

Ékes Szeverin Kristóf
**Kvantitatív módszerek a csődelőrejelzésben:
a modellezés kritikája**

Quantitative Methods for Bankruptcy Forecasting: Critique of Modeling

A dolgozat széles körű szakirodalmi bázisra építve, a diszkriminancia analízis és a logisztikus regresszió módszereivel vizsgálja a csődös és a működő vállalkozások megkülönböztetését leginkább befolyásoló kritikus tényezőket.

Bizonyítást nyert, hogy a bonyolult statisztikai megoldások önmagukban nem feltétlen vezetnek célra, szükség van a tapasztalt gazdasági szakember szakértelmére. Néhány elem kiragadása és ezek alapján következtetések levonása sok esetben magas elsőfajú és másodfajú hibát eredményez. Ennek tükrében kihangsúlyozásra kerül, hogy a vállalati menedzsment részére a statisztika biztosíthat alap információkat, azonban a csődelőrejelzés hatékonysága inkább függ a szakemberek tapasztalataira épített komplex értékeléstől, mintsem egyenletek számértékeitől.

Természetesen a kutatás nem azt mondja, hogy a szakirodalomban használt csőd előrejelzési módszerek teljes egészében hitelüket veszítették. Csak felhívja a figyelmet arra, hogy 1. a hazai KKV-k gazdasági körülményei nem vethetők össze a külföldi nagyvállalatokéval, így a nagyvállalati szektorra kifejlesztett mutatók eredményei KKV esetben nem segíthetik a nagy pontosságú döntéshozatalt; 2. a gazdálkodási jellemzők komplexitásának jelentős szűkítése, a formalizált döntéshozatal sok esetben téves eredményre vezethet.

Number of research literatures have demonstrated the importance of small and medium-sized enterprises in the overall economy, the creation of income and the employment rate. It is clear that the sector should be involved as a self-assessment area in research. My study make a lion of efficiency of bankruptcy models – which can be founded in learned literature – for this sector. Would the uniform created models for large enterprises be applied for varicoloured various world of Hungarian sector of small and medium-sized companies? Discriminant analysis and binary logistic regression was used to find the answer and own model was validated an independent samples. It has been demonstrated that the statistical methods cannot create complex indicator and it is not ensure generally relevant bankruptcy forecasting for the sector's businesses. In the previously published literature and own established model take sides with significant error at bankruptcy forecasting.

1. Bevezetés

Az elmúlt több mint húsz évben a kis- és közepes méretű vállalkozások az érdeklődés középpontjába kerültek, számos szakirodalmi kutatás bizonyította jelentőségüket a gazdasági növekedés, a munkahelyteremtés és az innováció vonatkozásában is (Szerb, 2008; Antal-Pomázi, 2011; Némethné, 2010; Nyitrai, 2011). A gazdaság egészében, a jövedelemteremtésben és a foglalkoztatásban nyújtott kezdeti sikerek a kis- és középvállalkozások számára növekvő versenyképességi lehetőségeket teremtettek, a piaci térhódítás folyamatát előirányozva. A 2008-2010-es gazdasági válságot követően a KKV-k növekedési lehetőségei megtorpantak. A méretstruktúra további változásának lehetősége, a foglalkoztatási adatok csökkenése, a fejlesztési, innovációs lehetőségek mérséklődése és a belső instabilitás háttérbe szorította a teljesítőképességet, pedig a nemzetközi szakirodalom és a hazai kutatók is számos esetben igazolták, hogy a kis- és közepes vállalkozások magas arányukból adódóan (98-99%) megteremthetnék a nemzetgazdaságban a növekedés, illetve jelen esetben a kilábalás esélyét.

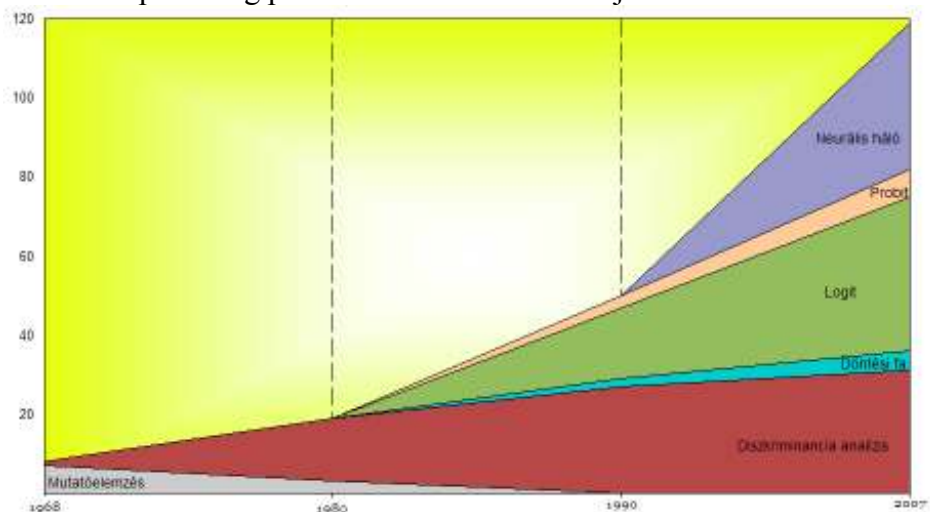
A publikációban elsődleges célja, hogy vizsgálat tárgyát képezze a szakirodalomban található csőd előrejelzési modellek hatékonysága.

Feltételezhető, hogy megfelelő statisztikai módszerek alkalmazásával sem konstruálható olyan mutatószám, amely a magyar KKV szektor vállalkozásai kapcsán pontosabb csőd előrejelzéssel szolgál. Bizonyítható, hogy a szakirodalmi mutatószámok sem alkalmasak kellő hatékonysággal a csőd előrejelzésére. A vizsgált szektorra vonatkozóan nem alkotható meg olyan modell a gazdaságossági mutatók komplex szintézise által, amely a csőd lehetőségét (csődkockázatot) pontosabban jelzi.

Megállapítható, hogy a jelenlegi csődmodellek és a megalkotott modellek sem alkalmazhatók a csőd helyzetének előrejelzésére egy évvel korábbi adatok alapján sem. Nem lehet olyan univerzális modellt kialakítani, amely képes volna figyelembe venni a nyilvánosan hozzáférhető vállalati adatok változatosságát és igazodni a vizsgált szektor kevésbé uniformizált jellemzőihez.

2. Szakirodalom áttekintése

Az 1930-as gazdasági világválság megváltoztatta az erőviszonyokat és bélyeget nyomott a vállalkozások tevékenységére, ezért a kutatások jelentős hányada olyan válságkezelési modellek kidolgozására és alkalmazhatóságára koncentrált, amelyek hosszú távon képesek arra, hogy a fizetéseképtelenség problémakört időben előre jelezzék.



