

# MATEMATIKA ÉS INFORMATIKA DIDAKTIKAI KUTATÁSOK 2015

## RESEARCHES IN DIDACTICS OF MATHEMATICS AND COMPUTER SCIENCES 2015

UNIVERSITY OF NOVI SAD, FACULTY OF SCIENCES,  
DEPARTMENT OF MATHEMATICS AND INFORMATICS

2015. JANUÁR 23-25.

RENDEZŐ INTÉZMÉNYEK

UNIVERZITET U NOVOM SADU, PRIRODNO-MATEMATIČKI FAKULTET, DEPARTMAN ZA MATEMATIKU  
I INFORMATIKU

UNIVERSITY OF NOVI SAD, FACULTY OF SCIENCES, DEPARTMENT OF MATHEMATICS AND  
INFORMATICS

DEBRECENI EGYETEM, MATEMATIKA- ÉS SZÁMÍTÁSTUDOMÁNYOK DOKTORI ISKOLA  
UNIVERSITY OF DEBRECEN, PHD SCHOOL OF MATHEMATICS AND COMPUTER SCIENCES



Megépítik a testek tükörképét, hajtogatással, nyírással, rajzolással előállítják egyszerű síkidomok tükörképét, illetve tengelyesen tükrös alakzatokat alkotnak. A tevékenységnek felső tagozaton is kiemelt szerep jut a tengelyes tükrözés tanításában. A tengelyes tükörkép előállítása többféleképpen történik: mozgatással, átlátszó papír segítségével, négyzethálós papíron rajzolással, illetve szerkesztéssel.

### **The Role of Activity in Teaching Axial Reflection and Symmetry**

The basis of learning geometric transformations, thus axial reflection as well is inductive cognition based on gaining empirical knowledge. Starting out from the concrete and gathering experience from various activities, such as folding, clipping, drawing, and the use of mirror will finally lead to the formulation of general relationships. In the junior classes pupils observe the reflected image of different geometric figures in space and plane by using plane mirror by gaining experience in a playful way. They construct reflections of geometric solids and they produce the reflections of simple plane figures and axial reflections by means of folding, clipping and drawing. Activities have an equally important role in teaching axial reflection in junior high school as well. Producing axially reflected shapes is possible in several ways: by means of moving, using transparent paper and drawing on grid and by construction.

**18:10-18:35**

**Csányi Petra-Fábián Kata-Szabó Zsanett**

ELTE, TTK, Budapest, Hungary

[csnyipetra@gmail.com](mailto:csnyipetra@gmail.com), [szaboo.zsanett@gmail.com](mailto:szaboo.zsanett@gmail.com), [fabkata93@gmail.com](mailto:fabkata93@gmail.com)

### **Tényleg értjük a számelméletet?**

Van Hiele 1957-ben a PhD-jában megállapította, hogy a matematika minden ágának megvan a gondolkodási modellje és adott egy példát a geometriai modellre. Mi az előadásban példákon keresztül kísérletet teszünk egy hasonló modell felállítására az aritmetika és az algebra területén. A szinteket kanadai és magyar esettanulmányok példáin keresztül mutatjuk be.

### **Do we really understand fundamental theorem of arithmetics?**

In 1957 Pierre van Hiele claimed wide application for the Van Hiele levels in understanding, both for more disciplines and for different subjects in mathematics. In the same work he presented a model for geometry. In our talk we sketch the idea of such a model for arithmetics and algebra. We introduce these levels via Canadian and Hungarian case studies on the understanding of the fundamental theorem of arithmetics.

### **Section 2 (in English)**

Place: A5, DMI

Chair: Aleksandar Takači

**17:20-17:45**

**Kristóf Fenyvesi**

University of Jyväskylä, Department of Art and Culture Studies, Finland

[fenyvesi.kristof@gmail.com](mailto:fenyvesi.kristof@gmail.com)

### **Maths, Arts and Games for Digital Natives: Paradox Structures, Impossible Forms and Visual Illusions in Experience-Centered Mathematics Education**

As attitude-researches point out, students tend to sustain an aversion to mathematics, while remaining largely ignorant of how deeply embedded it is in the world around them. Most students however are able to recognize patterns and numerous research and empirical evidence indicates that they become easily motivated (and even fascinated) when mathematical connections are presented in ways which relate to their experiences by triggering their natural curiosities. PISA and TIMSS results and recommendations are that students should find education enjoyable, develop self-belief

használjanak. A függvényfogalom kialakítási folyamatának elemzése után egy matematikai felmérés keretében a van Hiele szintekre építve vizsgáltam az ukrán és magyar közoktatásban tanuló 6.osztályos diákok (12-13 évesek) szabálykövető és szabályfelismerő képességeit. Előadásomban bemutatom az elvégzett vizsgálatok eredményeit.

