

Ovális alaprajzú falazott boltozatok mechanikai vizsgálatának lehetőségei

SIMON JÓZSEF*

Absztrakt

Kevésbé ismeretes, hogy a gömbkupolák mellett számos ovális alaprajzzal rendelkező kupola is épült Európa-szer-
te. Ma már nem igazán épülnek ilyen boltozatok, azonban a műemlékvédelem szempontjából mechanikai viselke-
désük megismerése fontos lehet. A falazott szerkezetek inhomogén, kompozit szerkezetek, mechanikai vizsgálá-
tukra két alapvetően különböző vizsgálati módszert alkalmazhatunk: a mikro- és makroszintű modellezést. Mindkét
módszert bemutatjuk a cikkben az alkalmazhatósági szempontokat elemezve, valamint az előnyöket és hátrányo-
kat számba véve.

Abstract

Less known that – beside hemispherical domes – a great number of domes with oval plan were built as well all over
Europe. These structures are not commonly used nowadays, but it is important to know their mechanical behaviour
for the preservation of these monuments. Masonry structures are inhomogeneous, composite structures, two
essentially different methods can be used for analysis: micro- and macroscale modeling. Both methods are
presented in this paper analyzing the aspects of application and emphasizing their advantages and disadvantages.

1. Ovális alaprajzú kupolák az építészetben

Az építészetben alkalmazott ovális formák igen változatosak lehetnek. Az „ovális” szó sokféle görbét jelölhet, amelyeknek azonban az építészetben alkalmazott változatai a következő fontos közös tulajdonságokkal bírnak:

- konvex, zárt görbék
- legalább egyszeresen differenciálhatóak, folytonosak, nem metsződnek magukba
- minimum egy szimmetriatengelyük van

A rajzi és építési gyakorlatban – már az ókori egyiptomiaktól kezdve – ezeket a görbéket rendszerint több különböző sugarú és középpontú körív illesztésével alkották meg. A végleges görbéknek nem volt pontos matematikai leírása, függvénye. A köríveket úgy illesztették, hogy az illesztési pontokban azonos érintővel kapcsolódjanak egymáshoz, így a görbe folytonos és sima. Az ilyen körívekből összeállított oválisoknak minimum négy középpontja van, azaz minimum négy körívből állíthatók össze. Megjegyezzük, hogy ez a leggyakrabban alkalmazott eljárás, bár néhány esetben előfordul lényegesen több ívből illesztett görbe is.

Az oválisnak, mint építészeti formának a történelem során való alkalmazásáról Huerta (Huerta, 2007) állított össze kiváló ismertetőt. Az ovális már az ókori civilizációknál megjelent. A legkorábbi ismert ovális alaprajzú, ová-

lis keresztmetszetű épületek még matematikailag leírt forma nélkül épültek, az építők egyszerűen a leghatékonyabb módon próbálták lefedni a teret.

Az ókor építészetére nem volt jellemző az ovális alaprajz alkalmazása. A görögök egyáltalán nem, a rómaiak csak elvétve alkalmazták. A legtöbb középkori kupola kör alaprajzú, feltehetőleg a római befolyás miatt. Az ovális alkalmazása a reneszánsz és a barokk idején terjedt el. De René Chappuis az 1970-es években a boltozatok alakját vizsgáló kutatása alapján Franciaországban 400 vizsgált boltozat közül 130 volt ovális alaprajzú, és így elsőként talált reneszánszkor előtti ovális kupolára példát. Az első, reneszánsz kori ovális alaprajzú kupola a Sant'Andrea templom fedése Via Flaminia-ban (1. ábra) (www1), Giacomo Vignola munkája.

A kor egyik leghíresebb építésze az olasz Giovanni Lorenzo Bernini volt, akinek egyik legjelentősebb munkája a római Sant'Andrea al Quirinale templom (2. ábra) (www2), amelynek fedése szintén ovális kupola.



1. ábra: Sant'Andrea templom (www1)



2. ábra: Sant'Andrea al Quirinale kupolája belülről (www2)

A kor másik híres építésze a svájci származású, de szintén Itáliában tevékenykedő Francesco Borromini. Egyik munkája a San Carlo alle Quattro Fontane már egy komplikáltabb alaprajzi kialakítást vázol fel (3. ábra) (www3). Az itt alkalmazott ovális eléggé eltér az akkoriban szokásos formáktól.

