

Alacsony frekvenciás fűrészfog prekursor vizsgálata az ASDEX Upgrade tokamakon

Lazányi Nóra¹, Horváth László¹, Magyarkuti András¹, Papp Gergely¹, Pokol Gergő¹,
Pór Gábor¹, Valentin Igochine², Marc Maraschek², ASDEX Upgrade Team²

¹BME Nukleáris Technikai Intézet, EURATOM Association

1521 Budapest, Pf. 91.

²Max-Planck-Institut für Plasmaphysik, EURATOM Association

D-85748 Garching, Németország

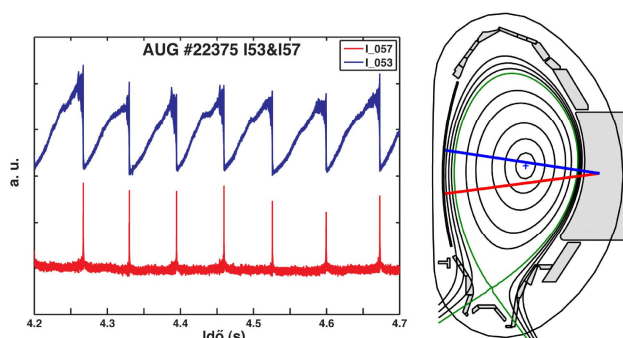
A tokamak plazmákban lejátszódó fűrészfog instabilitást több mint 30 évvel ezelőtti felfedezése óta sem sikerült maradéktalanul megérteni. Munkánk során a fűrészfog-összeomlás prekursor szakaszában feltűnő módusok közti kapcsolatokat vizsgáltuk, amelyek kiemelt szerepet játszanak a jelenség egyik lehetséges leírását adó, úgynevezett sztochasztikus modellben. A cikk az elmúlt években az ASDEX Upgrade tokamakon felfedezett, közvetlenül az összeomlás előtt megerősödő módusra koncentrál. A módus térbeli szerkezetének meghatározásán túl vizsgáltuk más módusokkal való nemlineáris kölcsönhatását, és tárgyaltuk a fűrészfog-összeomlásban betöltött lehetséges szerepét.

Tokamakok és a fűrészfog oszcilláció

A tokamak típusú fúziós plazmafizikai berendezésekben a fűrészfog-oszcillációt már több mint 30 évvel ezelőtt felfedezték [1], azonban a folyamat teljes elméleti leírása máig nem valósult meg, a fűrészfog-összeomlások vizsgálata jelenleg is a plazmafizika fontos feladata [2]. Munkánk során a legnagyobb németországi tokamak, az ASDEX Upgrade (AUG) adatait használtuk fel [3].

A fűrészfog-összeomlás a plazma közepének instabilitása, amelynek során a központi plazmarégióból periodikusan anyag és energia áramlik ki. Ez a plazma belső részéből származó lágy röntgen (SXR: soft X-ray) jelekben (amelynek intenzitása arányos a plazma sűrűségének négyzetével és a plazma elektronhőmérsékletével [4]) fűrészfogszerű mintát mutat: a jelek intenzitása csaknem periodikusan megnő, majd egész hirtelen leesik (összeomlik). A külsőbb tartományokban a folyamat ellentettje látható, azaz a mért jelek hirtelen megnőnek, majd relaxálódnak. A plazma közepén és egy külsőbb régióban áthaladó SXR látóvonalat és az általuk mért jeleket szemlélteti az 1. ábra. A fűrészfog összeomlásokról magyar nyelven egy bevezető cikk már megjelent a Nukleon folyóiratban [5], így magát a jelenséget ebben a cikkben nem írjuk le részletesen. Az oszcilláció következményei pozitív és negatív hatásokat egyaránt kifejtenek a plazmaösszetartásra, emiatt nem az oszcilláció megszüntetésére, hanem szabályozására lenne szükség [2]. A fűrészfog-összeomlás előnye, hogy a D-T fúziós reakcióban keletkező, termalizálódott alfa-részecskéket eltávolítja a plazma közepéről, hátránya viszont, hogy a profilok változása miatt a fúziós teljesítmény ingadozik, veszélyes lehet az alfa-fűtésre, továbbá másodlagos instabilitásokat kelthet, amelyek komoly hatással lehetnek a plazma összetartására. A fűrészfog-

oszcilláció szabályozásához azonban elengedhetetlen a jelenség pontos megértése.



