

**SZÁMÍTÓGÉPES REKONSTRUKCIÓ
MÓDSZERTANI BEMUTATÁSA
HENGERSZIMMETRIKUS MŰTÁRGY
ESETÉN**

Majoros Melinda

Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem,
Budapest, Magyarország

Varga Eszter

Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem,
Budapest, Magyarország

Piros Attila

Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem,
Budapest, Magyarország

SZÁMÍTÓGÉPES REKONSTRUKCIÓ MÓDSZERTANI BEMUTATÁSA HENGERSZIMMETRIKUS MŰTÁRGY ESETÉN

Absztrakt

A következőkben egy olyan módszer kerül bemutatásra, mely a régészeti és a gépészeti modellezés határterületének összekapcsolásával keletkezett. Az integrált módszer egy komplex folyamat, mely segítségével a 3D lézer szkennelést követően hengerszimmetrikus műtárgyakról virtuális modell készül, ami geometriájában és megjelenítésében is pontosan reprezentálja az eredeti tárgyat.

Az eljárás során egy külső program segítségével a szkennelt pontok koordinátáit felhasználva kerül létrehozásra a felület, mely illeszkedik a pontfelhőhöz. A geometriai rekonstrukció további része egy CAD rendszer segítségével lesz végrehajtva. Emellett egy olyan textúra elkészítése is a cél, ami képes a virtuális modell fotó realisztikus megjelenítésére is. A textúra elkészítését speciálisan előkészített műtermi fotózás előzi meg. Ezután egy teríték textúra kerül létrehozásra, amit a virtuális modellre visszafeszítve alkalmazunk. Az eljárás eredménye egy számítógépes testmodell, mely alkalmas számítások elvégzésére és az esetlegesen hiányzó részek rekonstruálására, ezen felül realisztikus vizualizációt biztosít a felhasználók számára.

Összességében megállapítható, hogy a létrehozott eljárás komplexen együtt kezeli a testmodell létrehozását és a vizualizációt is.

Kulcsszavak: 3D szkennelés, NURBS felület, rekonstrukció, vizualizáció, teríték textúra

Bevezetés

A módszer egy komplex folyamat, ami egy, az eredeti modellel jó közelítéssel megegyező virtuális reprodukciót biztosít számunkra.

A következőkben bemutatásra kerül a módszer néhány egyszerűsítéssel elvégzett leírása. Eredményül egy realisztikus reprodukciót kapunk, ami komplexen magába foglalja a pontos geometriát és a valóságghű megjelenítést is.

1. A szakirodalom áttekintése

Számos módszer létezik arra, hogy a pontfelhőből felületmodellt hozzunk létre, ezek közül az egyik legelterjedtebbek a különböző *Reserve Engineering* programok, melyek a pontfelhőre *tesszalált (háromszögekre bontott) felület* illesztenek, majd egy másik program (*CAD rendszer*) segítségével a *tesszalált felületből* testmodell készíthető. A *tesszalált felületek* poligonokból állnak, így a szkennelt test görbületeinek a követése csak nehézségek árán oldható meg. Ezen eljárások hátránya, hogy a *Reserve Engineering* programok nem képesek a felülettel együtt a textúrát is kezelni.

Az alapprobléma, mellyel a kutatások nagy része foglalkozik, a felületrekonstrukció. A szabadformájú felületek rekonstrukciója, matematikai algoritmusokkal való közelítése még napjainkban is egy érdekes terület, mellyel számos tudományos munka foglalkozik [1]. Létezik olyan tanulmány is, mely a *tesszalált felület* optimalizálásával igyekezett javítani a felület pontosságát, felületi normálisok segítségével [2].

A felületrekonstrukcióra rendezetlen pontfelhő esetén is írtak már algoritmust. A felület topológiai változtatásával közelítik a pontokat, de ezen eljárás során is a *tesszalált felület* volt a kiindulási pont [3]. Egy másik módszer a felületrekonstrukciót a szkennelési utak segítségével végezte, melyek a szkennelés után rendelkezésünkre állnak [4].

A textúra alapját a pontos fényképezés során rögzített digitális negatívak jelentik. Amikor digitális negatívból képet generálunk óhatatlanul információ veszik el. Ez a folyamat, torzulást eredményez a képeken [5]. Ennek a problémának a megoldására a szakirodalomból ismert fényképezésben használt képkorrekciókat végeztük.

