

**RELATÍV PROFITMAXIMALIZÁLÓ VÁLLALATI MAGATARTÁS
TÖBBGENERÁCIÓS SZIMULÁCIÓJA²**

Kutatási kérdésem, hogy milyen evolúciós egyensúly jön létre nem-profitmaximalizáló vállalatok esetében, több generációt vizsgálva, oligopol piacokon. Ennek alapját Schaffer (1989) cikke adja: abszolút és relatív profitmaximalizáló vállalatokat hasonlít össze adott, Cournot-oligopol piacokon. Ezt a modellt helyezem más piacszerkezeti környezetbe: Salop (1979) körvárosát vizsgálom, azon belül az egyensúlyokat hasonlítom. Ezt az evolúciós játékelmélet eszköztárának felhasználásával elemzem: replikátordinamika segítségével hasonlítom össze a relatív fitnessértékeket. Analitikus módszerrel kiszámítom az egyensúlyi árakat; megmutatom, hogy ezek olyan árak, amelyektől sosem éri meg eltérni, nem lehet alávágni sem. Kutatási kérdésem kiterjesztésével különböző paraméterek fogyasztói jóléti hatását vizsgálom: megállapítom, hogy a körvárosban lévő vállalatok számának (n) növekedése pozitívan hat a fogyasztói többletre, míg az utazási paraméter növekedése kedvezőtlen számukra. Ezután a hosszútávú egyensúlyi vállalatszámot fixköltség bevezetésével jellemzem. Dolgozatom végén feloldom azt a feltételezést, hogy az utazási költség lineáris. Ezzel olyan területen mutatok be példákat, ahol a zárt alakú analitikus megoldás nem, vagy csak nehezen adható meg. A szimulációt R-programcsomaggal végzem.

Kulcsszavak: evolúciós játékelmélet; Salop-féle körváros; nemlineáris utazási költség; szimuláció

**MULTIGENERATIONAL SIMULATION OF RELATIVE-PROFIT
MAXIMISATION IN CORPORATE BEHAVIOUR**

In my research, the evolutionary equilibrium of non-profit maximizing companies was analysed, by using multigenerational simulation, on oligopoly markets. It was based on the seminal paper of Schaffer (1989): he compared absolute and relative-profit maximiser behaviour of enterprises to each other, on Cournot-oligopoly markets. Now, this model is applied into a different industrial organization environment: Salop's (1979) circular city model is analysed, and the equilibria are compared. For this purpose, the toolbox of the evolutionary game theory is applied: by using replicator dynamics, the relative fitness values are compared to each other. By analytical methodology the equilibrium prices are calculated: it is shown that these prices have the attributes from which it is never worth to differ from, and it is not possible to undercut them. By extending my research question, the welfare of consumers under different parameters is examined: the inflation of the number of companies around the city (n) increases the surplus of consumers, meanwhile the growth of the travel parameter (t) decreases it. Thereafter, the long-term equilibrium number of companies is elaborated by the introduction of fixed costs. In the end, the assumption of linear travel function is lifted. As a result, examples are shown in an area where a closed-format analytical solution does not exist, or it cannot be given simply. The simulation is made in R.

Key words: evolutionary game theory; Salop's circular city; nonlinear travel function; simulation

¹ A szerző a Budapesti Corvinus Egyetem alkalmazott közgazdaságtan alapszakon végzett hallgatója (heilmanni77@gmail.com)

² A tanulmány a 35. Országos Tudományos Diákköri Konferencia Közgazdaságtudományi Szekciójának Döntésmélet, Játékelmélet tagozatában első helyezést elért dolgozat alapján készült. Az OTDK pályamunka konzulense Pálvölgyi Dénes, egyetemi tanársegéd.

BEVEZETÉS

A megbízó-ügynök elmélet alapgondolata, hogy egy vállalat menedzsmentje valóban a tulajdonosok érdekét képviseli-e, a vállalat hosszú távú profitját maximalizálja-e. Dolgozatomban én is alapul veszem ezt a problémát.

Képzelnék magunkat egy vállalat vezetőségének helyébe, akiknek a teljesítményét többek közt év végén is értékelik. A tulajdonosok célja, hogy a társaság értéke minél nagyobb legyen (például a részvények értéke minél többet érjen, hosszú távon is), profitja maximális legyen az adott piaci körülmények közt. Ugyanakkor ők csak mérsékeltet látnak bele a vállalat működésébe, így kénytelenek valamilyen összehasonlítási alapot venni. Kézenfekvőnek tűnik más, ugyanabban az iparágban termelő cégek nyereségéhez hasonlítani sajátjukat, hiszen ez jól mutatja, hogy hasonló piaci körülmények között a menedzsment milyen eredményt tudott felmutatni. Viszont jobban belegondolva a helyzetbe, ez a vezetőket nem feltétlenül arra ösztönzi, hogy a vállalat *abszolút profitját* maximalizálja, hiszen a tulajdonosok ezt nem tudják jól megítélni; sokkal fontosabb, hogy más cégekhez képest milyen eredménnyel zárják az évet, azaz *relatív*an hogyan teljesítenek. Ekkor elképzelhető olyan helyzet is, hogy a vállalat akár kisebb-nagyobb veszteségek árán is, de igyekszik versenytársa nyereségét rontani (a sajátjánál nagyobb mértékben), hiszen így hozzá képest jobb helyzetbe kerül. Az év végén aztán ez alapján a relatív helyzet alapján döntenek a bónuszokról, vagy a menedzserek megtartásáról, elbocsátásáról.

Az előbbi problémával már többek közt Schaffer is foglalkozott egy 1989-es cikkében. Azt vizsgálja, hogy ez a jelenség mennyire gyakran fordul elő a valódi üzleti világban, nem egyszerű, hiszen a profitot számtalan más tényező is befolyásolja a menedzsment tehetségén és lehetőségein túl. Ugyanakkor a vezetők cserélődésével, gyakori munkahelyváltásával valóban sokszor találkozhatunk. Feltételezve azt, hogy a valóságban is ténylegesen nehéz becslést adni a maximális profit nagyságára, ez utalhat arra, hogy a menedzsment teljesítményét valóban benchmark alapon ítélik meg. Dikolli, Mayew és Nanda (2014) munkája megmutatja, hogy a 1996 és 2005 között az amerikai vállalatoknál a vezetők fele kevesebb mint öt évet töltött el (az átlag 7,15 év volt). Ennek nyilvánvaló oka, hogy a sikertelen vezetőket hamar elbocsátják, míg a sikereseket igyekeznek hosszan megtartani (emiat magasabb az átlag a mediánnál) – teljesítményüket pedig valószínűleg relatív alapon is összehasonlítják (például a felügyelőbizottság).

Dolgozatom során ezt a gondolatmenetet viszem tovább. Kutatásom során egy Salop-féle körvárosban működő evolúciós dinamikákat elemzek: milyen árak alakulnak ki egyensúlyban adott piacszerkezeti környezetben attól függően, hogy a vállalat vezetése az abszolút vagy relatív profitját igyekszik maximalizálni? Megvizsgálom, hogy hogyan alakulnak a fogyasztók költségei bizonyos paraméterek (mint a vállalatok szám vagy utazási költség paramétere) függvényében. Fixköltség bevezetésével a hosszú távú egyensúlyi vállalatok számáról is értekezem. Kutatásom második felében egy szimulációt mutatok be, melyet R-programcsomaggal írtam. Ennek segítségével bemutatom a mutáció jelentőségét, illetve további általánosítást is teszek: az utazási költség linearitásának feloldásával nézek meg néhány konkrét esetet, amikor nincs, vagy csak nehezen lenne kiszámítható a zárt alakú analitikus eredmény.

IRODALMI ÖSSZEFOGLALÓ

Az evolúciós játékelmélet eszköztára

Közgazdaságtan számos részére jellemző, hogy természettudományoktól kölcsönöz kifejezéseket. Dolgozatomban építek a relatív profitmaximalizálás fogalmára, melynek alapjai szintén a természetben gyökerezethetők. Vegyünk alapul olyan fajokat, például szarvasokat, ahol az utódnemzés az alapján dől el – némi szerencsefaktor mellett –, hogy a nap végén melyikük erősebb. Ebben meghatározó szerepe van az egyedek adottságának, játékelméleti fogalommal *fitnessértékének*. Ugyanakkor fontos hangsúlyozni, hogy nem az számít, hogy a

fitneszérték abszolút értékben a lehető legnagyobb legyen, hanem csak az, hogy a populáció többi tagjához képest mekkora (vagyis például kik a legerősebb hímek). Ennek érdekében egyes hímek akár hajlandóak olyan sérüléseket is elszenvedni, mely abszolút fitneszértéküket ugyan rontja, de cserébe vetélytársának (vagy társainak) nagyobb mértékben tud ártani, azaz *relatív* jobb helyzetbe kerül. Természetesen ez csak kis populáción belül működhet, hiszen nagyobbak esetén nem tud mindenkinek annyit ártani, hogy ő jobb helyzetben legyen.