Európa egyik legnagyobb (36 x 25 m-es befoglaló alaprajzi mérettel) ovális kupolájú temploma, a Santuario di Vicoforte (4. ábra) (www4), az olasz Vicoforte városkában található.

A barokk művészet meglehetősen egyéni módon kezelte, sőt lényegesen átformálta a klasszikus formákat. A XVIII. század végén az építészek újjáélesztették az antik művészet formáit. Az antik művészet kevésbé alkalmazta az ovális formákat, így a XVIII. századtól alkalmazása háttérbe szorult. A reneszánsz és főleg a barokk szakrális építészetben tért nyert ovális forma a modern kori templomoknál viszonylag ritkán jelenik meg. Az ovális kupolákat napjainkban főként középületek, stadionok, sportcsarnokok lefedésére alkalmazzák, és már nem falazott szerkeze-

* doktorandusz, BME Hidak és Szerkezetek Tanszék



3. ábra: San Carlo alle Quattro Fontane kupolája belülről (www3)

tek, hanem vasbeton héjak, acél rácsfelületek, fa lécrács héjak, légsátrak.

Ha az építés technológiáját nézzük, akkor egy kupola épülhet állványzattal és zsaluzattal, vagy állványzat nélkül, pusztán a belső felületet kijelölő vezető ívekkel. Az állványzat nélküli építés esetén minden egyes vízszintes falfalazott gyűrű zárásakor az addig elkészült felület térben teherhordóvá válik. Az egyedi köveket a gyűrű zárásáig egyszerűen hátrahorgonyozzák, vagy valamilyen módon megtámasztják. Az építéshez csak egy könnyű állványzatra van szükség, aminek célja nem a terhek hordása, hanem a térbeli alak kijelölése. Néha ezeket falazatból előre megépítették, mint térbeli bordarendszert, s a köztük lévő teret falazták ki.

A belső felület definiálásának leggyyszerűbb módja az alaprajzi ovális görbe kis- vagy nagytengelye körüli megforgatásával egy forgásfelület létrehozása. Mindkét esetben a forgástengelyre merőleges metszetek körívek lesznek. A vezető állványzatot, vezetőíveket a gyakorlatban mindig a kisebb tengellyel párhuzamosan – a kisebb szükséges nyílásáthidalás érdekében – helyezik el. Forgassuk meg az alap-

rajzi görbét először a hossz tengely körül! Ekkor a rövidebb tengellyel párhuzamos keresztmetszetek, tehát a vezetőívek geometriája rendre különböző nagyságú körívek lesznek. Nagyon sok barokk templom ilyen geometriával épült, pl. a San Andrea del Quirinale is (2. ábra) (www2). A másik eset, ha a rövidebb tengely körül történik a forgatás. Ekkor a hossz tengellyel párhuzamos keresztmetszetek lesznek körívek, a rövidebb tengellyel párhuzamosak pedig függőlegesen elnyújtott ovális görbék. Így épült például a Sant'Andrea Via Flaminia (1. ábra) (www1) és a bécsi Nemzeti Könyvtár kupolája is.

Az oválkupola ugyanazokból a szerkezeti részekből épül fel, mint a gömbkupola. A kupolát gyakran a vele megegyező alaprajzi keresztmetszetű tamburra (dobra) ültették fel. A dobot egyszerű falnyílásokkal törték át vagy oszlopsorra helyezték, annak terheit térbeli boltozattal, a cséggel is le lehetett vezetni. Az ablakok, felülvilágítók a dobban vagy a kupola tetején találhatók. A kupola áttörése statikai problémát nem okoz, hiszen a felső gyűrűsorok minden esetben a nagy gyűrű- és meridián irányú nyomóerők miatt stabilak. Ilyen áttörés esetén a kupola tetejére rendszerint még egy úgynevezett lámpást vagy kis kupolát is építettek.

2. Falazott boltozatok mechanikai tulajdonságai

A falazott szerkezetek a legrégebbi történelmi múlttal rendelkező szerkezetek, ennek ellenére mechanikai viselkedésük kevésbé ismert. A falazóelemek anyaga kőzet (márvány, mészkő, gránit, homokkő) vagy égetett agyagtégla volt. Az alkalmazott kőzetek néhány fontosabb mechanikai tulajdonságát az 1. táblázat mutatja.