A kutatás során kiderült, hogy korábban már foglalkoztak íves vagy gömb alakú felületek visszatorzításával (térképezésben), azonban itt a fotózás normális

irányban történik, és minden fényképen azonos torzítási műveletet alkalmaznak. A leírás egy gömbre alkalmazható speciális esettel foglalkozik [6].

A szakirodalom áttekintése után elmondható, hogy rendelkezésünkre állnak már módszerek a virtuális testmodell rekonstruálására, de ezek az eljárások általában csak a felület rekonstrukcióval foglalkoznak részletesen. A textúra készítés egyedi eseteivel és automatizálásával kapcsolatban kevés tudományos eredmény található.

2. A módszer bemutatása

A módszer kidolgozása során hengersizmetrikus tárggyal dolgoztunk és ennek a külső felületeit vizsgáltuk. Ezekre az egyszerűsítésekre azért volt szükség, hogy bizonyosságot nyerjünk a folyamat elvégzése után kapott eredmény létjogosultságáról. Továbbiakban az eljárás kiterjeszthető lesz bonyolultabb geometriák reprodukálására is.

A módszert előkészítő eljárások

3D körszkennelési eljárás

Ideális mód a hengersizmetrikus, sima felületű tárgyak gyors szkenneléséhez. Miután a tárgyat a szkennер forgó asztalához rögzítik, a lézersugár függőleges irányban pásztázza a felületet a digitális adatok létrehozására.

A műtárgy fotózása műtermi környezetben

A fényképezést műtermi környezetben szükséges elvégezni a minél kisebb torzulás érdekében. Minden beállítást előzetesen érdemes kiszámítani és rögzíteni. Csak így kaphatunk valósághű képeket, amelyek a látvány későbbi visszaállításához is segítséget jelenthetnek. Fontos megjegyezni, hogy a legjobb minőségű kamera sem tudja visszaadni 100%-os pontossággal a környezet viszonyait. A fotózást követő utómunkálatokhoz referenciákat - relatív-abszolút függőleges irány meghatározása, színkártya - készítünk, ezzel segítve a számítógépen végzett korrekciókat. Figyelni kell a környezeti hatásokra (kintről beszűrődő fények, légáramlások) is, amiket minimálisra érdemes csökkenteni leárnyékolásokkal. A műtermi környezet és a fényképezőgép beállítása után változtatás nem megengedett addig, ameddig minden kép el nem készült. Ezután a forgásszimmetrikus test fényképezését körasztalon, körbeforgatással végezzük. A tárgy középvonala egybeesik a kameraállvány tengelyével. Előre meghatározott szögeket fordítunk, majd így készítjük a felvételeket. Minél kisebb szöget fordítunk, annál több kép készül, így a további munkálatok előtt

célszerű eldönteni, hogy milyen pontosságban kívánjuk felhasználni az elkészült képeket.

Fényképezés utáni korrekciók:

Az abszolút szürkét megjelenítő referencia színkártyához viszonyítva az elkészült képeken állítóak a színek. Az expozíció mértéke növelhető, így csökkentve az árnyékolás hatását. Ezek a beállítások már megfelelően módosítják a képeket ahhoz, hogy az emberi szem számára ne legyenek észrevehetőek a leképezés pontatlanságai. A képeket RAW formátumban tároljuk és használjuk tovább, mert ezek a digitális negatívok sokkal több információt tartalmaznak a képről, mint a szokványos képformátumok és az ezeken végzett színkorrekciók is kevesebb információvesztéssel járnak.

Fotózás során figyelembe kell venni a következő jelenségekből adódó pontatlanságokat: szenzor zaj, színhőmérséklet, nem pixelpontos fénymérés, Anti-Aliasing (élsimítás) szűrő, MOIRE jelenség.

Fotó realiztikus textúra készítés

A textúra elkészítésének az elve hasonló egy panoráma kép elkészítéséhez. Az egymással átfedésbe kerülő darabokat illesztjük össze egy nagy terítékképpé. Ehhez azonban a fotózás során elkészült képeket az adott geometriához illeszkedő méretre kell vágni, torzítani, majd a műveletek után készíthetjük el, akár automatizálva is, az összeillesztett képet.