Hamilton (1970) munkája alapján az előző példa jól elhelyezhető piaci környezetben is: tulajdonképpen visszatérünk a bevezetésben bemutatott példához, azaz hogy egyes vállalatok relatív sikerességük érdekében akár profitvesztés árán is igyekeznek versenytársaik profitját csökkenteni (például nem megfelelő menedzsment értékelési rendszer miatt). Fontos kiemelni, hogy a relatív maximalizálás csak akkor működhet, ha a vállalatnak van *piaci ereje*, azaz nem túl kicsi a piacon. Friedmann egy 1953-as cikke (p. 158) alapján az evolúciós túlélés feltételének hagyományosan a profitmaximalizálást tartják (teljes informáltságot és racionalitást feltéve); erre fogalmaz meg kritikát Schaffer (1989). A szerző többek közt kiemeli, hogy a friedmanni értelemben vett profitmaximalizálás csak olyan korlátozás mellett érvényes, mint a tökéletes piaci verseny, ahol a vállalatoknak egyáltalán nincs piaci erejük és nincs pozitív externália sem.

Akárcsak a természet, az evolúciós játékelmélet is egy hosszabb folyamatot mutat be, ahol bizonyos körülmények között, meghatározott kiválasztási szabállyal öröklődnek a tulajdonságok. Idővel aztán kialakul az egyensúly, az úgynevezett *szimmetrikus evolúciós egyensúly* (*Symmetric Evolutionary Equilibrium*, azaz *SEE*). Ez formálisan azt jelenti, hogy ha adott egy s^{SEE} stratégia (mely eleme az S stratégiához tartozik), és ezt $n-1$ játékos játsza, míg egy deviáns játékos s^D -t játszik, akkor az s^{SEE} stratégiát játszó profitja nagyobb, mint a deviáns játékosé, függetlenül attól, hogy az milyen stratégiát játszik (természetesen nem s^{SEE} -t, hiszen akkor nem lenne deviáns). Azaz egy játékosnak semmiképp nem éri meg eltérni a többiek által játszott stratégiától. (Schaffer, 1989, pp. 36-37)

Maga az *evolúció* egy dinamikai rendszer, ahol a következő generációt az úgynevezett *replikátordinamika* határozza meg. Ez egy függvény, amely az egyes stratégiákról megmondja, hogy mekkora részt kapnak a következő időszaki populációban. Általában feltesszük, hogy a fitneszértékekben monoton: ha egy X stratégia az előző generációban nagyobb fitneszértéket ért el, mint Y stratégia, akkor a következő generációban X nagyobb arányban lesz jelen, mint Y . Véges populáció esetén ez csak várhatóan igaz: a nagyobb fitneszértékű X stratégia következő generációbeli arányának várható értéke nagyobb, mint az Y stratégia arányának várható értéke. A dolgozatban használt replikátordinamika véges populáció mellett működik, és alapvetően a következő alakot ölti: az egyes i stratégiák előző generációbeli fitneszértékét f_i -vel jelölve, annak a valószínűsége, hogy egy következő generációbeli egyed szülője i , $\frac{f_i}{\sum_j f_j}$ (rulett-módszer). Az egyed ezután lemásolja a véletlen által meghatározott szülője stratégiáját.

A természetben a következő generáció stratégiáit a szülői gének és a mutáció határozzák meg. A közgazdaságtanban ez például az előbb bemutatott rulett-módszerrel is történhet. A *mutáció* (vagy más néven *invázió*) jelentősége az, hogy az adott egyed nem teljesen másolja le az i . szülő stratégiáját (mint ahogy az előző bekezdés végén írtam), hanem attól kicsit eltér.

A relatív profitmaximalizálás piacszerkezeti környezetben

Az evolúciós játékelmélet és piacszerkezeti modellek összekapcsolásában Hansen és Samuelson (1988), illetve Schaffer (1989) kutatásai voltak úttörők – dolgozatom alapját utóbbi tanulmánya adta. Schaffer egy Cournot-duopólium példáján keresztül mutatja be, hogyan is működik a relatív profitmaximalizálás. Itt két vállalat versenyez fix költségek nélkül, állandó határköltséggel, egyenes, szigorúan monoton csökkenő keresletű piacon. Ekkor mindkét vállalat hoz egy mennyiségi döntést, majd ez alapján kiszámítódik profitjuk. Az, hogy melyik vállalat él túl (mely jelentheti azt is, hogy ki marad a piacon, de akár azt is, hogy elbocsátják-e

a menedzsmentet), annak valószínűségeit jelöljük a_1 -gyel és a_2 -vel; ezek pedig függenek a profitok nagyságától. A kiválasztási szabály legyen monoton, azaz ha az első vállalat profitja nagyobb, akkor és csak akkor $a_1 > a_2$. Ekkor kialakul Q^* termelés³, egy vállalat $Q^*/2$ mennyiséget termel, profitjuk egyaránt nulla lesz. Ez egy SEE is, hiszen ha ettől eltér az egyik játékos, akkor biztosan rosszabbul jár: (1) ha kevesebbet gyárt, akkor ugyan pozitív profitja lesz, de a másik játékos többet ér el; (2) ha többet termel, akkor negatív profitja lesz, még pedig abszolút értékben több, mint a másik játékosnak. Itt kell megjegyezni, hogy a replikátordinamikának fontos szerepe van: az (1) esetben mindkét vállalat pozitív profitot tud elérni, ugyanakkor ez nem jelenti azt, hogy túlélési esélyük is javult volna.

A szerző a Cournot-modell bemutatása után bevezeti az általános modellt. Itt N fix számú játékos játszik t időszakon keresztül, fix stratégiával az S stratégiahalmazból. Ez alapján minden kör végén a profitjuk lesz a kifizetésük. Ezután Schaffer leírja a replikátordinamika működését, meghatároz belépési, stratégiaválasztási és túlélési szabályt. A szabad belépésnél – mivel N állandó –, ha valaki kilép, akkor más biztosan váltja a helyén. A stratégiaválasztás szabályának nevezi azt, hogy túlélők fix stratégiát játszanak, de mutálódnak, míg az új belépők a teljes S stratégiahalmazból választhatnak. Végül a stratégiák hosszú távú aránya a profitok monoton függvényében alakul – fontos megjegyezni, hogy senkinek sincs biztosítva a túlélés. A bevezetésben bemutatott menedzserek megtartásáról vagy elbocsátásáról szóló gondolatmenet jól interpretálható a túlélési szabályokkal kapcsolatban: ez az, hogy a tulajdonosok abszolút vagy iparági relatív profit alapján döntenek.

Végül érdemes néhány további tanulmányt is megemlíteni a témában: ezek jellemzően a Hotelling-modell (Hotelling 1929) vonalvárosában modellezik a vállalatok helyezkedő-árazási stratégiáját. Hehenkamp és Wambach (2010) tanulmányukban megmutatják, hogy relatív maximalizálás esetén intenzív verseny folyik két vállalat közt. Például közelebbi helyezkedést a másik vállalat árcsökkenéssel tud ellensúlyozni. Tanulmányuk végén kitekintenek egy N játékosú Salop-féle körvárosba is. Azt a következtetést vonják le, hogy evolúciósan stabil stratégia, ha egyforma távol helyezkednek el egymástól a vállalatok – ezt elfogadva haladok majd tovább a tanulmányom további részeiben.

Végül több cikk is foglalkozik azzal a kérdéssel, hogy az útiköltség függvény formája szerint hogyan alakul az optimális helyezkedés-árazás. Hehenkamp és Wambach (2010) *lineáris* költség mellett megmutatja, hogy hosszú távon a vonalváros közepén egymás mellett helyezkedik el két vállalat. D'Aspremont és társai (1979) alapján viszont *négyzetes* útiköltség mellett a cégek nem közvetlen egymás mellett helyezkednek el, teljesen elkülönülnek. Economides (1986) alapján *nem túl konvex* útiköltség mellett is közép irányba indulnak el, de nem lesz minimális a termékdifferenciálás (azaz elhelyezkedés). Sőt, Economides (1984) megmutatja, hogy alacsony fogyasztói fizetési hajlandóság mellett érdemes eltávolodniuk és lokális monopolistává válniuk a cégeknek. Ugyan az általam elemzett modellben nem egy vonal, hanem egy körváros lesz – melynél így mindenkinek van két szomszédja –, de a Hotelling-modell jól szemlélteti az utazási költség alakjának fontosságát.