Az égetett agyagtégla esetén is hasonló változatosságot mutatnak a különböző mechanikai jellemzők. Előfordul 1-2, de akár 100 N/mm² egyirányú nyomószilárdságú téglafalazóelem is. Mindenesetre mind kő-, mind téglafalazat esetén az egyirányú nyomószilárdság



4. ábra: Santuario di Vicoforte (www4)

ság magas, a gyakorlatban előforduló kupolaméretek esetében a kialakuló nyomófeszültségek rendszerint meg sem közelítik a falazóanyag teherbírását. A súrlódási szög mind téglá, mind kőzetek esetén 30-40° körüli. A köveket, téglákat habarccsal vagy habarcs nélkül, ún. száraz kötéssel illesztették egymáshoz. A habarcs rendszerint hidraulikus kötőanyagból készült, húzószilárdsága igen kicsi, kb. 0.2-0.8 N/mm².

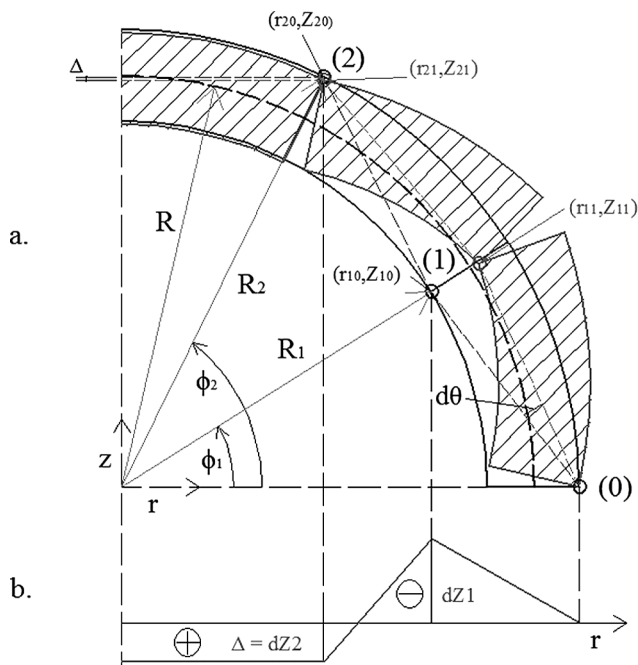
A falazat tehát összetett, heterogén anyag, viszonylag nagy nyomószilárdsággal és minimális húzószilárdsággal rendelkezik, az elemek közötti megcsúszás veszélye pedig elhanyagolhatóan kicsi.

3. Vizsgálati módszerek

Falazott szerkezetet két alapvető modellezési megközelítéssel vizsgálhatunk: az egyik lehetőség valamilyen helyettesítő kontinuum alkalmazása, a másik, amikor a szerkezetet olyan elemekből felépített modellel vizsgáljuk, amelyek az egyes tégláknak vagy kőblokkoknak felelnek meg és egymástól elválhatnak, egymáson megcsúszhatnak. A két eljárást szokás makro- és mikroszintű analízisnek is nevezni. Az első eljárás erős közelítés, de megfelelő homogenizációs technikával elérhetjük, hogy az eredeti szerkezet és a helyettesítő kontinuum globális mechanikai viselkedése hasonló legyen. A mikroszintű modellezés jóval részle-

1. táblázat: Kőzetek mechanikai tulajdonságai

	Egyirányú nyomószilárdság	Súrlódási szög	Rugalmassági modulus	Poisson-tényező	Térfogatsűrűség
	(N/mm ²)	(°)	(GPa)	(-)	(kg/m ³)
Gránit	70-280	34-37	40-70	0.2-0.3	2600
Márvány	50-180	36-43	50-100		2600-2900
Homokkő	50-100	29-39	5-100		2000-2600
Mészkő	20-200	23-28	20-70		2000-2900



5. ábra: Gömbkupola fél függőleges metszete a kialakuló csuklósorokkal és az alkalmazott virtuális elmozdulárendszerrel

tesebb képet ad a viselkedésről, bár jóval számításigényesebb is.

