemlineáris, időben változó és sztochasztikus jellege, valamint a modellparaméterek bizonytalansága és változása miatt azonban a pontos becslés kihívást jelent. Az iparban leggyakrabban Kálmán-szűrő algoritmusokat alkalmaznak, amelyek hatékonyak a rendszer állapotának zajos mérésekből történő becslésében, akár nemlineáris rendszerek esetén is.

A kutatás a különféle Kálmán-szűrő algoritmusok akkumulátorcellák állapotbecslésére irányuló felhasználhatóságát vizsgálja és hasonlítja össze. A dolgozatban vizsgált nemlineáris Kálmán-szűrő módszerek például a kiterjesztett Kálmán-szűrő (EKF) és a szigma pont Kálmán-szűrő (SPKF). Az EKF az elsőrendű Taylor-sor fejtésen alapul, amely segítségével linearizálja a rendszer nemlineáris egyenleteit, lehetővé téve a Kálmán-szűrő algoritmus alkalmazását. Ezzel szemben az SPKF a szigma pontok kiválasztásán és a nemlineáris transzformáción keresztüli terjedésén alapul, elkerülve ezzel a linearizáció szükségességét és a magasabb rendű nemlinearitásokkal kapcsolatos hibákat.

A kutatás során a Kálmán-szűrő módszereket a rendszer állapotának és a modellparaméterek együttes becslésére is alkalmazom így javítva az állapotmegfigyelés pontosságát, valamint kiküszöbölve a cella öregedéséből fakadó paraméter változást.

# Tartalomjegyzék

|                                                          |    |
|----------------------------------------------------------|----|
| Kivonat                                                  | i  |
| 1. Bevezetés                                             | 2  |
| 2. Az akkumulátor dinamikus modellje                     | 3  |
| 3. A kiterjesztett Kálmán-szűrő                          | 5  |
| 3.1. Az összevont kiterjesztett Kálmán-szűrő . . . . .   | 7  |
| 3.2. A kettős kiterjesztett Kálmán-szűrő . . . . .       | 9  |
| 4. Sigma pont Kálmán-szűrő                               | 11 |
| 4.1. Az összevont sigma pont Kálmán-szűrő . . . . .      | 14 |
| 4.2. A kettős sigma pont Kálmán-szűrő . . . . .          | 14 |
| 5. Modell identifikáció                                  | 16 |
| 6. A vizsgált Kálmán-szűrő algoritmusok összehasonlítása | 19 |
| 7. Konklúzió                                             | 27 |
| Köszönetnyilvánítás                                      | 28 |
| Ábrák jegyzéke                                           | 29 |

# 1. fejezet

## Bevezetés

A Li-ion akkumulátorok nagy fajlagos energiájuknak és teljesítménysűrűségüknek köszönhetően széles körben elterjedtek az elektromobilitási és a helyhez kötött alkalmazásokban. Biztonságos működésük és hosszú élettartamuk biztosítása érdekében szinte minden akkumulátoros alkalmazásban akkumulátor felügyeleti rendszert (BMS) alkalmaznak. Az olyan alacsony szintű funkciókon kívül, mint a cellakegyenlítés, a túltöltés és túlkisülés elleni védelem, a kifinomultabb rendszerekben a BMS az akkumulátor töltöttségi állapotának (SOC) becslését is végzi. Az SOC és a feszültség szintek pontos ismerete elengedhetetlen a fennmaradó üzemidő és a biztonságos működési tartomány meghatározásához.

A SOC becslésére az egyik legkézenfekvőbb technika a nyílt áramköri feszültség (OCV) technikája mellett a Coulomb-számlálási (töltés számlálási) módszer, mivel ez egy egyszerű és gyors eljárás. Nagy hátránya azonban, hogy érzékeny a SOC kezdeti értékére, a zajra, és a ciklikus töltési-kisütési folyamatok során növekvő becslési hibát generál [1]. Az állapot becslésre jobb megoldást jelenthetnek a modellalapú becslők, amelyek a cella helyettesítő kapcsolásán alapuló modelljéből és egy állapot becslőből állnak.

A cella helyettesítő kapcsolását általában Randles-kapcsolásnak nevezik, amely a cella elektrokémiai tulajdonságaiból levezethető [2] és az akkumulátor viselkedését ellenállás-kondenzátor hálózatokkal modellezi. A Randles-modell tartalmazza az akkumulátor soros és töltésátviteli ellenállásait, a kettősréteg-kapacitást és a diffúziós ellenállás-kondenzátor hálózatot. Az akkumulátor SOC-értékének becslésére modellalapú megfigyelőket, például Kálmán-szűrőt használhatunk.

Mivel a Li-ion akkumulátorok feszültség- és áramjellemzői a töltés erősen nemlineáris függvényei, az SOC becslését nemlineáris Kálmán-szűrővel kell végezni. Több szerző kimutatta, hogy a kiterjesztett Kálmán-szűrő (EKF - extended KF) az SOC becslésére 3-5%-os hibával alkalmas [3, 4, 5], míg a szagtalan Kálmán-szűrő (UKF - unscented KF) robusztusabb és pontosabb megoldást ad [6].

A gyakorlatban az akkumulátor paraméterei a hőmérsékletváltozás és a degradáció miatt változnak. Ezek a jelenségek halmozódó hibát okoznak a modellben a valós és a modellezett paraméterek között, ami rontja a megfigyelés pontosságát. A szóban forgó lassú paraméter driftet összevont Kálmán-szűrő (Joint Kalman Filter) alapú paraméterbecsléssel lehet kompenzálni. A szűrő képes az állapot és a paraméterek együttes becslésére [7]. A kettős becslés esetén (Dual Kalman Filter) két különálló Kálmán-szűrőt használnak az állapot és a paraméterek becsléshez. Az összevont Kálmán-szűrő egyszerűbben megvalósítható, de hátránya a nagy mátrixműveletek. A kettős Kálmán-szűrő kisebb számítás igényű, de érzékenyebb az időzítésre, és az állapotok és paraméterek közötti keresztkorrelációk elvesztése problémát jelenthet [8, 9, 10].

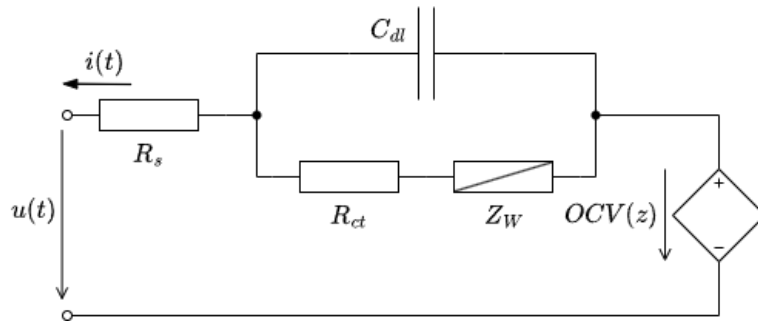
Jelen munkában az általános kiterjesztett Kálmán-szűrő (EKF), az általános szigma pont Kálmán-szűrő (SPKF), az összevont kiterjesztett Kálmán-szűrő (Joint EKF), az összevont szigma pont Kálmán-szűrő (Joint SPKF), a kettős kiterjesztett Kálmán-szűrő (Dual EKF), és a kettős szigma pont Kálmán-szűrő (Dual SPKF) teljesítményét hasonlítom össze egy Li-ion akkumulátorcella állapotának becslésénél.

## 2. fejezet

# Az akkumulátor dinamikus modellje

Az akkumulátor cellák dinamikus viselkedésének leírására használhatunk empirikus modelleket, mint például a helyettesítő kapcsoláson alapuló modellek, illetve fizikai modelleket. Bár a fizikai modellek pontosabb leírást képesek nyújtani a cellák viselkedéséről, mivel molekuláris szinten írják le azt, számítási igényük lenyelésén nagyobb, illetve paramétereik identifikálása is nehezebb feladat. Emellett a legtöbb alkalmazásban elegendő a helyettesítő kapcsolásokkal megvalósítható pontosság. Így általam megvalósított Kálmán-szűrő algoritmusok magvalósításánál a cella helyettesítő kapcsoláson alapuló modelljét alkalmazom.

A leggyakrabban alkalmazott helyettesítő kapcsoláson alapuló modell az úgynevezett Randles-modell [11, 12, 13], amely a 2.1. ábrán látható.

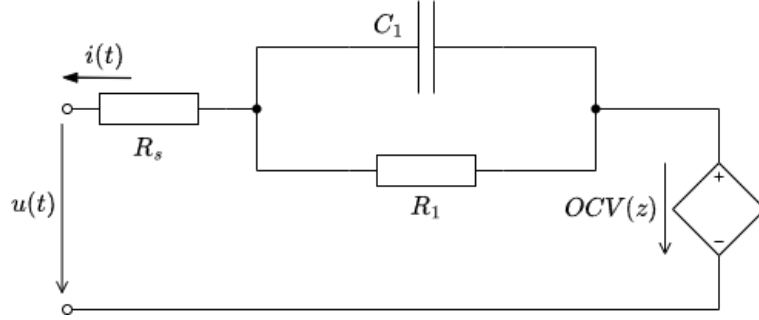


2.1. ábra. A Randles helyettesítő kapcsolás egy terhelt cellán.

A kapcsolatban szereplő változó feszültség forrás a cella nyílt hurkú feszültségét (OCV - Open Circuit Voltage) modellezi a cella  $z$  töltöttségi szintje (SOC - State of Charge) függvényeként.  $R_s$  a cella soros ellenállása, ami a cella terhelésekor bekövetkező azonnali feszültségesést vagy a töltésekor bekövetkező azonnali feszültség ugrást okozza.  $C_{dl}$  a kettős réteg kapacitás (double-layer capacity), amely a cellában lévő elektrolit és az elektródák közötti felületen felhalmozódó töltéseket modellezi. Az  $R_{ct}$  ellenállás a terhelés hatására ezen felületen bekövetkező feszültségesést veszi figyelembe (charge transfer resistance).  $Z_W$  az úgynevezett Warburg frekvencia függő impedancia, ami a lítium ionok elektródába történő diffúziójának folyamatát modellezi,

$$Z_W = \frac{A_W}{\sqrt{j\omega}} \quad (2.1)$$

ahol  $A_W$  konstans. A Warburg-impedancia modellezéséhez végtelen sok egymással sorba kötött párhuzamos R-C tagra lenne szükség, azonban jól közelíthető kisebb számú R-C pár segítségével is. A  $C_{dl}$  kapacitás a magas frekvenciatartományt leszámítva elhanyagolható, így azt elhagyva, a Warburg-impedanciát pedig egy  $R_1$ - $C_1$  párral közelítve, valamint az  $R_1$  és  $R_{ct}$  ellenállást összevonva megkapjuk az implementált Kálmán-szűrőknél alkalmazott, egyszerűsített Randles-kapcsolást, ami a 2.2. ábrán látható.



**2.2. ábra.** Az egyszerűsített Randles helyettesítő kapcsolás egy terhelt cellán.

Az egyszerűsített helyettesítő kapcsolás alapján a cella diszkrét idejű, nemlineáris állapotter modellje a következő differenciaegyenlet-rendszer,

$$\begin{bmatrix} z_{k+1} \\ i_{R_1,k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_k - \eta \frac{\Delta t}{Q_0} i_k \\ e^{-\frac{\Delta t}{\tau}} i_{R_1,k} + \left(1 - e^{-\frac{\Delta t}{\tau}}\right) i_k \end{bmatrix}, \quad (2.2)$$

$$y_k = u_k = OCV(z_k) - R_{1,k} i_{R_1,k} - R_{s,k} i_k, \quad (2.3)$$

ahol  $Q_0$  a cella kapacitása,  $\eta$  a cella Coulomb-hatásfoka (Coulombic efficiency), amely a töltéskor a cellába áramló összes töltés és a kisütéskor felhasználható összes töltés hányadosa. A cella töltésekor nem kívánt kémiai folyamatok hatására a töltés egy része nem felhasználható.  $\tau = R_1 C_1$  az  $R_1$ - $C_1$  párhuzamos R-C tag időállandója és  $\Delta t$  a mintavételi idő.  $u(t)$  a cella kapcsain mérhető feszültség és  $i(t)$  a cella árama, ami az  $i_{R_1}$  diffúziós áram és  $i_{C_1}$  összege.

A Randles modell kiegészíthető a cella hiszterézis viselkedésének figyelembe vételével is, lásd [13]. Azonban az implementált Kálmán-szűrő algoritmusok esetében az imént bemutatott egyszerűsített Randles helyettesítő kapcsolás elegendő modellezési pontosságot nyújt.