EVOLÚCIÓS DINAMIKA A SALOP-MODELLBEN

Evolúciós dinamika a Salop-modellben

Ebben a fejezetben röviden bemutatom Salop (1979) modelljét annyi módosítással, hogy – a szerzővel ellentétben – ezt rögtön dinamikai környezetbe helyezem. A modellben n vállalat helyezkedik el egy körvárosban, ahol n minden időszakban állandó, és kicsi (alapvetően három és tíz között érdemes meghatározni). A körvárosok száma legyen m , melynek így abban van jelentősége, hogy mennyi bolt van a teljes iparágban. A vállalatok helyezkedjenek el egyenlő

³ ahol $p(Q^*) = c$, ekkor c határköltség, a profit pedig nulla, így Q^* egyértelműen meghatározható

távolságra egymástól.⁴ Stratégiahalmazuk (S) legyen az ár (p) (erről döntenek), mely 0 és 100 közötti értékeket vehet fel.⁵ Tegyük fel, hogy fixköltség nélkül termelnek, határköltségük pedig legyen konstans 0.⁶ A fogyasztók lineáris utazási költséggel rendelkeznek, azaz minden újabb egységnyi út marginális költsége megegyezik. Az egyes vállalatok profitja az adott városban határozódik meg, annak függvényében, hogy a környező boltok milyen áron kínálják terméküket, milyen utazási költséget (t) határozunk meg, a fogyasztók számára a boltokba való eljutás milyen további költséggel jár, illetve hány üzlet van a városban. A profitok kiszámolása után bevezetjük az evolúciós dinamikát, azaz a játékot újra és újra megismételhetjük. Itt jön be az utódok kiválasztásának szerepe, azaz hogy a következő időszakban milyen stratégiák lesznek a városban. Innentől szükséges elkülönítenünk az abszolút és relatív eseteket.

Az *abszolút maximalizálás* esetében a profitok ugyan az adott körvárosban határozódnak meg, de az utódok kiválasztásánál az számít, hogy a teljes iparágon belül (azaz az összes körvárosban együttesen) mekkora profitot érnek el a vállalatok. Ekkor jól látszik, hogy vállalatoknak gyakorlatilag nincs piaci erejük, hiszen az utódok kiválasztásánál nem $n-1$, hanem $n*m-1$ vállalattal versenyeznek (tegyük fel, hogy n, m nem nagyon kicsi). Ebből kifolyólag nincs is értelme az adott körvárosban a versenytársaik profitját sajátjuk ellenében csökkenteni, hiszen a kiválasztás a teljes iparágban történik.

A *relatív maximalizálás* esetében a szülők kiválasztása eltérő: nem a teljes iparágban, hanem az adott piacon határozódik meg. Ez azt jelenti, hogy vállalatok csupán $n-1$ másik céggel versenyeznek, azaz már lehet piaci erejük. Így ha valamilyen módon ártani tudnak versenytársaiknak úgy, hogy ők relatívan jobb helyzetbe kerüljenek, akkor érdemes is azt megtenniük. Fontos megjegyezni, hogy a következő generáció stratégiái ugyan az adott piacon dőlnek el, de utána a vállalatokat véletlenszerűen más városokba kell sorsolni, így egy adott városban optimális lépés nem biztos, hogy máshol is optimális lesz. Például ha mindenki nagyon magas áron kínálja a termékeit és egy valaki annál jóval alacsonyabban, akkor akár minden vásárló választhatja őt, stratégiája sikeres lesz – ugyanakkor ez az ár még lehet olyan magas, hogy más piacokon sokkal kisebb profitra tenne szert vele, noha lokálisan mégis a legjobb stratégiának bizonyult.

Egyensúlyi árak

Ezután érdemes megvizsgálnunk, milyen egyensúlyi árak alakulnak ki különböző replikátordinamikák mellett. Vizsgáljuk először az *abszolút maximalizálás* helyzetét, egyenlő távolságot feltéve az üzletek közt. Tegyük fel, hogy A üzlet P_A árat határoz meg, a többi $n-1$ vállalat pedig P áron kínálja termékeit. A közömbös fogyasztó, akinek mindegy, hogy melyik irányba indul el, legyen x távolságra A üzlettől; ekkor a hasznossága egyenlő, függetlenül attól, hogy melyik irányba indul el, azaz:

$$U - P - \left(\frac{1}{n} - x\right) * t = U - P_A - x * t$$

ahol U a fogyasztó hasznossága⁷, t a fajlagos utazási költség, $1/n$ pedig a két üzlet közötti távolságot jelzi.

⁴ Ez azzal indokolható, hogy változó elhelyezkedés és ár mellett egyáltalán nem biztos, hogy kialakul hosszú távú egyensúly, hiszen erősen függene a sikeres stratégia attól, hogy hova kerül az adott vállalat (ami véletlenszerű), míg a stratégiája (az ár) pedig öröklődik. Jelen dolgozatomban nem foglalkozik részletesen az elhelyezkedés kérdésével, többek közt Hehenkamp és Wambach (2010) munkájára alapozva elfogadom, hogy egyenlő távolságra kell elhelyezkedniük.

⁵ A 100-as felső határnak nincs kitüntetett szerepe, más skálán is sorsolhatnánk az árakat; a sikeresebb stratégiák majd az utazási költség nagyságrendjétől is függenek.

⁶ Később látni fogjuk, hogy mi történik, ha megjelenik a fixköltség. A határköltséget megválasztása nem befolyásolja alapvetően az eredményeket (amíg konstans), így azt most nullának választom az egyszerűség kedvéért.

⁷ Most figyelmen kívül hagyva, hogy U hogyan viszonyul a fogyasztó költségeihez, tegyük fel, hogy kellően nagy.

Ebből látszik, hogy

$$x = \frac{1}{2n} - \frac{P_A - P}{2t}$$

Vagyis a maximalizálandó feladat:

$$\max_{P_A} \left\{ \pi(P_A, P) = \left(\frac{1}{2n} - \frac{P_A - P}{t} \right) * 2 * P_A \right\}$$

Ennek a megoldása egyensúlyban (szimmetrikus egyensúlyt feltételezve), azaz $P_A = P$ esetén⁸:

$$P = \frac{t}{n}$$

A *relatív profitmaximalizáló* feladatnál nem az abszolút, hanem a relatív profitot kell maximalizálni, azaz A vállalat feladata:

$$\max_{P_A} \left\{ \frac{\pi_A(P_A, P)}{\sum_{i \neq A} \pi_i(P_A, P)} \right\}$$

Feltesszük, hogy a többi vállalat egységesen áraz (P), míg A vállalat P_A árat határoz meg. Ennek megfelelően háromfajta profitfüggvény írható fel:

$$\pi_A = 2 * x * P_A$$

$$\pi_{szomszéd} = \frac{1}{2n} + \left(\frac{1}{n} - x \right) * P$$

$$\pi_{nem szomszéd} = \frac{1}{n} * P$$

ahol *szomszéd* az a két vállalat, amely A mellett helyezkedik el a körön, *nem szomszéd* pedig az az $n-3$ vállalat, amely nem A mellett helyezkedik el a körön, x pedig a közömbös fogyasztó távolsága A vállalatától.

Ebből x ismét:

$$x = \frac{1}{2n} - \frac{P_A - P}{2t}$$

Így a maximalizálandó feladat:

$$\max_{P_A} \left\{ \frac{\left(\frac{1}{n} + \frac{P - P_A}{t} \right) * P_A}{\left(1 - \frac{1}{n} - \frac{P - P_A}{t} \right) * P} \right\}$$

Ennek megoldása szimmetrikus egyensúlyban (ahol $P_A = P$):⁹

$$P = \frac{(n-1) * t}{n^2}$$

Láthattuk tehát, hogy elméletben milyen eredmények jönnek ki n és t függvényében. A következőkben azt fogjuk vizsgálni, hogy a fogyasztóknak milyen értékek kedvezőek.

⁸A bizonyítás ezzel még nem teljes, mivel még nem mutattam meg, hogy nincs másik, nem szimmetrikus egyensúly. Ezt az esetet most nem tárgyalom részletesen, de ez abból következik, hogy felírva az összes vállalat profitfüggvényét, akkor az elsőrendű feltételek egyenletrendszere lineáris, n változós, n ismeretlenes lenne, melynek egy megoldása van, a szimmetrikus.

⁹A nem szimmetrikus esetet ismét nem tárgyalom részletesen.