1. ábra: A plazma közepén és egy külsőbb plazmarégióban áthaladó SXR látóvonalak által mért jelek, és a látóvonalak pozíciója az ASDEX Upgrade tokamak egy poloidális metszetében, a mágneses felületeket is feltüntetve.

A jól ismert, plazma közepén fellépő belső hurok módus mellett [6] a fűrészfog-összeomlások prekursor szakaszában az ASDEX Upgrade tokamakon megfigyeltek egy alacsonyfrekvenciás prekursor módust (LFSP: low frequency sawtooth precursor) [5, 7]. Hasonló prekursorokat figyeltek meg a HT-7 [8] és JET [9] tokamakokon is. Jelen cikk az LFSP módus jellemzésével, és az összeomlás során betöltött szerepével foglalkozik.

A fűrészfog-összeomlások elméleti leírására sok modell született, amelyek egyike a sztochasztikus modell [10]. A sztochasztikus modell szerint a különböző mágneses erővonalak csavarodást mutató - q biztonsági tényezővel jellemzett -, egymásba ágyazott mágneses felületekből álló szabályos mágneses térszerkezete lokálisan felborul. Ekkor úgynevezett ergodikus zónák jönnek létre, amelyekben a

radiális irányú transzport felgyorsul. Ergodikus zóna kialakulásához vezethet például, ha a fűrészfog-összeomlások előtt megfigyelt, különböző térszerkezetű módusok térben átlapolnak. A plazmahullámok sajátmódusait toroidális geometriában az (1) képlet írja le.

$$\xi(r, \theta^*, \phi, t) = \xi(r, \theta^*) \exp[i(m\theta^* - n\phi - \omega t)], \quad (1)$$

ahol ξ az elmozdulásvektor, $\xi(r, \theta^*)$ a hullámamplitúdó, mely csak az r sugár függvényében válthat előjelet, ω a hullám frekvenciája, (r, θ^*, ϕ) a tórusz ún. egyenes-B koordinátái (θ^* és ϕ szögváltozók), m és n pedig a poloidális és toroidális módusszám.

Az LFSP térbeli struktúrája

Az általunk vizsgált alacsonyfrekvenciás prekursor módus pontosabb megismerésének kulcsfontosságú része a térbeli szerkezetének meghatározása, melyet a poloidális és toroidális módusszámmal, továbbá radiális irányban a $\xi(r, \theta^*)$ hullámamplitúdóval jellemzünk. A korábban említett első hurokmódus térszerkezete $(n, m) = (1, 1)$.

A térbeli szerkezet mérésére általában mágneses szondák jelét szokás felhasználni, viszont ezek nem érzékelik kellő erősséggel a plazmaközepe módusokat, ezért a plazma középső részén átmenő SXR diagnosztikák jelével dolgoztunk. Az ASDEX Upgrade tokamakon 8 SXR kamera található – összesen 208 látóvonallal –, melyek közül 7 azonos szektorban helyezkedik el.

A plazma módusainak kimutatására vizsgálatunk során az SXR jelekből a (2) képlettel definiált wavelet koherenciát számítottuk ki, így a módus koherens részének idő-frekvencia fejlődését is ki tudtuk mutatni:

$$COH_{x,y}(t, \omega) = \frac{\langle |Tx(t, \omega)T^*y(t, \omega)| \rangle}{\sqrt{\langle |Tx(t, \omega)|^2 \rangle \langle |Ty(t, \omega)|^2 \rangle}}, \quad (2)$$

ahol $Tx(t, \omega)$ és $Ty(t, \omega)$ az x és y jelek folytonos wavelet transzformáltjai [11] a (t, ω) idő-frekvencia pontban, $\langle \cdot \rangle$ az átlagképzést, T^* pedig a T transzformált komplex konjugáltját jelöli. Az átlagképzés egy simító affin-invariáns kernellel történik [12].

A megfelelő jelpárok között wavelet minimum koherenciát számítottunk, azaz minden idő-frekvencia pontban kiszámítottuk a wavelet koherenciát, és a számított értékek közül a legkisebbet vettük. Ezzel a módszerrel nagy hatékonysággal kimutathatók a globálisan koherens struktúrák [13].