3.1. Makroszintű vizsgálati módszerek

A falazott boltozatok hagyományos elméletét Jacques Heyman rendszerezte (Heyman, 1995), feltételezései a falazott szerkezetek mechanikai tulajdonságai alapján a következők:

- elcsúszás nem jöhet létre az elemek között
- a húzószilárdság elhanyagolhatóan kicsi
- a nyomószilárdság végtelen nagy

Az utolsó pont szerint a boltozat tönkremenetele nem lehet szilárdsági probléma. Az elmélet az ún. nyomásvonal vagy nyomásfelület meghatározásán alapszik. A teher hatására a keresztmetszetekben fellépő feszültségeloszlások eredő ereje szükségszerűen nyomás, minden érintkezési felületen az eredő támadáspontjának a keresztmetszeten belül kell lennie, mivel a falazat húzószilárdsága minimális. Ha a támadáspontokat összekötjük, akkor megkapjuk a nyomásvonalat két-, vagy a nyomásfelületet háromdimenziós esetben. Ha a nyomásfelület megfelelő számú pontban, vagy valamilyen vonal mentén érinti a szerkezet külső vagy belső felületét, azaz elegendő számú felnyílás, csukló vagy csuklósor alakul ki ahhoz, hogy a szerkezet kinematikailag határozatlanná váljék, akkor az adott teherelrendezésre a boltozat nem

stabil, azaz nem teherbíró. Ennek elkerüléséhez megfelelő vastagságot kell biztosítanunk. Így a teherbírási problémája geometriai problémára vezethető vissza. Ebből a megfontolásból minden boltozat esetében létezik egy olyan minimális falvastagság, amely esetén az önsúly hatására kialakuló támaszvonál éppen nem érinti a külső vagy belső felületet, azaz a szerkezet önsúlyra éppen nem omlik össze.

A nyomásvonalat rugalmas alapon határozhatjuk meg, vagy vizsgálhatjuk a szerkezet teherbíró-képességét a képlékeny-

ségtan statikai vagy kinematikai tétele segítségével. A rugalmas vizsgálat esetén a peremfeltételek jelentősen befolyásolják a belső erőjátékot, így a nyomásfelület alakját is, a megoldás bizonytalanná válik. Falazott szerkezetre a képlékenységtan statikai és kinematikai módszerét a következőképp alkalmazhatjuk. A statikai módszer szerint, ha a jelenlegi teherre csupán egyensúlyi megfontolásokkal (azaz a kinematikai és anyagegyenleteket mellőzve) találunk legalább egy, statikailag elérhető erőrendszert – vagyis a nyomásvonal vagy nyomásfelület a szerkezetben belül marad –, akkor a szerkezet törési teherintenzitása a jelenleginél nagyobb, tehát a szerkezet biztonságos. A kinematikai módszer szerint, ha a jelenlegi teherhez találunk legalább egy olyan mechanizmust (csuklókat, csuklósorokat beiktatva kinematikailag határozatlanná téve a szerkezetet), amelynek kialakulása során az elmozduló szerkezet potenciális energiája csökken, akkor a jelenlegi teherintenzitás biztosan a törési teherintenzitás felett van, a szerkezet nem képes a terhet elviselni. Ha nem az adott teherszint biztonságosságát, hanem a törési teherintenzitás mértékét akarjuk meghatározni, akkor a két módszerben néhány választott paraméterrel (pl. a kialakuló csuklósorok helyével) jellemezzük az összeomláshoz tartozó terhelést, majd statikai esetben maximumot, kinematikai esetben minimumot keresünk.

Ezeket az elveket alkalmazza a falazott szerkezetekre J. Heyman által kidolgozott „Masonry Limit Analysis” nevű elmélet is (Heyman, 1995). A módszer hátránya, hogy a tönkremeneteli mechanizmust – hasonlóan a duktilis anyagokhoz – csak a csuklók, csuklósorok, tehát az elemek közti elfordulás kialakulásában keresi, nem veszi figyelembe az elemek közti elcsúszás, azaz a rideg töréshez hasonló tönkremeneteli mód lehetőségét. A határállapot-analízisen alapuló újabb programokba már ezt a lehetőséget is beépítették (www5, www6).