Az elkészült fényképek adott méretre vágása

A képek kivágása előtt, több dolgot figyelembe kell venni. Meg kell vizsgálni a választott tárgy profilján a felületi érintőket és az inflexiós pontokat. Külön figyelmet kell fordítani a nagy görbületi ívvel rendelkező részekre és az inflexiós pontok körüli területekre. Ezek után mérlegelnünk kell, hogy egy vagy több képsort készítsünk a tárgy magasságának megfelelően a görbületeket figyelembe véve. Amennyiben kis ívekkel dolgozunk, elég lehet egy sávban elvégezni a kivágást.

Az eljárás lényege, az hogy minden képen pixelpontosan megkeressük és lemérjük a tárgy középvonalát, és ettől a referenciától két irányban azonos mértékben kiválasztjuk a kivágni kívánt tartományt. A fényképek tetején és alján található holtrészeket a befotózott tárgy legmagasabb és legalacsonyabb pontjához viszonyítva szintén elhagyjuk. Ezeket a méreteket kiszámítva egy téglalap alakú kijelölést kapunk, amit pixelpontosan minden képen alkalmazva kijelölünk és kivágunk.

Ezt követően egy olyan képsorozatot kapunk, ahol a forgásszimmetrikus tárgy középvonala körül lévő tartomány látszik holtrészekről mentesen. Ez a rész helyezkedik el pontosan szemben a kamerával, a kamera tengelyében, ezért a lencse szélén lévő torzítások is kevésbé hatnak rá. A felszín görbülete is pontosan szemből látszik. Ez tekinthető ideális beállításnak a képek méretre vágásához.

Minél több képet használunk, annál pontosabb és torzulás-mentesebb lesz a további munkánk, azonban ezt már manuális úton nagyon időigényes lenne elvégezni. Ezért érdemes egy olyan *script*-et írni, ami automatikusan generálja számunkra a megfelelően kivágott képsorozatot. Nekünk elég csak egy képen elvégezni a pixelpontos tartomány lemerését és kijelölését. Ezt a *script*-ben felhasználva a program elvégzi helyettünk a számításokat és a kivágást.

A fényképek torzítása előzetes számítások alapján

A képszeletek kivágása után valóság-hű textúra készítéséhez további torzításokra van szükség. Ez azért fontos, mert azt a sávot, ahol a tárgy kerülete maximális (legnagyobb az átmérője forgásszimmetrikus tárgyak esetén), ott a képet torzulás-mentesnek tekinthetjük. Viszont ahol a keresztmetszet lecsökken, inflexiót vált, ott a tárgy távolabb kerül a kamera lencséjétől, és azonos pixelszámmal több információ kerül, mivel a távolság miatt kisebbnek látszik az adott felületrész. Ezért ahhoz, hogy minél tökéletesebb kiterített téglalap alakú textúrát kapjunk, az adott magasságokhoz tartozó átmérők pixeleit, az átmérőkhöz arányosan szét kell húznunk úgy, hogy referenciának használjuk a maximális átmérőt. Elsősorban azokat az átmérőket érdemes vizsgálni, ahol nagy a görbület vagy inflexió váltás történik. Minél pontosabb eredményt szeretnénk, annál több átmérőnél kell elvégezni a kép nyújtását. A torzítás a képszelet középvonalától szimmetrikusan két irányba történik.

Ez a folyamat manuálisan elvégezve sok időt venne igénybe. Ezért érdemes erre a folyamatra is egy *script*-et írni, ami automatikusan elvégzi a torzítást és új képszeleteket generál.

A textúra elkészítése

A textúra elkészítését az előzőleg generált képszeletek megfelelő illesztésével valósíthatjuk meg úgy, ahogyan egy panoráma képet illesztünk össze. A képen található átfedéseket megkeressük, majd az ezeken található mintázat egymásra illesztésével egy folytonos képet alkothatunk. Ezt a folyamatot is érdemes automatizálni, mivel manuálisan sok időt venne igénybe az illesztés. Itt is igaz az, hogy minél több képet használunk fel, annál pontosabb textúrát kapunk.

Az általunk alkalmazott eljárás során egy lineáris, téglalap alakú textúra készítése a cél, mivel forgásszimmetrikus testre zsugorítjuk vissza. Azonban az előzetes torzítás során keletkezhetnek hibák, amik az illesztés további deformálódásához vezethetnek.

Felületillesztés MATLAB programban

A szkennelés után egy pontfelhő áll rendelkezésünkre. Mint ahogy azt már az előzőekben áttekintettük a pontfelhő kezelésére számos egyéb program létezik. A módszer kidolgozása során célunk egy testmodell létrehozása lesz kihasználva az adott CAD rendszer lehetőségeit.