A módusszámok meghatározásához a vizsgálataink során a folytonos wavelet transzformáltak (3) fázisát használtuk fel.

$$\vartheta_{x,y}(t, \omega) = \arg\{Tx(t, \omega)T^*y(t, \omega)\}. \quad (3)$$

Az idő-frekvencia sík minden pontjához meghatározhatjuk a $\vartheta_{x,y}(t, \omega)$ relatív fázist. Ideális, szinuszos szerkezetű

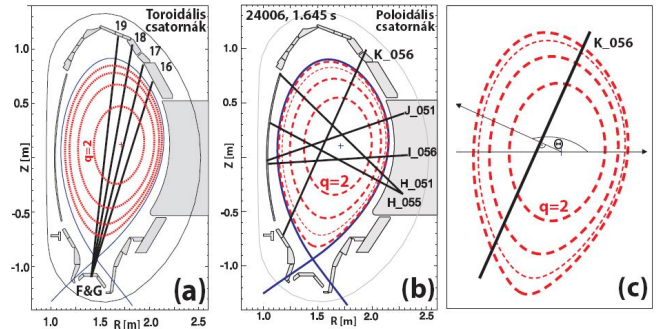
módus esetén a $\vartheta_{x,y}(t, \omega)$ értékek és a $\phi_{x,y}$ relatív szondapozíciók között lineáris kapcsolat van. A relatív fázisokra a szondapozíciók függvényében egyenest illesztve kapjuk meg a módusszámot ($l = \{m, n\}$):

$$l(t, \omega) = \vartheta_{x,y} / \phi_{x,y}.$$

Valós jelek módusszám-meghatározása természetesen bonyolultabb [12]. Globálisan koherens módus esetén a módusszám egész értékű, ezért az általunk kidolgozott eljárás egy idő-frekvencia pontban azt a módusszámot fogadja el, amelyre a lineáris fázismentől vett $Q_n(t, \omega)$ négyzetes eltérés minimális:

$$Q_n(t, \omega) = \sum_{x,y} \left\| \Theta_{x,y}(t, \omega) - l\Phi_{x,y} \right\|_{2\pi}^2, \quad (3)$$

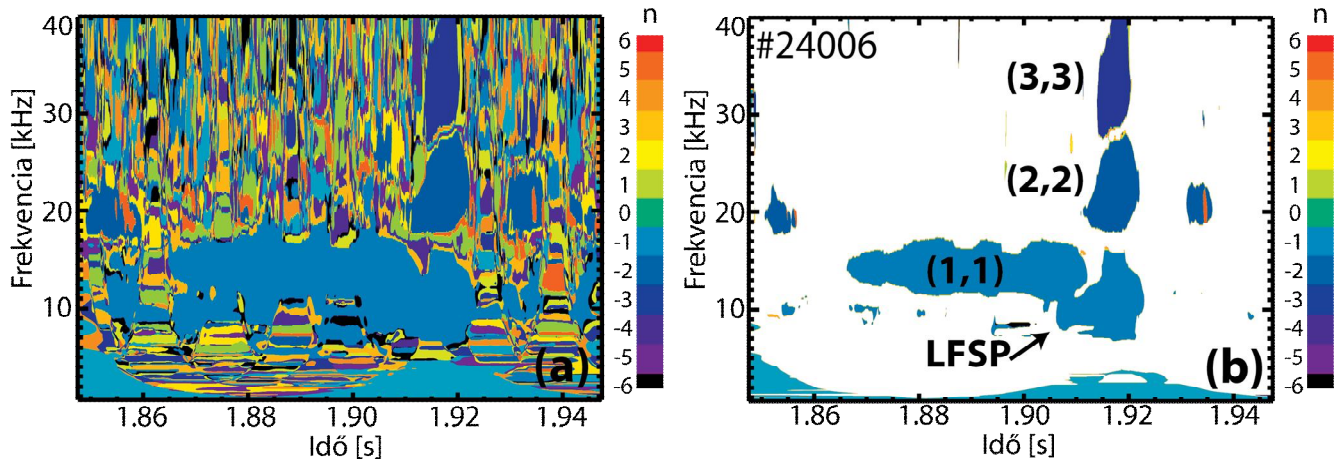
ahol a $\left\| \cdot \right\|_{2\pi}$ norma azt jelöli, hogy a szabályos $l\Phi_{x,y}$ módus által meghatározott egyenesnek a $\Theta_{x,y}(t, \omega)$ értéktől vett ideális $\pm z2\pi$ (ahol z egész szám) eltolás melletti legkisebb távolságát kell venni [13].