### 3. fejezet

## A kiterjesztett Kálmán-szűrő

A Kálmán-szűrő az optimális állapotmegfigyelő lineáris, egymástól független, nulla középértékű, Gauss eloszlású folyamat és mérési zajjal rendelkező rendszerek esetében. A lineáris Kálmán-szűrő levezetése és működése látható a [8, 14] hivatkozásban. Akkumulátor cellák megfigyelése esetében, az  $OCV(z)$  függvény miatt a rendszer nemlineáris, így nemlineáris Kálmán-szűrő alkalmazására van szükség. A nemlineáris Kálmán-szűrők a rendszer nemlineáris állapottér modelljén alapulnak,

$$\dot{x}_{k+1} = f_k(x_k, u_k) + w_k, \quad (3.1)$$

$$y_k = h_k(x_k, u_k) + v_k, \quad (3.2)$$

ahol  $x$  az állapotvektor,  $u$  a rendszer bemeneti vektora,  $y$  a rendszer kimeneti vektora és  $k$  a diszkrét időváltozó.  $w$  a Gauss eloszlású, nulla középértékű folyamat zaj,  $Q$  kovariancia mátrixszal,  $v$  pedig a Gaussos eloszlású, nulla középértékű mérési zaj,  $R$  kovariancia mátrixszal,

$$w_k \sim (0, Q_k), \quad (3.3)$$

$$v_k \sim (0, R_k). \quad (3.4)$$

A kiterjesztett Kálmán-szűrő esetében, feltételezve, hogy a rendszer minden munkapontban differenciálható, a nemlineáris rendszer egyenletek elsőrendű Taylor-sorral vannak közelítve az előző becsült állapotvektor körül,  $x_k = \hat{x}_k^+$  és  $\hat{w}_k = 0$ . A linearizációt követően az állapotegyenlet,

$$x_{k+1} = f_k(\hat{x}_k^+, u_k, 0) + F_k x_k - F_k \hat{x}_k^+ + w_k, \quad (3.5)$$

ahol az  $F_k$  Jacobi-mátrix,

$$F_k = \frac{df_k}{dx_k} = \frac{\partial f_k}{\partial x_k}, \quad (3.6)$$

ami az egyszerűsített Randles-modell esetében,

$$F_k = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{-\frac{\Delta t}{\tau}} \end{bmatrix}. \quad (3.7)$$

A linearizációt követően a rendszer kimeneti egyenlete az  $\hat{x}_k^-$  prediktált állapot és  $\hat{v}_k = 0$  körüli munkapontban,

$$y_k = h_k(\hat{x}_k^-, u_k, 0) + H_k x_k - H_k \hat{x}_k^- + v_k, \quad (3.8)$$

ahol a  $H_k$  Jacobi-mátrix,

$$H_k = \frac{dh_k}{dx_k} = \frac{\partial h_k}{\partial x_k}, \quad (3.9)$$

ami a cella modellre kiszámítva,

$$H_k = \begin{bmatrix} \frac{dOCV(z)}{dz} & -R_1 \end{bmatrix}. \quad (3.10)$$

A linearizált modell egyenleteket felhasználva a kiterjesztett Kálmán-szűrő egyenletei levezethetők és A Kálmán-szűrő algoritmus lépései [14],

1. A következő állapot predikciója az állapotegyenlet és az előző becsült állapot felhasználásával,

$$\hat{x}_k^- = f_k(\hat{x}_{k-1}^+, u_{k-1}, 0). \quad (3.11)$$

2. A prediktált állapot  $P_k^-$  hiba kovarianciájának meghatározása az előző becslés  $P_{k-1}^+$  hiba kovarianciáját felhasználva,

$$P_k^- = F_{k-1} P_{k-1}^+ F_{k-1}^T + Q_k. \quad (3.12)$$

3. A  $K_k$  Kálmán erősítési tényező meghatározása,

$$K_k = P_k^- H_k^T (H_k P_k^- H_k^T + R_k)^{-1}. \quad (3.13)$$

4. A kimenet becslése a prediktált állapot felhasználásával,

$$\hat{y}_k = h(\hat{x}_k^-, u_k, 0). \quad (3.14)$$

5. A becsült állapot meghatározása a prediktált állapot korrigálásával a Kálmán erősítés és a becsült rendszer kimenet hibájának felhasználásával,

$$\hat{x}_k^+ = \hat{x}_k^- + K_k (y_k - \hat{y}_k). \quad (3.15)$$

6. A becsült állapot hiba kovarianciájának kiszámítása,

$$P_k^+ = (\underline{I} - K_k H_k) P_k^-, \quad (3.16)$$

ahol a "-" felső index a prediktált értékeket, a "+" felső index pedig a becsült értékeket jelöli.

A megvalósított EKF esetében a folyamatzaj kovariancia mátrixa,

$$Q_k = \text{diag}([10^{-10} \ 10^{-4}]), \quad (3.17)$$

és a mérésizaj kovarianciája  $R_k = 10^{-1}$ .

A töltöttségi állapot kezdeti értéke a cella modellhez meghatározott  $OCV(z)$  függvény inverzének, a cella kapcsain mérhető kezdeti feszültség behelyettesítésével kapott értéke. Az  $i_{R_1}$  diffúziós áram kezdeti értéke pedig nulla.

A kezdeti becslési hiba kovariancia mátrixa,

$$P_0^+ = \text{diag}([10^{-5} \ 10^{-5}]) \quad (3.18)$$

### 3.1. Az összevont kiterjesztett Kálmán-szűrő

A kiterjesztett Kálmán-szűrő összevont változata az általános kiterjesztett Kálmán-szűrő egyenletein alapul, azonban az állapotok és a modell paraméterek együttes becslése érdekében az állapotvektor kiegészült a  $\Theta_k$  paramétervektorral, így egy bővített állapotvektort alkotva. A becsült modell paramétervektor a következő,

$$\Theta_k = \begin{bmatrix} R_1 \\ C_1 \\ R_s \end{bmatrix}. \quad (3.19)$$

Ezzel megkapható az összevont becslés alapvető módszere, amely

$$\begin{bmatrix} x_{k+1} \\ \Theta_{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_k(x_k, u_k, \Theta_k) \\ \Theta_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} w_k \\ r_k \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

$$y_k = h_k(x_k, u_k, \Theta_k) + v_k \quad (3.21)$$

ahol  $r_k$  egy nulla középértékű, Gauss eloszlású zaj,  $P_{r,k}$  kovarianciával, amely a paraméterek érték változását idézi elő. A bővített állapotvektorral a bővített állapotegyenlet a következő,

$$\begin{bmatrix} z_{k+1} \\ i_{R_1,k+1} \\ R_{1,k+1} \\ C_{1,k+1} \\ R_{s,k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_k - \eta \frac{\Delta t}{Q_0} i_k \\ e^{-\frac{\Delta t}{\tau_k}} i_{R_1,k} + \left(1 - e^{-\frac{\Delta t}{\tau_k}}\right) i_k \\ R_{1,k} \\ C_{1,k} \\ R_{s,k} \end{bmatrix} + \mathbb{W}_k, \quad (3.22)$$

ahol

$$\mathbb{W}_k = \begin{bmatrix} w_k \\ r_k \end{bmatrix}, \quad (3.23)$$

a bővített folyamatzaj.

Az  $F_k$  Jacobi-mátrix a megvalósított összevont kiterjesztett Kálmán-szűrőhöz,

$$F_k = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & e^{-\frac{\Delta t}{\tau}} & F_{23,k} & F_{24,k} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (3.24)$$

ahol

$$F_{23,k} = \frac{\Delta t (i_{R_1,k} - i_k) e^{-\frac{\Delta t}{\tau}}}{R_{1,k}^2 C_{1,k}}, \quad (3.25)$$

$$F_{24,k} = \frac{\Delta t (i_{R_1,k} - i_k) e^{-\frac{\Delta t}{\tau}}}{R_{1,k} C_{1,k}^2}. \quad (3.26)$$

A megvalósított Kálmánszűrő algoritmus esetében a becsült paraméterek bekerülnek a rendszer kimeneti egyenletébe, így az  $R_k$  mérés zaj kovariancia mátrix a paraméterekhez is tartalmaz értékeket, így befolyásolva, a becsült kimenet hibájának hatását a paraméter becslés folyamatában. Ezzel a bővített kimeneti egyenlet,

$$\begin{bmatrix} u_k \\ R_{1,k} \\ C_{1,k} \\ R_{s,k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} OCV(z_k) - R_{1,k}i_{R_{1,k}} - R_{s,k}i_k \\ R_{1,k} \\ C_{1,k} \\ R_{s,k} \end{bmatrix} + v_k. \quad (3.27)$$

A  $H_k$  Jacobi-mátrix a megvalósított becslőhöz,

$$H_k = \begin{bmatrix} \frac{dOCV(z)}{dz} & -R_{1,k} & -i_{R_{1,k}} & 0 & -i_k \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (3.28)$$

Az összevont kiterjesztett Kálmán-szűrő megvalósítható az általános EKF (3.11)-(3.16) egyenleteinek alkalmazásával a bővített állapotvektoron, bővített állapotegyenleten és bővített zaj mátrixokon. A (3.15) egyenletben a kimenet becslési hibájának számítása során, a kimeneti egyenletbe foglalt becsült paraméterek esetén a hiba a két egymást követő becslés értékének különbségéből számítható,

$$\tilde{y}_k = \begin{bmatrix} V_{cell,k} \\ \hat{\Theta}_{k-1}^+ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} OCV(z_k) - R_{1,k}i_{R_{1,k}} - R_{s,k}i_k \\ \hat{\Theta}_k^+ \end{bmatrix}. \quad (3.29)$$

A megvalósított összevont EKF esetén a folyamat zaj kovariancia mátrixa,

$$Q_k = \text{diag}([10^{-10} \ 10^{-4} \ 10^{-8} \ 10^{-5} \ 10^{-3}]), \quad (3.30)$$

és a mérés zaj kovariancia mátrixa,

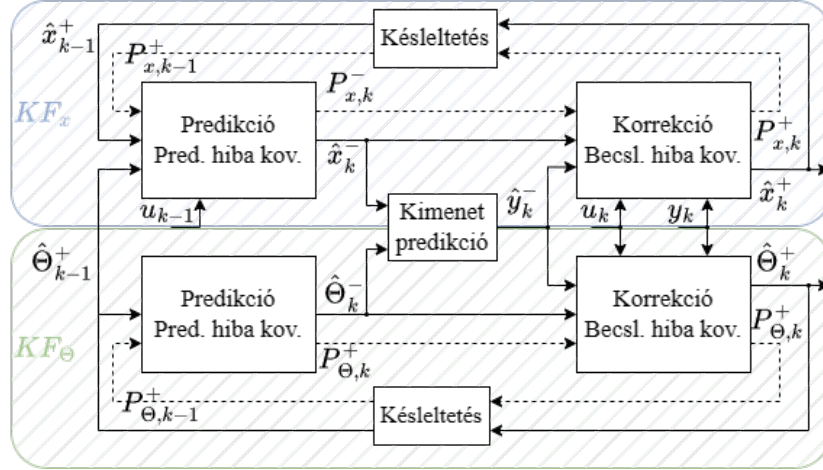
$$R_k = \text{diag}([10^{-1} \ 10^{-3} \ 10^{-3} \ 10^{-3}]). \quad (3.31)$$

Az állapotváltozók kezdeti értékének meghatározása az általános EKF-el megegyező módon történik, a becsült paraméterek kezdeti értékének meghatározása pedig a 5. fejezetben látható. A kezdeti becslési hiba kovariancia mátrixa,

$$P_0^+ = \text{diag}([10^{-5} \ 10^{-5} \ 1 \ 1 \ 1]). \quad (3.32)$$

### 3.2. A kettős kiterjesztett Kálmán-szűrő

A kettős becslés esetében két egymással együtt működő Kálmán-szűrő kerül megvalósításra, az egyik az állapot becslés, a másik pedig a paraméter becslés elvégzésére. A cél megegyezik az összevont becslő módszerével, de a kisebb méretű mátrixok miatt a módszer számítási igénye kisebb. Azonban, mivel az állapot és a paraméter becslés külön mátrixok segítségével valósul meg a köztük lévő kovariancia elveszik, így esetlegesen rosszabb működést eredményezve. A kettős kiterjesztett Kálmán-szűrő működése a 3.1. ábrán látható.



3.1. ábra. A kettős kiterjesztett Kálmán-szűrő működése.

Az állapot becslő esetében az állapotegyenlet bemenetként felhasználja a paraméter becslő által becsült paramétereket,

$$x_{k+1} = f_k(x_k, u_k, \Theta_k) + w_k, \quad (3.33)$$

A folyamat zaj kovariancia mátrix és az  $F_k$  Jacobi-mátrix a megvalósított kettős EKF-hez megegyezik az általános kiterjesztett Kálmán-szűrőnél alkalmazottal, lásd (3.17) és (3.7). A paraméter becslőhöz a modell,

$$\Theta_{k+1} = \Theta_k + r_k, \quad (3.34)$$

ahol  $r_k \sim (0, P_{r,k})$  egy nulla középértékű, Gauss eloszlású zaj,  $P_{r,k}$  kovariancia mátrixszal, amely a paraméter változást idézi elő, és megegyezik az összevont EKF  $Q_k$  kovariancia mátrixának háromszor hármas jobb alsó részmátrixával, lásd (3.30) egyenlet.