1. ábra: Csődmodellek fejlődéstörténete

Forrás: Imre (2007)

Legyen szó bármely modellről, a vállalatok beszámolóiból, pénzügyi-számviteli kimutatásaikból képezett ökonómiai (Herczeg-Juhász, 2010), pénzügyi (Bíró et al., 2007) és jövedelmezőségi mutatók (Illés, 2008) ügyes kombinációjának segítségével teszik lehetővé, hogy a néhány éven belül bekövetkező csődöt előre jelezzék. A csőd bekövetkezte és a mutatók halmaza közti összefüggéseket statisztikai elemzések segítségével lehet feltárni. Nagyon fontos, hogy bármely mutatóról, modellről legyen is szó, nem szabad szem elől téveszteni azt, hogy a csőd elemzése mellett a csőd előrejelzése prioritást élvez. Kotormán (2009) felhívja a figyelmet arra, hogy a kapott eredményeknek minden esetben megfelelőnek kell lenni ahhoz, hogy a csődvesztélyt számszerűsítsék, a csőd bekövetkezte és a csőd elkerülése szerint a vállalkozást minősítsék.

Időrendben haladva a **kezdeti modellek** a pénzügyi és empirikus vizsgálatokat helyezték előtérbe. Imre (2007) azt írja, hogy Ramster, Foster a pénzügyi mutatók, Fitzpatrick, Winekor és Smith a likviditási mutatók, Back et al. (1996) pedig a működő és nem működő vállalkozásokra kiszámolt értékek differenciáltjából következtetett a csőd bekövetkezésére. Beaver (1966) kutatása úttörő munka volt a csődmodellek gazdasági alkalmazhatósága tekintetében, mivel elsőként alkotott olyan mutatószám rendszert, amely **többváltozós lineáris egyenlet** segítségével jelzett előre.

Altman (1968) munkássága egy meghatározó fejlődési szakaszt jelent nemcsak a csőd előrejelzése szempontjából, hanem a statisztikai módszerek alkalmazhatóságát illetően. Az **első többváltozós diszkriminancia analízissel** elkészített előrejelzési módszer a likviditási, megtérülési, tőkeáttételi, eszköz-megfelelőségi és eszköz kihasználási mutatócsoportokat hangol össze. Megmutatja, hogy a vállalkozások működési kockázati mutatóinak mi az ideális összehangolása. Altman kutatásai nyomán több publikáció is született, Deakin (1972) és Blum (1974) például szintén diszkriminancia analízis segítségével állítottak fel előrejelző modelleket. Az ipar és a kereskedelem modernizációjával egyidejűleg Altman et al. (1977) 27 pénzügyi mutatóból a kor elvárásainak megfelelően kiválasztott 7 kategóriát és módosította az eredeti előrejelzési modellt. Fulmer, Springate és Comerford szintén felállítottak diszkriminancia analízisre alapozott modell javaslatokat azzal a különbséggel, hogy kutatásaikban nagyobb hangsúlyt fektettek a likviditást befolyásoló tényezőkből levonható következtetésekre (Arutyunjan (2002) és Noszkay (2002)). Magyarországi viszonylatban kiemelkedő eredményt Virág-Hajdú (1996, 1998) munkája jelentett, akik a diszkriminancia analízis és a logisztikus regresszió módszerére levetíthető vizsgálatot folytattak le. A statisztika módszerek fejlődésével a diszkriminancia analízist további módszerek egészítették ki, Ohlson (1980) a **kétváltozós logisztikus regresszió** módszerével készített előre jelzési modelleket. Négy évvel később Zmijewski (1984) a logisztikus regresszió módszere kapcsán megállapította, hogy a minta elemszámainak egymáshoz közelítésével, modell finomítható, a torzító hatás és a másodfajú hiba lehetősége minimalizálható. Olmeda és Fernandez (1997) megállapította, hogy a **neurális háló** segítségével megkapott eredmények felülmúlták a diszkriminancia analízis eredményeit és tökéletes besorolást biztosítottak. Virág-Kristóf (2005) szintén megerősítik Olmeda és Fernandez kutatásait és megállapítják, hogy kis mintás tesztelesek esetén is jobb eredmények érhetők el, mint a diszkriminancia analízis vagy a logisztikus regresszió módszerével.

Fontos kiemelni, hogy óvatosan foglalkozunk állást a modellek használhatóságával kapcsolatban. Imre (2007) úgy fogalmaz, hogy az egyváltozós jellegű mutatók esetében nehéz a módszer adta eredményeket definiálni, főleg, hogy több mutató is ellentmondhat egymásnak. Ezzel a gondolattal Virág (2004) is egyetért, mivel a módszer nem veszi figyelembe, hogy a csődöt több mutató együttállása is jelezheti, és nem számol a mutatók között felmerülő korrelációkkal. Altman mutatójával kapcsolatban Imre (2007) úgy nyilatkozik, hogy nehéz az előrejelzés olyan vállalatok esetében, akik nem vesznek részt a tőzsdei folyamatokban. A továbbfejlesztett módszerrel kapcsolatban pedig Altman et al.

(1977) maga is úgy fogalmaz, hogy az eredeti modell az újítások ellenére jobb eredményeket mutat. Talán a neurális háló az egyetlen aktuális modell, amellyel szemben egyelőre nem foglalmaztak meg kritikát, hozzátéve, hogy a fentiek egy része erre is vonatkoztatható. Éppen ezért a „**csődelkerülési relativitáselmélet modellje**” arra próbál választ adni, hogy profiltól és tevékenységtől függetlenül, melyek azok a lehetőségek, amelyek releváns információt biztosítanak a vállalkozás menedzsmentjének, létezhet-e általános modell, amely a magyar KKV szektor vállalkozásainál a csődelőrejelzés tekintetében jó hatásfokkal alkalmazható.

3. Modellalkotás kiinduló és validáló mintán

3.1. Alkalmazott módszertan

Az egyik első, mondhatjuk, hogy a statisztikai megközelítés úttörő jellegű modellje, az Altman-féle Z mutató (Altman, 1968) talán a legismertebb csőd-előrejelzési mutatószám. A kutatás ezen keresztül viszonyít, ugyanakkor számos további modellt is beemel a vizsgálatba. A kérdés, hogy a vállalati mutatószámok egy csoportjának statisztikai alapú vizsgálatával készíthető-e olyan komplex mutatószám, mely a véletlen tippelésnél jóval nagyobb arányban képes egy adott vállalkozás potenciális csődjét előre jelezni.

Ennek vizsgálatához első lépésben egy megfelelő mutatószámrendszerre van szükség. A releváns szakirodalom áttekintése után a Herczeg – Juhász (2010) irodalomban lévő ökonómiai mutatószámrendszere esett a választásom. Ez 26 darab, a szakirodalomban széles körben ismert, módszertanilag is helyes mutatószámot foglal csoportokba.