2. ábra: A módusszám-meghatározáshoz használt SXR csatornák. ((a) toroidális és (b) poloidális módusszám-meghatározáshoz). (c) Az egyes poloidális csatornákhöz tartozó geometriai szög hozzárendelése. [7]

Toroidális módusszám meghatározásához különböző szektorokban elhelyezett kamerák szükségesek, amelyeknél a látóvonalak poloidális vetülete megegyezik. Ennek a feltételnek az ASDEX Upgrade-en az F és G SXR kamera felel meg, amelyek toroidálisan 135° -ra helyezkednek el egymástól, és poloidális metszetük megegyezik [4]. A módusszámot az összetartozó látóvonal-párok között számított koherenciaértékekből határoztuk meg. A #24006-os kisülésben 4 plazmaközépen áthaladó látóvonal-pár állt rendelkezésünkre (2.(a) ábra). A 3. ábrán láthatók a kisülés egy fűrészfog-összeomlására számított módusszámok. A 3.(a) ábrán jól megfigyelhető az (1,1) módus és felharmonikusai kettő- illetve háromszoros frekvencián. A 3.(b) ábra a 3.(a) ábra kétféle paraméter szerint szűrt változata: csak az 50 % feletti wavelet minimum koherenciájú, és legkisebb Q-paraméterű pontokban ábrázoltuk a módusszámokat. Ezzel a módszerrel elérhetjük, hogy csak a globálisan koherens módusokat jelenítsük meg.

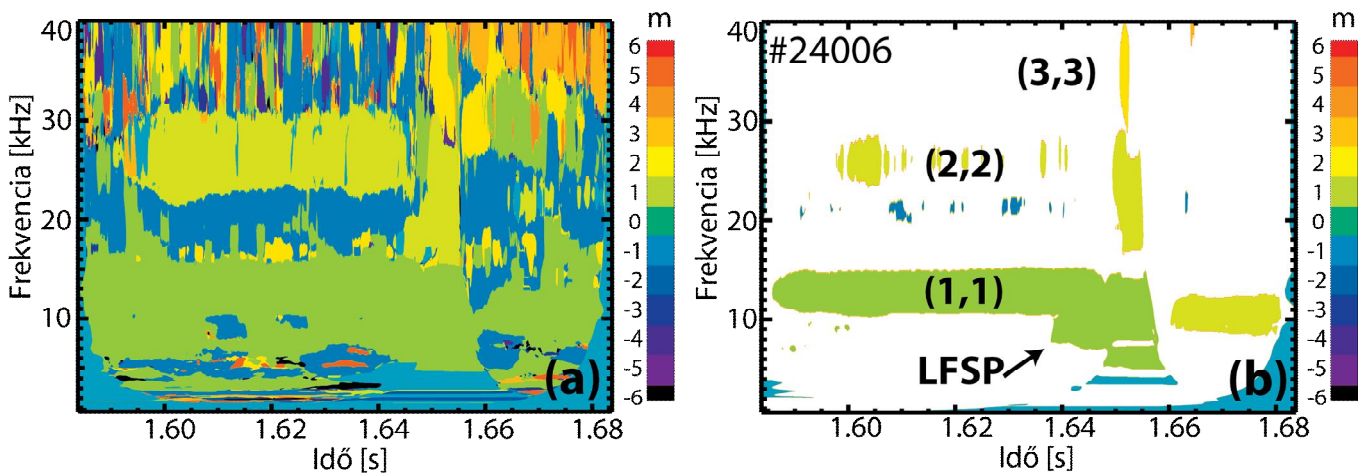
A 3. ábrán jól látható, hogy az (1,1) módus és felharmonikusainak a módusszáma a várakozásoknak megfelel, továbbá az is, hogy az (1,1) módus és az LFSP toroidális módusszáma megegyezik.