JÓLÉTI KÖVETKEZTETÉSEK

Az adott város vállalat számának (n) jelentősége

Az *abszolút profitmaximalizáló* esetben azt láthatjuk, hogy a profit ugyan az adott piacon számítható, de az utódok kiválasztása a teljes iparágban történik. Emiatt az egyensúlyi árazásnál, ahol minden vállalat azonosan áraz, n azt határozza meg, hogy a vállalat az adott körvárosban realizálódó profitnak hányad részét kapja meg. Ez látszódik az analitikus eredményben, ahol az előző fejezetben kiszámított egyensúlyi P (melyet jelöljünk P^* -gal) fordítottan arányos n -nel. Ha n tart a végtelenbe, akkor

$$P^*(n) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{t}{n} = 0$$

azaz tökéletes piaci verseny alakul ki, az ár 0-ba tart. Ez logikus, hiszen ha végtelen (vagy nagyon sok) bolt van a körvárosban, akkor minden fogyasztó közvetlenül egy bolt mellett lakik, utazási költsége nulla lesz, ha nem egy messzebbi üzletet választ. A gyakorlatilag nulla távolságok miatt, ha valamelyik üzlet szomszédja egy $\varepsilon > 0$ számmal alacsonyabb áron kínálja termékeit, akkor kereslete nulla lesz, hiszen minden fogyasztója elmegy. Emiatt ő is kénytelen ε -nal csökkenteni az árat, így végül a teljes profit elversenyződik¹⁰.

A *relatív profitmaximalizáló* eset már összetettebb, itt ugyanis n -nek több helyen is van jelentősége. Egyrészt az abszolút esethez hasonlóan abban, hogy egy bolt egy adott városban mekkora részét kapja az ottani összprofitnak. Másrészt egy vállalat piaci erejével való visszaélésében is alapvető szerepe van: ha kevesen vannak az adott városban, akkor érdemes lehet kis profitvesztéssel a többi bolt profitját rontani, ezáltal relatívan jobb helyzetbe kerülni. Az analitikusan kiszámított képlet jól mutatja, hogy n növekedésével P^* értéke hogyan változik:

$$P^*(n) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n-1) * t}{n^2} = 0$$

Azaz itt is tökéletes piaci verseny alakul ki.

Az itt levezett eredmények alapján egyszerűen belátható, hogy a fogyasztóknak az a legjobb, ha n minél nagyobb. Egyrészt ezzel P^* csökken. Másrészt pedig a várható utazási költség is, hiszen a boltok közelebb kerülnek egymáshoz – ezt a közömbös fogyasztó úti költsége, azaz x (mely a legnagyobb útiköltség), jól mutatja:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} x(n) = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{2n} \right) = 0$$

hiszen egyensúlyban a közömbös fogyasztó éppen a két üzlet közötti félúton van. Ez szemléletesen azt jelenti, hogy ha végtelen üzlet van, akkor távolságuk nulla, annak fele is nulla.¹¹

Végül érdemes megnéznünk, hogy rögzített n mellett az abszolút vagy relatív maximalizálás kedvezőbb-e a fogyasztóknak. Az egyensúlyi árak ismeretében ezt könnyen összehasonlíthatjuk:

$$P_{absz}^* = \frac{t}{n} > P_{rel}^* = \frac{(n-1) * t}{n^2}$$

mely a következőre egyszerűsíthető:

$$n > n - 1$$

¹⁰ Ha $c \neq 0$ határköltséggel számolnánk, akkor a kialakult ár c lenne, hiszen ennél olcsóbban már senkinek nem éri meg termékeit kínálni.

¹¹ Pontosabban a várható utazási költség a minimális (0) és maximális utazás (x) átlaga, mivel a fogyasztók egyenletesen oszlanak el a városban. De mivel x is nulla, így a várható költség $(0+0)/2$, azaz szintén 0.

Ebből az következik, hogy azonos várható fajlagos utazási költség mellett alacsonyabbak az árak a relatív esetben, mely kedvező a fogyasztóknak. Ennek oka, hogy a relatív profitmaximalizáló vállalatok kismértékben rontják egymás profitját relatív helyzetük javítása érdekében, méghozzá úgy, hogy alacsonyabb árat határoznak meg.

A fajlagos utazási költség (t) szerepe

Míg az n számának alakulásában alapvetően a magasabb érték a fogyasztóknak kedvezett, addig t esetében ez pont fordítva alakul. Abszolút és relatív maximalizálásnál is P^* ár t paraméter lineáris függvénye: azaz t növelésével magasabb ár alakulhat ki. Tulajdonképpen t csökkenti a piaci versenyt, mivel egy olcsóbban árazó bolt egy távolabbi vásárlónak nehezebben érhető el nagyobb t utazási költségek mellett.

Könnyen belátható, hogyha t paramétert nagyon megnöveljük, akkor monopol helyzetbe kerülnek a vállalatok. Legyen a fogyasztó vásárlásból származó haszna U , a teljes költsége $P+y*t$ (ahol y a fogyasztó távolsága a bolttól)! Amennyiben $P+y*t \geq U$, akkor már nem éri meg vásárolni a fogyasztónak. Egy darabig az ár csökkentésével ugyan még lehet új fogyasztókat szerezni, de ha $y*t \geq U$, akkor biztosan monopol helyzetbe kerül az adott üzlet, hiszen más vállalat nem tudja alacsony árral elvinni a fogyasztóit¹². Sőt, a monopol helyzet akkor alakul ki, ha $y = x$, hiszen ekkor $P=0$ ár mellett sem éri meg a fogyasztónak vásárolnia (vagy legalábbis mindegy neki); ez egyensúlyban $\frac{1}{2n}$, azaz a közömbös fogyasztó távolsága az adott üzletektől.

Emellett érdemes röviden a másik végétet is megvizsgálni, amikor t nagyon kicsi. Ilyenkor akár előfordulhatna, hogy az egyik vállalat olyan alacsony árat szab meg, hogy a szomszédját átugorva megszerzi annak néhány vásárlóját is, az pedig az összeset elveszíti maga és szomszédja közt – ezt nevezzük *alávágásnak*. Ebben az esetben annak a fogyasztónak a költségei, aki a drágább boltból (D) lakik, a következők: P_D és $P_O + \frac{t}{n}$, ahol P_O az olcsóbb, messzebbi bolt árát jelzi. Azonban itt érdemes észrevenni, hogy az egyensúlyi ár abszolút maximalizálás esetén éppen $\frac{t}{n}$, vagyis P_D egyensúlyban ennyi ($P_D=P^*$), míg ha P_O nulla is, akkor sem éri meg az adott fogyasztónak átmennie (vagy legalábbis mindegy)¹³. Ez a relatív esetben is igaz, hiszen ott az egyensúlyi ár $P^* = \frac{(n-1)*t}{n^2}$, ami kisebb mint $\frac{t}{n}$. Ez jól mutatja, hogy P^* ár valóban egyensúlyi.

A fixköltségek szerepe

Érdemes vizsgálni, hogy hogyan tér el az abszolút és relatív profitmaximalizáló esetben a hosszú távú piaci egyensúly, ha boltok valamilyen *fixköltséggel* (F) dolgoznak. Ilyenkor akár az is kialakulhat, hogy az alacsonyabb profitszint miatt a relatív esetben kevesebb bolt van a piacon, noha azok alacsonyabb áron is kínálnak. Kérdés, hogy a fogyasztóknak melyik helyzet a kedvezőbb.

Tegyük fel, hogy a piacra való be- és kilépés teljesen szabad, így addig lépnek be vagy ki vállalatok, amíg a profit nulla nem lesz. Határköltség továbbra sincs, azonban most beépítünk egy fixköltséget. Ezután azt vizsgálom, hogy a profit hány vállalat jelenléte esetén lesz legalább nulla úgy, hogy már nem éri meg újnak belépnie (illetve ilyenkor nem is kell senkinek kilépnie). A vállalatok optimumfeladata továbbra sem változik: abszolút vagy relatív profitjukat maximalizálják; az árak meghatározásánál a fix költségeknek nincsen közvetlen szerepe. Ugyanakkor hosszú távon előfordulhat, hogy a fixköltség miatt minden vállalat veszteséges, így valakinek ki kell lépnie a piacról, míg korábban ezzel nem kellett foglalkoznunk.

¹² Természetesen feltételezzük, hogy minden vállalat abszolút vagy relatív profitját maximalizálja, így negatív ár nem képzelhető el.

¹³ Emellett ebben az esetben az alávágó vállalat 0 áron kínálná termékeit (így profitja is 0 lenne), míg szomszédjának lenne vásárlója a másik irányban, így profitja nem lenne 0. Azaz nem éri meg alávágnia egy vállalatnak.

A továbbiakban a teljesség igénye nélkül megvizsgálunk néhány esetet, amikor a hosszú távú egyensúlyi vállalatyszám (n) eltér a relatív és abszolút maximalizálás esetében. Megnézem, hogy az átlagos fogyasztó számára melyik eset kedvezőbb. Kézenfekvő olyan fixköltséget választani, amikor az a relatív és abszolút maximalizálók profitja között van, hiszen ekkor nem alakulhat ki azonos vállalatyszám: a relatív piacon legalább egy cég biztosan ki fog lépni, míg az abszolút maximalizáló piacra akár új boltok is beléphetnek.