#### **The investigation of students' skills in the process of function concept creation**

Function is the basic concept of Mathematics, more particularly, the Mathematical Analysis. With the appropriate development of function approach it becomes possible for the students to use function models to describe mathematical and non-mathematical problems. After the analysis of the function concept development process, as a part of a mathematical research, build on the van Hiele levels I investigated the rule-following and rule recognition skills of 6th form students (12-13 years) participating in the Ukrainian and Hungarian secondary education. I describe the results of the study in my lecture.

**10:55-11:20**

**Ivancsó Veronika**

Jedlik Anyos Gimnázium, Budapest, Hungary

[ivancsoveronika@gmail.com](mailto:ivancsoveronika@gmail.com)

#### **A tehetség és a kompetencia közti kapcsolat**

2013 szeptembere óta tanítok a Jedlik Ányos Gimnáziumban, emellett a Debreceni Egyetem Matematika- és Számítástudományok Doktori Iskola Didaktika alprogramjának másodéves, levelezős hallgatója vagyok. Kutatási témám „A matematikai tehetség ismérvei, fejlesztésének lehetőségei az iskolai matematikaoktatásban”. Az általam tanított 11. d osztály informatika tagozatának Kombinatorika, gráfok tematikus egységből írt témazáró dolgozatát vizsgáltam meg. Kiválasztottam két dolgozatpéldát, melyeket a tehetség és a kompetencia szempontjából elemeztem. Megnéztem, a tehetséges diákok mely kompetenciákkal rendelkeznek, milyen kompetenciákat szükséges fejlesztenem a matematikatanítás során. Összefoglaltam mit tapasztaltam még a diákok megoldásai révén a két kiragadott feladaton keresztül, ezek után hogyan tudok az egyes tehetséges diákokkal foglalkozni és mi a teendőm a kevésbé tehetséges diákokkal.

#### **The relationship of talent and competency**

I am a teacher in the Jedlik Ányos Secondary Grammar School since the September of 2013. I'm a second-year student in the Doctoral School of Mathematics and Computational Sciences of the University of Debrecen, in the Didactics-methodology program in correspondence course. My thesis title is "The criteria of mathematical talent and possibilities of its development in the secondary school". I analyzed two questions from a Combinatorics, Graph theory test, written by one of my classes, the information technology class of 11.D, in the light of competency and talent. I specified the competencies of the talented students, which I must develop during my job. Then I summarized my experience about the solutions provided by my students to the two questions, possible ways to deal with the more talented students, and ideas about the work with the less talented.

#### **2.szekció (in Hungarian)**

Helye: A5, DMI

Levezető elnök: Kocsis Imre

**10:05-10:30**

**Csányi Petra-Fábián Kata-Szabó Zsanett**

ELTE TTK, Budapest, Hungary

[csnyipetra@gmail.com](mailto:csnyipetra@gmail.com), [szaboo.zsanett@gmail.com](mailto:szaboo.zsanett@gmail.com), [fabkata93@gmail.com](mailto:fabkata93@gmail.com)

### Számelmélet tegnap és holnap

Kutatásunk egy előző dolgozat (Csányi, Pozsonyi, Szabó – A számelmélet tanításának hatékonysága általános- és középiskolában) munkálatainak folytatása. Célunk annak felmérése volt, hogy mit takar valójában a diákok által bevallott tudás illetve nemtudás, emellett pedig egy olyan módszer kidolgozása, mellyel hasznosítható tudást szerezhetnek a diákok a számelmélet témakörben. Dolgozatokat állítottunk össze, amelyeket az ország különböző pontjain különböző erősségű iskolák tanulói írtak meg. A dolgozatok eredményeiből statisztikát készítettünk, kigyűjtöttük a tipushibákat és a megoldási módszereket. Vizsgálni kezdtük, hogy mire jó a számelmélet, és ezek alapján olyan feladatokat készítettünk, amelyek a spirális elvét alkalmazva hozzájárulnak a tartós tudás kialakulásához.

### Number theory: past and future

In our talk we present a cross country survey about the lexical knowledge of Hungarian pupils of grade 7-12 in number theory. The picture we obtained showed an urgent need to reconsider the teaching in number theory in high school. In our talk we suggest two easy ways to resolve the situation.