Következő lépésben egy 55 be nem csődött vállalkozást és 33 becsődött vállalkozást tartalmazó minta gazdasági adatai alapján meghatározom a fenti mutatószámrendszer adott évi értékeit, majd diszkriminancia analízis segítségével megpróbálom feltárni, hogy melyek azok a mutatószámok, amelyek a csődbe kerülést leginkább mutatják. A diszkriminancia elemzés olyan többváltozós módszer, amelynek segítségével esetek (vállalkozások) kategorizálását végezhetjük el. Lehetőség nyílik azon tényezők beazonosítására, melyek szignifikánsan megkülönböztetik a vizsgált csoportokat. A diszkriminancia analízis kiinduló kérdése, hogy egy adott csoporthoz tartozás a megadott változók mentén becsülhető-e. A diszkriminancia analízis számos előfeltétellel rendelkezik, a logisztikus regresszió ezzel szemben robusztusabb. Így szükség esetén utóbbi módszert is bevonom az elemzésbe.

Az eredmények validálását több formában is megpróbálom elvégezni. Először is az Altman által megfogalmazott öt mutatószámot is az elemzés részévé teszem. A mutató a magyar KKV szektortól eltérő üzleti környezetben működő, eltérő méretű vállalatok adatainak felhasználásával készült. Ez alapján feltételezhető, hogy a vizsgálatom tárgyát képező magyar KKV szektor vállalatainak csődelőrejelzése ettől eltérő tartalmú mutatók segítségével jobban körülírható. Ha mégis az Altman-féle mutatókat adná ki az elemzés, akkor ez a feltevés elvethető. A kapott függvény által kiadott besorolást összevetem a korábbiakban bemutatott modellek által adott eredményekkel, hogy ellenőrizhető legyen, a szakirodalomban előforduló modellek jobb eredményt adnak-e, mint a magyar KKV-k adatait tartalmazó mintán értelmezett új modell.

Az eredményeket egy második, 30-30 be nem csődött, illetve becsődött vállalkozás adatait tartalmazó független mintán ellenőrzöm. Megvizsgálom, hogy milyen eredményeket adnak a szakirodalomban előkerült modellek, illetve mennyire ad pontos besorolást az előző minta alapján felállított új modell.

Az előrejelzés realitásának további vizsgálatához visszalépek egy évet e második minta vállalkozásainak gazdasági adataiban és erre az egyel korábbi évre szintén elvégzem az előző besorolást mind a szakirodalmi modellek, mind az új modell tekintetében. A kapott eredmények tükrében hozom meg következtetéseimet.

Mintavételi eljárásnak a véletlen mintavételt választottam. Ez felveti a reprezentativitás kérdését. A reprezentativitáshoz az adott mintának a vizsgálat szempontjából lényeges

elemeiben kell lekövetni a populáció tulajdonságait. Itt két kérdés is felmerül: melyek a vizsgálat szempontjából meghatározó tulajdonságok és milyen ezek megoszlása a populáción belül? Ehhez tudnunk kellene, hogy az adott évben csődbe ment vállalkozások milyen szempontok tekintetében térnek el az összes vállalkozást tartalmazó arányszámoktól. Például egy adott méretű, adott régióban, vagy adott ágazatban tevékenykedő vállalatcsoportban nagyobb-e a becsődült vállalkozások aránya, tehát mely szempontok lehetnek befolyással a csőd esélyére. Ezután azt is tudni kellene, hogy e szempontok alapján milyen az adott évben becsődült vállalkozások megoszlása az összes becsődült vállalkozáson belül. A fenti kérdések meghatározásához nem állt rendelkezésemre nyilvánosan hozzáférhető statisztika, így a véletlen mintavétel logikus választásnak mondható.

Kiemelném, hogy Altman és a többi szakirodalmi modell fejlesztőjének többsége is irányítottan választotta ki a vizsgált vállalkozások körét, hogy a választott statisztikai vizsgálati módszer feltételrendszerét biztosan kielégítse. Ez a statisztikai módszerek jelentős hátránya, melyre az eredmények ismertetésénél visszatérünk.

3.2. Kiinduló minta

A kutatás kiindulási fázisában egyszerű véletlen mintavétel¹ (SRS) szerint 88 (55 működő és 33 csődbe ment) vállalkozás mérlegét és eredmény-kimutatását vizsgáltam. Besorolásukat tekintve a mérlegfőösszeg alapján képeztem csoportokat, így a minta 71,6%-a középvállalkozás, a maradék 28,4%-a pedig kisvállalkozás.

1. táblázat: Kiindulási sokaság vállalati típusra és csődhelyzetre levetített értékei

	<i>Nem ment csődbe</i>	<i>Csődbe ment</i>
Kisvállalkozás	17	8
Középvállalkozás	38	25
Összesen	55	33

Forrás: saját szerkesztés

Diszkriminancia analízis

A vizsgálat háttéréül a diszkriminancia elemzés statisztikai módszere szolgált (Sajtos – Mitev, 2007). A diszkriminancia elemzés olyan többváltozós módszer, amelynek segítségével esetek (vállalkozások) kategorizálását végezhetjük el. Lehetőség nyílik azon tényezők beazonosítására, melyek szignifikánsan megkülönböztetik a vizsgált csoportokat. A diszkriminancia analízis kiinduló kérdése, hogy egy adott csoporthoz tartozás a megadott változók mentén becsülhető-e. A diszkriminancia elemzés esetén számos feltételnek kell teljesülnie.

A **független változó nominális skálán mért**, a **független változókat pedig intervallum, vagy arányskálán mérjük**. A vizsgálat függő változója a csoporthoz tartozás, mely egy dichotóm (0, 1 tartalmú) nominális skálán mért változó. A bevont függő változók a korábban (a 2.3. alfejezetben) bemutatott mutatószámok, melyek kiegészültek az Altman által használt öt mutatóval. Ez tulajdonképpen a kontroll, ha pontosan ezeket adja vissza az elemzés, akkor az Altman mutató elemei a legalkalmasabbak a vizsgált minta csődelőrejelzésének leírására. Az egyes **esetek függetlenek** egymástól, ez inkább többszörös (pl. panel) vizsgálatoknál okozhat problémát, jelen esetben a mintavételezéssel teljesül. A **csoportok kizárólagosak**, egy vállalkozás vagy csődbe ment, vagy nem, mindkét csoportba nem tartozhat. A **közel azonos csoportnagyság** feltétele nem teljesül. Erre megoldás lehetne, ha a nagyobbik – nem

¹ A mintavételi keret minden tagja ugyanakkora valószínűséggel került kiválasztásra, az alapsokaság minden tagjának elérhetőségét az e-beszámoló portál és a Magyar Közlöny adatbázis rendszere biztosította. A véletlen szerinti beválasztás után a két kategória (csődös, működő) szerint szisztematikusan elkülönítésre kerültek a minta elemei.