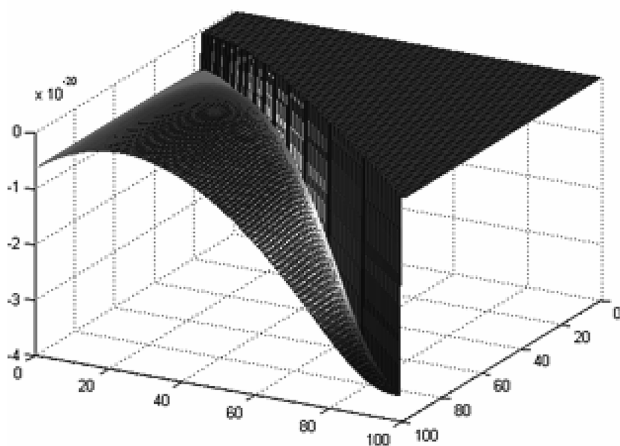
A gömbkupolák minimális falvastagságának meghatározására a képlékenységtan kinematikai módszerét szeretném szemléltetni egy általam kidolgozott példán keresztül (Simon, 2011). Az összeomlási mechanizmus teljesen szimmetrikusan ható függőleges teherrel terhelt gömbkupola esetén kör-szimmetrikus. Ezt láthatjuk az 5. ábrán, amely egy fél gömbkupola függőleges metszetét mutatja. Három csuklósor alakul ki, egy a kupola tövében, kettő pedig a kupola középső magasságában. Az alsó elemek kifelé borulnak, a legfelső elem csak függőlegesen lefelé halad.

A klasszikus elmélet feltételezései szerint a vizsgálatokat merev testekkel végezzük, a kapcsolatoknál keletkező disszipációt elhanyagoljuk. A megoldáshoz a virtuális elmozdulások tételét használhatjuk, amely szerint a fentiek feltételezésével a következő képlet az egyensúly szükséges és elégséges feltétele bármely δu virtuális elmozdulás-rendszerre:

$$\delta W = \delta W_k = \int_V \mathbf{g}^T \delta \mathbf{u} dV = 0$$

Az energiaminimumra való törekvés elve szerint, ha találunk olyan mechanizmust, amelyet végtelen kicsiny, virtuális elmozdulásként működtetünk a szerkezetre, s amelyen a teljes önsúlyi erőrendszer virtuális munkája zérus vagy pozitív, akkor az a mechanizmus valóban ki is tud alakulni. Ha az adott szerkezeten az adott terhek esetén nem találunk ilyen konfigurációt, tehát ha bármely kis kimozdításon az önsúly által végzett munka mindig negatív – azaz megfelelően vastag a boltozat –, akkor a szerkezet stabil, önsúlyát biztonsággal viseli.

A két csuklósor helyének vizsgálatára a kidolgozott algoritmus ϕ_1 és ϕ_2 összes lehetséges értékpárját sorra veszi (ϕ_1 és ϕ_2 definíciója az 5. ábrán). Ha $\phi_1 > \phi_2$, azaz a valóságban felső csuklósor az alsó alatt van, akkor a munka értéke 0, ha $\phi_1 < \phi_2$, akkor a tényleges virtuális munkát számolja. Így egy olyan mátrixot kapunk, amelynek elemei az i -edik sorban és j -edik oszlopban lévő



6. ábra: Virtuális munkák a csuklósorok helyének függvényében

$\phi_{1,i}$ és $\phi_{2,j}$ értékpárokhöz tartozó virtuális munkákat tartalmazza. Ha ezt a mátrixot felületként ábrázoljuk, akkor van a feladatnak megoldása, ha a felület pozitív és negatív értékeket egyaránt felvesz. Ekkor biztosan lesz olyan $\phi_{1,i}$ és $\phi_{2,j}$ pár, amelyre a $\delta W = 0$. Ha a felület csak a negatív síkrészben van, akkor a virtuális munka semmilyen $\phi_{1,i}$ és $\phi_{2,j}$ értékpárra nem lehet nulla, azaz az összeomlás nem következhet be. A 6. ábrán látható felületek a virtuális munkát tartalmazó mátrixok kirajzolt képei, az x és y tengelyen a ϕ_1 és ϕ_2 paraméterek szerepelnek, illetve azok $100/\pi/2$ -vel szorzott értékei százaskálára transzformálva. A bal oldali ábra szerint a szerkezet összeomlik, míg a jobb oldali esetben a szerkezet stabil.