A következő táblázat megmutatja, hogy adott fixköltség mellett mekkora profitja lesz a relatív és abszolút módon maximalizáló vállalatoknak. Félkövérrrel vettem azokat az eseteket, amikor egyensúlyi vállalatyszámról beszélünk, a többi sor a kialakulás megértését segíti néhány hasonló vállalatyszám mellett.

1. táblázat: Az egyensúlyi vállalatyszámok alakulása néhány fixköltség mellett

F fixköltség	n száma (absz)	n száma (rel)	P ár (absz)	P ár (rel)	profit (absz)	profit (rel)
0	2	2	25,00	12,50	12,50	6,25
0,5	10	10	5,00	4,50	0,00	-0,05
0,5	10	9	5,00	4,94	0,00	0,05
1,2	7	6	7,14	6,94	-0,18	-0,04
1,2	6	5	8,33	8,00	0,19	0,40
3	5	4	10,00	9,38	-1,00	-0,66
3	4	3	12,50	11,11	0,13	0,70
4	4	3	12,50	11,11	-0,88	-0,30
4	3	2	16,67	12,50	1,56	2,25
5	3	3	16,67	11,11	0,56	-1,30
5	3	2	16,67	12,50	0,56	1,25

Forrás: Saját szerkesztés

Jól látszik, hogy a fixköltség növekedésével egyre kevesebb vállalat tud megmaradni a piacon. Ez logikus, hiszen a fixköltség okozta veszteséget a nagyobb kereslet tudja csak ellensúlyozni. Például ha a fixköltség 3, akkor azt látjuk, hogy az abszolút piacon még 4 vállalat pozitív profitot tud termelni, de egy 5. belépése esetén már mindenki veszteséges lenne. Ugyanakkor a relatív maximalizáló piacon ilyen költség mellett még 4 vállalat sem tud hosszú távon megmaradni, egynek ki kell lépni.

Vegyük észre, hogy a fixköltség relatív maximalizáló piacon legfeljebb 6,25, abszolúton 12,5 lehet (a táblázat első sora), anélkül, hogy monopólium alakuljon ki a városban. Továbbá ugyan csak néhány számpéldát hoztam a fixköltségre, de érdemes észrevennünk, hogy sosem fordul elő olyan, hogy (1) a relatív piacon több vállalat maradna hosszú távon; (2) legalább kettővel több vállalat lenne abszolút piacon. Az (1)-es állítást könnyű belátni, hiszen a relatív maximalizáló piacon sosem magasabb az ár, mint az abszolúton. Mivel a profit mindkét esetben az ár n -ed része, így az utóbbi piacon ez mindig magasabb lesz. A (2)-es állítás vizsgálata már bonyolultabb ennél. Tulajdonképpen a kérdést átfogalmazhatjuk a következőképpen:

$$\pi_{relatív}(n-1) < F < \pi_{abszolút}(n)$$

Azaz ha a relatív maximalizáló profit egy $n-1$ szereplős piacon kisebb mint F , míg az abszolút maximalizáló profit egy n szereplős piacon nagyobb, mint F , akkor egynél nagyobb eltérés is kialakulhat a hosszú távú egyensúlyi vállalatyszámban. Ez az egyenlőtlenség átírható a következőképpen:

$$\frac{n-2}{(n-1)^2} * t * \frac{1}{n-1} < F < \frac{t}{n^2}$$

Tovább alakítva (F -et elhagyva):

$$n^2 * (n-2) < (n-1)^3$$

A zárójelek felbontása és teljes négyzetté alakítást követően a következő egyenlőtlenség marad:

$$1,25 > \left(n - \frac{3}{2}\right)^2$$

Ez pedig akkor és csak akkor igaz (pozitív egész n -eket vizsgálva), ha $n < 3$ (2,62), azaz $n=1, 2$. Ugyanakkor vizsgálódásomból kizártam azt az esetet, amikor egy piacon csak egy vállalat van (az $n=2$ esetben ez alapján a relatív maximalizáló piacon 1 vállalat lenne), így valóban nem lehet kettőnél nagyobb a hosszú távú vállalat szám eltérése a két piacon.

Ezek után nézzük meg, hogy hogyan alakul a fogyasztók jóléte, ha a vállalat számok eltérnek. Az 2. táblázat azt mutatja, hogy mekkora a költsége egy átlagos fogyasztónak. Ez két részből áll: egyrészt az árból, másrészt az út költségéből (azaz abból, hogy milyen messze lakik valaki a bolttól, és mekkora a t paraméter értéke – jelen esetben $t=50$). Mivel feltesszük, hogy a lakók egyenletesen oszlanak el a városban, így az átlagos fogyasztó a két üzlet közti félút félútjánál, azaz a negyedénél lakik (így a megteendő távolság $\frac{1}{4n}$).

2. táblázat: A fogyasztók költségei adott F fixköltség és hosszú távú egyensúlyi vállalat szám mellett

F	n (absz)	n (rel)	Költség (absz)	Költség (rel)
0,5	10	9	6,25	6,33
1,2	6	5	10,42	10,50
2	5	4	12,50	12,50
3	4	3	15,63	15,28
4	3	2	20,83	18,75
5	3	2	20,83	18,75

Forrás: Saját szerkesztés

Ahogy a táblázat is mutatja, a fogyasztóknak is az a legjobb, ha a fixköltség minél alacsonyabb, hiszen így több vállalat tud megmaradni a piacon és az árak is alacsonyabbak. Alacsony fixköltség mellett ugyanakkor egy ideig a fogyasztóknak kedvezőbb az abszolút maximalizálás: noha a relatív maximalizáló piacon még így is alacsonyabbak az árak, de a nagyobb vállalat szám miatti alacsonyabb utazási költség ezt ellensúlyozni tudja. $F=2$ esetében azt láthatjuk, hogy a fogyasztók szemszögéből lényegtelen, hogy a vállalatok milyen módon maximalizálják profitjukat. Ennél nagyobb fix költség esetében pedig minden esetben jobb a relatív maximalizálás (mindaddig, míg ez olyan magas nem lesz, hogy nem éri meg a vállalatoknak termelni).

A SZIMULÁCIÓ

A program rövid bemutatása

A továbbiakban olyan replikátordinamikákat implementálok R-programcsomagban, amelyekkel az analitikus eredményeket evolúciós szimulációval is megkaphatom. Megmutatom, hogy milyen általánosítás mellett érdemes használni.

A korábban bemutatottaknak megfelelően itt is n vállalat van egy városban, az iparágban pedig m város. A cégek minden körben döntenek az árról (p) 0 és 100 között. A profit a korábban leírtaknak megfelelően az adott városban határozódik meg, majd az utódok vagy az adott piaci (relatív eset) vagy a teljes iparági (abszolút eset) teljesítményei alapján határozódnak meg. A legutóbbi a gondolatot érdemes egy kicsit részletesebben is megnéznünk, hogyan oldható meg az R-programmal.

Abszolút maximalizálás esetén a profitok kiszámolása után a modell összesíti a teljes iparág profitját (összeg). Ezután az úgynevezett *rulett-módszer* segítségével véletlenszerűen kisorsol egy számot nulla és az összes profit között, végül pedig kiválasztja azt, hogy hányadik stratégia az, amely még éppen nem nagyobb ennél a számnál – ezzel meghatározódik az *i. szülő*. Ennek a módszernek a lényege, hogy minél nagyobb egy vállalat profitja, annál nagyobb lesz az összes vállalatéhoz képesti relatív profitja is, így nagyobb valószínűséggel sorsolják ki szülőnek. Ezt követően pedig az *i. stratégia* az *i. szülő* stratégiája lesz, annyi eltéréssel, hogy ez kis mértékben mutálódik, azaz p helyett $p + mut$ lesz az új ár (ahol mut egy 0 várható értékű, kis szórású normális eloszlásból véletlenszerűen generált szám)¹⁴. Ezzel a modell meghatározta a következő generáció tagjainak stratégiáit. Ezek véletlenszerűen új piacokra kerülnek, hiszen az *i. szülő* kisorsolása is véletlen volt. Ezt a folyamatot ismétli a modell a generációk előre beállított száma szerint.