Az állapot és paraméter becslő kimeneti egyenlete a kettős EKF esetében megegyezhet, és a megvalósított kettős EKF esetében megegyezik az előző fejezetben bemutatott összevont EKF (3.27) egyenletben látható kimeneti egyenletével. Emellett a mérés zaj  $R_k$  kovariancia mátrixa szintén megegyezik az összevont EKF (3.31) egyenletben látható  $R_k$  mátrixával.

Az kettős EKF állapot becslője megvalósítható az általános kiterjesztett Kálmán-szűrő egyenleteinek alkalmazásával a (3.33) és (3.27) felhasználásával.

A paraméter becslő megvalósítása során szintén alkalmazhatók az általános EKF egyenletek, azonban néhány módosítás szükséges. A paraméter becslő esetében az  $F_k$  Jacobi-mátrix egy az átlójában csak egyes értékeket tartalmazó diagonális mátrix lenne, így elhanyagolható. Továbbá a  $H_{\Theta,k}$  Jacobi-mátrix meghatározásához szükséges teljes

derivált nem egyszerűsíthető parciális deriválttá [13], így

$$H_{\Theta,k} = \frac{\partial h_k}{\partial \Theta_k} + \frac{\partial h_k}{\partial x_k} \frac{dx_k}{d\Theta_k}, \quad (3.35)$$

ahol  $\frac{\partial h_k}{\partial x_k}$  megegyezik az összevont EKF (3.28)-as egyenletében látható  $H_k$  mátrixának első két oszlopával, a  $\frac{\partial h_k}{\partial \Theta_k}$  parciális derivált pedig annak utolsó három oszlopával, és

$$\frac{dx_k}{d\Theta_k} = \frac{\partial f_{k-1}}{\partial \Theta_{k-1}} + \frac{\partial f_{k-1}}{\partial x_{k-1}} \frac{dx_{k-1}}{d\Theta_{k-1}}, \quad (3.36)$$

rekurzívan számítható, ahol  $\frac{\partial f_{k-1}}{\partial \Theta_{k-1}}$  az összevont EKF (3.24) egyenletében szereplő  $F_k$  Jacobi-mátrix kétszer hármas jobb felső részmátrixa.  $\frac{dx_{k-1}}{d\Theta_{k-1}}$  pedig egy kétszer hatos, nul-lakat tartalmazó mátrixként inicializálható.

Az állapot becslő kezdeti értékei megegyeznek az általános EKF kezdeti értékeivel, a paraméter becslő kezdeti értékei pedig az 5. fejezetben identifikált modell paraméterekkel. A  $P_{x,0}^+$  és  $P_{\Theta,0}^+$  kezdeti becslési hiba kovariancia mátrixok az állapot becslő esetében az összevont EKF (3.32) egyenletben szereplő  $P_0^+$  mátrixának kétszer-kettes bal felső, és háromszor-hármas jobb alsó részmátrixa.

## 4. fejezet

# Sigma pont Kálmán-szűrő

Bár a kiterjesztett Kálmán-szűrő a legelterjedtebb nemlineáris Kálmán-szűrő algoritmus, és a legtöbb alkalmazásban megfelelő pontosság elérésére képes, a lineáristól jelentősen eltérő rendszerek esetében az alkalmazott közelítések miatt pontatlan becslést kaphatunk. Az elsőrendű Taylor-sorral való közelítés csak bizonyos határok között megfelelő, valamint a rendszer állapot és kimenet predikciós lépésben az EKF algoritmus a következő feltételezést teszi,

$$f(\mathbb{E}[x]) \approx \mathbb{E}[f(x)], \quad (4.1)$$

ami a lineáristól jelentősen eltérő rendszerek esetében nem igaz. Ezen közelítések miatt az EKF algoritmus bizonyos rendszerek esetében pontatlan becslést adhat. Ennek kiküszöbölése érdekében használhatunk sigma pont Kálmán-szűrő algoritmusokat [13].

A sigma pont Kálmán-szűrő módszerek alapvetése, hogy a rendszer állapotegyenletét és kimeneti egyenletét meghatározott számú és értékű, úgynevezett sigma pontokban értékelik ki, és az így kapott állapot és kimenet sigma pont vektorok középértéke és kovarianciája adja a prediktált állapotokat, kimeneteket és azok hibájának kovarianciáját. Ezzel elkerülve a Taylor-sorfejtésből fakadó lineáris közelítést, és az állapot és kimeneti függvények nem kell, hogy minden munkapontban differenciálhatóak legyenek, valamint az így kapott kovariancia mátrixok is pontosabbak, mint az EKF módszerek esetében.

Egy random vektor bemenettel rendelkező  $f()$  függvény kiértékelése sigma pontok segítségével a következő módon végezhető el [13],

- $\mathcal{X}$  sigma pontok kiválasztása, úgy hogy azok súlyozott középértéke és kovarianciája megegyezzen a bemeneti random változóéval
- Ezt követően az  $f()$  függvényt kiértékeljük összes  $\mathcal{X}$  sigma pontban, így megkapva az  $\mathcal{Y}$  kimeneti sigma pontokat.
- Végül a függvény kimenetének  $\bar{y}$  középértékét és  $P_y$  kovarianciáját kiszámítjuk a  $\mathcal{Y}$  kimeneti sigma pontokból.

A sigma pontok meghatározásához ismernünk kell a modellezni kívánt  $x$  random vektor  $\bar{x}$  középértékét és  $P_x$  kovarianciáját. Amennyiben a random vektor  $n$  sorból áll a modellezésre használt  $2n + 1$  sigma pont a következő módon határozható meg,

$$\mathcal{X} = \left\{ \bar{x}, \bar{x} + \gamma\sqrt{P_x}, \bar{x} - \gamma\sqrt{P_x} \right\}, \quad (4.2)$$

és  $\sqrt{P_x}$  egy alsó háromszögmátrix és a Cholesky-dekompozíció segítségével számítható. A szigma pontokból a bemeneti random vektor középértéke a következő módon számítható,

$$\bar{x} = \sum_{i=0}^{2n} \alpha_i^{(m)} \mathcal{X}_i, \quad (4.3)$$

kovarianciája pedig,

$$P_x = \sum_{i=0}^{2n} \alpha_i^{(c)} (\mathcal{X}_i - \bar{x}) (\mathcal{X}_i - \bar{x})^T, \quad (4.4)$$

ahol  $\mathcal{X}_i$  az  $\mathcal{X}$  szigma pontok  $i$ -edik tagja és  $\gamma$ ,  $\alpha_i^{(m)}$  és  $\alpha_i^{(c)}$  a szigma pontok kiválasztását befolyásoló paraméterek. Az egyes szigma pont Kálmán-Szűrő módszerek csupán ezen paraméterek meghatározása során különböznek, a szagtalan Kálmán-szűrő (UKF - Unscented KF), és a centrális különbség Kálmán-szűrő (CDKF - Central Difference KF) paraméterei a 4.1. táblázatban láthatók, ahol a CDKF egyetlen hangoló paramétere  $h$ , az UKF esetében pedig  $\lambda$ ,  $\alpha$  és  $\beta$  további hangoló paraméterek.

|      | $\gamma$              | $\alpha_0^{(m)}$               | $\alpha_{1,\dots,2n}^{(m)}$ | $\alpha_0^{(c)}$                                        | $\alpha_{1,\dots,2n}^{(c)}$    |
|------|-----------------------|--------------------------------|-----------------------------|---------------------------------------------------------|--------------------------------|
| UKF  | $\sqrt{2n + \lambda}$ | $\frac{\lambda}{2n + \lambda}$ | $\frac{1}{2(2n + \lambda)}$ | $\frac{\lambda}{2n + \lambda} + (1 - \alpha^2 - \beta)$ | $\frac{\lambda}{2n + \lambda}$ |
| CDKF | $h$                   | $\frac{h^2 - 2n}{h^2}$         | $\frac{1}{2h^2}$            | $\frac{h^2 - 2n}{h^2}$                                  | $\frac{1}{2h^2}$               |

**4.1. táblázat.** Az UKF és CDKF paramétereinek meghatározása.

A függvény bemeneti szigma pontokban való kiértékelése után a kimeneti random vektor közép értéke a következő egyenlettel számítható,

$$\bar{y} = \sum_{i=0}^{2n} \alpha_i^{(m)} \mathcal{Y}_i, \quad (4.5)$$

a kimenet kovarianciája pedig,

$$P_y = \sum_{i=0}^{2n} \alpha_i^{(c)} (\mathcal{Y}_i - \bar{y}) (\mathcal{Y}_i - \bar{y})^T, \quad (4.6)$$

A szigma pontok módszerét felhasználva a szigma pont Kálmán-szűrők általános lépései levezethetők [13],

1. A következő állapot predikciójához,

- először az előző becsült állapot, a folyamat zaj és a mérés zaj felhasználásával egy  $\hat{x}_{k-1}^{a,+} = [(\hat{x}_{k-1}^+)^T, \bar{w}^T, \bar{v}^T]^T$  bővített állapotmátrixot, és az előző becslési hiba kovarianciájának, valamint a folyamat zaj  $Q_k$  és a mérés zaj  $R_k$  kovarianciájának felhasználásával egy  $P_{\hat{x},k-1}^{a,+} = \text{blkdiag}(P_{\hat{x},k-1}^+, Q_k, R_k)$  blokk diagonális bővített kovariancia mátrixot kell létrehozni.
- Ezeket felhasználva megalkothatók a szigma pontok,

$$\mathcal{X}_{k-1}^{a,+} = \left\{ \hat{x}_{k-1}^{a,+}, \hat{x}_{k-1}^{a,+} + \gamma \sqrt{P_{\hat{x},k-1}^{a,+}}, \hat{x}_{k-1}^{a,+} - \gamma \sqrt{P_{\hat{x},k-1}^{a,+}} \right\}, \quad (4.7)$$

amelyben  $n$  állapotváltozó esetén az első  $n$  sor az állapotváltozókhoz tartozó  $\mathcal{X}_{k-1}^{x,+}$  szigma pontokat, a második  $n$  sor a folyamat zajhoz tartozó  $\mathcal{X}_{k-1}^{w,+}$  szigma

pontokat, és az ezt követő sorok a mérésizajhoz tartozó  $\mathcal{X}_{k-1}^{v,+}$  szigma pontokat tartalmazzák.

- A következő állapot predikció meghatározásához az állapotegyenletet az állapotváltozóhoz és a folyamatizajhoz tartozó szigma pontok felhasználásával kell kiértékelni,

$$\mathcal{X}_k^{x,-} = f\left(\mathcal{X}_{k-1}^{x,+}, u_{k-1}, \mathcal{X}_{k-1}^{w,+}\right), \quad (4.8)$$

ahol  $n$  a bővített állapotvektor sorainak száma, és az így kapott szigma pontokból a következő prediktált állapot meghatározható,

$$\hat{x}_k^- = \sum_{i=0}^{2n} \alpha_i^{(m)} \mathcal{X}_{k,i}^{x,-}. \quad (4.9)$$

2. Az állapot predikció hiba  $P_{k+1}^-$  kovarianciája az állapotváltozókhoz tartozó  $\mathcal{X}_k^{x,-}$  szigma pontokat felhasználva meghatározható,

$$P_k^- = \sum_{i=0}^{2n} \alpha_i^{(c)} \left(\mathcal{X}_{k,i}^{x,-} - \hat{x}_k^-\right) \left(\mathcal{X}_{k,i}^{x,-} - \hat{x}_k^-\right)^T. \quad (4.10)$$

3. A rendszer kimenetének meghatározásához a kimeneti egyenletet az állapotváltozóhoz tartozó  $\mathcal{X}_{k-1}^{x,+}$  és a mérésizajhoz tartozó  $\mathcal{X}_{k-1}^{v,+}$  szigma pontok felhasználásával kell kiértékelni,

$$\mathcal{Y}_k = h\left(\mathcal{X}_{k-1}^{x,+}, u_k, \mathcal{X}_{k-1}^{v,+}\right), \quad (4.11)$$

az  $\hat{y}_k$  kimenet becslése pedig az így kapott értékeket és a  $\alpha_i^{(m)}$  súlyokat felhasználva az állapot predikcióval megegyező módon történik.