ment csődbe – csoport esetszámát a kisebb csoport esetszámához közelítenénk. A **mintanagyságban** szereplő független változók száma (26+5) kisebb, mint a kisebb csoport esetszáma, ez megfelelő. Ugyanakkor a teljes minta a független változók nagy számához mérten kicsi, de ezt a változók számának csökkentésével orvosolni fogjuk. A változók **normalitásának** (normális eloszlásának) biztosítása kapcsán a társadalomtudományi kutatások bizonyos fokú rugalmasságot engedélyeznek. A normalitás sérülését legtöbbször kiugró értékek okozzák. A kiugró értékeket boxplot segítségével fogjuk kiszűrni a kiválasztott változóknál. A **variancia-homogenitás** (más néven homoszkedaszticitás) feltétele szerint a független változók variációjának a függő változó csoportjaiban (csődbe ment csoport, nem ment csődbe csoport) hasonlónak kell lennie. Ez a feltétel a Box's M mutatóval tesztelhető. Null hipotézise szerint a kovariancia mátrixok nem különböznek a függő változó csoportjaiban. Ha a teszt eredménye nem szignifikáns, azaz a null hipotézis kerül elfogadásra, úgy a variancia-homogenitás feltétele teljesül. E feltétel nem teljesülése általában összefügg az előzőleg említett feltételek közül a kiugró értékek létezésével, az alacsony mintanagysággal, vagy eltérő csoportméretekkel. Fontos feltétel a **multikollinearitás**, azaz a független változók közötti összefüggés hiánya. Ez tökéletesen általában nem biztosítható, jelen vizsgálat során sem tudjuk tökéletesen megvalósítani e feltételt. Az elemzéshez az IBM SPSS Statistics 20-es verzióját használtam. A vizsgálat adatsora a csődbe menetel előtti év (2009) adataiból épült fel.

Vizsgálat menete

A vizsgálatba 26 korábban bemutatott mutatószám, valamint az Altman által használt 5 mutató került be. Ahhoz, hogy a multikollinearitás feltétele teljesüljön, ki kell szűrni az egymással szorosan korreláló mutatószámokat. Első lépésben ezért kizárásra került néhány mutatószám, mely jelentős korrelációt mutatott (pl. a tőkearányos nyereség; eszközarányos nyereség és osztóke megtérülése mutatószámok nagyon szoros korrelációja miatt elegendő csak egyiküket a vizsgálatban tartani). A korrelációs értékek erőssége okán kizárásra került a **tőkearányos nyereség, osztóke megtérülése és osztóke arányos vállalkozói nyereségráta** mutatója. Az elemzésben maradt az **eszközarányos nyereség** ezekkel nagyon szoros korrelációban lévő mutatója. Szintén kivételre került az **árbevétel arányos bruttó nyereség** és a **költséghányad mutató**, a vizsgálatban maradt az ezekkel korreláló *árbevétel arányos nettó nyereség* mutatója. A **saját tőke aránya** az Altman X_1 , X_2 és X_3 mutatókkal mutatott szoros korrelációt így ez a mutató is kivételre került. Szoros korreláció figyelhető meg a **likviditás mutatói** (ráta, gyorsráta, pénzhányad), valamint ezek és az **eladósodottság aránya** között is. Itt nem került egyetlen elem sem kizárásra, lévén ezek fontos előrejelző mutatói lehetnek a csődhelyzetnek, érdemes a vizsgálat alapján kiválasztani a legmegfelelőbbet.²

A mintában az Altman-féle X_1 és X_3 , valamint X_2 és X_5 mutatók között is nagyon erős korreláció figyelhető meg. Mivel ezeket ennek ellenére szeretnénk kontrollként megtartani, így nem kerültek kizárásra. Ezek persze a vizsgálat szempontjából kompromisszumok, a kutató döntései.

Az adatok hiányossága miatt kizárásra került a **készletforgás mutatója** is, mivel a vizsgálatba vonva azért lett volna meghatározó a két csoport elkülönítésében, mert az egyik csoportban jóval több esetben nem kerülhetett meghatározásra és ez okozta a csoportok közötti eltérést.

A dimenziók tömörítéséhez elegáns statisztikai megoldás lenne a faktorelemzés. Ezzel az egymással összefüggő változókat „implicit” faktorokba tömöríthetnénk, akár jelentősen leredukálva a változók számát. Ettől azonban a végeredmény nem lenne egyszerűbb, hiszen ha a végén megkapnánk a három-négy-öt legjelentősebb faktort, az valójában nem ennyi

² Megjegyezve, hogy ettől még nem feltétlen kerül a végeredménybe likviditási mutatószám, az Altman-féle faktorok között sem szerepel kimondottan likviditási mutató.

mutatószámot jelentene, hanem jóval többet, amelyeket meg kellene határozni, súlyozni, így az eredményként várt egyszerű összefüggést biztosan nem érnénk el.

A 24 db, elemzésben maradó mutató közül tehát másként kell kiszűrni a csoportosítás szempontjából meghatározóakat. Itt részint Altman (1968) munkájához nyúlunk vissza, és különböző alternatívák megfigyeléséből próbáltunk következtetéseket levonni. Az összes (rész)kombinációt nincs lehetőség kipróbálni, így a kutató ítéletének is van szerepe az elemzésben.

A lefuttatott tesztek alapján szükség van a szóba jöhető mutatók kiugró értékeinek kizárására, mely boxplot-ok felvételével történik. Az elemzés elején azért nem tudjuk a kiugró értékeket szűrni, mert ha mind a 24 változó kiugró értékeit kivennénk, akkor a legtöbb eset egy-egy változó esetén beleesne a szűrésbe és nagyon kevés eset maradna csak az elemzésben. A diszkrimináció analízist stepwise módszerrel futtatva a szoftver egyesével viszi be a változókat az elemzésbe, így lehetőség nyílik a szignifikáns mutatók elkülönítésére.

Eredmények

Számos megfigyelés eredményéből rajzolódott ki a megfelelő mutatócsoport, amely leginkább meghatározza, hogy az egyes esetek melyik csoportba tartoznak.

A **forgóeszköz aránya**, a **vevőállomány aránya**, a **befektetett eszközök fedezettsége**, a **tőkeáttétel** és az Altman-féle X_4 (saját tőke piaci értéke/összes adósság könyv szerinti értéke) mutatók kerültek bevonásra.³

Az elemzés eredményeiből kiderül, hogy utolsó mutató csak $\alpha=0,159$ -nél lenne szignifikáns. A multikollinearitás problémája nem áll fenn, ez a csoportok közti korrelációs mátrixból kiderül. A Box's M teszt igen érzékeny, ugyanakkor csak nagyon alacsony, 0,002 alatti α érték választásakor lehetne elvetni a nulla hipotézist, a variancia-homogenitás feltétel ekkor teljesülhet. A diszkriminancia-függvény jelentős sajátértékkel (18,9 – relatív fontossággal, magyarázó értékkel) bír. A kanonikus korreláció magas értéke (0,975) azt mutatja, hogy a kialakított diszkriminancia függvény, jelentős mértékben magyarázza a csoportok közötti eltéréseket. A függő változó varianciájának ($0,975^2=$) 95%-át magyarázza. A diszkriminancia-függvény alacsony Wilks'-lambda értéke és szignifikáns volta alátámasztja, hogy a függvény magyarázó hatása jelentős.

A standardizált diszkriminancia együtthatókból látszik a változók relatív fontossága. Innen is kiolvasható, ami már a Wilks'-lambda értékéből is látszott. A tőkeáttétel mutató relatív fontossága mellett eltörpül a másik négy mutató, ez különbözteti meg leginkább a csoportokat. Ugyanezt támasztja alá a Pearson-féle korrelációs együtthatókat tartalmazó struktúra mátrix is.