3. ábra: (a) A prekursor módusok toroidális módusszámai a #24006-os kisülésben, lágy röntgen jelekből számolva. (b) Koherencia és Q szűrt módusszámok. Az (1,1) módus és felharmonikusai jól láthatóak. Az LFSP toroidális módusszáma $n = 1$, azaz megegyezik az (1,1) módusával. (A színskálán a negatív előjel az ion diamágneses drift irányába történő haladást jelöli, a pozitív pedig az elektron diamágneses drift irányt). [7]

Poloidális módusszám-meghatározáshoz olyan kamerákra volt szükségünk, amelyek azonos szektorban (azonos toroidális pozícióban) helyezkednek el, illetve olyan látóvonalakra, amelyek érintik azt a mágneses felületet, amelyen a vizsgált módus elhelyezkedik, az LFSP esetében a $q=1$ felületet. A megfelelő látóvonalak kiválasztása úgy történt, hogy megnéztük, melyik az a két szélső csatorna, amelynek a spektrogramján még látható a vizsgált módus. Ezekhez a csatornákhöz meg kellett határozni a hozzájuk tartozó szögkoordinátákat.

Kör alakú $q=1$ -es fluxusfelület, és az ezt érintő látóvonalak feltételezése mellett minden látóvonalhoz rendelhetünk egy Θ geometriai szög értéket, és ezekből számíthatjuk ki a relatív szondapozíciót (2.(c) ábra). A mágneses tér változásai miatt azonban a módusok szerkezete deformálódik, amit a mágneses Θ^* koordinátákkal [14] tudunk figyelembe venni. A poloidális módusszámok vizsgálatakor a továbbiakban a toroidális módusszám-meghatározáshoz hasonlóan jártunk el, a 3. ábrával megegyező időszakaszra számított poloidális módusszámok láthatók a 4. ábrán. Jól látszik, hogy az LFSP és az (1,1) módus poloidális módusszáma is megegyezik.



4. ábra: (a) A prekursor módusok poloidális módusszámai a #24006-os kisülésben, lágy röntgen jelekből számolva. (b) Koherencia és Q szűrt módusszámok. Az (1,1) módus és felharmonikusai itt is jól láthatóak. Az LFSP poloidális módusszáma $m = 1$, azaz megegyezik az (1,1) módusával. (Ebben az esetben a pozitív előjelű módusszámok tartoznak az ion diamágneses drift irányhoz.) [7]

A módusok radiális térszerkezetét direkt módon nem tudtuk meghatározni, csak a növekedési ráta alapján lehet következtetéseket levonni. A belső hurok módus és az LFSP azonos poloidális és toroidális módusszáma, de eltérő frekvenciája arra utal, hogy két különböző típusú módról lehet szó. A becsült növekedési ráta alapján az (1,1) belső hurok módus valószínűleg ideális MHD módus, míg az LFSP rezisztív módus is lehet [7].

Az LFSP és a fő prekursor kölcsönhatása

Az LFSP és a belső hurok módus kölcsönhatása fontos szerepet játszhat a fűrészfog-összeomlás folyamatának megértésében, bár a módus eredete még nem ismert. A kölcsönhatás vizsgálatát kétféle eljárással, sávteljesítmény-korreláció és bikoherencia számításával végeztük el.