4. A Kálmán erősítés meghatározásához először a kimeneti becsléshez tartozó  $P_{\hat{y},k}$  kovariancia mátrixot kell meghatározni,

$$P_{\hat{y},k} = \sum_{i=0}^{2n} \alpha_i^{(c)} (\mathcal{Y}_{k,i} - \hat{y}_k) (\mathcal{Y}_{k,i} - \hat{y}_k)^T, \quad (4.12)$$

valamint az állapot predikcióhoz és a kimenet becsléséhez tartozó kereszt kovarianciát, ami

$$P_{\hat{x}\hat{y},k} = \sum_{i=0}^{2n} \alpha_i^{(c)} \left(\mathcal{X}_{k,i}^{x,-} - \hat{x}_k^-\right) (\mathcal{Y}_{k,i} - \hat{y}_k)^T. \quad (4.13)$$

Az így kiszámított kovariancia mátrixokat felhasználva a Kálmán erősítés,

$$K_k = P_{\hat{x}\hat{y},k} P_{\hat{y},k}^{-1} \quad (4.14)$$

5. A korrekciós lépés az összes Kálmán-szűrőnél megegyező módon,

$$\hat{x}_k^+ = \hat{x}_k^- + K_k (y_k - \hat{y}_k). \quad (4.15)$$

6. Végül a becslési hiba kovarianciája meghatározható,

$$P_{\hat{x},k}^+ = P_{\hat{x},k}^- - K_k P_{\hat{y},k} K_k^T \quad (4.16)$$

A cella modell állapot megfigyelésének szigma pont Kálmán-szűrővel történő megvalósításához az imént bemutatott SPKF módszert a cella modell (2.2) rendszeregyenletével

és (2.3) kimenetiegyenletével kell megvalósítani. A dolgozatban egy CDKF szigma pont Kálmán-szűrőt valósítottam meg,  $h = 0.8\sqrt{3}$  hangoló paraméterrel. A  $Q_k$  rendszerzaj kovariancia mátrix megegyezik az EKF-nél alkalmazottal, lásd (3.17) és az  $R_k$  mérészaj kovariancia  $10^1$ . A kezdeti állapotvektor meghatározása a megvalósított EKF-el megegyező módon történt, valamint a kezdeti becslési hiba  $P_0^+$  kovariancia mátrix is megegyezik, lásd (3.18)-es egyenlet.

#### 4.1. Az összevont szigma pont Kálmán-szűrő

Az összevont szigma pont Kálmán-szűrő az összevont kiterjesztett Kálmán-szűrőhöz hasonlóan az akkumulátor cella állapotát és paramétereit is képes becsülni, oly módon, hogy az állapotvektor kiegészül a  $\Theta_k$  becsülni kívánt paramétervektorral, így létrehozva az  $\mathbf{x}_k$  bővített állapotvektort, ahogy az a (3.20) egyenletben látható. A kimeneti egyenlet az összevont EKF-hez hasonlóan ebben az esetben is bővül a becsült paraméterekkel és a kimeneti becslés hiba az ott bemutatott módon történik, lásd (3.27) és (3.29). Az összevont CDKF megvalósításához a szigma pont Kálmán-szűrő algoritmus lépéseit az így kiegészített állapotvektoron kell végrehajtani.

A  $h$  hangoló paraméter megegyezik az általános CDKF-nél használt  $0.8\sqrt{3}$  értékkel. A  $Q_k$  folyamatzaj kovariancia mátrix megegyezik az összevont kiterjesztett Kálmán szűrőnél használttal, amely a (3.30) egyenletekben látható. Az  $R_k$  mérészaj kovariancia mátrix,

$$R_k = \text{diag}([10^1 \ 10^{-3} \ 10^{-3} \ 10^{-3}]). \quad (4.17)$$

A kezdeti értékek meghatározása szintén az összevont EKF-nél használt módszerrel megegyező módon történik, valamint a  $P_0^+$  kezdeti becslési hiba kovariancia mátrix is megegyezik, lásd (3.32).

#### 4.2. A kettős szigma pont Kálmán-szűrő

A kettős szigma pont Kálmán-szűrő működése a 3.1. ábrán látható. Az állapotok és a paraméterek együttes becslése érdekében két egymással együtt működő szigma pont Kálmán-szűrőt kell megvalósítani, az egyiket az állapot becslés, a másikat pedig a paraméter becslés megvalósítása céljából. Az állapot becselő felhasználja a paraméter becselő által becsült paraméter értékeket, a paraméter becselő pedig az állapot becslés eredményét.

A megvalósított állapot becselő működése az általános SPKF módszer 2. lépéséig azzal megegyezően történik, a (3.33) és (3.34) egyenletek felhasználásával. A paraméter becselő esetében a következő prediktált állapot megegyezik az előző becsült állapottal, és a predikció hiba kovariancia mátrixa,  $P_{\Theta,k}^- = P_{\Theta,k-1}^+ + P_{r,k}$ , ahol  $P_{r,k}$  a paraméter változást előidéző, nulla középértékű, Gauss eloszlású zaj kovarianciája.

A rendszer kimenetének meghatározása eltér a két szűrő esetében. Bár a kimeneti egyenlet a megvalósított kettős CDKF esetében megegyezik a kettős és összevont kiterjesztett Kálmán-szűrőknél használt (3.27) egyenlettel, azokkal ellentétben, mivel az állapot becselőhöz és a paraméter becselőhöz meghatározott szigma pontok száma nem egyezik meg, a kimeneti egyenletet mindkét szűrő esetében külön ki kell értékelni. Az állapot becselőhöz szükséges szigma pontokat az általános SPKF-el megegyező módon kell meghatározni, lásd (4.7) egyenlet, és számuk  $2n + 1$ , ahol  $n$  a bővített állapotvektor sorainak száma. A paraméter becselőhöz létre kell hozni a  $\Theta_{k-1}^{a,+} = [(\hat{\Theta}_{k-1}^+)^T, \bar{v}^T]$  bővített paramétervektort, és a  $P_{\theta,k-1}^{a,+} = \text{blkdiag}(P_{\Theta,k-1}^+, R_k)$  bővített kovariancia mátrixot. A szükséges szigma pontok

meghatározása a következő módon történik,

$$\mathcal{W}_k = \left\{ \hat{\Theta}_k^{a,+}, \hat{\Theta}_k^{a,+} + \gamma \sqrt{P_{\hat{\Theta},k}^{a,+}}, \hat{\Theta}_k^{a,+} - \gamma \sqrt{P_{\hat{\Theta},k}^{a,+}} \right\}, \quad (4.18)$$

és számuk  $2k + 1$ , ahol  $k$  a bővített paramétervektor sorainak száma. Mivel a megvalósított CDKF esetében a bővített állapotvektor sorainak száma 8 (becsült állapotok: 2 + folyamat zaj: 2 + mérés zaj: 4) és a bővített paramétervektor sorainak száma 10 (becsült paraméterek száma: 3 + paraméter zaj: 3 + mérés zaj: 4), látható, hogy az állapotokhoz tartozó és a paraméterekhez tartozó szigma pontok száma nem egyezik meg, így a kimeneti egyenlet valóban nem értékelhető ki egyszerre a két becselő esetében. Az állapot becselő esetében a kimeneti egyenlet kiértékelése a következő módon történik,

$$\mathcal{Z}_k = h \left( \mathcal{X}_k^{x,-}, u_k, \mathcal{X}_{k-1}^{v,+}, \Theta_k^- \right), \quad (4.19)$$

$$\hat{z}_k = \sum_{i=0}^{2n} \alpha_i^m \mathcal{Z}_{k,i}, \quad (4.20)$$

ahol  $h()$  az összevont és kettős EKF-eknél is használt (3.27) kimeneti egyenlet. Látható, hogy az állapot becselő a rendszer kimenet becsléséhez az állapotokhoz tartozó szigma pontokat, valamint a paraméter becselő prediktált paramétereit használja fel, és nem a paraméterekhez tartozó szigma pontokat. A paraméter becselő rendszer kimenet becslése a következő módon történik,

$$\mathcal{D}_k = h \left( f \left( x_{k-1}^+, u_{k-1}, \bar{w}_{k-1}, \mathcal{W}_k^\Theta \right), u_k, \mathcal{W}_k^v, \mathcal{W}_k^\Theta \right), \quad (4.21)$$

ahol  $\mathcal{W}_k^\Theta$  az paraméterekhez tartozó szigma pontok,  $\mathcal{W}_k^v$  pedig a mérés zajhoz tartozó szigma pontok. A paraméter becselő által becsült rendszer kimenet,

$$\hat{d}_k = \sum_{i=0}^{2k} \alpha_i^m \mathcal{D}_{k,i}. \quad (4.22)$$

Látható, hogy a paraméter becselő a kimeneti egyenlet kiértékeléséhez felhasználja az állapotegyenletet, a bővített paramétervektorhoz tartozó szigma pontok és az előző becsült állapot felhasználásával.

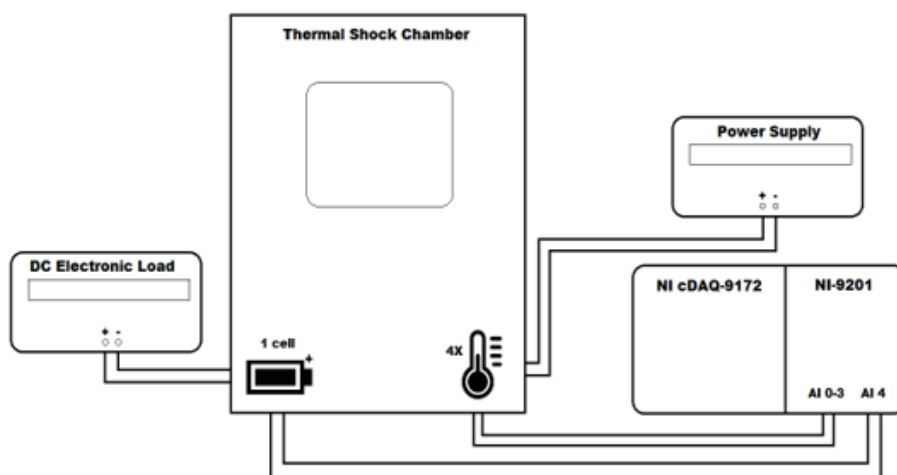
Az állapot becslést végző szűrő a hozzá tartozó Kálmán erősítés kiszámításához, a korrekció elvégzésével a becsült állapotok meghatározásához, valamint a becslési hiba kovarianciájának meghatározásához az általános SPKF lépéseket végzi el a  $\hat{z}_k$  kimeneti vektor felhasználásával. Míg a paramétereket becselő szűrő ugyanezeket a lépéseket a  $\hat{d}_k$  kimeneti vektor segítségével teszi meg. Mivel az összevont és kettős EKF-hez hasonlóan a megvalósított kettős CDKF kimeneti vektora is tartalmazza a becsült paramétereket a korrekció elvégzéséhez szükséges kimeneti predikciós hiba kiszámítása a (3.29) egyenlet felhasználásával történik.

A megvalósított kettős CDKF  $h$  hangoló paramétere az összevont CDKF-el megegyező,  $0.8\sqrt{3}$ . A  $Q_k$  rendszer zaj kovariancia mátrix az állapot becselő esetében megegyezik az általános EKF-nél használt (3.17) egyenletben látható mátrixszal, és az  $R_k$  mérés zaj kovariancia mátrixa az összevont CDKF (4.17) egyenletben leírt kovariancia mátrixával. A paraméter zaj  $P_{r,k}$  kovariancia mátrixa pedig megegyezik a kettős EKF paraméter zaj kovariancia mátrixszal. A  $P_{x,0}^+$  és  $P_{\Theta,0}^+$  kezdeti becslési hiba kovariancia mátrixok megegyeznek a kettős EKF-nél használtakkal.

## 5. fejezet

# Modell identifikáció

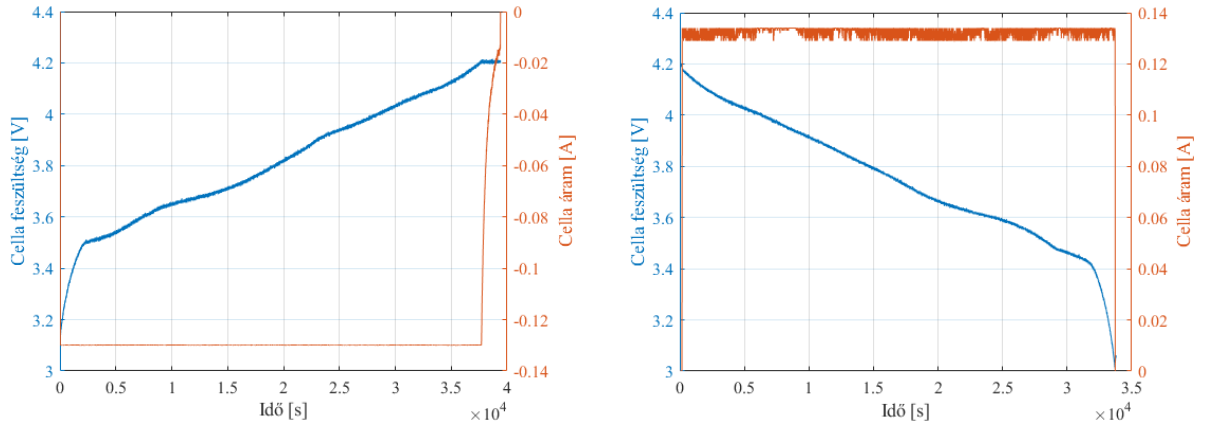
A megvalósított Kálmán-szűrő algoritmusok teljesítménye egy Samsung INR18650-13L típusú akkumulátorcella különböző működési viszonyai mellett történő állapot becslésével lettek összehasonlítva. A vizsgált cella névleges kapacitása 1300mAh, névleges feszültsége 3,7V, maximális feszültsége 4,2V, alsó feszültség határértéke 2,5V. A használt mérési eredmények és a mérésről részletes leírás elérhetők az IEEE Dataport oldalán [15]. A mérési elrendezés a 5.1. ábrán látható.