Ha a t/R falvastagság túl kicsi, azaz bekövetkezik az összeomlás, akkor a virtuális munka felvehet nulla értéket, ezért a felület maximum és minimum értékeinek az aránya egy negatív szám. Ha a felület csak negatív értéket vesz fel, a maximum érték nulla lesz, így a tört értéke is nullává válik. Ha t/R függvényében ábrázoljuk ezt az arányt, a még éppen össze nem omló kupolához tartozó t/R érték ott lesz, ahol a 7. ábrán látható grafikon először felveszi a nulla értéket.

A 7. ábra szerint a minimálisan szükséges t/R érték gömbkupolák esetén 0,0427. A megoldásban elhanyagoltam azt a tényt, hogy a súlypont nem pontosan a csuklósorokat összekötő merev „rúdláncon” fekszik, az elmozdulási ábra pedig ezen „rúdlánchoz” tartozik. A hibát növelheti az a numerikus hiba is, ami abból ered, hogy a $\delta\theta$ beiktatott virtuális elfordulást elviekben végtelen kicsire kellene vennünk, de ezt csak megközelíteni tudjuk, hisz túl kis $\delta\theta$ érték esetén számolnunk kell a kerekítési hibákkal. Az elhanyagolások és közelítések ellenére a megoldás jól meg-

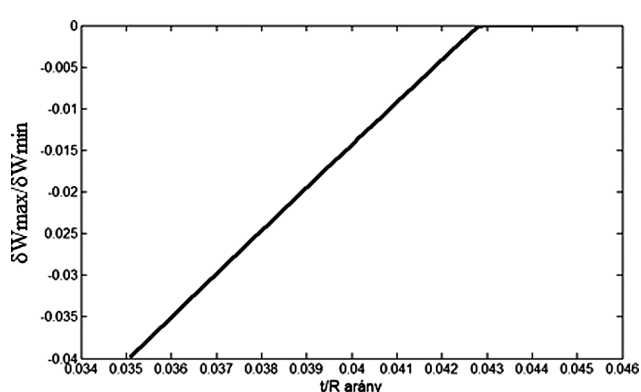
közelíti a szakirodalomban található, Heyman által statikai módszerrel levezetett elméleti értéket, amit éppen a középsugár 4,2%-ában határozott meg (Heyman, 1995).

Ovális kupolák esetében is hasonló összefüggéseket írhatunk fel, a problémát statikai vagy kinematikai módszerrel is megoldhatjuk, ám a megoldás komplexitása nagyságrendekkel nagyobb feladatot jelent. Az ovális kupolák esetén nincs körszimmetria, egy csuklósor helyzete már nem csak egy paraméterrel jellemezhető, a csuklósorok térbeli görbét alkotnak, az elemek súlya, súlypontja csak közelítő integrálokkal határozható meg, az elmozdulási ábra egy nem körszimmetrikus felületet alkot.

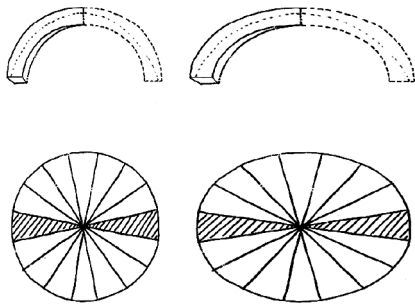
Térbeli boltozatok, így a kupolák statikai módszer szerinti vizsgálata a biztonság javára való közelítéssel visszavezethető boltívek vizsgálatára, ha megfelelő szeleteléssel egymással szemben összetámaszkodó szeleteket emelünk ki, majd azokat boltívként vizsgáljuk. Ha minden egyes ilyen boltív vizsgálata során azt találjuk, hogy a nyomásvonal a keresztmetszetben belül van, akkor a teljes kupola egyben is biztonságos. A módszer bizonyos esetekben a biztonság javára nagyot tévedhet. A kupola statikailag sokszorosan határozatlan szerkezet, így a szeletelés geometriai módja jelentősen befolyásolhatja az eredményt. Előfor-

dulhat, hogy a választott szeletelési módszerrel azt kapjuk, hogy valamilyen szelet nem stabil, így nem stabilnak vélhetjük a boltozatot, de másfajta szeleteléssel ugyanaz a kupola már stabilnak bizonyulhat. A statikai tétel értelmében a boltozat biztonságos, ha találunk legalább egy olyan szeletelési módot, amely esetén a nyomásvonal a szeleten belül halad. Huerta megmutatta, hogy ez a technika ugyanígy alkalmazható ovális alaprajzú kupolákra is. (8. ábra) (Huerta, 2004)