Sávteljesítmény-korrelációs analízis

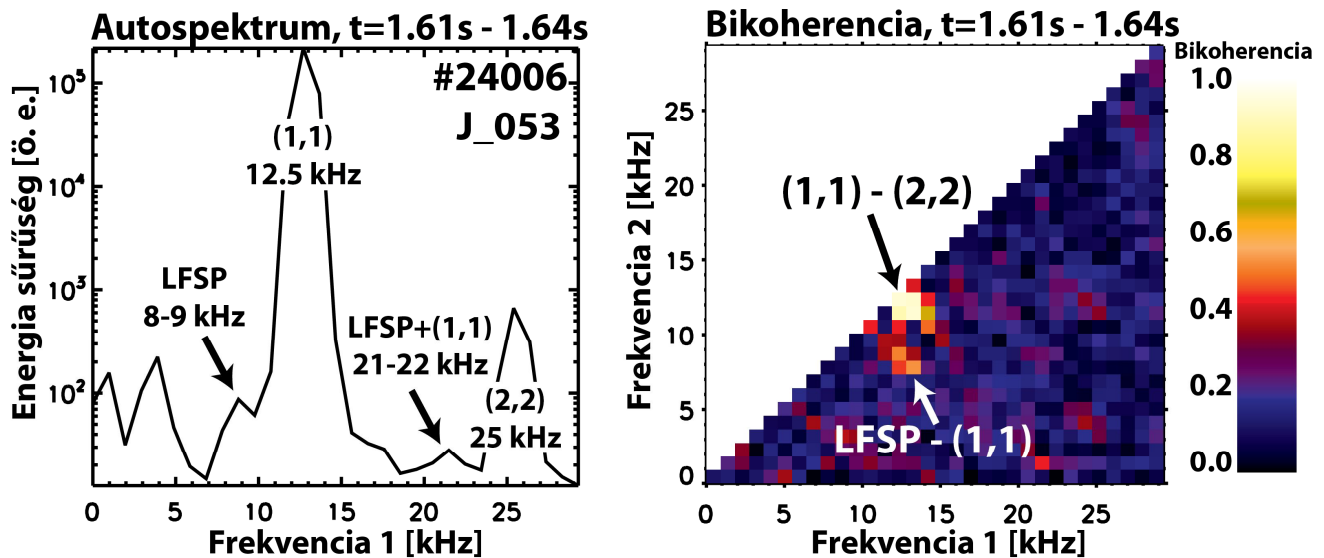
A BME Nukleáris Technikai Intézetben a megfigyelt módusok közti kapcsolatot először sávteljesítmény-korrelációs analízissel kerestük [4]. A korábbi vizsgálat során még kevesebb mérési adat állt rendelkezésünkre, ezért újra elvégeztük a számításokat, újabb kisülések adatainak felhasználásával. A hasonló tulajdonságokkal rendelkező összeomlások korrelációs függvényeinek átlagából kapott eredmények megerősítették a korábbi eredményeket.

Az LFSP és a hurok módus között $C = (55,5 \pm 5) \%$ sávteljesítmény-korrelációt kaptunk, jellemzően negatív időeltolás mellett, ami azt jelenti, hogy az LFSP késik az (1,1) módushoz képest. A korrelációs függvények jellegzetesen aszimmetrikusak voltak, míg az (1,1) módus és első felharmonikusa, a (2,2) módus között számított korrelációs függvény szimmetrikus volt. Az (1,1) és (2,2) módusok közötti korreláció $C = (90 \pm 5) \%$ lett $\tau = 0$ ms időeltolás mellett.

Bikoherencia

A bikoherencia módszerrel egy jelben található nemlineáris, kvadratikus kölcsönhatásokat vizsgálhatunk [15]. Egy időtérbeli jel auto-bikoherenciája egy kétváltozós függvény, amely f_1 és f_2 frekvenciaváltozói függvényében megadja, hogy az f_1 és f_2 frekvencián megjelenő hullámok között milyen erős a fáziscsatolás. A függvény értékei 0 és 1 közé esnek. Abban az esetben, ha a folyamat fáziscsatolt, 1-hez közeli értéket vesz fel, ha nincs csatolás a hullámok között, akkor 0-hoz tart. Egy f frekvenciájú hullám és felharmonikusa közti kapcsolatot az (f, f) pontban kapott bikoherencia mutatja.

Az 5. ábrán a 24006-os kisülésben 1,6537 másodperckor bekövetkező fűrészfog összeomlás prekursor szakaszára számított autospektrum, illetve bikoherencia látható. Az időablakot 1,61 s és 1,64 s közé állítottuk, mely még az LFSP energiájának jelentős növekedése előtt van. Az ábrán az LFSP alacsony amplitúdójának ellenére jól látható az (1,1) belső hurok módus és az LFSP között számított szignifikáns 0,6 körüli bikoherencia, mely jól egyezik a sávteljesítmény-korrelációs analízis eredményeivel. Továbbá látszik az (1,1) hurok módus és felharmonikusa, a (2,2) módus közti kölcsönhatás.