**5.1. ábra.** A Samsung INR18650-13L cella vizsgálatához használt mérési elrendezés (forrás: [15]).

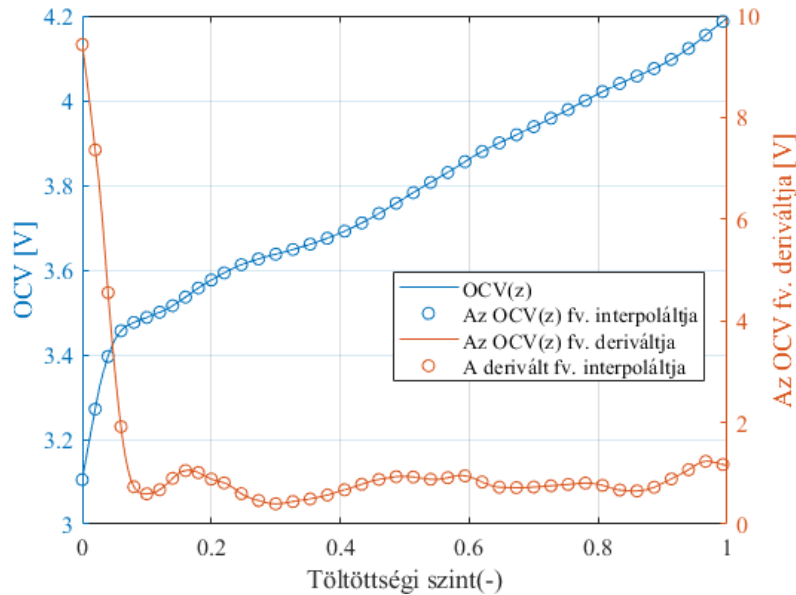
A cella vizsgálata egy hőkamrában történt, a kisütés egy DC műterhelés, a töltés pedig egy DC tápegység segítségével történt. A cella környezeti hőmérséklete a hőkamra segítségével pontosan szabályozható volt, valamint a cella pontos hőmérséklete hőelemek segítségével volt figyelve.

A cella kapacitása, Coulomb-hatásfoka és  $OCV(z)$  függvénye annak maximális feszültsége és 3V közötti 0,1C árammal történő konstans töltési és kisütési méréséből határozható meg. A kapacitás a kisütés közben a cellából kiáramló összes töltéssel egyezik meg, ami 1251mAh. A Coulomb-hatásfok a töltéskor a cellába áramló összes töltés és a kisütéskor kiáramló összes töltés hányadosa, ami 0,9077. A nyílt hurkú feszültség a töltöttségi szint függvényében a cella töltés közbeni és kisütés közbeni kapcsolófeszültségének súlyozott átlagából határozható meg, ahol a cella árama az átlagolás súlya. A töltési és kisütési kapcsolófeszültség, valamint a cella árama az 5.2. ábrán látható.



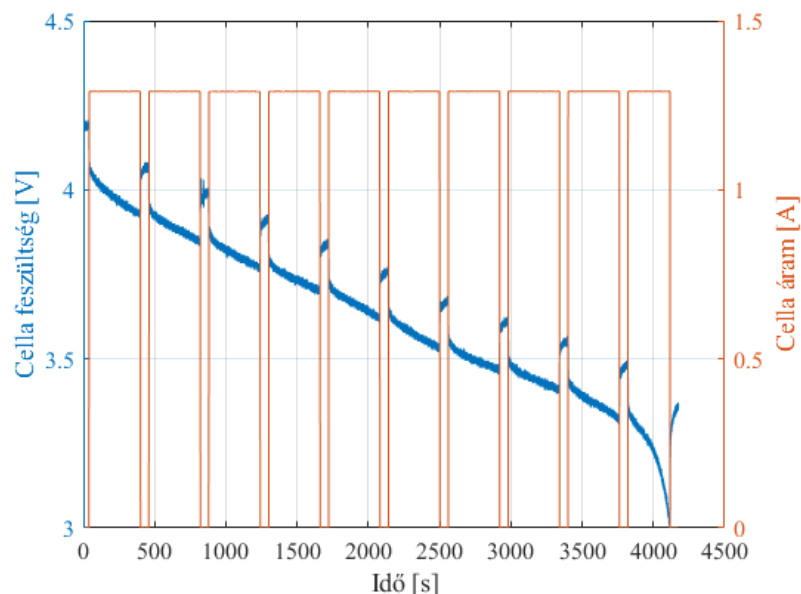
**5.2. ábra.** Az cella feszültsége és árama 0.1C-s töltés (bal) és kisütés (jobb) mellett.

A Kálmán-szűrők megvalósításához a mérésből felvett nyílthurkú feszültség függvényt 41 adatpontban szakaszonként lineáris interpolációval közelítettem. A cella kiszámított nyílthurkú feszültsége a töltöttségi szint függvényében, valamint ezen függvény interpoláltja az 5.3. ábrán látható. A kiterjesztett Kálmán-szűrők megvalósítása során a  $H_k$  Jacobi-mátrix meghatározásához szükség van az  $OCV(z)$  függvény deriváltjának kiszámítására is, amely derivált függvény szintén 41 pontban volt interpolálva a szűrők megvalósítása során. A kiszámított derivált függvény és annak interpoláltja az 5.3. ábrán látható.



**5.3. ábra.** A meghatározott  $OCV(z)$  függvény és deriváltja, valamint azok interpoláltja.

A cella soros ellenállása és a diffúziót modellező RC pár étekeinek meghatározásához a tranziens kisütési mérési adatok használhatók. A mérés során a cella ciklikusan 1C kisütési áram terhelésnek van kitéve 360s-ig, ezt követően pedig 60s terhelő áram nélküli relaxációs idő következik. A cella tranziens kisütési árama és kapocsfeszültsége az 5.4. ábrán látható.



**5.4. ábra.** A cella feszültsége és terhelő árama a tranziens kisütési mérés során.

A paraméterek minden impulzus után kiszámításra kerülnek, és a modellben az így kapott értékek átlagát vettem. A paraméterek meghatározása exponenciális regresszió alapul, az "lsqcurvefit" Matlab függvény segítségével, ami a legkisebb négyzetek módszerével (Least Squares Method) közelíti a következő exponenciális függvényt a mérési eredményekhez,

$$y(t) = Ae^{-\frac{t}{\tau}} + B, \quad (5.1)$$

ahol a függvény bemenete a cella árama, kimenete pedig annak feszültsége. Az  $A$ ,  $\tau$  és  $B$  paraméterekből a keresett  $R_s$ ,  $R_1$  és  $C_1$  értékek meghatározhatók. Az általános EKF és SPKF módszereknél az így meghatározott paraméter értékeket alkalmaztam, míg a paraméter becslést is megvalósító összevont és kettős Kálmán-szűrő módszereknél ezek az értékek voltak a paraméterek kezdő értékei. A meghatározott paraméter az 5.1. táblázatban láthatók.

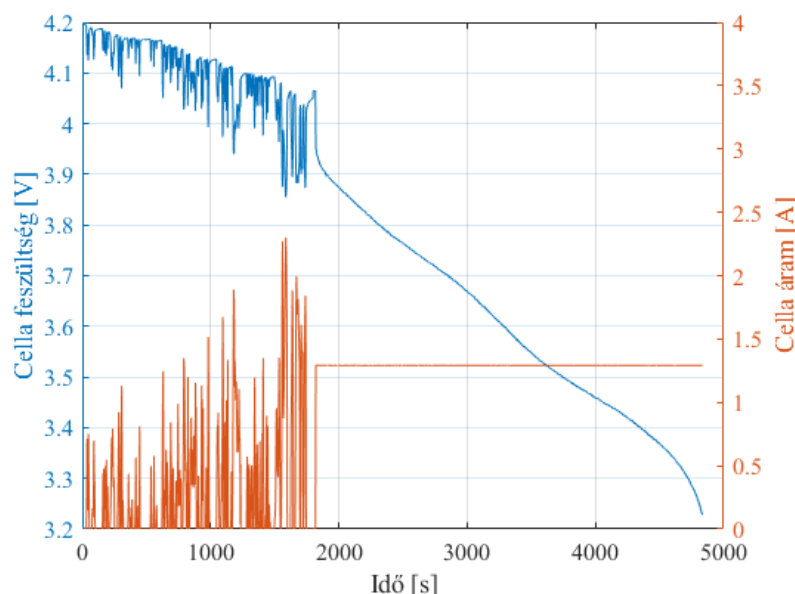
**5.1. táblázat.** Az egyszerűsített Randles helyettesítő kapcsolás paraméterei.

| Paraméter | Érték    | Mérték egység |
|-----------|----------|---------------|
| $R_1$     | 0,0402   | $\Omega$      |
| $C_1$     | 647,2251 | $F$           |
| $R_s$     | 0,0800   | $\Omega$      |

## 6. fejezet

# A vizsgált Kálmán-szűrő algoritmusok összehasonlítása

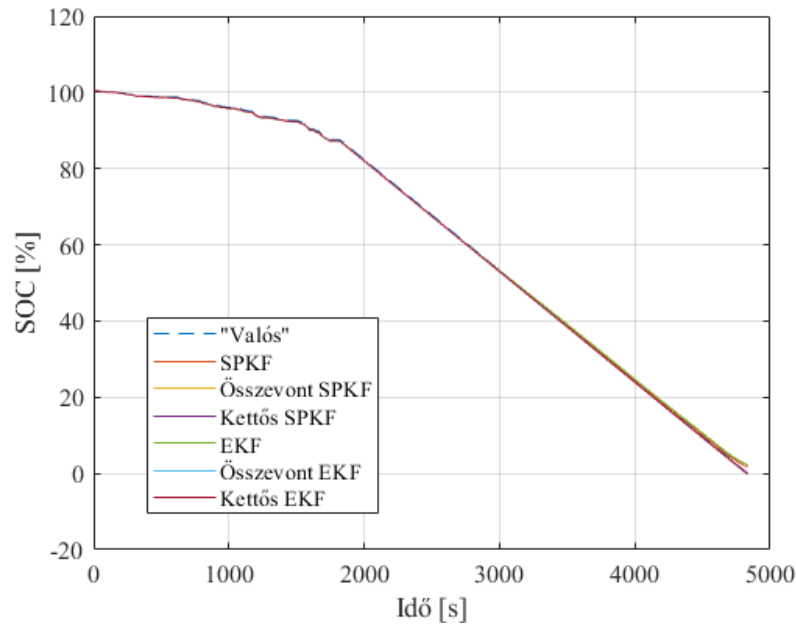
A vizsgált három kiterjesztett Kálmán-szűrő és három szigma pont Kálmán-szűrő algoritmus teljesítményét egy Samsung 18650INR13L Li-ion akkumulátor cella töltöttségi állapotának becslési pontossága, valamint számítási igénye alapján hasonlítottam össze. A szűrők vizsgálata a cella WLTP (Worldwide Harmonized Light-Duty Vehicles Test Procedure) tesztje során keletkezett mérési adatok felhasználásával történt. A WLTP során az akkumulátor cellát olyan terhelési áramnak vetik alá, amelynek célja, hogy utánozza az akkumulátorcsomag terhelési jellemzőit egy elektromos jármű mindennapi használata során. A WLTP teszt után a cellát 1C terhelő árammal 3V-os kapocsfeszültségig merítették. A terhelő áram jelalak és a terhelés közben kialakult kapocsfeszültség a 6.1. ábrán látható.



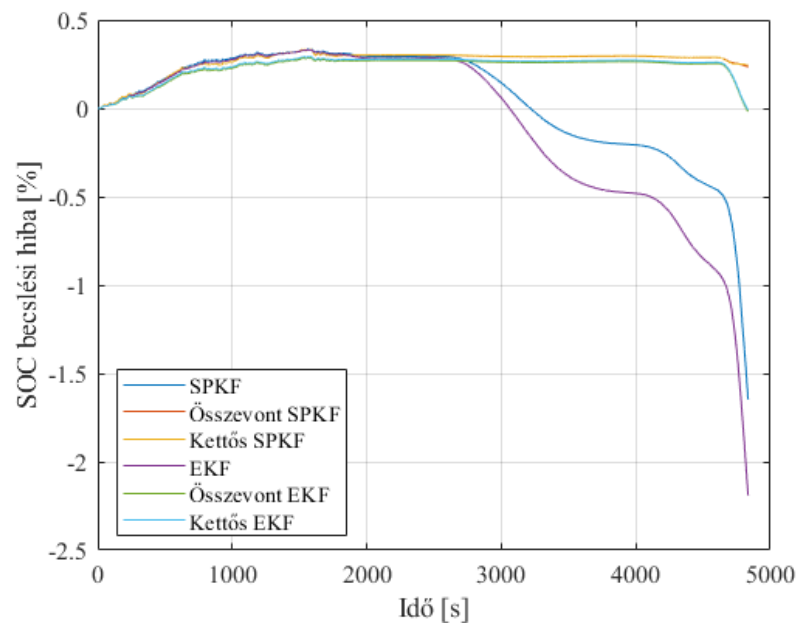
**6.1. ábra.** A cella feszültség és áram a WLTP és az azt követő 1C terhelő árammal történő kisütés alatt.