10:30-10:55

Körtési Péter

Miskolci Egyetem, Miskolc, Hungary

[pkortesi@gmail.com](mailto:pkortesi@gmail.com)

### Az egész számok egy oszthatósági tulajdonságáról

Egyszerű oszthatósági feladat továbbgondolásával és az akkor újdonságnak számító zsebszámológép alkalmazásával egykori marosvásárhelyi diákom, Nemes Attila következetesen újabb és újabb oszthatósági tulajdonságokkal rukkolt elő, amelyeket rendre a tananyagban is megtalálható módszerekkel, matematikai indukció, Bézout tétel, stb. rendre be tudtunk bizonyítani. A közös munkánk eredménye egy rövid cikk lett [Körtési P. Nemes A. Az egész számok egy tulajdonsága, Matematikai Lapok, Kolozsvár, 1986/8. pp. 283-287.], amiben az  $(n+1)p-np$  alakú kifejezés osztóit vizsgáltuk. Sok évvel később, egy másik diákkal, Forgács Attilával a cikk alapján bemutattuk az eredményeket a miskolci Matematikai önképzőkör akkori diákjainak. Most már számítógépalgebrai rendszerekkel, jelesül a Maple-el dolgoztunk, és a rendszer, meg a számítógép kapacitását kihasználva, egyre nagyobb számokra teszteltük az elméleti úton felírt tulajdonságokat, ismét találtunk egy meglepő általánosítást. Végül a napokban, miközben erről a történetről készültem beszámolni egy szemináriumon, ismét elővettem a kérdéseket, ismét ötleteket adott a számítógép. előadásomban ezt a "történetet" szeretném tanulságaival együtt bemutatni.

### About a divisibility property of integers

While teaching mathematical induction in a secondary vocational school, one of the students, Attila Nemes has "discovered" the following interesting property, if a number of the form  $(n+1)p-np$  is divided by 3 the remainder always will be a multiple of 3 plus 1, in other words congruent to 1 mod 3. I have shown him the proof, he got disappointed, but continued his "investigations" using a pocket calculator. We worked similarly about three-four weeks, discovering, and making up the proof of some properties, which are equivalent to the so called Fermat little theorem. In the following I will sum up our findings, which finally appeared in a joint paper [1]. Many years later, when working with a so called Self Made Mathematics Group at the University of Miskolc, with one of my students there, Attila Forgács we tested the validity of the statement with Maple, and "discovered" further properties, and recently, when preparing a seminar on computer algebra I did take the same example, and "found" further generalisation. I would like to present the story of this problem.

Friday, Jan 23rd, 2015. január 23. péntek

|             |                                                                                                                                                                                                                                              |                                                                                                                                                                     |
|-------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 13:00-14:30 | <b>Registration; Érkezés, regisztráció</b><br>place; helye: Hall DMI<br>Prirodno-matematičká fakultet<br>Novi Sad, Trg Dositeja Obradovica 4                                                                                                 |                                                                                                                                                                     |
| 14:30-14:45 | <b>Openong; Megnyitó</b><br>place; helye: A1 Dept. of Math. and Inf.                                                                                                                                                                         |                                                                                                                                                                     |
| 14:45-15:35 | <b>Plenary lecture; Plenáris előadás</b> (place; helye: A1 DMI)<br><b>Kovács Zoltán:</b><br><b>Technológiai eszközök a problémamegoldásban és a fogalomalkotási folyamatban: lehetőségek és csapdák</b><br>Chair; Levezető elnök Maksa Gyula |                                                                                                                                                                     |
| 15:35-15:50 | <b>BREAK; SZÜNET</b>                                                                                                                                                                                                                         |                                                                                                                                                                     |
|             | <b>1. szekció</b> (helye: A1 DMI)<br><i>in Hungarian</i><br>Levezető elnök: Vásárhelyi Éva                                                                                                                                                   | <b>Section 2</b> (Place: A5 DMI)<br><i>in English</i><br>Chair: Marta Takač                                                                                         |
| 15:50-16:15 | Baranyai Tünde: 8.osztályos tanulók viszonyulása a matematika képességvizsgálathoz                                                                                                                                                           | Radoslav Božić: A Comparative Analysis of Mathematical Education in Compulsory Education Systems of Serbia, Croatia and Finland                                     |
| 16:15-16:40 | Klingné Takács Anna: Mi a GEOMATECH verseny? <small>ELHARAD</small>                                                                                                                                                                          | Vladimir Francisti: The impact of modern technology on tracking achievements and knowledge of students during primary school                                        |
| 16:40-17:05 | *Árokszállási Eszter: A kombinatorikus gondolkodás fejlesztése                                                                                                                                                                               | Jan Guncaga_ Robert Janiga: Web 2.0 Tools in Education                                                                                                              |
| 17:05-17:20 | <b>BREAK; SZÜNET</b>                                                                                                                                                                                                                         |                                                                                                                                                                     |
|             | <b>1. szekció</b> (helye: A1 DMI)<br><i>in Hungarian</i><br>Levezető elnök: Ambrus András                                                                                                                                                    | <b>Section 2</b> (Place: A5 DMI)<br><i>in English</i><br>Chair: Aleksandar Takači                                                                                   |
| 17:20-17:45 | Tarcsi Margit: A szimbólumok használatának problémái a kerület- és területfogalom tanításánál                                                                                                                                                | Kristóf Fenyvesi: Maths, Arts and Games for Digital Natives: Paradox Structures, Impossible Forms and Visual Illusions in Experience-Centered Mathematics Education |
| 17:45-18:10 | *Szilágyiné Szinger Ibolya: A tevékenység szerepe a tengelyes tükrözés, illetve szimmetria tanításában                                                                                                                                       | Marija Radojičić, Slaviša Radović, Dušan Džamić, Miroslav Marić: The influence of technology in inclusive learning: Platform "Završni ispit"                        |
| 18:10-18:35 | Csányi Petra-Fábián Kata-Szabó Zsanett: Tényleg értjük a számelméletet?                                                                                                                                                                      | Valentina Kostić, Tanja Sekulić: Mathematical Modeling and GeoGebra as Bridge between Natural Sciences and Mathematics                                              |
| 19:00-      | <b>DINNER; VACSORA</b><br>place; helye DMI                                                                                                                                                                                                   |                                                                                                                                                                     |