A módszer során a szkennelt pontok koordinátái alapján egy általunk megírt program segítségével hozzuk majd létre a NURBS felületeket, melyek segítségével integráltan végezzük el a textúrák illesztését a virtuális modellre.

A módszer alapötlete az volt, hogy szabályos, köríven elhelyezkedő pontsorokat generálunk, melyek adott távolságban helyezkednek el egymástól, majd ezek segítségével felületet hozunk létre, mely körülveszi a pontfelhőt. A szabályos pontsorok koordinátáinak módosításával, melyet a pontfelhő pontjainak koordinátái szerint végzünk el, fogjuk a felületet torzítani, létre hozva a szkennelt tárgy külső felületét. A módszer kidolgozásának ebben a fázisában még egyszerűsítéseket teszünk, így csak a külső felületekkel dolgozunk.

A pontsorok generálásához és a megfelelő szkennelt pontok koordinátáinak kiválasztásához szükségünk volt egy olyan programra, mely elvégzi ezeket a műveleteket. A programot saját magunk írtuk meg, így széleskörűen alkalmazható módszert hoztunk létre. A program kód megírásához a MATLAB programot használtuk, mivel ez az egyik legelterjedtebb programozási keretrendszer.

Program a felületek generálására és illesztésére

A változókat a program elején tudjuk módosítani. A legfontosabb változó a pontok egymástól mért függőleges és vízszintes távolsága (*gDens*), mely így megegyezik a szabályos generált pontsorok z irányú távolságával is.

A koordináta transzformációs műveleteket, vagyis a megfelelő szkennelt pontok megkeresését, mindig az adott z szinten (*zLevel*) x-y síkban végezzük el, majd továbblépünk a következő szintre. A szintek z irányú távolságának változtatásával tudjuk a módszer pontosságát is változtatni.

A változók definiálása után a pontsorok, a *gridek* generálása következik. Adott átmérőjű félköríven elhelyezkedő pontokat hozzon létre félkörívben, mivel a *Creo 2.0 CAD rendszer* félterekkel modellezzik. A köríven a pontok egyenletesen oszlanak el, a pontok számát és így a távolságát, valamint a pontsorok távolságát is *gDens* határozza meg.

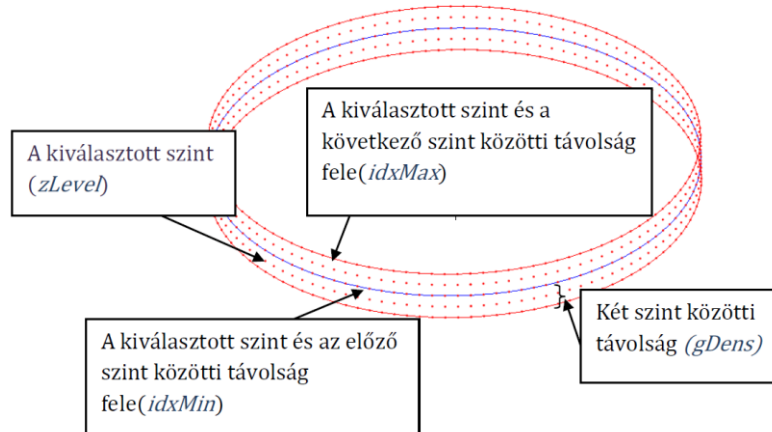
A programban az eddigi beállítások után egy ciklust futtattunk.

Az első lépés a szkennelés adatok beolvasása. Az adatok szöveg fájlként való behívása után, a pontok koordinátáit mátrixba rendezi a program, a homogén koordináta hozzáadásával. A szkennelés pontok változója: *Points*.