Kontinuummechanikai vizsgálatok esetén az anyagot folytonosnak tekintjük, és repedés, az elemek szétválása nem következhet be. Az analízis során a globális mechanikai viselkedést, a repedések valószínűsíthető helyeit, a főfeszültségeket, feszültségkoncentrációkat, leadódó támaszerőket vizsgálhatjuk. Az analízist térbeli boltozatok esetén a membránelmélet, vagy a héjak hajlítási elmélete alapján végezhetjük el a véges differenciák módszere vagy a jól ismert végelem-módszer segítségével.



7. ábra: A maximális és minimális virtuális munka aránya a t/R függvényében egy adott konfiguráció esetén



8. ábra: Szeleteléses technika gömb- és ovális kupolákra (Huerta, 2004)

3.2. Mikroszintű vizsgálati módszerek

A mikroszintű viselkedésnek, az esetleges mechanizmusok kialakulásának, repedések megnyílásának, és az azzal járó feszültségátrendeződésnek vagy az egyes kövek megcsúszási lehetőségének megismerése csak részletesebb diszkontinuum vizsgálatokkal hajtható végre. A végelemek módszerével csak körülményesen modellezhetünk falazott szerkezetet különálló testek együtteseként. Ekkor a kontinuumot olyan résztartományokra osztjuk, amelyek éppen egy-egy adott építőelemnek felelnek meg, majd ezeket kapcsolati elemekkel kötjük össze. Ebben az esetben minden egyes kapcsolatot külön kell definiálni, a kapcsolatok nem szakadhatnak fel, nem keletkezhetnek új kapcsolatok a modellben, ha előre nem adtunk erre lehetőséget az adott helyen.

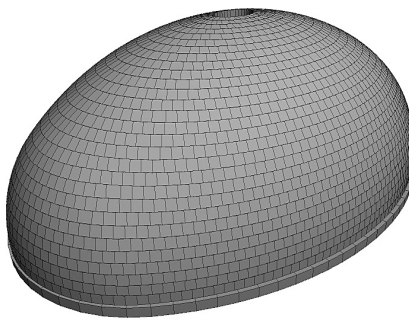
Ezzel szemben egy numerikus eljárást diszkrét elemes modellnek tekintünk (Cundall, 1971), ha:

- egymástól egyértelműen elkülönülő elemekből épül fel
- az elemek önálló elmozdulási szabadságfokokkal rendelkeznek oly módon, hogy a modell képes követni az elemek véges nagyságú eltolódásait és elfordulásait (deformálható elemek esetén deformációt is)
- az elemek között új kapcsolatok jöhetnek létre és meglévő kapcsolatok szűnhetnek meg

A végeleemes módszerrel ellentétben a diszkrét elemek módszere esetén a kapcsolatok bármely két kölcsönhatásba kerülő elem között létrejöhetnek, felszakadhatnak, mindezt a módszer automatikusan, numerikusan kezeli.

A diszkrét elemek módszerét diszkrét felépítésű szerkezetek és anyagok mechanikai viselkedésének modellezésére fejlesztették ki. Ilyen szerkezet lehet falazott, kövekből összeépített szerkezet is (boltív, boltozat, falak, oszlopok stb.), anyag pedig bármilyen

szemcsehalmaz (pl. talaj, silóban tárolt gabona stb.) (Bagi, 2007). A falazott szerkezetek diszkrét elemes modellezésének lehetőségeit részletesen Lemos (Lemos, 2007) foglalta össze. Ovális kupola diszkrét elemes modelljét mutatja a 9. ábra, a 10. ábrán pedig egy gömbkupola féloldalas terhelése közben bekövetkező összeomlási folyamat szimulálása látható (Simon, 2011).