Sunday, Jan 25th, 2015. január 25. vasárnap

|             |                                                                                                                                               |                                                                                                                                                 |                                                                                |
|-------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------|
| 9:00-9:50   | * Plenary lecture; Plenáris előadás Chair; Levezető elnök: Gordana Stankov<br>Arpad Takáči: Mathematical modelling and simulation in teaching |                                                                                                                                                 |                                                                                |
| 9:50-10:05  | BREAK; SZÜNET                                                                                                                                 |                                                                                                                                                 |                                                                                |
|             | 1. szekció (helye: A1 DMI)<br><i>in Hungarian</i><br>levezető elnök: Csikos Csaba                                                             | 2. szekció (helye: A5 DMI)<br><i>in Hungarian</i><br>levezető elnök: Kocsis Imre                                                                | Section 3 (Place: RC10 DMI)<br><i>in English</i><br>Chair: Jelena Tatar        |
| 10:05-10:30 | Richlik-Horváth Katalin:<br>Felelősségünk az oktatásban                                                                                       | Csányi Petra-Fábián Kata-Szabó Zsanett: Számelmélet tegnap és holnap                                                                            | Marina Jokić: Dynamic software in the service of solving mathematical problems |
| 10:30-10:55 | Szanyi Gyöngyi: Tanulói képességek vizsgálata a függvény fogalom kialakítási folyamataiban                                                    | Körtési Péter: Az egész számok egy oszthatósági tulajdonságáról                                                                                 | Mirjana Jovanović: Mathematical modeling with GeoGebra                         |
| 10:55-11:20 | Ivancsó Veronika: A tehetség és a kompetencia közti kapcsolat                                                                                 | Munkácsy Katalin: Kézműves matematikortörténet                                                                                                  | Duška Pešić: Mathematical modeling in education                                |
| 11:20-11:35 | BREAK; SZÜNET                                                                                                                                 |                                                                                                                                                 |                                                                                |
|             | 1. szekció1. szekció (helye: A1 DMI)<br><i>in Hungarian</i><br>levezető elnök: Tarcsi Margit                                                  | 2. szekció (helye: A5 DMI)<br><i>in Hungarian</i><br>levezető elnök: Kovács Zoltán                                                              | Section 3 (Place: RC10 DMI)<br><i>in English</i><br>Chair: Mirjana Mikalački   |
| 11:35-12:00 | * Földesi Katalin: Van-Hiele-teszt eredményei két hallgatói csoportban                                                                        | Perge Erika: Mérnökhallgatók színerékenységének és térképészeti fejlesztése                                                                     | Robert Vajda: Permutation games and computer algebra: How far can we go?       |
| 12:00-12:25 | * Tóth Bettina: Modelllezési kompetencia és modellezési lépések                                                                               | Pomuczné Nagy Ildikó: A matematikai problémamegoldó gondolkodás tanításának szükségessége a jövő tanulóinak képzésében – egy kutatás eredményei | Aleksandar Takáči, Ivana Štajner Papuga: The skills of scientific writing      |
| 12:25-12:50 | *Debrenti Edit: Reprezentációk alkalmazása a szöveges feladatok megoldásánál                                                                  |                                                                                                                                                 |                                                                                |
| 12:50-13:00 | Closing; Zárás place; helye: A1 DMI                                                                                                           |                                                                                                                                                 |                                                                                |
| 12:45-      | LUNCH; EBÉD (place, helye: DMI)<br>DEPARTURE HOME; HAZAUTAZÁS                                                                                 |                                                                                                                                                 |                                                                                |