A megfelelő szkennelés pontok megtalálása úgy történik, hogy az adott *z* magasságú síkban kivágunk egy hengeres sávot, melynek a vastagsága az adott *z* szinttől a *z* szintek távolságának a fele felfelé *plusz(idxMax)*, lefelé mínusz(*idxMin*) előjellel, így a sávok összeértnek. Ebben a sávban keressük majd a megfelelő szkennelés pontot (1.ábra)

$$idxMin = \left[s(:,3) \geq zLevel - \frac{gDens}{2} \right]_1 \quad (1)$$

$$idxMax = \left[s(:,3) \geq zLevel + \frac{gDens}{2} \right]_1 \quad (2)$$



1 ábra A vizsgált terület

A program ezután adott számú megfigyelő koordináta rendszert (*nCS*) hoz létre, melyek az origó körül egyenletesen elosztva adott szöggel, adott távolságban helyezkednek el. A megfigyelő koordináta rendszerekre is egy ciklust futtatunk. A megfigyelő koordináta rendszer definiálása után az első művelet az, hogy az

összes szken pontot transzformáljuk az eredeti koordináta rendszerből az adott megfigyelő koordináta rendszerbe. Ehhez homogén koordináta transzformációt alkalmazunk [9]. A programban definiáljuk a transzformációs mátrixokat, melyek segítségével a transzformációk elvégezhetők.

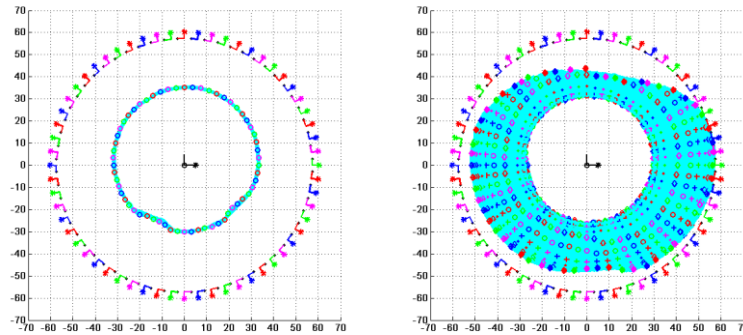
A szken pontok transzformálása a megfigyelő koordináta rendszerbe, majd a pontok koordinátáinak mátrixba rendezi a program. A transzformált szken pontok $P2$. Ezt követően először az y koordináta majd az x koordináta szerint és sorba rendezzük a pontokat és megkeressük a megfigyelő koordináta rendszerhez legközelebb levő pontot ($P2_{near}$), ez lesz a kiválasztott pont. A kiválasztás után a pontot visszatranszformáljuk az eredeti koordináta rendszerbe ($P2_{selected}$).

$$P2_{xyTrans} = CoordTrans2 * Points \quad (3)$$

$$P2 = vertcat(P2_{xyTrans}, P2_{zTrans}) \quad (4)$$

$$P2_{selected} = CoordTrans1 * P2_{near} \quad (5)$$

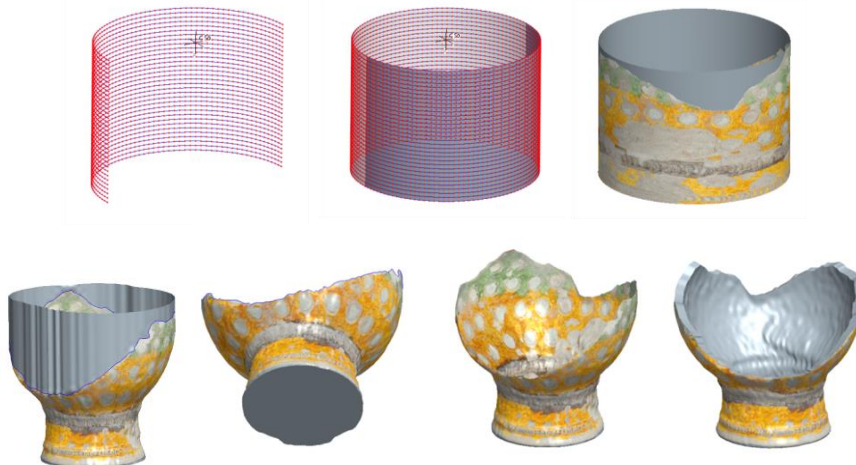
Ezután tovább lépünk a következő megfigyelő koordináta rendszerre. Miután az adott szinten az összes megfigyelő koordináta rendszerben megkerestük a pontokat (2.a ábra), tovább lépünk a következő z szintre, ahol ugyan csak elvégezzük az előzőekben definiált műveleteket. A 2. ábra b részén látható az összes kiválasztott pont.