A relatív maximalizálás lényege, hogy a szülők az adott városban határozódnak meg (nem a teljes iparágban), így megéri akár a piaci erőt is használni, hogy jobb helyzetbe kerüljön a vállalat.¹⁵ Itt szintén kézenfekvő a *rulett-módszerrel* kisorsolni a szülőket. Ahhoz azonban, hogy kialakuljon a teljes iparági egyensúly, a vállalatoknak a többi piacon lévőekkel is találkozniuk kell. Enélkül előfordulhatna, hogy valahol akár a szerencse miatt, például sok nagyon rossz és egy relatívan jó stratégia miatt olyan árazás alakulna ki, ami más városokban sikertelen lenne. Ezért az utódok kiválasztása után a program véletlenszerűen újraosztja, hogy ki melyik városba kerül. Ezt a folyamatot ismétli meg aztán a generációk előre beállított száma szerint.

A szimulációs eredmények és a mutáció szerepe

A program lefuttatásával kapott eredmények¹⁶ azt mutatták, hogy mind az abszolút, mind a relatív módon maximalizáló modellek eredményei az elméleti átlag körül mozognak, nagyjából a mutáció szórásával azonos nagyságban. Mindkét esetben néhány generáció alatt eléri az átlagár azt az intervallumot, ahol lényegében később is mozog.

A mutációnak alapvető szerepe van abban, hogy nem engedi az evolúciós folyamatot bennragadni egy nem egyensúlyi állapotban (kicsi mutáció esetén még így is kialakulhat lokális egyensúly). Ha kialakul az egyensúly, akkor az olyan lesz, amelyből ha kilökönk valakit, akkor is visszakonvergál. Ugyan az itt tárgyaltak egy része könnyen befért volna az elméleti modell bemutatásánál is, de azért tettem mégis a szimuláció fejezetébe, mert a numerikus eredményeken keresztül jobban átgondolható és szemléletesebb ezen paraméter értelmezése. Az abszolút és relatív maximalizálás külön tárgyalásának nincs jelentősége ebben a részben, melyet a szimulált eredmények is alátámasztottak.

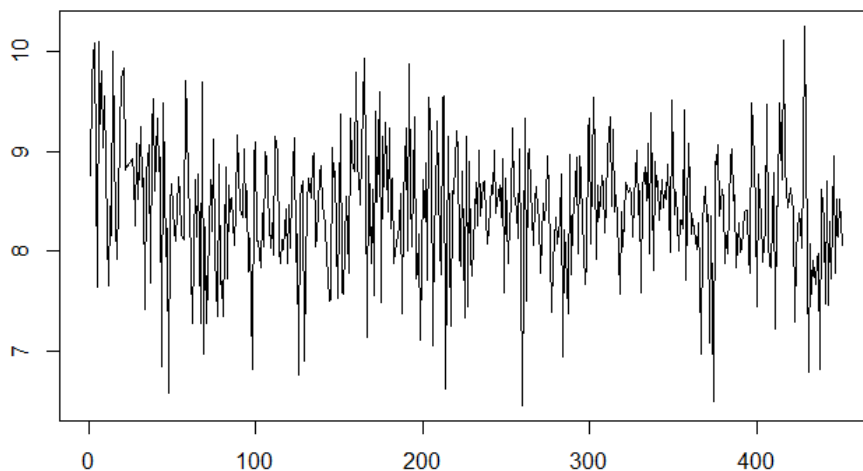
A mutáció szerepének tesztelését egy kicsit módosított programon hajtottam végre. Ennek lényege, hogy a kezdeti időszakokban, amíg nagyjából az egyensúly környékére áll be az átlagár, továbbra is véletlenszerűen, 0 várható értékű, kis szórású normális eloszlásból sorsolom a mutációt. Egy idő után azonban az idővel arányosan elkezdem csökkenteni (például elosztom az időszak számával, esetleg hatványozottan). Így a szimuláció után jól látható, hogy

¹⁴Később még kitérek szerepére.

¹⁵ Az n paraméter szerepe a korábban bemutatottak alapján fontos, hiszen ha ez túl nagy t -hez képest, akkor lényegében már az adott városban is elveszik a vállalat piaci ereje.

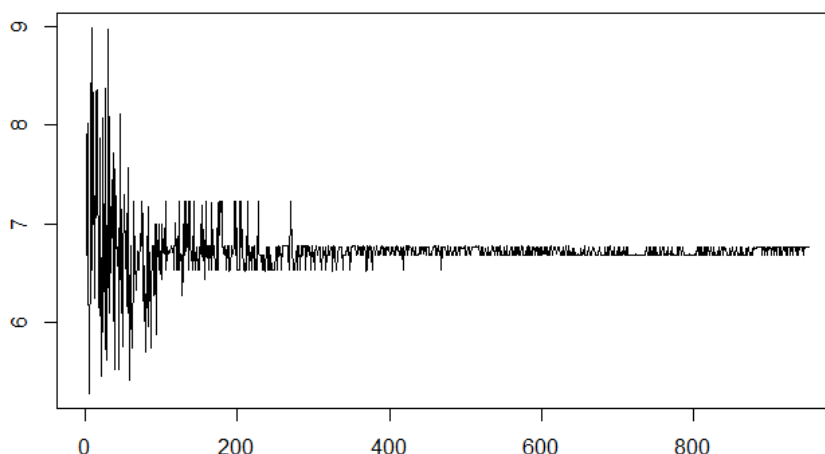
¹⁶ Terjedelmi korlátok miatt részletesen nem fejtem ki, de az irodalomjegyzék végén elérhető a program kódja, melynek lefuttatásával megkaphatók az eredmények.

az átlagár környékén mekkora szerepe van a mutációnak, illetve mekkora szóródás adódik más okokból. Az alábbi két ábra jól szemlélteti ezt: az 1. ábrán egy módosítás nélküli folyamat (az 50. és 500. időszak között), míg a 2. ábrán a módosított szimuláció látható.



1. ábra: Abszolút profitmaximalizáló átlagár módosítás nélkül (50.-től az 500. időszakig)¹⁷

Forrás: Saját szerkesztés



2. ábra: Abszolút profitmaximalizáló átlagár a mutáció módosításával, az 50. és 1000. időszak között, módosítás a 100. időszakban (ábrán 50.-ben)

Forrás: Saját szerkesztés

A két ábra összevetésében jól látszik, hogy a szóródás erősen csökken a második esetben, ugyanakkor nem tűnik el: a mutáció nem teljesen, csak részben felelős az átlagár szóródásáért. Például a mutáció a második esetben a 450. időszakban (ábrán 400. időszak) a 0 várható értékű, 0,08 szórású normális eloszlás egy véletlen elemének 2000-edé¹⁸, tulajdonképpen minimális. A szóródás ugyan egy ideig csökken, de később már megmarad, annak ellenére, hogy nem befolyásolja a mutáció. A mutáció nélkül megmaradt szóródást az magyarázza, hogy az átlagárak valóban csak átlagok, ennél olcsóbban és drágábban is árulnak boltok, ezek továbbra is öröklődnek.

¹⁷ Az ábrán a vízszintes koordináták 1-től 450-ig futnak, ahol az 1-es az 50. időszaknak felel meg.

¹⁸ Ez változtatható érték, most csak a nagyságrendet jellemzem vele.

NEMLINEÁRIS ÚTIKÖLTSÉG

Ebben a fejezetben az utazási költségfüggvény általánosításával foglalkozom. Az utazási költség azt jelenti, hogy a fogyasztónak mennyibe kerül az optimálisan választott boltjába eljutnia, mely függ a marginális költségtől, illetve a t fajlagos útiköltség paraméterétől. A nemlinearitás feloldása pedig azt jelenti, hogy az újabb megtett egység útnak nem konstans a marginális költsége.

Lineáris utazási költség esetén viszonylag könnyű volt analitikusan kiszámolni az eredményeket, nemlineáris esetben azonban nehézségbe ütközünk. Emeljük a megtendő távolságot $\alpha \neq 1$ hatványra! Ezesetben a fogyasztó hasznossága a következőképpen alakul:

$$U - P - x^\alpha * t$$

ahol U a fogyasztó vásárlásból származó haszna, x az optimálisan választott bolt távolsága, α pedig egy tetszőleges pozitív valós szám.

A korábbi gondolatmenet alapján az egyensúly kiszámításához érdemes felírni a közömbös fogyasztó hasznosságát, akinek mindegy, hogy az A vagy B bolt felé indul el (akik P_A és P_B áron kínálnak termékeket):

$$U - P_A - x^\alpha * t = U - P_B - \left(\frac{1}{n} - x\right)^\alpha * t$$

Átrendezve azt kapjuk, hogy:

$$x^\alpha - \left(\frac{1}{n} - x\right)^\alpha = \frac{P_B - P_A}{t}$$

Innen viszont x az α függvényében nem biztos, hogy megadható zárt alakban. A korábban megírt programom itt jut igazi szerephez: lineáris útiköltségfüggvény esetén egyértelműen ki tudtuk számolni a közömbös fogyasztó távolságát az optimálisan választott bolttól (azaz x -et). Most ezt egy iterációs eljárás segítségével tetszőleges pontossággal közelíthetem azt.