Az analízis eredményeként sikerült 100%-os találati arányt elérni, azaz a választott mutatókat tartalmazó diszkriminancia-függvény segítségével minden, a kizárások után a mintában szereplő eset a valós csoportjába kerül besorolásra. Tippeléssel 50%-os arányt érhetnénk el, a kapott eredményt ezzel az értékkel (és nem a nullával) érdemes összevetni. A szoftverrel az elemzés keresztérvényességének vizsgálatát is elvégeztettük. A program az elemzést többször is elvégezte egy-egy megfigyelés kihagyásával (leave-one-out). Jelen esetben ez is azonos eredményre jutott (100%).

A kanonikus diszkriminancia (Z) függvény értéke:

$$Z = 2,121 - 0,104 * D_1 - 1,102 * D_2 + 0,238 * D_3 + 0,497 * D_4 - 0,146 * X_4$$

Ahol:

³ Az öt mutató nem azért lett öt, mert a vizsgálatban csak öt mutatós kombinációk voltak, több, illetve kevesebb darabszámú csoportok is tesztelésre kerültek.

D1 = Forgóeszközök aránya
D2 = Vevőállomány aránya
D3 = Befektetett eszközök fedezettsége
D4 = Tőkeáttétel
X4 = Saját tőke piaci értéke⁴/Összes adósság könyv szerinti értéke⁵

A csoportba sorolás határértéke $Z=0$. A nullánál kisebb érték a „csőd-csoportba” tartozást jelzi. A függvényt a teljes mintán alkalmazva 3 vállalkozás esetén hozott rossz besorolást a be nem csődölt csoportban, 3 vállalkozás esetén pedig a becsődölt csoportban.

Az Altman által eredetileg használt öt változóra lefuttattuk ugyanezt a vizsgálatot. A kapott eredmények alapján, a keresztérvényességi vizsgálat szerint, az így előállított diszkriminancia-függvénnyel az esetek 57,6%-a került megfelelően besorolásra. Hozzáteve, hogy a kiugró értékek kizárása az eredetileg választott öt változó alapján történt, nem pedig az Altman-féle mutatók szerint. Szintén fontos újfent kiemelni a tőkeáttétel mutató mintában érvényes lényeges szerepét. Fontos továbbá leszögezni, hogy a jelentősebb számú kizárás sem segítette a diszkriminancia-analízis minden feltételének teljesülését.

Kétváltozós logisztikus regresszió

Mivel a kiugró értékek kizárása mindkét csoportot érintette, a közel azonos csoportnagyság feltétele (21 vs. 38 db eset) továbbra sem teljesült. A Box's M mutató értéke sem meggyőző, ami egy újabb lényeges feltétel nem teljesülését jelenti.

Ezért a diszkriminancia analízis mellett érdemes **kétváltozós logisztikus regresszió** segítségével is megvizsgálni a változók közötti összefüggéseket. Itt nincs stepwise eljárás, a korábban választott változókat vizsgáljuk, ezeket egyszerre (method: enter) visszük be az elemzésbe. Ez az elemzés sokkal robusztusabb, kevesebb előfeltétellel rendelkezik, mint a diszkriminancia-analízis, többek között az eltérő csoportnagyságokra sem érzékeny. A kiugró értékekre sem kell annyira tekintettel lennünk, a logisztikus regresszió erre is kevésbé érzékeny. A multikollinearitás – a változók közötti összefüggések vizsgálata – korrelációs együtthatók segítségével megtörtént, az esetszámunk pedig kellően nagy. Az előző kizárások, melyek a kiugró értékek miatt történtek, most törölve lettek, minden eset (55+33) bevonásra kerül az elemzésbe.

Kiinduláskor 62,5%-os valószínűséggel tippelhetnénk helyesen (ha nem véletlenszerűen tippelünk, hanem tudatosan mindig a nagyobbik csoportot választjuk, akkor $55/88 \cdot 100 = 62,5\%$ az esélyünk). Változóink modellbe vitele után becslést kapunk arra, hogy független változóink kombinációja mekkora részt magyaráz a függő változó varianciájából. A 87,3% (Nagerle R-négyzet) nagyon jónak számít. A modell a csődbe menő csoportot 90,9%-os valószínűséggel sorolta be (30 ok, 3 téves), a csődbe nem ment csoportot, pedig 98,2%-os valószínűséggel sorolta be megfelelően (54 ok, 1 téves). Ez összességében 95,5%-os pontosságot jelent. Az egyes változók szignifikanciájából, illetve az egyedi hozzájárulásukat mutató Exp (B) mutatóból ugyanaz olvasható ki, mint a diszkriminancia-analízisnél. A tőkeáttétel mutatójának meghatározó szerepe van a klasszifikációban.

A modellek összevetése a kiinduló mintával

A szakirodalomban publikált modellek többségére⁶ lefuttatásra került a minta, az eredményeket a 2. táblázat mutatja.

⁴ A saját tőke piaci értéke alatt a vállalkozás összes forgalomban lévő részvények piaci értékét értjük, a KKV esetében használható lehetne a saját tőke könyv szerinti értéke.

⁵ Az összes adósság könyv szerinti értéke az összes rövid, illetve hosszú lejáratú tartozások összege.

⁶ A hivatkozott szakirodalom (pl. Virág-Kristóf, 2005) mélysége nem elegendő a neurális hálók teszteléséhez, így a konkrét modell hiányában erre nem került sor.

2. táblázat: Segítség az eredmények értelmezéséhez

Érvényes csoportbesorolás	A modell által visszaadott csoportbesorolás	
	Becsődölt	Működő
Becsődölt	OK	H ₁
Nem csődölt be (működő)	H ₂	OK

Forrás: saját szerkesztés

H₁: A csődös csoport ennyi vállalkozását működőnek jelezte, azaz a **csődösök között nem jelzett**.

H₂: A működő csoport ennyi vállalkozását csődösnek jelezte, azaz a **működők között jelzett**.

H₁-et és H₂-t elsőfajú, illetve másodfajú hibának is hívhatjuk.

A működő vállalkozások vonatkozásában a legalacsonyabb tévedési értéket a magyar regressziós modell eredményezte, amely Virág-Kristóf nevéhez kapcsolódik. A modell 55 mintából 1 vállalkozást sorolt rossz helyre. Viszont a csődös vállalkozások esetében 33-ból 28-at helytelenül határozott meg. Tehát a mutató nem kellően érzékeny, tulajdonképpen teljesen érzéketlen, a vállalkozások döntő többségénél nem jelez csődöt. Hasonlóan jó értéket mutat Springate és Zmijewski modellje, de ezekben az esetben is csak a működő vállalkozásnál jelzett a modell pontosan. A csőd csoport esetében 87,9%-os és 84,8%-os hibát mutat. Altman modellje közepes értéket mutat, mert a működő vállalkozások esetében 30,9%-os hibával, míg a csődösök esetében 51,5%-os hibával dolgozik. A lefuttatott – kétváltozós regresszióval megerősített – diszkriminancia modell a szélsőértékek kizárása nélkül mind a működő, mind a csődös vállalkozások esetében 3-3 céget sorolt be, amely 5,5%-os és 9,1%-os hibát jelent. Azt mondhatjuk, hogy az aktuális mintára az elvégzett elemzés szinte tökéletes eredményt hozott.