2 ábra a) Az adott szinten kiválasztott pontok b) Az összes szinten kiválasztott pontok

A 3D-s testmodell létrehozása Creo 2.0-ben

Miután a MATLAB megírt program segítségével létrehoztuk a grideket és a módosított pontsorokat a módszer további részét, vagyis a 3D-s testmodell létrehozását a Creo 2.0 CAD rendszerben végezzük el. A programba egymás után beolvassuk először az egyik, majd a másik feltér generált szabályos pontsorait(grideit)(ábra a)). Ezután a gridekre B szplájn görbékét illesztünk. A Creo 2.0-ben a B-szplájn olyan szabad görbe, mely illeszkedik a pontsor összes pontjára. Ezt azért szükséges megtenni, mivel felületet csak görbékre lehet illeszteni. Ha a görbék adottak a felület elkészítése gyors és egyszerű. A módszer ezen részének befejezése után két felület rész áll rendelkezésünkre (3. ábra a)). A felület elkészítése után a felületre illesztjük a textúrát (3. ábra b)). A Creo 2.0-ben hengeres vetítést alkalmazunk, így a felületre torzítás nélkül vetítjük az elkészített textúrát, mely a módosítás során követni fogja a felület változását. A hengeres felület textúrázása során nagy hangsúlyt kell fektetni a pontos illesztésre. A textúra illesztése után kezdhetjük a felépített pontsorok koordinátáinak a módosítását, pontsorról pontsorra (3. ábra c)). Ezután azoknak a felület részeknek a kivágása következik, ahol már nem voltak szkenn adatok (3. ábra d)). Végül elkészítjük a testmodellt (3. ábra e)). Az így elkészült a testmodellhez anyagot rendelhetünk, így már tömeget mérhetünk és egyéb számításokat, szimulációkat is végezhetünk. A testmodell felhasználásával akár a hiányzó részek visszamodellézése is lehetséges. A 3. ábrán a Creo-ban végrehajtott műveletek láthatók egy esettanulmányon keresztül.



3. ábra a) A létrehozott henger felület b) a felület a textúrával c) a felület a módosítás után d) a felesleges részek kivágása e) a test modell

Fotó realiztikus megjelenítés a PTC Creo 2.0 PhotoLux moduljában

A korábban leírt eljárás során elkészült testmodell vizualizációját a műtermi környezettel azonos beállításokkal rendelkező renderelt képpel és videóval tesszük lehetővé. Célunk, az eredeti fényképpel megegyező, virtuális reprodukció. Ezt a teljes környezet és annak beállításainak *PTC Creo 2.0* render moduljában történő visszaállításával oldjuk meg. Ezt követően vizsgáljuk az eredeti modell és végeredményül kapott kép hasonlóságait és esetleges eltéréseit.

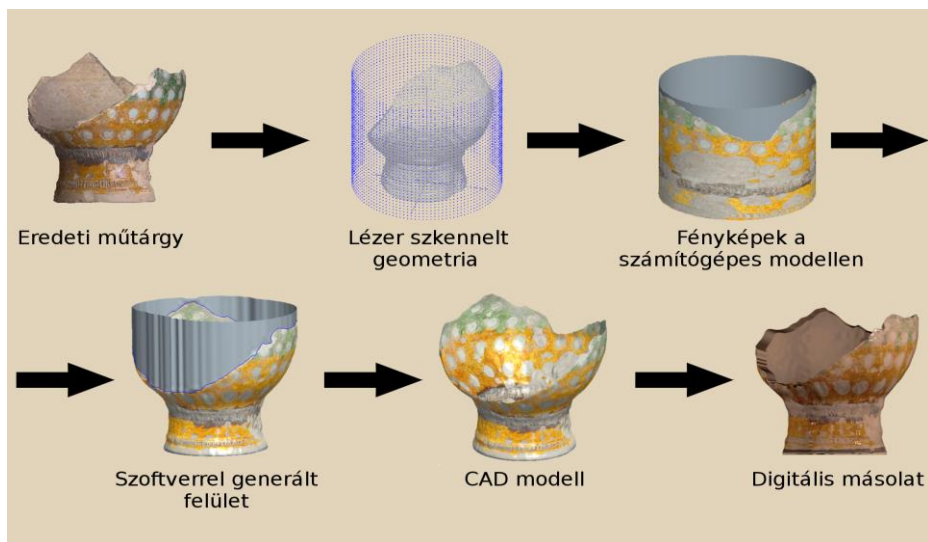
A folyamat során virtuálisan rekonstruáljuk a műtermet az eredeti világítással és beállításokkal együtt. Ezt követően a textúrával ellátott testmodellhez anyagot rendelünk, majd az eredeti fényképből kimásoljuk az eredeti anyag színét tartalmazó RGB színkódot és ezt is virtuálisan visszaállítjuk a modellen. Addig változtatjuk a modell vizualizációját befolyásoló effektusokat, ameddig a valósággal megközelítőleg azonos képet kapunk eredményül.