A hat Kálmán-szűrő által becsült töltöttségi szint a 6.2. ábrán, a becslési hiba pedig a 6.3. ábrán látható. Megfigyelhető, hogy a vizsgálat első nagyjából 2000 másodpercében az általános EKF és CDKF hasonló becslési pontosságra képes, mint a paraméter becslést is végrehajtó társaik, mivel ezen a tartományon az identifikált modell paraméterek még jól közelítik a cella valóságos paramétereit. Azonban, amikor a valós paraméterek eltávolodnak a megállapított kezdeti értékektől ezen két módszer becslési pontossága nagyban romlik. Ezzel ellentétben az összevont és kettős Kálmán-szűrő módszerek a paraméterek

becslésével képesek a mérés teljes időtartama alatt stabil, jó pontosságú becslést végezni. Látható, hogy az összevont és a kettős Kálmán-szűrő algoritmusok a kiterjesztett és a szigma pont módszer esetén is mondhatni azonos pontossággal képesek becsléni a cella töltöttségi szintjét, és ebben az esetben a kettős szűrőknél a becslés pontosságában nem okoz gondot az állapot és a paraméter becslés közötti kereszt kovariancia elvesztése. Valamint a kiterjesztett és szigma pont elven működő szűrők becslési pontossága is jól közelíti egymást, a különbség a két módszer között a cella alacsony töltöttségi szintje mellett látható, ahol az általános szigma pont Kálmán-szűrő jobb teljesítményt nyújt, mint az általános kiterjesztett Kálmán-szűrő, mivel a rendszer modell az  $OCV(z)$  függvény miatt itt válik jelentősen nemlineárisra, és a kiterjesztett szűrő esetén a Taylos sorral való közelítés ezen a ponton okoz nagyobb pontatlanságot. A paraméter becslést is végző módszerek ezen tartományt a paraméterek értékének megfelelő becslésével korrigálják.



**6.2. ábra.** A becsült töltöttségi szint a WLTP teszt és az azt követő 1C terhelő árammal történő kisütés alatt.



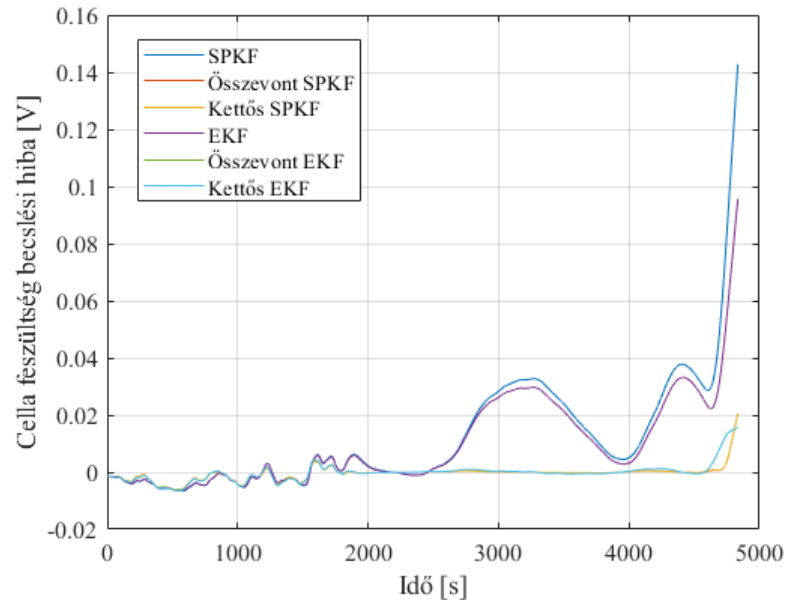
**6.3. ábra.** A töltöttségi szint becslési hibája a WLTP teszt és az azt követő 1C terhelő árammal történő kisütés alatt.

A megvalósított szűrő algoritmusok töltöttségi szint becslési hibájának négyzetes közép értéke (MSE - Mean Square Error) és abszolút közép értéke (MAE – Mean Absolute Error) összehasonlítható a 6.1. táblázatban.

**6.1. táblázat.** A hat Kálmán-szűrő algoritmus becslési hibájának négyzetes és abszolút középértéke.

| KF Method      | SOC    |        | Cella feszültség       |        |
|----------------|--------|--------|------------------------|--------|
|                | MSE    | MAE    | MSE                    | MAE    |
| EKF            | 0,2140 | 0,3590 | $3,6373 \cdot 10^{-4}$ | 0,0131 |
| Összevont EKF  | 0,0579 | 0,2305 | $4,4608 \cdot 10^{-5}$ | 0,0035 |
| Kettős EKF     | 0,0612 | 0,2373 | $4,4979 \cdot 10^{-5}$ | 0,0035 |
| SPKF           | 0,0985 | 0,2596 | $5,8189 \cdot 10^{-4}$ | 0,0153 |
| Összevont SPKF | 0,0755 | 0,2656 | $4,0651 \cdot 10^{-5}$ | 0,0031 |
| Kettős SPKF    | 0,0759 | 0,2663 | $4,0637 \cdot 10^{-5}$ | 0,0031 |

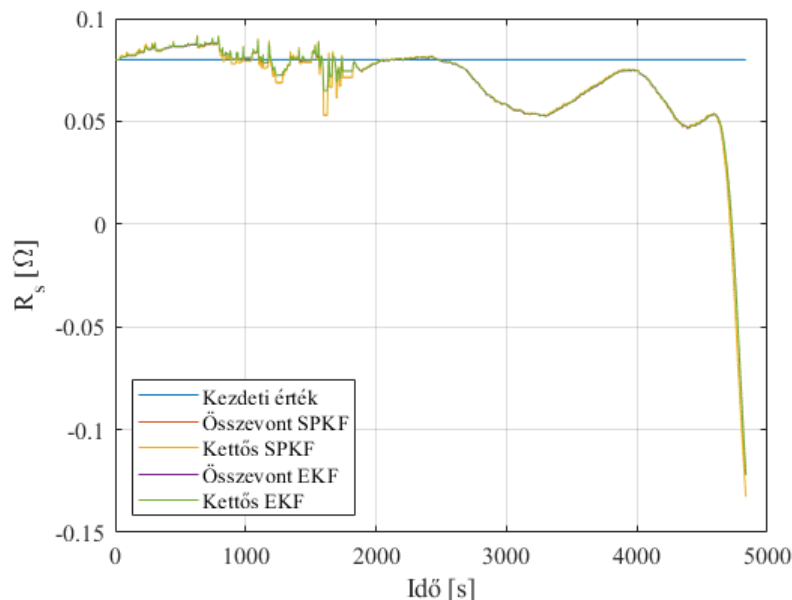
A hat megvalósított szűrő teljesítménye összehasonlítható a becsült kapocsfeszültség esetében is. A szűrők becslési hibája a 6.4. ábrán látható. Látható, hogy a kettős és összevont szűrők meglehetősen jó pontossággal képesek becsülni a cella feszültségét a vizsgálat során, egészen az utolsó néhány száz másodpercig, amikor is a cella modell meglehetősen pontatlan lesz az  $OCV(z)$  függvény miatt.



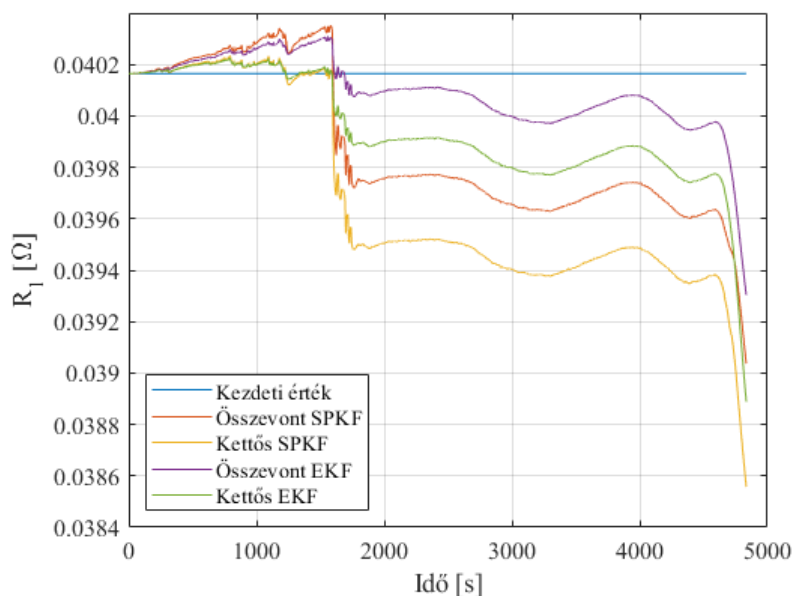
**6.4. ábra.** A cella kapocsfeszültségének becslési hibája a WLTP teszt és az azt követő 1C terhelő árammal történő kisütés alatt.

A 6.5. ábrán a kettős és összevont Kálmán-szűrők által becsült  $R_s$ , a 6.6. ábrán pedig az  $R_1$  paraméter becsült értéke látható. Megfigyelhető, hogy az  $OCV(z)$  függvény pontatlanságából fakadó hibának korrigálását mind a négy módszer a cella soros ellenállás paraméterével igyekszik korrigálni, a mérés végére ez a paraméter negatív értékeket is felvesz. A kettős szűrőknél a paraméterzaj kovariancia mátrix és a mérésizaj kovariancia mátrix paraméterekhez tartozó értékeinek, az összevont szűrők esetében pedig a folya-

matzaj és mérésizaj paraméterekhez tartozó értékeinek segítségével a szűrők képessége a paraméterek változtatására befolyásolható. Így meghatározható, hogy mennyire engedjük a szűrőket, az  $OCV(z)$  függvényből fakadó becslési hibák paraméterekkel történő kompenzálására. A becsült  $C_1$  paraméter értékét nem ábrázoltam, mivel az a vizsgálat során közel konstans volt az összes módszer esetén.

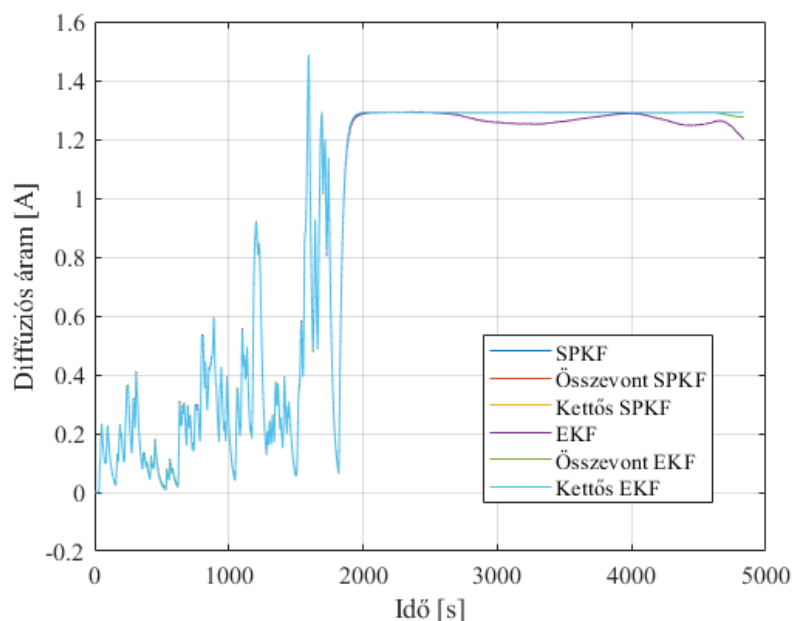


**6.5. ábra.** A becsült  $R_s$  paraméter a WLTP teszt és az azt követő 1C terhelő árammal történő kisütés alatt.



**6.6. ábra.** A becsült  $R_1$  paraméter a WLTP teszt és az azt követő 1C terhelő árammal történő kisütés alatt.

A szűrők által becsült diffúziós áram ( $i_{R_1}$ ) a 6.7. ábrán látható. Mivel a diffúziós áram közvetlenül nem mérhető a Kálmán-szűrők becslési pontosságát nem tudjuk ellenőrizni, azonban látható, hogy a paraméter becslést végző algoritmusok mindegyike jó közelítéssel azonos diffúziós áram becslést végzett a teszt során.



**6.7. ábra.** A becsült diffúziós áram a WLTP teszt és az azt követő 1C terhelő árammal történő kisütés alatt.

A hat szűrő algoritmus Matlab/Simulink környezetben a „Matlab function” blokk felhasználásával került implementálásra. Az algoritmus számítási igényének összehasonlítása céljából megvizsgáltam a szimuláció futási idejét a hat különböző algoritmus esetében és azt, hogy a szimuláció mekkora részét töltötte ki csak az algoritmusokat tartalmazó blokk hívása. A WLTP vizsgálat és az azt követő 1C árammal való kisütés a valóságban 4834,5 másodpercet vett igénybe. A 6.2. táblázatban az algoritmusok futási ideje látható.