3. táblázat: A válságmenedzselési modellek hibaértékei a kiindulási mintára levetítve

	<i>Működők között jelzett</i>	<i>Százalék (%)</i>	<i>Csődösök között nem jelzett</i>	<i>Százalék (%)</i>
<i>Altman</i>	17	30,9	17	51,5
<i>Springate</i>	3	5,5	29	87,9
<i>Comerford</i>	24	43,6	15	45,5
<i>Ohlson</i>	30	54,5	13	39,4
<i>Zmijewski</i>	4	7,3	28	84,8
<i>Virág-Hajdú diszkriminancia</i>	14	25,5	26	78,8
<i>Virág-Kristóf regresszió</i>	1	1,8	28	84,8
<i>Saját diszkriminancia modell</i>	3	5,5	3	9,1

Forrás: saját szerkesztés

Végül arra a következtetésre juthatunk, hogy a mutatók bármelyike viszonylag jól jelzi egy vállalkozásról, hogy az működik. Azonban a csőddel kapcsolatban szinte mindegyik mutató érzéketlen, nem reagál megfelelően és egyben nem alkalmas az előrejelzésre sem. Ha tehát előrejelzést szeretnénk, egyik szakirodalmi modell sem megbízható, jó eséllyel nem fog csődöt jelezni ott sem, ahol kellene. A saját modell ellenben egészen pontos értéket adott.

Ahhoz, hogy a modell érvényességét megerősíthessük vagy elvethessük, egy validáló mintán lefuttattam a fenti modelleket.

3.3. A validáló minta

A validáló minta összegyűjtésénél szintén a véletlen mintavétel módszerét alkalmaztam. Látható (4. táblázat), hogy 60 vállalat (30 működő és 30 csődbe ment) 2011. évi adatait elemeztem.

4. táblázat: Validálási minta vállalati típusra és csődhelyzetre levetített értékei

	<i>Nem ment csődbe</i>	<i>Csődbe ment</i>
Kisvállalkozás	7	12
Középvállalkozás	23	18
Összesen	30	30

Forrás: saját szerkesztés

A modellek összevetése

Erre a mintára is lefuttattam a szakirodalom néhány válság előrejelzési modelljét, amely a következő eredményeket mutatja (5. táblázat):

A működő vállalkozásokat tekintve Zmijewski Probit modellje 100%-os pontossággal megállapítja, hogy egy vállalkozás működőképes. Ezt követi Springate diszkriminancia analízise és Virág-Kristóf logisztikus regresszió vizsgálata. A bemutatott és a kiinduló mintára lefuttatott diszkriminancia analízis eredményei teljes egészében megegyeznek Virág-Hajdú vizsgálatának eredményeivel. A csődös csoportba való besorolás azonban itt is problémákat jelentett. Zmijewski modellje 50%-os hibahatárral dolgozik (ami a véletlen tippelésnek felel meg), amelynél Springate modelljének 63,3%-os tévedése, valamint Virág-Hajdú és a saját diszkriminancia modell eredményei is rosszabbak. A csődös csoportba való besorolást Ohlson modellje „nyerte meg”, hiszen 2 vállalkozás esetében téved, amely csupán 6,7%-os hibát jelent. Ezzel szemben a modell a működő vállalkozásokat 63,3%-os hibával helyezi el a nem megfelelő kategóriában.

5. táblázat: A válságmenedzselési modellek hibaértékei a validáló mintára levetítve (adott év adatai)

	<i>Működők között jelzett</i>	<i>Százalék (%)</i>	<i>Csődösök között nem jelzett</i>	<i>Százalék (%)</i>
<i>Altman</i>	6	20,0	9	30,0
<i>Springate</i>	1	3,3	19	63,3
<i>Comerford</i>	6	20,0	6	20,0
<i>Ohlson</i>	19	63,3	2	6,7
<i>Zmijewski</i>	0	0,0	15	50,0
<i>Virág-Hajdú diszkriminancia</i>	3	10,0	18	60,0
<i>Virág-Kristóf regresszió</i>	2	6,7	27	90,0
<i>Saját diszkriminancia modell</i>	3	10,0	18	60,0

Forrás: saját szerkesztés

A szakirodalomból megismert mutatók e minta tekintetében is nagy hibaarányal, érzéketlenséggel működnek. Ez a megállapítás azonban igaz a kiindulási mintán értelmezett

saját modellre is. A validálás nem sikeres, a modell jelentős érzéketlenséget mutat. **Kijelenthető, hogy az univerzális statisztikai megoldások önmagukban nem feltétlen célra vezetőek, szükség van a tapasztalt gazdasági szakember szakértelmére. A gazdálkodás komplex összefüggérendszeréből néhány elem kiragadása és ezekből következtetések levonása sok esetben lényegi szempontok figyelembe vételének hiányát jelenti, ami tévedéshez vezet. A komplexitás kezelésére az ember, a szakértelem bevonására is szükség van a megfelelő értékeléshez. A módszerek ennek támogatását segíthetik.**

Előrejelzésről lévén szó, a modellek leginkább azért lettek megalkotva, hogy legalább egy évvel korábban jelezzék a válságot és a csőd közeledtét. Így a validáló minta 2010-es adatain szintén lefuttatásra kerültek a korábbi válság előrejelzési mutatók (6. táblázat). Hasonló eredményeket kaptunk, mint a 2011-es mintában. Zmijewski modellje továbbra is 100%-os pontossággal sorolja be a működő vállalkozásokat a működő csoportba. Azonban itt már 70%-os hibával dolgozik a csődös csoportot illetően. Jelen esetben Springate, Virág-Hajdú és a saját diszkriminancia modell is 1 hibát vét a működő vállalkozások között. De a másik csoportban pedig 63,3%-os, 60%-os és 66,7%-os hibát vét. Ha a csődös csoport besorolási pontosságára figyelünk, akkor a legpontosabb ismét Ohlson modellje, amely csupán 6 vállalkozást esetében nem jelezte a csődöt, amely 20%-os hibát jelent. De a működők között a modell 60%-ot meghaladó tévedést produkál.

Így arra a megállapításra juthatunk, hogy akár a jelenlegi évet, akár a megelőző évet tekintjük, a modellek érzéketlenek, a csődöt nem jelzik megfelelő arányban előre, igen magas elsőfajú és másodfajú hibával dolgoznak.