5. ábra: Autospektrum és bikoherencia a #24006-os kisülés azonos fűrészfog-összeomlására számolva, ($t = 1,61 \text{ s} - 1,64 \text{ s}$) [7].

Diszkusszió

Munkánk során a tokamakokban előforduló fűrészfog-összeomláshoz kapcsolódó módusokat vizsgáltuk meg az ASDEX Upgrade tokamak lágy röntgen jeleit felhasználva. Ennek kapcsán először meghatároztuk az alacsonyfrekvenciás fűrészfog prekursor módus (LFSP) toroidális és poloidális módusszámát, melyet az (1,1) belső hurok módus térszerkezetével azonosnak találtunk. A radiális térszerkezet alapján az (1,1) belső hurok módus valószínűleg ideális MHD módus, míg az LFSP feltételezhetően rezisztív módus. Az ideális módus nem képes megváltoztatni a mágneses térszerkezetet, a rezisztív módus viszont képes erre, azaz létrehozhat ergodikus zónát. A [6,16] cikkekben igazolták, hogy a felharmonikusok jelenléte is hozzájárul az ergodikus zónák kialakulásához.

Hasonlóan, egy alacsonyabb frekvenciájú LFSP módus széles sztochasztikus tartományt hozhat létre a $q = 1$ felület közelében, különösen az X-pontnál [17]. Ez egyezik a mérésekkel, azaz a $q = 1$ felület helye nem változik, q értéke mágneses tengelyen 1 alatt marad, és az (1,1) módus túléli az összeomlást [18].

Az ergodikus zóna kialakulása a nyomás profil lokális kiegyenlítődéhez vezethet, ami miatt a környező tartományban a nyomásgradiensek megnövekednek. A nyomásgradiens által keltett instabilitások pedig összeomlást okozhatnak a plazma közepén [19].

Akár ezen közvetett módon, akár közvetlenül az ergodikus zónák kialakításával az LFSP lényeges szerepet játszhat a modern fűrészfog-összeomlás-modellekben.

Irodalomjegyzék

- [1] von Goeler et al. *Physical Review Letters* **33**:1201, 1974.
- [2] I.T. Chapman et al. *Plasma Physics and Controlled Fusion* **53**(1):013001, 2011.
- [3] A. Kallenbach et al., *IEEE/NPSS 24th Symposium on Fusion Engineering*, 2011.
- [4] V. Igochine et al. *Report No IPP 1/338*, 2010.
- [5] Papp Gergely et al. *Nukleon* **41**, 2009.
- [6] V. Igochine et al. *Nuclear Fusion*, **47**(1):23, 2007.
- [7] G. Papp, et al. *Plasma Physics and Controlled Fusion* **53**(17):065007, 2011.
- [8] Y. Sun et al. *Plasma Physics and Controlled Fusion* **51**(6):065001, 2009.
- [9] R.J. Buttery et al. *Nuclear Fusion*, **43**(2):69, 2003.
- [10] A.J. Lichtenberg et al. *Nuclear Fusion* **24**:1277, 1984.
- [11] Stephane Mallat. *A wavelet tour of signal processing*. Academic Press, second edition, 2001.
- [12] Pokol Gergő: *Fúziós berendezésekben fellépő tranziens hullámjelenségek tanulmányozása statisztikus eljárásokkal és elméleti modellekkel*. PhD értekezés, BME (2009)
- [13] G. Pokol et al. In *Europhysics Conference Abstracts*, vol. **34A**, P5.129, 2010.
- [14] Schittenhelm et al. *Nuclear Fusion* **37**(9):1255, 1997.
- [15] Young C. Kim et al. *Plasma Science, IEEE Transactionson*, **7**(2):120–131, 1979.
- [16] O. Dumbrajs et al. *Nuclear Fusion*, **48**(2):024011, 2008.
- [17] G. Papp: *The role of magnetic perturbations in runaway electron and sawtooth dynamics*. Licentiate thesis, Chalmers University of Technology, Sweden, 2011.
- [18] V. Igochine et al. *Physics of Plasmas*, **17**(12):122506, 2010.
- [19] I.T. Chapman et al. *Physical Review Letters* **105**:255002, 2010.