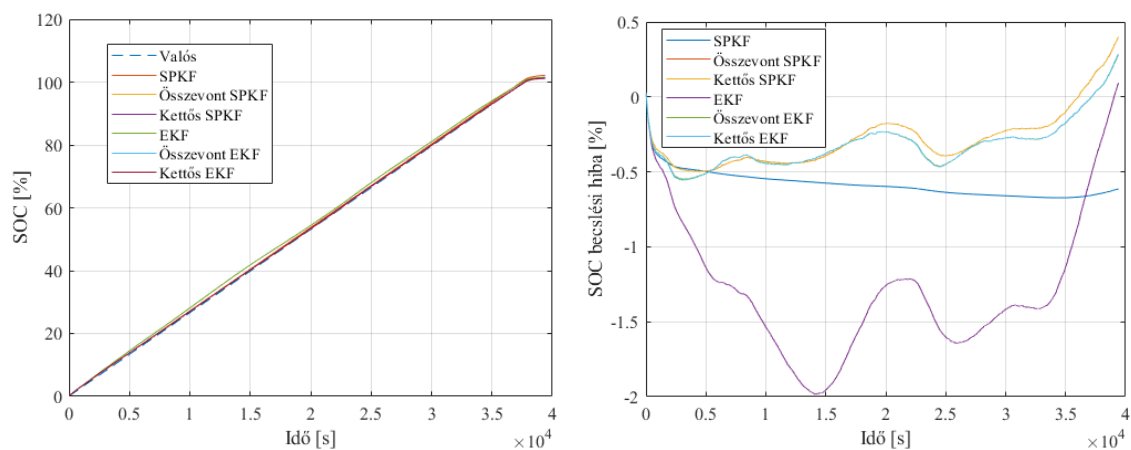
**6.2. táblázat.** A megvalósított Kálmán-szűrő algoritmusok szimulációs ideje.

| KF algoritmus  | Szimuláció időtartama [s] | Ebből az algoritmus futási ideje [s] |
|----------------|---------------------------|--------------------------------------|
| EKF            | 1,043                     | 0,107                                |
| Összevont EKF  | 1,147                     | 0,372                                |
| Kettős EKF     | 1,00                      | 0,233                                |
| SPKF           | 1,758                     | 0,303                                |
| Összevont SPKF | 2,037                     | 1,117                                |
| Kettős SPKF    | 2,060                     | 0,905                                |

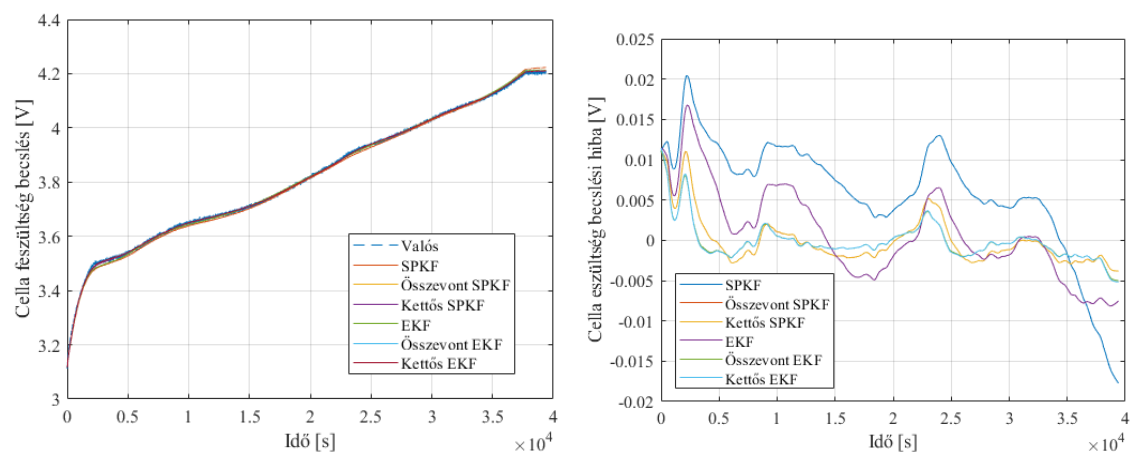
Látható, hogy a kiterjesztett Kálmán-szűrők lényegesen kisebb számítási igénnyel rendelkeznek, mint a szigma pont Kálmán szűrők. A nagy mátrix műveletek elvégzése miatt, mindegyik szigma pont Kálmán-szűrő és hozzá tartozó kiterjesztett Kálmán-szűrő futási ideje között körülbelül háromszoros különbség látható. A paraméter becslést is végző módszerek között megfigyelhető, hogy a kiterjesztett és szigma pont módszereket használó algoritmusok esetében is a kettős Kálmán-szűrő algoritmus rövidebb futási idővel rendelkezik, mint az összevont módszer a kisebb mátrix műveletek miatt. A kiterjesztett szűrők esetében az összevont módszerhez képest a kettős algoritmus kb. 37%-kal, a szigma pont módszerek esetében pedig kb. 19%-kal jobb számítási igénnyel rendelkezik.

A Kálmán-szűrő algoritmusokat további tesztesetek mellett is összehasonlítottam. A konstans 0,1C árammal történő töltési vizsgálat eredményei a 6.8 és 6.9. ábrán, a konstans

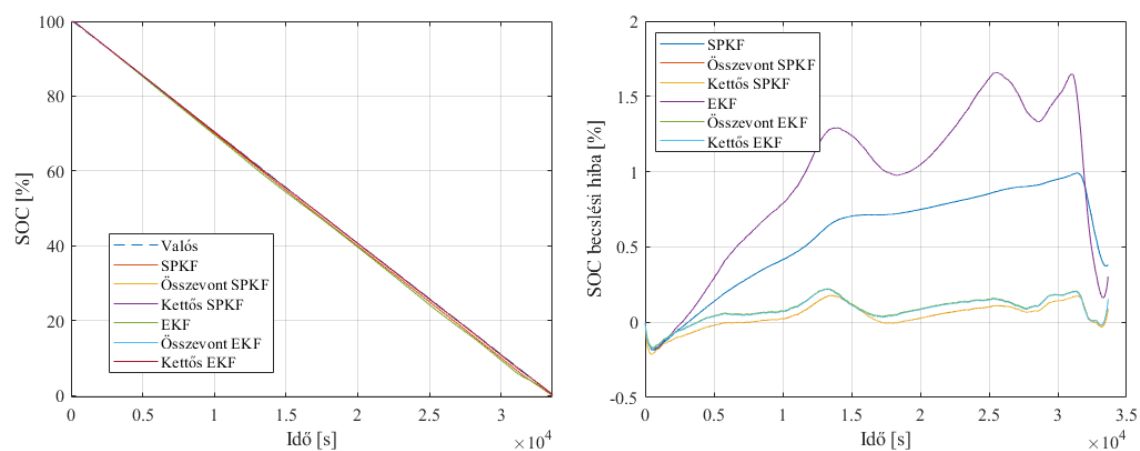
0,1C terhelő árammal történő kisütési vizsgálat eredményei pedig a 6.10 és 6.11. ábrán látható.



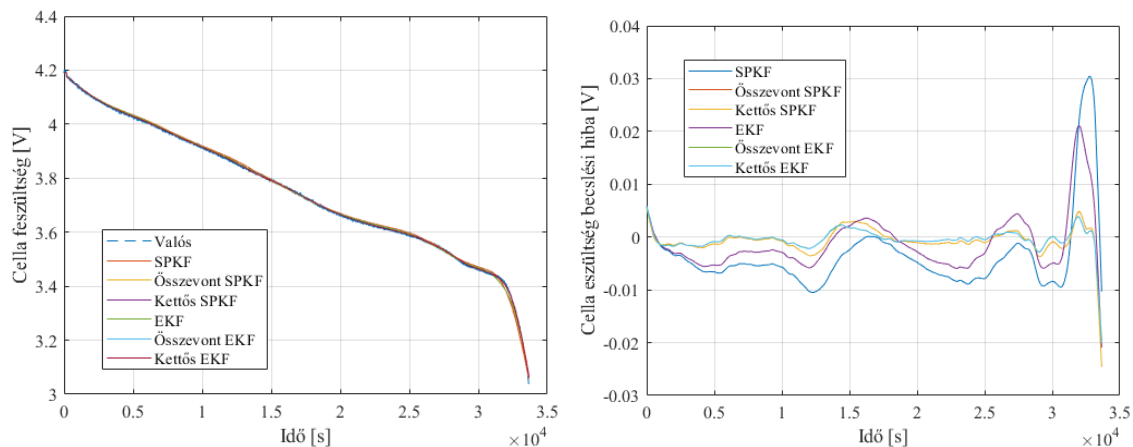
**6.8. ábra.** A Kálmán-szűrő algoritmusok által becsült töltöttségi szint és annak hibája a cella 0,1C árammal való töltése közben.



**6.9. ábra.** A Kálmán-szűrő algoritmusok által becsült feszültség és annak hibája a cella 0,1C árammal való töltése közben.

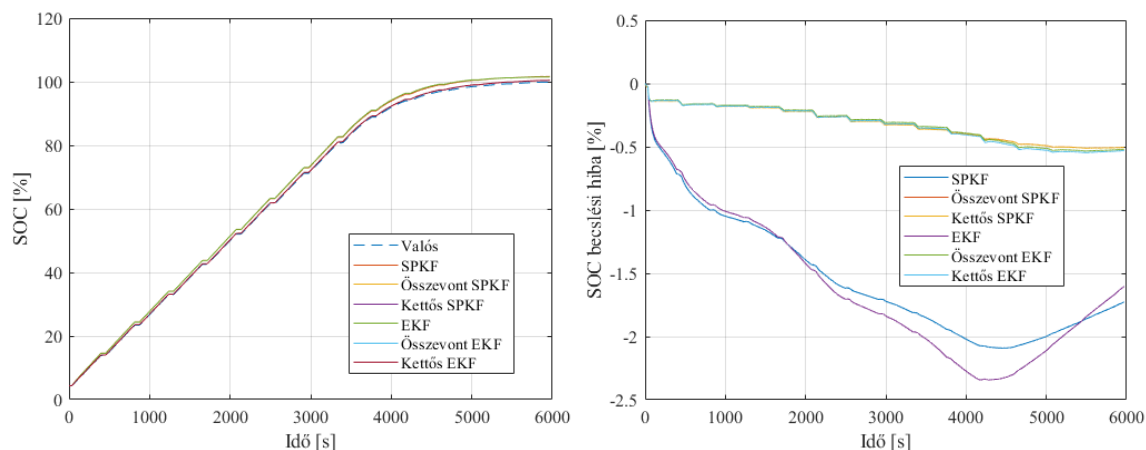


**6.10. ábra.** A Kálmán-szűrő algoritmusok által becsült töltöttségi szint és annak hibája a cella 0,1C árammal való kisütése közben.

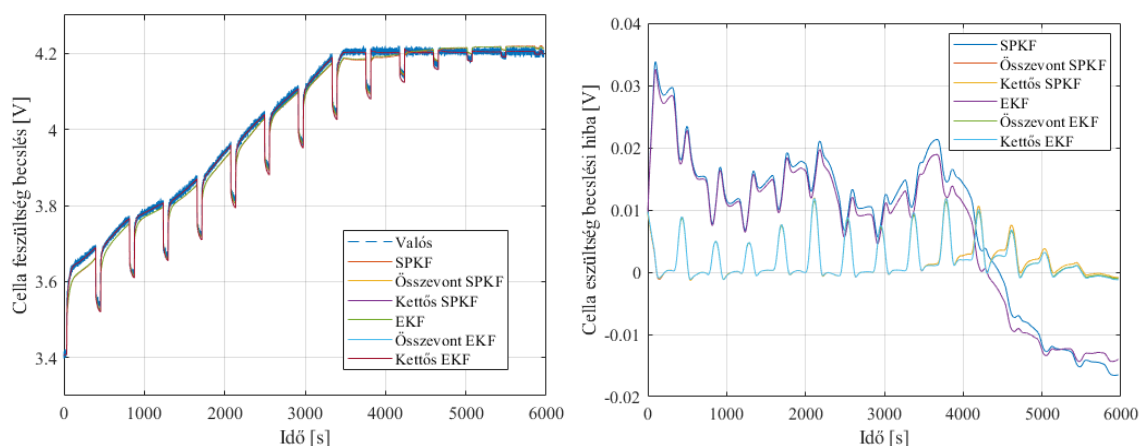


**6.11. ábra.** A Kálmán-szűrő algoritmusok által becslt feszültség és annak hibája a cella 0,1C árammal való töltése közben.