6. táblázat: A válságmenedzselési modellek hibaértékei a validáló mintára levetítve (egy évvel korábbi adatok)

	<i>Működők között jelzett</i>	<i>Százalék (%)</i>	<i>Csődösök között nem jelzett</i>	<i>Százalék (%)</i>
<i>Altman</i>	7	23,3	11	36,7
<i>Springate</i>	1	3,3	19	63,3
<i>Comerford</i>	4	13,3	10	33,3
<i>Ohlson</i>	20	66,7	6	20,0
<i>Zmijewski</i>	0	0,0	21	70,0
<i>Virág-Hajdú diszkriminancia</i>	1	3,3	18	60,0
<i>Virág-Kristóf regresszió</i>	2	6,7	29	96,7
<i>Saját diszkriminancia modell</i>	1	3,3	20	66,7

Forrás: saját szerkesztés

Diszkriminancia analízis és logisztikus regresszió a validáló mintán

Mivel a validálás eredményei nem megfelelőek, felmerülhet a kérdés, hogy mely tényezők lehetnek meghatározóak a besorolásnál. A validálási mintán is lefuttatásra került az előzőekben részletesen kifejtett módon a diszkriminancia analízis annak érdekében, hogy az e mintán belüli csoportbesorolás legjellemzőbb tényezői felszínre kerüljenek. Mivel a kiugró értékek kizárása a mintát jelentősen kurtította volna, továbbá a Box's M mutató értéke sem volt meggyőző, így a vizsgálatot kétváltozós logisztikus regresszióval egészítettük ki.

Az eredmény:

- A hosszú távú dinamikus fizetőképesség mutatója,
- Az árbevétel átlagos bruttó nyereségének mutatója,
- És az Altman-féle X_2 mutató került be az elemzésbe.

Ezek a legmeghatározóbbak, a többi mutató bevonása már sehogy, vagy csak nagyon kis mértékben javítja a besorolást. A három mutató (mint független változó) kombinációja 61,8%-ot magyaráz a függő változó varianciájából a Nagerle R-négyzet mutató szerint. Az elvégzett elemzés (kétváltozós logisztikus regresszió) alapján a csődbe ment vállalkozások esetén a 30 közül 8-at sorolt rossz helyre a modell (73,3%-os pontosság), a csődbe nem ment vállalkozások esetén pedig 3-at (szintén 30-ból, 90%-os pontosság). Ez összességében 81,7%-os pontosságot jelent.

Érdemes megnézni, hogy ez a modell milyen besorolást eredményezne a kiinduló mintában. A kétváltozós logisztikus regresszió eredménye: A Nagerle R-négyzet mutató értéke csupán 28,7%. A csődbe ment vállalkozások esetén a 33 közül 21-et sorolt rossz helyre a modell (36,4%-os pontosság), a csődbe nem ment vállalkozások esetén pedig 2-t (szintén 55-ből, 96,4%-os pontosság). Ez összességében 73,9%-os pontosságot jelent.

Ez az összegzés szép eredménynek tűnik, de ha a kiindulási minta elemzésénél kifejtett 62,5%-os minimumértékhez viszonyítjuk, akkor nem tekinthető kiugrónak. (A validálási mintán végzett elemzésnél az egyenlő mintanagyságok miatt a véletlen tippelésnél az esély 50%, az ott kapott 81,7%-os eredményt ehhez lehet viszonyítani.) Továbbá a modell itt is egyoldalúan téved, nem elég érzékeny, csőd esetén nem nagyon jelez. Tehát a validálási minta elemzésekor sem tudunk univerzálisan használható megoldásra jutni, az itt kialakított modell a kiindulási mintán tesztelve az elvártnál rosszabb eredményt hozott.

4. Eredmények, következtetések, konklúziók

A kutatás értelmezi és a diszkriminancia analízis és a logisztikus regresszió módszereivel vizsgálja a csődös és a működő vállalkozásokat. Egy kiinduló mintán teszteli, hogy véletlen mintavétel szerint összeállított mintára mennyire hatékonyak a szakirodalomban ismert csőd előrejelzési modellek, illetve a saját mintán értelmezve kialakított saját modell. Igazolásra kerül, hogy a szakirodalmi modellek érzéketlenek a csőd előrejelzésére. Egy validáló mintán igazolásra kerül, hogy a saját modell is csak az első mintára alkalmazható kiugró eredménnyel. Továbbá alátámasztást nyer, hogy a kialakított modell épp olyan érzéketlen a csődelőrejelzésre, mint a szakirodalmi modellek bármelyike. Bizonyítást nyer, hogy a bonyolult statisztikai megoldások önmagukban nem feltétlen vezetnek célra, szükség van a tapasztalt gazdasági szakember szakértelmére. Néhány elem kiragadása és ezek alapján következtetések levonása sok esetben magas elsőfajú és másodfajú hibát eredményez. Ennek tükrében kihangsúlyozásra kerül, hogy a vállalati menedzsment részére a statisztika biztosíthat alap információkat, azonban a csődelőrejelzés hatékonysága inkább függ a szakemberek tapasztalataira épített komplex értékeléstől, mintsem egyenletek számértékeitől. Természetesen **a kutatás nem azt mondja, hogy a szakirodalomban használt csőd előrejelzési módszerek teljes egészében hitelüket veszítették. Csak felhívja a figyelmet arra, hogy 1. a hazai kis- és középvállalkozások gazdasági körülményei nem vethetők össze a külföldi nagyvállalatokéval, így a nagyvállalati szektorra kifejlesztett mutatók eredményei KKV esetben nem segíthetik a nagy pontosságú döntéshozatalt; 2. a gazdálkodási jellemzők komplexitásának jelentős szűkítése, a formalizált döntéshozatal sok esetben téves eredményre vezethet.**

A kutatásnak két átfogó következtetést mutat be:

(1) A vizsgált kritikus mutatók részben alkalmasak a vállalkozás aktuális helyzetének elemzéséhez, de önmagukban nem jelzik előre a csődöt. A válságmenedzselési modellek

pedig igen érzéketlenek a csődös csoportba történő besorolás tekintetében. A nagyobb mértékű elsőfajú és a másodfajú hibák kiküszöbölése pedig nem oldható meg.

(2) Ki lehet alakítani statisztikai alapokra helyezett modelleket, azonban ezek a modellek egyedi vállalkozások vizsgálata esetén nagy pontatlansággal rendelkeznek. Érzékenységi problémák miatt a validálási mintára már ugyanaz az egyenlet nem alkalmazható, a magas érzéketlenség miatt.

A felvázolt két feltevés végkövetkeztetéseként elmondható, hogy egyrészt bizonyítást nyert, hogy a statisztikai módszerek alkalmazásával nem alkotható meg olyan mutatószám, amely a szektor vállalkozásai számára általánosan releváns csőd előrejelzéssel bír. A diszkriminancia analízis és a kétváltozós logisztikus regresszió bizonyította, hogy egy adott mintán a gazdasági mutatók komplex szintézisével létrehozható a csődkockázatot pontosabban előrejelző modell, de ennek általános kiterjesztése nem bizonyult sikeresnek. A szakirodalomban fellelhető mutatók többsége szinte ugyanilyen eredményt produkált. A modellek többsége tökéletesen bizonyítja, hogy egy vállalkozás működőképes és be is sorolja ebbe a csoportba. Viszont a csődös csoport elemeiről már nem mondja meg, a véletlen tippelésnél (50%-os valószínűség) pontosabban, hogy valóban csődbe mentek a vállalkozások.