3. Összefoglalás

Mint ahogy azt a szakirodalom áttekintése során is láhattuk a felületek geometriai rekonstruálása és a valósághű megjelenítése egy olyan probléma melyeknek még nincs tökéletesen kidolgozott, egzakt módja, így az általunk kialakított eljárás lehetőséget ad e két probléma együttes, komplex kezelésére, mivel a módszer a tárgy rekonstruálását és vizuális megjelenítését együtt kezeli.

A véglegesen kidolgozott eljárással bármilyen tárgy virtuális rekonstruálása lehetséges lesz. Eddigi kutatásunkkal egy integrált módszer kialakításának első fázisát dolgoztuk ki, további céljaink között szerepel az eljárás általános, automatizált kidolgozása. A létrehozott módszer viszont már ilyen módon is számos helyen felhasználható. Az elkészült számítógépes testmodell alkalmas lesz számítások elvégzésére. Az eljárás számos új lehetőségre mutat rá a restaurátori munkálatok elvégzésében, egy virtuális testmodell segítségével hiányos műtárgyak pótlása lehetséges. Emellett a virtuális modell biztosítja a műtárgy reprodukciójának a valósághű bemutatását, ami akár korlátozott képességű felhasználók számára is lehetővé teszi az adott műtárgy megismerését. Egy további lehetséges felhasználási mód, az elkészült számítógépes modell alapján a leletet gyors prototípusgyártással való újra nyomtatása, így az bárki számára hozzáférhetővé válna. A módszer kiterjeszthető a gépészeti tervezés során való felhasználásra is.

A következő ábrán egy esztanulmányon keresztül, egy folyamat ábra segítségével mutatjuk be a teljes rekonstrukciós folyamatot (4. ábra)



4. ábra A rekonstrukció folyamata

Az eljárás létjogosultságát az alkalmazási lehetőségei igazolják. Összességében megállapítható, hogy a létrehozott eljárás komplexen együtt kezeli a testmodell létrehozását és a vizualizációt is.

Irodalomjegyzék

- [1] **Montegranario, H., Espinosa, J. , C.-A. (2007): A regularization approach for surface reconstruction from point clouds**, Applied Mathematics and Computation 188 (2007), ELSEVIER, pp.: 583–595, ISSN: 0096-3003
- [2] **Liu, S.; Wang, C. C. L. (2010): Orienting unorganized points for surface reconstruction**, Computers & Graphics 34 (2010), ELSEVIER, pp.:209–218, ISSN: 0097-8493
- [3] **Chang, C.M.; Leymarie, L.L.; Kimia, B. B.. (2009): Surface reconstruction from point clouds by transforming the medial scaffold**, Computer Vision and Image Understanding 113 (2009), ELSEVIER, pp.: 1130–1146, ISSN:1077-3142
- [4] **Alberts, C. A. (2004): Surface reconstruction from scan paths**, Future Generation Computer Systems 20 (2004), ELSEVIER, pp.: 1285–1298, ISSN: 0167-739X [2]
- [5] **Dékán, I. (2008): Digitális fényképezés alapoktól a szakmai ismeretekig**, Zagora 2000 Kiadó, ISBN:9789630633192
- [6] **Shawn Becker , V. Michael Bove , Jr.: Semiautomatic 3-D model extraction from uncalibrated 2-D camera views**SPIE Symposium on Electronic Imaging konferencia, San Jose, California, USA, 1995. február, pp.:447-461
- [7] **Schindler, K.; Kager, H.: Concept of a system for the computer-aided reconstruction of antique monuments**International CIPA Symposium konferencia, Olinda, Brazília, 1999. október 3-6.
- [8] **S. Sotoodeh, A. Gruen, T. Hanusch: Integration of structured light and digital camera image data for the 3d reconstruction of an ancient globe**ISPRS Congress Beijing 2008 konferencia, Peking, Kína, 2008. július 3-11., pp.: 367-372
- [9] **Petrich, G.;Lőrincz P. (1981): Ábrázoló geometria** Nemzeti Tankönyvkiadó Zrt., Budapest, ISBN: 9789631949759