Alapvetően három esetet érdemes vizsgálni α függvényében: ez az egyhez, azaz lineáris költséghez való viszony (kisebb, egyenlő, nagyobb). Korábban az egyensúly kialakulásánál elemeztem, hogy előfordulhat-e olyan helyzet, amikor valamely cég *alávág* a másiknak, így az egyensúly csak lokálisan aszimptotikusan stabil lenne. Lineáris költségek mellett ez az eset nem fordulhatott elő (vagy legalábbis mindegy volt a cégeknek, hogy alávágnak-e). A linearitás feloldásával azonban szükséges megvizsgálnunk, hogy a program által mutatott árak esetében lehetséges-e, hogy néhány vállalat alávág a versenytársának. A következőkben két esetet fogok részletesen megvizsgálni.

Az $\alpha < 1$ eset

Ez az eset azt jelenti, hogy minden újabb megtett egységnyi út egyre kisebb marginális költséggel jár. Az α paraméter minél kisebb, annál nagyobb költséggel lehet eljutni messzebbi boltokba.

Az α paraméter azonosan rögzített paraméterek ($n=6$, $t=50$, $m=120$) melletti különböző értékeinek összehasonlítását szolgálja a 3. táblázat (az 50. és 2000. generáció közötti átlagárak):

3. táblázat: adott $\alpha < 1$ esetekben az átlagárak modellezett értéke (abszolút maximalizálás)

α értéke	Átlagár ($P(\alpha)$)
0,05	4,52
0,10	8,15
0,25	13,95
0,50	14,66
0,75	11,65
0,90	9,66
0,95	9,07
0,99	8,38

Forrás: Saját szerkesztés

A táblázat jól mutatja, hogy α növekedésével egy ideig emelkedik az átlagár, majd utána csökken. Jelen dolgozatomban nem foglalkozom a lokális maximum megkeresésével α függvényében; kialakulásának oka is további kutatást igényel.

Ezek után nézzük meg, hogy valamely cég alá tud-e vágni szomszédjainak. Ekkor azt kell vizsgálnunk, hogy milyen P' ár mellett éri meg egy közvetlen bolt mellett lakó fogyasztónak egy másik üzletbe mennie. Ekkor az ő teljes utazási költsége $\left(\frac{1}{6}\right)^\alpha * 50$; emellett költségként jelentkezik még az ár. Így P' megkapható a következőképp:

$$P' = P(\alpha) - \left(\frac{1}{6}\right)^\alpha * 50$$

ahol $P(\alpha)$ az eredeti ár (α függvényében). Ekkor az árban alávágó üzlet annyival olcsóbban áraz, hogy a szomszédos üzletnél lakó fogyasztó közömbös abban, hogy megtegye az utat a messzebbi, de olcsóbb üzletbe, vagy drágábbban, a 0 utazási költségű üzletben vásároljon.

Az egyenlet jól mutatja, hogyha $P(\alpha)$ elég magas, akkor alá lehet vágni a szomszédnak, ha alacsony, akkor pedig nem. Továbbá ha egy vállalat alá tud vágni szomszédjának, az nem jelenti azt, hogy ez meg is éri neki, így az alávágással és az anélkül szerzett profitokat is össze kell hasonlítani. Ezek a következőképp alakulnak:

$$\pi_{\text{alávágás nélkül}} = \frac{1}{n} * P$$

Az alávágással számított profit több részből tevődik össze: egyrészt a vállalat megszerzi a tőle balra és jobbra lévő vállalatok közti összes fogyasztót, továbbá a szomszédos üzleten túl is növelhetné keresletét. Ugyanakkor, ha feltesszük, hogy minden üzlet egyensúlyi árat határoz meg ($P(\alpha)$), akkor a szomszédokon túl nem növelhető a profit olyan árral, mely esetén egy adott üzletnél lakó fogyasztó éppen közömbös (egy nemnegatív számot $0 < \alpha < 1$ hatványra emelve egy szigorúan monoton növekvő függvényt kapunk, ezért a teljes utazási költség is szigorúan monoton nő). Így az egyenlet a következő:

$$\pi_{\text{alávágás}} = \frac{1}{n} * P' + \frac{1}{n} * P' + \pi_{\text{szomszédokon túl}} = \frac{2}{n} * P'$$

A következő táblázat szemlélteti, hogy 3. táblázatban számított paraméterek mellett hogyan alakulnak az alávágás melletti árak, illetve a kétfajta profit:

4. táblázat: Alávágással számított ár és profitok $\alpha < 1$ mellett

α értéke	$P(\alpha)$	P'	Profit alávágás nélkül	Profit alávágással az alávágó üzletnek	Profit alávágással a szomszéd üzletnek ¹⁹
0,05	4,52	-41,20	0,75	0	0,38
0,10	8,15	-33,65	1,36	0	0,68
0,25	13,95	-18,00	2,33	0	1,16
0,50	14,66	-5,75	2,44	0	1,22
0,75	11,65	-1,39	1,94	0	0,97
0,90	9,66	-0,31	1,61	0	0,81
0,95	9,07	-0,04	1,51	0	0,76
0,99	8,38	-0,10	1,40	0	0,70

Forrás: Saját szerkesztés

Jól látszik, hogy az alávágással keletkező ár minden esetben negatív árat jelentene, így nincs olyan üzlet, akinek ezt megérné megtenni (míg a szomszéd üzlet profitja továbbra sem nulla). Azaz a program által számolt átlagárak nem csak lokálisan aszimptotikusan stabilak, de a dinamikai rendszer egyensúlya igazi evolúciósan stabil stratégia.

Számításaim nem támasztják alá általánosan, hogy minden $\alpha < 1$ esetén így alakulnak az árak (azaz nem éri meg alávágni). Ugyanakkor figyelembe véve, hogy P is α paraméter függvényében alakul, mely kiszámítására a programot használtam, így jelen dolgozatomban a fenti kijelentést általánosan nem bizonyítom.

Az $\alpha > 1$ eset

Ez az eset azt jelenti, hogy minden újabb megtett egységnyi út egyre nagyobb marginális költséggel jár. Az α paraméter minél nagyobb, annál kisebb költséggel lehet eljutni messzebbi boltokba.

Az α paraméter 1 és 2 közötti néhány értékének²⁰ összehasonlítását szolgálja a következő táblázat (az 50. és 2000. generáció közötti átlagárak összehasonlítása azonos paraméterek mellett ($n=6$, $t=50$, $m=120$), abszolút profitmaximalizáló piacon):

5. táblázat: adott $\alpha > 1$ esetekben az átlagárak modellezett értéke (abszolút maximalizálás)

α értéke	Átlagár
1,01	8,34
1,10	7,23
1,25	5,59
1,50	3,56
1,75	2,26
2,00	1,39

Forrás: Saját szerkesztés

A táblázat jól mutatja, hogy az átlagár továbbra is csökken α -ban, mely alacsonyabb, mint lineáris utazási költségfüggvény esetén.

¹⁹ A szomszéd üzlet ekkor csak az egyik oldalt tud fogyasztókat szerezni, így profitja a korábbi $1/n$ helyett $1/(2n)$ -re csökken.

²⁰ Azért nem vizsgálom az $\alpha > 2$ esetet, mert ekkor már $t=50$ mellett is annyira olcsóvá válik az utazás, hogy más dinamika alakulhat ki, például elképzelhető kevert egyensúly is, melynek elemzésére a program ilyen formában nem alkalmas. Mivel t paramétert most végig rögzítetten tartom, így ezen eseteket nem elemzem. Érdekes lehet α és t függvényében elemezni az egyensúlyi árakat, ám ez dolgozatom keretébe nem fér bele.