Másrészt igazolást nyert, hogy egy évet visszalépve sem változott egyik mutató eredménye sem. Sem a korábban publikált szakirodalmi modellek, sem a saját mintára kialakított modell nem jelzi egy évvel korábban, hogy a csődös vállalkozások valóban csődbe fognak menni. A modellek jelentős számú tévedéssel foglalnak állást a csődös csoportban és nagyjából ugyanezen vállalkozások esetén tévednek az előző évi adatok vizsgálatakor is. **Össességében elmondható, hogy a modellek nem nyújtanak kellő információkat a csődhelyzet kapcsán, a modellek javaslatait csak a szakemberek tapasztalataira épített komplex értékelés mellett szabad felhasználni.**

5. Irodalomjegyzék

Könyv, folyóirat:

- 1) Antal-Pomázi K. (2011): A finanszírozási források szerepe a kis- és középvállalkozások növekedésében, Közgazdasági Szemle, XVIII. Évf. 2011. március, pp. 275-295.
- 2) Arutyunjan, A. (2002): A mezőgazdasági vállalatok fizetési képességének előrejelzése, Széchenyi István Doktori Iskola, doktori értekezés, Gödöllő
- 3) Bíró T. – Kresalek P. – Pucsek J. – Sztanó I. (2007): A vállalkozások tevékenységének komplex elemzése, Perfekt Kiadó, Budapest
- 4) Illés M. (2008): Vezetői gazdaságtan, Kossuth Kiadó, Budapest
- 5) Herczeg J. – Juhász L. (2010): Az üzleti tervezés gyakorlata, Aula Kiadó, Budapest, 216. p.
- 6) Kotormán A. (2009): A mezőgazdasági vállalkozások felszámolásához vezető okok elemzése, Debreceni Egyetem, Agrár- és Műszaki Tudományok Centruma, Gazdálkodástudományi és Vidékfejlesztési Kar, doktori értekezés, Debrecen
- 7) Némethné Gál A. (2010): A kis- és középvállalkozások versenyképessége – egy lehetséges elemzési keretrendszer, Közgazdasági Szemle, LVIII. Évf. 2010. február, pp. 181-193
- 8) Noszkay E. (2002): A válságmenedzsment és hazai gyakorlata, SZIE-GTK-VTI, egyetemi jegyzet, Budapest
- 9) Sajtos L. – Mitev A. (2007): SPSS kutatási és adatelemzési kézikönyv, Alinea Kiadó, Budapest
- 10) Szerb L. (2008): A hazai kis- és középvállalkozások fejlődését és növekedését befolyásoló tényezők a 2000-es évek közepén, Vállalkozás és Innováció, 2008. II. negyedév, 2. évf. 2. szám, pp. 1-35
- 11) Virág M. (2004): Pénzügyi elemzés, csődelőrejelzés, Aula Kiadó, Budapest
- 12) Virág M. – Hajdu O. (1996): Pénzügyi mutatószámokon alapuló csődmodell-számítások. Bankszemle, 15. évf. 5. sz., pp. 42-53.
- 13) Virág M. – Hajdu O. (1998): Pénzügyi viszonyszámok és a csődelőrejelzés. Bankról, pénzről, tőzsdéről. Válogatott előadások a Bankárképzőben 1988-1998. Budapest, pp. 440-457.
- 14) Virág M. – Kristóf T. (2005): Az első hazai csődmodell újraszámítása neurális hálók segítségével. Közgazdasági Szemle, 52. évf. 2. sz., pp. 144-162.

Internetes publikáció:

- 1) Altman, E. I. (1968): Financial ratios, discriminant analysis and the prediction of corporate bankruptcy, The Journal of Finance, Vol. 23., No. 4., pp. 589-609.
http://www.bus.tu.ac.th/departments/thai/download/news/957/Altman_1968.pdf
- 2) Altman, E. I. - Haldeman, R. - Narayanan, P. (1977): Zeta Analysis: A New Model to Identify Bankruptcy Risk of Corporations. Journal of Banking & Finance, 1, (letöltés dátuma: 2012.11.12)
<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0378426677900176>
- 3) Back, B. - Laitinen, T. - Sere, K. - van Wezel, M. (1996): Choosing bankruptcy predictors using discriminant analysis, logit analysis, and genetic algorithms. Turku Centre for Computer Science Technical Report 40, (letöltés dátuma: 2012.11.12.)
<http://textbiz.org/projects/defaultprediction/discriminantlogitgenetics.pdf>
- 4) Beaver, W. H. (1966): Financial Ratios as Predictors of Failures. Empirical Research in Accounting, Selected Studies, (letöltés dátuma: 2012.11.12)

<http://www.jstor.org/discover/10.2307/2490171?uid=3738216&uid=2&uid=4&sid=21101620930377>

- 5) Deakin, E.B. (1972): A Discriminant analysis of predictors of business failure. Journal of Accounting Research, 10-1, pp. 167-179.
<http://www.jstor.org/discover/10.2307/2490225?uid=3738216&uid=2&uid=4&sid=21101620930377>
- 6) Blum, M. (1974): Failing company discriminant analysis. Journal of Accounting Research, Vol. Spring, pp.1-21.
<http://www.jstor.org/discover/10.2307/2490525?uid=3738216&uid=2&uid=4&sid=21101620930377>
- 7) Imre B. (2007): Csődmodellek története és fejlődése, E-tudomány 2007/3. szám, Budapest, (letöltés dátuma: 2012.11.01.)
http://www.e-tudomany.hu/etudomany/web/uploaded_files/20070303.pdf
- 8) Nyitrai J. (2011): A kis- és középvállalkozások helyzete a régióban, KSH tanulmány, internetes publikáció, (letöltés dátuma: 2012.10.01.)
(www.ksh.hu/docs/hun/xftp/idoszaki/regiok/gyrkkv.pdf)
- 9) Ohlson, J.A. (1980): Financial Ratios and the Probabilistic Prediction of Bankruptcy. Journal of Accounting Research, Vol. 18, No. 1, pp. 109-131. (letöltés dátuma: 2012.11.14.)
<http://www.jstor.org/discover/10.2307/2490395?uid=3738216&uid=2129&uid=2&uid=70&uid=4&sid=21101620980827>
- 10) Olmeda, I.– Fernandez, E. (1997): Hybrid Classifiers for Financial Multicriteria Decision Making: The Case of Bankruptcy Prediction. Computational Economics, Vol. 10. Issue 4. pp. 317–352. (letöltés dátuma: 2012.11.12)
<http://www.dss.dpem.tuc.gr/pdf/Hybrid%20Classifiers%20for%20Financial%20Multicriteria%20Decision%20Making%20-%20The%20Case%20of%20Bankruptcy%20Prediction.pdf>
- 11) Zmijewski, M.E. (1984): Methodological Issues Related to the Estimation of Financial Distress Prediction Models. Journal of Accounting Research, no. 22, pp. 59-82., (letöltés dátuma: 2012.11.15.)
<http://www.jstor.org/discover/10.2307/2490859?uid=3738216&uid=2&uid=4&sid=21101620930377>