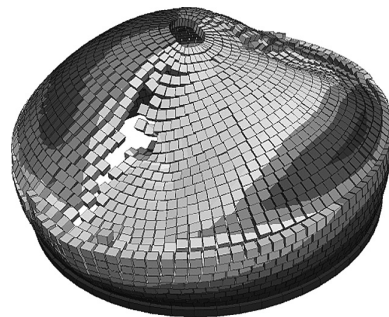


9. ábra: Ovális kupola diszkrét elemes modellje

4. Összefoglalás

A falazott boltozatok makro- és mikroszintű modellezéssel egyaránt vizsgálhatók. Makroszintű modellezés esetén a boltozat biztonságát adott teherelrendezésre a nyomásfelület meghatározásával vizsgálhatjuk, önsúly esetére pedig minden boltozat esetén kimutatható egy minimális falvastagság, amelyre a boltozat még éppen megfelel, azaz nem omlik össze („Heyman-féle minimális falvastagság”). A nyomásvonal meghatározása egy adott teherre történhet rugalmas úton, kontinuummechanikai vizsgálatokkal, például a membránelmélet vagy a héjak hajlítási elmélete szerint, vagy vizsgálhatjuk a szerkezet teherbírását a képlékenységtan kinematikai vagy statikai módszere szerint. A kontinuummechanikai vizsgálatok alkalmasak a globális mechanikai viselkedés, a repedések valószínűsíthető helyei, a feszültségkoncentrációk és a leadódó támaszerők meghatározására, de képtelenek követni repedések megnyílásának és az azzal járó feszültség-átrendeződésnek vagy az egyes kövek megcsúszásának hatását, a mechanizmusok kialakulását, valamint magát az összeomlási folyamatot.

A mikroszintű analízis esetén a modell olyan elemekből épül fel, amelyek egy-egy követ vagy téglát reprezentálnak a boltozatban belül és alkalmas a makroszintű modellezés hiányosságainak a kezelésére is. A mikroszintű ana-



10. ábra: Gömbkupola összeomlási mechanizmusa féloldalas teher esetén a diszkrét elemek módszerével szimulálva

lízis a végelemek módszerével igen körülményesen hajtható végre. Hatékonyabb megoldást jelent a diszkrét elemek módszerének alkalmazása. Láthattuk, hogy a minimális falvastagság meghatározása a képlékenységtan két módszerével lehetséges az ovális alaprajzú kupola esetén is, azonban igen komplex feladatot jelent. Egy jól kalibrált diszkrét elemes modell megfelelő eszköz lehet az ovális alaprajzú kupolák vizsgálatára is, hiszen segítségével az összeomlás folyamata szimulálható, így a kupola megfelelősége vizsgálható bármely teherelrendezésre, például önsúlyra is.

Irodalom

- Bagi, K., 2007. A diszkrét elemek módszere, Egyetemi jegyzet. BME, Budapest, ISBN 978-963-420-929-4
- Cundall, P.A., 1971. A computer model for simulating progressive large scale movements in blocky rock systems. *Proceedings of the Symposium on Rock Fracture (ISRM)*. vol. 1, paper II-8. Nancy, France.
- Heyman, J., 1995. *The Stone Skeleton. Structural Engineering of Masonry Architecture*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Huerta, S., 2004. Arcos, bóvedas y cúpulas. *Geometría y equilibrio en el cálculo tradicional de estructuras de fábrica*. Madrid: Instituto Juan de Herrera.
- Huerta, S., 2007. Oval domes: History, geometry and mechanics. *Nexus Network Journal*, 9(2), pp.211-248.
- Lemos, V.J.V., 2007. Discrete Element Modeling of Masonry Structures. *International Journal of Architectural Heritage*. 1: 2, pp.190-213.
- Simon, J., 2011. Ovális alaprajzú falazott boltozatok mechanikájának diszkrét elemes vizsgálata. *Diplomamunka MSc*. Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem (www1) http://en.wikipedia.org/wiki/File:Flaminio_-_Chiesa_di_Sant%27Andrea_del_Vignola_-_3.JPG
- (www2) http://en.wikipedia.org/wiki/Sant%27Andrea_al_Quirinale
- (www3) http://en.wikipedia.org/wiki/San_Carlo_alle_Quattro_Fontane
- (www4) http://it.wikipedia.org/wiki/Santuario_di_Vicoforte
- (www5) <http://www.obvis.com>
- (www6) <http://www.masonryarch.com>