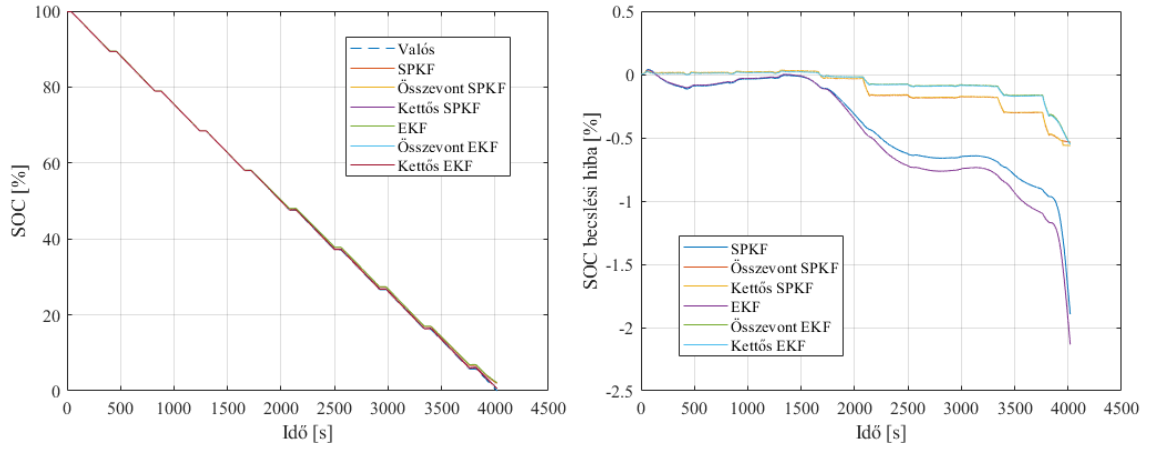
Az 1C árammal történő tranzien্স töltési és tranzien্স kisütési mérések eredményei a 6.12, 6.13, 6.14 és 6.15. ábrákon láthatók.



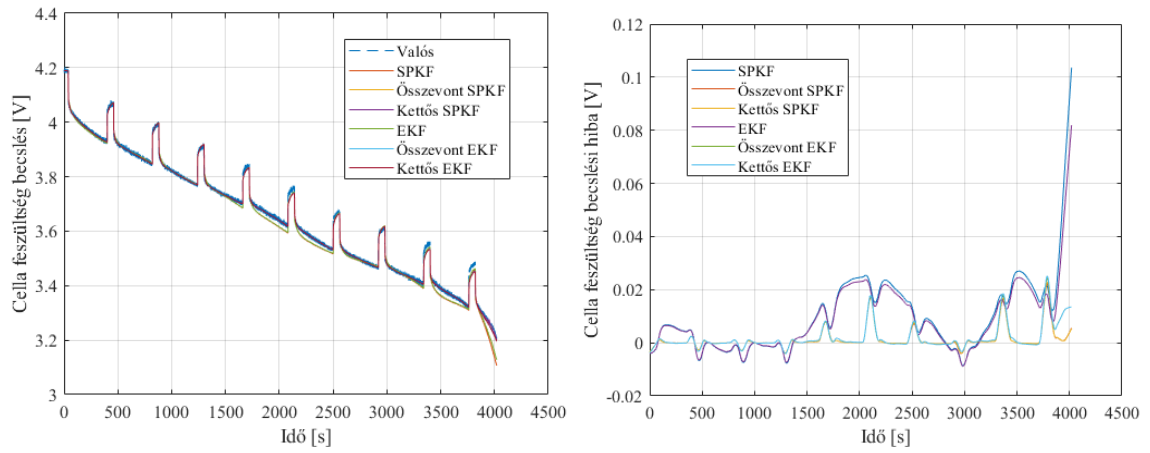
**6.12. ábra.** A Kálmán-szűrő algoritmusok által becslt töltöttségi szint és annak hibája a cella 1C árammal való tranzien্স töltése közben.



**6.13. ábra.** A Kálmán-szűrő algoritmusok által becslt feszültség és annak hibája a cella 1C árammal való tranzien্স töltése közben.



**6.14. ábra.** A Kálmán-szűrő algoritmusok által becsült töltöttségi szint és annak hibája a cella 1C árammal való tranziens kisütése közben..



**6.15. ábra.** A Kálmán-szűrő algoritmusok által becsült feszültség és annak hibája a cella 1C árammal való tranziens kisütése közben.

## 7. fejezet

# Konklúzió

A dolgozatban megvalósítottam az általános, összevont és kettős kiterjesztett Kálmán-szűrő, valamint a centrális különbségek (CDKF) módszerén alapuló általános, összevont és kiterjesztett szigma pont Kálmán-szűrő algoritmusokat. A megvalósított algoritmusok teljesítményét és számítási igényét összehasonlítottam egy Samsung 18650INR13L típusú Li-ion akkumulátor cella állapotának és paramétereinek becslésében, a cella WLTP tesztjének mérési adatait felhasználva.

Látható volt, hogy az összevont és kettős Kálmán-szűrő módszerek lényegesen felülmúlták az általános, csak állapot becslést végző algoritmusokat. Ezek az algoritmusok a paraméter becslés segítségével kompenzálták a cella paramétereinek változását és a nyílt hurkú feszültség függvényből fakadó modell pontatlanságokat a mérés során, így pontosabb és stabilabb állapot becslést elérve.

Megfigyelhető volt, hogy mivel a kiterjesztett Kálmán-szűrők a nemlineáris rendszerek közelítésére elsőrendű Taylor-sorfejtést alkalmaznak, mikor a cella viselkedése jelentősen eltér a lineáristól, állapot becslésük pontossága romlik és a szigma pontok elvén működő Kálmán-szűrők előnyei ezen esetekben jelentkeznek. Azonban a paraméter becslést is végző EKF módszerek mindegyike képes volt a paraméterek megfelelő becslésével kompenzálni a lineáris közelítésből fakadó hibákat. Emellett számítási igényük is lényegesen kisebb, mintegy harmada az SPKF módszerekéhez képest, ami a szűrők valódi BMS rendszeren való implementálása szempontjából jelentős. A megvizsgált módszerek közül a legjobb becslési pontosság, számítási igény aránnyal rendelkező algoritmusnak a kettős kiterjesztett Kálmán-szűrőt találtam.

A vizsgált módszerek robusztussága és teljesítménye tovább növelhető a cella kapacitás becslésének kiegészítésével, ezzel elérve, hogy a cella degradálódása ellenére is megfelelő állapot becslést tudjanak nyújtani.

A továbbiakban célom a megvizsgált Kálmán-szűrő algoritmusokat valódi BMS rendszerben implementálni és valós mérések segítségével tovább vizsgálni a módszerek teljesítőképeséget.

## *Köszönetnyilvánítás*

Szeretném megköszönni a felhasznált Li-ion cellák mérési adatait Kocsis Szürke Szabolcsnak, Dineva Adriennek és Csomós Bencének.

# Ábrák jegyzéke

|       |                                                                                                                                        |    |
|-------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| 2.1.  | A Randles helyettesítő kapcsolás egy terhelt cellán. . . . .                                                                           | 3  |
| 2.2.  | Az egyszerűsített Randles helyettesítő kapcsolás egy terhelt cellán. . . . .                                                           | 4  |
| 3.1.  | A kettős kiterjesztett Kálmán-szűrő működése. . . . .                                                                                  | 9  |
| 5.1.  | A Samsung INR18650-13L cella vizsgálatához használt mérési elrendezés (forrás: [15]). . . . .                                          | 16 |
| 5.2.  | Az cella feszültsége és árama 0.1C-s töltés (bal) és kisütés (jobb) mellett. .                                                         | 17 |
| 5.3.  | A meghatározott OCV(z) függvény és deriváltja, valamint azok interpoláltja.                                                            | 17 |
| 5.4.  | A cella feszültsége és terhelő árama a tranziens kisütési mérés során. . . . .                                                         | 18 |
| 6.1.  | A cella feszültség és áram a WLTP és az azt követő 1C terhelő árammal történő kisütés alatt. . . . .                                   | 19 |
| 6.2.  | A becsült töltöttségi szint a WLTP teszt és az azt követő 1C terhelő árammal történő kisütés alatt. . . . .                            | 20 |
| 6.3.  | A töltöttségi szint becslési hibája a WLTP teszt és az azt követő 1C terhelő árammal történő kisütés alatt. . . . .                    | 20 |
| 6.4.  | A cella kapocsfeszültségének becslési hibája a WLTP teszt és az azt követő 1C terhelő árammal történő kisütés alatt. . . . .           | 21 |
| 6.5.  | A becsült $R_s$ paraméter a WLTP teszt és az azt követő 1C terhelő árammal történő kisütés alatt. . . . .                              | 22 |
| 6.6.  | A becsült $R_1$ paraméter a WLTP teszt és az azt követő 1C terhelő árammal történő kisütés alatt. . . . .                              | 22 |
| 6.7.  | A becsült diffúziós áram a WLTP teszt és az azt követő 1C terhelő árammal történő kisütés alatt. . . . .                               | 23 |
| 6.8.  | A Kálmán-szűrő algoritmusok által becsült töltöttségi szint és annak hibája a cella 0,1C árammal való töltése közben. . . . .          | 24 |
| 6.9.  | A Kálmán-szűrő algoritmusok által becsült feszültség és annak hibája a cella 0,1C árammal való töltése közben. . . . .                 | 24 |
| 6.10. | A Kálmán-szűrő algoritmusok által becsült töltöttségi szint és annak hibája a cella 0,1C árammal való kisütése közben. . . . .         | 24 |
| 6.11. | A Kálmán-szűrő algoritmusok által becsült feszültség és annak hibája a cella 0,1C árammal való töltése közben. . . . .                 | 25 |
| 6.12. | A Kálmán-szűrő algoritmusok által becsült töltöttségi szint és annak hibája a cella 1C árammal való tranziens töltése közben. . . . .  | 25 |
| 6.13. | A Kálmán-szűrő algoritmusok által becsült feszültség és annak hibája a cella 1C árammal való tranziens töltése közben. . . . .         | 25 |
| 6.14. | A Kálmán-szűrő algoritmusok által becsült töltöttségi szint és annak hibája a cella 1C árammal való tranziens kisütése közben. . . . . | 26 |
| 6.15. | A Kálmán-szűrő algoritmusok által becsült feszültség és annak hibája a cella 1C árammal való tranziens kisütése közben. . . . .        | 26 |

## *Irodalomjegyzék*

- [1] V. Q. Dao, M.-C. Dinh, C. S. Kim, M. Park, C.-H. Doh, J. H. Bae, M.-K. Lee, J. Liu, and Z. Bai, „Design of an effective state of charge estimation method for a lithium-ion battery pack using extended kalman filter and artificial neural network,” *Energies*, vol. 14, no. 9, p. 2634, 2021.
- [2] J. Illig, *Physically based impedance modelling of lithium-ion cells*. KIT Scientific Publishing, 2014, vol. 27.
- [3] H. Zhang, M. Zhou, and X. Lan, „State of charge estimation algorithm for unmanned aerial vehicle power-type lithium battery packs based on the extended kalman filter,” *Energies*, vol. 12, no. 20, p. 3960, 2019.
- [4] Y. Yang, N. Cui, C. Wang, M. Liu, and R. Gao, „Soc estimation of lithium-ion battery based on new adaptive fading extended kalman filter,” in *2017 Chinese Automation Congress (CAC)*. IEEE, 2017, pp. 5630–5634.
- [5] N. Tudoroiu, M. Zaheeruddin, and R.-E. Tudoroiu, „Real time design and implementation of state of charge estimators for a rechargeable lithium-ion cobalt battery with applicability in hevs/evs—a comparative study,” *Energies*, vol. 13, no. 11, p. 2749, 2020.
- [6] H. He, H. Qin, X. Sun, and Y. Shui, „Comparison study on the battery soc estimation with ekf and ukf algorithms,” *Energies*, vol. 6, no. 10, pp. 5088–5100, 2013.
- [7] Y. Diab, F. Auger, E. Schaeffer, and M. Wahbeh, „Estimating lithium-ion battery state of charge and parameters using a continuous-discrete extended kalman filter,” *energies*, vol. 10, no. 8, p. 1075, 2017.
- [8] G. L. Plett, „Extended kalman filtering for battery management systems of lipb-based hev battery packs part 1. background,” *Journal of Power sources*, vol. 134, p. 252–261, 2004.
- [9] —, „Extended kalman filtering for battery management systems of lipb-based hev battery packs part 2. modeling and identification,” *Journal of Power sources*, vol. 134, p. 262–276, 2004.
- [10] —, „Extended kalman filtering for battery management systems of lipb-based hev battery packs: Part 3. state and parameter estimation,” *Journal of Power sources*, vol. 134, pp. 277–292, 2004.
- [11] S. Yang, C. Deng, Y. Zhang, and Y. He, „State of charge estimation for lithium-ion battery with a temperature-compensated model,” *Energies*, vol. 10, no. 10, p. 1560, 2017.

- [12] B. Csomós, D. Fodor, and G. Kohlrusz, „Initial electrical parameter validation in lead-acid battery model used for state estimation,” *Hungarian Journal of Industry and Chemistry*, pp. 67–71, 2017.
- [13] G. L. Plett, *Battery management systems, Volume II: Equivalent-circuit methods*. Artech House, 2015.
- [14] D. Simon, *Optimal state estimation: Kalman, H infinity, and nonlinear approaches*. John Wiley & Sons, 2006.
- [15] S. K. Szürke, A. Dineva, and B. Csomós, „Complex testing procedure for 18650 batteries,” *IEEE Dataport*, 2021.