A kérdés ugyanaz, mint előbb: tud-e valamely vállalat alávágni a szomszédjainak, illetve megéri-e rövidtávon? Ekkor P' , illetve a profitok számítása hasonlóan történik az előző alfejezetben ismertettekhez. Most a marginális út költsége növekvő, de a vállalat a szomszédos bolton túl már így sem tudja keresletét növelni, mivel az utazási költségfüggvény továbbra is szigorúan monoton nő (a szomszédos vállalat túloldalán lakó fogyasztónak továbbra is olcsóbb lesz a szomszédot választania egyensúlyi árak esetén). Így az egyenlet ismét a következő:

$$\pi_{\text{alávágás}} = \frac{1}{n} * P' + \frac{1}{n} * P' + \pi_{\text{szomszédokon túl}} = \frac{2}{n} * P'$$

Az 5. táblázatban vizsgált paraméterek mellett a következő eredmények kaphatók P' -re, illetve a profitokra:

6. táblázat: Alávágással számított ár és profitok $\alpha > 1$ mellett

α értéke	$P(\alpha)$	P'	Profit alávágás nélkül	Profit alávágással az alávágó üzletnek	Profit alávágással a szomszéd üzletnek ²¹
1,01	8,34	0,15	1,39	0,05	0,70
1,10	7,23	0,26	1,21	0,09	0,60
1,25	5,59	0,27	0,93	0,09	0,47
1,50	3,56	0,16	0,59	0,05	0,30
1,75	2,26	0,09	0,38	0,03	0,19
2,00	1,39	0,00	0,23	0,00	0,12

Forrás: Saját szerkesztés

A táblázat jól mutatja, hogy ezekben az esetekben már pozitív az az ár, amellyel egy adott üzlet alávághat szomszédjának. Ugyanakkor semmilyen vizsgált $\alpha > 1$ esetén nem éri ezt megtenni, hiszen az alávágás nélküli profit mindig magasabb (illetve relatívan sem kedvezőbb a helyzet). Természetesen ez nem támasztja alá, hogy minden $\alpha > 1$ esetén így alakul az egyensúly, ugyanakkor figyelembe véve, hogy P is α paraméter függvényében alakul, mely kiszámítására a programot használtam, így jelen dolgozatomban a fenti kijelentést általánosan nem bizonyítom.

A korábban vizsgáltak alapján az $\alpha = 1$ esetben a vállalatok ugyan éppen alá tudtak vágni szomszédjuknak nemnegatív árral, de profitjuk így nulla lett, míg szomszédjuknak pozitív maradt. Az ebben a fejezetben bemutatottakkal összhangban megállapítható, hogy a lineáris útköltség feltételének feloldásával – általános bizonyítás nélkül – továbbra sem éri meg alávágni ($\alpha > 0$), a program által számított árak stabilak.

ÖSSZEFOGLALÁS

Dolgozatomban az evolúciós játékelmélet eszközeivel részletesen bemutattam két vállalati dinamikát: amikor a cégek abszolút, illetve relatív profitjukat maximalizálják. Ez a két viselkedés a gyakorlatban például egy vállalati menedzsment döntéseiben jelenhet meg, attól függően, hogy teljesítményüket milyen módon értékeli. Mindezt egy ismertebb piacszerkezeti modellben, egy Salop-féle körvárosban vizsgáltam.

Ez az ötlet nem teljesen új: az úttörő cikkek, melyek összekötötték az evolúciós játékelméletet és a piacszerkezeti modelleket, a nyolcvanas évek végén születtek. Ebből Schaffer 1989-es tanulmányát elemeztem részletesen. A szerző bevezette az abszolút és relatív maximalizálás fogalmát egy Cournot-oligopol piacon. Kiemelte, hogy a friedmanni értelemben

²¹ Az előző helyzethez hasonlóan a szomszéd üzlet ekkor csak az egyik oldalt tud fogyasztókat szerezni, így profitja a korábbi $1/n$ helyett $1/(2n)$ -re csökken.

vett vállalati túlélés csak tökéletes piaci verseny esetén működik. Ilyenkor nincs piaci ereje a vállalatoknak, amivel vissza tudnának élni, így nem alakul olyan viselkedés sem, ahol akár saját profitjuk csökkenése ellenére is érdemes a versenytársak profitját rontani. Más szerzők – többek közt építve Schaffer munkájára – például a Hotelling-modellre alkalmazták a modellt, többen a fogyasztók által megteendő utazás költségfüggvényének linearitását is feloldották.

Kutatásom első felében bemutattam egy Salop-féle körvárosban használható két evolúciós dinamikát: amikor a vállalatok abszolút, illetve relatív profitjukat maximalizálják. Analitikus módszerrel mindkét esetben megadtam az egyensúlyi árat, mely a relatív esetben alacsonyabbnak bizonyult. Megmutattam, hogy ez olyan ár, amitől nem éri meg sosem eltérni, nem lehet alávágni sem (azaz jóval olcsóbban árazni annak érdekében, hogy a szomszédos vállalatnál túl is fogyasztókat lehessen szerezni). Emellett több jóléti következtetést is tettem. Megmutattam, hogy a városban lévő vállalatok számának (n) növekedése pozitívan hat a fogyasztói többletre, mivel csökkenti az utazási költséget, illetve az egyensúlyi ár is alacsonyabb lesz. Ugyanakkor a t fajlagos utazási paraméter lineáris útköltségfüggvény melletti növekedése kedvezőtlen a fogyasztóknak: t -ben növekszik az ár és az utazás költsége is. Végül a hosszú távú egyensúlyi vállalatszámot jellemeztem: a fixköltség függvényében bizonyos esetekben az abszolút, bizonyos esetekben pedig a relatív maximalizálás bizonyult kedvezőbbnek a fogyasztók számára.

Kutatásom második részében bemutattam az R-programcsomagban írt szimulációm. Itt részletesen kitértem az evolúciós mutáció szerepére is, rámutattam, hogyan segíti az evolúciósan stabil stratégia kialakulását. Végül feloldottam azt a feltételezést, hogy az utazási költségfüggvény lineáris; ekkor az egyensúlyi árakat csak numerikusan tudtam kiszámítani, a programkód segítségével. Az α kitevő paraméter vizsgálata során azt a következtetést vontam le – általános bizonyítás nélkül –, hogy amennyiben ez nemnegatív, úgy a program által számított árak stabilak, nem éri meg alávágni.

HIVATKOZÁSOK

- D'Aspremont, C., Gabszewicz, J.J. and Thisse, J.-F. (1979). On Hotelling's stability in competition, *Econometrica*, Vol. 47, No. 5, pp.1145–1150. DOI: <https://doi.org/10.2307/1911955>
- Dikolli, S.S., Mayew, W. J., Nanda, D. (2014). CEO tenure and the performance-turnover relation, *Review of Accounting Studies*, Vol. 19, No. 1, pp.281-327. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11142-013-9247-6>
- Economides, N. (1984). The principle of minimum differentiation revisited, *European Economic Review*, Vol. 24, No. 3, pp.345–368. DOI: [https://doi.org/10.1016/0014-2921\(84\)90061-8](https://doi.org/10.1016/0014-2921(84)90061-8)
- Economides, N. (1986). Minimal and maximal product differentiation in Hotelling's duopoly, *Economic Letters*, Vol. 21, No. 1, pp.67–71. DOI: [https://doi.org/10.1016/0165-1765\(86\)90124-2](https://doi.org/10.1016/0165-1765(86)90124-2)
- Friedmann, M. (1953). The Methodology of Positive Economics. In: M. Hausman, D. – *The Philosophy of Economics*. Cambridge University Press, New York, pp.145-178. DOI: <https://doi.org/10.1017/CBO9780511819025.010>
- Hamilton, W.D. (1970). Selfish and spiteful behavior in an evolutionary model, *Nature*, No. 228, pp.1218–1220. DOI: <https://doi.org/10.1038/2281218a0>
- Hansen, R G. and Samuelson, W.F. (1988): Evolution in economic games, *Journal of Economic Behavior and Organization*, Vol. 10, No. 3, pp.315-338. DOI: [https://doi.org/10.1016/0167-2681\(88\)90053-4](https://doi.org/10.1016/0167-2681(88)90053-4)
- Hehenkamp, B. and Wambach, A. (2010). Survival at the center—The stability of minimum differentiation, *Journal of Economic Behavior & Organizaton*, Vol. 76, No. 3, pp.853-858. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jebo.2010.09.018>

- Hotelling, H. (1929). The stability of competition, *Economic Journal*, Vol. 39, No. 153, pp.41–57. DOI: <https://doi.org/10.2307/2224214>
- Salop, S.C. (1979). Monopolistic Competition with Outside Goods, *The Bell Journal of Economics*, Vol. 10, No. 1, pp.141-156. DOI: <https://doi.org/10.2307/3003323>
- Schaffer, M.E. (1989). Are profit-maximisers the best survivors? *Journal of Economic Behavior and Organization*, Vol. 9, No. 12, pp.29-45. DOI: [https://doi.org/10.1016/0167-2681\(89\)90075-9](https://doi.org/10.1016/0167-2681(89)90075-9)

A kutatás során használt programkódok²² elérhetők az alábbi linken:
https://github.com/heilmanni/OTDK_2021

²² Az egyik programkód lefuttatásakor az utolsó pillanatban észrevettem egy hibát, így bizonyos paraméterek mellett pontatlan eredményeket kaptam. A hiba kijavításában szakszeminárium-vezetőm jelentős segítséget nyújtott, nélküle az „Abszolút_profitmax_nemlineáris” kód nem született volna meg.